

سوال: فرض کنید  $W$  زیر فضایی از  $\mathbb{R}^3$  است که به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$W = \left\{ \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid 5x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \right\}$$

حال ماتریس  $1 \times 3$  ای به نام  $A$  را به گونه ای بیابید که  $W = \text{null}(A)$ .

سپس نشان دهید که  $W$  زیر فضایی از  $\mathbb{R}^3$  است.

پاسخ:

- می‌توانیم معادله  $5x_1 - 2x_2 + x_3 = 0$  را به صورت زیر بنویسیم:

$$\begin{bmatrix} 5 & -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = 0$$

حال اگر  $A = \begin{bmatrix} 5 & -2 & 1 \end{bmatrix}$  قرار دهیم، آنگاه معادله به فرم  $Ax = 0$  خواهد شد و می‌توانیم  $W$  را به فرم زیر بنویسیم:

$$W = \{ x \in \mathbb{R}^3 \mid Ax = 0 \}$$

که همان تعریف فضای پوچ ماتریس  $A$  است.

همچنین بر طبق تئوری-2 کتاب درسی میدانیم فضای پوچ یک ماتریس  $m \times n$  زیر فضایی از  $\mathbb{R}^n$  است.