



بسمه تعالی

طراحی الگوریتم ها
تمرین شماره دو



دانشجویان گرامی، ضمن آرزوی سلامتی برای شما و خانواده محترم

لطفاً با دقت موارد زیر را مطالعه کرده و در تهیه پاسخنامه نهایی تمرین رعایت فرمائید.

پاسخنامه تمرینات به صورت دست نویس، نهایتاً در قالب یک فایل pdf و در صورت نیاز به همراه تمامی ضمیمه ها (از جمله کدها، تصاویر، جداول و ...) باید ارسال گردد. تمامی موارد مورد نیاز برای ارسال را به صورت یک فایل فشرده با فرمت zip یا rar تهیه کرده و نام فایل را به صورت StudentNumber_HW2.zip (به عنوان مثال 9831055_HW2.zip) از طریق سامانه courses.aut.ac.ir در بازه زمانی تعیین شده ارسال نمائید.

در صورت نیاز به راهنمایی یا بروز هر گونه مشکلی می توانید از ایمیل AUTAlgorithmTA@gmail.com استفاده نمائید.

آخرین مهلت ارسال تمرین شماره یک تا ساعت ۸ روز شنبه ۲۷ فروردین می باشد.

در صورت تاخیر در ارسال پاسخنامه، به ازای هر ساعت تاخیر ۲٪ از نمره تمرین کسر خواهد شد.

هرگونه شباهت در کل یا بخشی از پاسخنامه ها فارغ از اینکه از چه منبعی تهیه شده باشند، به عنوان **عدم رعایت حق کپی رایت** لحاظ خواهد شد و نمره بین تمامی نسخه های مشابه تقسیم خواهد شد.

پاسخنامه نهایی باید به صورت شخصی و با بیان و ادبیات شخصی تهیه شده و منحصر بفرد باشد. لذا کلیه دانشجویانی که به صورت مشترک اقدام به حل مساله ها می نمایند و یا بخشی از پاسخ ها را از اینترنت یا سایر منابع تهیه می کنند، بعد از **فراگیری کامل راه حل، به صورت انفرادی اقدام به تهیه پاسخنامه نمایند.**

موفق باشید

سوالات تشریحی:

۱- کدامیک از الگوریتم های مرتب سازی پایدار (Stable) هستند؟ به همراه مثال برای هر مورد دلیل پایدار بودن الگوریتم را توضیح دهید. (Bubble Sort, Selection Sort, Insertion Sort, Merge Sort, Heap Sort, Quick Sort, Counting Sort, Radix Sort, Bucket Sort) (۲۰ امتیاز)

۲- بر روی آرایه زیر الگوریتم Quick Sort و Heap Sort را بصورت کامل انجام داده و مرحله به مرحله آن را نمایش دهید. چگونگی نمایش مراحل می تواند به صورت آرایه اعداد و یا درخت باشد. (۱۵ امتیاز)

3,2,11,9,37,1,8,11,9,21,5

→

۳- پیچیدگی زمانی و فضایی Counting Sort، Quick Sort و Heap Sort را محاسبه کرده و باهم مقایسه کنید. برای تمامی حالت های ممکن برای ورودی ها بررسی و مقایسه انجام شود. (۱۵ امتیاز)

۴- آیا می توان n عدد صحیح در بازه ۰ تا $n^2 - 1$ را در زمان $O(n)$ مرتب کرد. در صورت امکان روش انجام آن را بیان کنید. (۱۵ امتیاز)



بسمه تعالی

طراحی الگوریتم ها
تمرین شماره دو



- ۵- فرض کنید که $L = x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ فهرستی از n عدد حقیقی باشد که در آن ترتیب اعداد مشخص نیست. می گوییم عدد x در فهرست L "غالب" است، اگر اکیدا بیشتر از یک سوم اعداد در فهرست باشد. الگوریتمی برای پیدا کردن یک عضو غالب ارائه دهید که $\Theta(n)$ مقایسه انجام دهد. (۱۵ امتیاز)
- ۶- دو آرایه مرتب شده A و B به اندازه m و n داریم که عنصر مشترکی ندارند، می خواهیم الگوریتمی طراحی کنیم که میانه اجتماع این دو آرایه را بدست آوریم.
- الف) اگر $m = n$ ، الگوریتمی ارائه دهید که در زمان $\Theta(\log n)$ اجرا شود. (۱۰ امتیاز)
- ب) الگوریتمی ارائه دهید که در زمان $O(\log \min\{m, n\})$ برای هر m و n اجرا شود. (۱۰ امتیاز)
- ۷- اگر n عنصر نامرتب داشته باشیم با چه روشی می توان k عنصر بعد از median (میانه) را به صورت مرتب در خروجی نمایش داد؟ پیچیدگی زمانی الگوریتم را تحلیل کنید. (۱۵ امتیاز)
- ۸- تعدادی عملیات به اندازه n بر روی یک ساختمان داده انجام می شود. فرض کنید i -امین عملیات هزینه ای برابر i دارد اگر i توانی از ۲ باشد، در غیر این صورت هزینه آن یک می باشد. با استفاده از تمامی روش های مطرح شده در کلاس، هزینه سرشکن دنباله ای از این عملیاتها در ساختمان داده را برآورد کنید. (۱۵ امتیاز)
- ۹- هزینه سرشکن برای دنباله ای از عملیات های افزایش (increment) در یک شمارنده بیتی از $O(1)$ است. هزینه سرشکن را با فرض وجود عملیات هایی مانند صفر کردن شمارنده (reset) و کاهش شمارنده (decrement) تحلیل کنید. (۱۰ امتیاز)

تمرین عملی:

- ۱۰- پاسخ سوالات را در کوئرا بارگذاری نمائید. (کدهای نهایی باید به صورت شخصی و با بیان و ادبیات شخصی تهیه شده و منحصر بفرد باشد. لذا کلیه دانشجویانی که به صورت مشترک اقدام به حل مساله ها می نمایند و یا بخشی از پاسخها را از اینترنت یا سایر منابع تهیه می کنند، توجه داشته باشند که بعد از فراگیری کامل راه حل، به صورت انفرادی اقدام به تهیه کدها نمایند و به هیچ وجه عینا کپی ها استفاده نشود. کدها از نظر شباهت به صورت خودکار و دستی مورد ارزیابی قرار خواهند گرفت.)