

سؤال ۱) فرض کنید که $V = \{v_1, \dots, v_n\}$ یک مجموعه مستقل خطی در R^n باشد

اثبات کنید که V حتماً یک پایه برای R^n باشد

الحمد لله

جواب ۱) اگر V یک ماتریس $n \times n$ فرض کنیم، با توجه به مستقل خطی بودن
فضای ستونی V ، ستون‌های آن فضای R^n را span می‌کنند. (چون رتبه برابر n دارند)
و با توجه به فرض مجموعه بردارهای v_1, \dots, v_n مستقل خطی اند.

بنابراین این $\{v_1, \dots, v_n\}$ ، R^n را span می‌کند. مستقل خطی نیز است پس می‌توان

نتیجه گرفت یک پایه برای R^n باشد.