

به نام او

تمرینات مبتدی ماتریس ها و جبر خطی - سری اول

۱- ماتریس سود کو یک ماتریس 9×9 است که اعداد $1, 2, \dots, 9$ در هر سطر، در هر ستون و در هر بلیک 3×3 ظاهر شده اند. اگر S یک ماتریس سود کو باشد به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف) حاصل ضرب $S \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}_{4 \times 1}$ را بیابید.

ب) کدام اعمال سطری معادل ماتریس روی S ، مجدد آن یک ماتریس سود کو می دهد؟
(سطح ۱)

۲- برای $A \in M_4(\mathbb{R})$ داریم $0 = 3A^3 - A^2 + \frac{1}{4}A + I_4$. نشان دهید A یک ماتریس معکوس پذیر است. (سطح ۱)

۳- فرض کنید $A, B, C \in M_n(\mathbb{R})$. هر یک از گزاره های زیر را ثابت یا رد کنید:

الف) اگر $A^2 = A$ و $A \neq 0$ ، آن گاه A معکوس پذیر است.

ب) اگر $AB = AC$ و $A \neq 0$ ، آن گاه $B = C$.

ج) اگر A و B ماتریس های قطری باشند، آن گاه $AB = BA$.
(سطح ۱)

۴- ترازها ده هر ماتریس معکوس یک ماتریس معکوس است. آن را به دست آورید (یعنی P_{ij}^t, M_{ij}^t و A_{ij}^t را بر حسب ماتریس های معکوس بنویسید). (سطح ۱)

۵- فرض کنید $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ مفروضی از بردار (c, d) باشد. ثابت کنید (a, c) نیز مفروضی از (d, b) است. (ابتدا سعی کنید بدون مطالعه راهنمای زیر و با توجه به درس های "که تا به حال داشته ایم خودتان راهی برای این مسئله پیدا کنید. اگر به نتیجه نرسید، "راهنمای" زیر را مطالعه کنید :

را حل کنید : در جلسه اول کلاس از دو دیدگاه هندسی به جواب های یک دستگاه

$$\begin{cases} ax+by=m \\ cx+dy=n \end{cases}$$

دو معادله - دو مجهول نقطه کردیم . هر دو دیدگاه را برابر دستگاه

(با انتخاب مناسب m, n به کار برید .)

(سطح ۲)

۶- فرض کنید $A \in M_n(F)$ یک ماتریس بالامثلی باشد . ثابت کنید A هم از شرطی I_n است اگر و تنها اگر هیچ یک از درجه های روی قطر اصلی آن صفر نباشد .

(سطح ۲)

۷- فرض کنید $A, B, C \in M_n(F)$. ثابت کنید

(الف) اگر $A^*AB = 0$ ، آنگاه $AB = 0$;

(ب) اگر $A^*AB = A^*AC$ ، آنگاه $AB = AC$.

(سطح ۲)