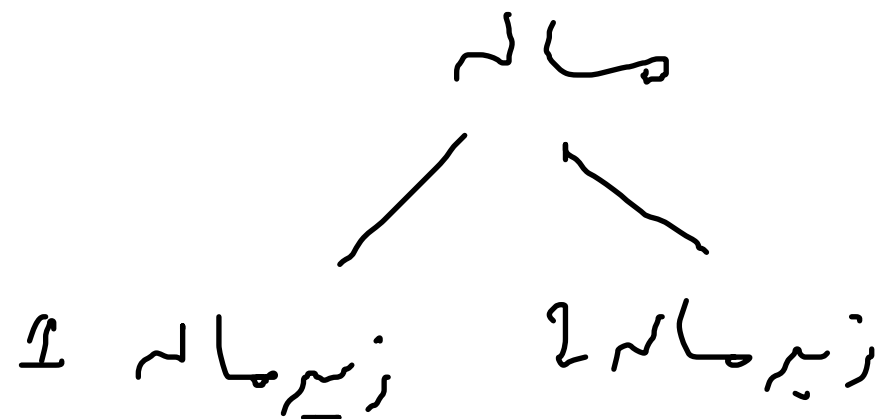


به نام خدا

برنامه نویسی پویا Dynamic programming



✓ مساله پراشترنگذار بهینه در مرتب حالتی ها

ماہم طولانی ترین زیر دہیالہ مشترک

longest common subsequence  
(LCS)

$\vec{a} : a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$

$\vec{b} : b_1, b_2, b_3, \dots, b_m$

$\vec{a} : 3, 5, 4, 2, 1$

$\vec{b} : 1, 5, 2, 4, 2$

5, 4, 2

یک زیر دہیالہ

مشترک  $\vec{a}, \vec{b}$

قبل از بررسی د.ا.ا، به تحلیل زمانی صافه

قبل مدبر دایریم : پیرانتزگذار بهینه

یک راه حل : هر پیرانتزگذار را می توان به بررسی کنیم

$$T(n) = \sum_{k=1}^{n-1} T(k) \times T(n-k)$$

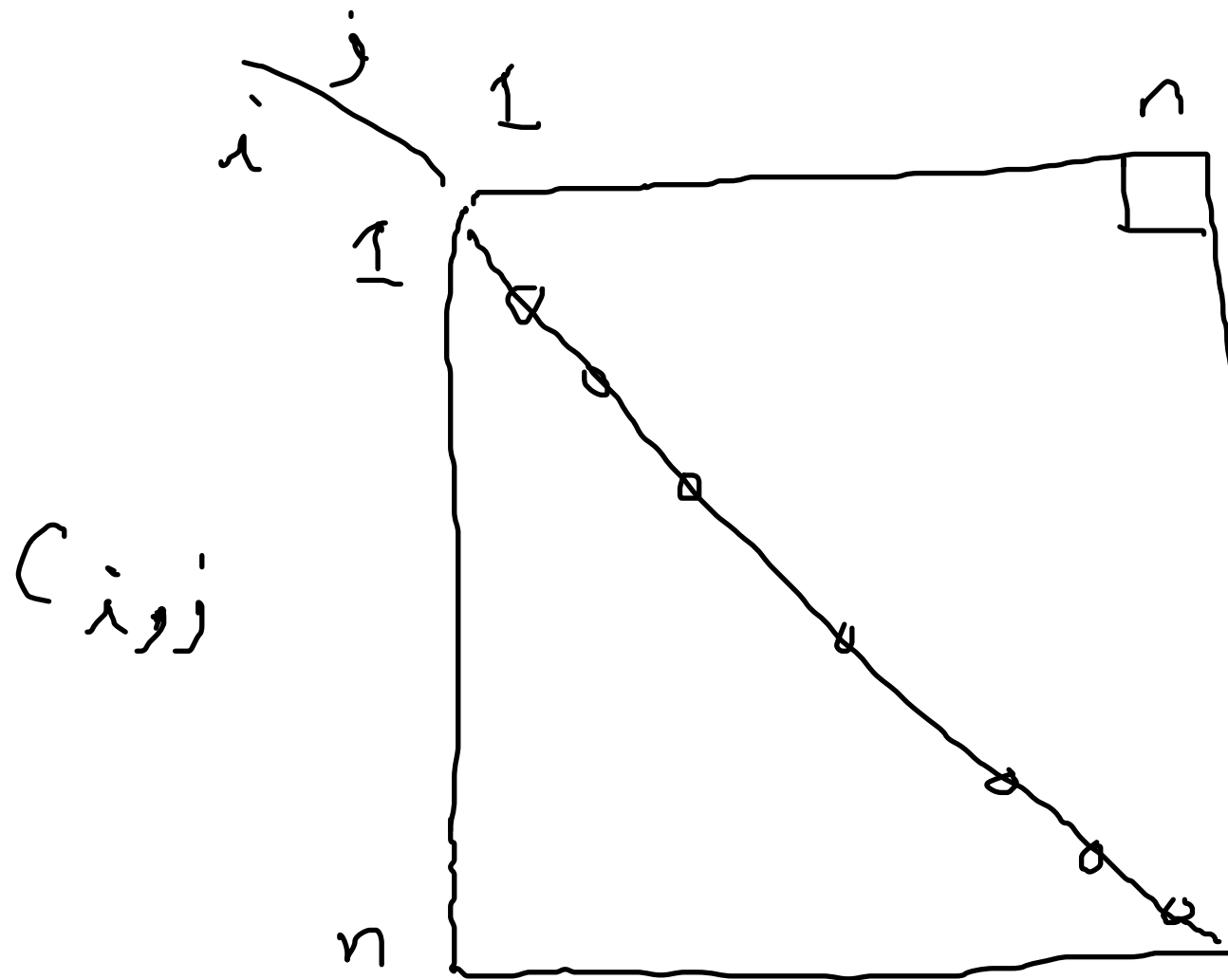
ممکن

$$(1 \dots m_k) \times (m_{k+1} \dots)$$

در کاتالان  $\frac{1}{n+1} \binom{2n}{n}$

این روشی دارای حداقل زمان کاری است.

روشی دوم: Dynamic programming



تعداد زیرماتریسها

$$\Theta(n^2)$$

هر زیرماتریس را

$$O(n) \text{ عملیات}$$

$$C_{i,j} = \min_{i \leq k < j} \{ C_{i,k} + C_{k+1,j} + d_i + d_k + d_j \}$$

زبان حل کر  $\times$  تعداد زیرمکمل  $\approx$  زبان حل کر  
زیرمکمل  
با روش P.P.

$$\approx C \times n^2 \times O(n)$$

$$\in O(n^3)$$

ارائه ۵۵۵ :

راه حل اول : در دنباله اول دسیال

زیر دنباله یک دنباله دوم بگزاریم .

تعداد زیر دنباله یک  $= 2^m$

یک دنباله

با طول  $m$

$\vec{a} : a_1 a_2 \dots a_{n-1} a_n$

$\vec{b} : b_1 b_2 \dots b_m$

$$\text{زمان این روش} = 2 \times n^m$$

↓  
 مقدار زیر دیناله ها  
 ↓  
 ط

زمان پیدا کردن  
 یک زیر دیناله از ط  
 دیناله  
 ↓  
 ط

$$\min \{ 2 \times n^m, 2 \times m^n \}$$

در صورت زمان نهایی است.

روشی دوم استفاده از D.P. :

صالحه  
P. زیاده

$$\vec{a} : a_1 a_2 \dots a_{i-1} a_i$$

$$\vec{b} : b_1 b_2 \dots b_{j-1} b_j$$

فرصت کسب صالیه LCS را حداکثر کنیم

و جواب عبارت است از :

$$\vec{c} : c_1 c_2 \dots c_k$$



$$a_i = b_j \quad \text{اگر} \Rightarrow C_k = a_i = b_j$$

میتوان به راحتی  
نشان داد:

$$a_i \neq b_j \quad \text{اگر} \Rightarrow$$

$$C_k = \begin{cases} a_i \\ b_j \end{cases}$$

①

②

③  $\neq a_i, \neq b_j$

$$L_{i,j} = \begin{cases} L_{i-1,j-1} + 1 & a_i = b_i \\ \max \begin{cases} L_{i-1,j} \\ L_{i,j-1} \\ L_{i-1,j-1} \end{cases} & \text{وگرنه} \end{cases}$$

حلول حلولا نه ترين  
ز سر د پايه مشترک

$\vec{a} : a_1, a_2, \dots, a_{i-1}, a_i$

$\vec{b} : b_1, b_2, \dots, b_j, b_{j+1}$

اين حالت جواب حلولا نه تر  
از 2 حالت قبل من در max حذف مي شود

$$L_{i,j} = \begin{cases} L_{i-1,j-1} + 1 & \text{اگر } x_i = y_j \\ \max \{ L_{i-1,j}, L_{i,j-1} \} & \text{وگرنه} \end{cases}$$

کوچکترین زیرصالحه؟

و حتی که  $i=0$  یا  $j=0$  باشد

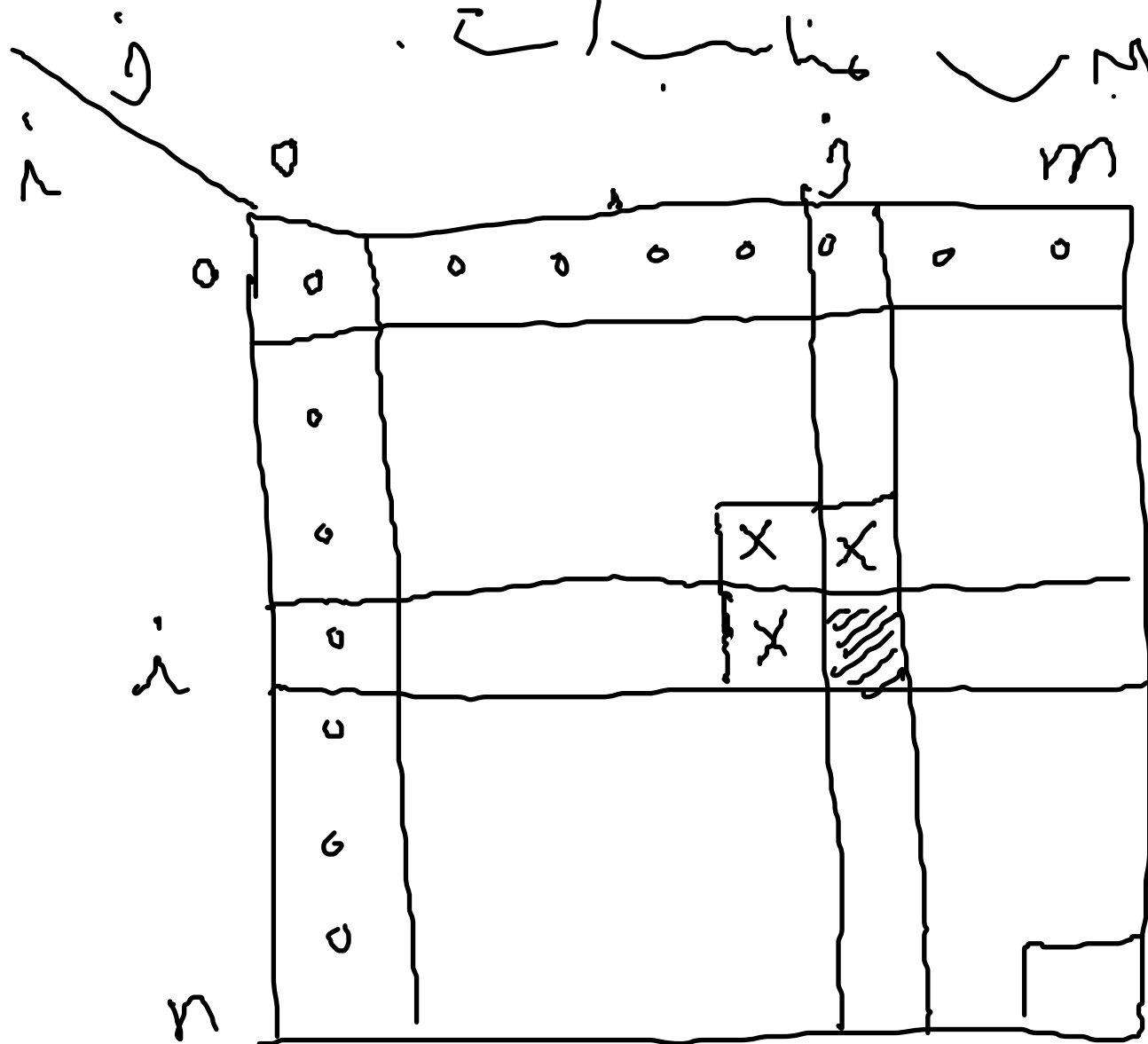
همین یکی از دنباله ها صفر باشد (رایضورت

$$L_{i,j} = 0 \quad \text{اگر } i=0 \text{ یا } j=0$$

حافظد سړاب گټه، وړ جواب ها ؟

چون \* هر حال با 2 انري تعريف مشورا

په آرايه 2 سره مناسب است .

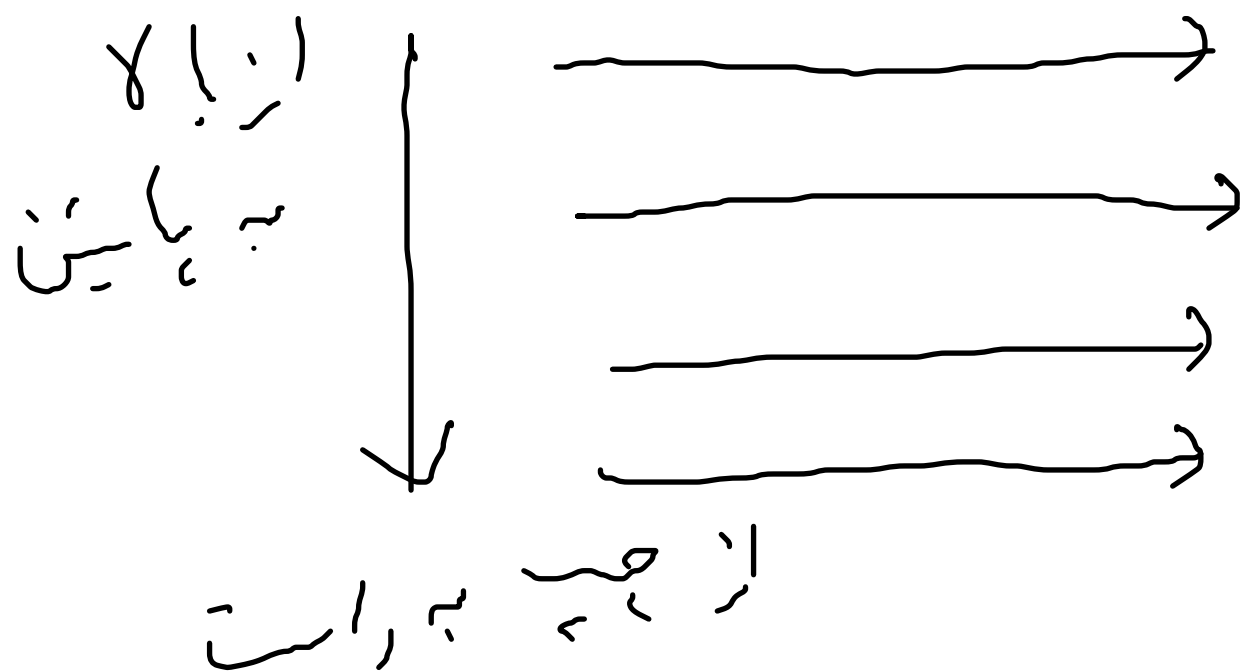


$$|\vec{a}| = n$$

$$|\vec{b}| = m$$

ماتریس L

اگر در سه لایه از بالا به پایین و در هر لایه  
از چپ به راست خانه های ماتریس پر  
شود موقع چاپ جواب هر صال به عبارتی  
جواب زیر صال آن چاپ شده است.



$\vec{a} = a b a a c d b a$

$\vec{b} = a a b c d$

		<div> <span>a</span> <span>a</span> <span>b</span> <span>c</span> <span>d</span> </div>					
		0	1	2	3	4	5
<div> <span>a</span> <span>b</span> <span>a</span> <span>a</span> <span>c</span> <span>d</span> <span>b</span> <span>a</span> </div>	0	0	0	0	0	0	0
	1	0	1	1	1	1	1
	2	0	1	1	2	2	2
	3	0	1	2	2	2	2
	4	0	1	2	2	2	2
	5	0	1	2	2	3	3
	6	0	1	2	2	3	4
	7	0	1	2	3	3	4
	8	0	1	2	3	3	4

$a b c d$   
 $a a c d$

$L_{n,m} = 4$   
 جواب نهایی