



بسمه تعالی

طراحی الگوریتم ها
تمرین شماره یک



دانشجویان گرامی، ضمن آرزوی سلامتی برای شما و خانواده محترم

لطفا با دقت موارد زیر را مطالعه کرده و در تهیه پاسخنامه نهایی تمرین رعایت فرمائید.

پاسخنامه تمرینات به صورت دست نویس، نهایتا در قالب یک فایل pdf و در صورت نیاز به همراه تمامی ضمیمه ها (از جمله کدها، تصاویر، جداول و ...) باید ارسال گردد. تمامی موارد مورد نیاز برای ارسال را به صورت یک فایل فشرده با فرمت zip یا rar تهیه کرده و نام فایل را به صورت StudentNumber_HW1.zip (به عنوان مثال 9831055_HW1.zip) از طریق سامانه courses.aut.ac.ir در بازه زمانی تعیین شده ارسال نمائید.

در توصیف الگوریتم ها می توانید از هر زبان برنامه نویسی دلخواه همچون C، Java، Python و یا شبه کدها استفاده نمائید. اما توجه نمائید که در صورت استفاده از داده ساختارهای پیچیده مانند انواع درخت ها، یا انواع داده ای غیر پایه^۱ باید هزینه های مربوط به آنها نیز در تحلیل پیچیدگی الگوریتم در نظر گرفته شود.

در صورت نیاز به راهنمایی یا بروز هر گونه مشکلی می توانید از ایمیل AUTAlgorithmTA@gmail.com استفاده نمائید.

آخرین مهلت ارسال تمرین شماره یک تا ساعت ۸ روز شنبه ۱۴ اسفند می باشد.

در صورت تاخیر در ارسال پاسخنامه، به ازای هر ساعت تاخیر ۲٪ از نمره تمرین کسر خواهد شد.

هرگونه شباهت در کل یا بخشی از پاسخنامه ها فارغ از اینکه از چه منبعی تهیه شده باشند، به عنوان عدم رعایت حق کپی رایت لحاظ خواهد شد و نمره بین تمامی نسخه های مشابه تقسیم خواهد شد.

پاسخنامه نهایی باید به صورت شخصی و با بیان و ادبیات شخصی تهیه شده و منحصر بفرد باشد. لذا کلیه دانشجویانی که به صورت مشترک اقدام به حل مساله ها می نمایند و یا بخشی از پاسخ ها را از اینترنت یا سایر منابع تهیه می کنند، بعد از فراگیری کامل راه حل، به صورت انفرادی اقدام به تهیه پاسخنامه نمایند.

موفق باشید

سوالات تشریحی:

- ۱- هر کدام از معیارهای Big O, Big Omega, Theta در چه حالت هایی برای مقایسه دو یا چند الگوریتم مناسب می باشند؟ (۱۰ امتیاز)
- ۲- به نظر شما علاوه بر معیارهای گفته شده در سوال ۱، چه معیارهای دیگری نیز می توان تعریف کرد که پیچیدگی الگوریتم ها را با یکدیگر مقایسه نمایند؟ پیچیدگی مکانی (حافظه) در چه نوع مسائلی اهمیت دارد؟ (۱۰ امتیاز)
- ۳- برای حل یک مساله دو الگوریتم طراحی کرده ایم. زمان لازم برای اجرای الگوریتم اول بر روی یک کامپیوتر خاص متناسب با $9n^4 + 2n^2$ عمل جمع و برای الگوریتم دوم متناسب با $4n^2$ عمل ضرب است. اگر هر عمل ضرب ۵ برابر یک عمل جمع هزینه داشته باشد و الگوریتم اول مساله ای به اندازه ۱۰۰۰ را در واحد زمان حل کند، الگوریتم دوم در واحد زمان مساله ای به چه اندازه را حل خواهد کرد؟ (۱۰ امتیاز)

¹ Non-Primitive Data types



بسمه تعالی

طراحی الگوریتم ها
تمرین شماره یک



۴- برای هر کدام از مسائل زیر الگوریتم مناسب را پیشنهاد داده و پیچیدگی آن را برای حالت کلی، بهترین و بدترین حالت به صورت جداگانه تحلیل کنید.

a. پیدا کردن یک عدد خاص از بین لیستی از اعداد (۱۰ امتیاز)

b. پیدا کردن k امین عدد بزرگ در یک لیست (۱۰ امتیاز)

c. پیدا کردن k امین عدد پر تکرار در یک لیست (۱۰ امتیاز)

۵- درستی گزاره های زیر را مشخص کنید: (۲۰ امتیاز)

- a. $\lg n \in O(n)$
- b. $n \in O(n \lg n)$
- c. $n \lg n \in O(n^2)$
- d. $2^n \in \Omega(5^{\lg n})$

۶- روابط بازگشتی زیر را حل کنید. در تمامی موارد $T(n)$ برای $n < 4$ برابر مقدار ثابت 1 است: (۶۰ امتیاز) (هر آیت ۱۰ امتیاز)

- a. $T(n) = T(\sqrt{n}) + c$
- b. $T(n) = 2T(\sqrt{n}) + \lg n$
- c. $T(n) = 2T(\sqrt{n}) + \frac{\lg n}{\lg \lg n}$
- d. $T(n) = 3T\left(\frac{n}{3}\right) + \frac{n}{\lg n}$
- e. $T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + T\left(\frac{n}{4}\right) + T\left(\frac{n}{8}\right) + n$
- f. $T(n) = \sqrt{n}T(\sqrt{n}) + n$

۷- الگوریتمی هر ورودی مساله به اندازه n را به k بخش تقسیم می کند، زیرمساله ها به صورت بازگشتی حل می شوند. هزینه ادغام حاصل دو زیرمساله به صورت صحیح دارای هزینه خطی است. با ادامه ترکیب ها جواب نهایی مساله بدست می آید. پیچیدگی الگوریتم را تحلیل کنید. حالات و شرایط مختلف را شرح داده و بهترین هزینه را بدست آورید. (۱۵ امتیاز)

۸- دو آرایه مرتب شده از اعداد داریم (m, n عضو). بهینه ترین الگوریتم را برای پیدا کردن عنصر k ام در ترکیب مرتب شده این دو آرایه پیشنهاد کنید. الگوریتم را از نظر پیچیدگی زمانی و حافظه ای تحلیل کرده و بهینه بودن آن را اثبات کنید. (۱۵ امتیاز)

۹- الگوریتمی بهینه طراحی کنید که یک آرایه اولیه از اعداد صحیح را گرفته و تعداد زیرمجموعه هایی که "مجموع اعضای آن زیرمجموعه" در آرایه اولیه موجود باشد را بیابد. الگوریتم خود را تحلیل کنید. (از روش تقسیم و حل استفاده کنید). (۳۰ امتیاز)

تمرین عملی:

۱۰- لطفا ایمیل معتبری که با آن در کوئرا ثبت نام کرده اید را در سایت کورسز در محل مشخص شده ثبت نمایید. پاسخ سوالات را در کوئرا بارگذاری نمایید.