

Sistemas Digitais

1º Ano de Engenharia Informática



Trabalho Prático n.º 5

Somadores

Grupo

Diogo António Costa Medeiros n.º 70633

☐

_____ n.º _____

☐

_____ n.º _____

☐

Turma 5

Objectivos

- Investigar as propriedades lógicas do **meio-somador** e do **somador completo**
- Construir um somador completo usando meio-somadores
- Usar lógica discreta para implementar o meio-somador e o somador completo

Referências

- TAUB, Herbert, “Circuitos Digitais e Microprocessadores”, McGraw–Hill
- Texas Instruments online [<http://www.ti.com/>]

Material

- Placa RH21
- CI 74LS08 — AND
- CI 74LS32 — OR
- CI 74LS86 — XOR

Introdução

A aritmética digital é uma necessidade fundamental a que os circuitos lógicos digitais dão resposta. As computações aritméticas como adição, subtracção, multiplicação, divisão, etc., podem ser implementadas num sistema digital pela combinação de portas lógicas diversas.

São usados três circuitos digitais básicos para executar as operações aritméticas: porta XOR (somador sem *carry*¹), meio-somador (*half adder* – HA) e somador completo (*full adder* – FA).

Aritmética Binária

O sistema de numeração binário é básico para qualquer sistema digital; assim, qualquer operação aritmética executada num circuito digital deve utilizar números binários. Considere a adição de dois dígitos binários, *A* e *B*. Existem quatro regras para a adição binária:

$$\begin{aligned}A = 0, B = 0: 0 + 0 &= 0 \\A = 0, B = 1: 0 + 1 &= 1 \\A = 1, B = 0: 1 + 0 &= 1 \\A = 1, B = 1: 1 + 1 &= 10 \quad (\text{isto é: } 0, \text{ e } \textit{carry } 1)\end{aligned}$$

A partir destas regras é imediato que da soma de dois dígitos binários resultam dois dígitos: o dígito da soma (*sum*) e o dígito de *carry*. Estas conclusões podem ser expostas pela tabela de verdade apresentada na página seguinte.

¹ Isto é, “transporte” — usualmente designado por “e vai um”.

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>Carry</i>	<i>Sum</i>
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

Tabela 1. Adição de dois dígitos binários.

Agora, considere a adição de 5_{10} e 7_{10} na forma binária:

Decimal:	Binário:	
1	1 1 1	<i>Carries</i>
5_{10}	1 0 1	<i>A</i>
$+ 7_{10}$	$+ 1 1 1$	<i>B</i>
12_{10}	1 1 0 0	<i>Sum</i>

Figura 1. Adição de dois números em binário.

Na coluna mais à direita, $1 + 1 = 0$ e o *carry* é 1. O *carry* é colocado no cimo da segunda coluna, a qual é assim $1 + 0 + 1 = 0$ e o *carry* é 1. Este *carry* é colocado sobre a terceira coluna, que é agora $1 + 1 + 1 = 1$ e *carry* = 1. A última coluna é então $1 + 0 + 0 = 1$. Deste exemplo é claro que, **em geral, a adição de dois números binários requer a adição de três dígitos binários**: os dígitos das duas parcelas e (eventualmente) o *carry* da soma parcial anterior.

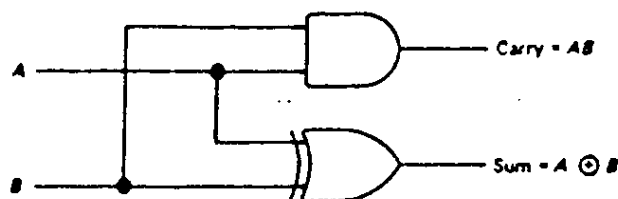
<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>Carry</i>	<i>Sum</i>
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

Tabela 2. Adição de três dígitos binários.

Meio-somador

Da inspeção da tabela 1 é fácil de ver que o circuito lógico da **soma** é equivalente à **porta XOR**, já conhecida. É também evidente que o **carry** corresponde à porta **AND**.

O meio-somador (ao lado) é um circuito lógico com duas entradas (*A* e *B*) e duas saídas (*Sum* e *Carry*), que executam a operação correspondente à tabela 1.

Figura 2. Meio-somador (*half adder*).

Os meio-somadores podem, como é óbvio, ser construídos de outras maneiras.

Para evitar o trabalho de repetir o desenho das portas envolvidas, o meio-somador é geralmente considerado como um elemento lógico fundamental, cujo símbolo se apresenta na figura 3:



Figura 3. Símbolo do meio-somador (*half adder*).

1. Implemente o circuito meio-somador da figura 2 e complete a tabela de verdade.

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>Carry</i>	<i>Sum</i>
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

Somador completo

O somador completo (*full adder*) é um circuito lógico com três entradas (*A*, *B* e *C*) e duas saídas (*Sum* e *Carry*), que trabalha segundo a tabela 2. Este somador completo pode ser usado como bloco fundamental da adição de dois números binários com qualquer número de bits.

A maneira mais simples de construir um somador completo é usar dois meio-somadores com uma porta OR nos *carries*, como mostrado na figura 4.

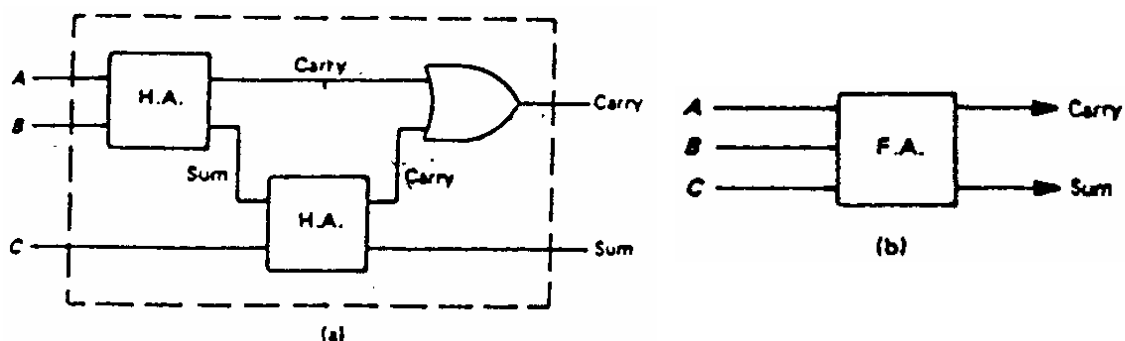
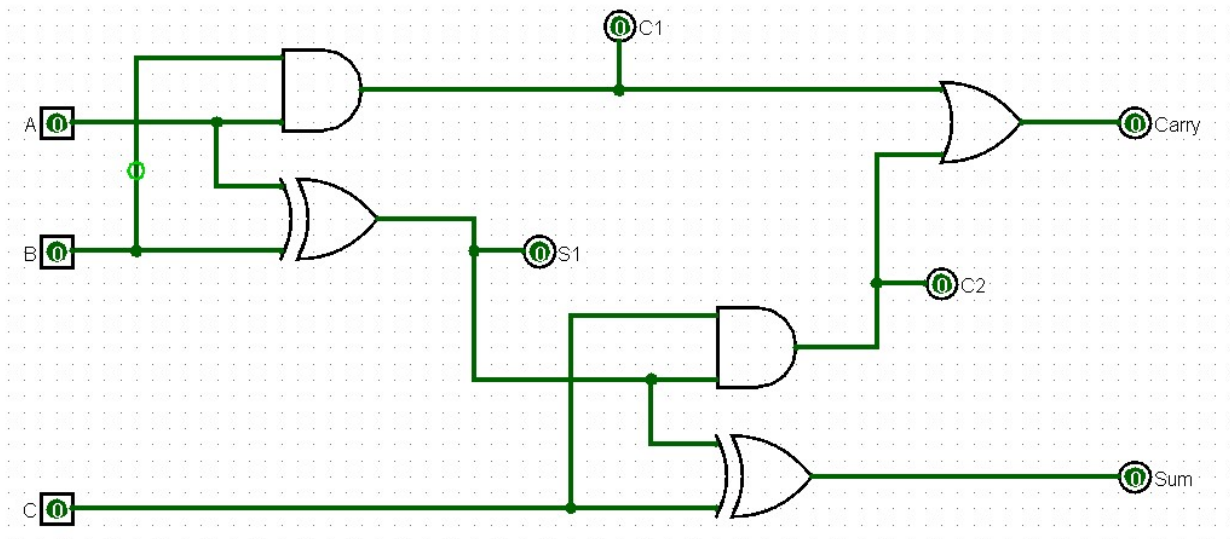


Figura 4. (a) Diagrama de blocos do somador completo (b) Símbolo lógico.

O somador completo é o circuito lógico fundamental incorporado nos computadores digitais para executar funções aritméticas.

2.1. Apresente o esquema lógico correspondente à figura 4.(a), explicitando as portas lógicas constituintes.



2.2. Implemente o circuito somador (alínea anterior) e complete a tabela de verdade

A	B	C	C1	S1	C2	Carry	Sum
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	0	0	1
0	1	1	0	1	1	1	0
1	0	0	0	1	0	0	1
1	0	1	0	1	1	1	0
1	1	0	1	0	0	1	0
1	1	1	1	0	0	1	1

Nota: C1, S1 e C2 são, respectivamente, o carry e a soma do primeiro bloco meio-somador, e o carry do segundo bloco meio-somador do circuito do ponto 2.1.

Questionário

1. Projecte um **somador completo** usando mapas de Karnaugh. Apresente o circuito lógico.
2. Usando blocos **somador completo**, projecte um circuito digital que faça a soma de duas palavras binárias de quatro bits.
3. Projecte um circuito lógico que apresente o resultado da soma de dois números binários de quatro bits em displays de sete segmentos.

Questionário

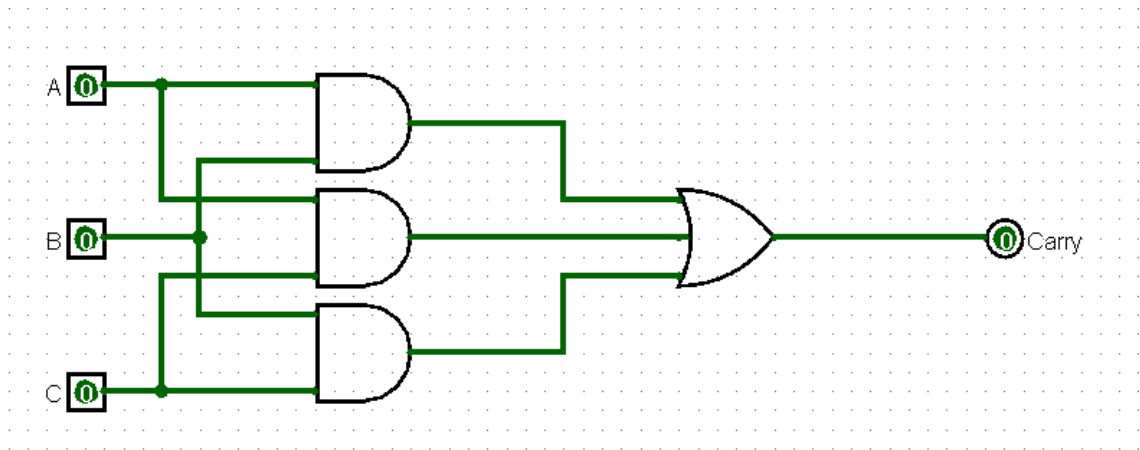
Exercício 1

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>C1</i>	<i>S1</i>	<i>C2</i>	<i>Carry</i>	<i>Sum</i>
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	0	0	1
0	1	1	0	1	1	1	0
1	0	0	0	1	0	0	1
1	0	1	0	1	1	1	0
1	1	0	1	0	0	1	0
1	1	1	1	0	0	1	1

Mintermos (Carry)

		BC			
		00	01	11	10
A	0			1	
	1		1	1	1

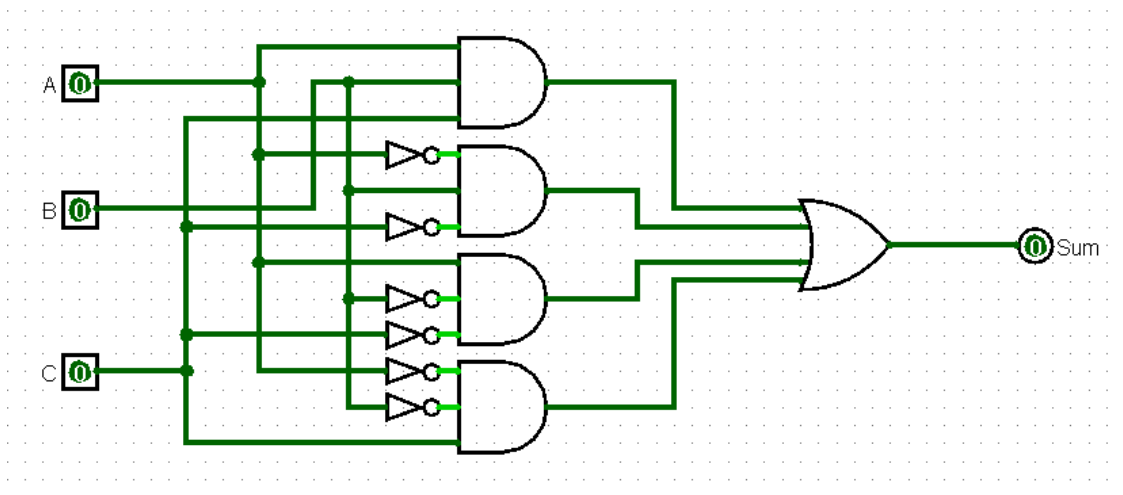
$$\text{Carry} = AB + AC + BC$$



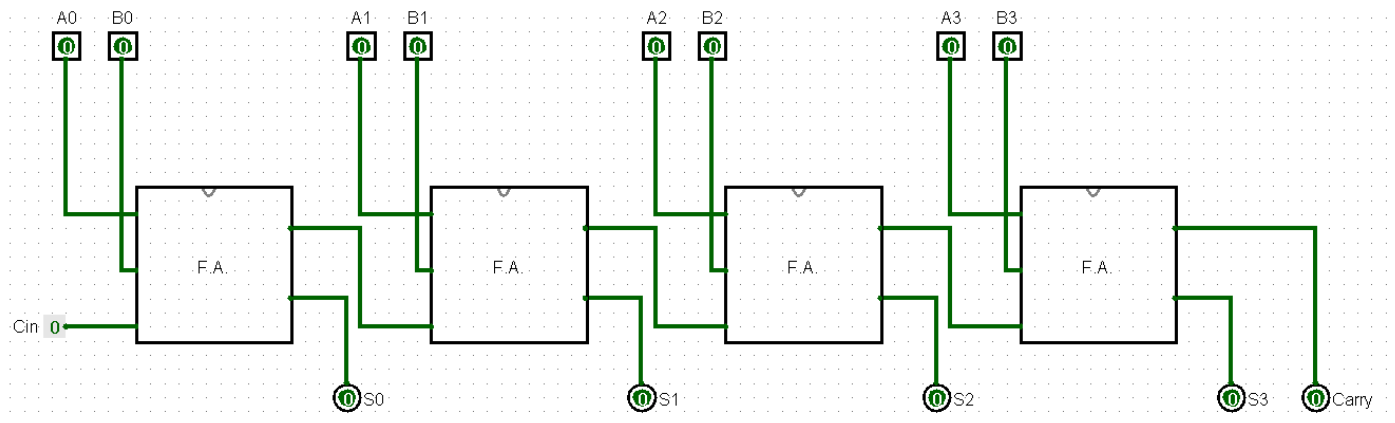
Minterms (Sum)

BC		00	01	11	10
A	0		1		1
	1	1		1	

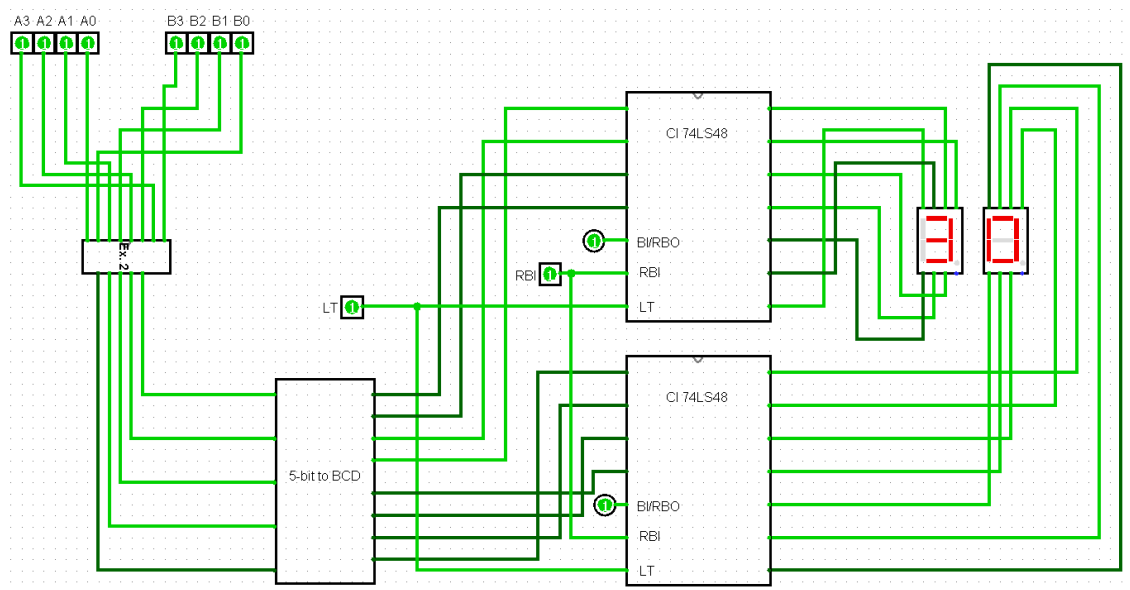
$$\text{Sum} = \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\overline{C} + ABC$$



Exercício 2



Exercício 3



Nota: Todos os circuitos lógicos aqui presentes estão disponíveis no ficheiro “P5.circ”.