

تاریخ مبنای مائری ها و جبر خطی - سری سوم ۹۹،۷،۲۶ به نام او

۱- بدون محاسبه، شرح دهید چرا در میان مائری زیر صفر است.

$$\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & 0 & 0 & 0 \\ d_1 & d_2 & 0 & 0 & 0 \\ e_1 & e_2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{سطح ۱})$$

۲- با مبنای از مائری ها  $2 \times 2$  نشان دهید نزدی ندارد  $\det(A+B)$  برابر  $\det(A) + \det(B)$  باشد. (سطح ۱)

۳- اگر  $A$  یک مائری  $n \times n$  باشد، ثابت کنید با اضافه کردن مضری از یک سطر (یا ستون) به سطر (ستون) دیگر، در تعیین تغییر نمی کند. (سطح ۱)

۴- فرض کنید  $A \in M_n(\mathbb{C})$  یک مائری هرسی باشد. نشان دهید  $\det A$  عدد حقیقی است. (سطح ۱)

۵- فرض کنید  $A \in M_n(\mathbb{R})$  مائری پادمتقارن باشد و  $n$  عدد فرد باشد. نشان دهید  $\det A = 0$ . (سطح ۱)

۶- فرض کنید  $A, B \in M_4(\mathbb{R})$  و  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$  ستون ها  $A$  و  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$  و  $\beta$  ستون ها  $B$  باشند:

$$A = (\alpha_1 | \alpha_2 | \alpha_3 | \alpha_4) \quad B = (\alpha_1 | \alpha_2 | \alpha_3 | \beta)$$

اگر  $\det A = 5$  و  $\det B = -1$ ، مصدب است  $\det(A+B)$ . (سلیح ۲)

۷- شما به حال چند شرط معادله معکوس پذیر نبودن یک ماتریس را یاد گرفته اید.  
 به کمک یکی از آنها که مناسب است ثابت کنید  $A \in M_n(F)$  معکوس پذیر نیست  
 اگر و تنها اگر  $\det A = 0$ . (سلیح ۲)

۸- فرض کنید  $A$  یک ماتریس  $m \times m$  و  $B$  یک ماتریس  $n \times m$  باشد.  
 ثابت کنید

$$\det \begin{bmatrix} A & 0 \\ B & I_n \end{bmatrix} = \det A$$

(سلیح ۲)

۹- فرض کنید  $A \in M_n(\mathbb{R})$  ماتریس باشد. رابطه ها آن از او ۱- تشکیل  
 می‌دهد. ثابت کنید  $2^{n-1}$  عادی کند  $\det A$  را. (سلیح ۳)