

سوال:

فرض کنید ماتریس  $A$ ، ماتریس افزوده یک دستگاه معادلات خطی باشد. که در آن  $a$  یک عدد حقیقی است.

مشخص کنید به ازای چه مقادیری از  $a$ ، دستگاه جواب خواهد داشت.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & -2 & a^2 \\ -1 & -7 & -11 & a \end{bmatrix}$$

پاسخ:

عملیات سطری را بر روی  $A$  به صورت زیر اعمال می کنیم:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & -2 & a^2 \\ -1 & -7 & -11 & a \end{bmatrix} \xrightarrow{\substack{R_2 - 2R_1 \\ R_3 + R_1}} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & -5 & -8 & a^2 - 8 \\ 0 & -5 & -8 & a + 4 \end{bmatrix}$$
$$\xrightarrow{R_3 - R_2} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & -5 & -8 & a^2 - 8 \\ 0 & 0 & 0 & -a^2 + a + 12 \end{bmatrix}$$

ماتریس نهایی به فرم echolen درآمده است. حال طبق تئوری 1.2 کتاب درسی می دانیم

دستگاه تنها در صورتی جواب خواهد داشت که  $-a^2 + a + 12$  برابر 0 شود. داریم:

$$0 = -a^2 + a + 12 = -(a + 3)(a - 4)$$

بنابراین دستگاه به ازای مقادیر  $a = -3, 4$  جواب خواهد داشت.