

فرض کنید مجموعه $\left\{v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ x \\ 1 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2x \end{bmatrix}, v_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -x \\ 3x+1 \end{bmatrix}\right\}$ مستقل خطی است، آنگاه مقادیر ممکن برای x را بدست آورید.

پاسخ:

از آنجا که این مجموعه مستقل خطی است پس دترمینان $V = [v_1 \ v_2 \ v_3]$ صفر نخواهد بود، داریم:

$$\det V \neq 0$$

حول سطر اول بسط می دهیم:

$$\det(v) = \begin{vmatrix} 1 & -x \\ 2x & 3x+1 \end{vmatrix} = 2x^2 + 3x + 1 \neq 0 \rightarrow = (2x+1)(x+1) \neq 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq -\frac{1}{2} \end{cases}$$

پس به ازای هر مقدار از x به غیر $-\frac{1}{2}, -1$ این مجموعه مستقل خطی خواهد بود.