

سوال :

فرض کنید A و B و C سه ماتریس مربعی قابل قطری سازی متعامد (orthogonally diagonalizable) باشند و همچنین می دانیم که $ABC = CBA$. ثابت کنید ماتریس ABC نیز یک ماتریس قابل قطری سازی متعامد (orthogonally diagonalizable) می باشد.

پاسخ :

طبق تئوری 2 فصل 7 کتاب درسی می دانیم که یک ماتریس مربعی، orthogonally diagonalizable می باشد اگر و فقط اگر این ماتریس متقارن باشد. بنابراین هر 3 ماتریس A و B و C متقارن می باشند.

اکنون از فرض $ABC = CBA$ استفاده می کنیم :

$$\begin{array}{l} ABC = CBA \rightarrow (ABC)^T = (CBA)^T \\ (CBA)^T = A^T B^T C^T \\ \xrightarrow{\text{مقارن } A, B, C \text{ هستند}} A^T = A, B^T = B, C^T = C \end{array} \quad \Rightarrow \quad (ABC)^T = ABC$$

دوباره طبق تئوری 2 فصل 7 کتاب درسی، از آنجایی که نشان دادیم ABC یک ماتریس متقارن است می توانیم نتیجه بگیریم که ABC یک ماتریس قابل قطری سازی متعامد (orthogonally diagonalizable) می باشد.