

سوال :

$$\text{ماتریس } A = \begin{bmatrix} -8 & -2 & -9 \\ 6 & 4 & 8 \\ 4 & 0 & 4 \end{bmatrix} \text{ را در نظر بگیرید.}$$

الف) بررسی کنید که آیا بردار $u = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ در فضای ستونی A (Col A) می باشد ؟

ب) بررسی کنید که آیا بردار $v = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ -4 \end{bmatrix}$ در فضای پوچ A (Nul A) می باشد ؟

پاسخ :

جواب الف) اگر دستگاه $[A \ u]$ سازگار باشد ، u در فضای ستونی A هست و اگر سازگار نباشد در فضای ستونی A نیست . پس این را بررسی می کنیم :

$$\begin{aligned} [A \ u] &= \begin{bmatrix} -8 & -2 & -9 & 2 \\ 6 & 4 & 8 & 1 \\ 4 & 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{4} & \frac{9}{8} & \frac{-1}{4} \\ 6 & 4 & 8 & 1 \\ 4 & 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{4} & \frac{9}{8} & \frac{-1}{4} \\ 0 & \frac{5}{2} & \frac{5}{4} & \frac{5}{2} \\ 4 & 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} \\ &\sim \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{4} & \frac{9}{8} & \frac{-1}{4} \\ 0 & \frac{5}{2} & \frac{5}{4} & \frac{5}{2} \\ 0 & -1 & \frac{-1}{2} & -1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{4} & \frac{9}{8} & \frac{-1}{4} \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & -1 & \frac{-1}{2} & -1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{4} & \frac{9}{8} & \frac{-1}{4} \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & \frac{-1}{2} \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

بنابراین چون سیستم سازگار شد ، در Col A می باشد .

جواب ب) باید ببینیم که آیا Av برابر بردار صفر می شود یا نه :

$$Av = \begin{bmatrix} -8 & -2 & -9 \\ 6 & 4 & 8 \\ 4 & 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \\ -4 \end{bmatrix}$$

می بینیم که صفر نشد پس در Nul A نمی باشد .