



پاسخ تمرینات تحویلی

سری چهارم

آذر ۱۴۰۱



$$\max Z = 2x_1 - x_2 + x_3$$

$$\text{s.t.} \quad \begin{aligned} 3x_1 - x_2 + 2x_3 &\leq 1 \\ 4x_1 + x_2 &\geq 2 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned} \quad \xrightarrow{\text{استاندارد}}$$

$$\max Z = +2x_1 - x_2 + x_3$$

$$\text{s.t.} \quad \begin{aligned} 3x_1 - x_2 + 2x_3 + S_1 &= 1 \\ 4x_1 + x_2 - e_2 &= 2 \\ x_1, x_2, x_3, S_1, e_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

سلفناز اول $\rightarrow \min W = a_2$

$$\text{s.t.}$$

$$3x_1 - x_2 + 2x_3 + S_1 = 1$$

$$4x_1 + x_2 - e_2 + a_2 = 2$$

$$x_1, x_2, x_3, S_1, e_2, a_2 \geq 0$$

	W	x_1	x_2	x_3	S_1	e_2	a_2	RHS
W	1	0	0	0	0	0	-1	0
S_1	0	3	-1	2	1	0	0	1
a_2	0	4	1	0	0	-1	1	2

اصلاح سطر منفرد \downarrow

	W	x_1	x_2	x_3	S_1	e_2	a_2	RHS
W	1	4	1	0	0	-1	0	2
S_1	0	3	-1	2	1	0	0	1
a_2	0	⊕	1	0	0	-1	1	2 →

\uparrow

	W	x_1	x_2	x_3	S_1	e_2	a_2	RHS
W	1	0	0	0	0	0	-1	0
S_1	0	0	$-\frac{7}{4}$	2	1	$\frac{3}{4}$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{13}{2}$
x_1	0	1	$\frac{1}{4}$	0	0	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

پایین نازل:

$$W^* = 0 \quad \text{دستگیر در منفردی همواره از پایه خارج شده اند}$$

شیخ نازل ۲: حذف سون در مربوط به مقید در مصنوعی و دیگر در سطر منفرد شده اند

	Z	x_1	x_2	x_3	s_1	e_r	RHS
Z	1	-2	+1	-1	0	0	0
s_1	0	0	$-\frac{1}{4}$	2	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{13}{4}$
x_1	0	1	$\frac{1}{4}$	0	0	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

اصلاح شرط منفرد

	Z	x_1	x_2	x_3	s_1	e_r	RHS
Z	1	0	$\frac{3}{4}$	-1	0	$-\frac{1}{4}$	1
s_1	0	0	$-\frac{1}{4}$	(2)	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{13}{4}$
x_1	0	1	$\frac{1}{4}$	0	0	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

ساده اصلی max سازی است.

	Z	x_1	x_2	x_3	s_1	e_r	RHS
Z	1	0	$\frac{5}{8}$	0	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{11}{4}$
x_3	0	0	$-\frac{1}{8}$	1	$\frac{1}{4}$	($\frac{3}{8}$)	$\frac{13}{4}$
x_1	0	1	$\frac{1}{4}$	0	0	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

	Z	x_1	x_2	x_3	s_1	e_r	RHS
Z	1	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	$\frac{17}{3}$
e_r	0	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	1	$\frac{27}{3}$
x_1	0	1	$-\frac{4}{12}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{17}{12}$

در تفسیری دیگر در مورد پایه نهایی \Leftarrow جدول فوق صحیح است

$$x^* = \left(\frac{17}{12}, 0, 0, 0, \frac{27}{3} \right)$$

$$Z^* = \frac{17}{3}$$

$$\min z = -x_1 + 2x_2$$

s.t.

$$3x_1 + 4x_2 \geq 12$$

$$-x_1 + 2x_2 \leq 1.$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

استاندارد

$$\min z = -x_1 + 2x_2$$

s.t.

$$3x_1 + 4x_2 - e_1 = 12$$

$$-x_1 + 2x_2 + s_1 = 1.$$

$$x_1, x_2, e_1, s_1 \geq 0.$$

	z	x_1	x_2	e_1	s_1	RHS
z	1	0	0	\square	\square	\square
x_1	0	1	0	\square	\square	\square
x_2	0	0	1	\square	\square	\square

جدول ناملر ←

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow B^{-1} = \frac{1}{11} \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} .18 & -.36 \\ .09 & .27 \end{bmatrix}$$

$$C_{B^T} = [-1 \ 2] \Rightarrow C_{B^T} B^{-1} = [0 \ 1]$$

$$\bar{C}_{e_1} = [0 \ 1] \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} - 0 = 0 \quad \backslash$$

$$\bar{C}_{s_1} = [0 \ 1] \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} - 0 = 1 \quad /$$

$$\bar{C}_{a_j} = C_{B^T} B^{-1} a_j - C_j$$

$$\bar{z} = B^{-1} b = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 \\ 1 \end{bmatrix} = 1.$$

$$\bar{a}_{e_1} = B^{-1} a_{e_1} = B^{-1} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -.18 \\ -.09 \end{bmatrix}$$

$$\bar{a}_{s_1} = B^{-1} a_{s_1} = B^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -.36 \\ .27 \end{bmatrix}$$

$$\bar{b} = B^{-1} b = B^{-1} \begin{bmatrix} 12 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} .18 \\ .09 \end{bmatrix}$$

	Z	x_1	x_2	e_1	s_2	RHS
Z	1	0	0	0	1	10
x_1	0	1	0	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$
x_2	0	0	1	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

مسئله min می‌باشد

و 14 →



	Z	x_1	x_2	e_1	s_2	RHS
Z	1	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	-1
x_1	0	1	$\frac{4}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	1
s_2	0	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	1	1



e_1 را حذف کرده و به پای است. آن متغیری که جای خروج از پایه می‌باشد ← مسئله بهینه شده

پای است.

$$\max Z = -3x_1 + x_2 + 2x_3$$

$$\begin{aligned} \text{s.t.} \quad & x_2 + 2x_3 \leq 3 \rightarrow y_1 \\ & -x_1 + 3x_3 \leq -1 \rightarrow y_2 \\ & -2x_1 - 3x_2 \leq -2 \rightarrow y_3 \\ & x_i \geq 0 \quad i=1,2,3 \end{aligned}$$

$$\text{Dual} \rightarrow \min w = 3y_1 - y_2 - 2y_3$$

(الف)

$$\begin{aligned} \text{s.t.} \quad & -y_2 - 2y_3 \geq -3 \\ & y_1 - 3y_3 \geq 1 \\ & 2y_1 + 3y_2 \geq 2 \\ & y_i \geq 0 \quad i=1,2,3 \end{aligned}$$

ب) با ضرب هر یک از سطرها در (-1) به همان سطر دسته اولی رسم می کنند ناحیه شدت بیان کنند.

ج) قصد ضمیمه نمودن $z \leq w$ (به اولی) به جواب شد خطی برای سطر اولی رسم دهان

$$z^* = w^* = 0 \Leftrightarrow z^* = -w^* \Leftrightarrow z = -w \text{ از هر دوی این ها}$$

$$\min z = C_1 x_1 + \dots + C_n x_n$$

$$\text{s.t. } a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$\rightarrow q_1$$

$$a_{n1}x_1 + \dots + a_{nn}x_n = b_n$$

$$\rightarrow q_n$$

$$x_1 \leq U_1$$

$$\rightarrow r_1$$

$$x_n \leq U_n$$

$$\rightarrow r_n$$

$$x_1 \geq L_1$$

$$\rightarrow s_1$$

$$x_n \geq L_n$$

$$\rightarrow s_n$$

$$\text{Dual: } \max w = \sum_{i=1}^n b_i q_i + \sum_{i=1}^n U_i r_i + \sum_{i=1}^n L_i s_i$$

$$\text{s.t. } \sum_{j=1}^n a_{ij} q_j + r_i + s_i = C_i \quad \forall i$$

$$r_i \leq 0, \quad s_i \geq 0, \quad q_i \text{ free} \quad \forall i$$

$$\text{Obj: } \max w = b^T q + U^T r + L^T s$$

$$\text{s.t. } q^T A + r + s = C$$

$$r \leq 0, \quad s \geq 0, \quad q \text{ free}$$

ب) نشان بدهیم $q=0 \Leftarrow r, s$ از وجود دارند $r+s=c$

حالت ۱: اگر $c > 0$ تکراری می‌دهیم $r=0$ و $s=c > 0 \Leftarrow (q, s, r) = (0, c, 0)$ تکرار شد
بله شده شده است.

حالت ۲: اگر $c < 0$ تکراری می‌دهیم $s=0$ و $r=c < 0 \Leftarrow (q, s, r) = (0, 0, c)$ تکرار شد
بله شده شده است.

حالت ۳: اگر بعضی از اجزای c مانند c_k, \dots, c_1 منفی و بعضی دیگر مانند c_{k+1}, \dots, c_n مثبت و منفی باشند، تکراری می‌دهیم:

$$\hat{s} = (c_1, \dots, c_k, 0, \dots, 0) \geq 0$$

$$\hat{r} = (0, \dots, 0, c_{k+1}, \dots, c_n) < 0$$

$\hat{r} + \hat{s} = c$ نقطه‌ای $(q, r, s) = (0, \hat{s}, \hat{r})$ تکرار شد بله شده
شده است.