

Министерство образования и науки Украины  
Национальный технический университет Украины  
“Киевский Политехнический Институт”  
Кафедра ТОЭ

## ***Расчетно-графическая работа***

*“Расчёт цепей постоянного тока”*

*Вариант № 227*

Выполнил: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Проверил: \_\_\_\_\_

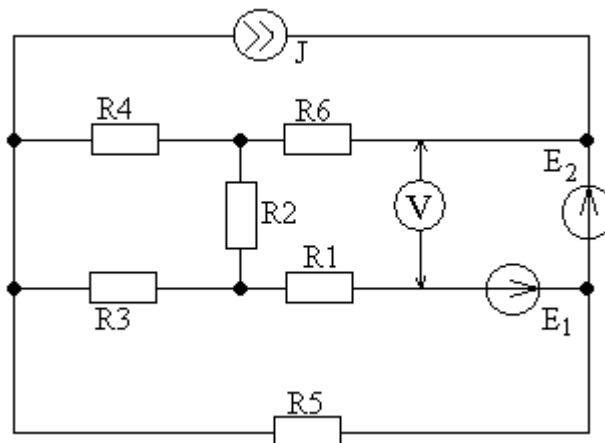
Киев 2006

В электрической цепи действуют источники напряжения ЭРС  $E_1$  и  $E_2$  и источник тока  $J$ . Параметры схемы и значения источников приведены в таблицах.

**Необходимо:**

1. Рассчитать токи во всех ветвях заданной схемы **методом контурных токов:**
  - Ø Составить баланс мощностей для заданной схемы,
  - Ø На основании законов Кирхгофа составить систему уравнений для заданного контура, подставить в эти уравнения значения токов и убедиться в правильности полученных расчетов.
2. Рассчитать токи во всех ветвях заданной схемы **методом узловых потенциалов:**
  - Ø Построить потенциальную диаграмму для всех элементов замкнутого контура, который проходит через обе ЭРС,
  - Ø Убедиться, что показания вольтметра  $V$  не зависит от способа, по которому находится напряжение между клеммами вольтметра.
3. Рассчитать токи во всех ветвях заданной схемы **методом наложения:**
  - Ø Для расчета схемы с источником напряжения  $E_1$  использовать эквивалентные преобразования, для схем с  $E_2$  и  $J$  любые другие методы.
4. Рассчитать токи во всех ветвях заданной схемы **методом эквивалентного генератора:**
  - Ø Найти какую надо включить ЭРС в первую ветку чтобы ток  $I_1$  изменил направление и увеличился в 5 раз.
  - Ø Найти зависимость между током в первой ветви  $I_1$  и сопротивлением в третьей ветке  $R_3$  ( $I_1=f(R_3)$ ) при постоянстве всех остальных параметров. Рассчитать ток  $I_1$  при  $R_3 = 5$  (Ом).

$R_1 := 20$	$R_2 := 25$	$R_3 := 30$	$R_4 := 35$	$R_5 := 40$	$R_6 := 45$
$E_1 := 75$	$E_2 := 125$	$J := 7$			



## Метод контурных токов

За вторым законом Кирхгофа составляем систему уравнений. Решая полученную систему уравнений, находим контурные токи.

Given

$$I_{K1} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_3 - J \cdot R_4 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_1 + R_2 + R_6) - I_{K3} \cdot R_1 - J \cdot R_6 = -E_2 - E_1$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_1 + I_{K3} \cdot (R_1 + R_3 + R_5) = E_1$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = 4.668 \text{ A} \quad I_{K2} = 3.267 \text{ A} \quad I_{K3} = 3.115 \text{ A}$$

Токи ветвей схемы равны:

$$I_1 := I_{K2} - I_{K3} \quad I_1 = 0.151 \text{ (A)}$$

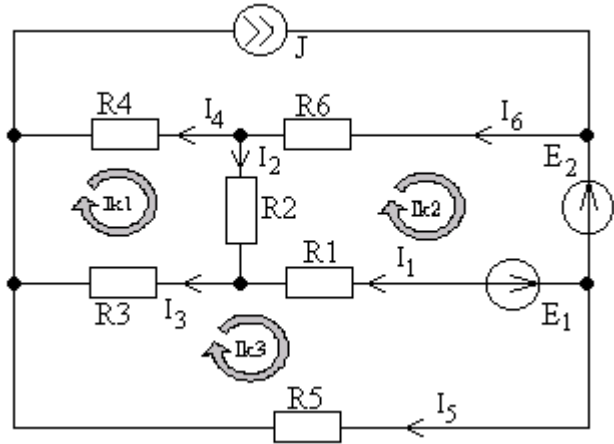
$$I_2 := I_{K1} - I_{K2} \quad I_2 = 1.401 \text{ (A)}$$

$$I_3 := I_{K1} - I_{K3} \quad I_3 = 1.553 \text{ (A)}$$

$$I_4 := J - I_{K1} \quad I_4 = 2.332 \text{ (A)}$$

$$I_5 := I_{K3} \quad I_5 = 3.115 \text{ (A)}$$

$$I_6 := J - I_{K2} \quad I_6 = 3.733 \text{ (A)}$$



## Проверка:

За 1-м законом Кирхгофа:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

$$I_5 + I_3 + I_4 - J = 0$$

$$I_2 + I_4 - I_6 = 0$$

$$I_5 + I_1 + I_6 - J = 0$$

За 2-м законом Кирхгофа:

$$E_2 + E_1 = 200 \text{ (B)}$$

$$I_6 \cdot R_6 + I_2 \cdot R_2 - I_1 \cdot R_1 = 200 \text{ (B)}$$

$$I_5 \cdot R_5 - I_3 \cdot R_3 - I_1 \cdot R_1 = 75 \text{ (B)}$$

$$E_1 = 75 \text{ (B)}$$

$$I_4 \cdot R_4 - I_3 \cdot R_3 - I_2 \cdot R_2 = -6.395 \times 10^{-14} \text{ (B)}$$

$$I_6 \cdot R_6 + I_4 \cdot R_4 - I_5 \cdot R_5 = 125 \text{ (B)}$$

$$E_2 = 125 \text{ (B)}$$

Баланс мощностей:

$$-E_2 \cdot I_{K2} - E_1 \cdot I_1 + J \cdot (I_4 \cdot R_4 + I_6 \cdot R_6) = 1.328 \times 10^3 \text{ (Bt)}$$

$$I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6 = 1.328 \times 10^3 \text{ (Bt)}$$

## Метод узловых потенциалов

Примем потенциал точки 1 равным 0:  $\phi_1 := 0$  тогда потенциал точки 3 будет равен:

$$\phi_3 := \phi_1 + E_2 \quad \phi_3 = 125$$

Найдем узловые и межузловые проводимости и узловые токи:

$$G_{22} := \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad G_{22} = 0.123$$

$$G_{44} := \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \quad G_{44} = 0.087$$

$$G_{55} := \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6} \quad G_{55} = 0.091$$

$$G_{21} := \frac{1}{R_1} \quad G_{21} = 0.05$$

$$G_{23} := 0 \quad G_{23} = 0$$

$$G_{24} := \frac{1}{R_3}$$

$$G_{24} = 0.033$$

$$G_{25} := \frac{1}{R_2}$$

$$G_{25} = 0.04$$

$$G_{41} := \frac{1}{R_5}$$

$$G_{41} = 0.025$$

$$G_{43} := 0$$

$$G_{42} := G_{24}$$

$$G_{45} := \frac{1}{R_4}$$

$$G_{45} = 0.029$$

$$G_{51} := 0$$

$$G_{52} := G_{25}$$

$$G_{53} := \frac{1}{R_6}$$

$$G_{54} := G_{45}$$

$$J_{B2} := -\frac{E_1}{R_1}$$

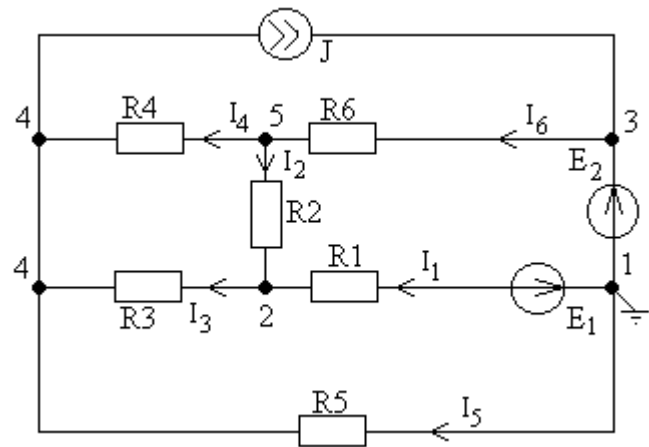
$$J_{B2} = -3.75$$

$$J_{B4} := -J$$

$$J_{B4} = -7$$

$$J_{B5} := 0$$

$$J_{B5} = 0$$



Подставив найденные значения проводимостей и узловых токов в расчетную систему уравнений и найдем искомые потенциалы узлов:

$$\phi_2 := 1$$

$$\phi_4 := 1$$

$$\phi_5 := 1$$

Given

$$-G_{21} \cdot \phi_1 + G_{22} \cdot \phi_2 - G_{23} \cdot \phi_3 - G_{24} \cdot \phi_4 - G_{25} \cdot \phi_5 = J_{B2}$$

$$-G_{41} \cdot \phi_1 - G_{42} \cdot \phi_2 - G_{43} \cdot \phi_3 + G_{44} \cdot \phi_4 - G_{45} \cdot \phi_5 = J_{B4}$$

$$-G_{51} \cdot \phi_1 - G_{52} \cdot \phi_2 - G_{53} \cdot \phi_3 - G_{54} \cdot \phi_4 + G_{55} \cdot \phi_5 = J_{B5}$$

$$\begin{pmatrix} \phi_2 \\ \phi_4 \\ \phi_5 \end{pmatrix} := \text{Find}(\phi_2, \phi_4, \phi_5)$$

$$\phi_2 = -78.029 \text{ (V)}$$

$$\phi_4 = -124.612 \text{ (V)}$$

$$\phi_5 = -42.996 \text{ (V)}$$

Токи ветвей схемы находим за законом Ома:

$$I_1 := \frac{\phi_1 - \phi_2 - E_1}{R_1}$$

$$I_1 = 0.151 \text{ (A)}$$

$$I_2 := \frac{\phi_5 - \phi_2}{R_2}$$

$$I_2 = 1.401 \text{ (A)}$$

$$I_3 := \frac{\phi_2 - \phi_4}{R_3}$$

$$I_3 = 1.553 \text{ (A)}$$

$$I_4 := \frac{\phi_5 - \phi_4}{R_4}$$

$$I_4 = 2.332 \text{ (A)}$$

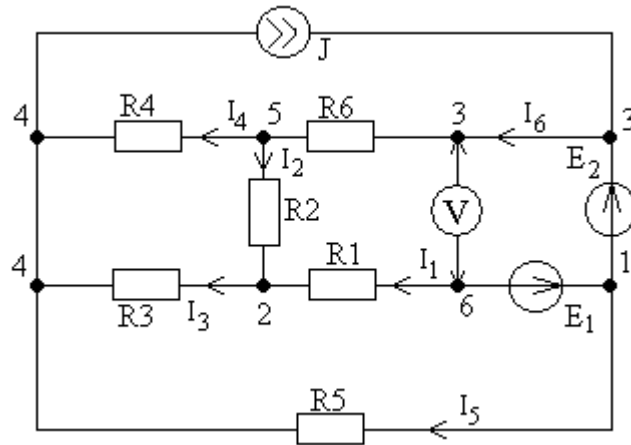
$$I_5 := \frac{\phi_1 - \phi_4}{R_5}$$

$$I_5 = 3.115 \text{ (A)}$$

$$I_6 := \frac{\phi_3 - \phi_5}{R_6}$$

$$I_6 = 3.733 \text{ (A)}$$

### Показание вольтметра



$$\phi_1 = 0 \text{ (B)} \quad \phi_2 = -78.029 \text{ (B)} \quad \phi_3 = 125 \text{ (B)} \quad \phi_4 = -124.612 \text{ (B)} \quad \phi_5 = -42.996 \text{ (B)}$$

Первый способ:

$$\phi_6 := \phi_1 - E_1 \quad \phi_6 = -75 \text{ (B)}$$

$$V := \phi_3 - \phi_6 \quad V = 200 \text{ (B)}$$

Второй способ:

$$\phi_6 := \phi_2 + I_1 \cdot R_1 \quad \phi_6 = -75 \text{ (B)}$$

$$V := \phi_3 - \phi_6 \quad V = 200 \text{ (B)}$$

### Потенциальная диаграмма

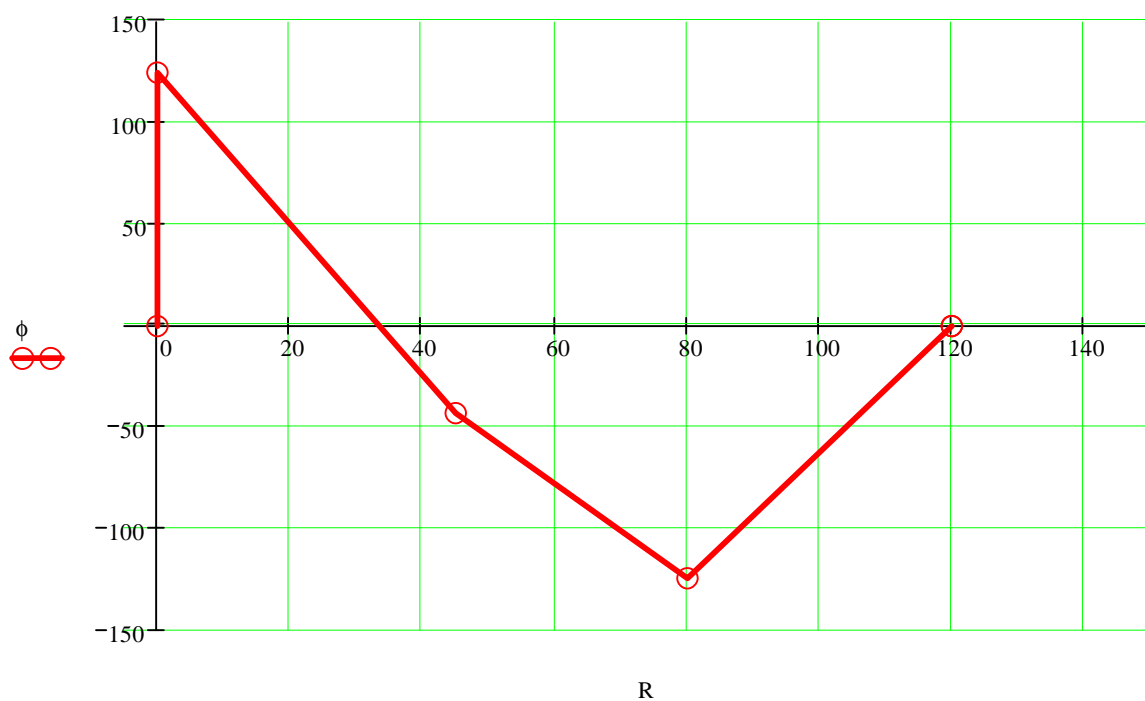
$$\phi_1 = 0$$

$$\phi_3 := \phi_1 + E_2 \quad \phi_3 = 125 \text{ (B)}$$

$$\phi_5 := \phi_3 - I_6 \cdot R_6 \quad \phi_5 = -42.996 \text{ (B)}$$

$$\phi_4 := \phi_5 - I_4 \cdot R_4 \quad \phi_4 = -124.612 \text{ (B)}$$

$$\phi_1 := \phi_4 + I_5 \cdot R_5 \quad \phi_1 = 0 \text{ (B)}$$



## Метод наложения

### В цепи действует только E1:

$$R_{24} := \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4}$$

$$R_{24} = 9.722 \text{ Om}$$

$$R_{23} := \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3 + R_4}$$

$$R_{23} = 8.333 \text{ Om}$$

$$R_{34} := \frac{R_3 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4}$$

$$R_{34} = 11.667 \text{ Om}$$

$$R_{26} := \frac{R_2 \cdot R_6}{R_2 + R_6 + R_1}$$

$$R_{26} = 12.5 \text{ Om}$$

$$R_{12} := \frac{R_2 \cdot R_1}{R_2 + R_6 + R_1}$$

$$R_{12} = 5.556 \text{ Om}$$

$$R_{16} := \frac{R_1 \cdot R_6}{R_2 + R_6 + R_1}$$

$$R_{16} = 10 \text{ Om}$$

$$R_{E1} := \frac{(R_{24} + R_6) \cdot (R_{34} + R_5)}{R_{24} + R_6 + R_{34} + R_5} + R_{23} + R_1$$

$$R_{E1} = 54.909 \text{ Om}$$

$$I_{1E1} := \frac{E_1}{R_{E1}}$$

$$I_{1E1} = 1.366 \text{ (A)}$$

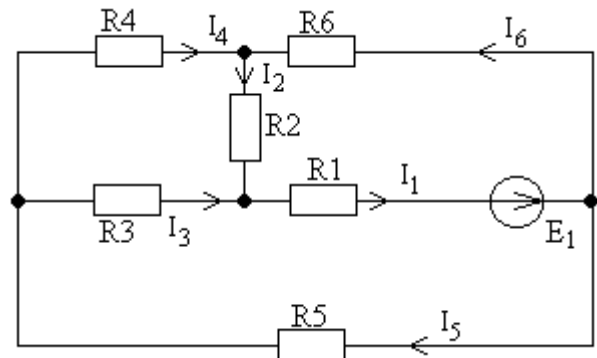
$$I_{5E1} := I_{1E1} \cdot \frac{R_{24} + R_6}{R_{24} + R_6 + R_{34} + R_5} \quad I_{5E1} = 0.703 \text{ (A)}$$

$$I_{6E1} := I_{1E1} \cdot \frac{R_{34} + R_5}{R_{24} + R_6 + R_{34} + R_5} \quad I_{6E1} = 0.663 \text{ (A)}$$

$$I_{2E1} := \frac{E_1 - I_{6E1} \cdot R_6 - I_{1E1} \cdot R_1}{R_2} \quad I_{2E1} = 0.713 \text{ (A)}$$

$$I_{3E1} := I_{1E1} - I_{2E1} \quad I_{3E1} = 0.653 \text{ (A)}$$

$$I_{4E1} := I_{2E1} - I_{6E1} \quad I_{4E1} = 0.05 \text{ (A)}$$



### В цепи действует только E2:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

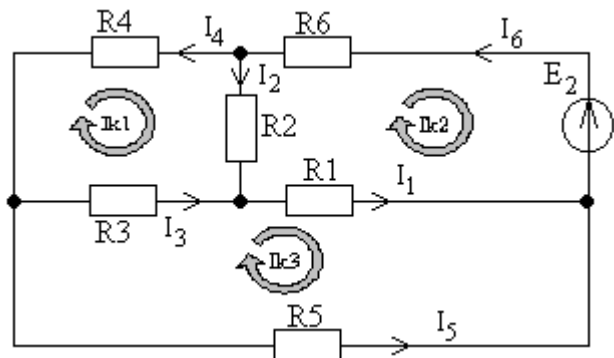
$$I_{K1} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_3 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_1 + R_6) - I_{K3} \cdot R_1 = -E_2$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_1 + I_{K3} \cdot (R_1 + R_3 + R_5) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -0.678 \text{ (A)} \quad I_{K2} = -1.712 \text{ (A)} \quad I_{K3} = -0.606 \text{ (A)}$$



Токи ветвей схемы равны:

$$I_{1E2} := I_{K3} - I_{K2} \quad I_{1E2} = 1.106 \text{ (A)}$$

$$I_{2E2} := I_{K1} - I_{K2} \quad I_{2E2} = 1.034 \text{ (A)}$$

$$I_{3E2} := I_{K3} - I_{K1} \quad I_{3E2} = 0.071 \text{ (A)}$$

$$I_{4E2} := -I_{K1} \quad I_{4E2} = 0.678 \text{ (A)}$$

$$I_{5E2} := -I_{K3} \quad I_{5E2} = 0.606 \text{ (A)}$$

$$I_{6E2} := -I_{K2} \quad I_{6E2} = 1.712 \text{ (A)}$$

### В цепи действует только J:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_3 - J \cdot R_4 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_1 + R_6) - I_{K3} \cdot R_1 - J \cdot R_6 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_1 + I_{K3} \cdot (R_1 + R_3 + R_5) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = 5.296 \text{ (A)} \quad I_{K2} = 5.642 \text{ (A)} \quad I_{K3} = 3.019 \text{ (A)}$$

Токи ветвей схемы равны:

$$I_{1J} := I_{K2} - I_{K3} \quad I_{1J} = 2.623 \text{ (A)}$$

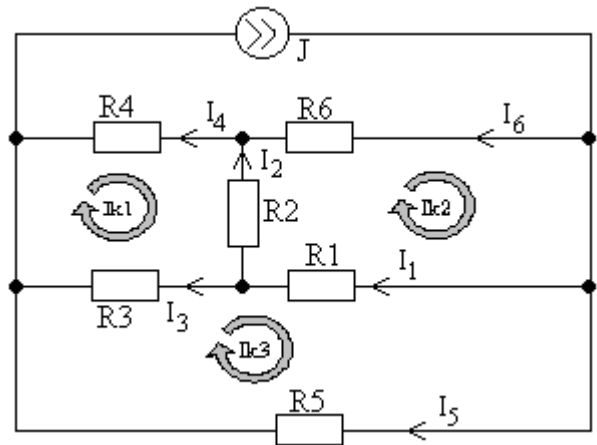
$$I_{2J} := I_{K2} - I_{K1} \quad I_{2J} = 0.346 \text{ (A)}$$

$$I_{3J} := I_{K1} - I_{K3} \quad I_{3J} = 2.277 \text{ (A)}$$

$$I_{4J} := J - I_{K1} \quad I_{4J} = 1.704 \text{ (A)}$$

$$I_{5J} := I_{K3} \quad I_{5J} = 3.019 \text{ (A)}$$

$$I_{6J} := J - I_{K2} \quad I_{6J} = 1.358 \text{ (A)}$$



### В основной цепи действуют токи:

$$I_1 := -I_{1E1} - I_{1E2} + I_{1J} \quad I_1 = 0.151 \text{ (A)}$$

$$I_2 := I_{2E1} + I_{2E2} - I_{2J} \quad I_2 = 1.401 \text{ (A)}$$

$$I_3 := -I_{3E1} - I_{3E2} + I_{3J} \quad I_3 = 1.553 \text{ (A)}$$

$$I_4 := -I_{4E1} + I_{4E2} + I_{4J} \quad I_4 = 2.332 \text{ (A)}$$

$$I_5 := I_{5E1} - I_{5E2} + I_{5J} \quad I_5 = 3.115 \text{ (A)}$$

$$I_6 := I_{6E1} + I_{6E2} + I_{6J} \quad I_6 = 3.733 \text{ (A)}$$

### Проверка:

За 1-м законом Кирхгофа:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0 \quad I_5 + I_3 + I_4 - J = 0$$

$$I_2 + I_4 - I_6 = 0 \quad I_5 + I_1 + I_6 - J = 0$$

### Метод эквивалентного генератора

Вырезавши из выходной схемы ветку с сопротивлением R1 и источником питания E1, получаем схему. В выходной схеме ток I1 направленный от узла 1 к узлу 2, такое же направление выберем и для напряжения холостого хода U1х.

Для нахождения напряжения U1х сначала надо найти токи в ветвях с сопротивлениями R3 и R5. Для этого воспользуемся методом контурных токов:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) - I_{K2} \cdot (R_2 + R_3) - J \cdot R_4 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot (R_2 + R_3) + I_{K2} \cdot (R_2 + R_3 + R_6 + R_5) - J \cdot R_6 = -E_2$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2})$$

$$I_{K1} = 4.674 \text{ (A)} \quad I_{K2} = 3.193 \text{ (A)}$$

Искомое напряжение холостого хода равно:

$$U_{1X} := I_{K2} \cdot R_5 + (I_{K2} - I_{K1}) \cdot R_3 \quad U_{1X} = 83.316 \text{ (В)}$$

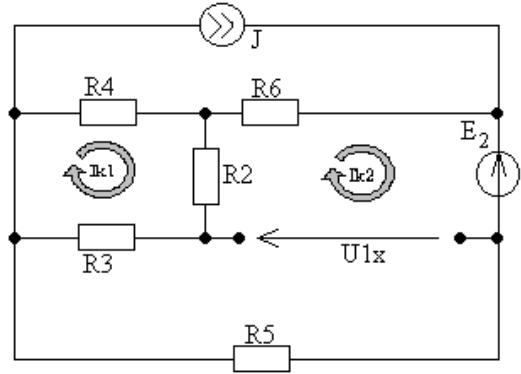
Эквивалентное сопротивление цепи равно:

Преобразуем в треугольник сопротивления  $R_2, R_3, R_4$ :

$$R_{24} := \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4 + R_3} \quad R_{23} := \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3 + R_4} \quad R_{34} := \frac{R_3 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4}$$

$$R_{24} = 9.722 \text{ Ом} \quad R_{23} = 8.333 \text{ Ом} \quad R_{34} = 11.667 \text{ Ом}$$

$$R_E := \frac{(R_{24} + R_6) \cdot (R_{34} + R_5)}{(R_{24} + R_6) + (R_{34} + R_5)} + R_{23} \quad R_E = 34.909 \text{ Ом}$$



Искомый ток, вырезанной ветки, равен:

$$I_1 := \frac{-E_1 + U_{1X}}{R_E + R_1} \quad I_1 = 0.151 \text{ (А)}$$

Найдем  $E'_1$  если ток в первой ветке меняет направление и увеличивается в 5 раз:

$$I'_1 := -I_1 \cdot 5 \quad I'_1 = -0.757 \text{ (А)}$$

$$E'_1 := -I'_1 \cdot (R_E + R_1) + U_{1X} \quad E'_1 = 124.896 \text{ (В)}$$

При  $R_3 = 5 \text{ Ом}$ :

$$I_{1E1}(R_3) := \frac{E_1}{\left[ \left( \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4 + R_3} + R_6 \right) \cdot \left( \frac{R_3 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4} + R_5 \right) + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3 + R_4} + R_1 \right]}$$

$$I_{1E1}(R_3) = 1.61 \text{ (А)}$$