

سؤال) فرض کنید A و B دو ماتریس $n \times n$ باشند که $AB=BA$ و همچنین nullspace این دو برابر است.

تشان دهید اگر v یک بردار ویژه برای A و مقدار ویژه متناظر λ باشد، Bv نیز یک بردار ویژه برای A و مقدار ویژه متناظر λ خواهد بود.

جواب) داریم $Av = \lambda v$ بابت به فرض مسئله

$$ABv = BA v = B \lambda v = \lambda Bv$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{A(Bv) = \lambda(Bv)}$$

همچنین می‌ایم $Av = \lambda v \neq 0$ بنابر این $v \notin \text{Null } A$

و بابت به فرض مسئله که $\text{Null } A = \text{Null } B$ — $v \notin \text{Null } B$

بنابر این Bv یک بردار ویژه برای A و مقدار ویژه متناظر λ خواهد بود.