

به نام او

تمرینات ماتریس و جبر خطی - کلاس - ۱۸، ۱۲، ۹۵

۱- ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \\ -5 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ را در نظر بگیرید.

الف) درمیان A را از دو روش مختلف محاسبه کنید.

ب) $\text{adj} A$ و A^{-1} (در صورت وجود) را محاسبه کنید.

۲- با استفاده از تئورم کرامر جواب دستگاه $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ را بیابید.

۳- چندجهانگر مشخصه A را محاسبه کنید.

(سج ۱)

۲- فرض کنید $A \in M_n(F)$. نشان دهید

الف) $\text{adj}(A^t) = (\text{adj} A)^t$.

ب) اگر A معکوس نپذیرد، آنگاه $(\text{adj} A^{-1}) = (\text{adj} A)^{-1}$.

ج) اگر A معکوس نپذیرد، آنگاه $\text{adj} A$ نیز معکوس نپذیرد.

(سج ۱)

۳- فرض کنید $A \in M_2(\mathbb{R})$ به طوری که $\det A = 0$ ، $\text{tr} A = 4$. چندجهانگر مشخصه

و مقادیر ویژه A را تعیین کنید. (سج ۱)

۴- فرض کنید $A \in M_4(\mathbb{R})$. $\text{adj}(3A)$ چه مضربی از $\text{adj} A$ است؟ (سج ۱)

۵- فرض کنید $A \in M_5(\mathbb{R})$ با درجه مرتبه ۵. ثابت کنید A ولایت پذیر نیست.

(سج ۲)

۶- ثابت کنید هر ماتریس $A \in M_n(\mathbb{R})$ را می توان به صورت حاصل جمع دو ماتریس متقوس پذیر نوشت. (ساخت ۲)

۷- فرض کنید A و B عضو $M_n(\mathbb{R})$ باشند و A متقوس پذیر باشد.
نشان دهید حداکثر n عدد حقیقی t وجود دارد که $tA+B$ متقوس پذیر باشد. (ساخت ۳)

۸- فرض کنید X یک ماتریس $m \times m$ ، Y یک ماتریس $m \times n$ باشد.
نشان دهید

$$\det \begin{bmatrix} X & Y \\ 0 & I_n \end{bmatrix} = \det X.$$

(ساخت ۲)