

سوال: به ماتریس مربعی  $A$  به طوریکه  $A^t A = I$  باشد، ماتریس *orthogonal* گفته می‌شود. فرض کنید  $V$  فضای برداری همه ماتریس های حقیقی  $2 \times 2$  باشد و مجموعه زیر را در نظر بگیرید:

$$W := \{ A \in V \mid A \text{ is an orthogonal matrix} \}$$

مشخص کنید که آیا  $W$  یک زیرفضا از  $V$  است یا خیر.

پاسخ:

روش اول:

ماتریس  $O$  را که ماتریس صفر  $2 \times 2$  است را در نظر بگیرید، می‌دانیم که این ماتریس در فضای  $V$  قرار دارد، از آنجا که  $O^T O = O \neq I$  این ماتریس عضوی از  $W$  نیست، بنابراین  $W$  زیرفضایی از  $V$  نیست.

روش دوم:

می‌توانید نشان دهید که  $W$  تحت عمل ضرب بسته نیست:

$I^t I = I \rightarrow I \in W, 2I$  is scalar product of  $I$  and  $2I \notin W$  because:

$$(2I)^T (2I) = 4I \neq I$$