



جلسه اول

۱۴۰۱ مهر ۲۷

مجث مدلسازی

نادیا فنبری

سوال شماره ۱**سطح آسان**

کارخانه‌ای سه نوع محصول (نوع ۱ و ۲ و ۳) تولید می‌کند. در تولید هر محصول از سه ماشین استفاده می‌شود. تعداد ساعتی که باید یک واحد از هر نوع محصول روی ماشین‌ها پردازش شود به شرح جدول زیر است:

ماشین سنگ‌کاری	ماشین تراش	ماشین فرز	
۳ ساعت	۵ ساعت	۹ ساعت	محصول نوع ۱
۴۵ دقیقه	۴ ساعت	۳ ساعت	محصول نوع ۲
۲ ساعت	۳۰ دقیقه	۵ ساعت	محصول نوع ۳

در طول هر ماه هر یک از ماشین‌های فرز و تراش و سنگ‌کاری به ترتیب حداکثر می‌توانند ۵۰۰، ۳۵۰ و ۱۵۰ ساعت کار کنند. فرض کنید از محصول نوع ۳ حداکثر بتوان ۳۰ واحد تولید کرد. به علاوه سود حاصل از فروش هر یک از محصولات ۱ و ۲ و ۳ به ترتیب ۱۵، ۱۲ و ۱۰ دلار است. یک LP برای ماکزیمم سازی سود کارخانه ارائه دهید.

سوال شیعہ ۱۰

$$x_1 = \text{نیز ایک مخصوصیت ہے۔}$$

$$x_r = r \dots n$$

$$\max Z = 4x_1 + 12x_2 + 10x_3 \rightarrow \text{تابع هدف}$$

$$9x_1 + 15x_2 + \omega x_3 \leq \omega$$

$$\omega x_1 + t x_r + \frac{1}{r} x_r \leq \tau \omega.$$

$$r x_1 + \frac{r}{k} x_r + r x_w \leq 1\omega.$$

$$x_r \leq r.$$

$$x_1, x_2, x_4 \geq 0$$

گذار ساعد طرماں خرز

نے کلاش

از محصول نیع ۳ حداستر ب ۳ دارای حد مولید می‌ردد

مددِ علام

سوال شماره ۲

سطح آسان

شرکتی دو نوع کالا تولید می‌کند. مدت زمان تولید کالای نوع اول دو برابر کالای نوع دوم است. اگر تمام کالاهای از نوع دوم باشند، شرکت میتواند جمیعاً ۵۰۰ کالا تولید کند. فرض کنید حداقل فروش روزانه کالاهای نوع اول و دوم در بازار به ترتیب ۱۵۰ و ۲۵۰ عدد و سود حاصل از فروش آنها به ترتیب ۸ و ۵ دلار باشد. مطلوب است تعداد کالاهایی که باید از نوع اول و دوم تولید شوند به طوریکه سود کل ماکزیمم گردد. بدین منظور یک LP ارائه و آن را با حل کنید.

* سوال شماره ۲ *

x_1 : زمان تولید حاری نیخ ۱

x_2 : زمان تولید حاری نیخ ۲

$$\max Z = \lambda x_1 + \omega x_2$$

s.t.

$$x_1 \leq 1\omega ..$$

$$x_2 \leq 2\omega ..$$

حدسزیش حاری نیخ ۱
حدسزیش حاری نیخ ۲

$$\boxed{\frac{2t}{\omega ..} x_1 + \frac{t}{\omega ..} x_2 \leq t}$$

تید میوچ ب زمان درسیز



فرض کنیم t ص زمان درسیز باشد، t س زمان تولید ملارد حاری نیخ ۲ است

از این دو میان رابطه تولید حاری نیخ ۲ خصوصیم علاوه هم ملائست:

$$\omega .. t' = t \Rightarrow t' = \frac{t}{\omega ..} \Rightarrow \frac{2t}{\omega ..} = 1$$

* نتیجه: t' پایاس هستند

$$x_1, x_2 \geq 0$$

محدوده علاست

سوال شماره ۳

سطح آسان

یک فروشگاه رادیو و تلویزیون باید تصمیم بگیرد که چه تعداد رادیو و تلویزیون در انبار نگهداری کند. تلویزیون معادل ۱۰ فوت مربع جا اشغال می‌کند در حالیکه یک رادیو به فضایی معادل ۴ فوت مربع نیاز دارد و کلا ۲۰۰ فوت مربع فضا در اختیار است. این فروشگاه به ازای هر تلویزیون و رادیو به ترتیب سودی معادل با ۶۰ و ۲۰ دلار به دست می‌آورد. تقاضای بازار ایجاب می‌کند که حداقل ۶۰ درصد از کل دستگاه‌های انبار شده رادیو باشند. هر تلویزیون سرمایه‌ای معادل ۲۰۰ دلار و هر رادیو سرمایه‌ای معادل ۵۰ دلار را به خود اختصاص می‌دهد و فروشگاه تمایل دارد که ارزش سرمایه درگیر در هر زمان حداقل ۳۰۰۰ دلار باشد برای ماکزیمم سازی سود فروشگاه یک LP ارائه دهد.

* سوال شماره ۳۰ *

x_1 : تعداد ملزبورن د
 x_2 : تعداد رادرینج

متغیرهای تعیین

$$\max z = 70x_1 + 20x_2$$

s.t.

$$10x_1 + 4x_2 \leq 200$$

حداکثر تعداد اسارت نباید باز
۲۰۰ فوت مربع بگذرند

$$200x_1 + 50x_2 \leq 300$$

حداکثر سرمایه ایله

$$x_2 \leq \frac{70}{10} (x_1 + x_2)$$

لاریو باشد

$$x_1, x_2 \geq 0, \text{int}$$

سوال شماره ۴

سطح آسان

در مسئله برش که در جزوی به آن پرداخته شده، فرض کنید شرکت می‌تواند تقاضا را با برش قطعات ۱۷ فوتی و ۲۰ فوتی تأمین کند. یک LP ارائه کنید مقدار ضایعات را حداقل کند.

* سوال شماره ۲۰ *

اسوکر بش بای تعداد ۱۷ نری مطابق با خود است

بای تعداد ۲ نری اسوکر بش مابین می‌برم:

متغیر	نقطه ۳ فری	نقطه ۴ فری	نقطه ۵ فری	j
۲	۰	۰	۷	۱
۰	۰	۴	۰	۲
۲	۲	۰	۰	۳
۰	۱	۱	۲	۴
۱	۱	۲	۰	۵
۲	۱	۰	۳	۶
۰	۰	۳	۱	۷

$x_i =$ ساده اندکی ۱۷ فری - با طبع زیرش را درست کنند \rightarrow ماتریس

$y_j =$ ساده اندکی ۲ نری - با طبع زیرش ماتریس $\rightarrow j = 1, \dots, 7$

$$\min z = 17 \sum_{i=1}^7 x_i + 2 \cdot \sum_{j=1}^7 y_j - \boxed{w_1} \rightarrow (2w_1 + 2 \cdot w_2 + 1w_3)$$

s.t.

$$* \quad w_1 + 4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 + 7y_1 + 4y_2 + 3y_3 \\ + y_4 \geq 2w_2 \quad \text{حدس ۱۷ فری لازم است.}$$

$$* \quad x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 + 4y_1 + 2y_2 + 2y_3 + 3y_4 \geq 2w_3 \quad \text{حدس ۲ نری لازم است.}$$

$$* \quad x_2 + x_3 + 4y_1 + y_2 + y_3 + y_4 \geq 1w_4 \quad \text{حدس ۱۷ فری}$$

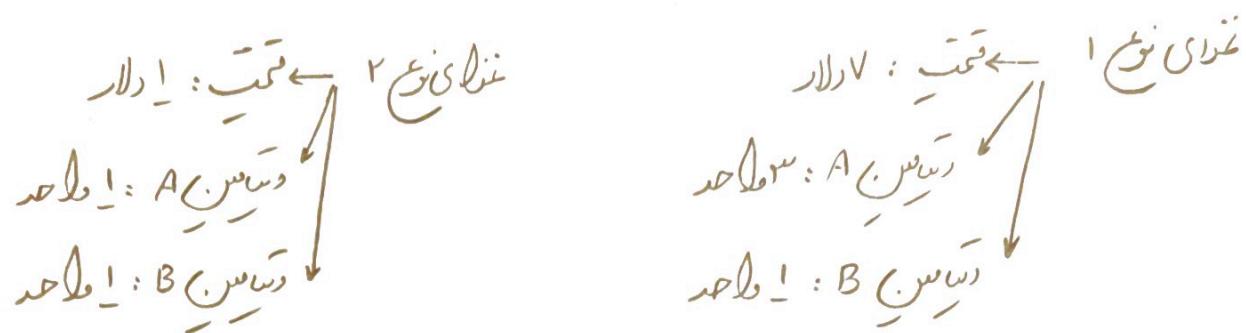
$$x_i, y_j \geq 0, \text{ int} \quad i = 1, \dots, 7, \quad j = 1, \dots, 7$$

سوال شماره ۵

سطح آسان

فردی بوجه غذایی محدودی دارد وسعی می‌کند نیازهای غذایی اش را با کمترین هزینه تأمین کند. او می‌تواند دو نوع غذا بخرد. هر پوند از غذا اول ۷ دلار قیمت دارد و حاوی ۳ واحد ویتامین A و یک واحد ویتامین B است. هر پوند از غذا دوم ۱ دلار قیمت دارد و حاوی یک واحد از هر کدام از ویتامین‌هاست. این فرد روزانه به حداقل ۱۲ واحد ویتامین A و حداقل ۶ واحد ویتامین B نیاز دارد. با نوشتن یک LP تعیین کنید این فرد در طول روز از هر نوع غذا به چه میزان مصرف کند به طوریکه نیازهای او با کمترین هزینه تأمین شود.

* سوال شماره ۵ *



x_1 : شرایط خواهی نفع ۱ برای مورد

x_2 : شرایط خواهی نفع ۲ برای مورد

متغیرهای تصمیم

$$\min z = v x_1 + x_2$$

s.t.

با محض

خرید از دسترسی A بزرگتر

نیز از دسترسی B بزرگتر

$$3x_1 + x_2 \leq 12$$

$$x_1 + x_2 \leq 7$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

برای مورد

سوال شماره ۶**سطح متوسط و سخت**

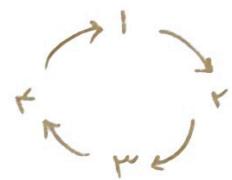
یک بیمارستان قصد دارد تعدادی پرستار استخدام کند. یک روز به چهار نوبت کاری تقسیم شده است و در هر نوبت تعداد پرستاران مورد نیاز به شرح زیر است:

نوبتها	۱۲ شب تا ۶ صبح	۶ صبح تا ۱۲ ظهر	۶ ظهر تا ۱۲ بعدازظهر	۶ بعدازظهر تا ۱۲ شب
پرستاران	۶	۱۵	۸	۱۲

طبق قانون کار در هر روز هر پرستار باید در دو نوبت کار کند. به پرستارانی که نوبت کاری آنها متوالی است دستمزدی معادل با ۱۲ واحد در ساعت و به پرستارانی که نوبت کاری آنها غیرمتوالی است دستمزدی معادل ۱۸ واحد در ساعت پرداخت می‌شود. هدف آن است که در خصوص شیوه استخدام پرستاران به گونه‌ای تصمیم‌گیری شود که نیاز بیمارستان در هر نوبت تأمین شود و هزینه نیروی کار مورد نیاز حداقل گردد. برای این منظور یک LP ارائه دهید.

* سُلَالٌ مُّتَاهِيَّة *

$x_{i,j}$: تعداد ریسالاتی - زوایت نول مشغول خانه



* زوایت کریسلی : $1_2 / 3_2 / 3_3 / 1_1$

* زوایت در عین ویرانی : $1_3 / 3_2 / 2_1$

ساعات طرد \downarrow دستمزد هر ساعت

$$\begin{aligned} \min z = & 12 \left[12 (x_{1,2} + x_{2,3} + x_{3,1} + x_{1,1}) \right] \\ & + 18 \left[12 (x_{1,3} + x_{2,1}) \right] \end{aligned}$$

s.t.

$x_{1,2} + x_{1,3} + x_{3,1} \geq 4$ ریسالات مشغول بیمه و زوایت احتمال ۴ نتراند.

$x_{1,2} + x_{2,3} + x_{2,1} \geq 15$ زوایت ۲ " ۱۵ " "

$x_{1,3} + x_{2,1} + x_{2,3} + x_{3,2} \geq 8$ زوایت ۳ " "

$x_{1,1} + x_{2,2} + x_{3,3} \geq 12$ زوایت ۴ " ۱۲ "

$x_{i,j} \geq 0, \text{ int } \forall i,j = 1,2,3,4$

سوال شماره ۷

سطح متوسط و سخت

در مسئله زمانبندی کار فرض کنید اداره پست ۲۵ کارمند تمام وقت دارد و اجازه اخراج یا استخدام هیچ کارمندی را ندارد و می‌خواهد برنامه حضور کارکنان را طوری تنظیم کند که تعداد مرخصی‌های آخر هفته ماکریم گردد. برای این منظور یک LP ارائه کنید.

* سوال شماره ۷ *

x_i : تعداد هارنده - طرفان لازم نام شرخ بیشترند $i = 1, \dots, v$

$$\max Z = 2x_1 + x_2 + x_v$$

s.t. $\sum_{i=1}^v x_i = 2\omega \rightarrow$ شرط ۲ ω نیزی هم دسته هم اخر
با استفاده همیشه میتواند.

$$x_1 + x_v + x_2 + x_\omega + x_3 \geq 17$$

نیزی هاره ریس از ارزش بین

|
| باز توپی میدیر جزو (:

سوال شماره ۸

سطح متوسط و سخت

در مسئله زمانبندی کار فرض کنید اداره پست بتواند کارکنانش را به یک روز اضافه کاری در هفته متلاعف کند. مثلا کارمندی که نوبت کاری متداولش روزهای شنبه تا چهارشنبه است ممکن است اضافه کاری نداشته باشد یا ممکن است روز پنجشنبه و جمعه اضافه کاری داشته باشد. هر کارمند معادل ۵۰ دلار در روز برای هر یک از ۵ روز اول کارش و ۶۲ دلار برای روز اضافه کاری اش (اگر داشته باشد) دریافت می کند. یک LP ارائه کنید که هزینه کار مورد نیاز در هفته مینیمم گردد.

* سوال شماره *

x_i : تعداد هر کارخانی - ارزش زیر مجموعه بحثی خانه $i = 1, \dots, v$

$x_{i,j}$: انداده هر کارخانه i در زیر مجموعه بحثی خانه j $i, j = 1, \dots, v$

$$\min z = \underbrace{\omega \times \omega}_{\text{نابض}} \cdot \left(\sum_{i=1}^v x_i \right) + \underbrace{(\omega \times \omega \cdot + 72)}_{\text{نابض + اضافه های}} (x_{1,7} + x_{1,v} + x_{v,v} + x_{v,1} + x_{v,1} + x_{v,2} + x_{v,2} + x_{v,7} + x_{v,7} + x_{v,\omega} + x_{v,\omega})$$

s.t.

$$x_1 + x_v + x_7 + x_\omega + x_t + x_{v,1} + x_{v,1} + x_{v,v} + x_{1,v} \\ + x_{v,\omega} + x_{v,7} + x_{7,\omega} + x_{7,t} + x_{\omega,t} + x_{\omega,v} \\ + x_{t,v} + x_{t,2} \geq 14$$

حداقل اصلی راهنمایی هار شفعتی بحثی و پذیرش

دالونج به بیان نمودن (ز)

سوال شماره ۹**سطح متوسط و سخت**

فرض کنید تعداد حداقل اتوبوس مورد نیاز در ساعت i ام روز برابر b_i باشد. $i = 1, 2, \dots, 24$ هر اتوبوس ۶ ساعت متوالی کار می‌کند. اگر تعداد اتوبوس‌ها در ساعت i از حداقل مورد نیاز بستر شود اضافه هزینه‌ای معادل c_i برای هر ساعت کار هر اتوبوس اضافی درنظر گرفته می‌شود. یک LP بنویسید تا هزینه اضافی کل را مینمم کند.

* نتیجه ۹ *

اگر x_i را محدود نمایی کنیم و b_1 را محدود نمایی کنیم \rightarrow این دو محدودیت را می‌توان لامپریز نماید.

حداول

$$x_1 + x_{20} + x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} \leq b_1$$

بعد از این دو محدودیت را می‌توان باز بحث کرد.
کاراول باعهف

$$c_1 x (x_1 + x_{20} + x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} - b_1)$$

بعن رسی (لارج چم) در رخانست جمیور (بی) $\min c_1 x$

کشاورزی زمینی به مساحت ۵۰۰ هکتار در اختیار دارد و می‌خواهد در آن سه محصول گندم، ذرت و جو بکارد. در ابتدای زمستان که زمان کشت محصول است او باید تصمیم بگیرد که به هر محصول چه مساحتی از زمین را اختصاص دهد. بر اساس تجربه کشاورز می‌داند که بازدهی زمین به ازای هر هکتار کشت گندم، ذرت و جو به ترتیب برابر ۲/۵ تن گندم، ۳ تن ذرت و ۲۰ تن جو است. و قیمت کشت هر هکتار گندم، ذرت و جو به ترتیب برابر با ۱۵۰، ۲۳۰ و ۲۶۰ واحد است. کشاورز حداقل ۲۰۰ تن گندم و ۲۴۰ تن ذرت برای دامش نیاز دارد. این مقادیر می‌توانند توسط خود کشاورز تولید شود و یا از بازار محلی خریداری شود. همچنین، هر مقدار از محصولات گندم و جو که بیش از نیاز دام تولید شود می‌تواند در بازار به فروش برسد. قیمت فروش هر تن گندم و ذرت، به ترتیب ۱۷۰ و ۱۵۰ واحد می‌باشد. قیمت خرید محصولات به دلیل هزینه‌های بارگیری و حمل و نقل ۴۰ درصد بیشتر از قیمت فروش آنهاست. در مورد جو تا وقتی که زیر ۶۰۰۰ تن تولید گردد با قیمت ۳۶ واحد به فروش می‌رسد و تولید اضافی این محصول با قیمت ۱۰ واحد به فروش خواهد رسید. کشاورز می‌خواهد تصمیمی را بگیرد که سودش ماکزیمم گردد. در این خصوص یک LP ارائه کنید.

* سوال شماره ۱۰ *

x_i : مساحت باری شت محصول نوع i نیاز دارد

$i = 1, 2, 3$

$y_{1,1}$: سرما محصول نوع ۱ - خرید

$y_{1,2}$: سرما محصول نوع ۱ - مرزش

$y_{2,1}$: سرما محصول نوع ۲ - خرید

$y_{2,2}$: سرما محصول نوع ۲ - مرزش

$y_{3,1}$: سرما محصول نوع ۳ - بهبود مطلوب نیاز دارد

$y_{3,2}$: سرما محصول نوع ۳ - بهبود ازان نیاز دارد

$$\max Z = -150x_1 - 230x_2 - 270x_3 - 228y_{1,1} + 170y_{1,2}$$

خوبی‌های شت

کاربرد مرزش محصول ۱ خوبی خرید محصول ۱

$$-210y_{2,1} + 150y_{2,2} + 32y_{3,2} + 10y_{3,3}$$

کاربرد مرزش محصول ۲ خوبی خرید محصول ۲

بهبود ازان

s.t.

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 500$$

حداکثر مساحت زمین نیشت

$$210x_1 + y_{1,1} - y_{1,2} \leq 200$$

حداکثر ۲۰۰ تن محصول نوع ایاز دارد

$$230x_2 + y_{2,1} - y_{2,2} \leq 240$$

حداکثر ۲۴۰ تن محصول نوع ۲ نیاز دارد

$$y_{3,2} + y_{3,3} \leq 20x_3$$

نریش محصول ۳ ایاز سرانجام تولیدی کی ایاز غیرند

$$y_{3,2} \leq 400$$

حصار محصول نوع ۳ بهبود ۶۰ لارم مرزش ایاز ۴۰۰ لارم برتر نیست

کوچه علامت
all variables > 0