

سوال:

عبارت زیر را اثبات کنید:

-هر صفحه در  $R^3$  که از مبدا می‌گذرد یک زیرفضا از  $R^3$  است.

پاسخ:

می‌دانیم که معادله هر صفحه گذرا از مبدا در  $R^3$  به صورت  $(*)$   $ax + by + cz = 0$  است که در آن  $a, b, c \in R$  هستند. پس هر صفحه  $P$  در این فضا را می‌توان به صورت زیر توصیف کرد:

$$P = \left\{ \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid ax + by + cz = 0 \right\}$$

حال معادله  $(*)$  را می‌توان به صورت  $Ax = 0$  نوشت. که  $A$  یک ماتریس  $1 * 3$  و  $x \in R^3$  است.

$$A = [a \quad b \quad c], \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \mathbf{0} = [0]$$

حال می‌توانیم صفحه را به صورت  $P = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 \mid A\mathbf{x} = \mathbf{0}\}$  بنویسیم که همان تعریف فضای پوچ ماتریس  $A$  است.

بنابراین صفحه  $P$  فضای پوچ یک ماتریس  $1 * 3$  است و از آنجایی که فضای پوچ یک ماتریس همواره یک زیرفضا است پس  $P$  نیز یک زیر فضا خواهد بود.