

یادداشتهای درس پایگاه داده‌ها

وابستگی تابعی

حمید رضا شهریاری

۸ اردیبهشت ۹۹

۱ وابستگی تابعی

تعریف ۱ (وابستگی تابعی – Functional dependency). در شمای رابطه‌ای R فرض کنید α و β دو زیر مجموعه از صفات باشند، یعنی $\alpha \subseteq R$ و $\beta \subseteq R$. وابستگی تابعی $\alpha \rightarrow \beta$ روی R برقرار است اگر و فقط اگر برای هر رابطه معتبر $r(R)$ ، اگر در هر دو تاپل t_1 و t_2 که مقادیر صفات α برابر باشند، صفات β آنها هم برابر باشند:

$$t_1[\alpha] = t_2[\alpha] \Rightarrow t_1[\beta] = t_2[\beta]$$

تعریف ۲. وابستگی تابعی $A \rightarrow B$ بدیهی است اگر $B \subseteq A$.

مثال ۱. به عنوان مثال متغیر رابطه‌ای Student(SID, Name, LName, AreaCode, City) را در نظر بگیرید؛

| SID | Name | LName | AreaCode | City |
|-------|-------|---------|----------|--------|
| ۹۰۱۲۱ | علی | پیروزی | ۰۲۱ | تهران |
| ۹۰۱۲۲ | محمد | فرهودی | ۰۳۱ | اصفهان |
| ۹۰۱۲۳ | فرزاد | صبوری | ۰۲۱ | تهران |
| ۹۰۱۲۴ | علی | کاویانی | ۰۳۴ | کرمان |

اگر هر دانشجو با شماره دانشجویی به صورت یکتا مشخص شود و هر شهر نیز متناظر با یک کد تلفن باشد، به وابستگی‌های زیر می‌رسیم؛

$SID \rightarrow Name$, $SID \rightarrow LName$, $SID \rightarrow AreaCode$, $SID \rightarrow City$

$AreaCode \rightarrow city$

$City \rightarrow AreaCode$

در این مثال تنها یک صفت یا مجموعه صفت وجود دارد که همه صفات دیگر به آن وابسته هستند و آن SID است. بنابراین تنها کلید کاندیدا SID است.

۱.۱ قواعد استنتاج وابستگی تابعی

ممکن است از برخی وابستگی‌های تابعی، موارد دیگری وابستگی تابعی را نتیجه گرفت. به عنوان مثال وابستگی تابعی $A \rightarrow \{B, C\}$ می‌توان دو وابستگی تابعی $A \rightarrow B$ و $A \rightarrow C$ را نتیجه گرفت. قواعد مختلفی برای استنتاج وابستگی تابعی یا همان FD وجود دارد که در ادامه این قواعد فهرست شده‌اند. سه قاعده اول، قواعد پایه هستند و سایر قواعد را از سه قاعده اول می‌توان اثبات کرد.

۱. قاعده انعکاسی: $B \subseteq A \Rightarrow A \rightarrow B$

۲. قاعده افزایش: $A \rightarrow B \Rightarrow AC \Rightarrow BC$

۳. قاعده تراگذاری: $A \rightarrow B \text{ and } B \rightarrow C \Rightarrow A \rightarrow C$

سایر قواعد:

۴. خود تعیین: $A \rightarrow A$

۵. تجزیه: $A \rightarrow BC \Rightarrow A \rightarrow B, A \rightarrow C$

۶. اجتماع: $A \rightarrow B, A \rightarrow C \Rightarrow A \rightarrow BC$

۷. ترکیب: $A \rightarrow B, C \rightarrow D \Rightarrow AC \rightarrow BD$

روند اثبات

برای اثبات قواعد پایه ای از مفهوم وابستگی توابع و برای اثبات قواعد دیگر از قواعد پایه ای استفاده می‌کنیم

۱. قواعد پایه ای : قاعده افزایش

طبق فرض $A \rightarrow B$ میتوان گفت :

$$t_1[A] = t_2[A] \Rightarrow t_1[B] = t_2[B]$$

که در آن t_1 و t_2 دو تاپل از رابطه میباشند
. باید نشان دهیم که:

$$t_1[AC] = t_2[AC] \Rightarrow t_1[BC] = t_2[BC]$$

طبق فرض گفته شده و با توجه به اینکه $t_2[C] = t_1[C]$ حکم اثبات میشود یعنی :

$$t_1[B] = t_2[B], t_1[c] = t_2[c] \Rightarrow t_1[BC] = t_2[BC]$$

۲. قواعد دیگر : قاعده ترکیب

طبق قاعده افزایش

$$A \rightarrow B \Rightarrow AC \rightarrow BC$$

طبق قاعده افزایش

$$C \rightarrow D \Rightarrow BC \rightarrow BD$$

طبق قاعده تراگذاری

$$AC \rightarrow BC, BC \rightarrow CD \Rightarrow AC \rightarrow CD$$

نکته:

قاعده افزایش برگشت پذیر نیست .

روند اثبات : مثال نقض

فرض کنیم وابستگی های زیر وجود داشته باشد :

$$\text{name} , \text{lname} \rightarrow \text{phone}$$

اعمال قاعده افزایش

$$\text{name} , \text{lname} \rightarrow \text{phone}, \text{lname}$$

مشخص است که نمیتوان lname از طرفین حذف کرد و نتیجه گرفت

$$\text{name} \rightarrow \text{phone}$$

۲.۱ چند مثال

در ادامه چند مثال درباره شناسایی وابستگی های تابعی و نیز رسم نمودار FD آورده می شود.

مثال ۲. فرض کنید در پایگاه داده تامین کنندگان قطعات، فرضهای زیر وجود دارد:

- هر تامین کننده شامل کد، نام، شهر است که با کد به صورت یکتا شناخته می شود.
- هر قطعه شامل کد، نام و رنگ است که با کد به صورت یکتا شناخته می شود.
- هر تامین کننده از هر قطعه، یک مورد با قیمت مشخص در کاتالوگ دارد.
- هر قطعه در یک شهر توسط فقط یک تامین کننده، تامین می شود.

در این مثال، FD ها را بیابید.

پاسخ: از فرض اول و دوم نتیجه می‌توان گرفت:

$$Pid \rightarrow \{PName, Color\}, SID \rightarrow \{SName, City\}$$

از فرض سوم داریم: $\{SID, Pid\} \rightarrow Price$.

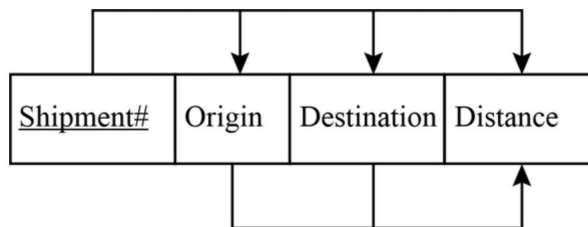
از فرض چهارم هم داریم: $\{Pid, City\} \rightarrow SID$

مثال ۳. برای ارسال محموله‌های پستی، اطلاعات محموله‌ها با شماره محموله، مبدأ، مقصد و فاصله مشخص می‌شود. هر محموله با شماره محموله متمایز می‌شود. با داشتن مبدأ و مقصد فاصله هم مشخص می‌شود. چه FD هایی در این جا وجود دارند؟
پاسخ:

$$Shipment\# \rightarrow \{Origin, Destination, Distance\}$$

$$\{Origin, Destination\} \rightarrow Distance$$

شکل زیر نمودار FD این مثال را نشان می‌دهد:



مثال ۴. شمای رابطه‌ای R با صفات A, B, C, D, E, F و وابستگی‌های تابعی زیر داده شده است، ثابت کنید که وابستگی تابعی $AD \rightarrow F$ برای R برقرار است.

$$A \rightarrow BC$$

$$B \rightarrow E$$

$$CD \rightarrow EF$$

پاسخ: از وابستگی $A \rightarrow BC$ نتیجه می‌شود که $A \rightarrow C$ و سپس بنابر قاعده افزایش: $AD \rightarrow CD$. در ادامه با استفاده از قانون تراگذاری به وابستگی $AD \rightarrow EF$ می‌رسیم و با تجزیه‌ی آن مطلوب مسأله به دست می‌آید. ($AD \rightarrow F$)

۲ مجموعه‌های کاهش ناپذیر از وابستگی‌ها

مجموعه‌ی S از وابستگی‌های تابعی را کاهش ناپذیر گویند اگر و فقط اگر دارای سه خاصیت زیر باشد:

۱. سمت راست هر وابستگی تابعی تنها یک صفت باشد. (مجموعه تک عضوی باشد)

۲. سمت چپ هر وابستگی تابعی کاهش ناپذیر باشد: در وابستگی تابعی $X \rightarrow Y$ ، X را کاهش ناپذیر و وابستگی $X \rightarrow Y$ را کامل گوئیم هرگاه Y به هیچ زیرمجموعه‌ای از X وابستگی تابعی نداشته باشد. (تنها همین وابستگی تابعی $X \rightarrow Y$ باشد).

۳. هیچ یک از وابستگی‌های تابعی S قابل حذف نباشند. (از دیگر وابستگی‌ها نتیجه نشوند).

مثال ۵. متغیر رابطه‌ای R با صفات A, B, C, D و FD های زیر داده شده است، یک مجموعه کاهش ناپذیر از FD ها را محاسبه کنید که هم ارز با این مجموعه باشد.

$$A \rightarrow BC$$

$$B \rightarrow C$$

$$A \rightarrow B$$

$$AB \rightarrow C$$

$$AC \rightarrow D$$

پاسخ:

۱. بازنویسی FD ها به گونه‌ای که سمت راست آن‌ها تک عضوی باشد:

$$A \rightarrow B$$

$$A \rightarrow C$$

$$B \rightarrow C$$

$$A \rightarrow B$$

$$AB \rightarrow C$$

$$AC \rightarrow D$$

$A \rightarrow B$ دو بار اتفاق افتاده است پس یک وقوع آن را می‌توان حذف نمود.

۲. صفت C را می‌توان از سمت چپ وابستگی تابعی $AC \rightarrow D$ حذف کنیم زیرا داریم $A \rightarrow C$ ، در نتیجه با توجه به خاصیت افزایش $A \rightarrow AC$ ، اگر $AC \rightarrow D$ باشد آن‌گاه بنا به خاصیت تراگذاری $A \rightarrow D$ در نتیجه C در سمت چپ $AC \rightarrow D$ زائد است.

۳. وابستگی تابعی $AB \rightarrow C$ را می‌توان حذف کرد زیرا $A \rightarrow C$ و بنا بر خاصیت افزایش $AB \rightarrow C$ و با استفاده از قانون تجزیه $AB \rightarrow C$ را می‌توان نتیجه گرفت.

۴. وابستگی تابعی $A \rightarrow C$ نیز از $A \rightarrow B$ و $B \rightarrow C$ قابل نتیجه‌گیری است.

در پایان داریم:

$$A \rightarrow B$$

$$B \rightarrow C$$

$$A \rightarrow D$$

مثال ۶. فرض کنید در شمای رابطه‌ای $SPJ = (Sid, Pid, Jid, Qty)$ تأمین کنندگان، برای پروژه‌ها قطعه تأمین می‌کنند. در این رابطه هر تاپل مشخص می‌کند چه تأمین کننده چه قطعه‌ای برای چه پروژه‌ای با چه تعدادی تأمین می‌کند. فرض کنید: هر تأمین کننده در یک پروژه و یک قطعه یک محموله (تأمین کالا) با تعداد مشخص دارد و برای هر پروژه فقط یک تأمین کننده داریم. مشخص کنید چه وابستگی‌های تابعی وجود دارد؟ کلیدهای کاندیدا را مشخص کنید.

پاسخ: از فرضیات به دو وابستگی تابعی زیر می‌رسیم:

$$Sid, Pid, Jid \rightarrow Qty$$

$$Jid \rightarrow Sid$$

کلیدهای کاندیدا، مجموعه صفاتی هستند که همه صفات رابطه را می‌توانند تعیین نمایند:

$$\{Sid, Pid, Jid\}, \{Jid, Pid\}$$

مجموعه بستار صفات

با داشتن مجموعه صفات α بستار α تحت F مجموعه صفاتی است که به صورت تابعی به α وابسته اند

مثال ۷. با توجه به رابطه‌ی زیر و مجموعه وابستگی‌های تابعی داده شده با داشتن صفات AG چه صفاتی قابل تعیین اند

$$R = (A, B, C, G, H, I)$$

$$F = A \rightarrow B \quad f1$$

$$A \rightarrow C \quad f2$$

$$CG \rightarrow H \quad f3$$

$$CG \rightarrow I \quad f4$$

$$B \rightarrow H \quad f5$$

پاسخ: از $f2$ طبق قاعده افزایش نتیجه میشود که

$$AG \rightarrow CG$$

و بنا بر قاعده تراگذاری داریم:

$$AG \rightarrow CG, \quad CG \rightarrow H \quad \Rightarrow \quad AG \rightarrow H$$

بنابراین طبق تعریف بستار صفات $\alpha = \{A, G\}$ و بستار برابرست با $\{A, B, C, G, H, I\}$

مثال هایی از مبحث طراحی و نرمال سازی

مثال ۸. اگر رابطه $R = (A, B, C, D, E)$ به دو رابطه $R_1 = (A, B, C)$ و $R_2 = (A, D, E)$ تجزیه کنیم با توجه به FD های زیر نشان دهید که این تجزیه بدون اتلاف است

- ۱ $A \rightarrow BC$
- ۲ $CD \rightarrow E$
- ۳ $B \rightarrow D$
- ۴ $E \rightarrow A$

پاسخ:

تجزیه ای بدون اتلاف است که اشتراک دو رابطه یکی از دو رابطه را بتواند تعیین کند در اینجا A در $R_1 \cap R_2$ و با توجه به FD شماره ۱، اشتراک دو رابطه تجزیه شده رابطه R_1 را تعیین میکند پس تجزیه بدون اتلاف است.

مثال ۹. تمام های FD غیر بدیهی که از جدول زیر برآورده میشوند را فهرست کنید.

| A | B | C |
|-------|-------|-------|
| a_1 | b_1 | c_1 |
| a_1 | b_1 | c_2 |
| a_2 | b_1 | c_1 |
| a_2 | b_1 | c_3 |

با توجه به تعریف FD $\alpha \rightarrow \beta$ قابل استنتاج است اگر داشته باشیم :

$$T, U \in R \dots T[\alpha] = U[\alpha] \Rightarrow T[\beta] = U[\beta]$$

تاپل های ۱ و ۲ در جدول، A های برابر و B های برابر دارند همچنین تاپل های ۳ و ۴، بنابراین FD $A \rightarrow B$ قابل استنتاج است.

همچنین $AC \rightarrow B$ قابل استنتاج است زیرا دو تاپل یافت نمیشود که AC برابر و B متفاوت داشته باشد.

مثال ۱۰. توضیح دهید چگونه از وابستگی توابع میتوان برای مشخص کردن قیود زیر استفاده کرد.

- رابطه یک به یک میان مجموعه نهاد های دانشجو (student) و استاد (instructor)

$$pk(student) \rightarrow pk(instructor)$$

$$pk(instructor) \rightarrow pk(student)$$

- ارتباط چند به یک میان دانشجو و استاد

$$pk(student) \rightarrow pk(instructor)$$

- ارتباط چند به چند میان دانشجو و استاد

FD وجود ندارد

مثال ۱۱. با استفاده از قواعد پایه ای آرمسترانگ درستی قاعده اجتماع Union را نشان دهید.

$$\alpha \rightarrow \beta, \alpha \rightarrow \gamma \Rightarrow \alpha \rightarrow \gamma\beta$$

پاسخ:

طبق قاعده افزایش:

$$\alpha \rightarrow \beta \Rightarrow \alpha \rightarrow \alpha\beta$$

$$\alpha \rightarrow \gamma \Rightarrow \alpha\beta \rightarrow \gamma\beta$$

حال طبق قاعده تراگذاری:

$$\alpha \rightarrow \alpha\beta, \alpha\beta \rightarrow \gamma\beta \Rightarrow \alpha \rightarrow \gamma\beta$$

مثال ۱۲. در رابطه ی $R = (A, B, C, D, E)$ و با توجه به FD های زیر کلیدهای کاندیدا را مشخص کنید

$$۱ \quad A \rightarrow BC$$

$$۲ \quad CD \rightarrow E$$

$$۳ \quad B \rightarrow D$$

$$۴ \quad E \rightarrow A$$

پاسخ:

از ۱ نتیجه میشود $A \rightarrow B, A \rightarrow C$

از $A \rightarrow D$ طبق قاعده تراگذاری نتیجه میشود که $A \rightarrow B, B \rightarrow D$

از $A \rightarrow E$ طبق قاعده تراگذاری نتیجه میشود که $A \rightarrow CD, CD \rightarrow E$

پس $A \rightarrow R$ و چون A تجزیه ناپذیر است کلید کاندیدا است .

از $E \rightarrow A$ نتیجه میشود که E نیز کلید کاندیدا است.

از $CD \rightarrow E$ و با توجه به اینکه C و D به تنهایی R را تعیین نمیکند نتیجه میشود که CD نیز کلید کاندیدا است .

با توجه به $B \rightarrow D$ نتیجه میشود که BC نیز کلید کاندیدا است .

پس کلید های کاندیدا عبارتند از :

A , E , BC , CD

مثال ۱۳ . با توجه به شمای رابطه ای $R=(A,B,C)$ و رابطه ی r روی R به پرسش های زیر پاسخ دهید:

| C | B | A |
|----|----|---|
| c۱ | b۱ | . |
| c۱ | b۱ | . |
| c۲ | b۱ | . |

- یک پرس و جوی SQL بنویسید که بررسی کند که آیا BC برقرار است یا نه ؟

پاسخ:

اگر خروجی پرس و جوی زیر غیر تهی باشد $B \rightarrow C$ برقرار نیست.

```
select B
from r
group by B
having count (distinct c) >1
```

- یک Assersion بنویسید که وابستگی تابعی $B \rightarrow C$ را اعمال کند.

```
Create Assersion BC check
(not exists(select B
from r
group by B
```

```
having count (distinct c) >1) ))
```

مثال ۱۴. شمای رابطه ای زیر را تا سطح چهارم نرمال کنید.

books(no,isbn,title,author,publisher)

users(uid,name,dept-id,dep-name)

- ۱ $no \rightarrow isbn$
- ۲ $isbn \rightarrow title$
- ۳ $isbn \rightarrow\rightarrow author$
- ۴ $isbn \rightarrow publisher$
- ۵ $uid \rightarrow name$
- ۶ $uid \rightarrow dept - id$
- ۷ $dept - id \rightarrow dep - name$

پاسخ:

کلیدهای کاندیدا عبارتند از:

books در no

users در uid

برای رابطه ی books :

سمت چپ FD های ۲ و ۳ و ۴ سوپر کلید نیستند پس books در BCNF نیست.

بر مبنای FD ۱ books را به دو رابطه زیر تجزیه میکنیم :

n-isbn(no,isbn)

books-inf(isbn,title ,author,publisher)

این دو رابطه در BCNF هستند.

ولی به علت $isbn \rightarrow\rightarrow author$ این رابطه در ۴NF نیست

برای نرمال سازی رابطه ی books-inf را به روابط زیر تجزیه میکنیم:

books1(isbn,author)

books2(isbn,title ,publisher)

رابطه حاصل در ۴NF است.

برای رابطه ی users:

در FD شماره ۷ سمت چپ سوپر کلید نیست پس به صورت زیر تجزیه میکنیم:

users1(uid,name,dept-id)

dept(dept-id,tdept-name)

روابط بالا در BCNF و 4NF هستند همچنین چون هیچ FD از بین نرفت حافظ FD نیز میباشند.