

سوال (اگر مجموعه $\{v_1, \dots, v_n\}$ یک مجموعه ارتگونیال باشد،

نشان دهید که مستقل خطی است.

جواب (فرض کنیم داریم $c_1 v_1 + \dots + c_n v_n = 0$

می دانیم که $v_i \cdot v_j = 0$ به ازای $i \neq j$ و $v_i \cdot v_i \neq 0$ ($1 \leq i \leq n$)

بنابراین برای هر $1 \leq i \leq n$ داریم:

$$v_i \cdot (c_1 v_1 + \dots + c_n v_n) = v_i \cdot 0 = 0$$

$$c_1 (v_i \cdot v_1) + \dots + c_n (v_i \cdot v_n) = 0$$

$$\rightarrow c_i (v_i \cdot v_i) = 0 \Rightarrow c_i = 0$$

به همین ترتیب برای تمام c_i ما اثبات می شود که $c_1 = c_2 = \dots = c_n = 0$

بنابراین مجموعه $\{v_1, \dots, v_n\}$ مستقل خطی می باشد.