

«بسمه تعالی»

«تمرینات مبحث مدل سازی»

سؤالات سطح ساده

۱. یک گل فروشی از ترکیب گل های رز، نرگس و مریم در تهیه سه نوع سبد گل استفاده می کند:
در سبد گل نوع اول، ۳۰ شاخه گل رز، ۲۰ شاخه گل نرگس و ۴ شاخه گل مریم استفاده می کند.
در سبد گل نوع دوم، ۱۰ شاخه گل رز، ۴۰ شاخه گل نرگس و ۳ شاخه گل مریم استفاده می کند.
در سبد گل نوع سوم ۲۰ شاخه گل رز، ۱۵ شاخه گل نرگس و ۱۰ شاخه گل مریم استفاده می کند.
سود خالص سبد گل نوع اول، دوم و سوم به ترتیب ۵۰، ۳۰ و ۶۰ دلار است.
در حال حاضر ۱۰۰ شاخه گل رز، ۸۰۰ شاخه گل نرگس و ۱۰۰ شاخه گل مریم در دسترس است.
از هر نوع سبد چه تعداد باید تولید شود به طوری که سود کل ماکزیمم گردد. بدین منظور یک مدل بهینه سازی ارائه کنید.

۲. کارخانه ای سه نوع محصول (محصول نوع ۱، ۲ و ۳) تولید می کند. در تولید هر محصول از سه ماشین فرزکاری، تراشکاری و سنگ کاری استفاده می شود. تعداد ساعاتی که باید یک واحد از هر نوع محصول روی هر ماشین پردازش شود، در جدول زیر آمده است:

	ماشین فرزکاری	ماشین تراشکاری	ماشین سنگ کاری
محصول نوع ۱	۹ ساعت	۵ ساعت	۳ ساعت
محصول نوع ۲	۳ ساعت	۴ ساعت	۴۵ دقیقه
محصول نوع ۳	۵ ساعت	۳۰ دقیقه	۲ ساعت

در طول هر ماه، هریک از ماشین های فرزکاری، تراشکاری و سنگ کاری حداکثر ۵۰۰، ۳۵۰ و ۱۵۰ ساعت می توانند کار کنند. فرض کنید از محصول نوع ۳ حداکثر ۳۰ واحد بتوان تولید کرد. به علاوه فرض کنید سود حاصل از محصول ۱، ۲ و ۳ به ترتیب ۳۰، ۱۲ و ۱۵ باشد. یک LP ارائه دهید که کارخانه را در ماکزیمم سازی سودش یاری کند و سپس آن را با نرم افزار GAMS حل و نتایج را تحلیل کنید.

۳. فردی بودجه غذایی محدودی دارد و سعی دارد نیازهای غذایی اش را با کمترین هزینه تأمین کند. او می تواند دو نوع غذا بخرد. هر پوند از غذای اول، ۷ دلار قیمت دارد و حاوی ۳ واحد ویتامین A و یک واحد ویتامین B است. هر پوند از غذای دوم ۱ دلار قیمت دارد و حاوی یک واحد از هر کدام از ویتامین ها است. این فرد روزانه به حداقل ۱۲ واحد ویتامین A و حداقل ۶ واحد ویتامین B نیاز دارد. با یک LP تعیین کنید که این فرد در طول روز از هر نوع غذا به چه میزان مصرف کند به طوری که نیاز او به ویتامین ها با کمترین هزینه تأمین شود.

۴. فردی ۱۰۰۰ دلار سرمایه دارد و می خواهد پولش را در سهام، اوراق قرضه و بانک سرمایه گذاری کند. یک دلار سرمایه گذاری در سهام معادل ۲/۰ دلار سود، یک دلار سرمایه گذاری در اوراق قرضه معادل ۱۵/۰ دلار سود و یک دلار سرمایه گذاری در بانک معادل ۱/۰ دلار سود دارد. حداقل ۲۰ درصد از کل پول سرمایه گذاری شده باید در بانک باشد و میزان سرمایه گذاری در سهام نباید از کل سرمایه گذاری انجام شده در بانک و اوراق قرضه بیشتر باشد. یک LP ارائه کنید که به فرد کمک کند سود حاصل از سرمایه گذاری اش را ماکزیمم کند و سپس آن را با نرم افزار GAMS حل کنید.

۵. شرکتی به تولید یک نوع کالا می پردازد. میزان تقاضا در طول چهار ماه آینده به ترتیب برابر با ۵۰، ۶۵، ۱۰۰ و ۷۰ است و باید به موقع برآورده شود. هزینه تولید هر واحد کالا در ماه اول تا چهارم به ترتیب برابر با ۵، ۸، ۴ و ۷ دلار است. نگهداری یک واحد کالا در انبار از یک ماه تا ماه بعد معادل ۲ دلار هزینه دارد و در آغاز ماه اول کالایی در انبار موجود نیست. اگر در پایان

ماه چهارم کالایی در انبار باقی بماند به قیمت ۶ دلار به فروش می‌رسد. به منظور مینیمم کردن هزینه‌های شرکت یک LP ارائه کنید.

۶. یک شرکت نفت از ترکیب دو نوع نفت خام (نوع ۱ و نوع ۲) گازوئیل و نفت حرارتی تولید می‌کند. در حال حاضر ۵۰۰۰ بشکه نفت خام نوع ۱ و ۱۰۰۰۰ بشکه نفت خام نوع ۲ موجود است. سطح کیفیت نفت خام نوع ۱ برابر با ۱۰ و سطح کیفیت نفت خام نوع ۲، برابر با ۵ است. سطح کیفیت گازوئیل تولید شده باید حداقل ۸ و سطح کیفیت نفت حرارتی باید حداقل ۶ باشد. تقاضا برای هر محصول باید توسط تبلیغات ایجاد شود. هر یک دلاری که برای تبلیغات گازوئیل صرف می‌شود ۵ بشکه تقاضا ایجاد می‌کند و هر یک دلاری که برای تبلیغ نفت حرارتی صرف می‌شود ۱۰ بشکه تقاضا ایجاد می‌کند. هر بشکه گازوئیل و هر بشکه نفت حرارتی به ترتیب با قیمت ۲۵ و ۲۰ دلار به فروش می‌رسند. یک LP برای ماکزیمم سازی سود شرکت ارائه کنید. سپس آن را با نرم افزار GAMS حل و نتایج را تحلیل کنید.

۷. شرکتی یک نوع کالا تولید می‌کند و در طول سه ماه آینده باید تقاضاها را به موقع و به شرح زیر تأمین کند:

ماه اول: ۳۰۰ واحد ماه دوم: ۴۰۰ واحد ماه سوم: ۵۰۰ واحد

شرکت برای تولید کالا، دو کارگاه (کارگاه شماره ۱ و ۲) را در اختیار دارد. تولید یک واحد کالا در کارگاه شماره ۱، به ۱/۵ ساعت و در کارگاه شماره ۲ به ۳ ساعت نیروی کار متخصص نیاز دارد. تولید یک واحد کالا در کارگاه شماره ۱، ۴۰۰ دلار و در کارگاه شماره ۲، ۳۵۰ دلار هزینه در بر دارد. در طول هر ماه هر کارگاه ۴۲۰ ساعت نیروی کار متخصص در دسترس دارد. هزینه نگهداری هر واحد کالا در انبار معادل ۱۰۰ دلار در ماه است و در آغاز ماه اول شرکت ۲۰۰ واحد کالا در انبار دارد. یک LP ارائه کنید که بتوان با کمترین هزینه تقاضای سه ماه آینده را تأمین کرد. سپس آن را با نرم افزار GAMS حل و نتایج را تحلیل کنید.

۸. یک شرکت نفت، انواع مختلف نفت (نفت نوع ۱ و ۲) را ترکیب و انواع مختلف بنزین (نوع ۱، ۲ و ۳) را تولید می‌کند. در این خصوص شرکت می‌تواند سه فرآیند را مورد استفاده قرار دهد.

۱- در یک ساعت استفاده از فرآیند ۱، دو بشکه نفت خام نوع ۱ و سه بشکه نفت خام نوع ۲ ترکیب می‌شوند و دو بشکه بنزین نوع ۱ و دو بشکه بنزین نوع ۲ تولید می‌گردد. ۲- در یک ساعت استفاده از فرآیند ۲، یک بشکه نفت خام نوع ۱ و سه بشکه نفت خام نوع ۲ ترکیب می‌شوند و سه بشکه بنزین نوع ۲ تولید می‌گردد. ۳- در یک ساعت استفاده از فرآیند ۳، دو بشکه نفت خام نوع ۱ و سه بشکه نفت خام نوع ۲ ترکیب می‌شوند و دو بشکه بنزین نوع ۳ تولید می‌گردد. یک ساعت به کارگیری فرآیند ۱، ۲ و ۳ به ترتیب هزینه‌ای معادل ۵، ۴ و ۱ واحد دارد. هر هفته می‌توان تا ۲۰۰ بشکه نفت خام نوع ۱ را با قیمت ۲ واحد به ازای هر بشکه و همچنین تا ۳۰۰ بشکه نفت خام نوع ۲ را با قیمت ۳ واحد به ازای هر بشکه خریداری کرد. به علاوه هر بشکه از بنزین نوع ۱، ۲ و ۳ می‌توان به ترتیب به قیمت ۹، ۱۰ و ۲۴ واحد فروخت. در طول هفته حداکثر ۱۰۰ ساعت زمان در دسترس است. یک مدل بهینه‌سازی برای ماکزیمم سازی سود شرکت ارائه و آن را حل کنید.

۹. مزرعه‌داری در نظر دارد زمین کشاورزی برای کشت محصولات ذرت، جو، سویا، پنبه و گندم اختصاص دهد. مزرعه ۳۵۰ جریب است و کشاورز برای تأمین علوفه مورد نیاز دام‌های خود باید ۵۰ جریب از زمین خود را به کشت ذرت و جو یا مخلوطی از این دو تخصیص دهد. همچنین طبق سنوات گذشته باید حداقل ۲۰ جریب از زمین را به کشت پنبه و حداقل ۲۰ جریب را به کشت گندم اختصاص دهد. با توجه به تجهیزاتی که در اختیار دارد حداکثر مقداری که می‌تواند زیر کشت سویا ببرد، ۱۵۰ جریب است. جدول زیر میزان ساعتی را که برای کشت هر جریب از این اقلام به کارگر نیاز دارد و سود حاصل از هر جریب را نشان می‌دهد:

محصول	کار مورد نیاز (ساعت/جریب)	سود هر جریب
ذرت	۲	۴۰
جو	۲	۱۸
سویا	۹	۴۹/۵
پنبه	۵	۳۰
گندم	۷	۲۹

دستمزد پرداختی به ازای هر ساعت کار به طور متوسط ۲۰ واحد است و برای پرداخت دستمزد کارگران حداکثر ۵۰۰۰۰ واحد بودجه در دسترس است. برای ماکزیمم کردن سود کشاورز یک LP ارائه کنید و آن را با GAMS حل کنید.

۱۰. شرکتی فروشنده‌ی جعبه‌های پرتقال و پاکت‌های آب‌میوه است. این شرکت پرتقال‌ها را به درجه ۱ (نامرغوب) تا درجه ۱۰ (مرغوب) درجه‌بندی کرده‌است. در حال حاضر، شرکت معادل ۱۰۰۰۰۰ پوند پرتقال درجه ۹ و ۱۲۰۰۰۰ پوند پرتقال درجه ۶ در اختیار دارد. متوسط کیفیت پرتقال‌های فروخته شده در جعبه باید حداقل درجه ۷ باشد و متوسط کیفیت پرتقال‌هایی که برای تهیه‌ی آب پرتقال استفاده می‌شود باید حداقل درجه ۸ باشد. هر یک پوند پرتقالی که برای تهیه‌ی آب پرتقال استفاده می‌شود سودی معادل ۰/۴۵ دلار و هر یک پوند پرتقال جعبه‌ای سودی معادل ۰/۳ دلار دارد. یک LP برای ماکزیمم‌سازی سود شرکت ارائه و آن را با GAMS حل کنید.

۱۱. یک فروشگاه رادیو و تلویزیون باید تصمیم بگیرد چه تعداد رادیو و تلویزیون را در انبار نگه‌داری کند. تلویزیون معادل ۱۰ فوت‌مربع جا اشغال می‌کند در حالی که یک رادیو به فضایی معادل ۴ فوت‌مربع نیاز دارد و کلاً ۲۰۰ فوت‌مربع فضا در اختیار است. این فروشگاه به ازای هر تلویزیون و هر رادیو به ترتیب سودی معادل با ۶۰ و ۲۰ دلار به دست می‌آورد. تقاضای بازار ایجاب می‌کند که حداقل ۶۰ درصد از کل دستگاه‌های انبار شده رادیو باشند. هر تلویزیون سرمایه‌ای معادل ۲۰۰ دلار و هر رادیو سرمایه‌ای معادل ۵۰ دلار را به خود اختصاص می‌دهد و فروشگاه تمایل دارد که ارزش سرمایه درگیر در هر زمان حداکثر ۳۰۰۰ دلار باشد. برای ماکزیمم‌سازی سود فروشگاه یک LP ارائه و آن را با GAMS حل کنید.

۱۲. در مسأله برش که در متن درس به آن پرداختیم، فرض کنید شرکت می‌تواند تقاضای مشتریان را با برش قطعات ۱۷ فوتی و ۲۰ فوتی چوب تأمین کند. یک LP ارائه کنید که مقدار ضایعات را حداقل کند.

۱۳. شرکتی دو نوع کالا تولید می‌کند. مدت زمان تولید کالای نوع اول دو برابر کالای نوع دوم است. اگر تمام کالاها از نوع دوم باشند، شرکت می‌تواند جمعاً ۵۰۰ کالا تولید کند. فرض کنید حداکثر فروش روزانه کالاهای نوع اول و دوم در بازار به ترتیب ۱۵۰ و ۲۵۰ عدد و سود حاصل از فروش آن‌ها به ترتیب ۸ و ۵ دلار باشد. مطلوب است تعداد کالاهایی که باید از نوع اول و دوم تولید شوند به طوری که سود کل ماکزیمم گردد. بدین‌منظور یک LP ارائه و آن را با GAMS حل کنید.

۱۴. یک شرکت تولیدی کاشی‌های سقف باید میزان ۷۸۰۰ متر مربع کاشی برای سقف‌های منازل تولید کند. این شرکت دو محصول مختلف برای این کار تولید می‌کند: مدل A به ۹٫۵ عنصر در هر متر مربع نیاز دارد و مدل B به ۱۲٫۵ عنصر در هر متر مربع نیاز دارد. هر دو مدل محصول را می‌توان در یک سقف استفاده کرد. قیمت مربوط به محصولات به ترتیب ۰٫۷ و ۰٫۸ یورو برای هر عنصر است. شرکت دارای ۱۶۰۰ ساعت کار برای اتمام کاشی‌کاری سقف‌ها است و همچنین در هر ساعت، ۵ متر مربع از مدل A و ۴ متر مربع از مدل B قابل نصب هستند. و نیز به دلیل محدودیت‌های پخت از مدل B تنها ۲۵۰۰ متر مربع تولید می‌شود. یک مدل بهینه برای ماکزیمم‌سازی سود این شرکت ارائه کنید.

۱۵. یک کارخانه تولیدکننده لوازم خانگی یخچال های تولیدی خود را ماهانه از سه انبار ۱، ۲ و ۳ به سه فروشگاه A، B و C برای عرضه به بازار حمل میکند. هزینه حمل هر یخچال از هر انبار به هر فروشگاه، میزان موجودی ماهانه انبارها و مقدار تقاضای ماهانه فروشگاهها به شرح جدول زیر است:

انبار	هزینه حمل هر یخچال از هر انبار به هر فروشگاه			موجودی انبار
	A	B	C	
۱	۱۰	۵	۱۲	۲۰۰
۲	۴	۹	۱۵	۱۵۰
۳	۱۵	۸	۶	۳۰۰
تقاضای فروشگاه				۲۵۰

این کارخانه باید از کدام انبار به کدام فروشگاه و به چه میزان یخچال ارسال نماید تا ضمن تامین تقاضای هر فروشگاه هزینه حمل و نقل وی حداقل گردد. مدل برنامه ریزی خطی (LP) مربوطه را بسازید.

۱۶. در یک شرکت هر واحد از محصولی از ۴ واحد قطعه A و ۳ واحد قطعه B تشکیل میشود. دو قطعه A و B از دو ماده خام مختلف که از آنها به ترتیب ۱۰۰ و ۲۰۰ واحد موجود است ساخته میشوند. قطعات A و B در سه بخش کارخانه تولید میشوند و هر بخش از روش خاص خود برای تولید قطعات استفاده میکند (هر بخش میتواند قطعات را تولید کند ولی با سرعت و میزان استفاده متفاوت از مواد). میزان مواد خام مورد نیاز و تعداد قطعات ساخته شده از هر نوع در هر بخش کارخانه در هر شیفت در جدول زیر داده شده است. هدف تعیین تعداد شیفت های کاری برای هر بخش است بطوریکه تعداد کل محصول نهایی تولید شده حداکثر شود. مدل خطی مسأله را بنویسید.

بخش	میزان ماده خام مصرف شده در هر شیفت		تعداد قطعه تولید شده در هر شیفت	
	ماده خام ۱	ماده خام ۲	A	B
۱	۸	۶	۷	۵
۲	۵	۹	۶	۹
۳	۳	۸	۸	۴

۱۷. زمان لازم برای تولید هر واحد از محصول A نیم برابر محصول B و دو برابر محصول C است. اگر کل زمان در دسترس نیروی انسانی در روز صرف تولید محصول B شود می توان ۲۰۰ واحد از این محصول را ساخت. با فرض اینکه A و B و C تعداد تولید این محصولات را نشان دهند. محدودیت معادل عبارت فوق چیست؟

۱۸. در یک مسأله برنامه ریزی تولید، اگر منابع تولید تماماً صرف تولید محصول اول شود می تواند ۱۰۰ واحد از آن را تولید کند. اگر منابع مورد نیاز هر واحد محصول دوم، ثلث منابع مورد نیاز هر واحد محصول اول باشد و X_j میزان تولید محصول j ام تعریف شود ($j=1,2$) چه محدودیتی می تواند معرف آن باشد؟

۱۹. نسبت فروش محصول X_1 به حاصل جمع فروش دو محصول X_2 و X_3 حداقل برابر ۰.۶ است. کدام گزینه مبین این خواسته است؟

الف) $X_1 - 0.6X_2 - 0.6X_3 \geq 0$

ب) $X_1 - 0.6X_2 - 0.6X_3 \leq 0$

ج) $X_1 - 0.6X_2 + 0.6X_3 \leq 0$

د) $X_1 + 0.6X_2 + 0.6X_3 \geq 0$

۲۰. به منظور تعادل هواپیما بار در دو قسمت جلو و عقب هواپیما نگهداری می شود. مقدار باری که در قسمت جلو باید قرار داد $\frac{2}{3}$ مقدار باری است که در قسمت عقب باید باشد و حداکثر وزن بار ۵۰۰ کیلو گرم است. محدودیت مربوطه چیست؟ (در صورتی که X_A = مقدار بار در قسمت جلو و X_B = مقدار بار در قسمت عقب فرض شود).

سؤالات سطح متوسط و سخت

۱. کارخانه‌ای قصد دارد محصولش را از سه انبار به سه فروشگاه توزیع کند. میزان موجودی ماهانه انبارها و مقدار تقاضای ماهانه هر فروشگاه به شرح زیر است:

انبار	۱	۲	۳
موجودی	۲۰۰	۱۵۰	۳۰۰
فروشگاه	A	B	C
تقاضا	۱۰۰	۳۰۰	۲۵۰

هزینه حمل یک واحد کالا از هر انبار به هر فروشگاه به شرح زیر است:

انبار / فروشگاه	A	B	C
۱	۱۰	۵	۱۲
۲	۴	۹	۱۵
۳	۱۵	۸	۶

کارخانه باید تصمیم بگیرد از هر انبار به هر فروشگاه چه میزان کالا ارسال کند به طوری که ضمن تأمین تقاضای هر فروشگاه هزینه حمل و نقل حداقل شود. بدین منظور یک LP ارائه کنید و سپس آن را با نرم افزار GAMS حل کنید.

۲. یک بیمارستان قصد دارد تعدادی پرستار استخدام کند. یک روز به چهار نوبت کاری تقسیم شده است:

نوبت اول: ۱۲ شب تا ۶ صبح
نوبت دوم: ۶ صبح تا ۱۲ ظهر
نوبت سوم: ۱۲ ظهر تا ۶ بعد از ظهر
نوبت چهارم: ۶ بعد از ظهر تا ۱۲ شب

در هر نوبت تعداد پرستاران مورد نیاز عبارتند از:

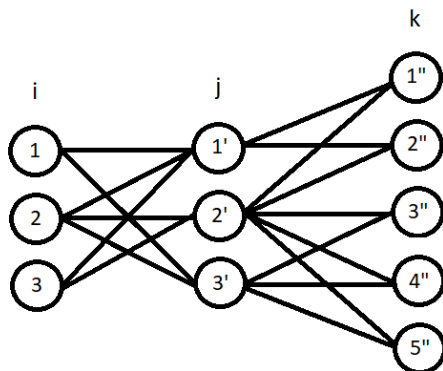
نوبت کاری	۱	۲	۳	۴
تعداد پرستاران مورد نیاز	۶	۱۵	۸	۱۲

طبق قانون کار در هر روز هر پرستار باید در دو نوبت کار کند. به پرستارانی که نوبت کاری آن‌ها متوالی است دستمزدی معادل با ۱۲ واحد در ساعت و به پرستارانی که نوبت کاری آن‌ها غیرمتوالی است دستمزدی معادل ۱۸ واحد در ساعت پرداخت می شود. هدف آن است که درباره شیوه استخدام پرستاران تصمیم گیری شود به طوری که نیاز بیمارستان در هر نوبت تأمین شود و هزینه نیروی کار مورد نیاز حداقل گردد. یک مدل بهینه سازی ارائه کنید که در این تصمیم گیری به بیمارستان کمک کند و آن را با نرم افزار GAMS حل کنید.

۳. در مسأله زمان بندی کار که در درس به آن پرداختیم، فرض کنید اداره پست بتواند کارکنانش را به یک روز اضافه کار در هفته متقاعد کند. به عنوان مثال، کارمندی که نوبت کاری متداولش شنبه تا چهارشنبه است، ممکن است اضافه کاری نداشته باشد یا ممکن است روز پنجشنبه یا روز جمعه اضافه کاری داشته باشد. هر کارمند معادل ۵۰ دلار در روز برای هر یک از پنج روز اول کارش و ۶۲ دلار برای روز اضافه کاری اش (اگر داشته باشد) دریافت می کند. یک LP ارائه کنید که جوابش اداره پست را قادر سازد تا هزینه کار مورد نیازش را در هفته مینیمم کند.

۴. در مسأله زمان‌بندی کار که در صفحه‌ی ۱۰ جزوه به آن پرداختیم، فرض کنید اداره پست ۲۵ کارمند تمام‌وقت دارد و اجازه اخراج یا استخدام هیچ کارمندی را ندارد و می‌خواهد برنامه حضور کارکنان را طوری تعیین کند که تعداد مرخصی‌های روزهای آخر هفته کارمندان ماکزیمم شود. در این خصوص یک مدل بهینه‌سازی ارائه کنید.

۵. شرکتی سه کارگاه دارد که در شبکه زیر با شماره‌های ۱، ۲ و ۳ نشان داده شده‌اند. این شرکت ۵ مشتری دارد که با ۱"، ۲"، ۳"، ۴"، ۵" نمایش داده شده‌اند و تقاضای آن‌ها به ترتیب برابر با ۱۰۰، ۲۰۰، ۱۵۰، ۵۰ و ۳۰۰ واحد کالا است و باید حتماً برآورده شود. رئوس ۱'، ۲' و ۳' نقاط انتقال هستند و لازم است کالاها از طریق این نقاط به مشتریان ارسال شوند. ظرفیت تولید هر کارگاه ۴۰۰ واحد کالا است و برای هر کمان (i,j) هزینه انتقال هر واحد کالا از کارگاه i به نقطه انتقال j با c_{ij} نشان داده می‌شود. همچنین برای کمان (j,k) هزینه انتقال یک واحد کالا از نقطه انتقال j به مشتری k با پارامتر d_{jk} نشان داده می‌شود. شرکت باید تصمیم بگیرد چگونه کالاها را به مشتریان انتقال دهد به طوری که ضمن برآورده شدن تقاضا، هزینه‌ی ارسال مینیمم شود.



۶. در مسأله مالی چند دوره‌ای که در متن درس به آن پرداختیم، فرض کنید امکان سرمایه‌گذاری در بانک وجود ندارد. در این صورت چه تغییراتی باید در مدل داده شود؟ مدل جدید را ارائه و آن را با GAMS حل کنید. جواب بهین را با جواب بهین مدل قبلی مقایسه کنید.

۷. شرکتی دو نوع موتور کولر برای فروش و با توجه به قراردادهای منعقد شده تولید می‌کند. طبق قرارداد، موتورهای باید در چهار ماه از سال و مطابق جدول زیر تحویل داده شود:

مدل	بهمن	اسفند	فروردین	اردیبهشت
A	۸۰۰	۷۰۰	۱۰۰۰	۱۱۰۰
B	۱۰۰۰	۱۲۰۰	۱۴۰۰	۱۴۰۰

اطلاعات زیر در خصوص تولید برای شرکت عنوان شده‌است:

- هزینه تولید هر واحد از مدل A برابر با ۱۰ هزار تومان و هر عدد از مدل B برابر با ۶ هزار تومان است که به علت افزایش حقوق و دستمزد از اول فروردین ماه هزینه تولید هر واحد ۱۰٪ افزایش می‌یابد.
- هزینه‌ی نگهداری هر عدد موتور مدل A برابر با ۱۸ تومان و هر موتور مدل B معادل ۱۳ تومان در ماه است.
- موجودی موتور از هر دو مدل در اول بهمن ماه برابر با صفر است.
- شرکت در نظر دارد که در آخر اردیبهشت ۴۵۰ عدد موتور مدل A و ۳۰۰ عدد موتور نوع B موجودی داشته باشد.
- حداکثر ظرفیت نگهداری موتور در انبار ۳۳۰۰ عدد در هر ماه است. اندازه هر دو مدل موتور یکسان است.
- مدت زمان مونتاژ هر عدد موتور مدل A معادل ۱/۳ ساعت و مدت زمان مونتاژ هر عدد موتور B برابر با ۰/۹ ساعت است.

با توجه به عدم امکان اخراج نیروی انسانی حداقل ۲۲۴۰ نفر-ساعت نیروی انسانی ماهانه شرکت در اختیار دارد که در زمان تراکم کاری با اضافه کردن دو سرپرست با تجربه می‌تواند ظرفیت ماهانه خود را حداکثر به ۲۵۶۰ ساعت افزایش دهد. برنامه تولید این شرکت را به گونه‌ای تعیین کنید که مجموع هزینه‌های شرکت حداقل گردد.

۸. یک فروشگاه عرضه‌کننده انواع لباس در طول روز به ۱۰ تا ۱۸ فروشنده نیاز دارد. جدول زیر ساعات مختلف روز و تعداد فروشنده مورد نیاز در آن ساعات را نشان می‌دهد:

اوقات روز	حداقل تعداد فروشنده‌ی موردنیاز
ساعت ۹ تا ۱۰	۱۰ نفر
ساعت ۱۰ تا ۱۱	۱۲ نفر
ساعت ۱۱ تا ۱۲	۱۴ نفر
ساعت ۱۲ تا ۱۳	۱۶ نفر
ساعت ۱۳ تا ۱۴	۱۸ نفر
ساعت ۱۴ تا ۱۵	۱۷ نفر
ساعت ۱۵ تا ۱۶	۱۵ نفر
ساعت ۱۶ تا ۱۷	۱۰ نفر

فروشگاه به منظور پاسخگویی به مراجعان، استخدام فروشندگان نیمه‌وقت را که باید ۴ ساعت تمام به کار اشتغال ورزند تحت بررسی دارد. بنابراین، ساعت شروع کار فروشندگان نیمه‌وقت می‌تواند در رأس یکی از ساعات ۹ تا ۱۳ باشد. حال آن که ساعت کار فروشندگان تمام‌وقت که حداکثر ۱۲ نفرند، از ساعت ۹ تا ۱۷ است، که یک ساعت وقت استراحت و صرف ناهار به آنان داده می‌شود که نیمی از آنان از ساعت ۱۱ تا ۱۲ و نیم دیگر از ساعت ۱۲ تا ۱۳ از این فرصت استفاده می‌کنند. سیاست فروشگاه بر آن است که حداکثر تعداد ساعات کار فروشندگان نیمه‌وقت از ۵۰٪ ساعات کار فروشندگان تمام‌وقت بیشتر نباشد. میانگین دست‌مزد فروشندگان نیمه‌وقت ۴۰۰ تومان در ساعت است (یا ۱۶۰۰ تومان در روز) است و فروشندگان تمام‌وقت روزانه ۵۰۰۰ تومان دریافت می‌کنند. هدف فروشگاه تهیه یک برنامه زمان‌بندی برای فروشندگان با حداقل هزینه است.

۹. برای ساختن آلیاژی با ترکیب ۳۰٪ سرب، ۳۰٪ روی و ۴۰٪ قلع از هفت نوع آلیاژ موجود در بازار با ترکیبات مختلف ارائه شده در جدول زیر استفاده می‌شود:

نوع فلز / اسم آلیاژ	A	B	C	D	E	F	G
٪ سرب	۱۰	۱۰	۴۰	۶۰	۳۰	۲۰	۵۰
٪ روی	۱۰	۳۰	۵۰	۳۰	۳۰	۳۰	۴۰
٪ قلع	۸۰	۶۰	۱۰	۱۰	۴۰	۵۰	۱۰
قیمت واحد	۴۱	۴۳	۵۸	۶۰	۷۶	۷۳	۶۹

از کدام یک از آلیاژهای موجود در بازار باید در تولید جدید استفاده شود تا ضمن تهیه آلیاژ موردنیاز، هزینه‌ها حداقل گردد؟

۱۰. موجودی نقد یک نفر سرمایه‌گذار ۱۰۰ واحد پول در روز شنبه است. او به روش زیر می‌تواند سرمایه‌گذاری خود را انجام دهد: به ازای هر مقدار سرمایه‌گذاری در یک روز و نصف آن مقدار در روز بعد فردای آن روز دو برابر مقدار سرمایه‌گذاری روز اول را دریافت می‌کند.

سیاست بهینه سرمایه‌گذاری برای این فرد را به گونه‌ای تعیین کنید که بتواند پول خود را در پنجشنبه به حداکثر برساند. (توضیح: روزهای پنجشنبه و جمعه تعطیل فرض شده‌است و امکان سرمایه‌گذاری در این دو روز وجود ندارد.) مدل برنامه‌ریزی سرمایه‌گذاری را بنویسید.

۱۱. محصولات یک کارخانه کاغذسازی در سه عرض استاندارد ۵، ۱۰ و ۲۰ فوت تولید می‌شود. فرض بر این است که این محصولات در رول‌هایی با طول زیاد تولید شده و هر جا که لازم باشد می‌توان آن‌ها را قطع کرد یا برعکس به هم وصل کرد. سفارشی دریافت شده که مشتری سه نوع کاغذ با مشخصات زیر نیاز دارد. مدل ریاضی این مسأله را طوری بنویسید که ضایعات کارخانه حداقل شود.

نوع کاغذ	عرض کاغذ	طول کاغذ
۱	۵	۱۰۰
۲	۷	۳۰۰
۳	۹	۲۰۰

۱۲. رستورانی برای کارهای روزانه خود احتیاج به دستمال سفره دارد. میزان نیاز این رستوران برای ۵ روز اول هفته به شرح زیر است:

روز	تقاضا برای روزهای مختلف
۱	۱۱۰
۲	۲۱۰
۳	۱۹۰
۴	۱۲۰
۵	۱۰۰

موجودی دستمال سفره در روز صفر (شروع برنامه) صفر است. دستمال‌های مورد نیاز از سه طریق تهیه می‌شوند:

- ۱- خرید به قیمت هر عدد ۱۰۰ ریال
- ۲- فرستادن دستمال‌های کثیف به خشک‌شویی با هزینه‌ای معادل ۳۰ ریال برای هر دستمال که بعد از هر ۴۸ ساعت آماده می‌شود.
- ۳- فرستادن دستمال‌ها به خشک‌شویی سریع با هزینه‌ای معادل ۵۰ ریال برای هر دستمال که بعد از ۲۴ ساعت آماده می‌شوند. فرض می‌شود که دستمال‌های مصرفی هر روز در روز بعد قابل استفاده نیست مگر این که به خشک‌شویی فرستاده شود (زمان ارسال دستمال‌های مصرف شده پایان روز است). مسأله را به گونه‌ای فرمول‌بندی کنید که هزینه ۵ روز حداقل شود.

۱۳. فرض کنید تعداد حداقل اتوبوس مورد نیاز در ساعت t ام روز برابر b_i باشد ($24 \dots 2$ و $1 = t$). هر اتوبوس ۶ ساعت متوالی کار می‌کند. اگر تعداد اتوبوس‌ها در ساعت t از حداقل مورد نیاز، b_i ، بیشتر شود، اضافه هزینه‌ای (C_i) برای هر ساعت کار هر اتوبوس اضافی در نظر گرفته می‌شود. مسأله را به صورت یک مدل برنامه‌ریزی خطی فرمول‌بندی کنید تا بتوانید هزینه اضافی کل را حداقل سازید.

۱۴. مسأله تخصیص سه نوع (اندازه) هواپیمای مختلف را برای چهار مسیر در نظر بگیرید. جدول (۱) حداکثر ظرفیت هواپیماها (برحسب تعداد مسافر) و تعداد هواپیماهای موجود از هر نوع، تعداد پروازهای روزانه را که هر هواپیما می‌تواند در یک مسیر معین انجام دهد و تعداد روزانه مسافرتی که انتظار می‌رود در هر مسیر داشته باشد، نشان می‌دهد.

جدول ۱

نوع هواپیما	ظرفیت (مسافر)	تعداد	تعداد پروازهای روزانه در هر مسیر			
			۱	۲	۳	۴
۱	۵۰	۵	۳	۲	۲	۱
۲	۳۰	۸	۴	۳	۲	۲
۳	۲۰	۱۰	۵	۵	۴	۲
تعداد روزانه مسافران			۱۰۰	۲۰۰	۹۰	۱۲۰

هزینه عملکرد مربوط به هر پرواز در مسیرهای مختلف همراه با زیان (سود از دست رفته) مربوط به نپذیرفتن یک مسافر، به علت نداشتن جا در جدول (۲) خلاصه شده است.

مسأله را به صورت یک مدل برنامه ریزی خطی فرمول بندی کنید تا بتوانید نحوه تخصیص هواپیماها به مسیرها را، به طوری که هزینه کل را حداقل سازد، به دست آورید.

نوع هواپیما	هزینه عمل کرد برای هر پرواز در مسیر مفروض (برحسب تومان)			
	۱	۲	۳	۴
۱	۱۰۰۰	۱۱۰۰	۱۲۰۰	۱۵۰۰
۲	۸۰۰	۹۰۰	۱۰۰۰	۱۰۰۰
۳	۶۰۰	۶۰۰	۸۰۰	۹۰۰
زیان نپذیرفتن یک مسافر	۴۰	۵۰	۴۵	۷۰

۱۵. شخصی ۱۰۰۰ دلار سرمایه دارد و می خواهد در طول ۸ ماه آن را در سپرده های بانکی به شرح زیر سرمایه گذاری کند:

نوع سرمایه گذاری	سود
۱ ماهه	۰/۱
۳ ماهه	۰/۴
۶ ماهه	۰/۹

این شخص باید چگونه سرمایه ی خود را سرمایه گذاری کند تا سودش ماکزیمم شود.

۱۶. شرکتی دو نوع محصول تولید می کند. هر واحد از محصول نوع ۱ و ۲ به ترتیب به قیمت ۹۰۰۰ و ۸۰۰۰ واحد به فروش می رسد و هزینه تولید هر یک به ترتیب ۷۵۰۰ و ۶۰۰۰ واحد است. شرکت می خواهد برای تولید سه ماه آینده اش برنامه ریزی کند. میزانی که می توان از هر نوع محصول در هر ماه به فروش رساند، به شرح زیر است:

	محصول ۱	محصول ۲
ماه اول	۶۰۰	۱۱۰۰
ماه دوم	۷۰۰	۱۵۰۰
ماه سوم	۵۰۰	۱۲۰۰

اگر در یک ماه بیشتر از تقاضا تولید شود، محصولات باقی‌مانده را می‌توان در انبار نگهداری و در ماه بعد از آن‌ها استفاده کرد. هزینه انبارداری هر واحد از محصول ۱ و محصول ۲ به ترتیب ۲۰۰ و ۱۵۰ واحد است. در طول هر ماه روی هم‌رفته حداکثر ۱۵۰۰ واحد می‌توان تولید کرد و در طول ماه اول حداقل ۶۰ درصد از محصولات تولید شده باید محصول نوع ۲ باشد. در شروع ماه اول ۱۰۰ واحد محصول نوع ۱ و ۲۰۰ واحد محصول نوع ۲ در انبار موجود است. یک مدل بهینه‌سازی ارائه کنید که سود شرکت را طی سه ماه آینده ماکزیمم کند. مدل را با GAMS حل و نتایج را تحلیل کنید.

۱۷. در مسئله فرآیند تولید که در متن درس به آن پرداختیم، مدل دیگری ارائه کنید که در آن صرفاً از متغیرهای زیر به عنوان متغیر تصمیم استفاده گردد. سپس، این مدل را در نرم‌افزار پیاده‌سازی و جواب بهین آن را تحلیل کنید.

x_{11}	میزان فروش عطر معمولی نوع ۱ (برحسب اونس)
x_{12}	میزان فروش عطر لوکس نوع ۱ (برحسب اونس)
x_{21}	میزان فروش عطر معمولی نوع ۲ (برحسب اونس)
x_{22}	میزان فروش عطر لوکس نوع ۲ (برحسب اونس)

۱۸. شرکتی سه نوع محصول تولید می‌کند (نوع ۱، ۲ و ۳). فعالیت او با خرید ماده‌خام به قیمت ۲۵ دلار به ازای هر پوند شروع می‌شود. با پردازش هر پوند ماده‌خام، ۳ اونس محصول نوع ۱ و یک اونس محصول نوع ۲ تولید می‌شود که پردازش یک پوند ماده‌خام به یک دلار هزینه و ۲ ساعت نیروی کار نیاز دارد.

هر اونس محصول نوع ۱ می‌تواند به یکی از روش‌های زیر مورد استفاده قرار گیرد:

۱- به قیمتی معادل ۱۰ دلار به ازای هر اونس فروخته شود.

۲- به یک اونس محصول نوع ۲ تبدیل شود که این امر به ۲ ساعت نیروی کار و ۱ دلار هزینه نیاز دارد.

۳- به یک اونس محصول نوع ۳ تبدیل شود که این امر به ۳ ساعت نیروی کار و ۲ دلار هزینه نیاز دارد.

هر اونس از محصول نوع ۲ می‌تواند به یکی از روش‌های زیر استفاده شود:

۱- با قیمتی معادل ۲۰ دلار به ازای هر اونس فروخته شود.

۲- به ۸/۱۰ اونس از محصول نوع ۳ تبدیل شود که این امر به ۱ ساعت نیروی کار و ۵/۰ دلار هزینه نیاز دارد.

محصول نوع ۳ به قیمت ۳۰ دلار به ازای هر اونس به فروش می‌رسد. بیشترین میزان قابل‌فروش برای محصولات ۱، ۲ و ۳ به ترتیب ۵۰۰۰، ۵۰۰۰ و ۳۰۰۰ اونس است و حداکثر ۲۵۰۰۰ ساعت نیروی کار در دسترس است. یک مدل بهینه‌سازی برای ماکزیمم‌سازی سود شرکت ارائه و آن را با GAMS حل و نتایج را تحلیل کنید.

۱۹. شرکتی به تولید میز و صندلی می‌پردازد. هر میز به ۴۰ فوت‌مربع و هر صندلی به ۳۰ فوت‌مربع چوب نیاز دارد و کلاً ۴۰۰۰۰ فوت‌مربع چوب برای خرید در اختیار است و قیمت هر فوت‌مربع چوب یک دلار است. برای تولید میز ناتمام ۲ ساعت نیروی کار و برای تولید یک صندلی ناتمام ۲/۵ ساعت نیروی کار موردنیاز است. برای تکمیل یک میز ناتمام ۳ ساعت نیروی کار و برای تکمیل یک صندلی ناتمام ۲ ساعت نیروی کار موردنیاز است. کلاً ۶۰۰۰ ساعت نیروی کار در اختیار است (که قبلاً پولشان پرداخت شده‌است).

میز و صندلی‌ها با قیمت‌های زیر به فروش می‌رسند:

میز ناتمام: ۷۰ دلار میز تکمیل شده: ۱۴۰ دلار

صندلی ناتمام: ۶۰ دلار صندلی تکمیل شده: ۱۱۰ دلار

برای ماکزیمم‌سازی سود شرکت یک LP ارائه کنید و آن را با GAMS حل نمایید.

۲۰. فرض کنید فردی سرمایه‌گذاری در سه پروژه را در دست بررسی دارد. اگر فرد به طور کامل در پروژه سرمایه‌گذاری کند، پرداختی‌ها برحسب میلیون دلار در جدول زیر آمده است. به عنوان مثال، برای پروژه ۱ باید ۳ میلیون دلار اکنون پرداخت شود، که منجر به دریافت ۵.۵ میلیون دلار در سه سال بعد می‌گردد.

TABLE 44

Time (Years)	Cash Flow		
	Project 1	Project 2	Project 3
0	-3	-2	-2
0.5	-1	-0.5	-2
1	+1.8	1.5	-1.8
1.5	1.4	1.5	1
2	1.8	1.5	1
2.5	1.8	0.2	1
3	5.5	-1	6

او اکنون، ۲ میلیون دلار پول نقد دارد و در هر دوره زمانی 0، 0.5، 1، 1.5، 2 و 2.5 سال بعد، در صورت تمایل می‌تواند تا ۲ میلیون دلار با نرخ بهره ۶ ماهه 3.5 درصد قرض بگیرد. به باقیمانده پول سود با بهره ۳ درصد تعلق می‌گیرد. برای مثال اگر در ماه صفر بعد از قرض و سرمایه‌گذاری، یک میلیون دلار داشته باشد، در زمان 0.5، ۳۰۰۰۰ دلار سود دریافت می‌کند. هدف ماکزیمم کردن نقدینگی بعد از به حساب گرفتن جریان‌های نقدی زمان ۳ است. چه استراتژی باید برای قرض و سرمایه‌گذاری دنبال شود؟ دقت کنید که می‌توان در کسری از یک پروژه سرمایه‌گذاری کرد. به عنوان مثال اگر در نصف پروژه ۳ سرمایه‌گذاری شود، باید در زمان 0 و 0.5، به اندازه ۱ دلار پرداخت گردد.

۲۱. یک شرکت در طول سال ۲۰۰۳، با جریان‌های نقدی ماهانه (برحسب هزار دلار) مطابق با جدول زیر مواجه است:

TABLE 42

Month	Cash Flow	Month	Cash Flow
January	-12	July	-7
February	-10	August	-2
March	-8	September	15
April	-10	October	12
May	-4	November	-7
June	5	December	45

یک جریان نقدی منفی به معنی آن است که جریان‌های خروجی از جریان‌های ورودی بیشتر است. شرکت برای پرداخت صورت‌حساب‌هایش نیاز به قرض گرفتن دارد که به دو طریق می‌تواند عمل کند:

- ۱- وام دراز مدت یک ساله در ژانویه با نرخ ۱٪ که هر ماه مطالبه می‌شود و قرض باید در پایان دسامبر برگردانده شود.
- ۲- هر ماه می‌توان از خط اعتباری کوتاه‌مدت پول قرض گرفت که دارای نرخ بهره 1.5 درصد است. همه وام‌های کوتاه مدت باید در پایان ماه دسامبر برگردانده شوند.

در پایان هر ماه، وجه نقد مازاد، سودی معادل 0.4 درصد به همراه دارد. یک LP ارائه کنید.

۲۲. فرض کنید که ۱۰۰۰ دلار را با نرخ بهره سالانه ۱۲ درصد و با اقساط ۶۰ ماهه قرض گرفته‌ایم و پرداخت‌هایی مساوی در پایان ماه‌های ۱، ۲، ...، ۶۰ انجام می‌شود. اگر در اکسل دستور زیر را وارد کنیم، پرداختی ماهانه برابر با 22.24 دلار محاسبه می‌شود:

$$PMT(0.01, 60, 1000)$$

این جالب است که از LP برای تعیین پرداختی‌های ماهانه استفاده کنیم. فرض کنید p پرداختی ماهانه باشد که می‌خواهیم مقدار آن را حساب کنیم. با توجه به بهره، هر ماه به اندازه 0.01 مبالغ پرداخت‌نشده فعلی بدهکار می‌شویم. برای مثال، فرض کنید ما ۳۰ دلار در هر ماه پرداخت کنیم. در شروع ماه اول، مبالغ پرداخت نشده ۱۰۰۰ دلار است. از پرداخت ماه اول ما، ۱۰

دلار برای بهره می‌رود و ۲۰ دلار برای مبالغ پرداخت نشده. لذا، ماه ۲ با مبالغ پرداخت نشده ۹۸۰ دلار شروع می‌شود. این روش را می‌توان برای تعیین پرداختی ماهانه برای تسویه وام در پایان ماه ۶۰ استفاده کرد. در این خصوص، یک LP ارائه نمایید.

۲۳. یک صندوق بازنشستگی کوچک با بدهی‌های زیر برحسب میلیون دلار مواجه است:

Year 1	Year 2	Year 3	Year 4	Year 5	Year 6	Year 7	Year 8	Year 9
24	26	28	28	26	29	32	33	34

و تمایل دارد سبدي از اوراق قرضه بسازد. اوراق زیر برای خرید در دسترسند:

Bond	1	2	3	4	5	6	7	8
Price	102.44	99.95	100.02	102.66	87.90	85.43	83.42	103.82
Coupon	5.625	4.75	4.25	5.25	0.00	0.00	0.00	5.75
Maturity year	1	2	2	3	3	4	5	5

Bond	9	10	11	12	13	14	15	16
Price	110.29	108.85	109.95	107.36	104.62	99.07	103.78	64.66
Coupon	6.875	6.5	6.625	6.125	5.625	4.75	5.5	0.00
Maturity year	6	6	7	7	8	8	9	9

یک LP ارائه کنید که هزینه سبد و پول نقد اولیه را مینیمم کند با این فرض که سود بانکی برابر با ۲ درصد است و امکان سرمایه‌گذاری مجدد مبالغ دریافتی در بانک وجود دارد.

۲۴. یک شرکت دو نوع پنیر تولید می‌کند: پنیر سوئیسی و پنیر تند. شرکت ۶۰ کارگر مجرب دارد و می‌خواهد تعداد نیروی کار خود را به ۹۰ کارگر در طول ۸ هفته آینده افزایش دهد. هر کارگر مجرب می‌تواند سه کارگر تازه استخدام شده را در یک دوره ۲ هفته‌ای آموزش دهد که در طول این مدت کارگران آموزش دهنده چیزی تولید نمی‌کنند. تولید ۱۰ پوند پنیر سوئیسی یک ساعت و تولید ۶ پوند پنیر تند نیز یک ساعت وقت می‌گیرد. یک هفته کاری ۴۰ ساعت است. تقاضای هفتگی (برحسب ۱۰۰۰ پوند) چنین خلاصه می‌شود:

هفته								نوع پنیر
۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	
۲۰	۲۰	۲۰	۱۶	۱۶	۱۲	۱۲	۱۲	پنیر سوئیسی
۱۲	۱۲	۱۲	۱۲	۱۰	۱۰	۸	۸	پنیر تند

فرض کنید هر کارگر کارآموز همان حقوق کارگر مجرب را دریافت کند. علاوه بر این، فرض کنید تاریخ مصرف پنیر ها یک هفته باشد. شرکت چگونه باید دستمزد بپردازد و نیروهای جدید را آموزش دهد تا هزینه دستمزد ها کمترین شود؟

۲۵. قرار است ۱۰ جریب زمین برای بهره برداری در شهری آماده شود. مقامات شهر باید برای ساخت و ساز در این زمین ها تصمیم گیری کنند. دو نوع خانه در این زمین ها ساخته میشود: یک خانه های کم درآمد و دو خانه های با درآمد متوسط. در هر جریب از زمین می شود ۲۰ واحد از خانه های کم درآمد و ۱۵ واحد از خانه های با درآمد متوسط ساخت. هزینه هر کدام از این واحد ها به ترتیب ۱۳۰۰۰ و ۱۸۰۰۰ دلار است. حداقل و حداکثر خانه های با درآمد کم باید ۶۰ و ۱۰۰ خانه و همچنین ۳۰ و ۷۰ خانه برای خانه های با درآمد متوسط است. ماکزیمم تقاضا برای خانه ها نیز در مجموع ۱۵۰ خانه است. کل

مبلغی که برای رهن این خانه ها در نظر گرفته شده است حدوداً ۲ میلیون دلار است . و در نهایت مهندس مشاور پیشنهادی مبتنی بر اینکه تعداد خانه های کم درآمد از یک و نیم برابر تعداد خانه های با درآمد متوسط ۵۰ واحد بیشتر باشد داده است. مساله را در دو حالت بررسی کنید : الف) مینیمم هزینه . ب) ماکزیمم تعداد خانه ها .

۲۶. شرکتی تصمیم دارد که مخارج نیم ساعت نمایش تلویزیونی شامل یک کمترین و یک ارکستر را تأمین نماید. شرکت اصرار دارد که حداقل ۳ دقیقه تبلیغات مربوط به خود در برنامه گنجانده شود. شبکه تلویزیونی مقرر میکند که زمان اختصاص داده شده برای تبلیغات نباید از ۱۲ دقیقه تجاوز کرده و تحت هیچ شرایطی نمی تواند بیش از زمان اختصاص داده شده به کمترین باشد. از طرفی کمترین مایل نیست که بیش از ۲۰ دقیقه از کل برنامه را بازی کند ، بنابراین زمان باقی مانده را ارکستر پر خواهد کرد. هزینه کمترین دقیقه ای ۱۵۰ واحد پول ، ارکستر دقیقه ای ۱۰۰ واحد و تبلیغات دقیقه ای ۵۰ واحد پول می باشد. تجربه نشان داده است که برای هر دقیقه ای که کمترین روی صفحه تلویزیون باشد ۴۰۰۰ تماشاچی جدید تلویزیون را روشن میکنند ، برای هر دقیقه ارکستر ۲۰۰۰ تماشاچی جدید خواهیم داشت اما برای هر دقیقه آگهی ۱۰۰۰ تماشاچی تلویزیون را خاموش میکنند . حال مدلی بنویسید که نشان دهد زمان موجود را چگونه باید بین این سه بخش کرد به طوری که : الف) حداکثر تماشاچی بدست آید . ب) برنامه با حداقل هزینه تولید شود .

۲۷- یک کارخانه تولید لبنیات، شیر و خامه را با هم ترکیب می کند و از آن، پنیر خامه ای و پنیر محلی تولید می کند. برای این منظور می توان از شیر کم چرب و شیر پر چرب استفاده کرد. شیر کم چرب دارای ۳۰ درصد چربی و شیر پر چرب دارای ۶۰ درصد چربی است. شیر مورد استفاده برای تولید پنیر خامه ای باید به طور متوسط دارای ۵۰ درصد چربی و شیر مورد استفاده برای تولید پنیر محلی باید به طور متوسط دارای ۳۵ درصد چربی باشد. حداقل ۴۰ درصد وزن ترکیبات پنیر خامه ای و ۲۰ درصد وزن ترکیبات پنیر محلی را خامه تشکیل می دهد.

هر دو نوع پنیر با ترکیب شیر و خامه در ماشین تولید پنیر تولید می شوند.

پردازش هر یک پوند ترکیبات و تبدیل آن به یک پوند پنیر خامه ای هزینه ای معادل ۴۰ سنت را دربردارد.

تولید هر یک پوند پنیر محلی ۴۰ سنت هزینه در بردارد اما از هر پوند ترکیبات پنیر محلی ۹/۰ پوند پنیر و ۱/۰ پوند تفال به دست می آید.

خامه را می توان با جوشاندن شیر کم چرب و پر چرب تولید کرد. جوشاندن هر یک پوند شیر پر چرب ۴۰ سنت هزینه در بردارد و از هر پوند شیر پر چرب جوشانده شده، ۶/۰ پوند خامه به دست می آید. جوشاندن هر یک پوند شیر کم چرب، هزینه ای معادل ۴۰ سنت در بردارد و از هر پوند شیر کم چرب جوشانده شده، ۳/۰ پوند خامه به دست می آید.

در هر روز می توان ۳۰۰۰ پوند ماده خام وارد ماشین تولید پنیر کرد. همچنین، در هر روز باید حداقل ۱۰۰۰ پوند پنیر خامه ای و ۱۰۰۰ پوند پنیر محلی تولید شود. در ضمن روزانه می توان تا سقف ۱۵۰۰ پوند پنیر خامه ای و ۲۰۰۰ پوند پنیر محلی را به فروش رساند. می توان هر پوند پنیر محلی و پنیر خامه ای را به ترتیب به قیمت ۱/۲ و ۱/۵ دلار به فروش رساند. هر پوند شیر پر چرب و کم چرب را می توان به قیمت ۸۰ و ۴۰ سنت خریداری کرد. واحد جوشاندن می تواند حداکثر ۲۰۰۰ پوند شیر را روزانه پردازش کند.

برای افزایش سود روزانه کارخانه، یک LP ارائه و آن را با GAMS حل کنید.

سؤالات مهم کتاب وینستون

۱. سؤال ۸ از تمرینات پایان بخش 3.9 از کتاب تحقیق در عملیات تألیف Winston (صفحه ۹۸ از نسخه‌ای که بر روی LMS قرار داده شده‌است) را حل کنید.
۲. سؤال ۸ از تمرینات پایان بخش 3.10 از کتاب تحقیق در عملیات تألیف Winston (صفحه ۱۰۵ از نسخه‌ای که بر روی LMS قرار داده شده‌است) را حل کنید.
۳. سؤال ۲۷ از تمرینات مروری پایان فصل 3 از کتاب تحقیق در عملیات تألیف Winston (صفحه ۱۱۷ از نسخه‌ای که بر روی LMS قرار داده شده‌است) را حل کنید.
۴. سؤال ۲۹ از تمرینات مروری پایان فصل 3 از کتاب تحقیق در عملیات تألیف Winston (صفحه ۱۱۸ از نسخه‌ای که بر روی LMS قرار داده شده‌است) را حل کنید.
۵. سؤال ۳۴ از تمرینات مروری پایان فصل 3 از کتاب تحقیق در عملیات تألیف Winston (صفحه ۱۱۸ از نسخه‌ای که بر روی LMS قرار داده شده‌است) را حل کنید.
۶. سؤال ۵۵ از تمرینات مروری پایان فصل 3 از کتاب تحقیق در عملیات تألیف Winston (صفحه ۱۲۳ از نسخه‌ای که بر روی LMS قرار داده شده‌است) را حل کنید.
۷. سؤال ۵۶ از تمرینات مروری پایان فصل 3 از کتاب تحقیق در عملیات تألیف Winston (صفحه ۱۲۳ از نسخه‌ای که بر روی LMS قرار داده شده‌است) را حل کنید.

سوالات مهم کتاب بازارا

۱. شخصی ۵۰۰۰ دلار را می‌خواهد در ۵ سال آینده سرمایه‌گذاری کند. در شروع هر سال او می‌تواند پولش را برای یک دوره یک‌ساله یا دوساله به حساب سپرده بگذارد. بانک ۴ درصد از سود به ازای هر سال سپرده و ۹ درصد (در کل) برای دو سال سپرده می‌پردازد. به علاوه شرکت برای سه سال سود تضمینی پیشنهاد می‌کند که شروع آن در شروع سال دوم است. این تضمین شامل ۱۵ درصد (در کل) است و اگر این شخص موجودی‌اش را در هر سال سرمایه‌گذاری کند، یک برنامه خطی ارائه دهید تا به او نشان دهد چگونه سرمایه‌گذاری کند تا در پایان سال پنجم پول نقدش ماکزیمم شود.

۲. شرکتی می‌خواهد برای دو فقره از تولیداتش با توجه به تقاضاهای فصلی به مدت ۱۲ ماه برنامه‌ریزی کند. تقاضای ماهیانه فقره ۱، ۱۰۰۰۰۰ واحد در طول ماه‌های اکتبر، نوامبر و دسامبر؛ ۱۰۰۰۰۰ واحد در طول ماه‌های ژانویه، فوریه، مارس و آوریل؛ ۳۰۰۰۰ واحد در طول ماه‌های باقی‌مانده است. تقاضای ماهیانه فقره ۲ در طول ماه‌های اکتبر تا فوریه ۵۰۰۰۰ واحد و ۱۵۰۰۰ واحد در طول ماه‌های باقی‌مانده است. فرض کنید که هزینه تولید فقره ۱ و ۲ به ترتیب ۵ و ۸/۵ دلار است به شرطی که آن‌ها قبل از ماه ژوئن تولید شده باشند. بعد از ماه ژوئن، به علت اصلاح سیستم تولید، هزینه‌ی دو فقره به ۴/۵ و ۷ دلار کاهش می‌یابد. تعداد کل اقلام تولیدی فقره ۱ و ۲ هر ماه در فاصله زمانی بین ماه‌های ژانویه-سپتامبر حداکثر ۱۲۰۰۰۰ و بین ماه‌های اکتبر-دسامبر حداکثر ۱۵۰۰۰۰ است. علاوه بر این، هر واحد از فقره ۱، دو فوت‌مکعب و هر واحد از فقره ۲، چهار فوت‌مکعب از فضای انبار را اشغال می‌کند. فرض کنید ماکزیمم فضای انبار که به این دو فقره می‌توان اختصاص داد ۱۵۰۰۰۰ هزار فوت‌مکعب است و هزینه‌ی نگهداری هر فوت‌مکعب در طول ماه ۰/۲ دلار است. مسأله زمان‌بندی تولید را طوری فرمول‌بندی کنید که کل هزینه تولید و انبارداری مینیمم شود.

۳. یک کارخانه نساجی پنج نوع پارچه تولید می‌کند. تقاضا (برحسب هزار یارد) در طول سه ماه سال برای نوع پارچه‌ها به ترتیب ۱۶، ۴۸، ۳۷، ۲۱ و ۸۲ است. این پنج نوع پارچه پس از بافت و دسته‌بندی در بازار هر یارد به ترتیب به قیمت ۰/۸، ۰/۸، ۰/۸، ۰/۸ و ۰/۸ دلار فروخته می‌شود. علاوه بر تولید و بسته‌بندی در خود کارخانه، پارچه‌ها از خارج کارخانه نیز خریداری می‌شوند و قبل از فروش در خود کارخانه بسته‌بندی می‌شوند. اگر پارچه‌های بسته‌بندی نشده از خارج کارخانه خریداری شود هزینه‌ی پنج نوع پارچه هر یارد ۰/۸، ۰/۷، ۰/۷۵، ۰/۹ و ۰/۷ دلار است. اگر در خود کارخانه تولید شود هر یارد به ترتیب ۰/۵، ۰/۶، ۰/۷، ۰/۷ و ۰/۳ دلار هزینه برمی‌دارد. دو نوع دستگاه در کارخانه وجود دارد که می‌توانند پارچه تولید کنند. یعنی ۱۰ دستگاه Dobbie و ۸۰ دستگاه عادی. میزان تولید هر دستگاه Dobbie در ساعت برای پنج پارچه به ترتیب ۴/۶، ۴/۶، ۵/۲، ۳/۸ و ۴/۲ یارد است. دستگاه عادی به همان میزان دستگاه Dobbie تولید دارد ولی فقط پارچه‌ی نوع ۳، ۴ و ۵ را می‌تواند تولید کند. با فرض اینکه کارخانه هفت روز هفته و هر روز هم ۲۴ ساعت کار می‌کند، مسأله برنامه‌ریزی بهینه برای برآورد تقاضای بازار برای سه ماه در سال را به صورت خطی فرمول‌بندی کنید. آیا فرمول‌بندی شما یک مسأله حمل‌ونقل است؟ اگر نه، مسأله را به صورت یک مسأله حمل‌ونقل دوباره فرمول‌بندی کنید.

۴. یک میله‌ی فولادی به طول ۳۶ اینچ داریم و به کمک یک دستگاه برش می‌خواهیم قطر آن را از ۱۴ اینچ به ۱۲ اینچ برسانیم. x_1 سرعت دورانی (دور در دقیقه)، x_2 سرعت عمقی (اینچ در دقیقه) و x_3 سرعت طولی (اینچ در دقیقه) کمیت‌های موردنظر هستند که باید مشخص شوند. مدت زمان برش با رابطه $\frac{36}{x_2 x_3}$ نشان داده می‌شود. تراکم و فشار کناری وارد بر دستگاه برش به ترتیب با رابطه $30x_1 + 4500x_2 + 5000x_3$ و $40x_1 + 5000x_2 + 5000x_3$ پوند بر اینچ مربع است. درجه حرارت تیغه برش بر حسب فارنهایت $200 + 0.5x_1 + 150(x_2 + x_3)$ است. ماکزیمم تراکم، فشار کناری و درجه حرارت مجاز به ترتیب ۱۵۰۰۰۰، ۱۰۰۰۰۰ و ۸۰۰ درجه فارنهایت است. می‌خواهیم سرعت (که باید ۶۰۰ تا ۸۰۰ دور در هر دقیقه باشد)، عمق برش و طول برش را تعیین کنیم به طوری که زمان برش مینیمم شود. برای به کارگیری یک مدل خطی تقریب زیر ارائه می‌شود. چون $\frac{36}{x_2 x_3}$ مینیمم است اگر و فقط اگر $x_2 x_3$ ماکسیمم باشد، تابع هدف با ماکسیمم مینیمم x_2 و x_3 جایگزین می‌کنیم. مسأله را به صورت یک مدل خطی فرمول‌بندی کنید و درستی تقریب به کار رفته در تابع هدف را بررسی کنید.

۵. یک مدیر تولید زمان‌بندی سه محصول روی چهار ماشین را برنامه‌ریزی می‌کند. هر محصول می‌تواند با هر ماشین تولید شود. هزینه تولید هر واحد (برحسب دلار) چنین است:

محصول / ماشین	۱	۲	۳	۴
۱	۴	۴	۵	۷
۲	۶	۷	۵	۶
۳	۱۲	۱۰	۸	۱۱

زمان لازم (برحسب ساعت) برای تولید هر واحد محصول در هر ماشین در جدول زیر آمده است:

محصول / ماشین	۱	۲	۳	۴
۱	۰/۳	۰/۲۵	۰/۲	۰/۲
۲	۰/۲	۰/۳	۰/۲	۰/۲۵
۳	۰/۸	۰/۶	۰/۶	۰/۵

فرض کنید که ۳۰۰۰، ۶۰۰۰ و ۴۰۰۰ از محصولا نیاز است و نیز ماشین-ساعت موجود به ترتیب ۱۵۰۰، ۱۲۰۰، ۱۵۰۰ و ۲۰۰۰ باشد. مسأله زمان‌بندی را به صورت یک برنامه خطی فرمول‌بندی کنید.

۶. شرکتی مونتاژ محصولی را به عهده دارد که شامل قاب، میله فلزی و بلبرینگ است. شرکت میله فلزی و قاب را خود تولید می‌کند اما بلبرینگ را تولیدکننده‌ی دیگری خریداری می‌کند. هر میله فلزی باید مراحل ماشین‌سندان، ماشین تراش و ماشین تیزکن را بگذراند. این مراحل به ترتیب ۰/۶ ساعت، ۰/۳ ساعت و ۰/۴ ساعت برای هر میله فلزی وقت می‌گیرد. هر قاب ۰/۸ ساعت در ماشین‌سندان، ۰/۲ ساعت در ماشین سوراخ‌کن، ۰/۳ ساعت در آسیاب و ۰/۶ ساعت در ماشین تیزکن وقت می‌گیرد. شرکت ۵ ماشین تراش، ۱۰ ماشین تیزکن، ۲۰ ماشین‌سندان، ۳ ماشین سوراخ‌کن و ۶ آسیاب دارد. با فرض اینکه هر ماشین ماکزیمم ۴۵۰۰ ساعت در هر سال کار می‌کند، مسأله یافتن ماکزیمم تعداد مؤلفه‌های محصول تولیدی مونتاژ را به صورت یک مدل خطی فرمول‌بندی کنید.