

## МНОЖИНИ. ВІДНОШЕННЯ

### Група питань 1.

**Питання №1.** Максимально спростити логічний вираз:

$$D = (A \cap B) \cup ((A \cap \bar{C}) \cup (\bar{A} \cap B))$$

**Питання №2.** Максимально спростити логічний вираз:

$$D = A \cap (A \cup \bar{B}) \cap (C \cup (\bar{C} \cap B))$$

**Питання №3.** Максимально спростити логічний вираз:

$$D = ((A \cap \bar{B}) \cup (B \setminus A)) \cup C$$

**Питання №4.** Максимально спростити логічний вираз:

$$D = (\bar{A} \cap (A \cup \bar{B})) \setminus C$$

**Питання №5.** Максимально спростити логічний вираз:

$$D = (A \cap (B \cup A)) \cap \overline{(C \cup B)} \cap \bar{C}$$

**Питання №6.** Максимально спростити логічний вираз:

$$D = (A \cup (B \cap C)) \cap (\bar{A} \cup C)$$

**Питання №7.** Максимально спростити логічний вираз:

$$D = A \Delta (B \setminus ((C \cup A) \cap (C \cup \bar{A})))$$

**Питання №8.** Максимально спростити логічний вираз:

$$D = (A \cup B) \cap (\bar{A} \cap B) \cup \overline{(\bar{B} \cup C)}$$

**Питання №9.** Максимально спростити логічний вираз:

$$D = \bar{A} \cup \bar{B} \cup (\bar{A} \cap B) \cup (\bar{B} \cap C) \cup \bar{C}$$

**Питання №10.** Максимально спростити логічний вираз:

$$D = C \cup \overline{(\bar{A} \cap B)} \cap \overline{(\bar{B} \cap \bar{A})} \cap (\bar{A} \cup B)$$

**Питання №11.** Максимально спростити логічний вираз:

$$D = ((A \cup B) \cup C \cup (B \cup C) \cup A)$$

**Питання №12.** Максимально спростити логічний вираз:

$$D = A \cap (\bar{B} \cup C) \cup (\bar{A} \cap C)$$

**Питання №13.** Максимально спростити логічний вираз:

$$D = B \Delta C \cup (B \cap C) \Delta (((A \setminus B) \cap B) \Delta A)$$

**Питання №14.** Максимально спростити логічний вираз:

$$D = ((A \cup B) \cup (A \cup \bar{B})) \cap \bar{B} \cap A \cap (\bar{A} \cup C)$$

**Питання №15.** Максимально спростити логічний вираз:

$$D = \bar{A} \cup B \cup \bar{C} \cup (B \cap \bar{C}) \cup (\bar{A} \cap C) \cup (A \cap B)$$

**Питання №16.** Максимально спростити логічний вираз:

$$D = (A \cap B) \cup (A \cap \bar{B}) \cup (C \cup A) \cap (A \cup \bar{B})$$

**Питання №17.** Максимально спростити логічний вираз:

$$D = \bar{A} \cup (\bar{A} \cup B) \cap (\bar{A} \cup C) \cup \bar{B} \cap ((B \cap C) \cup (B \cap \bar{C}))$$

**Питання №18.** Максимально спростити логічний вираз:

$$D = (A \cap B) \cup (C \cap B) \cup (\bar{A} \cap \bar{B}) \cup (\bar{B} \cap C)$$

**Питання №19.** Максимально спростити логічний вираз:

$$D = \overline{(A \cup B)} \cap \overline{(A \cup C)} \cap \overline{(B \cup C)}$$

**Питання №20.** Максимально спростити логічний вираз:

$$D = ((A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B)) \cap (\bar{C} \cap (\bar{C} \cup B))$$

**Питання №21.** Максимально спростити логічний вираз:

$$D = \bar{C} \cap (A \setminus C) \cap (B \setminus C) \cap (\bar{C} \cup B)$$

**Питання №22.** Максимально спростити логічний вираз:

$$D = ((A \setminus B) \cup (B \cap A)) \setminus (C \cup B)$$

**Питання №23.** Максимально спростити логічний вираз:

$$D = A \cap (A \setminus (A \setminus B)) \cup C$$

**Питання №24.** Максимально спростити логічний вираз:

$$D = (A \cup (B \setminus A)) \setminus C$$

**Питання №25.** Максимально спростити логічний вираз:

$$D = \overline{(\bar{A} \cup \bar{B})} \cap \overline{(\bar{B} \cup \bar{C})}$$

**Питання №26.** Максимально спростити логічний вираз:

$$D = (A \cup (\bar{A} \cap B)) \Delta (C \cup (C \cap B))$$

**Питання №27.** Максимально спростити логічний вираз:

$$D = ((A \cap B) \cup (A \setminus B)) \Delta (C \cup B)$$

**Питання №28.** Максимально спростити логічний вираз:

$$D = C \cap (A \cap \bar{B}) \cap (C \cup B)$$

**Питання №29.** Максимально спростити логічний вираз:

$$D = ((A \cap \bar{B}) \cup (B \cap \bar{A})) \cap (C \cup B) \cap C$$

**Питання №30.** Максимально спростити логічний вираз:

$$D = (((A \cup \bar{A}) \cap A) \setminus B \cup B) \cap \overline{(C \cup (C \cap B))}$$

**Питання №31.** Запишіть булеан множини  $M$  при

$$M = \{0, \{1, 2\}, 3\}$$

$$M = \{a, \{0\}, \beta\}$$

$$M = \{\{\beta, \gamma\}, \{1, 2\}, k\}$$

$$M = \{\{1, \varphi\}, \{1, \lambda\}, \{1, 2\}\}$$

$$M = \{\{1\}, \{2\}, \{3, 4\}\}$$

$$M = \{\{\beta, \gamma, \{\alpha, \beta\}\}, \{1, 2\}, k\}$$

## Група питань 2

**Питання №1.** Нехай дано множини:

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14\},$$

$$A = \{1, 2, 3, 4, 7, 9\},$$

$$B = \{3, 4, 5, 6, 11, 12, 13\},$$

$$C = \{2, 3, 4, 6, 7, 8, 11, 12, 13, 14\},$$

$$D = \{1, 2, 3, 7, 14\}.$$

Обчислити значення виразу:  $((A \cup \bar{C}) \cap D) \setminus (C \cap D)$

**Питання №2.**

$$\text{Нехай } U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{2, 4, 6, 8\},$$

$$C = \{1, 3, 5, 7, 9\}, D = \{1, 2, 4, 5, 7, 8\}.$$

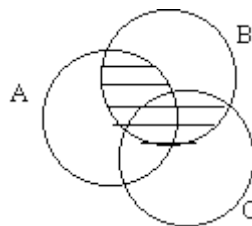
Виразити множину  $F = \{1, 5\}$  через відомі множини  $A, B, C, D$ , застосувавши у виразі всі згадані множини

**Питання №3.**

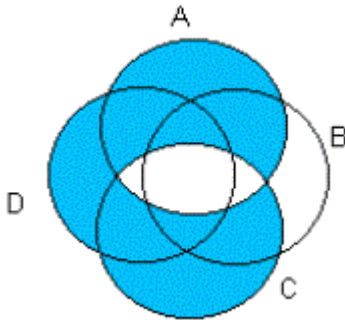
$$\text{Нехай } U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, B = \{2, 4, 6, 8\},$$

$$C = \{1, 3, 5, 7\}, D = \{1, 2, 4, 5, 7, 8, 9\}. \text{ Знайти } (D \setminus A) \cap (B \cup C) \cup (C \Delta D).$$

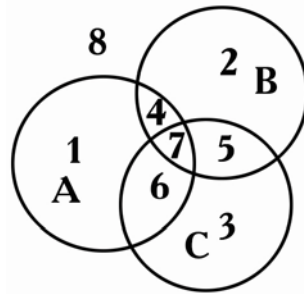
**Питання №4.** Виразити через множини  $A, B, C$  множину  $E$ , якій відповідає заштрихована область.



**Питання №5.** Виразити через множини A, B, C, D множину E, яка відповідає заштрихованій області.



**Питання №6.** Запишіть всі логічні вирази, які відповідають 8 можливим областям на діаграмі Венна, що показана на рисунку.



**Питання №7.** Визначити, чи є відношення

$$R = \left\{ (x, y) \mid z = \frac{x}{y}, z, x, y \in N, z = \text{const} \right\}$$

відношенням строгого порядку.

**Питання №8.** Запишіть всі можливі варіанти умов при яких  $(a, b, c)$  і  $(k, l, m)$  перебувають у відношенні нестрогого порядку.

**Питання №9.** Визначте, чи мають властивості рефлексивності, симетричності, антисиметричності та транзитивності відношення  $R1$  і  $R2$  на множині  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , якщо вони задані такими предикатами:

$$R1 = \{(a, b) \mid |a - b| = 1\}.$$

$$R2 = \{(a, b) \mid 0 < (a - b) < 3\}.$$

Зобразіть графічно відношення  $R1 \cup R2$ ,  $R1 \cap R2$ ,  $(R2)^{-1}$ , розмістивши вершини графа по колу.

**Питання №10.** Визначте, чи мають властивості рефлексивності, симетричності, антисиметричності та транзитивності відношення  $R1$  і  $R2$  на множині

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , якщо вони задані такими предикатами:

$$R1 = \{(a, b) \mid |a + b| = 2n, a, b, n \in N\}.$$

$$R2 = \{(a, b) \mid a \geq b^2, a, b \in N\}$$

Зобразіть графічно відношення  $R1 \cup R2$ ,  $R1 \cap R2$ ,  $(R2)^{-1}$ , розмістивши вершини графа по колу.

**Питання №11.** Дана множина  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  й

відношення  $R \subseteq A \times A$ , що включає такі елементи  $R = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5)\}$ .

Доповнити його до еквівалентного.

**Питання №12.** На множині  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  задано відношення

$$R = \{(a, b) \mid a > b, a, b \in A\}.$$

Побудувати граф відношення та його графік, вказати властивості відношення  $R$ .

**Питання №13.**

На множині людей Землі задано відношення  $R = \{(a, b) \mid \text{«}a \text{ родич } b\text{»}\}$ .

Визначити, чи є відношення  $R$  відношенням строгого порядку, нестроного порядку або відношення еквівалентності. Довести своє твердження.

**Питання №14.** На множині  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  задано предикатом

$$R = \{(a, b) \mid a - b = 5\}$$

відношення  $R \subset A \times A$ .

Знайти область визначення  $V$  відношення  $R$  та його область значень  $Z$ .

Які властивості має відношення  $R$ ?

**Питання №15.**

Побудувати граф відношення  $R$ , заданого предикатом

$$R = \{(a, b) \mid a = b + 2; a, b \in A\}, \text{ де } A = \{-3, -1, 1, 2, 3, 4\}$$

Чи є це відношенням строгого порядку? Довести своє твердження.

**16.** Знайти  $A \times B$  при  $A = \{1, a, \lambda, 23\}$  і  $B = \{2, b, \tau, 32\}$

**17.** Знайти  $proj_{2,4,6}A$ , де  $A = (1, 3, 78, 4678, 897, 785, 123, 9)$

**18.** Знайти  $proj_{3,5}A$ , де

$$A = ((4, 5, 6, 8, 12), (12, 45, 87, 34, 78), (123, 321, 453, 567, 876), (10, 1, 7, 2, 3))$$

19. Нехай  $C = A \times B = \{(2,10), (1,8), (2,12), (1,10), (1,12), (2,8)\}$

Знайти  $C^{-1}, A, B, A^2, B^2$

20. Нехай  $a = \{18, 9, 14, 3, 6\}$ . Запишіть  $a$  після 1-го і 2-го кроку Quicksort(1,5)

**Питання №21.**

Родина складається з 6 людей: батько батька Іван, мати батька Марія, мати Людмила, батько Василь, молодший син Микита, старший син Борис. Задайте на даній множині людей:

1.: відношення  $R$  «а є родичем b» предикатом.

2.: відношення  $R$  : «а мати b» графом.

3.: відношення  $R$  «а батько b» матрицею.

4.: відношення  $R$  «а онук b» матрицею.

**Питання №22.**

Дано  $R = \{(a,1), (b,1), (b,2), (c,2)\}$  й  $S = \{(1,5), (2,5), (1,6), (1,7), (2,8)\}$

1. Записати композицію  $K = R \circ S$ .

2. Записати обернену композицію  $K^{-1} = (R \circ S)^{-1}$ .

**Питання №23.**

Дано  $R = \{(1,1), (2,1), (7,2), (2,8), (1,9)\}$  й  $S = \{(1,5), (2,1), (7,2), (1,7), (2,8)\}$

1. Знайти об'єднання та перетин відношень  $R$  і  $S$ .

2. Знайти різницю  $R - S$ .

3. Знайти зрізи  $R(1)$  и  $S(2)$ .

**Питання №24.**

Побудуйте граф відношення:  $R = \{(a,b) | (a = 2b) \text{ AND } (a + b) \leq 10\}$

**Питання №25.**

Побудуйте графік відношення  $R = \{(x, y), x \geq y \text{ при } x, y \in R^+\}$

**Питання №26.**

Чому дорівнює сума потужностей булеанів множин

$M = \{\{1, \{2, q\}\}, \{\{a, b\}, 123\}, \alpha\}$  та  $N = \{z, p, q, 1\}$

## ГРАФИ

### Група питань №4

**Питання №1.** Нехай дано оргграф  $G(V, E)$  із загальною сумою напівстепеней виходу  $\sum_{v \in V} \deg^+(v) = 326$ . У скільки раз збільшиться загальна потужність всіх множин суміжності вершин оргграфа, якщо над графом виконати операцію введення 124 ребер.

**Питання №2.** Побудувати циркулянтний граф з вершинами  $V = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  і константою  $k = 2$ , кожна вершина  $i$  якого суміжна з  $2k$  вершинами з номерами  $i \pm 1, i \pm k$  по модулю 8.

**Питання №3.** Нехай дано оргграф  $G(V, E)$  з вершинами  $V = (v_1, v_2, v_3, v_4, v_5)$ .

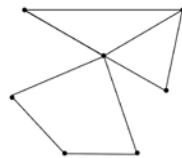
Дано також прямі відображення кожної з вершин:

$$\Gamma^+(v_1) = \{v_2, v_3\}, \Gamma^+(v_2) = \{v_3, v_4, v_5\}, \Gamma^+(v_3) = \{v_4, v_5\}, \Gamma^+(v_4) = \{v_5, v_1, v_2\},$$

$$\Gamma^+(v_5) = \{v_1, v_3\}.$$

Обчислити загальну суму напівстепенів заходу даного графа.

**Питання №4.** Нехай дано граф  $G$ .



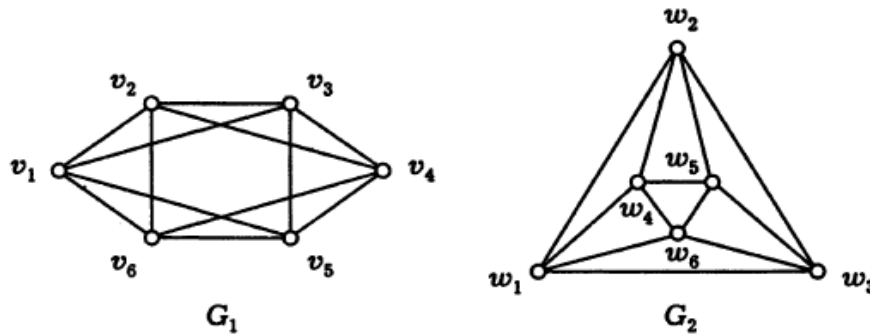
Побудувати всі можливі правильні підграфи графа  $G$ , що не порушують зв'язності початкового графа та за умови, що  $\delta(G) \geq 2$ .

**Питання №5.** Дана матриця суміжності графа  $G$

По матриці побудувати граф і визначити, чи є даний граф неорієнтованим, орієнтованим або змішаним, чи існують в графі петлі та чи є граф регулярним.

|     | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ | $e$ |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $a$ | 1   | 0   | 1   | 1   | 0   |
| $b$ | 0   | 0   | 0   | 1   | 1   |
| $c$ | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   |
| $d$ | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   |
| $e$ | 0   | 1   | 1   | 1   | 0   |

**Питання №6.** Довести ізоморфність графів  $G_1$  і  $G_2$  шляхом запису відображення вершин одного графа у вершини іншого у вигляді  $w_i = f(v_j)$ ,  $i, j = \overline{1, 6}$  або у вигляді таблиці відповідності вершин.



**Питання №7.** Граф  $G_1$  та граф  $G_2$  задані своїми матрицями суміжності:

$$G_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad G_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Скласти матриці суміжності графів  $G_3 = G_1 \cup G_2$  та  $G_4 = G_1 \cap G_2$ . Намалювати графи  $G_1, G_2, G_3$  та  $G_4$ .

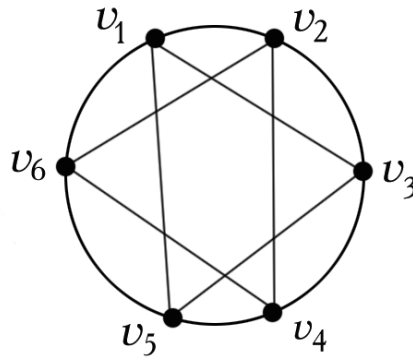
**Питання №8.** Нехай дана матриця ваг ребер  $A$  для деякого графа  $G$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 & 0 & 7 & 6 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 7 & 0 & 2 & 3 & 0 & 8 \\ 6 & 0 & 0 & 0 & 8 & 0 \end{pmatrix}$$

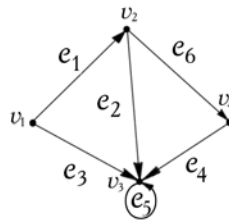
Намалювати граф  $G$  і вказати послідовність додавання ребер по алгоритму Краскала при побудові остовного дерева найменшої ваги.



**Питання №9.** Знайти доповнення графа  $G$  й визначити максимальну довжину елементарного циклу для вершини  $v_1$ .

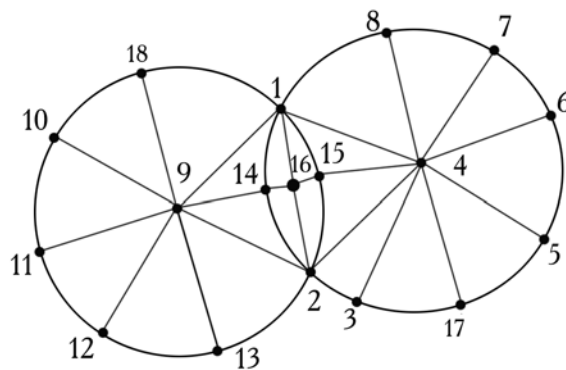


**Питання №10.** Дано граф  $G(V, E)$

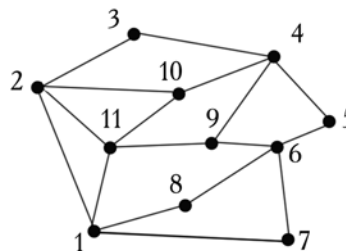


Побудувати матриці інцидентності та суміжності даного графа. Визначити напівстепені заходу та виходу для кожної з вершин.

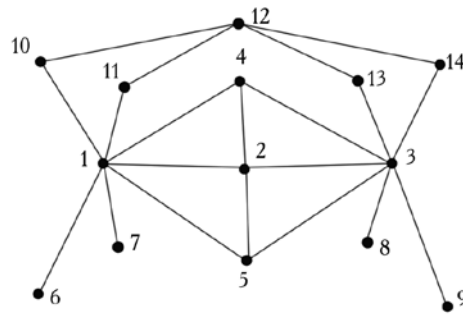
**Питання №11.** Визначити число зовнішньої стійкості графа  $G$



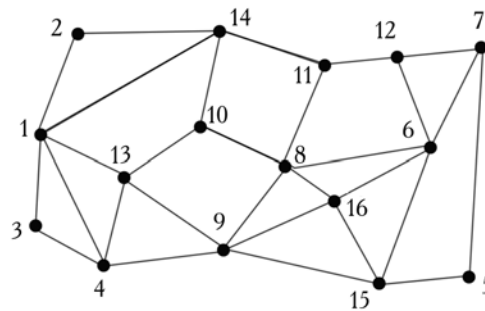
**Питання №12.** Визначити число зовнішньої стійкості графа  $G$



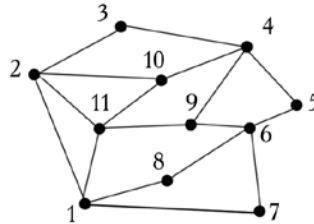
**Питання №13.** Визначити число зовнішньої стійкості графа  $G$ .



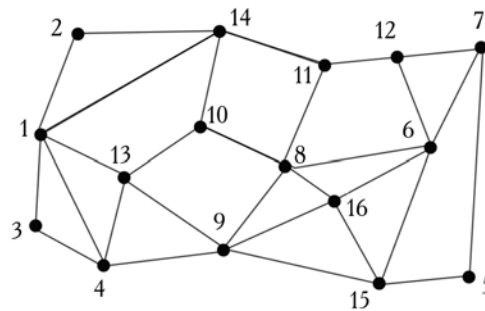
**Питання №14.** Визначити число внутрішньої стійкості графа  $G$ .



**Питання №15.** Визначити число внутрішньої стійкості графа  $G$ .

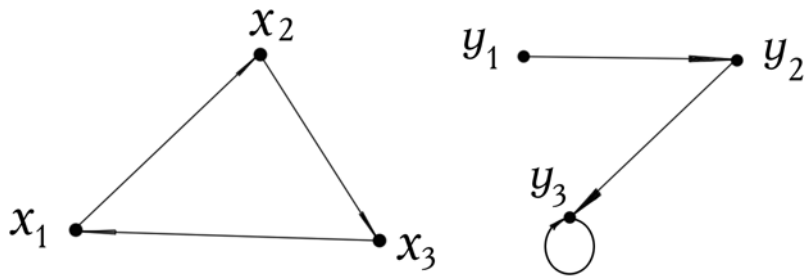


**Питання №16.** Визначити число зовнішньої стійкості графа  $G$ .

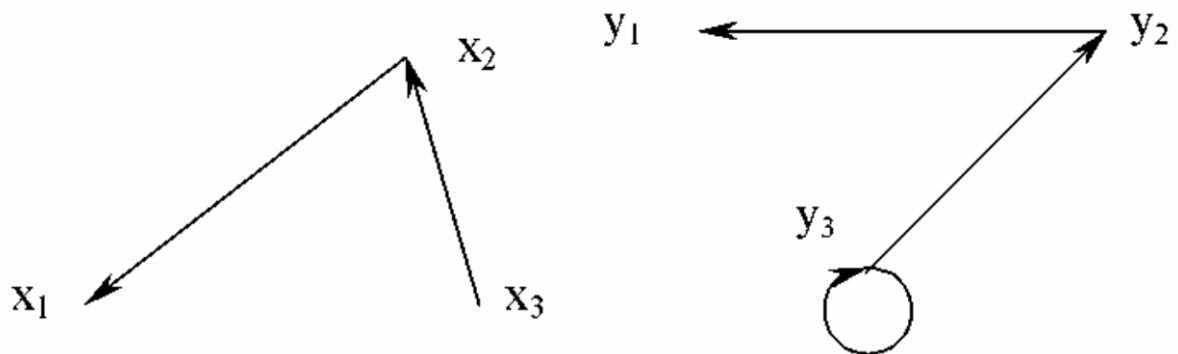


## Група питань №5

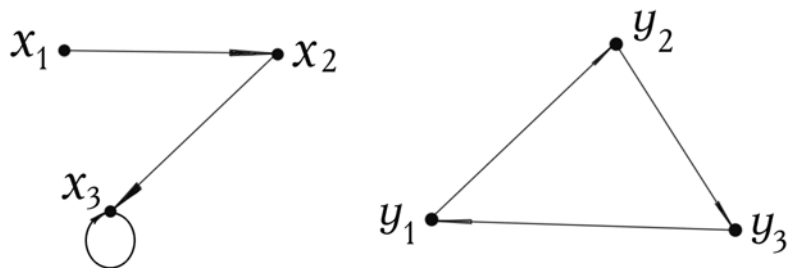
Питання №1. Знайти декартовий добуток графів.



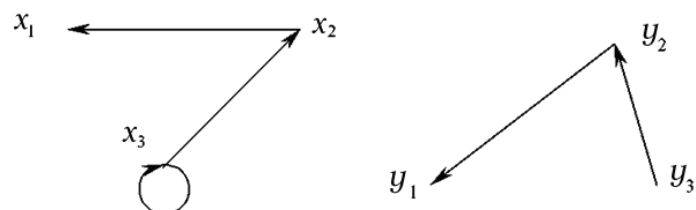
Питання №2. Знайти декартовий добуток двох графів



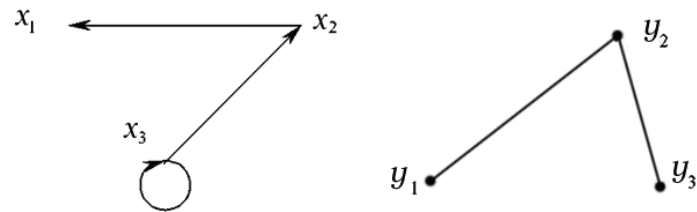
Питання №3. Знайти декартовий добуток графів.



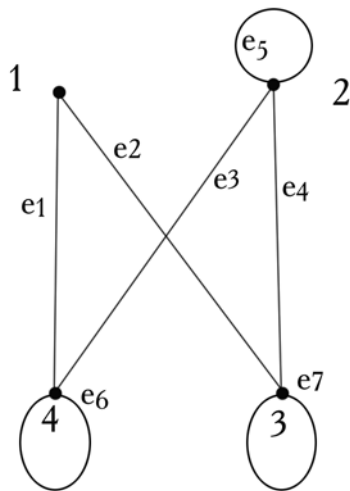
Питання №4. Знайти декартовий добуток двох графів



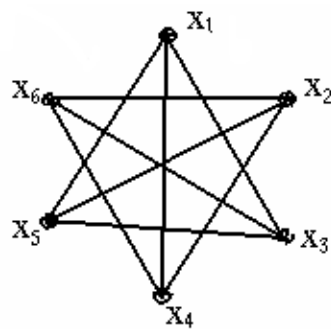
**Питання №5.** Знайти декартовий добуток двох графів



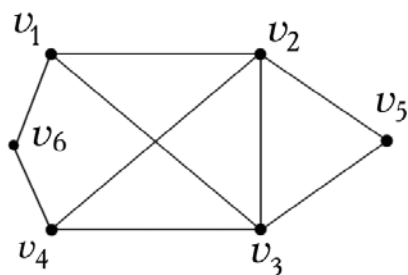
**Питання №6.** Даний граф  $G$ . Знайдіть матриці суміжності, інцидентності та всі маршрути довжини 2, що виходять із вершини 1.



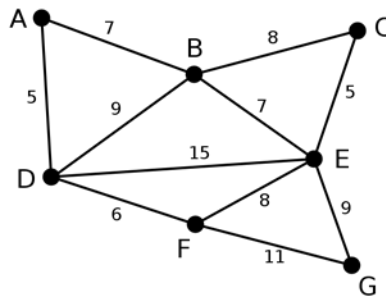
**Питання №7.** Знайдіть доповнення графа та визначте кількість циклів у доповненні.



**Питання №8.** Знайдіть доповнення графа та визначте цикломатичне число доповнення графа.



**Питання №9.** Знайти мінімальне остовне дерево в графі. Скільки мінімальних остовних дерев існує в даному графі?



**Питання №10.** Для заданої матриці суміжності намалюйте граф, визначте зв'язність графа та степені кожної його вершини.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

### Група питань №6

**Питання №1.** Які із представлених матриць суміжності описують дерево?

| A1 |   |   |   |   |   |   |   | A2 |   |   |   |   |   |   |   | A3 |  |   |   |   |   |   |   |   |   |
|----|---|---|---|---|---|---|---|----|---|---|---|---|---|---|---|----|--|---|---|---|---|---|---|---|---|
|    | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |    |   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7  |  |   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1  | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |    | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0  |  | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |    | 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0  |  | 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 3  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |    | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0  |  | 3 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 4  | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |    | 4 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1  |  | 4 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 5  | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |    | 5 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1  |  | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 6  | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |    | 6 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0  |  | 6 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 7  | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |    | 7 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0  |  | 7 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |

**Питання №2.** Які із представлених матриць суміжності описують дерево?

| B1 |   |   |   |   |   |   |   | B2 |   |   |   |   |   |   |   | B3 |   |   |   |   |   |   |   |   |
|----|---|---|---|---|---|---|---|----|---|---|---|---|---|---|---|----|---|---|---|---|---|---|---|---|
|    | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |    | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |    | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |   |
| 1  | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |    | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0  |   | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 2  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |    | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0  |   | 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 3  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |    | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0  |   | 3 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 4  | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |    | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1  |   | 4 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 5  | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |    | 5 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1  |   | 5 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 6  | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |    | 6 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0  |   | 6 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 7  | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |    | 7 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0  |   | 7 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |

**Питання №3.** Які із представлених матриць суміжності описують дерево?

| C1 |   |   |   |   |   |   |   | C2 |   |   |   |   |   |   |   | C3 |  |   |   |   |   |   |   |   |   |
|----|---|---|---|---|---|---|---|----|---|---|---|---|---|---|---|----|--|---|---|---|---|---|---|---|---|
|    | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |    |   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7  |  |   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1  | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |    | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0  |  | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |    | 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0  |  | 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 3  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |    | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0  |  | 3 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 4  | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |    | 4 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1  |  | 4 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 5  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |    | 5 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1  |  | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 6  | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |    | 6 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0  |  | 6 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 7  | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |    | 7 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0  |  | 7 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |

**Питання №4.** Які із представлених матриць суміжності описують дерево?

| D1 |   |   |   |   |   |   |   | D2 |   |   |   |   |   |   |   | D3 |  |   |   |   |   |   |   |   |   |
|----|---|---|---|---|---|---|---|----|---|---|---|---|---|---|---|----|--|---|---|---|---|---|---|---|---|
|    | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |    |   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7  |  |   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1  | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |    | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0  |  | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |    | 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0  |  | 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 3  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |    | 3 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0  |  | 3 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 4  | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |    | 4 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0  |  | 4 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 5  | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |    | 5 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1  |  | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 6  | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |    | 6 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0  |  | 6 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 7  | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |    | 7 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0  |  | 7 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |

**Питання №5.** Які із представлених матриць суміжності описують дерево?

| F1 |   |   |   |   |   |   |   | F2 |   |   |   |   |   |   |   | F3 |  |   |   |   |   |   |   |   |   |
|----|---|---|---|---|---|---|---|----|---|---|---|---|---|---|---|----|--|---|---|---|---|---|---|---|---|
|    | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |    |   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7  |  |   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1  | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |    | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1  |  | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |    | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0  |  | 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 3  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |    | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0  |  | 3 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 4  | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |    | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1  |  | 4 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 5  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |    | 5 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1  |  | 5 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 6  | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |    | 6 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0  |  | 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 7  | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |    | 7 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0  |  | 7 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |

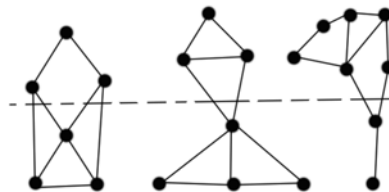
**Питання №6.** Нехай дано остовний ліс  $G$ , що включає 128 вершин та складається з 17 компонент зв'язності. Визначите загальну кількість ребер лісу  $G$ .

**Питання №7.** Нехай дано незв'язний граф  $G(V, E)$ , у якому кількість ребер  $|E| = 456$ , кількість фундаментальних циклів дорівнює 10, а кількість компонентів зв'язності графа дорівнює 6. Скільки вершин буде містити остовний ліс даного графа?

**Питання №8.** Нехай дано зв'язний неорієнтований граф  $G$ , що складається з 98 вершин і 162 ребер. Скільки ребер потрібно вилучити з даного графа до одержання його остовного дерева?

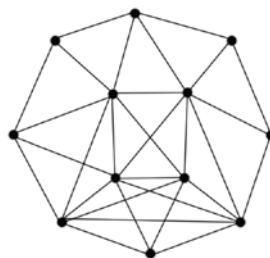
**Питання №9.** Нехай дано незв'язний неорієнтований граф  $G$ , що складається з 56 вершин і 184 ребер. Скільки ребер потрібно вилучити з даного графа до одержання його остовного лісу, якщо відомо, що граф включає 8 компонент зв'язності?

**Питання №10.** Нехай дано незв'язний неорієнтований граф  $G$ . Побудувати доповнення його остовного лісу та указати ті цикли перетину графа  $G$ , що мають ребро як у перетині лісу, так і в доповненні.



**Питання №11.** Нехай дано граф  $G$ , що містить два цикли непарної довжини та два цикли парної довжини. Чи можна розфарбувати такий граф двома фарбами?

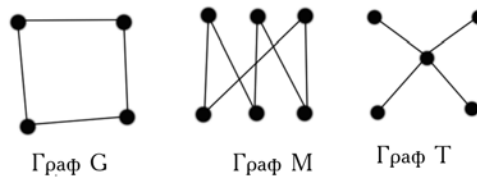
**Питання №12.** Нехай дано граф  $G$ :



Навести першу нижню оцінку хроматичного числа для даного графа.

**Питання №13.** Нехай граф  $G$  включає три цикли довжини 2, 4 і 6. чи Можна розфарбувати такий граф з використанням тільки двох фарб.

**Питання №14.** Дані граfi  $G, M$  й  $T$ . Перелічіть ті граfi, до яких застосовна теорема Брукса для верхньої оцінки хроматичного числа.

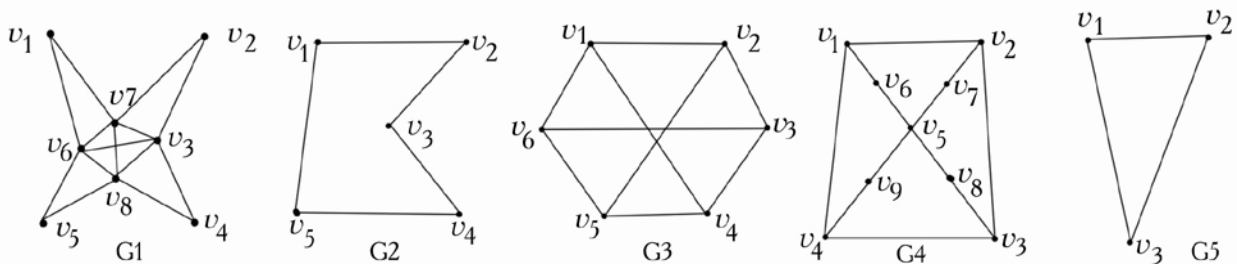


**Питання №15.** Побудуйте граф, який містить досконале паросполучення, що складається з трьох ребер. Чи може такий граф бути повним графом?

**Питання №16.** Нехай дано 10 вершин графа  $G$ . Скільки різних дерев можливо побудувати на цих вершинах?

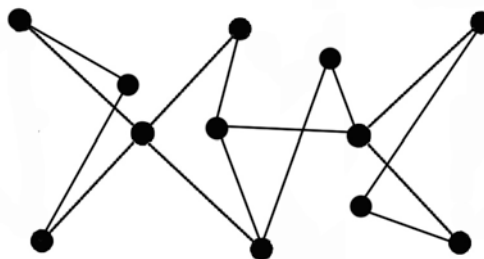
**Питання №17.** Нехай дано граф  $G(V, E)$ , де  $|V| = 6$ ,  $|E| = 12$ . Оцініть хроматичне число даного графа.

**Питання №18.** На рисунку показано граfi  $G_1, G_2, G_3, G_4$  і  $G_5$ .



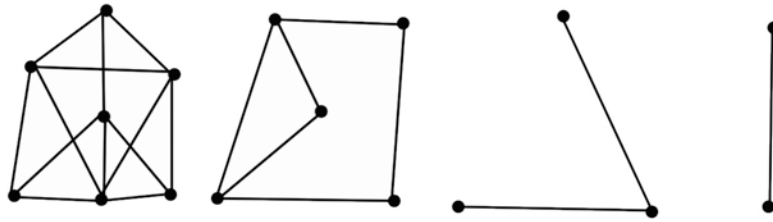
Вкажіть граfi для яких застосовна перша оцінка хроматичного числа. Обґрунтуйте своє твердження.

**Питання №19.** Визначте хроматичне число графа та обґрунтуйте одержаний результат

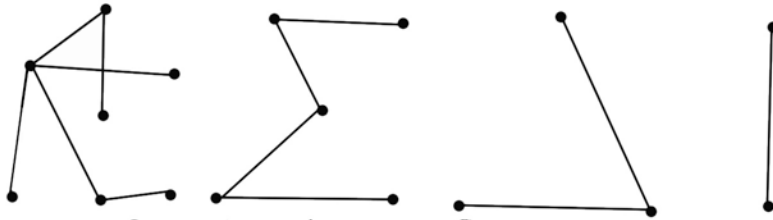




**Питання №20** . Побудуйте доповнення до остовного лісу незв'язного графа  $G$ , який складається з 4-х компонент зв'язності, показаних на рисунку.



Незв'язний граф  $G$



Остовний ліс незв'язного графа  $G$