

软件理论基础——一阶谓词逻辑 1-1 作业

1. 设 \mathcal{L} 是一阶语言，他有 1 个个体常元 a_1 ，1 个函数符 f_1^2 和 1 个谓词符 A_1^2 ，设公式 A 为：

$$(\forall x_1)(A_1^2(f_1^2(x_1, x_1), a_2))$$

- (1) 设 \mathcal{L} 的解释 I 为 D_I 是正数集合 Z ， $\overline{a_1} = 0$ ， $\overline{f_1^2}(x, y) = x \times y$ ， $\overline{A_1^2}(x, y)$ 为

“ $x < y$ ”，问公式 A 在此解释下的意义是什么？ 是真是假？

- (2) 把解释 I 稍作改变，记为 I' ，设 $\overline{f_1^2}(x, y) = x + y$ ，其余不变，问公式 A 在此解释 I' 下的意义是什么？ 是真是假？

- (3) 把解释 I 稍作改变，记为 I'' ，设 $\overline{A_1^2}(x, y)$ 表示 $x = y$ ，其余不变，问公式 A 在此解释 I'' 下的意义是什么？ 是真是假？

2. 设一阶语言 \mathcal{L} 中的公式 A 为，

$$(\forall x_1)(A_1^1(x_1) \rightarrow A_1^1(f_1^1(x_1)))$$

公式 B 为

$$(\forall x_1)(A_1^2(x_1, x_2) \rightarrow A_1^2(x_2, x_1))$$

试分别作出不同的解释，使得 A 和 B 有时为真，有时为假。

3. 证明：在任何一阶语言 \mathcal{L} ，公式 $(\forall x_i)A(x_i) \rightarrow A(x_i)$ 在 \mathcal{L} 的任何解释下都是真的。