COMPILANDO CONOCIMIENTO

Introducción a lo que tienes que saber sobre Programación Competitiva usando C++

CLUB DE ALGORITMIA ESCOM

Rosas Hernandez Oscar Andrés

Enero 2018

Índice general

Ι	Int	rodu	cción a la Programación Competitiva	7		
1.	¿Qué es la Programación Competitiva?					
	1.1.	Introd	ucción	Ö		
		1.1.1.	Ejemplos	Ö		
	1.2.	Propie	edades de un problema	10		
II	U	n tou	r de C++ y lo que deberías saber de el	11		
2.	¿Ро	rqué u	ısar C++ ?	12		
	2.1.	Grand	les ventajas de C++	13		
	2.2.	C++ v	rs otros lenguajes	16		
		2.2.1.	vs C	16		
		2.2.2.	vs Java	16		
		2.2.3.	vs Python	16		
	2.3.	Una j	pincelada de C++ moderno	17		
3.	Bases del Lenguaje Moderno					
	3.1.	Variab	bles	20		
		3.1.1.	Declaraciones e Inicialización	20		
	3.2.	Tipos	de datos numéricos	23		
		3.2.1.	Integers / Integrals: Enteros	23		
		3.2.2.	Floating Points: Puntos Flotantes	26		
		3.2.3.	Complex: Números Complejos	26		

	3.3.	Los ot	ros tipos de datos fundamentales	27
		3.3.1.	void	27
		3.3.2.	bool	27
	3.4.	Opera	dores	28
		3.4.1.	Operadores Aritméticos	28
		3.4.2.	División entera	28
		3.4.3.	Lo que hay que saber del módulo: %	29
		3.4.4.	Operadores Lógicos	29
	3.5.	Senten	acias de Control	31
		3.5.1.	Branching: Condicionales	31
	3.6.	Ciclos		34
		3.6.1.	While	34
		3.6.2.	For	34
		3.6.3.	Range for: for (auto x : v)	35
	3.7.	Refere	ences and value types	36
		3.7.1.	Value types: Variables de valor	36
		3.7.2.	References: Referencias	36
	3.8.	Funcio	ones	40
		3.8.1.	Lambdas	41
		3.8.2.	Recursion	43
		3.8.3.	Templates	43
	3.9.	La ent	orada / salida en C++	44
4.	Con	tainer	s: Contenedores de la STD	45
	4.1.	std::ve	ector	45
		4.1.1.	std::array	45
	4.2.	std::st	ring	45
	4.3.	std::m	ap	45
	4.4.	std::se	t	45
5 .	No	lo haga	as tu todo desde cero: std::algorithms	46

6.	Cosas Avanzadas de C++	47	
	6.1. Enums	47	
	6.2. Tipos de datos definidos por nosotros	48	
	6.3. const	48	
	6.4. constexpr	48	
	6.5. Pointers: Apuntadores	49	
	6.6. Lifetime: La mejor característica de C++ : }	50	
	6.7. &&	51	
	6.8. Move Semantics: Semanticas de Movimiento	52	
	6.9. Si quieres un programa rápido: Verdaderos arrays	53	
	6.10. for (auto x : v) vs for (auto& x : v) vs for (auto&& x : v) .	54	
II	I Ideas de las Ciencias de la Computación	55	
7.	La Complejidad	56	
	7.1. Cotas y Notaciones	56	
	7.1.1. Big O Notation: Notación de O grande	56	
8.	Optimización	57	
	8.1. Límites de Tiempo de Ejecución	57	
	8.2. Límites de Memoria	57	
9.	Problemas NP	58	
IJ	V Estructuras de Datos	59	
10	.Arrays	60	
11	.Stacks LIFO: Pilas	61	
12	Queue FIFO: Colas	62	
13	3.Linked Lists: Listas Enlazadas		

14.Binary Trees: Arboles Binarios	64
14.1. BTS: Arboles de Búsqueda	64
14.2. AVL - RedBlackTree: Arboles Autobalanceables	64
14.3. Trie	64
15.Heaps	65
16.Hash Tables	66
V Algoritmos Generales	67
17.Search: Búsquedas	68
17.1. Linear Search: Búsqueda Lineal	68
17.2. Binary Search: Búsqueda Binaria	68
17.3. Ternary Search: Búsqueda Ternaria	68
17.4. Upper Bound	68
17.5. Lower Bound	68
18. Sorting: Ordenamiento por Comparaciones	69
18.1. Bubble Sort	69
18.2. Selection Sort	69
18.3. Merge Sort	69
18.4. Quick Sort	69
19.Sorting: Ordenamiento NO por Comparaciones	70
19.1. Bucket Sort	70
VI Programación es solo matemáticas aplicadas	71
20.Binary: Explotando el Binario	72
20.1. Bits	72
20.1.1. Manejo de Bits	72

20.1.2. Operaciones con Bits	72
20.2. Conversiones entre Sistemas	72
20.3. Binary Exponentiation: Exponenciacion Binaria	72
20.4. Binary Multiplication: Multiplicación Binaria	72
21.Roots: Encontrar Raíces de ecuaciones	73
21.1. Newton - Ranphson	73
22.Teoría de Números	7 4
22.1. Divisibilidad	74
22.1.1. Euclides	74
22.2. Modulos	74
22.3. Fibonacci	74
22.4. Números de Catalán	74
22.5. Primos y Factores	74
22.5.1. Eratosthenes Sieve: Criba de Eratóstenes	74
22.5.2. Prime Factorization: Factorización	74
22.5.3. Divisores	74
22.5.4. Euler Totient: La Phi de Euler	74
23.Probabilidad	75
23.1. Inclusión Exclusión	75
24.Geometría	7 6
VII Técnicas de Solución	77
$25.\mathrm{Ad ext{-}Hoc}$	78
26.Recursividad y BackTracking	7 9
27.Divide and Conquer: Divide y Vencerás	80
28.Greedy	81

29.Programación Dinámica					
VIII Grafos y Flujos	83				
30.Grafos y Gráficas					
30.1. Representaciones	84				
30.2. BFS: Breadth-first Search	84				
30.3. DFS: Depth-first Search	84				
30.4. Dijsktra: Camino más cercano	84				

Parte I

Introducción a la Programación Competitiva

Capítulo 1

¿Qué es la Programación Competitiva?



Figura 1.1: Imágen por Sharaft Siddiqui Reheb

1.1. Introducción

- "Given well-known CS (computer science) problems, solve them as quickly as possible!"
- "Dados problemas famosos de ciencias de la computación, resuelvelos tan rápido como puedas!"
 - Competitive Programming 3 [1]

La programación competitiva es la actividad de resolver problemas bastante conocidos de ciencias de la computación mediante la creación de programas que obtengan la respuesta dentro de un cierto límite.

• ¿Problemas conocidos de ciencias de la computación?

Los problemas que vamos a resolver están bien definidos, es decir son problemas en los que para cualquier entrada tu tendrías que ser capaz de calcular la salida a la mano.

Además estarás informado de todas las restricciones del problema y todas las suposiciones que puedes tomar para facilitarte la vida.

• Tendrás que programar.

Si (pero no como en tú día a día, no harás una aplicación web o con una interfaz super bonita), sino que haras programas que toman datos por la entrada estándar y nos regresan una respuesta por la salida estándar, es decir, un programa de terminal. Esto porque lo más importante aquí es el algoritmo.

Tendrás que cumplir límites.

Tu programa tendrá que resolver el problema con unas restricciones en tiempo y memoria, por ejemplo, tu programa tendrá que dar la solución en menos de 300ms y ocupando menos de 300MB de memoria.

1.1.1. Ejemplos

- On ta el pinche fácil pa irme? OmegaUp
- Factores comunes OmegaUp
- Reactores OmegaUp

1.2. Propiedades de un problema

Son calificados por una máquina.

Generalmente usamos onlines judges (jueces en línea) para poder saber si hemos resuelto un problema, es decir, al final del día nuestro problema lo califica un programa.

Así que no hay puntos medios o tu programa funciona siempre y como debe o el juez te dirá que está mal.

• Tienen historia.

Muchas veces (casi siempre) los problemas están metidos dentro de una historia, está ayuda a que el problema sea mucho más interesante y que te cueste más entender de que trata, que es lo que en fondo te piden resolver.

Además, personalmente, ayuda mucho a la hora de aprender, pues es mucho más fácil que recuerdes una técnica por un problema en especial (por ejemplo, que recuerdes el problema de la mochila) que te gusto mucho en vez de que recuerdes temas matemáticos o de computación puros y duros.

• Te dan ejemplos.

Incluso aunque el problema te dice que es exactamente lo que te está pidiendo que resuelvas es mucho más fácil para los humanos entenderlos si nos dan ejemplos.

Esto también ayuda a que no malinterpretemos el problema y empezemos a resolver algo que no era lo que teníamos que hacer.

 El corazón del problema está relacionado siempre con matemáticas, lógica o ciencias de la computación.

Parte II

Un tour de C++ y lo que deberías saber de el

Capítulo 2

¿Porqué usar C++ ?



2.1. Grandes ventajas de C++

Hay muchas razones por las cuales C++ es uno de los lenguajes más usados en la modernidad en la programación competitiva (si no es que el más).

Puedes escuchar un video muy bonito para mi sobre porque elegir este lenguaje:

Bjarne Stroustrup: Why I Created C++



Figura 2.1: Este es el creador del lenguaje (reto: decir su nombre en voz alta) Bjarne Stroustrup

Las principales razones por C++ sin un orden en particular son:

• Te da abstracciones sin costo extra.

O como lo diría su creador te da el poder de usar abstracciones de alto nivel pero sin que las mismas hagan tu programa mas innecesariamente mas lento, o como lo dice la comunidad en inglés:

"C++ has the zero-overhead principle: what you don't use, you don't pay for, that is, with every new feature added to the language, you get at least as good performance as if that feature will not be included.

Also there are the principle: What you do use cost either only as much as what you'd implement yourself, or it cost less, meaning that a new feature can either mantain or improve the performance."

Personalmente creo que esa es mayor ventaja que tiene sobre todos los demás y que resume perfectamente todo el objetivo de C++ .

Lo que nos dice esto es que podremos representar grafos, matrices, operaciones, clases en general, algoritmos, etc... en nuestros programas con gran facilidad, cosa que no podemos hacer fácilmente por ejemplo en lenguajes como C o la familia de los ensambladores.

Y podrías decir, pero en Java o en Python podemos representar de una manera igual de fácil así que ... ¿porqué usar C++ ?

Pues porque en todos los demás lenguajes estas pagando un costo (a veces muy grande de varios cientos o miles de veces) por poder representar ideas o conceptos abstractos en un programa, en C++ esta prácticamente garantizado que usar una clase por ejemplo o que usar un arreglo que se auto dimensiona (vector) no será más costoso que si lo hubieras hecho tu desde ensamblador.

■ Tienes a la biblioteca estandar, la gran std::* a tu lado

Esta es otra gran ventaja, ya que siguiendo con la mentalidad de abstracciones sin costo extra tenemos gracias a la gran libreria estándar un montón de cosas que no tenemos que hacer desde cero, desde arreglos que cambian de tamaño, arreglos asociativos, pilas, colas, algoritmos de ordenamiento, de búsqueda, algoritmos para filtrar información, para hacer particiones o permutaciones, etc...

Así podemos dejar los algoritmos básicos al lenguaje y enfocarnos en las cosas que son de verdad interesantes.

• Es "statically typed and compiled", el compilador es tu amigo

Otra ventaja más, podemos siempre confiar en el compilador, en que si nuestro programa compila muy probablemente está haciendo lo que debe hacer (cosa que no podemos esperar con python por ejemplo), el compilador es tu amigo, te dira en donde te equivocaste, en donde puede que hayas querido decir otra cosa y muchas veces te dará consejos, además, tras bambalinas está transformando tu código en algo que la computadora puede de verdad entender y además usará toda la información que le diste para muchas veces incluso mejorar tu código en vez de solo "traducirlo" y optimizarlo de maneras que me sorprenden personalmente.

■ Es prácticamente un "super set" de C

Es decir, que (casi) cualquier código válido de C es válido en C++, esto es de gran ayuda pues C es uno de los lenguajes más conocidos por lo que puede que la sintaxis de C++ sea más fácil que entender la sintaxis de Haskell, de Kotlin o Prolog, por ejemplo.

Otra ventaja es que al estar basados en C conserva muchas de las ventajas de C como su portabilidad, su velocidad de ejecución y la capacidad de tener un gran control de todos los recursos del sistema (memoria y tiempo de vida de un objecto, cough cough Java y su recolector de basura)

Tienes un gran control de todos los recursos del sistema

Esto es también es muy importante, pues nos dice que en C++ podemos controlar con gran lujo de detalle los recursos del sistema, como por ejemplo la memoria.

C++ nos da el control de decidir por ejemplo a que lugar va cada variable (heap o al stack), lo cual es esencial para hacer un programa de alto rendimiento (y creeme que lo necesitaras).

Es determinista.

Es decir la limpieza de los objectos una vez que ya se acabaron de usar es solicitada cuanto tu quieres, y no cuando el recolector de basura decide hacerlo.

Tenemos el control de decidir si queremos pasar las cosas por referencia o por valor, si deseamos mover un objecto o si una referencia no podrá ser modificada.

■ Tienes value types por defecto (pero también tiene referencias si las necesitas).

Esta quiza sea algo rara de explicar si es que no conoces muchos sobre lenguajes de computación, y si no la entiendes no te preocupes.

Lo que nos dice es que las variables en C++ son variables de valor por defecto, es decir cuando decimos auto x=10 nuestra variable x de verdad es el fragmento de memoria que tiene ese 10.

En otras palabras que nuestras variable de verdad almacenan la información que queremos y no una referencia que apunta a donde esta nuestra información .

Claro que aún puedes expresar la idea de las referencias, pero por defecto hablamos de variables que almacenan valores.

2.2. C++ vs otros lenguajes

2.2.1. vs C

El gran problema con C es que es un lenguaje muy pequeño en el sentido en que todo lo tienes que hacer tu, si quieres hacer un problema que involucra cosas medio complejas todas las estructuras las tienes que codear al momento, y en un deporte de tiempo, cada segundo cuenta, así que en resumén, lo que "mata" a C es la falta de algo parecido a la std de C++ .

Aunque para problemas sencillos C también puede ser una opción, (pero ya que C++ es casi casi un superset de C podrías entonces igual de fácil hacerlo en C++).

2.2.2. vs Java

Con toda honestidad hay un porcentaje de la comunidad de programación competitiva que usan Java, así que si que es una opción viable, sobretodo por su gran libreria estándar y también porque en C++ no hay algo parecido a BigInteger y BigDecimal y suelen ser muchos los problemas que lo requieran, así que si bien C++ podría ser tu lenguaje por defecto es importante que también conozcas lo básico de Java (O Kotlin si quieres ser feliz).

2.2.3. vs Python

Python es un gran lenguaje pero tiene todas las de perder en programción competitiva pues a ser interpretado y debilmente tipado, sus programas acaban siendo muy lentos incluso usando el algoritmo correcto, eso si, hay varias aplicaciones útiles de Python, como que todos los enteros tienen infinita precisión por defecto (aka BigInteger como en Java).

Así que tampoco es una mala idea aprenderlo por si se necesita un día, pero definitivamente no es la mejor idea para ser tu lenguaje por defecto en programación competitiva.

2.3. Una pincelada de C++ moderno

Incluso en términos solo de sintaxis te perdonaría si pensaras que C++ es un lenguaje terminado, algo que se hizo en los 90's y que seguimos escribiendo igual al día de hoy.

Y no es así, C++ 11 / 14 / 17 / 20 son cosas muy diferentes, igual de flexibles y de rápidas que el clásico C++ 98 pero mucho mas seguro y limpio de escribir.

Mira un ejemplo.

```
//Old C++
circle* p = new circle(42);
vector<shape*> v = load_shapes();

for (vector<shape*>:::iterator i = v.begin(): i != v.end(); ++i) {
    if (*i && **i == *p)
        cout << **i << "is a match" << endl;
}

// ...later, possible elsewhere

for (vector<shape*>:::iterator i = v.begin(): i != v.end(); ++i) {
    delete *i;
}

delete p;
```

Mientras que ahora podrías hacer algo como:

```
//New badass C++
auto p = make_shared < circle > (42);
vector < shape * > v = load_shapes();

for (auto& s : v) {
    if (s && *s == *p)
        cout << *s << "is a match" << endl;
}</pre>
```

Veamos otro ejemplo, imagina que alguien te da una secuencia de puntos (flotantes por ejemplo) y te pide calcular su media.

Veamos como sería hacerlo en Python así de volada:

```
def mean(seq):
    n = 0.0
    for x in seq:
        n += x
    return n / len(seq)
```

Y en C++ mira como sería:

```
auto mean(const Sequence& seq) {
   auto n {0.0};
   for (auto x : seq)
        n += x;
   return n / seq.size();
}
```

Que bonito, ¿no? [2]

Capítulo 3

Bases del Lenguaje Moderno

Recuerda que esta sección del texto NO es una introducción a la programación para alguien que nunca ha programado nada en su vida, sino solo para alguien que no sabe C++ .

Si tu aún no sabes nada sobre como programar entonces recomiendo que busques un documento, tutorial, libro, etc... diseñado para empezar a programar, porque en este texto voy a dar varias cosas por sentado que deberían ser muy obvias para alguien que ya haya aprendido a programar, en cualquier lenguaje.



Unas recomendaciones serían:

- Curso de programación básico de Platzi
- Every Programming Language in 15 Minutes Brian Will

No te preocupes, te espero <3.

Además si ya sabes C++ o no te interesa aprender toda la sintaxis e ir directo a cosas algo más relacionadas con la programación competitiva entonces puedes saltar hasta el siguiente capítulo dando click aquí

3.1. Variables

En C++ (como en casi cualquier otro lenguaje) la idea obvia con la que podemos empezar es las variables, después de todo la programación siempre se trata sobre información (data) y podemos ver a una variable como una unidad de información.

En C++ una variable es un fragmento de memoria que almacena algun valor, podemos tener variables que almacen lo que nosotros entenderemos, como números enteros o que almacenen cadenas o que almacenen una secuencia de racionales etc...

Como sabes en programación, tu eres el que elige el nombre de las variables y aunque puede ser lo que quieras, como x, y, someNumber, patata intenta elegir nombres que expresen lo que esta variable guardará.

Bueno, C++ es un lenguaje de tipado estatico (static typing), es decir que todo momento el compilador, para poder transformar tu programa a algo que una computadora pueda entender, tiene que saber que tipo de dato almacena esa variable.

3.1.1. Declaraciones e Inicialización

El primer paso para poder usar una variable será el de declararla, es decir aquí entre nos es decirle al compilador que le de a un fragmento de memoria un nombre y que usaremos ese nombre (o identificador) para referirnos a ella después.

La sintaxis es sencilla:

```
datatype variableName;

//Examples
int numberOfDays;
float pi;
bool IWantHelp;
```

Ahora, algo importante en C++ es que declarar una variable no la inicializa, es decir, que al decir int numberOfDays nunca le estoy dando un valor a esa variable, por lo que ahora mismo la información que este guardada ahi es un misterio, es como si comprarás una bodega, solo por decir que es tuya no quiere decir que ahora este vacía.

Por eso es tan poco común ver en la programación competitiva (y en la programación en general) declaraciones SIN inicializaciones, pues generan una gran cantidad de bugs que son difíciles de encontrar pues muchas veces por simple suerte la variable si se inicializa a un valor que tenga sentido, pero al ser este proceso aleatorio no es una gran idea depender de eso.

Además es una buena costumbre, no declarar variables hasta que tenga un valor coherente para las mismas.

Muy unido a esto decimos que estamos inicializando una variable cuando le damos un valor por primera vez a este fragmento de la memoria.

Puedes declarar variables en C++ de dos maneras:

Se directo con el tipo de dato

Algo como:

Es decir, la sintaxis es:

- Primero el tipo de dato, después un espacio.
- Después el nombre que le quieres dar a la variable.
- Si quieres un valor inicial.

auto: Se sútil

Si es que es obvio que tipo de dato debería ser entonces puedes usar auto que lo que nos dice es, compilador, yo se que eres un inteligente, anda, tu solito sabes de que tipo de dato es esta variable para que te lo repito yo.

Y se hace hastante similar:

Nota que para que puedas usar auto el compilador tiene que saber que tipo de dato va a guardar esa variable así que si no inicializas la variable el compilador se va a enojar contigo.

De igual manera creo que te habras dado cuenta que podemos inicializar de dos maneras generalmente la primera es muy obvia y en casi todos los lenguajes existe, se llama **una asignación**, es decir, darle un valor a esa variable y se usa casi siempre en todos los Lenguaje el símbolo = o a veces incluso <- .

Total, lo que pasa en C++ es que además de esa forma de inicializar variables tenemos una forma que si tiene un nombre especial.

Uniform Inizialization: Inicialización uniforme

Y lo que nos da esto es una misma sintaxis, quiza esto sea un tema algo complejo para unos y no te preocupes si no entiendes esto por completo por ahora.

Total, lo que pasa es que en C++ moderno existe la sintaxis type wea {something} donde lo que hacemos es poner entre estas cosas { } el valor con el que queremos inicializar nuestra variable y dependiendo de que sea nuestra variable puedes simplemente asignarla o llamar al constructor con estos parámetro.

Total, es solo una forma mas bonita de hacer las cosas.

```
auto someNumber {20};
auto someText {"Hi baby"};
// this call a someClass constructor
someClass object {"some parameter", someNumber};
```

3.2. Tipos de datos numéricos

3.2.1. Integers / Integrals: Enteros

C++ (y C) maneja varios tamaños estándares de enteros, el más clásico es int, pero no es el único, los demás solo cambian en tamaño (y por los tanto los números que podemos almacenar) y estos son, de menor a mayor: char, short, int, long y long long.

Así que con esto conocido, veamos las características más detalladamente de cada tipo: Pero si quieres un resumen, C++ garantiza que:

```
1 == sizeof(char) <= sizeof(short) <= sizeof(int) <= sizeof(long) <=
    sizeof(long long);</pre>
```

char

A ver, técnicamente este tipo de dato como su nombre lo dice esta diseñado para almacenar un carácter, lo que pasa es que en computación (no nos compliquemos la vida con UFT ahora) un carácter como 'a' ó 'p' se representa internamente usando el código ASCII (deberías buscar más de esto cuando tengas tiempo).

Total, que en resumen este tipo de dato nació para almacenar un carácter de ASCII, por lo tanto es un tipo de datos numérico que va de 0 a 255.

No te preocupes si no entiendes las primeras líneas, pero si lo haces, muy bien por ti.

int

Es el tipo de dato numérico estándar en C++ , así que si declaras un número con auto entonces lo más probable es que sea int .

Ahora, pasa algo raro con este tipo de dato, que dependiendo de la máquina en la que compiles entonces puede tener 2 o 4 bytes de tamaño (usa el que sea más eficiente para el sistema), aun así, casi nunca compilaras en algún sistema que te diga que un int es de 2 bytes, así que para este texto usaremos que int es de 4 bytes.

long long

Este no es un tipo de dato, per se, sino que es un modificador que le puedes aplicar a int y con esto lo que logras es duplicar el tamaño de un int (suponiendo que int tenga 4 bytes de tamaño, y creeme, seguramente es así).

unsigned

Lo que hace este modificador (exacto, esto tampoco es un tipo de dato) es eliminar el signo de los tipos numéricos, es decir el entero más bajo que vas a poder guardar va a ser el 0, pero con ello vas a lograr duplicar el máximo entero que puedes almacenar y no aumentas para nada el espacio necesario :o

```
char maxValueChar {127};
unsigned char maxValueIntUnsigned {255};

int maxValueInt {2,147,483,647};
unsigned int maxValueIntUnsigned {4,294,967,295};

long long maxValueLL {9,223,372,036,854,775,807};
unsigned long long maxValueLLUnsigned {18,446,744,073,709,551,615};
```

short

Hace lo inverso que long , en vez que duplicar el tamaño lo parte a la mitad, y ya, solo eso :v

```
auto size {"short is 2 bytes"};
short int minValue {-32,768};
short int maxValue {32,767};
```

std::size t

Este es especial y muchas veces lo usaré como estándar de tipo numérico y es que usamos muchas veces los enteros como índice de un contenedor.

Bien pues size_t es un tipo de dato especial que nos da C++ que nos asegura que será tan grande como necesitemos para usarlo como índice de cualquier contenedor.

Nota que como lo usamos para índice, este tipo de dato no tiene signo.

Por ejemplo, std::vector, std::string, std::array y más lo usan como índice.

```
std::vector<int> someIntegers {1, 2, 3, 4, 20, 5};
std::size_t numberOfElements {someIntegers.size()};
```

Fixed width (int 32_t , uint 64_t , ...)

Si prefieres estar seguro del tamaño de tus enteros entonces puedes usar #include <cstdint> que no incluye otros tipos de datos diferentes sino solo nos da alias (typedef / using), es decir otros nombres para los tipos de datos que ya conoces:

```
#include <cstdint>
int8_t likeChar {};
int16_t likeShort {};
int32_t likeInt {};
int64_t likeLong {};

// And the unsigned versions:
uint8_t likeChar {};
uint16_t likeShort {};
uint32_t likeInt {};
uint4_t likeLong {};
```

3.2.2. Floating Points: Puntos Flotantes

A primera vista, los números de punto flotante parecen simples. Son solo enteros con puntos decimales, ¿verdad? ¿Por qué no los usamos todo el tiempo, ya que pueden almacenar una mayor variedad de números?

La respuesta es sencilla, no son precisos.

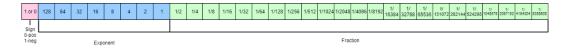


Figura 3.1: Representación del float en C++

Y ya, solo por eso, intenta poner en Python o en C++ si quieres esto (0.1 + 0.2) == 0.3 y verás que es falso, la razón es que los números de punto flotante tienen una cantidad límitada de dígitos de presición.

Así que esta bien usarlos y todo, pero porfavor, hazlo con cuidado.

Además así como long long era el doble que $\,$ int , así double tiene el doble de presición (de ahí el nombre :v) que el clásico tipo de dato de punto flotante en $\,$ C++ $\,$, float .

```
float almostPI {3.1};
double almostAlmostPI {3.14156};
```

3.2.3. Complex: Números Complejos

Esta sección igual será corta, lo único que quiero decirte por si un día lo ocupas es que C++ tiene una clase que nos permite representar a los complejos.

Nunca lo he ocupado de manera personal y no creo que sea el momento, en un texto introductorio de C++ , pero si un día lo necesitas, recuerda que C++ ya lo tiene integrado.

3.3. Los otros tipos de datos fundamentales

3.3.1. void

Este es bastante sencillo, (si no cuentas *void), y simplemente indica un tipo de dato vacío, es usado para mostrar que una función no regresa nada.

Decimos que void tiene un conjunto vacío de elementos, es decir no puedes hacer variables (o instanciar) cosas de tipo void por lo que muchas veces se le llama un tipo de dato incompleto.

```
void someVariable; // Illegal
```

3.3.2. bool

Solo puede tener dos posibles valores, verdadero o falso, se llama así por el álgebra booleana, que justamente solo contaba con dos valores.

```
bool isSunny {true};
bool iAmHappy {false};
```

3.4. Operadores

3.4.1. Operadores Aritméticos

Sección corta, si sabes programar los has usado:

- + : Suma
- - : Resta
- * : Multiplicación

Además en C++ tenemos algunas ayudas para escribir menos:

 a++ es lo mismo que a = a + 1 , ademas decimos que es una expresión regresa a a antes de hacer la suma.

```
int a {1};
int b {a++};  // b is 1
```

- a- es lo mismo que a = a 1 y con las mismas reglas que a++
- \blacksquare ++a es lo mismo que a = a + 1 , ademas decimos que es una expresión regresa a después de hacer la suma.

```
int a {1};
int b {++a};  // b is 2
```

- \blacksquare a += b es lo mismo que a = a + b
- \blacksquare a -= b es lo mismo que a = a b
- \blacksquare a *= b es lo mismo que a = a * b
- **.** . . .

Ahora los interesantes son los siguientes:

3.4.2. División entera

Una cosa que a mucha gente le cuesta es la división y no porque sea una operación difícil sino porque en C++ dependiendo de los valores a los que se la apliquemos se comportara de manera o de otra, si es que ambos valores son punto flotante entonces hara lo que esperas por ejemplo 1.0 / 2.0 = 0.5, pero 1 / 2 != 0.5 porque si aplicas la división a dos enteros entonces hara la división entera, es decir va a redondeo al entero proximo mas pequeño.

Hay que tener cuidado con eso.

3.4.3. Lo que hay que saber del módulo: %

El módulo es pocas palabras es el residuo de la división.

Es decir a % b regresa el residuo de la división $\frac{a}{b}$ si la has visto entonces verás que es la misma que en todos los lenguajes sino entonces mas vale que practiques con unos ejemplos, es todo cuestión de practica.

La respuesta para los puristas

Si eres matemático y quieres la definición formal podríamos pensar en:

$$a\%b = a - floor(a/b) * b$$

Otra forma de verlos es que nos regresa un número $\,\mathbf{k}\,$ tal que $k\equiv a\,$ mód b

Ejemplos

- 7%5 = 2
- 5%7 = 5
- 3%7 = 3
- 2%7 = 2
- 1%7 = 1

La forma mas común para lo que lo usamos es para saber si un número es par o impar, donde si n es par entonces n% 2 == 0 y si es impar entonces n% 2 == 1 .

En general, si quieres saber si un número n es multiplo de otro k entonces hay que checar que n% k == 0 .

3.4.4. Operadores Lógicos

En C++ tenemos varios operadores lógicos que tomaran como argumentos dos bool o cosas que se puedan convertir a bool y con ellas nos darán otro valor booleano.

■ And Lógico:

Se escribe así y solo será verdad si es que ambos parámetros son true .

```
bool IAmHappy = IHaveAJob && IHaveAFreeTime
bool IAmHappy = IHaveAJob and IHaveAFreeTime
```

También algo bonito es que en C++ tenemos tenemos dos sintaxis para esta operación.

Or Lógico:

Se escribe así y solo será verdad si es que al menos uno de los parámetros son true .

```
bool IAmOk = IHaveAJob || IHaveAFreeTime
bool IAmOk = IHaveAJob or IHaveAFreeTime
```

Not Lógico:

Se escribe así y solo invierte el valor de verdad de lo que le enviemos.

```
bool IAmHappy = !IAmSad
bool IAmHappy = not IAmSad
```

Igualdad Lógica:

Se escribe así y solo el valor de verdad de ambos valores es igual.

```
bool IAmHappy = IHaveLove == true
```

Desigualdad Lógica:

Se escribe así y solo el valor de verdad de ambos valores es diferente.

```
bool IAmHappy = IHaveLove != true
bool IAmHappy = IHaveLove not_eq true
```

XOR Lógico:

Se escribe así sigue las leyes clasicas del XOR: Es verdad si uno y solo uno de los operandos es verdad.

```
int number = 0 ^ 111
int number = 0 xor 121
```

También existen los operadores lógicos que se aplican bit a bit, estos no son tan comunes pero los veremos en otro capítulo.

3.5. Sentencias de Control

3.5.1. Branching: Condicionales

Sin una declaración de un condicional como la instrucción if , los programas se ejecutarian siempre de la misma manera.

Los condicionales permiten que se cambie el flujo del programa y con ello códigos más interesantes.

```
//Simpler form
if (condition) {
    ...
}

//Simple form
if (condition) {
    ...
}
else {
    ...
}

//Complete form
if (condition1) {
    ...
}
else if (condition2) {
    ...
}
else if (condition3) {
    ...
}
else {
    ...
}
```

Condiciones

En C++ lo que puede ir dentro del if (condition) pueden ser dos cosas:

Una expresión que se pueda transformar a un bool y eso es la cosa mas común.
 Por ejemplo:

```
bool isSunny {true};
if (isSunny == true) {
    cout << "Hey, time to go to outside" << endl;
}

if (isSunny) {
    cout << "Hey, it is the same but shorter syntax" << endl;
}

double pi {3.1416}, e {2.71828};
if (pi > e) {
    cout << "Math still make sense" << endl;
}</pre>
```

Tambien podemos poner dentro del if una variable lo que hara que C++ transforme el valor de dicha variable en un booleano, las reglas que sigue son bastante sencillas:

```
if (n) {
    ...
}
```

- Para números: Si n es cero entonces el if evaluara a falso, para cualquier otro valor será verdadero.
- Para strings: Si n esa vacío entonces sera falso, cualquier otra otro valor será verdadero.
- Para punteros: Si n es NULL / nullptr entonces sera falso, cualquier otra otro valor será verdadero.
- Se puede hacer if (a = b) en cuyo caso lo que comparará el if es el resultado de la asignación.

Operador Ternario

En C++ tenemos el operador ternario, es bastante común porque nos deja expresar la misma idea que un if pero mucho mas corto, además es una expresión, es decir regresa un valor, esa es la más grande referencia.

Y por lo tanto es muy útil cuando lo único que hacemos es darle un valor a una variable o algo relativamente sencillo.

```
// Using if else
auto programmerFeelings = "";
if (language == "php") {
    programmerFeelings = "sad";
}
else {
    programmerFeelings = "happy";
}

// The same thing using ternary operator
auto programmerFeelings = (language == "php") ? "sad" : "happy";
```

3.6. Ciclos

En C++ tenemos distintos tipos de ciclos, y si funcionan exactamente igual que en todos los demás lenguajes, tenemos:

3.6.1. While

```
while (condition) {
    // statements
}
```

Donde condition es exactamente igual que lo que estaría dentro del if.

Y de hecho funciona basicamente igual que un if, la única diferencia es que una vez que se haya ejecutado el cuerpo entonces volveremos a ver la condición, de ser verdadera el cuerpo se volverá a ejecutar.

Do while

Existe también una variante que se llamada do while y que es bastante menos conocido que el clásico while, así que creo que vale la pena hablar un poco de el.

```
do {
     // statements
}
while (condition);
```

En este ciclo primero ejecutamos las instrucciones que esten dentro del bloque y luego es que checamos la condición y si es verdadera entonces volvemos ejecutar las instrucciones.

3.6.2. For

Igual que en cualquier otro lenguaje:

```
for (init expr; condition expr; step expr) {
    // statements
}
```

Que como sabes si sabes programar es exactamente igual que:

```
init expr;
while (condition expr) {
```

```
// statements
step expr;
}
```

Ahora, hablemos del nuevo pequeño ciclo en el lenguaje:

3.6.3. Range for: for (auto x : v)

En C++ tenemos otra forma más moderna y muchos diran que mucho mas fácil de evitar bugs raros si lo único que haremos será movernos un elemento a la vez a lo largo de un contenedor, y si en efecto vamos a visitar cada elemento desde el inicio hasta el final del contendedor (no te preocupes, pronto hablaremos sobre contenedores) entonces puedes hacer un clásico:

```
for (type element : container) {
    // statements
}
```

Por ejemplo:

```
vector<int> someNumbers {1, 2, 3, 4};
for (int i : someNumbers) {
   cout << i << endl;
}</pre>
```

Y si lo que quieres es iterar sobre elementos que pueden ser caros de copiar entonces podemos también usar una variante de este y tener algo como:

```
vector<string> countryCodes {"USA", "MEX", "JAN", "UK", "CHL", "SA"};
for (string& countryCode : countryCodes) {
    cout << countryCode << endl;
}</pre>
```

Y si, hablaremos sobre referencias y auto&& más a detalle pronto.

3.7. References and value types

3.7.1. Value types: Variables de valor

En C++ como llevamos diciendo todo el libro las variables por defecto son de tipo valor, es decir que cada variable almanena de verdad sus valores.

```
int someNumber {3};
```

Pero no solo podemos expresar esa idea, sino que también podemos expresar la idea de una "referencia a una variable".

clearpage

3.7.2. References: Referencias

Las referencias solo son otro nombre para una variable, es como un alias.

Se usan cuando uno quiere estar pasando el valor de una variable sin tener que copiar la misma variable, recuerda: No es gran cosa copiar una pequeña variable, pero copiar contenedores (como vectores, arreglos, strings, etc...) pueden ralentizar mucho un programa.

Además si sabes de C y sus punteros, entonces te puedo decir que las referencias cumplen una función parecida, pero también hacen el código más sencillo de leer al evitar cosas como los operadores de indirección: * y el operador flecha -> .

Una referencia se crea así:

```
int number {};
int& referenceToNumber {number};
```

Ahora, una variable de tipo referencia esta unida desde el momento en el que se crea a otra. No puedes hacer que una variable de tipo referencia ahora haga referencia a otra variable después de ser creada, además una referencia siempre tiene que referir a una variable, no puede referir a la nada.

Las referencias vienen a solucionar dos problemas bastante clasicos en programación, sobretodo en C++ :

Hacer que las funciones afecten los argumentos que les pasas y no a copias
 Veamos un ejemplo, supongamos esta función:

```
void add_3_to_this_number(int number) {
   number += 3;
}
```

Entonces si hacemos algo como esto, ¿Qué esperas que pase?

Si conoces como funcionan las funciones en C++ entonces es claro que the_number sigue valiendo 0, porque cuando usas una función, estas de verdad creando una copia y es a esa copia a la que estas añadiendole 3.

Si quieres crear una función que de verdad tome a un entero y le sume 3 a ESE entero, entonces podemos hacer que reciba el parámetro por referencia:

• Evitar generar copias a lo estupido:

Encontre este texto en internet y no pude evitar compartirlo:

"You live in a house on a street in a town somewhere. I want to visit you to give you something.

I have two choices - you can tell me your address, and I'll come to you, or you can bring your house on the back of a huge truck to me. One of these is obviously ridiculous."

O en español:

" Tu vives es una casa, en una calle cualquiera en algún pueblo. Supón que te quiero visitar para darte algo.

Tienes dos opciones - me puedes decir tu dirección y yo ire contigo o puedes traer tu casa en un camión enorme hasta mi. Una de ellas es obviamente ridícula. "
[3]

Veamos otro ejemplo, supongamos esta función:

```
int sumTheFirstTwoElements(vector<int> numbers) {
   int result = numbers[0] + numbers[1];
   return result;
}
```

Ahora, a diferencia del ejemplo de arriba no importa si es que **numbers** es el vector en si o una copia, pero si es que estamos generando una copia entonces estamos haciendo nuestro código mucho mas lento sin razón.

Ahora, podemos solucionar esto de manera muy sencilla como:

```
int sumTheFirstTwoElements(vector<int>& numbers) {
   int result = numbers[0] + numbers[1];
   return result;
}
```

Ahora, si tienes miedo de pasar cosas por referencias por el miedo a que la función modifique tu argumentos entonces podemos hacer algo tan sencillo como:

```
int sumTheFirstTwoElements(const vector<int>& numbers) {
   int result = numbers[0] + numbers[1];
   return result;
}
```

References vs Pointer: Referencias vs Punteros

■ Te evita problemas con nullptr / NULL:

Ve la siguiente función:

```
int foo(bar* b1, bar* b2) {
    return b1->calculate(b1->get());
}
```

Ahora, nada evita que pueda llamar a la función con algo como:

Y el compilador no te dira nada, pero si hago algo como lo siguiente puedo solucionar el problema:

```
int foo2(const bar& b1, const bar& b2) {
    return b1.calculate(b1.get());
}
```

Entonces el compilador se va a enojar con nosotros si es que escribimos algo como:

• El código con referencias es mucho mas sencillo que con los punteros:

Por ejemplo, estos dos códigos son mas o menos equivalentes, pero a que no adivinas cual es mas claro:

```
void swap(int &a, int &b) {
    int tmp {a};
    a = b;
    b = tmp;
}

void swap(int *a, int *b) {
    int tmp = *a;
    *a = *b;
    *b = tmp;
}
```

• No puedes hacer aritmetica de punteros con las referencias:

Es decir, no puedes hacer cosas como *(a+1)

■ No puedes re-asignar una referencia.

Una gran diferencia es que una referencia no se puede re asignar, por eso es que los punteros son una idea perfecta para implementar estructuras de datos como listas enlazadas, árboles, etc . . .

• No puedes tener referencias a referencias

Puedes tener punteros a punteros pero las referencias solo tienen un nivel de indirección, por lo tanto es un error crear una referencia de referencias.

3.8. Funciones

Una función es un conjunto de instrucciones (statements) que podemos llamar desde cualquier parte de nuestro programa y que opcionalmente puede tener algunos parámetros y de igual manera podemos regresar un valor desde nuestras funciones.

Una función en C++ son practicamente iguales que en los demás lenguajes, veamos su sintaxis.

```
returnType nameOfFunction(argType1 name1, argType1 name2, ...) {
  body
}
```

Por ejemplo:

```
int doubleIt(int number) {
    return number * 2;
}
```

Es decir, primero va el tipo de dato que regresará nuestra función, después el nombre que le daremos y finalmente entre paréntesis una lista de parámetros con el nombre que le daremos y el tipo de dato de dichos parámetros.

Además desde C++ 11 hay otra forma de declarar funciones:

```
auto nameOfFunction(argType1 name1, ...) -> returnType {
   body
}
```

Ambas son exactamente igual.

```
auto doubleIt(int number) -> int {
    return number * 2;
}
```

3.8.1. Lambdas

Una lambda es un concepto bastante conocido en otros lenguajes, podemos definirlo como la una función que puede ser tratada como cualquier otro objecto en el lenguaje.

Las Lambdas son un nombre bonito para funciones anónimas, en esencia son una forma fácil de escribir funciones en el lugar lógico que deberían estar.

Esta diseñadas para ser usadas como callbacks o para poder pasar una función como parámetro a otra función.

Su sintaxis es algo como:

```
[capture list] (parameter list) -> returnType { body };
```

Donde:

• capture list es una lista de valores que deben ser visibles dentro de la lambda y si deberían tomarlos por valor o por referencia.

Estos seran copiados o se creara una refencia a ellos en el momento en que se declara.

Puedes decirle al compilador que capture lo que sea necesario por:

- valor con: [=](...) { body }
- referencia con: [&](...) { body }
- mezcla por ejemplo: [&, i](...) { body } i que es por valor. para decir todo por referencia, excepto
- parameter list funciona igual que una lista de parametros de una función.

Por ejemplo para ordenar de reversa un vector podemos hacer algo como:

```
std::sort(v.begin(), v.end(), [](int a, int b) { return a > b; });
```

Veamos otro ejemplo:

```
int var = 1;
auto someFunction = [var] () {
    cout << "Hello from lambda, value is " << var << endl;
};

someFunction(); // output: 1
var = 4;

someFunction(); // output: 1</pre>
```

Y un último:

```
int var = 1;
auto someFunction = [&var] () {
    cout << "Hello from lambda, value is " << var << endl;
};
someFunction(); // output: 1
var = 4;
someFunction(); // output: 4</pre>
```

También es importante saber que las lambdas no son de tipo std::function sino que pueden ser asignadas a una, pero en el fondo son syntactic sugar para objectos, functors.

Además su rendimiento es muy bueno, porque al se objecto el compilador puede optimizar muchas veces mas el código que si hubieramos usado una función de toda la vida.

Lambdas como functors / classes

Puedes pensar en las lambdas como en clases, y no te preocupes si no entiendes esta sección ahora, puedes saltarla si quieres.

La lista de valores capturados son como los elementos de una clase es decir si tenemos algo como esto:

```
[&total, offset](int element) {
   total += element + offset;
};
```

Podriamos verlo como si estuvieramos haciendo algo como:

```
class lambda {
    private:
        int& total;
        int offset;
    public:
        lambda(int& _total, int _offset) :
            total{_total}, offset{_offset} {}

        void operator() (int element) const {
            total += element + offset;
        }
};
```

[5]

3.8.2. Recursion

3.8.3. Templates

3.9. La entrada / salida en C++

Containers: Contenedores de la STD

- 4.1. std::vector
- 4.1.1. std::array
- 4.2. std::string
- 4.3. std::map
- 4.4. std::set

No lo hagas tu todo desde cero: std::algorithms

Cosas Avanzadas de C++

6.1. Enums

- 6.2. Tipos de datos definidos por nosotros
- 6.3. const
- 6.4. constexpr

6.5. Pointers: Apuntadores

No me pondre ahora a explicar en gran medida el concepto de punteros, primero que nada porque es un concepto de gran importancia, así que si algo de lo que digo no te queda completamente claro, no te preocupes. No es fácil entenderlos la primera vez.

Los punteros son como su nombre lo indica variables que "apuntan" a un espacio en memoria. Además recordemos que toda variable en C++ es un fragmento de la memoria, y por lo tanto tiene una dirección donde dicha variable esta guardada en memoria.

Si quieres obtener la dirección de memoria de una variable basta con hacer algo como:

```
int someNumber {3};

// Give us the direction of someNumber
&someNumber;
```

Los punteros son variables capaces y diseñadas para guardar y manipular dichas direcciones. Ahora, como sabes, un int y un long long no ocupan el mismo espacio en memoria por lo tanto para cada tipo de dato en C++ tenemos un tipo de puntero.

```
int someNumber {3};
int* somePointerToAnInt = &someNumber;

string someText {"Hi};
string* somePointerToAnString = &someText;

double someDecimal {2.123};
double* somePointerToAnDouble = &someDecimal;
```

Ahora, ¿Porqué deberia importarme esto?

Veamos esta función:

```
void doubleIt(int number) {
   number = 2 * number;
}
```

Ahora si hago algo como esto:

¿Como puedo expresar la idea de que quiero crear uan función que no copie mi variable sino que trabaje sobre la misma variable, que quiero editar la verdadera variable, esto se hace por dos cosas:

Para poder hacer una

6.6. Lifetime: La mejor característica de C++ : }

Se le pregunto a varios grandes programadores de C++ cual era su característica más importante y casi por unanimidad dijeron:

}

Y no, no estoy bromeando, este símbolo no es solo para decirle al compilador que se acaba de terminar el scope actual (es decir, que se acabo la función o el bucle o la condicional o la clase, etc...) sino que es justo en este momento y solo en este momento cuando C++ limpia toda la basura.

Por ejemplo dados estos códigos:

```
int do_work() {
   auto x = ...;
}
...
class shape {
   container points;
}
```

Es justo cuando el compilador ve } que se da la orden de limpiar, en ese momento es cuando se destruye la variable x o cuando destruyes a un objecto de tipo shape automaticamente se destruye el contenedor de puntos.

En otras palabras porque las reglas de C++ sobre el scope de las variables y objectos te da una manera determinista y segura de finalizar weas.

Es una forma automática y segura de liberar recursos cuando ya no los estoy usando.

En otras palabras, la vida o lifetime de un objecto esta atada a su scope . Y como me gusta decirlo: Todo el C++ es la responsabilidad de alguien.

O en inglés: Everything is owned by someone.

[2]

6.7. &&

6.8. Move Semantics: Semanticas de Movimiento

En los viejos tiempo de C++ (y una de las razones por las que mucha gente cree que el lenguaje es muy complejo) es porque la gente se preguntaba lo siguiente:

Si tu me dijiste que C++ por defecto manera que sus variables son valores entonces tendrás que hacer un monton de cosas para evitar andar creando objectos (que a veces pueden ser enorme como una colección por ejemplo) temporales y luego copiando toda su información, eso suena a algo muy costoso

Y debido a eso C++ 11 introdujo algo que se conoce como move semantics y esto es la idea de que si tienes una cosa muy compleja o muy enorme y tu la mueves (como por ejemplo los valores que te regresa una función) entonces C++ no simplemente la copia toda completa sino que toma ownership o responsabilidad de sus entrañas (generalmente asignando un par de punteros) y deja ir al otro (ahora vacío) objecto listo para desaparecer.

[2]

6.9. Si quieres un programa rápido: Verdaderos arrays

6.10. for (auto x : v) $\mathbf{v}\mathbf{s}$ for (auto& x : v) $\mathbf{v}\mathbf{s}$ for (auto&& x : v)

Parte III

Ideas de las Ciencias de la Computación

La Complejidad

- 7.1. Cotas y Notaciones
- 7.1.1. Big O Notation: Notación de O grande

Optimización

- 8.1. Límites de Tiempo de Ejecución
- 8.2. Límites de Memoria

Problemas NP

Parte IV Estructuras de Datos

Arrays

Stacks LIFO: Pilas

Queue FIFO: Colas

Linked Lists: Listas Enlazadas

Una implementación mas o

Binary Trees: Arboles Binarios

- 14.1. BTS: Arboles de Búsqueda
- 14.2. AVL RedBlackTree: Arboles Autobalanceables
- 14.3. Trie

Heaps

Hash Tables

Parte V Algoritmos Generales

Search: Búsquedas

- 17.1. Linear Search: Búsqueda Lineal
- 17.2. Binary Search: Búsqueda Binaria
- 17.3. Ternary Search: Búsqueda Ternaria
- 17.4. Upper Bound
- 17.5. Lower Bound

Sorting: Ordenamiento por Comparaciones

- 18.1. Bubble Sort
- 18.2. Selection Sort
- 18.3. Merge Sort
- 18.4. Quick Sort

Sorting: Ordenamiento NO por Comparaciones

19.1. Bucket Sort

Parte VI

Programación es solo matemáticas aplicadas

Binary: Explotando el Binario

- 20.1. Bits
- 20.1.1. Manejo de Bits
- 20.1.2. Operaciones con Bits
- 20.2. Conversiones entre Sistemas
- 20.3. Binary Exponentiation: Exponenciacion Binaria
- 20.4. Binary Multiplication: Multiplicación Binaria

Roots: Encontrar Raíces de ecuaciones

21.1. Newton - Ranphson

Teoría de Números

- 22.1. Divisibilidad
- **22.1.1.** Euclides
- 22.2. Modulos
- 22.3. Fibonacci
- 22.4. Números de Catalán
- 22.5. Primos y Factores
- 22.5.1. Eratosthenes Sieve: Criba de Eratóstenes
- 22.5.2. Prime Factorization: Factorización
- 22.5.3. Divisores
- 22.5.4. Euler Totient: La Phi de Euler

Probabilidad

23.1. Inclusión Exclusión

Geometría

Parte VII Técnicas de Solución

Ad-Hoc

Recursividad y BackTracking

Divide and Conquer: Divide y Vencerás

Greedy

Programación Dinámica

Parte VIII
Grafos y Flujos

Grafos y Gráficas

- 30.1. Representaciones
- 30.2. BFS: Breadth-first Search
- 30.3. DFS: Depth-first Search
- 30.4. Dijsktra: Camino más cercano

Bibliografía

- [1] Competitive Programming 3, Halim and Halim, 2013.
- [2] Build Conference: Modern C++ what you need to know Herb Sutter, 2014.
- [3] https://www.quora.com/What-is-your-best-description-of-pointers-in-C-C++-programming Graham Cox, 2017.
- [4] https://www.quora.com/What-is-your-best-description-of-pointers-in-C-C++-programming Graham Cox, 2017.
- [5] https://shaharmike.com/cpp/lambdas-and-functions/