

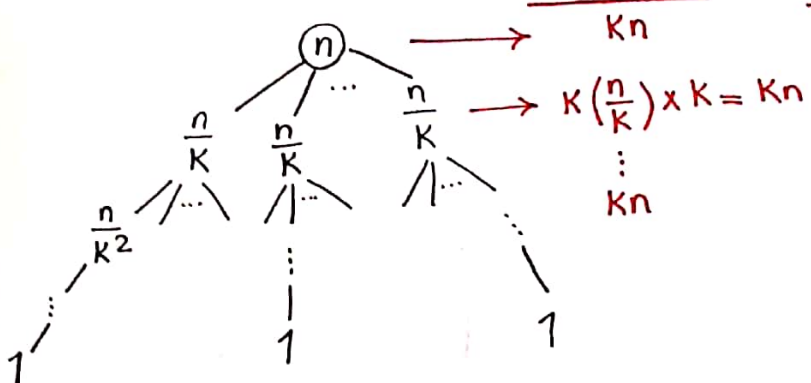
-1

روش 1 :

$$T(n) = K T\left(\frac{n}{K}\right) + kn$$

هزینه سطر

شماره سطر



برای یافتن min مقدار در بین K دسته ی مرتب شده به K مقایسه نیاز است. و از آنجا که هر بار مجموعه ی کلی کوچکتر می شود، این عملیات باید n بار تکرار شود.

$$\frac{n}{K^i} = 1 \Rightarrow i = \log_K n$$

$$\left. \begin{aligned} \text{هزینه سطرها} &= \sum_{i=0}^{\log_K n - 1} nK = nK \log_K n \\ \text{هزینه برگ ها} &= \underbrace{K^{\log_K n}}_{\text{تعداد برگ ها}} \times C = C \cdot n \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{هزینه کل} = nK \log_K n + Cn$$

$$T(n) \in \Theta(nK \log_K n)$$

برای یافتن بهترین K در این مسئله، از پیچیدگی زمانی  $T(n)$  بر حسب K مشتق می گیریم و برابر صفر قرار می دهیم :

$$nK \log_K n = nK \frac{\ln n}{\ln K} = n \cdot \ln n \cdot \frac{K}{\ln K}$$

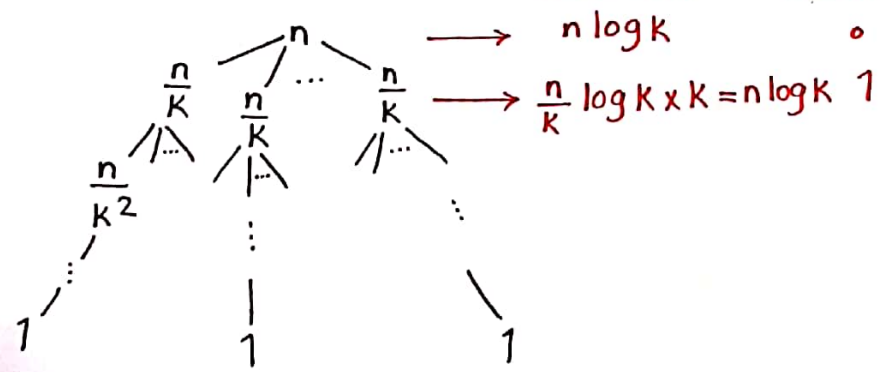
$$\left( n \ln n \frac{K}{\ln K} \right)' = n \ln n \frac{1 \times \ln K - K \times \frac{1}{K}}{(\ln K)^2} = 0 \Rightarrow \ln K = 1 \Rightarrow K = e$$

روش 2 :

$$T(n) = K T\left(\frac{n}{K}\right) + n \log K$$

هزینه سطر

شماره سطر



$$i = \log_K n \rightarrow \frac{n}{K^i} = 1 \Rightarrow i = \log_K n$$

$$\left. \begin{aligned} \text{هزینه سطرها} &= \sum_{i=0}^{\log_K n - 1} n \log K = n \log_2 K \log_K n \\ \text{هزینه برگها} &= K^{\log_K n} \times C = C \cdot n \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{هزینه کل} = n \log_2 K \log_K n + C \cdot n$$

$$T(n) \in \Theta\left(n \log_2 K \log_K n\right)$$

$$\left( n \log_2 K \log_K n \right)' = 0 \Rightarrow \left( n \frac{\ln K}{\ln 2} \cdot \frac{\ln n}{\ln K} \right)' = 0$$

بهترین K :

$$\Rightarrow \left( n \frac{\ln n}{\ln 2} \right)' = 0 \rightarrow \text{نسبت}$$

هیچ جمله ای بر حسب K نیست.

پس هر K که انتخاب شود،

در زمان اجرای الگوریتم تفاوتی نمی کند.

\* از بین دو روش پیشنهاد شده، روش دوم بطور کلی به زمان اجرای کمتری نیاز دارد:

$$n \log_2 K \log_K n \quad \bigcirc \quad n K \log_K n$$

$$\log_2 K \quad \bigcirc \quad K = \log_2 2^K$$