Eliminación Gaussiana

$$\begin{aligned} 2x &+ y &- z &= 8 \quad (a)\\ -3x &- y &+ 2z &= -11 \quad (b)\\ -2x &+ y &+ 2z &= -3 \end{aligned}$$

Tres operaciones.

(1) Multiplicar cada ecuación por una constante

(2) Sumar una ecuación con otra, y se reemplaza.

$(a) \rightarrow (a) + 2(b)$

(3) Pivoteo, intercambiar el orden de las ecuaciones

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -3 & -1 & 2 \\ -2 & +1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ -11 \\ -3 \end{bmatrix}$$

Convertir en matriz triangular → convertir en matriz diagonal.

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & -1 & 8 \\ -3 & -1 & 2 & -11 \\ -2 & +1 & 2 & -3 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} a_{00} & a_{01} & a_{02} & b_0 \\ 0 & a_{11} & a_{12} & b_1 \\ 0 & 0 & a_{20} & b_2 \end{array}\right]$$

matriz triangular

$$\rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & c_0 \\ 0 & 1 & 0 & c_1 \\ 0 & 0 & 1 & c_2 \end{array}\right]$$

← la solución

Matriz diagonal

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{aligned} x &= c_0 \\ y &= c_1 \\ z &= c_2 \end{aligned}$$

$$(1)\begin{bmatrix}2 & 1 & -1 & 8\\ -3 & -1 & 2 & -11\\ -2 & 1 & 2 & -3\end{bmatrix}\xrightarrow{(3)=(1)+(3)}\begin{bmatrix}2 & 1 & -1 & 8\\ -3 & -1 & 2 & -11\\ 0 & 2 & 1 & 5\end{bmatrix}$$

$$(2)=\frac{3}{2}(1)+(2)\rightarrow\begin{bmatrix}2 & 1 & -1 & 8\\ 0 & 1/2 & 1/2 & 1\\ 0 & 2 & 1 & 5\end{bmatrix}\xrightarrow{(3)=-4(1)+(3)}\begin{bmatrix}2 & 1 & -1 & 8\\ 0 & 1/2 & 1/2 & 1\\ 0 & 0 & -1 & 1\end{bmatrix}$$

$$-\frac{A[1,0]}{A[0,0]}A[0]+A[1]$$

triangular

Diagonalizar

$$\ldots\rightarrow\begin{bmatrix}2 & 0 & 0 & 4\\ 0 & 1/2 & 0 & 3/2\\ 0 & 0 & -1 & 1\end{bmatrix}\xrightarrow[\times 2]{\times 1/2}\xrightarrow{*1}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 2\\ 0 & 1 & 0 & 3\\ 0 & 0 & 1 & -1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\\ 3\\ -1\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{matrix}x=2\\ y=3\\ z=1\end{matrix}$$