

سوال)

درستی رابطه زیر را اثبات کنید

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{(da - cb)} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

پاسخ)

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$[A|I] = \begin{bmatrix} a & b & 1 & 0 \\ c & d & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} a & b & 1 & 0 \\ 0 & (da - cb)/a & -c/a & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} a & b & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -c/(da - cb) & a/(da - cb) \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} a & 0 & ad/(da - cb) & -ab/(da - cb) \\ 0 & 1 & -c/(da - cb) & a/(da - cb) \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & d/(da - cb) & -b/(da - cb) \\ 0 & 1 & -c/(da - cb) & a/(da - cb) \end{bmatrix} = [I|A^{-1}]$$

$$\rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} d/(da - cb) & -b/(da - cb) \\ -c/(da - cb) & a/(da - cb) \end{bmatrix} = \frac{1}{(da - cb)} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$