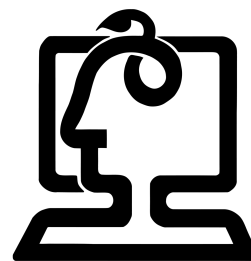




دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

به نام یزدان پاک



دانشکده مهندسی کامپیوتر

جبر خطی کاربردی

دکتر امیرمزلقانی

نیم سال دوم ۰۱ - ۰۰

تمرینات سری پنجم - فصل
ششم و هفتم

پاسخ تمرین‌ها را به صورت خوانا و تمیز در قالب `HW?_Name_StudentNumber` (به عنوان مثال، `HW5_BardiaArdakanian_9831072`) نوشته و تا قبل از ددلاین در سامانه کورسز دانشگاه آپلود نمایید. در صورت وجود هرگونه ابهام، با ایمیل `ala.spring2022@gmail.com` در ارتباط باشید.

بخش تئوری

۱- ماتریس فرم مربعی عبارات زیر را پیدا کنید. (آسان)

الف) $x_1^2 + x_2^2 + 10x_1x_2$

ب) $9x_1^2 + 7x_2^2 + 11x_3^2 - 8x_1x_2 + 8x_1x_3$

۲- الف) ماتریس $B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 16 & 4 & -6 \\ -16 & 4 & 10 \end{bmatrix}$ را قطری سازی کنید به طوری که $B = PDP^{-1}$. همچنین صحت پاسخ خود را بررسی کنید. (متوسط)

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 2 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ب) ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ را قطری سازی عمودی کنید به طوری که $A = PDP^{-1} = PDP^T$. (متوسط)

۳- تجزیه SVD ماتریس $\begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 6 & -2 \\ 6 & -2 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -2 \end{bmatrix}$ را بدست آورید. (آسان)

۴- فرض کنید $y = \begin{bmatrix} 7 \\ 9 \end{bmatrix}$ و $u_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{10}} \\ \frac{3}{\sqrt{10}} \end{bmatrix}$ و $W = \text{span}\{u_1\}$. مقدار $\text{proj}_W y, (UU^T)y$ را حساب کنید. (سخت)

۵- فرض کنید ماتریس A یک ماتریس متقارن مثبت معین باشد. نشان دهید یک ماتریس متقارن مثبت معین مانند B وجود دارد که $B^2 = A$. (متوسط)

۶ (امتیازی)- تجزیه طیفی ($\text{spectral decomposition}$) ماتریس $A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & -1 \\ -2 & 6 & -1 \\ -1 & -1 & 5 \end{bmatrix}$ را بدست آورید.