

سوال:

فرض کنید $T: V \rightarrow W$ یک تبدیل خطی از فضای برداری V به فضای برداری W می باشد. اثبات کنید که برد ($Range$) این تبدیل، زیرفضایی از فضای برداری W می باشد.

پاسخ:

از آنجایی که تبدیل خطی می باشد، می توان گفت $T(0_V) = 0_W$ می شود، بنابراین 0_W در برد این تبدیل قرار دارد. همچنین از آنجایی که $T(x) + T(y) = T(x + y)$ می باشد، می توان گفت که به ازای هر بردار $T(x)$ و $T(y)$ ، بردار $T(x) + T(y)$ نیز در برد این تبدیل قرار می گیرد. در آخر، در صورتی که c یک مقدار عددی دلخواه باشد، بنابراین به دلیل خطی بودن تبدیل T می توان بیان کرد که $cT(x) = T(cx)$ بنابراین به ازای هر بردار $T(x)$ ، بردار $cT(x)$ نیز در برد این تبدیل خواهد بود. بنابراین چون هر سه شرط زیرفضا بودن، اثبات شد، بنابراین برد این تبدیل خطی یک زیرفضا از فضای برداری W می باشد.