

جلسہ چہارم

۱۸ آبان ۱۴۰۱

مباحث فصل دوم

معصومہ پر داختی

۳- ناحیه شدنی متناظر با مسئله زیر را رسم کنید.

$$\text{Min } Z = \text{Max}\{3x_1, x_1 + 1\}$$

۷- آیا در LP دو متغیره وجود نقطه ی رأسی تباهیده به مفهوم وجود محدودیت زائد است؟ مثال بزنید.

سوال ۳

$$\min z = \max \{ 3x_1, x_1 + 1 \}$$

$$\max \{ 3x_1, x_1 + 1 \} = x_2$$

تغییر متغیر ←

$$\Rightarrow \min z = x_2$$

s.t.

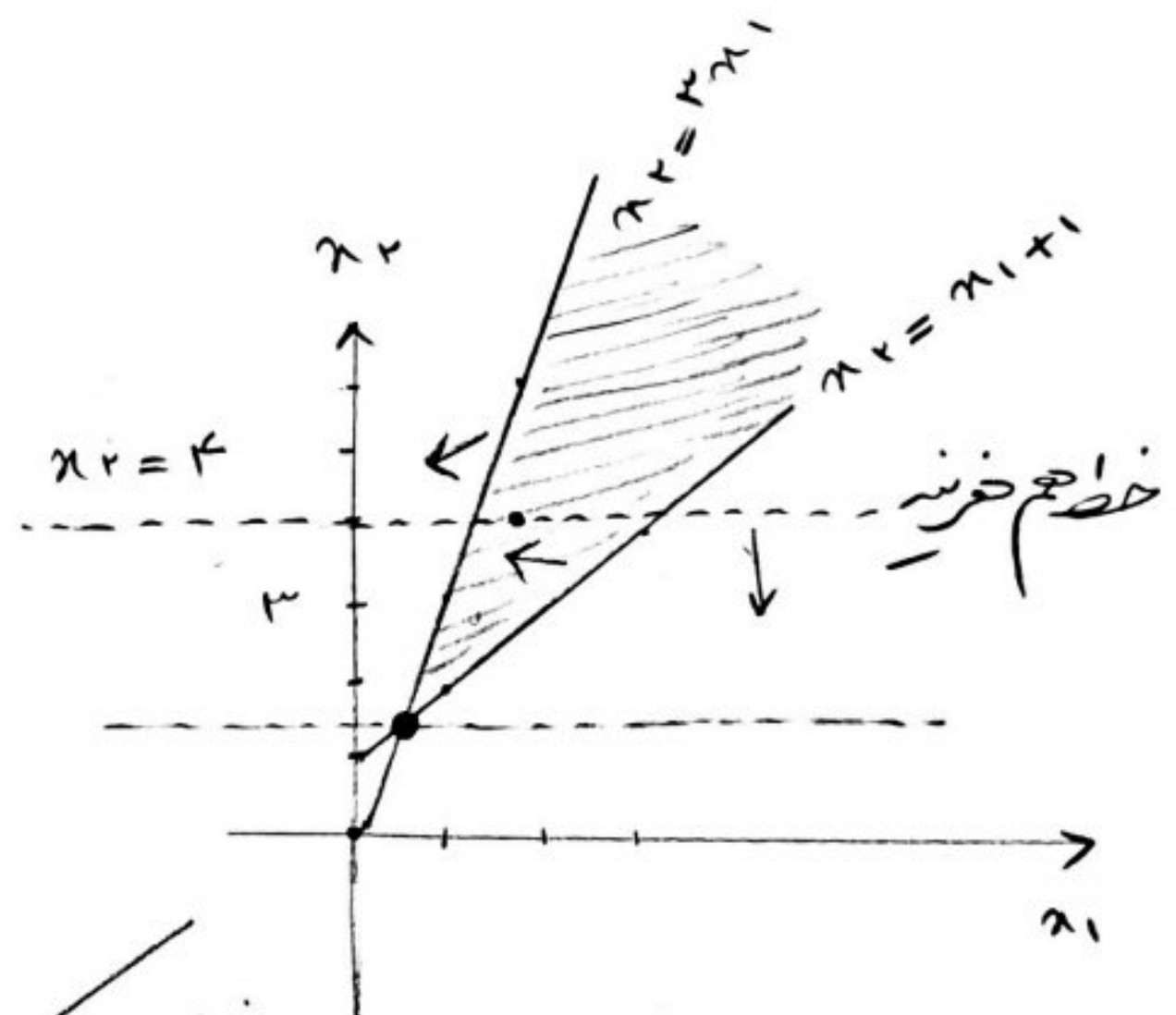
$$x_2 = \max \{ 3x_1, x_1 + 1 \} \rightarrow$$

عبارت با خطی رسم

$$\begin{cases} x_2 \geq 3x_1 \\ x_2 \geq x_1 + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \min z = x_2$$

$$\begin{aligned} \text{s.t. } & x_2 \geq 3x_1 \\ & x_2 \geq x_1 + 1 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$



$$(x_1, x_2) = \left(\frac{4}{3}, 4 \right)$$

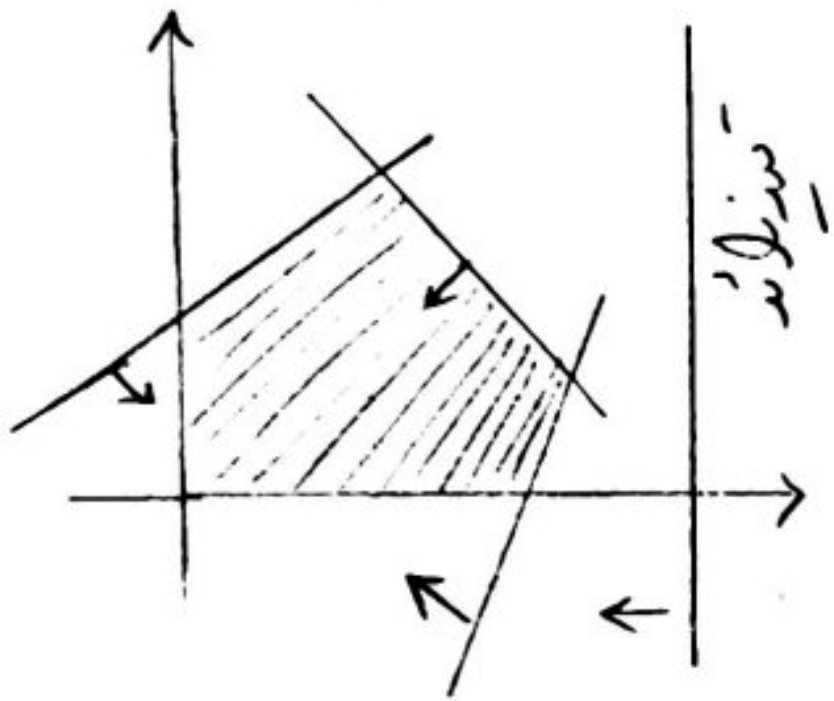
نقطه بهینه
ناحیه‌ی

$$\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right) \leftarrow \text{نقطه بهینه}$$

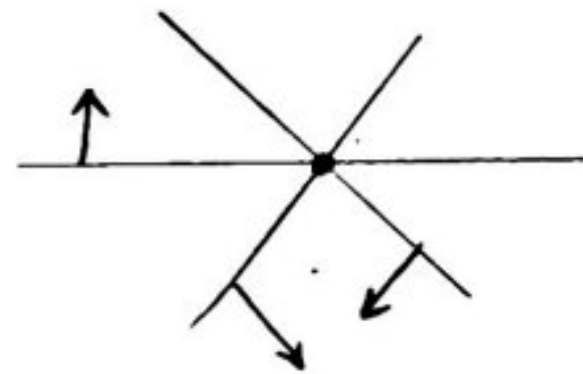
نحال ۷: اگر LP در تغییر وجود نقطه‌ی راس نداشته باشد به معنای وجود محدودیت است؟

پاسخ: خیر، پس این دو مفهوم ارتباطی وجود ندارد

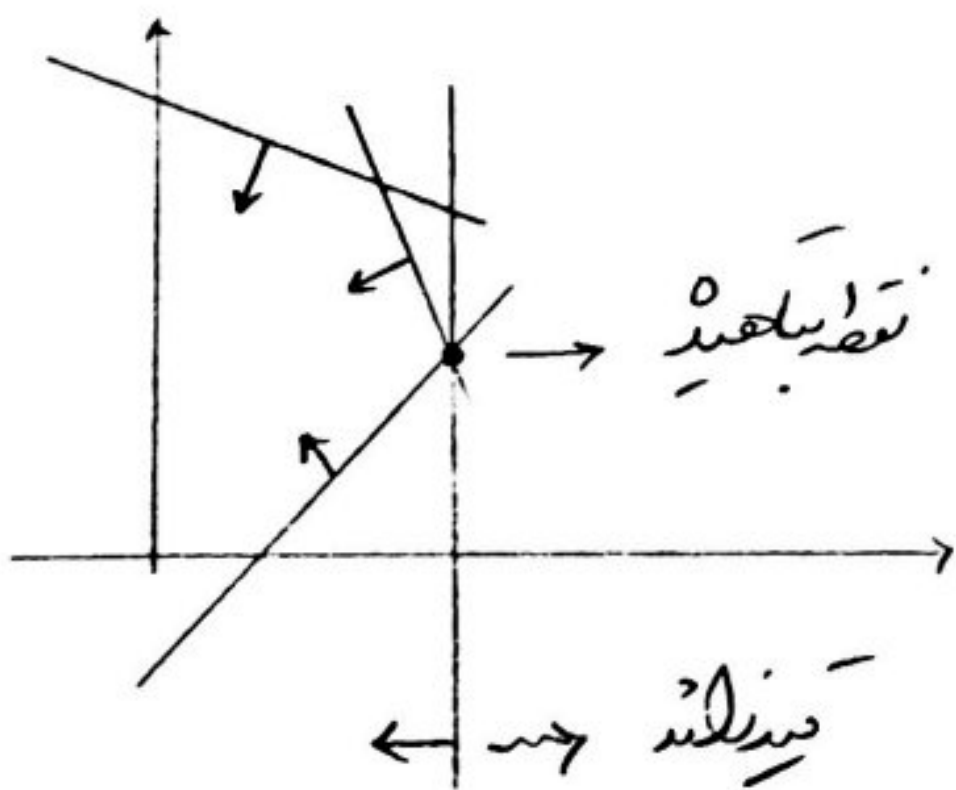
تبدیل نام ریاضی به نام ساده
ندارم



توجهات کلی در حل
این مثال: ↓

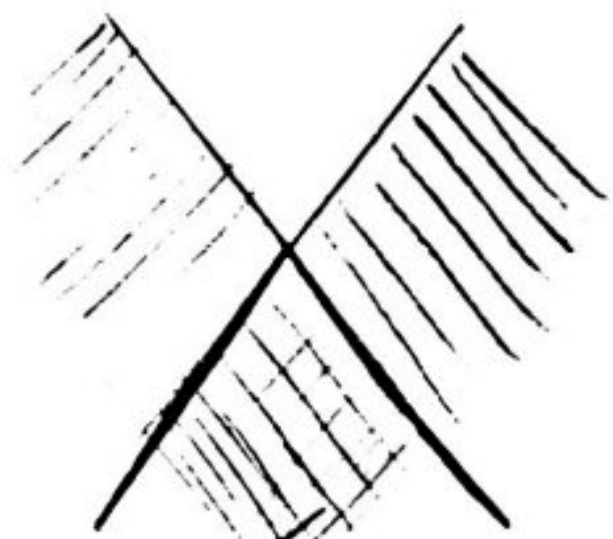
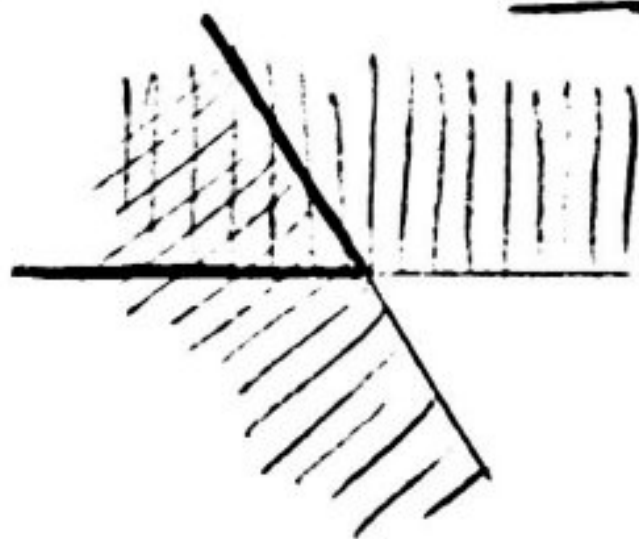
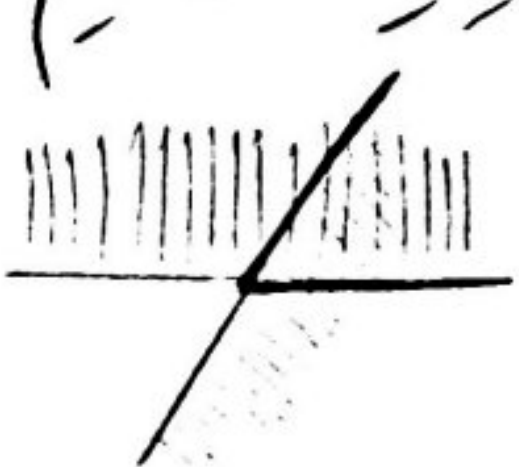


نقطه‌ی ساده نام ریاضی به نام ساده



هم ساده‌ی هم تبدیل ندارم
غیر ممکن است وجود هر دو، با هم اتفاق نمی‌افتد اما
به معنای اینکه همیشه هم از یک نقطه به جهت نیست.

ناحیه‌شدنی در این جا تنها همان نقطه ساده نام است حال هر یک تبدیل نام می‌شود



این شکل که نشان می‌دهد هیچ نقطه‌ی در مثال بالا ندارد منجر به این می‌شود که ناحیه‌شدنی وجود نداشته باشد
است. پس طبق این مثال می‌توانیم نقطه‌ی ساده نام را به عنوان ناحیه‌شدنی وجود داشته باشد

۱۰- یک LP دارای جواب بهین منحصر بفرد است. کدام یک از گزینه های زیر درست هستند؟

الف) خط هم سود نمیتواند با قیود موازی باشد.

ب) جواب بهین قطعاً روی گوشه های ناحیه شدنی است.

ج) ناحیه شدنی نمی تواند بیکران باشد.

د) جواب بهین الزاماً متناظر با یک جواب شدنی پایه ای است.

۱۲- درباره درستی یا نادرستی عبارات زیر استدلال کاملی ارائه کنید:

الف) اگر مسئله دارای جواب بهین بیکران باشد، بی نهایت نقطه بهینه داریم.

ب) مسئله زیر را در نظر بگیرید. اگر نقطه بهینه موجود باشد نقطه بهینه راسی هم موجود است.

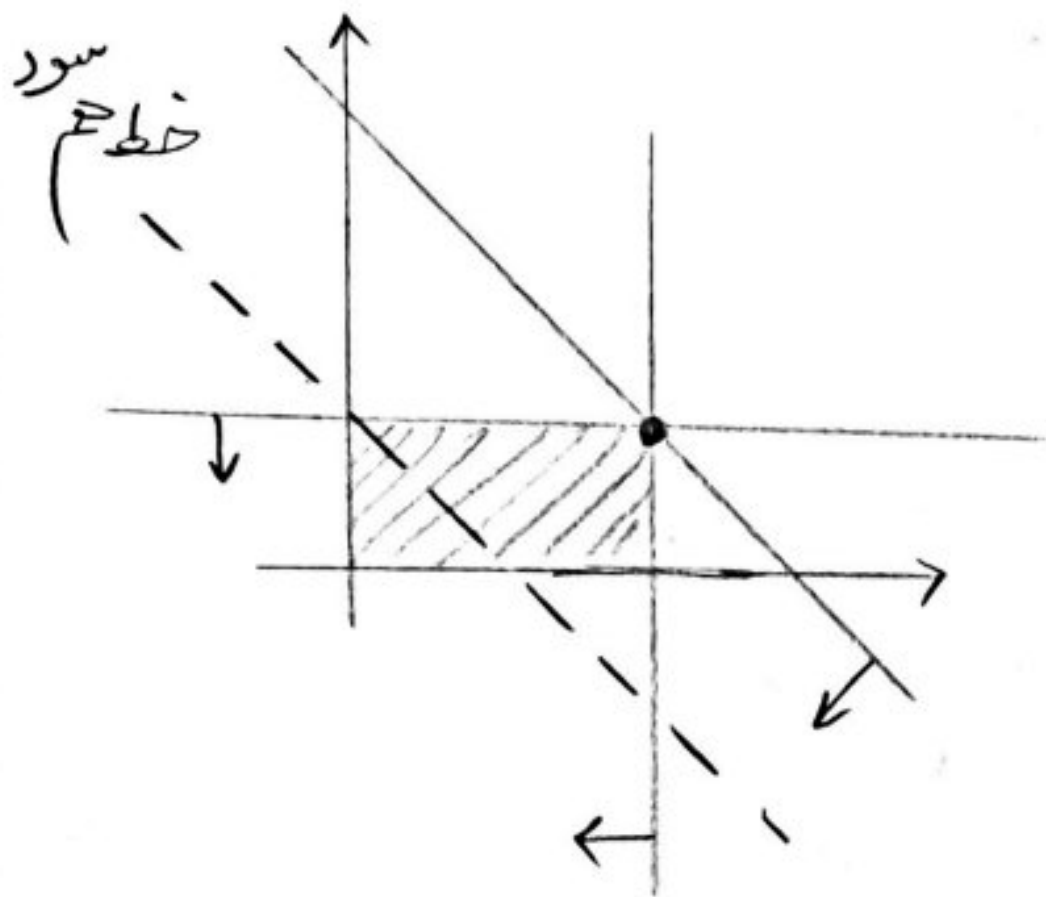
$$\begin{array}{ll}\text{Min } z = c^T x \\ \text{s.t.} \\ Ax = b \\ x \geq 0\end{array}$$

ج) اگر ناحیه شدنی بیکران باشد جواب بهین نیز بیکران است.

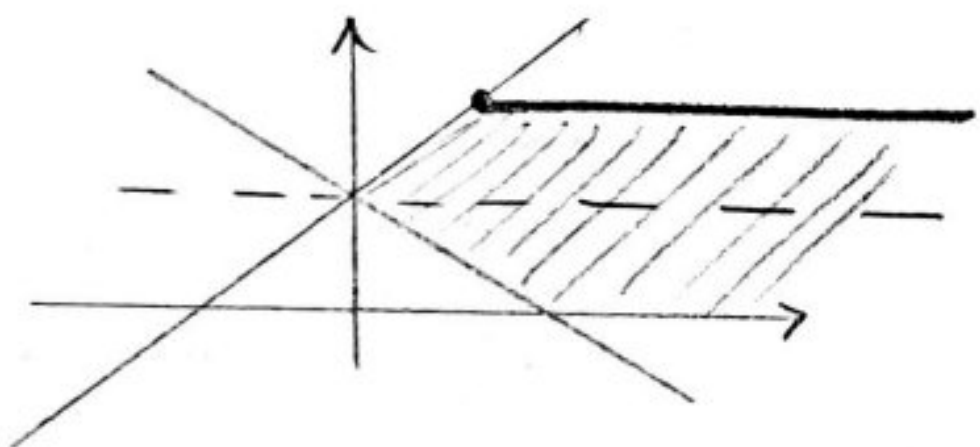
د) اگر جواب مسئله بیکران باشد ناحیه شدنی مسئله نیز بیکران است.

سوال ۱۰

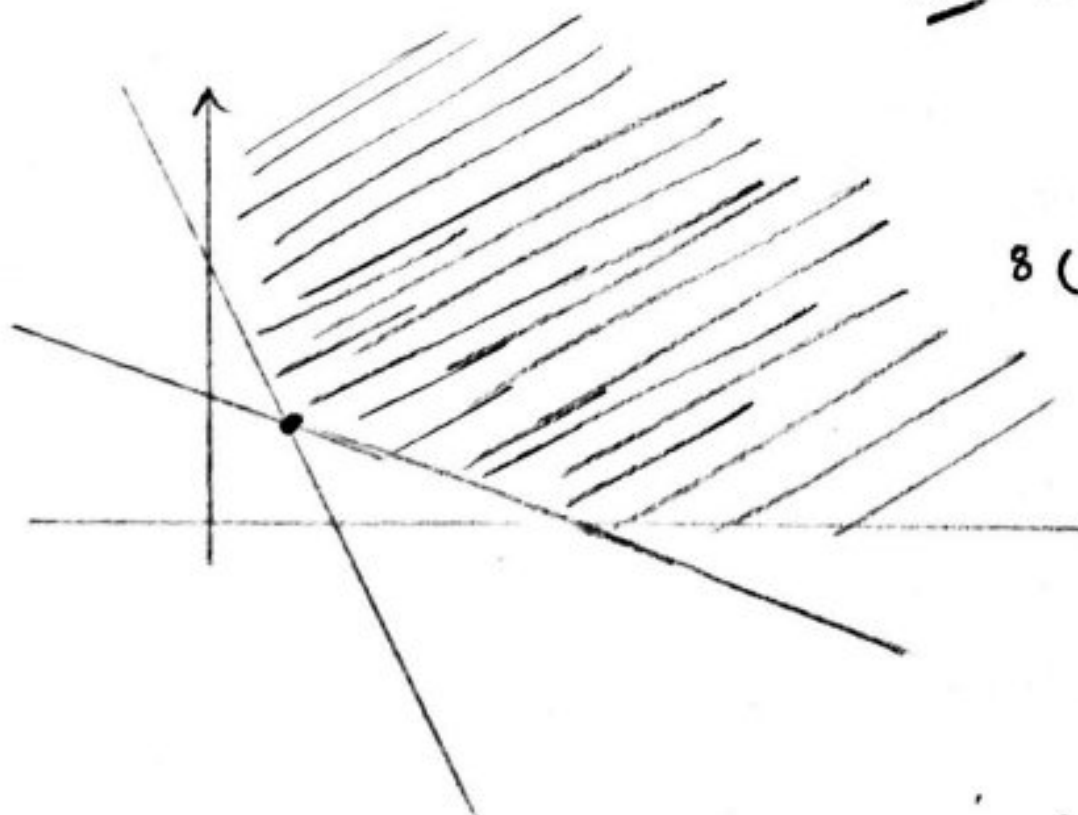
الف) نادرست ←



ب) درست، البته ممکن است شعاع کجین هم داشته باشیم، در این صورت مجموعه جوابی کجین روی شعاعی از ناحیه شدنی قرار دارند



ج) البته در صورت سوال به مدینه نزدیک ج کجین اشاره شده پس گزاره درست است، اما در حالت کلی خیر



ج) نادرست ← رسیدن به \min سازی

د) نشاط لای با مجموعه جواب در شدنی پایه حاصل اند

→ به استدلال مشابه با بحث ب، این گزاره نیز درست است.

سوال ۱۲

الف) نادرست - اگر سُد جواب بچین پیرلان لاشه باشد، نقطه‌ی بچین ندریم.

ب) درست

ج) نادرست - مانند سوال قبل

د) درست.

۱۳- در یک مسئله LP با تغییر از MAX به MIN مقدار تابع هدف تغییری نکرده است.

الف) ناحیه شدنی نامحدود است.

ب) ناحیه شدنی حتما یک خط است.

ج) ناحیه شدنی یک خط یا نقطه است.

د) ناحیه شدنی یک نقطه است.

سوال ۱۳

گزیند ج صحیح است.

نرله با توجه به اینکه z^* در حالت \max سازی با z^* در حالت \min سازی برابر است،
یعنی خط هم سود در جهت z^* را در این روش در خلاف جهت z^* را در این روش ج از ناحیه شدنی
خارج شده است پس در نتیجه ناحیه شدنی یک خط یا نقطه بوده است.

۱۵- مسئله زیر را در نظر بگیرید

$$\begin{array}{ll}\text{Min } z = c^T x \\ \text{s.t.} \\ Ax \geq b \\ x \geq 0\end{array}$$

الف) اگر یک محدودیت جدید به مسئله اضافه شود، ناحیه شدنی و مقدار بهین تابع هدف مسئله فوق چه تغییری میکند؟

ب) اگر یک متغیر جدید به مسئله اضافه شود، ناحیه شدنی و مقدار بهین تابع هدف مسئله فوق چه تغییری میکند؟

ج) اگر یکی از محدودیتهای مسئله حذف شود، ناحیه شدنی و مقدار بهین تابع هدف مسئله فوق چه تغییری میکند؟

سوال ۱۵

الف) ناحیه شدن یافتنی غنی نند یا بوجب ر می شود $\Leftarrow z^*$ یافتنی غنی نند یا بد ر می شود
که مسائل \min سازی بد ر شدن یعنی بزرگ تر شدن آن

ب) ناحیه شدن یا بزرگ تر می شود یا یافتنی غنی نند $\Leftarrow z^*$ یافتنی غنی نند و یا کهد ر می شود یعنی عم ر
می شود.

ج) ناحیه شدن یافتنی غنی نند یا بزرگ تر می شود $\Leftarrow z^*$ یافتنی غنی نند یا بوجب ر می شود.

۱۸- در مسئله زیر :

$$\begin{array}{ll}\text{Min } z = c^T x \\ \text{s.t.} \\ Ax \geq b \\ x \geq 0\end{array}$$

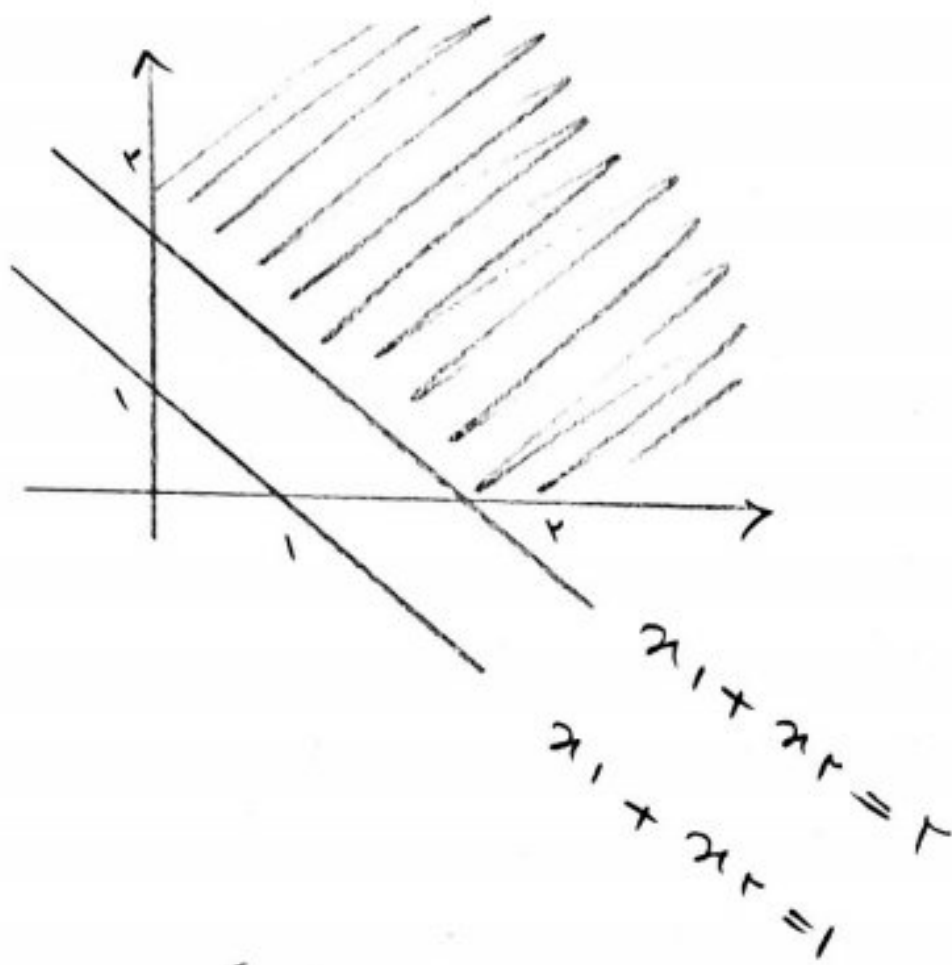
الف) اگر سمت راست یکی از قیود مسئله فوق یک واحد افزایش یابد، ناحیه شدنی و مقدار بهین تابع هدف چه تغییری میکند؟

ب) اگر سمت راست یکی از قیود مسئله فوق یک واحد کاهش یابد، ناحیه شدنی و مقدار بهین تابع هدف چه تغییری میکند؟

سوال ۱۸

الف) ناحیه شدنی بزرگ رکتانگولار شد (میدون تغییر مایه کوچکتر) $\Leftarrow z^*$ نیز میبود رکتانگولار شد.

ب) ناحیه شدنی کوچک رکتانگولار شد (بزرگتر مایه دین تغییر) $\Leftarrow z^*$ بدتر رکتانگولار شد



$$\min z = c^T x$$

s.t.

$$x_1 + x_2 \geq 1$$

$$x_1 + x_2 \geq 2$$

۱۹- دستگاه زیر را در نظر بگیرید :

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 &= 1 \\x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 &= 1\end{aligned}$$

الف) آیا نقطه $(X_1, X_2, X_3, X_4) = (2, 0, 0, 1)$ پایه است ؟ چرا ؟

ب) تمام جوابهای شدنی پایه ای را بدست آورید و در هر کدام مجموعه متغیرهای پایه ای و غیرپایه ای را معلوم کنید.

ج) یک جواب شدنی برای این دستگاه بیابید که پایه ای نباشد.

د) با توجه به جوابهای شدنی پایه ای که در قسمت ب بدست آوردید، جواب بهین را با هدف زیر بدست آورید

$$\text{Min } z = 2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4$$

الف) این نقطه به نحوی شده است زیرا در هر دو صورت صحت می‌نند، اما شدنی پایه ای نیست
مگر به منحصراً غیر نیست

ب) $x_3 = x_6 = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = 0 \rightarrow (1, 0, 0, 0)$

جواب شدنی پایه ای - نقطه پایه

پایه شدنی - نقطه پایه $x_2 = x_6 = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_3 = 0 \rightarrow (1, 0, 0, 0)$

جواب شدنی پایه ای نهایی $x_2 = x_3 = 0 \Rightarrow x_1 - x_6 = 1 \rightarrow$

شدنی پایه ای، نقطه رأس $x_1 = x_6 = 0 \Rightarrow x_2 = 0, x_3 = 2 \rightarrow (0, 0, 2, 0)$

شدنی پایه ای نیست $x_1 = x_3 = 0 \Rightarrow x_2 = 0, x_6 = -1 \rightarrow (0, 0, 0, -1)$

$x_1 = x_2 = 0 \Rightarrow x_3 = 0, x_6 = -1 \rightarrow (0, 0, 0, -1)$

ج) \leftarrow قلاً $(3, 0, 0, 2)$

د) با جک جواب در شدنی پایه ای در $z = 2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_6$ و \min در
میان آنها، جک بین شده پیدا می‌شود.

$$\begin{array}{l} (1, 0, 0, 0) \rightarrow z^* = 2 \\ (0, 0, 2, 0) \rightarrow z^* = 1 \end{array} \rightarrow \underline{x^* = (0, 0, 2, 0)}$$