

سوال )

رابطه زیر را اثبات کنید

$$RREF([A \ I]) = [I \ A^{-1}]$$

پاسخ )

$E_i$  : Elementary – Matrices<sub>i</sub>

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \xrightarrow{R_3 \rightarrow -4R_1 + R_3}$$

$$EA = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g - 4a & h - 4b & i - 4c \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \xrightarrow{R_1 \leftrightarrow R_2}$$

$$EA = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d & e & f \\ a & b & c \\ g & h & i \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \xrightarrow{R_3 \rightarrow 4R_3}$$

$$EA = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ 4g & 4h & 4i \end{bmatrix}$$

$$E_p E_{p-1} \cdots E_2 E_1 A = I_n, \quad A^{-1} A = I_n$$

$$\rightarrow E_p E_{p-1} \cdots E_2 E_1 I_n = A^{-1}$$

و برای همین وقتی همزمان عملیات ردیفی برای کاهش یافته کردن روی  $A$  را روی  $I$  اعمال کنیم، به وارون ماتریس  $A$  می‌رسیم.