

PROYECTO COMPILANDO CONOCIMIENTO

ECUACIONES DIFERENCIALES

La Transformada de Laplace

Introducción

AUTOR:

Rosas Hernandez Oscar Andres

Índice general

1. La Transformada de Laplace	2
1.1. Definición	3
1.1.1. Ejemplo	3
1.1.2. Ejemplo	3

Capítulo 1

La Transformada de Laplace

1.1. Definición

Dada una función $f(t)$ definida para toda $t \geq 0$ la transformada de Laplace de f es la función $F(s)$ definida de la siguiente manera:

$$L\{f(t)\} = F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt \quad (1.1)$$

en todos los valores de s para los cuales la Integral Impropia converge. Recuerda que una Integral Impropia:

$$\int_0^{\infty} g(t) dt = \lim_{b \rightarrow \infty} \int_a^b g(t) dt$$

1.1.1. Ejemplo

Calcule la Transformada de Laplace cuando $f(t) = 1$

$$\begin{aligned} L\{1\} = F(s) &= \int_0^{\infty} e^{-st} 1 dt \\ &= \lim_{b \rightarrow \infty} \int_0^b e^{-st} dt \\ &= \lim_{b \rightarrow \infty} \left. \frac{e^{-st}}{-s} \right|_0^b \\ &= \lim_{b \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{s} - \frac{e^{-sb}}{s} \right] \\ &= \frac{1}{s} \end{aligned}$$

1.1.2. Ejemplo

Calcule la Transformada de Laplace cuando $f(t) = e^{at}$

$$\begin{aligned}L\{1\} = F(s) &= \int_0^{\infty} e^{-st} \cdot e^{at} dt \\&= \lim_{b \rightarrow \infty} \int_0^b e^{-st+at} dt \\&= \lim_{b \rightarrow \infty} \int_0^b e^{-(s-a)t} dt \\&= \lim_{b \rightarrow \infty} \frac{e^{-(s-a)t}}{-(s-a)} \Big|_0^b \\&= \lim_{b \rightarrow \infty} \left[\frac{e^{-(s-a)b}}{-(s-a)} - \frac{e^{-(s-a)0}}{-(s-a)} \right] \\&= \frac{1}{s-a}\end{aligned}$$

Bibliografía

- [1] ProbRob
Youtube.com