

سوال ۱) بردار b در فضای ستون A را از طریق حل

مصادر $A^T A \hat{x} = A^T b$ و $P = A \hat{x}$ بدست آورید.

الف) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

ب) $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \\ 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

جواب) با دنبال کردن الگوریتم حل داریم:

الف) $A^T b = \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix}$, $A^T A = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $\hat{x} = \begin{bmatrix} -\frac{42}{59} \\ \frac{22}{59} \end{bmatrix}$, $P = \begin{bmatrix} -\frac{42}{59} \\ \frac{61}{59} \\ \frac{22}{59} \end{bmatrix}$

ب) $A^T b = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$, $A^T A = \begin{bmatrix} 5 & -5 \\ -5 & 15 \end{bmatrix}$, $\hat{x} = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} \end{bmatrix}$, $P = \begin{bmatrix} \frac{2}{5} \\ \frac{2}{5} \\ \frac{1}{5} \end{bmatrix}$