سوال ۶) فرض کنید که ماتریس $A = \frac{1}{9}\begin{bmatrix} 7 & -2 & 0 \\ -2 & 6 & 2 \\ 0 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ دارای مقادیر ویژه ۱، $\frac{2}{3}$ و $\frac{1}{3}$ باشد.

اگر بردار های ویژه متناظر نیز به ترتیب $v_1 = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ ، $v_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ و $v_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}$ باشد.

یک راه حل کلی برای معادله $x_{k+1} = A x_k$ درصورتی که $x_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 11 \\ -2 \end{bmatrix}$ باشد بدست آورید.

جواب) با کاهش ردیفی ماتریس $[v_1\ v_2\ v_3\ x_0]$ ، x_0 را به عنوان ترکیبی خطی از v_1، v_2 و v_3 بدست می آوریم ← $x_0 = 2v_1 + 1v_2 + 3v_3$

از آن جایی‌که ۱، $\frac{2}{3}$ و $\frac{1}{3}$ مقادیر ویژه هستند، جواب کلی به صورت زیر است:

$$x_k = 2.(1)^k v_1 + 1.\left(\frac{2}{3}\right)^k v_2 + 3.\left(\frac{1}{3}\right)^k v_3$$

$$= 2\begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} + \left(\frac{2}{3}\right)^k \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} + 3.\left(\frac{1}{3}\right)^k \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}$$