

سوال:

فرض کنید که بردار های u_1, \dots, u_p و بردار w در فضای برداری V تعریف شده اند. نشان دهید بردار w ترکیب خطی از بردار های u_1, \dots, u_p می باشد، اگر و تنها اگر $[w]_\beta$ یک ترکیب خطی از بردار های $[u_1]_\beta, \dots, [u_p]_\beta$ باشد.

پاسخ:

بنا به تعریف ترکیب خطی می دانیم، w ترکیب خطی از بردار های u_1, \dots, u_p می باشد اگر و تنها اگر ضرایب c_1, \dots, c_p وجود داشته باشند به گونه ای که

$$w = c_1 u_1 + \dots + c_p u_p$$

از آن جایی که تبدیل مختصات، یک تبدیل خطی می باشد، بنابراین می توان بیان کرد

$$[w]_\beta = c_1 [u_1]_\beta + \dots + c_p [u_p]_\beta$$

از آن جایی که تبدیل مختصات، یک تبدیل یک به یک نیز می باشد، بنابراین از رابطه دوم هم به رابطه اول می توان رسید. بنابراین بردار w ترکیب خطی از بردار های u_1, \dots, u_p می باشد اگر و تنها اگر $[w]_\beta$ ترکیب خطی از بردار های $[u_1]_\beta, \dots, [u_p]_\beta$ باشد.