Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro
Departamento de Engenharias

Sistemas Digitais

1º Ano de Engenharia Informática

Trabalho Prático n.º 2

Álgebra de Boole

Grupo

Diogo António Costa Medeiros n.º 70633

______ n.º ______

______ n.º ______

Turma 5

Objectivos

- Verificar com medições algumas leis e teoremas da **Álgebra Booleana**
- Usar as leis e teoremas para simplificar expressões booleanas

Referências

- TAUB, Herbert, "Circuitos Digitais e Microprocessadores", McGraw–Hill
- Texas Instruments online [http://www.ti.com/]

Material

- Placa RH21
- Circuito Integrado (CI) 74LS04 — inversor (NOT)
- Circuito Integrado (CI) 74LS08 — AND, duas entradas
- Circuito Integrado (CI) 74LS11 — AND, três entradas
- Circuito Integrado (CI) 74LS32 — OR, duas entradas

1. Leis fundamentais da Álgebra Booleana

As leis fundamentais da Álgebra Booleana são importantes como meio para a avaliação e simplificação de expressões booleanas, e formam a base a partir da qual surgem outros teoremas.

1.1 Leis comutativas

As duas leis comutativas (ao lado) afirmam simplesmente que a **ordem** da **adição ou multiplicação lógicas** não é importante.

$$\boldsymbol{A + B = B + A}$$
$$\boldsymbol{A \cdot B = B \cdot A}$$

1.2 Leis associativas

As duas leis associativas (ao lado, exemplo para três variáveis) oferecem a possibilidade de **agrupar termos** da adição ou da multiplicação lógicas de qualquer forma.

$$\boldsymbol{A + (B + C) = (A + B) + C}$$
$$\boldsymbol{A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C}$$

1.3 Lei distributiva

A lei distributiva possibilita a **expansão por multiplicação termo-a-termo**. De modo inverso, também permite a **factorização de uma expressão** (vulgo. "pôr em evidência"). Ao contrário da Álgebra tradicional, na Álgebra Booleana também existe a distributividade da adição em relação à multiplicação (página seguinte).

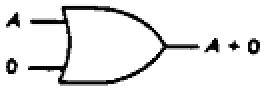
$$A \cdot (B + C) = (A \cdot B) + (A \cdot C)$$
$$A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$$

As oito leis que se seguem, agrupadas em quatro pares, são diferentes da Álgebra usual e formam a coluna vertebral da Álgebra Booleana. Cada par tem as operações **AND** (multiplicação lógica) e **OR** (adição lógica), e cada lei pode ser facilmente visualizada em termos de **portas lógicas**.

1.4 Operações com 0

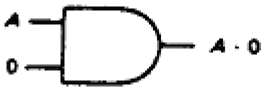
Preencha as tabelas de verdade apresentadas em baixo com os **valores lógicos** obtidos experimentalmente e conclua quanto à **regra geral** (à esquerda).

$A + 0 =$ A



A	$A + 0$
0	0
1	1

$A \cdot 0 =$ 0

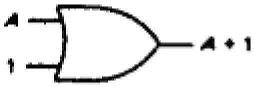


A	$A \cdot 0$
0	0
1	0

1.5 Operações com 1

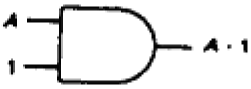
Preencha as tabelas de verdade apresentadas em baixo com os **valores lógicos** obtidos experimentalmente e conclua quanto à **regra geral** (à esquerda).

$A + 1 =$ 1



A	$A + 1$
0	1
1	1

$A \cdot 1 =$ A

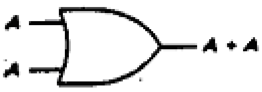


A	$A \cdot 1$
0	0
1	1

1.6 Operações duma variável com ela própria

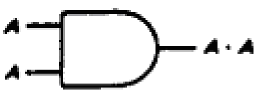
Preencha as tabelas de verdade apresentadas em baixo com os **valores lógicos** obtidos experimentalmente e conclua quanto à **regra geral** (à esquerda).

$A + A =$ A



A	$A + A$
0	0
1	1

$A \cdot A =$ A

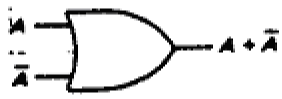


A	$A \cdot A$
0	0
1	1

1.7 Operações duma variável com o seu complemento

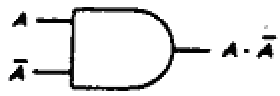
Preencha as tabelas de verdade apresentadas em baixo com os **valores lógicos** obtidos experimentalmente e conclua quanto à **regra geral** (à esquerda).

$A+\overline{A} = \underline{\ 1\ }$



A	$A+\overline{A}$
0	1
1	1

$A.\overline{A} = \underline{\ 0\ }$



A	$A.\overline{A}$
0	0
1	0

1.8 Elementos neutros e elementos absorventes

Preencha a tabela seguinte com as conclusões que se podem tirar dos pontos anteriores.

	Adição lógica (OR)	**Multiplicação lógica (AND)**
Elemento Neutro:	0	1
Elemento Absorvente:	1	0

2. Teoremas Booleanos

As leis básicas da Álgebra Booleana que se seguem podem ser usadas para obter um sem-número de teoremas úteis:

$$\overline{\overline{A}} = A$$

$$A + AB = A \qquad AB + \overline{A}C = (A+C)(\overline{A}+B)$$

$$A.(A + B) = A \qquad (A+B)(\overline{A}+C) = AC + \overline{A}B$$

$$A+\overline{A}B = A+B \qquad AB+\overline{A}C+BC = AB+\overline{A}C$$

$$A.(\overline{A}+B) = AB \qquad (A+B)(\overline{A}+C)(B+C) = (A+B)(\overline{A}+C)$$

$$AB+A\overline{B} = A \qquad \overline{A.B} = \overline{A}+\overline{B}$$

$$(A+B).(A+\overline{B}) = A \qquad \overline{A+B} = \overline{A}.\overline{B}$$

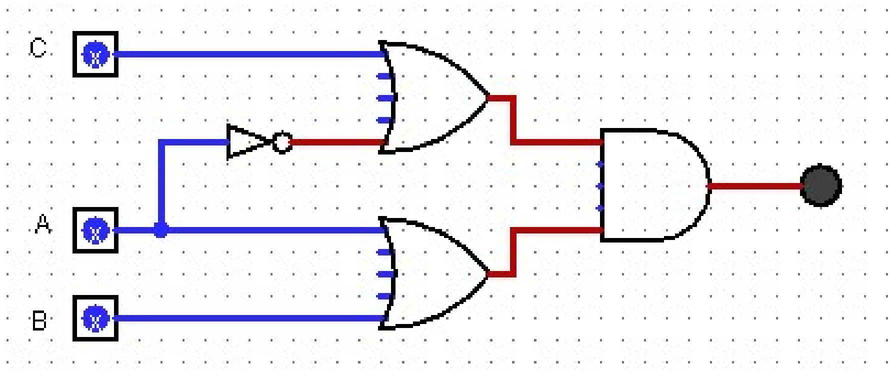
O último par de teoremas (coluna da direita), devido a **DeMorgan**, são expressões paras as portas **NAND** ($\overline{A.B}$) e **NOR** ($\overline{A+B}$). Estes dois teoremas devem ser memorizados, pois são muito úteis na simplificação de expressões contendo complementos.

2.1 Desenhe o circuito lógico para $(A+B)(\overline{A}+C)$:

A

B

C

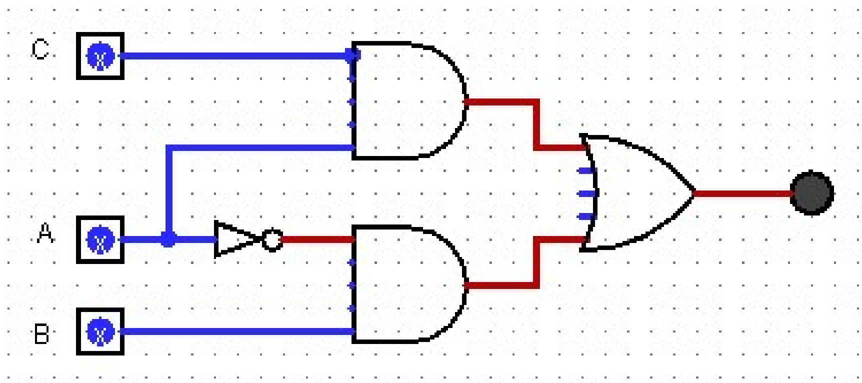


2.2 Desenhe o circuito lógico para $AC+\overline{A}B$:

A

B

C



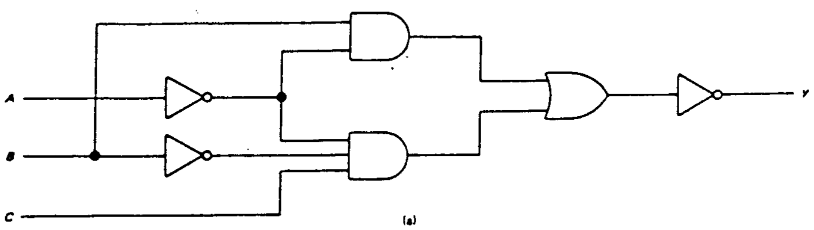
2.3 Verifique, **por indução** (**prática**), o teorema $(A+B)(\overline{A}+C)=AC+\overline{A}B$. Para tal **implemente o circuito lógico** correspondente ao primeiro membro, aplique nas entradas os valores lógicos apresentados na tabela de verdade em baixo e registe os valores de saída na mesma tabela. Proceda de igual modo para o segundo membro da igualdade.

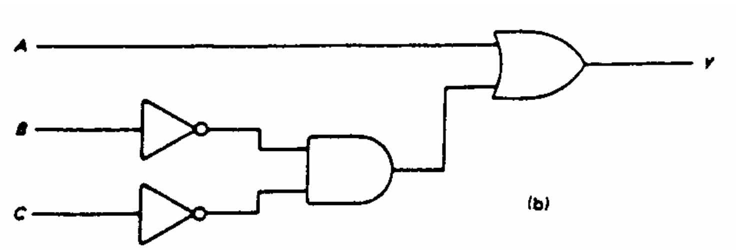
A	0	0	0	0	1	1	1	1
B	0	0	1	1	0	0	1	1
C	0	1	0	1	0	1	0	1
$(A+B)(\overline{A}+C)$	0	0	1	1	0	1	0	1
$AC+\overline{A}B$	0	0	1	1	0	1	0	1

2.4 Use a **indução** (**teórica**) para provar o teorema $AB = A(\overline{A} + B)$. **Não implemente** os circuitos — sirva-se apenas da seguinte **tabela**:

A	B	$\overline{A}$	AB	$\overline{A}+B$	$A(\overline{A}+B)$
0	0	1	0	1	0
1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	0
1	1	0	1	1	1

2.5 Use a **indução** (**prática**), **implementando os circuitos**, para verificar a equivalência dos dois circuitos lógicos apresentados a seguir:





A	0	0	0	0	1	1	1	1
B	0	0	1	1	0	0	1	1
C	0	1	0	1	0	1	0	1
a)	1	0	0	0	1	1	1	1
b)	1	0	0	0	1	1	1	1