

به نام او ..

تمرینات مابین ماتریس ها و جبر خطی - سری چهارم
(تمریناتی از درس جدید + تمرینات دوری از بحث هس مبنی)

۱- فرض کنید $A \in M_n(\mathbb{R})$ و $A^2 + I_n = 0$. ثابت کنید n عدد زوج است . (سطح ۱)

۲- فرض کنید $A \in M_n(F)$. ثابت کنید :

$$(الف) \quad \text{adj } A^t = (\text{adj } A)^t$$

(ب) اگر A وارانش پذیر باشد ، $\text{adj } A$ نیز وارانش پذیر است و $\text{adj } A^{-1} = (\text{adj } A)^{-1}$.

(ج) اگر A قطری باشد ، $\text{adj } A$ نیز قطری است . (سطح ۱)

۳- فرض کنید $A \in M_5(\mathbb{R})$. $\text{adj}(2A)$ چه مضرب از $\text{adj}(A)$ است ؟ (سطح ۱)

۴- ثابت کنید اگر A بالاشلی باشد ، آنگاه A^{-1} نیز بالاشلی است . (سطح ۲)

۵- λ را طوری تعیین کنید که دستگاه زیر فقط جواب منفرد داشته باشد : (سطح ۱)

$$\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

۶- فرض کنید A و B دو ماتریس باشند که $AB = I_m$ و $BA = I_n$. ثابت کنید

که $m = n$. (سطح ۲)

۷- با توجه به آنکه $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ماتریس 2×2 دارد ، ثابت کنید ماتریس

از $M_2(\mathbb{C})$ دو مقدار دترمینان دارد (زیر دترمینان) که حاصل جمع آنها $a+d$ است .

آیا می توانیم آن را به هر ماتریس $M_n(\mathbb{C})$ تعمیم دهیم ؟ (سطح ۲)