

به نام خدا
تمرین سری چهارم

تاریخ ارسال : 99/3/2

تاریخ تحویل : 99/3/9

1- تمرین های خود را حتما از طریق Hws ارسال نمایید.

2- تمرین های تئوری و عملی را هر کدام جداگانه زیپ کرده و نام فایل خود را به صورت زیر تغییر دهید.

DS-982-firstname_lastname-name project

تمرین تئوری

مسئله ۱.

[16 نمره]

درج کلیدهای ۱۰ و ۲۲ و ۳۱ و ۴ و ۱۵ و ۲۸ و ۱۷ و ۸۸ و ۵۹ را به جدول درهم سازی با طول $m = ۱۱$ و تابع درهم سازی اولیه $h'(k)$ در نظر بگیرید.

الف) نتیجه درج این کلیدها را با استفاده از روش واریسی خطی (Linear Probing) نشان دهید.

از تابع زیر برای درهم سازی کلیدها استفاده کنید:

$$\begin{cases} h(k, i) = (h'(k) + i) \bmod m \\ h'(k) = k \end{cases}$$

ب) نتیجه درج این کلیدها را با استفاده از روش واریسی درجه دو (Quadratic Probing) نشان دهید.

از تابع زیر برای درهم سازی کلیدها استفاده کنید:

$$\begin{cases} h(k, i) = (h'(k) + c_1 i + c_2 i^2) \bmod m \\ h'(k) = k \\ c_1 = 1, c_2 = 3 \end{cases}$$

ج) نتیجه درج این کلیدها را با استفاده از روش زنجیره ای (chaining) نشان دهید.

از تابع زیر برای درهم سازی کلیدها استفاده کنید:

$$\begin{cases} h(k) = h'(k) \bmod m \\ h'(k) = k \end{cases}$$

د) نتیجه درج این کلیدها را با استفاده از روش درهم سازی دوگانه نشان دهید.

از تابع زیر برای درهم سازی کلیدها استفاده کنید:

$$\begin{cases} h(k, i) = (h_1(k) + ih_2(k)) \bmod m \\ h_1(k), h_2(k) = h'(k) \bmod m \\ h'(k) = k \end{cases}$$

مسئله ۲.

[10 نمره]

آرایه A از اعداد طبیعی داده شده است. می دانیم هر عدد طبیعی حداکثر ۱۰۰۰ بار در آرایه آمده است.

دو نوع کوثری داریم:

۱. کوثری نوع اول این است که برای هر دو عدد طبیعی n, r جایگاه r امین n در دنباله را بگوییم.

۲. کوثری نوع دوم این است که عضوی مانند i را در دنباله عوض کرده و j را قرار دهیم. (تضمین می شود این تغییر شرط اولیه آرایه را نگه می دارد).

با استفاده از درهم سازی داده ساختاری طراحی کنید جواب هر پرسش را در $O(1)$ بدهد.

مسئله ۳.

[8 نمره]

فرض کنید یک جدول درهم‌سازی با m خانه داریم که خانه‌های آن را با اندیس‌های $\{0, 1, \dots, m-1\}$ شماره گذاری کرده‌ایم. برای یافتن عنصر با کلید k در این جدول مطابق الگوریتم زیر عمل می‌کنیم.

۱. شمارنده‌های $x \leftarrow h(k)$ و $y \leftarrow 0$ را مقدار دهی کن.

۲. اگر کلید k در خانه x اُم جدول بود یا این خانه خالی بود جست‌وجو را متوقف کن.

۳. x و y را به شکل $y \leftarrow (y + 1) \bmod m$ و $x \leftarrow (x + y) \bmod m$ به‌روز کن و به مرحله‌ی ۲ برگرد.

(الف)

ثابت کنید الگوریتم فوق یک نوع واریسی درجه ۲ است.

(ب)

حال فرض کنید $m = 2^d$ که d یک عدد صحیح مثبت است. ثابت کنید الگوریتم فوق در بدترین حالت تمام خانه‌های جدول را واریسی می‌کند.

مسئله‌ی ۴.

[6 نمره]

فرض کنید که می‌خواهیم یک جدول درهم‌سازی باز و پویا را پیاده‌سازی کنیم. چرا ممکن است جدول را پر فرض کنیم در حالی که ضریب بار آن اکیداً کمتر از 1 است؟ به اختصار توضیح دهید که چگونه می‌توان در چنین جدولی عمل درج را انجام داد به طوری که میانگین هزینه سرشکن شده برای هر عمل درج $O(1)$ شود. چرا میانگین مقدار هزینه‌ی واقعی هر درج لزوماً برای هر عمل $O(1)$ نیست؟

تمرین عملی

[10 نمره]

رشته‌ی s متشکل از حروف کوچک انگلیسی به شما داده شده‌است، به چند طریق می‌توان ۲ زیررشته‌ی متفاوت از این رشته انتخاب کرد به نحوی که کاملاً برابر باشند.

لازم به ذکر است که زیررشته به معنی چند حرف متوالی از رشته اصلی است.

ورودی:

در تنها خط ورودی رشته s به شما داده می‌شود.

خروجی:

در تنها خط خروجی جواب مسئله را چاپ کنید.

محدودیت‌ها:

$$1 \leq |s| \leq 1000$$

ورودی و خروجی نمونه:

stdin	stdout
aaa	4

stdin	stdout
aabaab	10