

سوال : ماتریس A را قطری سازی عمودی کنید . (نیازی به نوشتن مقدار P^{-1} نیست .)

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -4 & 4 \\ -4 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & 9 \end{bmatrix}$$

جواب :

مقادیر ویژه ی A را به دست می آوریم :

$$\det(A - \lambda I) = 0 \rightarrow \lambda = 1, \lambda = 7, \lambda = 13$$

اکنون یک پایه از eigenspace هر مقدار ویژه را به دست می آوریم و آن را نرمال می کنیم :

$$\lambda = 1 : v1 = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow u1 = \begin{bmatrix} \frac{-2}{3} \\ \frac{-2}{3} \\ \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

$$\lambda = 7 : v2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow u2 = \begin{bmatrix} \frac{-1}{3} \\ \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

$$\lambda = 13 : v3 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow u3 = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} \\ \frac{3}{3} \\ \frac{-1}{3} \\ \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

در نهایت داریم :

$$P = [u1 \ u2 \ u3] = \begin{bmatrix} \frac{-2}{3} & \frac{-1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{-2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{-1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 13 \end{bmatrix},$$

$$A = PDP^{-1} \xrightarrow{P \text{ is square and it's columns are orthonormal}} A = PDP^T$$