

Міністерство освіти України
Національний технічний університет України
“Київський політехнічний інститут”
Кафедра ТОЕ

Розрахунково-графічна робота

“Розрахунок перехідних процесів у лінійних колах”
Варіант № 803

Виконав: _____

Перевірив: _____

Умова завдання

1. В колі з джерелом постійної ЕДС необхідно:

- 1) класичним методом розрахувати напруги на реактивних елементах та струми перехідного процесу;
- 2) розрахувати струм в колі з джерелом ЕДС E_1 та напругу на реактивному елементі операторним методом;
- 3) побудувати в одному часовому масштабі діаграми струму та напруги на реактивних елементах.

2. Дослідити, яким повинен бути активний опір у вітці з джерелом E_1 , щоб перехідний процес проходив в граничному режимі.

3. Визначити струми в вітках та напруги на реактивних елементах в момент комутації ($t=0$), якщо замість джерел постійних ЕДС E_1 і E_2 в колі діють синусоїдні джерела.

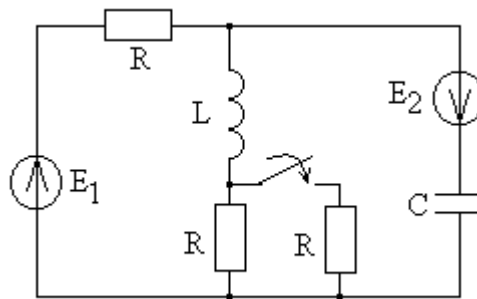
3. В післякомутаційній схемі закортити джерело ЕДС E_2 .

а) виключити катушку індуктивності чи ємність, замінивши останню опором R ;

б) вважаючи, що замість джерела постійної ЕДС E_1 до отриманного кола подається напруга, форма якої показана на малюнку;

в) розрахувати вхідний струм та напругу на реактивному елементі методом інтеграла Дюамеля при періоді T , заданому в долях від τ ;

г) побудувати в одному часовому масштабі діаграми напруги на вході, вхідного струму і напруги на реактивних елементах.



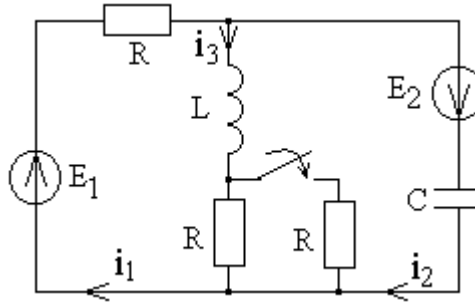
Основна схема

Вхідні данні:

$L := 0.2$	Гн	$C := 180 \cdot 10^{-6}$	Ф	$R := 50$	Ом		
$E_1 := 100$	В	$E_2 := 80$	В	$\psi := 30 \cdot \text{deg}$	C^0	$\omega := 100$	c^{-1}

Класичний метод

Оберемо додатній напрямок струмів у вітках схеми:



Знайдемо значення струмів та напруг безпосередньо до комутації:

Усталений режим до комутації: $t < 0$

$$i_{1\text{дк}} := \frac{E_1}{2 \cdot R} \quad i_{3\text{дк}} := i_{1\text{дк}} \quad i_{3\text{дк}} = 1$$

$$i_{2\text{дк}} := 0 \quad u_{L\text{дк}} := 0$$

$$u_{C\text{дк}} := E_1 + E_2 - i_{1\text{дк}} \cdot R \quad u_{C\text{дк}} = 130$$

Усталений режим після комутації: $t = \infty$

$$R' := 0.5 \cdot R$$

$$i'_1 := \frac{E_1}{R + R'} \quad i'_3 := i'_1 \quad i'_3 = 1.333$$

$$i'_2 := 0 \quad u'_L := 0$$

$$u'_C := E_1 + E_2 - i'_1 \cdot R \quad u'_C = 113.333$$

Незалежні початкові умови

$$i_{30} := i_{3\text{дк}} \quad i_{30} = 1$$

$$u_{C0} := u_{C\text{дк}} \quad u_{C0} = 130$$

Залежні початкові умови

Given

$$i_{10} = i_{20} + i_{30}$$

$$E_1 = u_{L0} + i_{30} \cdot R' + i_{10} \cdot R$$

$$E_2 = -i_{30} \cdot R' + u_{C0} - u_{L0}$$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \text{Find}(i_{10}, i_{20}, u_{L0}) \text{ float}, 7 \rightarrow \begin{pmatrix} 1. \\ 0 \\ 25. \end{pmatrix}$$

$$i_{10} = 1 \quad i_{20} = 0 \quad u_{L0} = 25$$

Незалежні початкові умови

$$di_{30} := \frac{u_{L0}}{L} \quad di_{30} = 125$$

$$du_{C0} := \frac{i_{20}}{C} \quad du_{C0} = 0$$

Залежні початкові умови

Given

$$di_{10} = di_{20} + di_{30}$$

$$0 = du_{L0} + di_{30} \cdot R' + di_{10} \cdot R$$

$$0 = -di_{30} \cdot R' + du_{C0} - du_{L0}$$

$$\begin{pmatrix} di_{10} \\ di_{20} \\ du_{L0} \end{pmatrix} := \text{Find}(di_{10}, di_{30}, du_{L0})$$

$$di_{10} = 0 \quad di_{20} = -1 \quad du_{L0} = 25$$

Вільний режим після комутайії: $t = 0$

Складемо характеристичне рівняння схеми

$$Z(p) := \frac{\frac{1}{p \cdot C} \cdot (R' + p \cdot L)}{R' + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}} + R \quad Z(p) := \frac{\frac{1}{p \cdot C} \cdot (R' + p \cdot L) + \left(R' + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot R}{R' + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}}$$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := \frac{1}{p \cdot C} \cdot (R' + p \cdot L) + \left(R' + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot R \quad \begin{matrix} \text{solve, p} \\ \text{float, 5} \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -118.06 - 166.52 \cdot i \\ -118.06 + 166.52 \cdot i \end{pmatrix}$$

Отже корні характеристичного рівняння мають вигляд:

$$p_1 = -118.06 - 166.52i \quad p_2 = -118.06 + 166.52i$$

Коефіцієнт затухання та кутова частота вільних коливань:

$$\delta := |\text{Re}(p_1)| \quad \delta = 118.06 \quad \omega_0 := |\text{Im}(p_2)| \quad \omega_0 = 166.52$$

Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$$i''_1(t) = A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_1)$$

$$i''_2(t) = B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_2)$$

$$i''_3(t) = C \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_3)$$

$$u''_C(t) = D \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_C)$$

$$u''_L(t) = F \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_L)$$

Визначення сталих інтегрування:

Для струму $i_1(t)$:

Given

$$i_{10} - i'_1 = A \cdot \sin(v_1)$$

$$di_{10} = -A \cdot \delta \cdot \sin(v_1) + A \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_1)$$

$$\begin{pmatrix} A \\ v_1 \end{pmatrix} := \text{Find}(A, v_1) \quad \text{float, 5} \rightarrow \begin{pmatrix} .40861 & -.40861 \\ -2.1875 & .95407 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$$A = 0.409 \quad v_1 = -2.188$$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i''_1(t) := A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_1) \quad \text{float, 5} \rightarrow .40861 \cdot \exp(-118.06 \cdot t) \cdot \sin(166.52 \cdot t - 2.1875)$$

$$i_1(t) := i'_1 + i''_1(t) \quad \text{float, 4} \rightarrow 1.333 + .4086 \cdot \exp(-118.1 \cdot t) \cdot \sin(166.5 \cdot t - 2.188)$$

Для струму $i_2(t)$:

$$i_{20} - i'_2 = B \cdot \sin(v_2)$$

$$di_{20} = -B \cdot \delta \cdot \sin(v_2) + B \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_2)$$

$$\begin{pmatrix} B \\ v_2 \end{pmatrix} := \text{Find}(B, v_2) \text{ float}, 5 \rightarrow \begin{pmatrix} -6.0053 \cdot 10^{-3} & 6.0053 \cdot 10^{-3} \\ 0 & 3.1416 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$$B = -6.005 \times 10^{-3} \quad v_2 = 0$$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i''_2(t) := B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_2) \text{ float}, 5 \rightarrow -6.0053 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(-118.06 \cdot t) \cdot \sin(166.52 \cdot t)$$

$$i_2(t) := i'_2 + i''_2(t) \text{ float}, 4 \rightarrow -6.005 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(-118.1 \cdot t) \cdot \sin(166.5 \cdot t)$$

Для струму $i_3(t)$:

$$i_{30} - i'_3 = C \cdot \sin(v_3)$$

$$di_{30} = -C \cdot \delta \cdot \sin(v_3) + C \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_3)$$

$$\begin{pmatrix} C \\ v_3 \end{pmatrix} := \text{Find}(C, v_3) \text{ float}, 5 \rightarrow \begin{pmatrix} -0.61290 & 0.61290 \\ 2.5666 & -0.57503 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$$C = -0.613 \quad v_3 = 2.567$$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i''_3(t) := C \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_3) \text{ float}, 5 \rightarrow -0.61290 \cdot \exp(-118.06 \cdot t) \cdot \sin(166.52 \cdot t + 2.5666)$$

$$i_3(t) := i'_3 + i''_3(t) \text{ float}, 4 \rightarrow 1.333 - 0.6129 \cdot \exp(-118.1 \cdot t) \cdot \sin(166.5 \cdot t + 2.567)$$

Для напруги $U_C(t)$:

$$u_{C0} - u'_C = D \cdot \sin(v_C)$$

$$du_{C0} = -D \cdot \delta \cdot \sin(v_C) + D \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_C)$$

$$\begin{pmatrix} D \\ v_C \end{pmatrix} := \text{Find}(D, v_C) \begin{matrix} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -20.430 & 20.430 \\ -2.1875 & 0.95407 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$$D = -20.43 \quad v_C = -2.188$$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$u''_C(t) := D \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_C) \text{ float}, 5 \rightarrow -20.430 \cdot \exp(-118.06 \cdot t) \cdot \sin(166.52 \cdot t - 2.1875)$$

$$u_C(t) := u'_C + u''_C(t) \text{ float}, 4 \rightarrow 113.3 - 20.43 \cdot \exp(-118.1 \cdot t) \cdot \sin(166.5 \cdot t - 2.188)$$

Для напруги $U_L(t)$:

$$u_{L0} - u'_L = F \cdot \sin(v_L)$$

$$du_{L0} = -F \cdot \delta \cdot \sin(v_L) + F \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_L)$$

$$\begin{pmatrix} F \\ v_L \end{pmatrix} := \text{Find}(F, v_L) \begin{matrix} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -30.733 & 30.733 \\ -2.1915 & 0.95008 \end{pmatrix}$$

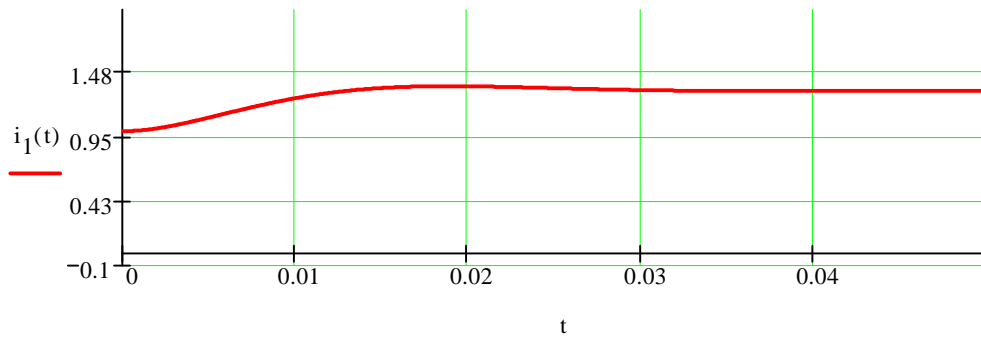
Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$$F = -30.733 \quad v_L = -2.192$$

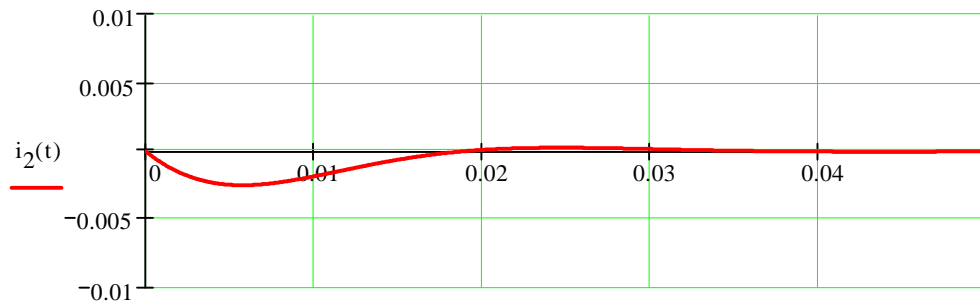
Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$u''_L(t) := F \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_L) \text{ float}, 5 \rightarrow -30.733 \cdot \exp(-118.06 \cdot t) \cdot \sin(166.52 \cdot t - 2.1915)$$

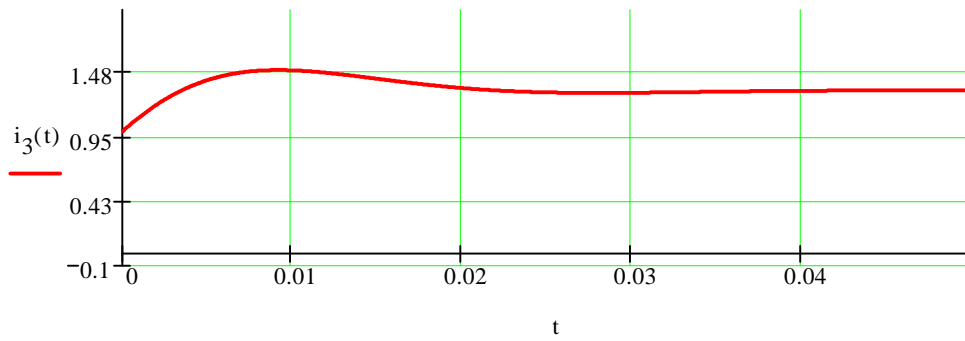
$$u_L(t) := u'_L + u''_L(t) \text{ float}, 4 \rightarrow -30.73 \cdot \exp(-118.1 \cdot t) \cdot \sin(166.5 \cdot t - 2.192)$$



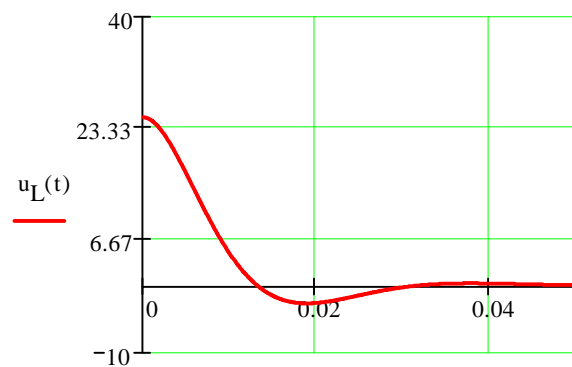
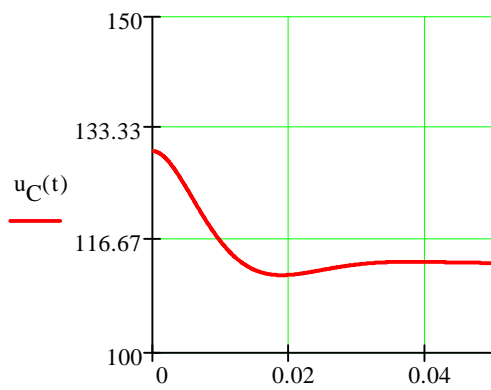
Графік перехідного струму $i_1(t)$.



Графік перехідного струму $i_2(t)$.

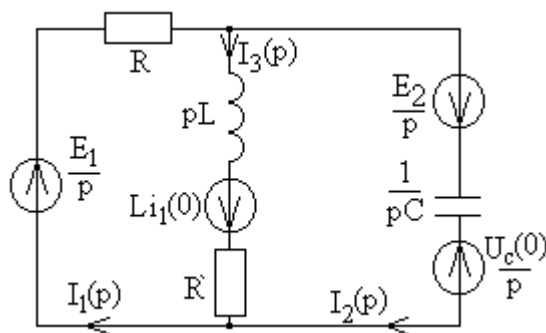


Графік перехідного струму $i_3(t)$.



Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

Операторний метод



Операторна схема

Усталений режим до комутації: $t < 0$

$$i_{1\text{дк}} := \frac{E_1}{2 \cdot R} \quad i_{3\text{дк}} := i_{1\text{дк}} \quad i_{3\text{дк}} = 1$$

$$i_{2\text{дк}} := 0 \quad u_{L\text{дк}} := 0$$

$$u_{C\text{дк}} := E_1 + E_2 - i_{1\text{дк}} \cdot R \quad u_{C\text{дк}} = 130$$

Початкові умови:

$$i_{L0} := i_{3\text{дк}} \quad i_{L0} = 1$$

$$u_{C0} = 130$$

$$I_{k1}(p) \cdot (R + R' + p \cdot L) - I_{k2}(p) \cdot (R' + p \cdot L) = \frac{E_1}{p} + L \cdot i_{L0}$$

$$-I_{k1}(p) \cdot (R' + p \cdot L) + I_{k2}(p) \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + R' \right) = \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} - L \cdot i_{L0}$$

$$\Delta(p) := \begin{bmatrix} R + R' + p \cdot L & -(R' + p \cdot L) \\ -(R' + p \cdot L) & \frac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + R' \end{bmatrix} \quad \Delta(p) \text{ float},5 \rightarrow \frac{(4.1667 \cdot 10^5 + 10.00 \cdot p^2 + 2361.1 \cdot p)}{p^1}$$

$$\Delta_1(p) := \begin{bmatrix} \frac{E_1}{p} + L \cdot i_{L0} & -(R' + p \cdot L) \\ \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} - L \cdot i_{L0} & \frac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + R' \end{bmatrix} \quad \Delta_1(p) \text{ float},5 \rightarrow \frac{(5.5556 \cdot 10^5 + 10.00 \cdot p^2 + 2361.1 \cdot p)}{p^2}$$

$$\Delta_2(p) := \begin{bmatrix} R + R' + p \cdot L & \frac{E_1}{p} + L \cdot i_{L0} \\ -(R' + p \cdot L) & \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} - L \cdot i_{L0} \end{bmatrix} \quad \Delta_2(p) \text{ float},5 \rightarrow \frac{-1250.0}{p^1}$$

Контурні струми та напруга на конденсаторі будуть мати вигляд:

$$I_{k1}(p) := \frac{\Delta_1(p)}{\Delta(p)} \quad I_1(p) := I_{k1}(p) \text{ float},5 \rightarrow \frac{(5.5556 \cdot 10^5 + 10.00 \cdot p^2 + 2361.1 \cdot p)}{p^1 \cdot (4.1667 \cdot 10^5 + 10.00 \cdot p^2 + 2361.1 \cdot p)}^1.$$

$$I_{k2}(p) := \frac{\Delta_2(p)}{\Delta(p)} \quad I_2(p) := I_{k2}(p) \text{ float},5 \rightarrow \frac{-1250.0}{(4.1667 \cdot 10^5 + 10.00 \cdot p^2 + 2361.1 \cdot p)}^1.$$

$$u_C(p) := \frac{u_{C0}}{p} + \frac{I_2(p)}{p \cdot C} \text{ factor} \rightarrow \frac{10}{9} \cdot \frac{(425003900 + 11700 \cdot p^2 + 2762487 \cdot p)}{(4166700 + 100 \cdot p^2 + 23611 \cdot p) \cdot p}$$

$$u_L(p) := L \cdot p \cdot I_3(p) - L \cdot i_{3\text{ДК}} \text{ factor} \rightarrow 25 \cdot \frac{(1000 + 9 \cdot p)}{(375000 + 2125 \cdot p + 9 \cdot p^2)}$$

Перейдемо тепер від зображення до функції часу за формулою розкладу:
Для струму $I_1(p)$:

$$N_1(p) := (5.5556 \cdot 10^5 + 10.00 \cdot p^2 + 2361.1 \cdot p) \quad M_1(p) := p \cdot (4.1667 \cdot 10^5 + 10.00 \cdot p^2 + 2361.1 \cdot p)$$

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_1(p) \left| \begin{array}{l} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -118.06 - 166.52 \cdot i \\ -118.06 + 166.52 \cdot i \end{pmatrix}$$

$$p_0 = 0 \quad p_1 = -118.06 - 166.52i \quad p_2 = -118.06 + 166.52i$$

$$N_1(p_0) = 5.556 \times 10^5 \quad N_1(p_1) = 1.389 \times 10^5 + 16.652i \quad N_1(p_2) = 1.389 \times 10^5 - 16.652i$$

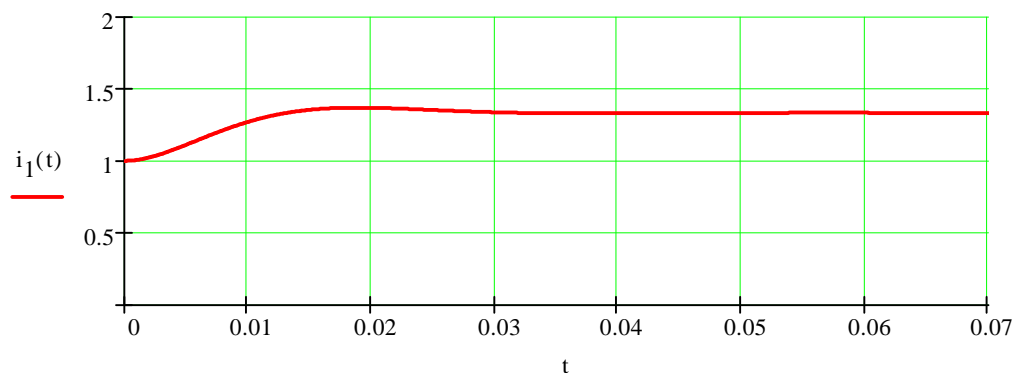
$$dM_1(p) := \frac{d}{dp} M_1(p) \left| \begin{array}{l} \text{factor} \\ \text{float}, 5 \end{array} \right. \rightarrow 4.1667 \cdot 10^5 + 30 \cdot p^2 + 4722.2 \cdot p$$

$$dM_1(p_0) = 4.167 \times 10^5 \quad dM_1(p_1) = -5.546 \times 10^5 + 3.932i \times 10^5 \quad dM_1(p_2) = -5.546 \times 10^5 - 3.932i \times 10^5$$

Отже струм як функція часу буде мати вигляд:

$$i_1(t) = \frac{N_1(p_0)}{dM_1(p_0)} + \frac{N_1(p_1)}{dM_1(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_1(p_2)}{dM_1(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \quad i_1(0) = 1$$

$$i_1(t) \left| \begin{array}{l} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{array} \right. \rightarrow 1.333 + .4086 \cdot \exp(-118.1 \cdot t) \cdot \sin(166.5 \cdot t - 2.188)$$



Графік перехідного струму $i_1(t)$.

Для напруги на конденсаторі $U_C(p)$:

$$N_u(p) := \frac{10}{9} \cdot (425003900 + 11700 \cdot p^2 + 2762487 \cdot p) \quad M_u(p) := p \cdot (4166700 + 100 \cdot p^2 + 23611 \cdot p)$$

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_u(p) \left| \begin{array}{l} \text{solve, } p \\ \text{float, } 5 \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -118.06 + 166.53 \cdot i \\ -118.06 - 166.53 \cdot i \end{pmatrix}$$

$$p_0 = 0 \quad p_1 = -118.06 + 166.53i \quad p_2 = -118.06 - 166.53i$$

$$N_u(p_0) = 4.722 \times 10^8 \quad N_u(p_1) = -6.947 \times 10^7 - 2.165i \times 10^4 \quad N_u(p_2) = -6.947 \times 10^7 + 2.165i \times 10^4$$

$$dM_u(p) := \frac{d}{dp} M_u(p) \text{ factor } \rightarrow 4166700 + 300 \cdot p^2 + 47222 \cdot p$$

$$dM_u(p_0) = 4.167 \times 10^6 \quad dM_u(p_1) = -5.547 \times 10^6 - 3.932i \times 10^6 \quad dM_u(p_2) = -5.547 \times 10^6 + 3.932i \times 10^6$$

Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$u_C(t) := \frac{N_u(p_0)}{dM_u(p_0)} + \frac{N_u(p_1)}{dM_u(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_u(p_2)}{dM_u(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \quad u_C(0) = 130.008$$

$$u_C(t) \left| \begin{array}{l} \text{float, } 5 \\ \text{complex} \end{array} \right. \rightarrow 113.33 + 16.6748 \cdot \exp(-118.06 \cdot t) \cdot \cos(166.53 \cdot t) + 11.8144 \cdot \exp(-118.06 \cdot t) \cdot \sin(166.53 \cdot t)$$

Для напруги на індуктивності:

$$N_L(p) := 25(1000 + 9 \cdot p) \quad M_L(p) := (375000 + 2125 \cdot p + 9 \cdot p^2)$$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_L(p) \left| \begin{array}{l} \text{solve, } p \\ \text{float, } 5 \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -118.06 + 166.52 \cdot i \\ -118.06 - 166.52 \cdot i \end{pmatrix} \quad p_1 = -118.06 + 166.52i \quad p_2 = -118.06 - 166.52i$$

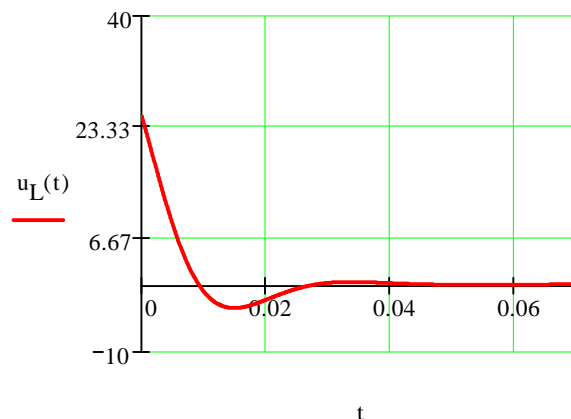
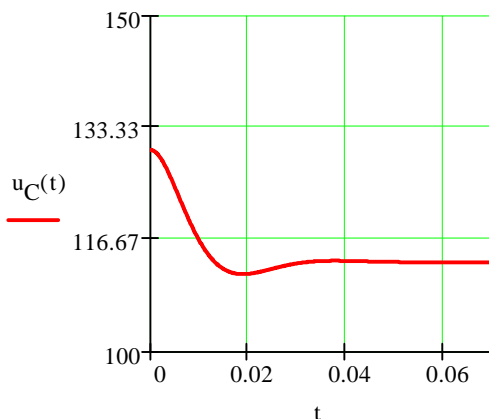
$$N_L(p_1) = -1.563 \times 10^3 + 3.747i \times 10^4 \quad N_L(p_2) = -1.563 \times 10^3 - 3.747i \times 10^4$$

$$dM_L(p) := \frac{d}{dp} M_L(p) \text{ factor } \rightarrow 2125 + 18 \cdot p$$

$$dM_L(p_1) = -0.08 + 2.997i \times 10^3 \quad dM_L(p_2) = -0.08 - 2.997i \times 10^3$$

Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$u_L(t) := \frac{N_L(p_1)}{dM_L(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_L(p_2)}{dM_L(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \quad u_L(0) = 25$$



Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

Дослідити чому повинен дорівнювати активний опір вітки с джерелом ЕРС Е1 щоб аперіодичний процес переходив у коливальний

$$Z_{ab}(p) := \mathbf{R''} + \frac{(R' + p \cdot L) \cdot \frac{1}{p \cdot C}}{\frac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + R'}$$

$$Z_{ab}(p) := \frac{\left(\frac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + R'\right) \mathbf{R''} + (R' + p \cdot L) \cdot \frac{1}{p \cdot C}}{\frac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + R'}$$

$$(R'' \cdot L) \cdot p^2 + \left(R'' \cdot R' + \frac{L}{C}\right) \cdot p + \left(\frac{R''}{C} + \frac{R'}{C}\right) = 0$$

$$D = 0$$

$$\left(R'' \cdot R' + \frac{L}{C}\right)^2 - 4 \cdot (R'' \cdot L) \cdot \left(\frac{R''}{C} + \frac{R'}{C}\right) = 0$$

$$R' := \left(R'' \cdot R' + \frac{L}{C}\right)^2 - 4 \cdot (R'' \cdot L) \cdot \left(\frac{R''}{C} + \frac{R'}{C}\right) \Bigg|_{\text{solve}, R''} \rightarrow \begin{pmatrix} -26.667 \\ 12.121 \end{pmatrix}$$

$$R'_{1,0} = 12.121$$

Отже при такому значенні активного опору у вітці з джерелом напруги Е1 аперіодичний процес перейде в коливальний.

Визначити струми віток і напруги на реактивних елементах у момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійної напруги Е1 і Е2 у колі діють джерела синусоїдної напруги:

$$e_1(t) := \sqrt{2} \cdot E_1 \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi)$$

$$e_2(t) := \sqrt{2} \cdot E_2 \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi)$$

$$X_C := \frac{1}{\omega \cdot C}$$

$$X_C = 55.556$$

$$X_L := \omega \cdot L$$

$$X_L = 20$$

$$E_1 := E_1 \cdot e^{\psi \cdot i}$$

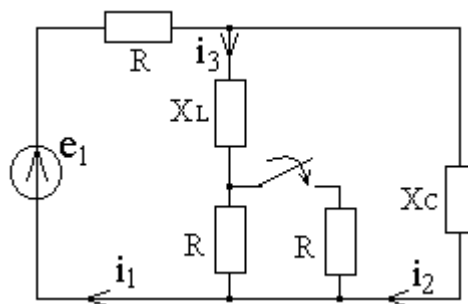
$$E_1 = 86.603 + 50i$$

$$F(E_1) = (100 \ 30)$$

$$E_2 := E_2 \cdot e^{\psi \cdot i}$$

$$E_2 = 69.282 + 40i$$

$$F(E_2) = (80 \ 30)$$



$$Z'_{vx} := R + \frac{X_C \cdot i \cdot (R + X_L \cdot i)}{R + X_L \cdot i - i \cdot X_C}$$

$$Z'_{vx} = 9.003 + 26.402i$$

$$I'_{1дк} := \frac{E_1}{Z'_{vx}}$$

$$I'_{1дк} = 2.699 - 2.36i$$

$$F(I'_{1дк}) = (3.585 \ -41.171)$$

$$I'_{2дк} := I'_{1дк} \cdot \frac{R + X_L \cdot i}{R + X_L \cdot i - i \cdot X_C}$$

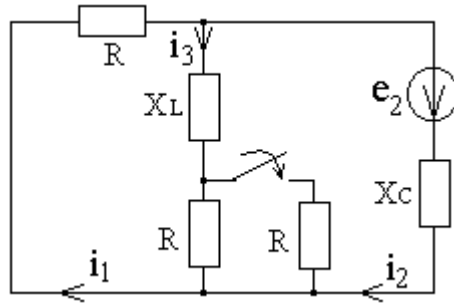
$$I'_{2дк} = 3.024 + 0.87i$$

$$F(I'_{2дк}) = (3.147 \ 16.048)$$

$$I'_{3дк} := I'_{1дк} - I'_{2дк}$$

$$I'_{3дк} = -0.325 - 3.23i$$

$$F(I'_{3дк}) = (3.246 \ -95.754)$$



$$Z''_{vx} := -X_C \cdot i + \frac{(R + i \cdot X_L) \cdot R}{R + i \cdot X_L + R}$$

$$Z''_{vx} = 25.962 - 50.748i$$

$$\Gamma''_{2dk} := \frac{E_2}{Z''_{vx}}$$

$$\Gamma''_{2dk} = -0.071 + 1.402i$$

$$F(\Gamma''_{2dk}) = (1.403 \quad 92.907)$$

$$\Gamma''_{1dk} := \Gamma''_{2dk} \cdot \frac{R + X_L \cdot i}{R + i \cdot X_L + R}$$

$$\Gamma''_{1dk} = -0.172 + 0.721i$$

$$F(\Gamma''_{1dk}) = (0.741 \quad 103.398)$$

$$\Gamma''_{3dk} := \Gamma''_{2dk} - \Gamma''_{1dk}$$

$$\Gamma''_{3dk} = 0.101 + 0.681i$$

$$F(\Gamma''_{3dk}) = (0.688 \quad 81.597)$$

$$I_{1dk} := \Gamma''_{1dk} + \Gamma''_{1dk}$$

$$I_{1dk} = 2.527 - 1.639i$$

$$F(I_{1dk}) = (3.012 \quad -32.97)$$

$$I_{2dk} := \Gamma''_{2dk} + \Gamma''_{2dk}$$

$$I_{2dk} = 2.953 + 2.271i$$

$$F(I_{2dk}) = (3.725 \quad 37.569)$$

$$I_{3dk} := \Gamma''_{3dk} - \Gamma''_{3dk}$$

$$I_{3dk} = -0.426 - 3.91i$$

$$F(I_{3dk}) = (3.934 \quad -96.217)$$

$$u_{Cdk} := I_{3dk} \cdot (-i \cdot X_C)$$

$$u_{Cdk} = -217.249 + 23.667i$$

$$F(u_{Cdk}) = (218.534 \quad 173.783)$$

$$u_{Ldk} := I_{3dk} \cdot i \cdot X_L$$

$$u_{Ldk} = 78.21 - 8.52i$$

$$F(u_{Ldk}) = (78.672 \quad -6.217)$$

$$i_{1dk}(t) := |I_{1dk}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{1dk}))$$

$$i_{2dk}(t) := |I_{2dk}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{2dk}))$$

$$i_{3dk}(t) := |I_{3dk}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{3dk}))$$

$$u_{Cdk}(t) := |u_{Cdk}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(u_{Cdk}))$$

$$u_{Ldk}(t) := |u_{Ldk}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(u_{Ldk}))$$

Початкові умови:

$$u_{Cdk}(0) = 33.47$$

$$i_{Ldk}(0) = -5.53$$

Given

$$i_{20} = i_{10} - i_{30}$$

$$e_1(0) = u_{L0} + i_{10} \cdot R + i_{30} \cdot R$$

$$e_2(0) = -i_{30} \cdot R + u_{C0} - u_{L0}$$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \text{Find}(i_{10}, i_{20}, u_{L0})$$

$$i_{10} = 1.876$$

$$i_{20} = 7.406$$

$$i_{30} = -5.53$$

$$u_{L0} = 253.414$$

$$u_{C0} = 33.47$$

Інтеграл Дюамеля

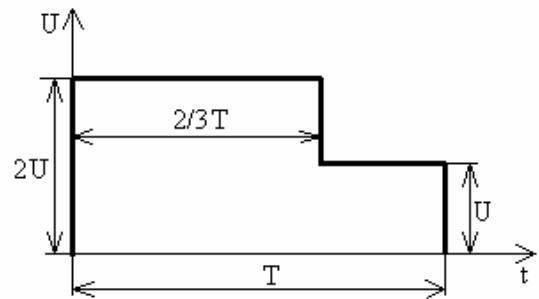
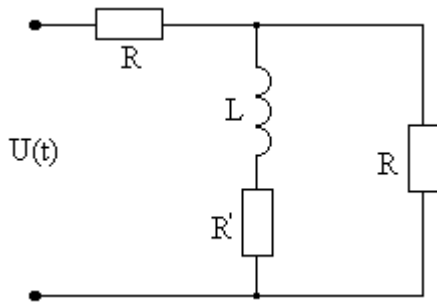
$$T := 1.0$$

$$E_1 := 80$$

$$E := 1$$

$$R' := \frac{R \cdot R}{R + R}$$

$$R' = 25$$



Усталений режим до комутації: $t < 0$

$$i_{1\text{дк}} := \frac{0}{\left(\frac{R \cdot R'}{R + R'}\right) + R} \quad i_{1\text{дк}} = 0$$

$$i_{3\text{дк}} := i_{1\text{дк}} \cdot \frac{R}{R + R'} \quad i_{3\text{дк}} = 0$$

$$i_{2\text{дк}} := i_{1\text{дк}} \cdot \frac{R'}{R + R'} \quad i_{2\text{дк}} = 0$$

$$u_{L\text{дк}} := 0$$

Усталений режим після комутації: $t = \infty$

$$i'_1 := \frac{E}{\left(\frac{R \cdot R'}{R + R'}\right) + R} \quad i'_1 = 0.015$$

$$i'_3 := i'_1 \cdot \frac{R}{R + R'} \quad i'_3 = 0.01$$

$$i'_2 := i'_1 \cdot \frac{R'}{R + R'} \quad i'_2 = 5 \times 10^{-3}$$

$$u'_L := 0$$

Незалежні початкові умови

$$i_{30} := i_{3\text{дк}} \quad i_{30} = 0$$

Залежні початкові умови

Given

$$i_{10} = i_{20} + i_{30}$$

$$E = i_{20} \cdot R + i_{10} \cdot R$$

$$0 = i_{20} \cdot R - i_{30} \cdot R' - u_{L0}$$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \text{Find}(i_{10}, i_{20}, u_{L0}) \quad i_{10} = 0.01 \quad i_{20} = 0.01 \quad i_{30} = 0 \quad u_{L0} = 0.5$$

Вільний режим після комутації: $t = 0$

Складемо характеристичне рівняння схеми

$$Z_{\text{vx}}(p) := R + \frac{R \cdot (p \cdot L + R')}{p \cdot L + R' + R}$$

$$Z_{\text{vx}}(p) := \frac{R \cdot (p \cdot L + R' + R) + R \cdot (p \cdot L + R')}{p \cdot L + R' + R}$$

$$p := R \cdot (p \cdot L + R' + R) + R \cdot (p \cdot L + R') \quad \left| \begin{array}{l} \text{solve, } p \\ \text{float, } 5 \end{array} \right. \rightarrow -250.$$

$$T := \frac{1}{|p|} \cdot T \quad T = 4 \times 10^{-3}$$

Одже корень характеристичного рівняння має вигляд:

$$p = -250$$

Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$$i''_1(t) = A_1 \cdot e^{p \cdot t}$$

$$i''_2(t) = B_1 \cdot e^{p \cdot t}$$

Визначення сталих інтегрування:

$$A_1 := i_{10} - i'_1 \quad A_1 = -5 \times 10^{-3}$$

$$B_1 := i_{30} - i'_3 \quad B_1 = -0.01$$

Отже вільна складова струму $i_1(t)$ та $i_3(t)$ будуть мати вигляд:

$$i''_1(t) := A_1 \cdot e^{p \cdot t}$$

$$i''_3(t) := B_1 \cdot e^{p \cdot t}$$

Повні значення цих струмів:

$$i_1(t) := i'_1 + i''_1(t) \quad i_1(t) \text{ float,5} \rightarrow 1.5000 \cdot 10^{-2} - 5.0000 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(-250 \cdot t)$$

$$i_3(t) := i'_3 + i''_3(t) \quad i_3(t) \text{ float,5} \rightarrow 1.0000 \cdot 10^{-2} - 1.0000 \cdot 10^{-2} \cdot \exp(-250 \cdot t)$$

$$g_{11}(t) := i_1(t) \quad g_{11}(t) \text{ float,5} \rightarrow 1.5000 \cdot 10^{-2} - 5.0000 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(-250 \cdot t)$$

$$U_L(t) := L \frac{d}{dt} i_3(t)$$

$$h_{uL}(t) := U_L(t) \text{ float,5} \rightarrow .50000 \cdot \exp(-250 \cdot t)$$

Визначимо закони зміни напруги на всіх проміжках часу:

$$U_0 := 2E_1 \quad U_0 = 160$$

$$U_1 := 2E_1 \quad U_1 = 160 \quad 0 < t < \frac{2T}{3}$$

$$U_2 := E_1 \quad U_2 = 80 \quad \frac{2T}{3} < t < T$$

$$U_3 := 0 \quad T < t < \infty$$

$$U'_1 := 0 \quad U'_2 := 0$$

Струм на цих проміжках буде мати вигляд:

$$i_1(t) := U_0 \cdot g_{11}(t)$$

$$i_1(t) \left| \begin{array}{l} \text{factor} \\ \text{float,3} \end{array} \right. \rightarrow 2.40 - .800 \cdot \exp(-250 \cdot t)$$

$$i_2(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + (U_2 - U_1) \cdot g_{11}\left(t - \frac{2T}{3}\right)$$

$$i_2(t) \left| \begin{array}{l} \text{factor} \\ \text{float,5} \end{array} \right. \rightarrow 1.2000 - .80000 \cdot \exp(-250 \cdot t) + .40000 \cdot \exp(-250 \cdot t + .66667)$$

$$i_3(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + (U_2 - U_1) \cdot g_{11}\left(t - \frac{2T}{3}\right) + (U_3 - U_2) \cdot g_{11}(t - T)$$

$$i_3(t) \left| \begin{array}{l} \text{factor} \\ \text{float,3} \end{array} \right. \rightarrow -.800 \cdot \exp(-250 \cdot t) + .400 \cdot \exp(-250 \cdot t + .667) + .400 \cdot \exp(-250 \cdot t + 1.)$$

Напруга на індуктивності на цих проміжках буде мати вигляд:

$$u_{L1}(t) := U_0 \cdot h_{uL}(t) \text{ float}, 5 \rightarrow 80.000 \cdot \exp(-250 \cdot t)$$

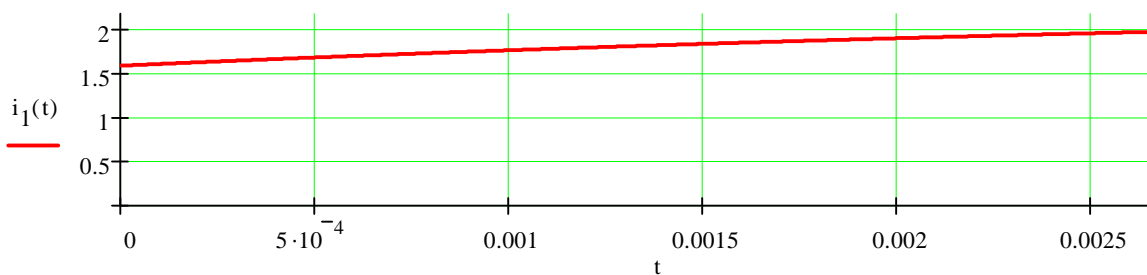
$$u_{L2}(t) := U_0 \cdot h_{uL}(t) + (U_2 - U_1) \cdot h_{uL}\left(t - \frac{2T}{3}\right)$$

$$u_{L2}(t) \text{ float}, 5 \rightarrow 80.000 \cdot \exp(-250 \cdot t) - 40.000 \cdot \exp(-250 \cdot t + .66667)$$

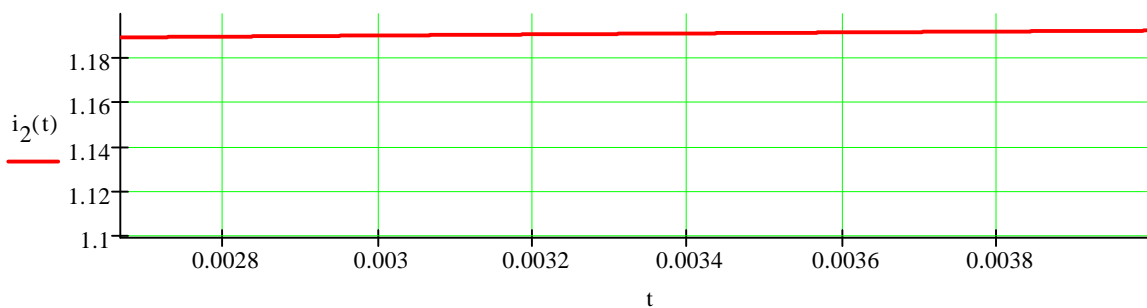
$$u_{L3}(t) := U_0 \cdot h_{uL}(t) + (U_2 - U_1) \cdot h_{uL}\left(t - \frac{2T}{3}\right) + (U_3 - U_2) \cdot h_{uL}(t - T)$$

$$u_{L3}(t) \text{ float}, 5 \rightarrow 80.000 \cdot \exp(-250 \cdot t) - 40.000 \cdot \exp(-250 \cdot t + .66667) - 40.000 \cdot \exp(-250 \cdot t + 1.0000)$$

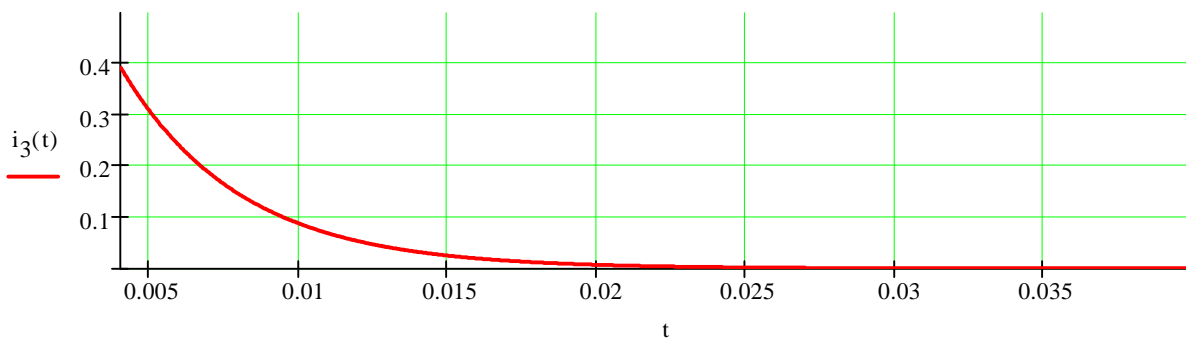
На проміжку от 0 до $2/3T$



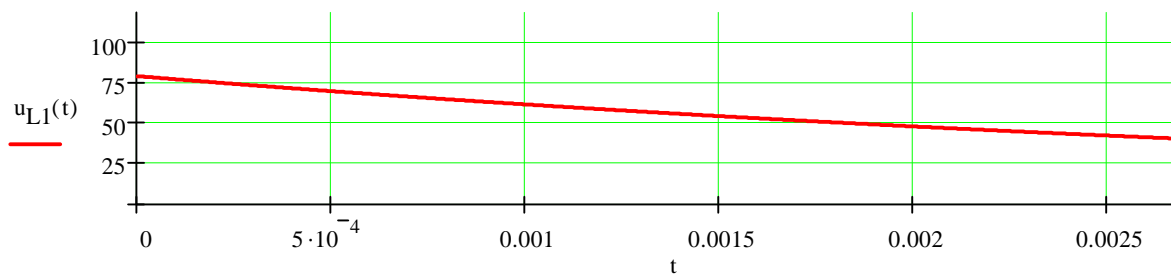
На проміжку от $1/3T$ до T



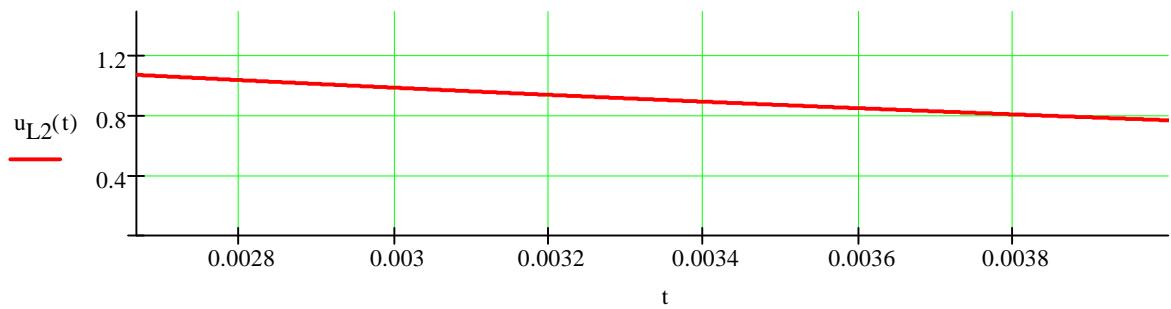
На проміжку от T до $10T$



На промежутке от 0 до $1/3T$



На промежутке от $1/3T$ до T



На промежутке от T до $10T$

