Министерство образования и науки Украины Национальный технический университет Украины "Киевский Политехнический Институт" Кафедра ТОЭ

Расчетно-графическая работа

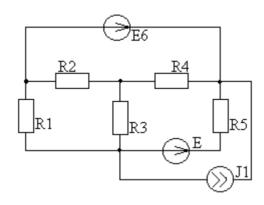
"Расчёт цепей постоянного тока" Вариант № 221

Выполнил:		
Проверил:		

Задание:

- 1. Найти токи в ветках данной электрической цепи методом узловых потенциалов и контурных токов. Проверить расчёт цепи при помощи законов Кирхгофа для каждого узла и независимого контура. Сложить и проверить уравнение баланса мощностей.
- 2. Построить потенциальную диаграмму для контура данной цепи.
- 3. Найти токи в ветках методом наложения. Проверить расчеты цепи за законами Кирхгофа.
- 4. Найти токи в ветвях данной цепи методом эквивалентного генератора.

$$R_1 := 20$$
 $R_2 := 25$ $R_3 := 40$ $R_4 := 50$ $R_5 := 5$ $E := 150$ $E_6 := 300$ $J_1 := 15$



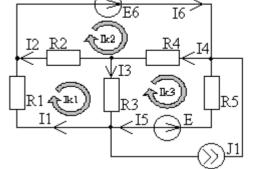
Метод контурных токов

За вторым законом Кирхгофа составляем систему уравнений. Решая получиную систему уравнений, находим контурные токи.

$$\mathbf{I}_{\mathbf{K}1} \coloneqq \mathbf{1} \qquad \quad \mathbf{I}_{\mathbf{K}2} \coloneqq \mathbf{1} \qquad \quad \mathbf{I}_{\mathbf{K}3} \coloneqq \mathbf{1}$$

Given

$$\begin{split} & I_{K1} \cdot \left(R_1 + R_2 + R_3 \right) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_3 = 0 \\ & - I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot \left(R_4 + R_2 \right) - I_{K3} \cdot R_4 = E_6 \\ & - I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot \left(R_3 + R_4 + R_5 \right) + J_1 \cdot R_5 = -E \\ & \left(\begin{matrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K2} \end{matrix} \right) \coloneqq \operatorname{Find} \left(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3} \right) \end{split}$$



$$I_{K1} = 3.132$$

$$I_{K2} = 6.692$$

$$I_{K3} = 2.473$$

Токи ветвей схемы равны:

$$\begin{split} \mathbf{I}_1 &\coloneqq \mathbf{I}_{K1} & \quad \mathbf{I}_1 = 3.132 \\ \mathbf{I}_2 &\coloneqq \mathbf{I}_{K2} - \mathbf{I}_{K1} & \quad \mathbf{I}_2 = 3.56 \\ \mathbf{I}_3 &\coloneqq \mathbf{I}_{K1} - \mathbf{I}_{K3} & \quad \mathbf{I}_3 = 0.659 \\ \mathbf{I}_4 &\coloneqq \mathbf{I}_{K2} - \mathbf{I}_{K3} & \quad \mathbf{I}_4 = 4.22 \\ \mathbf{I}_5 &\coloneqq \mathbf{I}_{K3} + \mathbf{J}_1 & \quad \mathbf{I}_5 = 17.473 \\ \mathbf{I}_6 &\coloneqq \mathbf{I}_{K2} & \quad \mathbf{I}_6 = 6.692 \end{split}$$

Метод узловых потенциалов

Примем потенциал точки 1 равным 0: $\phi_1 := 0$ тогда потенциал точки 3 будет равен: $\phi_3 := \phi_1 + E_6$ $\phi_3 = 300$

Найдем узловые и межузловые проводимости и узловые токи:

$$G_{22} := \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}$$
 $G_{22} = 0.085$ $G_{44} := \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5}$ $G_{44} = 0.275$

$$G_{44} := \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5}$$
 $G_{44} = 0.275$

$$G_{21} := \frac{1}{R_2}$$
 $G_{21} = 0.04$

$$G_{23} := \frac{1}{R_4}$$
 $G_{23} = 0.02$

$$G_{24} := \frac{1}{R_3}$$
 $G_{24} = 0.025$

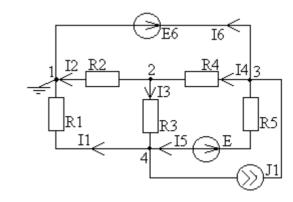
$$G_{41} := \frac{1}{R_1} \qquad \qquad G_{41} = 0.05$$

$$G_{42} := \frac{1}{R_3}$$
 $G_{42} = 0.025$

$$G_{43} := \frac{1}{R_5}$$
 $G_{43} = 0.2$

$$J_{B2} := 0$$
 $J_{B2} = 0$

$$J_{B4} := -J_1 - \frac{E}{R_5}$$
 $J_{B4} = -45$



Подставив найденые значения проводимостей и узловых токов в расчетную систему уравнений и найдем искомые потенциалы узлов 2 и 4:

$$\begin{split} \phi_2 &:= 1 & \phi_4 := 1 \\ & \text{Given} \\ & -G_{21} \cdot \phi_1 + G_{22} \cdot \phi_2 - G_{23} \cdot \phi_3 - G_{24} \cdot \phi_4 = J_{B2} \\ & -G_{41} \cdot \phi_1 - G_{42} \cdot \phi_2 - G_{43} \cdot \phi_3 + G_{44} \cdot \phi_4 = J_{B4} \\ \begin{pmatrix} \phi_2 \\ \phi_4 \end{pmatrix} &:= \text{Find} \Big(\phi_2, \phi_4 \Big) \\ \phi_2 &= 89.011 & \phi_4 = 62.637 \end{split}$$

Токи ветвей схемы находим за законом Ома:

$$I_{1} := \frac{\phi_{4} - \phi_{1}}{R_{1}}$$

$$I_{2} := \frac{\phi_{2} - \phi_{1}}{R_{2}}$$

$$I_{3} := \frac{\phi_{2} - \phi_{4}}{R_{3}}$$

$$I_{4} := \frac{\phi_{3} - \phi_{2}}{R_{4}}$$

$$I_{5} := \frac{\phi_{3} - \phi_{4} - E}{R_{5}}$$

$$I_{6} := I_{2} + I_{1}$$

$$I_{1} = 3.132$$

$$I_{2} = 3.56$$

$$I_{3} = 0.659$$

$$I_{4} = 4.22$$

$$I_{5} := \frac{63 - 64 - E}{R_{5}}$$

$$I_{6} := 6.692$$

Проверка:

За 1-м законом Кирхгофа:

$$I_6 + I_1 + I_2 = 0$$
 $I_6 - I_4 - I_5 + J_1 = -1.421 \times 10^{-14}$ $I_3 + I_2 - I_4 = 2.487 \times 10^{-14}$ $-I_1 + I_3 + I_5 - J_1 = 3.908 \times 10^{-14}$

За 2-м законом Кирхгофа:

$$\begin{split} & E_6 - E = 150 & I_5 \cdot R_5 + I_1 \cdot R_1 = 150 \\ & -I_5 \cdot R_5 + I_4 \cdot R_4 + I_3 \cdot R_3 = 150 & E = 150 \\ & -I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2 - I_3 \cdot R_3 = 0 \\ & I_4 \cdot R_4 + I_2 \cdot R_2 = 300 & E_6 = 300 \end{split}$$

Баланс мощностей:

$$-E \cdot I_5 + E_6 \cdot I_6 + J_1 \cdot (I_5 \cdot R_5 + E) = 2.947 \times 10^3$$

$$I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 = 2.947 \times 10^3$$

Потенциальная диаграмма

$$\phi_1=0$$

$$\phi_2 := \phi_1 + E$$

$$\phi_2 = 150$$

$$\phi_3 := \phi_2 + I_5 \cdot R_5$$

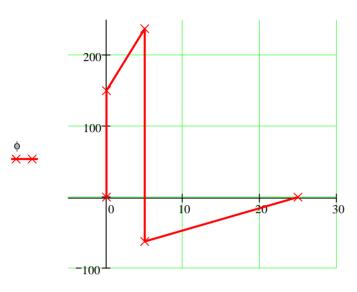
$$\phi_3 = 237.363$$

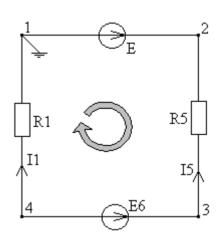
$$\phi_4 := \phi_3 - E_6$$

$$\phi_A = -62.637$$

$$\phi_1 := \phi_4 + I_1 \cdot R_1$$

$$\phi_1 = 1.421 \times 10^{-14}$$





Метод наложения

В цепи действует только Е:

$$I_{K1} := 1$$
 $I_{K2} := 1$

$$I_{K3} := 1$$

$$I_{K3} := 1$$

Given

$$\mathbf{I_{K1}} \cdot \left(\mathbf{R_1} + \mathbf{R_2} + \mathbf{R_3} \right) - \mathbf{I_{K2}} \cdot \mathbf{R_2} - \mathbf{I_{K3}} \cdot \mathbf{R_3} = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_4 + R_2) - I_{K3} \cdot R_4 = 0$$

$$-I_{K1}\cdot R_3 - I_{K2}\cdot R_4 + I_{K3}\cdot (R_3 + R_4 + R_5) = -E$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := Find(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -5.604$$
 $I_{K2} = -6.923$ $I_{K3} = -7.582$

$$I_{1E} := -I_{K1}$$

$$I_{1E} = 5.604$$

$$I_{2E} := I_{K1} - I_{K2}$$

$$I_{2E} = 1.319$$

$$I_{3E} \coloneqq I_{K1} - I_{K3}$$

$$I_{3E} = 1.978$$

$$I_{4E} := I_{K2} - I_{K3}$$

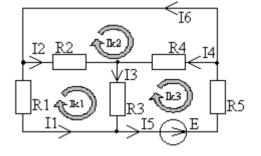
$$I_{4E} = 0.659$$

$$I_{5E} := -I_{K3}$$

$$I_{5E} = 7.582$$

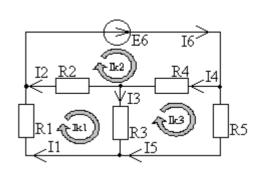
$$I_{6E} := -I_{K2}$$

$$I_{6E} = 6.923$$



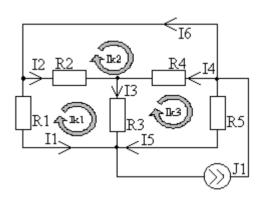
В цепи действует только Е6:

$$\begin{split} & I_{K1} \coloneqq 1 \qquad I_{K2} \coloneqq 1 \qquad I_{K3} \coloneqq 1 \\ & \text{Given} \\ & I_{K1} \cdot \left(R_1 + R_2 + R_3\right) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_3 = 0 \\ & - I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot \left(R_4 + R_2\right) - I_{K3} \cdot R_4 = E_6 \\ & - I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot \left(R_3 + R_4 + R_5\right) = 0 \\ & \left(\begin{matrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{matrix}\right) \coloneqq \text{Find} \left(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3}\right) \\ & I_{K1} = 11.538 \quad I_{K2} = 17.077 \quad I_{K3} = 13.846 \\ & I_{1E6} \coloneqq I_{K1} \quad I_{1E6} = 11.538 \\ & I_{2E6} \coloneqq I_{K2} - I_{K1} \quad I_{2E6} = 5.538 \\ & I_{3E6} \coloneqq I_{K3} - I_{K1} \quad I_{3E6} = 2.308 \\ & I_{4E6} \coloneqq I_{K2} - I_{K3} \quad I_{4E6} = 3.231 \\ & I_{5E6} \coloneqq I_{K3} \quad I_{5E6} = 13.846 \\ & I_{6E6} \coloneqq I_{K2} \quad I_{6E6} = 17.077 \end{split}$$



В цепи действует только Ј1:

$$\begin{split} & I_{K1} \coloneqq 1 \qquad I_{K2} \coloneqq 1 \qquad I_{K3} \coloneqq 1 \\ & \text{Given} \\ & I_{K1} \cdot \left(R_1 + R_2 + R_3\right) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_3 = 0 \\ & -I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot \left(R_4 + R_2\right) - I_{K3} \cdot R_4 = 0 \\ & -I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot \left(R_3 + R_4 + R_5\right) + J_1 \cdot R_5 = 0 \\ & \begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} \coloneqq & \text{Find} \left(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3}\right) \\ & I_{K1} = -2.802 \quad I_{K2} = -3.462 \quad I_{K3} = -3.791 \\ & I_{1J1} \coloneqq -I_{K1} \quad I_{1J1} = 2.802 \\ & I_{2J1} \coloneqq I_{K1} - I_{K2} \quad I_{2J1} = 0.659 \\ & I_{3J1} \coloneqq I_{K1} - I_{K3} \quad I_{3J1} = 0.989 \\ & I_{4J1} \coloneqq I_{K2} - I_{K3} \quad I_{4J1} = 0.33 \\ & I_{5J1} \coloneqq I_1 + I_{K3} \quad I_{5J1} = 11.209 \\ & I_{6J1} \coloneqq -I_{K2} \quad I_{6J1} = 3.462 \end{split}$$



В основной цепи действуют токи:

$I_1 := -I_{1E} + I_{1E6} - I_{1J1}$	$I_1 = 3.132$
$I_2 := -I_{2E} + I_{2E6} - I_{2J1}$	$I_2 = 3.56$
$I_3 := I_{3E} - I_{3E6} + I_{3J1}$	$I_3 = 0.659$
$I_4 := I_{4E} + I_{4E6} + I_{4J1}$	$I_4 = 4.22$
$I_5 := -I_{5E} + I_{5E6} + I_{5J1}$	$I_5 = 17.473$
$I_6 := -I_{6E} + I_{6E6} - I_{6I1}$	$I_6 = 6.692$

Метод эквивалентного генератора

Вырезавши из выходной схемы ветку с сопротивлением R5 и источником питания E, получаем схему. В выходной схеме ток I5 направленый от узла 3 к узлу 4, такое же направление выберем и для напряжения холостого хода U1х.

Для нахождения напряжения U1х сначала надо найти ток в ветви с сопротивлениями R3 и R4. Для этого воспользуемся методом контурных токов:

$$\begin{split} &I_{K1} \coloneqq 1 & I_{K2} \coloneqq 1 \\ &I_{K1} \cdot \left(R_1 + R_2 + R_3 \right) - I_{K2} \cdot R_2 + J_1 \cdot R_3 = 0 \\ &-I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot \left(R_2 + R_4 \right) + J_1 \cdot R_4 = E_6 \\ &\binom{I_{K1}}{I_{K2}} \coloneqq \text{Find} \left(I_{K1}, I_{K2} \right) \\ &I_{K1} = -9.783 & I_{K2} = -9.261 \end{split}$$

Искомое напряжение холостого хода равно:

$$\mathbf{U}_{1X} \coloneqq \left(\mathbf{I}_{K1} + \mathbf{J}_1\right) \cdot \mathbf{R}_3 + \left(\mathbf{I}_{K2} + \mathbf{J}_1\right) \cdot \mathbf{R}_4$$

$$U_{1X} = 495.652$$

Эквивалентное сопротивление цепи равно:

$$R_{342} := \frac{R_4 \cdot R_2}{R_4 + R_2} + R_3 \quad R_E := \frac{R_{342} \cdot R_1}{R_{342} + R_1} \qquad R_E = 14.783$$

Искомый ток, вырезаной ветки, равен:

$$I_5 := \frac{-E + U_{1X}}{R_E + R_5}$$

$$I_5 = 17.473$$