

سوال ۱-

.۱

$$A \cup B = \max \{ \mu_A(x), \mu_B(x) \} = \left\{ \frac{1}{a}, \frac{0.9}{b}, \frac{0.2}{c}, \frac{0.8}{d}, \frac{0.2}{e} \right\}$$

.۲

$$A \cap B = \min \{ \mu_A(x), \mu_B(x) \} = \left\{ \frac{0.6}{a}, \frac{0.3}{b}, \frac{0.1}{c}, \frac{0.3}{d}, \frac{0}{e} \right\}$$

.۳

$$\begin{aligned} \overline{A} &= 1 - \mu_A(x) = \left\{ \frac{0}{a}, \frac{0.7}{b}, \frac{0.8}{c}, \frac{0.2}{d}, \frac{1}{e} \right\} \\ \overline{B} &= 1 - \mu_B(x) = \left\{ \frac{0.4}{a}, \frac{0.1}{b}, \frac{0.9}{c}, \frac{0.7}{d}, \frac{0.8}{e} \right\} \end{aligned}$$

.۴

$$\begin{aligned} \text{supp}(A) &= \{x \mid \mu_A(x) > 0\} = \{a, b, c, d\} \\ \text{supp}(B) &= \{x \mid \mu_B(x) > 0\} = \{a, b, c, d, e\} \end{aligned}$$

.۵

$$\begin{aligned} \text{core}(A) &= \{x \mid \mu_A(x) = 1\} = \{a\} \\ \text{core}(B) &= \{x \mid \mu_B(x) = 1\} = \{\} \end{aligned}$$

.۶

$$\begin{aligned} \text{bnd}(A) &= \{x \mid 0 < \mu_A(x) < 1\} = \{b, c, d\} \\ \text{bnd}(B) &= \{x \mid 0 < \mu_B(x) < 1\} = \{a, b, c, d, e\} \end{aligned}$$

.۷

$$\begin{aligned} \text{hgt}(A) &= \sup_{x \in X} \mu_A(x) = \mu_A(a) = 1 \\ \text{hgt}(B) &= \sup_{x \in X} \mu_B(x) = \mu_B(b) = 0.9 \end{aligned}$$

۸.

$$A_{0.3} = \{x \mid \mu_A(x) \geq 0.3\} = \{a, b, d\}$$

$$B_{0.3} = \{x \mid \mu_B(x) \geq 0.3\} = \{a, b, d\}$$

$$A_{0.5} = \{x \mid \mu_A(x) \geq 0.5\} = \{a, d\}$$

$$B_{0.5} = \{x \mid \mu_B(x) \geq 0.5\} = \{a, b\}$$

سوال ۲-

$$T = R_1 \circ R_2 = \begin{matrix} & \begin{matrix} z_1 & z_2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.6 \\ 0.5 & 0.6 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

سوال ۳-

۱.

$$Q = \left\{ \frac{0.3}{b, t, i}, \frac{0.4}{a, s, i}, \frac{0.9}{b, s, i}, \frac{0.6}{b, s, j}, \frac{0.1}{a, t, j}, \frac{0.7}{c, s, i} \right\}$$

ب.

$$Q = \left\{ \frac{0.9}{b, y}, \frac{0.4}{a, x}, \frac{0.1}{a, y}, \frac{0.7}{c, y} \right\}$$

پ.

$$Q = \left\{ \frac{0.9}{i}, \frac{0.6}{j} \right\}$$

ت.

$$Q = \left\{ \frac{0.3}{b, t, x, i}, \frac{0.4}{a, s, x, i}, \frac{0.9}{b, s, x, i}, \frac{0.6}{b, s, x, j}, \frac{0.1}{a, t, x, j}, \frac{0.7}{c, s, x, i}, \right. \\ \left. \frac{0.3}{b, t, y, i}, \frac{0.4}{a, s, y, i}, \frac{0.9}{b, s, y, i}, \frac{0.6}{b, s, y, j}, \frac{0.1}{a, t, y, j}, \frac{0.7}{c, s, y, i} \right\}$$

ث.

$$Q = \left\{ \begin{array}{cccccccc} \frac{0.9}{b, s, y, i}, & \frac{0.4}{a, s, x, i}, & \frac{0.1}{a, s, y, i}, & \frac{0.7}{c, s, y, i}, & \frac{0.9}{b, s, y, j}, & \frac{0.4}{a, s, x, j}, & \frac{0.1}{a, s, y, j}, & \frac{0.7}{c, s, y, j}, \\ \frac{0.9}{b, t, y, i}, & \frac{0.4}{a, t, x, i}, & \frac{0.1}{a, t, y, i}, & \frac{0.7}{c, t, y, i}, & \frac{0.9}{b, t, y, j}, & \frac{0.4}{a, t, x, j}, & \frac{0.1}{a, t, y, j}, & \frac{0.7}{c, t, y, j} \end{array} \right\}$$

ج.

$$Q = \left\{ \begin{array}{cccccccc} \frac{0.9}{a, s, x, i}, & \frac{0.6}{a, s, x, j}, & \frac{0.9}{a, s, y, i}, & \frac{0.6}{a, s, y, j}, & \frac{0.9}{a, t, x, i}, & \frac{0.6}{a, t, x, j}, & \frac{0.9}{a, t, y, i}, & \frac{0.6}{a, t, y, j}, \\ \frac{0.9}{b, s, x, i}, & \frac{0.6}{b, s, x, j}, & \frac{0.9}{b, s, y, i}, & \frac{0.6}{b, s, y, j}, & \frac{0.9}{b, t, x, i}, & \frac{0.6}{b, t, x, j}, & \frac{0.9}{b, t, y, i}, & \frac{0.6}{b, t, y, j}, \\ \frac{0.9}{c, s, x, i}, & \frac{0.6}{c, s, x, j}, & \frac{0.9}{c, s, y, i}, & \frac{0.6}{c, s, y, j}, & \frac{0.9}{c, t, x, i}, & \frac{0.6}{c, t, x, j}, & \frac{0.9}{c, t, y, i}, & \frac{0.6}{c, t, y, j} \end{array} \right\}$$

سوال ۴-

می‌دانیم که $C = PoR$ است. در هر مورد ابتدا R و سپس C را بدست می‌آوریم.

آ. در این قسمت P برابر با A است. حال نیاز داریم رابطه R را بدست آوریم. با توجه به AoR ، لازم است تا سطرهای ماتریس R از جنس مجموعه مرجع A باشد. همچنین ستون‌های ماتریس را از معادله داده شده در هر مورد بدست می‌آوریم.

$$R = \begin{matrix} & \begin{matrix} 7 & 19 & 39 & 67 & 103 & 147 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

حال ترکیب max-min را برای AoR محاسبه می‌کنیم.

$$C = AoR = \left\{ \frac{0.3}{7}, \frac{0.6}{19}, \frac{0.8}{39}, \frac{1}{67}, \frac{0.7}{103}, \frac{0.2}{147} \right\}$$

ب. در اینجا $P = A \times B$ است. پس R به شکل زیر است.

$$R = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1,1 \\ 1,2 \\ 1,3 \\ 1,4 \\ 1,5 \\ 2,1 \\ 2,2 \\ 2,3 \\ 2,4 \\ 2,5 \\ 3,1 \\ 3,2 \\ 3,3 \\ 3,4 \\ 3,5 \\ 4,1 \\ 4,2 \\ 4,3 \\ 4,4 \\ 4,5 \\ 5,1 \\ 5,2 \\ 5,3 \\ 5,4 \\ 5,5 \end{matrix} & \left[\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \end{matrix}$$

P نیز به شکل زیر است.

$$P = \left\{ \begin{array}{ccccccccc} \frac{0.3}{1,1}, \frac{0.3}{1,2}, \frac{0.3}{1,3}, \frac{0.2}{1,4}, \frac{0.1}{1,5}, \frac{0.6}{2,1}, \frac{0.6}{2,2}, \frac{0.5}{2,3}, \frac{0.2}{2,4}, \frac{0.1}{2,5}, \\ \frac{0.8}{3,1}, \frac{0.8}{3,2}, \frac{0.5}{3,3}, \frac{0.2}{3,4}, \frac{0.1}{3,5}, \frac{1.0}{4,1}, \frac{0.9}{4,2}, \frac{0.5}{4,3}, \frac{0.2}{4,4}, \frac{0.1}{4,5}, \\ \frac{0.7}{5,1}, \frac{0.7}{5,2}, \frac{0.5}{5,3}, \frac{0.2}{5,4}, \frac{0.1}{5,5} \end{array} \right\}$$

حال ترکیب max-min را برای PoR محاسبه می‌کنیم.

$$C = PoR = \left\{ \frac{1.0}{1}, \frac{0.9}{2}, \frac{0.5}{3}, \frac{0.2}{4}, \frac{0.1}{5} \right\}$$

اعضایی از مجموعه مرجع که نوشته نشده‌اند، مقدار تعلق برابر صفر دارند.

سوال ۵-

- فازی‌سازی: فازی‌سازی فرایند تبدیل یک مقدار ورودی crisp به یک مقدار فازی است.
- غیرفازی‌سازی: غیرفازی‌سازی فرایند تبدیل مجموعه فازی خروجی به یک مقدار crisp و غیرفازی است.

آ. متوسط وزنی مراکز

$$z^* = \frac{2.5 \times 0.3 + 5 \times 0.5 + 6.5 \times 1}{0.3 + 0.5 + 1} = 5.416$$

ب. ماکسیمم‌گیری: این روش تنها در حالتی که تابع تعلق دارای peak باشد قابل انجام است. اما در اینجا در بازه 6 تا 7 تابع تعلق d دارای مقدار 1 است و غیرفازی‌سازی با این روش ممکن نیست. هر چند اگر اولین یا آخرین ماکسیمم را در نظر بگیریم، پاسخ $z^* = 6$ یا $z^* = 7$ خواهد بود.

پ. Mean-Max

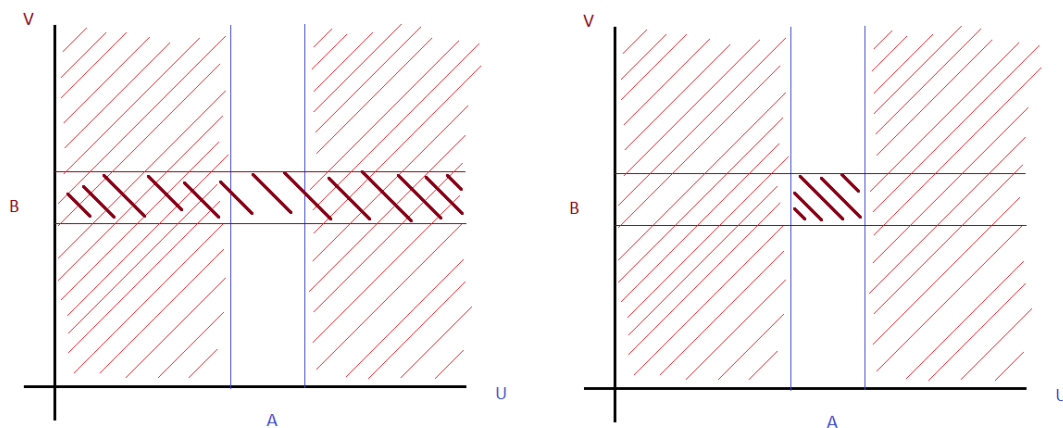
$$z^* = \frac{6 + 7}{2} = 6.5$$

سوال ۶-

آ. درست؛ در صورتی که هر یک از مجموعه‌ها (اعداد در سطر و ستون‌های سیاه‌رنگ) را توسعه استوانه‌ای دهیم، در هر یک از خانه‌ها مقدار مینیمم (اشتراک) توسعه استوانه‌ای‌ها، برابر مقادیر رابطه خواهد شد و رابطه از روی تصاویرش قابل بازسازی است.

ب. درست؛ تنها زمانی که رابطه جداپذیر باشد، می‌توان از تصویر R, B را بدست آورد.

پ. نادرست؛ در صورتی که فرض کنیم در حالت فازی $A \Rightarrow B$ و U مجموعه مرجع A و V مجموعه مرجع B است، در این صورت برای دو حالت داریم:



اگرچه در حالت crisp اختلاف در وجود اشتراک هاشورها در دو شکل بالا تفاوتی ایجاد نمی‌کند، اما در برخی از حالت‌های اجتماع و اشتراک فازی و کلاس‌های مختلف آن، این اشتراک ممکن است تفاوت ایجاد کند.