

سوال :

نشان دهید دترمینان معکوس یک ماتریس معکوس پذیر ، برابر است با معکوس دترمینان آن ماتریس . به عبارتی دیگر اگر A یک ماتریس معکوس پذیر باشد ثابت کنید :

$$\det(A^{-1}) = \frac{1}{\det(A)}$$

پاسخ : می دانیم که چون این ماتریس معکوس پذیر است بنابراین می توان گفت این ماتریس هم خودش و هم معکوسش مربعی است . همچنین طبق تئوری 6 فصل 3 کتاب درسی می دانیم که اگر دو ماتریس A و B مربعی باشند آنگاه دترمینان ضرب دو ماتریس برابر است با ضرب دترمینان ماتریس اول در دترمینان ماتریس دوم . بنابراین :

$$\det(AA^{-1}) = \det(A) \times \det(A^{-1})$$

همچنین می دانیم که ضرب یک ماتریس در معکوس خودش برابر است با ماتریس همانی I . بنابراین :

$$\det(AA^{-1}) = \det(I) = 1 \rightarrow \det(A) \times \det(A^{-1}) = 1 \rightarrow$$

$$\det(A^{-1}) = \frac{1}{\det(A)}$$