سوال:

فرض کنید A و B ماتریس هایی 4×4 باشند، به صورتی که $\det A = 3$ و $\det B = -2$ باشد. حال محاسبه کنید.

الف) $\det AB$

ب) $\det B^5$

ج) $\det(-2A)$

د) $\det A^T BA$

هـ) $\det B^{-1}AB$

پاسخ:

قضایای مورد استفاده:

$$\det AB = \det A \times \det B$$

$$\det cA_{n\times n} = c^n \det A_{n\times n} \qquad c \in \mathbb{R}$$

$$\det A^n = (\det A)^n$$

$$\det A^T = \det A$$

$$\det A^{-1} = (\det A)^{-1} = \frac{1}{\det A}$$

الف) $\det AB = \det A \times \det B = 3 \times (-2) = -6$

ب) $\det B^5 = (\det B)^5 = (-2)^5 = -32$

ج) $\det(-2A) = (-2)^4 \times \det A = 16 \times 3 = 48$

د) $\det A^T BA = (\det A^T)(\det B)(\det A) = (\det A)(\det B)(\det A) =$
$3 \times -2 \times 3 = -18$

هـ) $\det B^{-1}AB = (\det B^{-1})(\det A)(\det B) = \frac{(\det A)(\det B)}{(\det B)} = \det A = 3$