Министерство образования и науки Украины Национальный технический университет Украины "Киевский Политехнический Институт" Кафедра ТОЭ

Расчетно-графическая работа

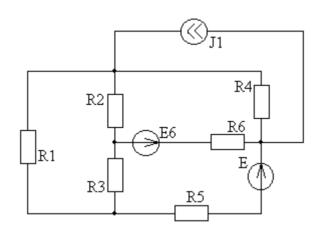
"Расчёт цепей постоянного тока" Вариант № 307

Выполнил:		
Проверил:		

Задание:

- 1. Найти токи в ветках данной электрической цепи методом узловых потенциалов и контурных токов. Проверить расчёт цепи при помощи законов Кирхгофа для каждого узла и независимого контура. Сложить и проверить уравнение баланса мощностей.
- 2. Построить потенциальную диаграмму для контура данной цепи.
- 3. Преобразовать данную цепь к трём независимым контурам. В полученной цепи найти токи в ветках методом наложения. Проверить расчеты цепи за законами Кирхгофа
- 4. Найти токи в ветвях данной цепи методом эквивалентного генератора.

$$R_1 := 25$$
 $R_2 := 40$ $R_3 := 50$ $R_4 := 5$ $R_5 := 10$ $R_6 := 0$ $R_6 := 50$ $R_7 := 50$ $R_8 := 100$ $R_9 := 100$



Метод контурных токов

За вторым законом Кирхгофа составляем систему уравнений. Решая получиную систему уравнений, находим контурные токи.

$$I_{K1} := 1 \qquad \qquad I_{K2} := 1 \qquad \qquad I_{K3} := 1$$

Given

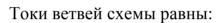
$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_3) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_3 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_6) - I_{K3} \cdot R_6 + J_1 \cdot R_4 = -E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_6 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_5 + R_6) = E_6 - E$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := Find(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -1.838$$
 $I_{K2} = -4.412$ $I_{K3} = -0.699$



$$I_1 := -I_{K1}$$
 $I_1 = 1.838$

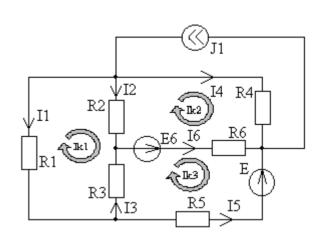
$$I_2 := I_{K1} - I_{K2}$$
 $I_2 = 2.574$

$$I_3 := I_{K3} - I_{K1}$$
 $I_3 = 1.14$

$$I_4 := J_1 + I_{K2}$$
 $I_4 = 0.588$

$$I_5 := -I_{K3}$$
 $I_5 = 0.699$

$$I_6 := I_{K3} - I_{K2}$$
 $I_6 = 3.713$



Метод узловых потенциалов

Примем потенциал точки 1 равным 0: $\phi_1 := 0$ тогда потенциал точки 3 будет равен: $\phi_3 := \phi_1 + E_6$ $\phi_3 = 100$

Найдем узловые и межузловые проводимости и узловые токи:

$$G_{22} := \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4}$$
 $G_{22} = 0.265$

$$G_{44} := \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5}$$
 $G_{44} = 0.16$

$$G_{21} := \frac{1}{R_2}$$
 $G_{21} = 0.025$

$$G_{23} := \frac{1}{R_4}$$
 $G_{23} = 0.2$

$$G_{24} := \frac{1}{R_1} \qquad G_{24} = 0.04$$

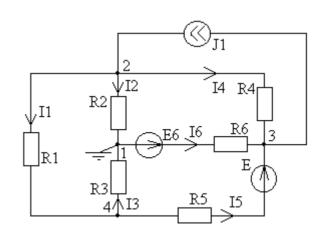
$$G_{41} := \frac{1}{R_3}$$
 $G_{41} = 0.02$

$$G_{43} := \frac{1}{R_5}$$
 $G_{43} = 0.1$

$$G_{42} := \frac{1}{R_1}$$
 $G_{42} = 0.04$

$$J_{B2} := J_1$$
 $J_{B2} = 5$

$$J_{B4} := -\frac{E}{R_5} \qquad \qquad J_{B4} = -5$$



Подставив найденые значения проводимостей и узловых токов в расчетную систему уравнений и найдем искомые потенциалы узлов 2 и 4:

$$\phi_2 := 1 \qquad \qquad \phi_4 := 1$$

Given

$$\begin{split} -G_{21} \cdot \phi_1 + G_{22} \cdot \phi_2 - G_{23} \cdot \phi_3 - G_{24} \cdot \phi_4 &= J_{B2} \\ -G_{41} \cdot \phi_1 - G_{42} \cdot \phi_2 - G_{43} \cdot \phi_3 + G_{44} \cdot \phi_4 &= J_{B4} \\ \begin{pmatrix} \phi_2 \\ \phi_4 \end{pmatrix} &:= Find(\phi_2, \phi_4) \\ \phi_2 &= 102.941 \\ & \phi_4 = 56.985 \end{split}$$

Токи ветвей схемы находим за законом Ома:

$$\begin{split} I_1 &\coloneqq \frac{\phi_2 - \phi_4}{R_1} & I_1 = 1.838 \\ I_2 &\coloneqq \frac{\phi_2 - \phi_1}{R_2} & I_2 = 2.574 \\ I_3 &\coloneqq \frac{\phi_4 - \phi_1}{R_3} & I_3 = 1.14 \\ I_4 &\coloneqq \frac{\phi_2 - \phi_3}{R_4} & I_4 = 0.588 \\ I_5 &\coloneqq \frac{\phi_4 - \phi_3 + E}{R_5} & I_5 = 0.699 \\ I_6 &\coloneqq I_2 + I_3 & I_6 = 3.713 \end{split}$$

Проверка:

За 1-м законом Кирхгофа:

$$I_6 - I_2 - I_3 = 0$$
 $-I_3 + I_1 - I_5 = 9.492 \times 10^{-14}$ $I_1 + I_2 + I_4 - J_1 = -1.039 \times 10^{-13}$ $-I_4 - I_5 - I_6 + J_1 = 1.99 \times 10^{-13}$

За 2-м законом Кирхгофа:

$$\begin{split} E_6 - E &= 50 & -I_5 \cdot R_5 + I_3 \cdot R_3 + I_6 \cdot R_6 = 50 \\ -I_4 \cdot R_4 + I_1 \cdot R_1 + I_5 \cdot R_5 &= 50 & E &= 50 \\ -I_2 \cdot R_2 + I_1 \cdot R_1 + I_3 \cdot R_3 &= 2.132 \times 10^{-14} \\ I_2 \cdot R_2 - I_4 \cdot R_4 &= 100 & E_6 &= 100 \end{split}$$

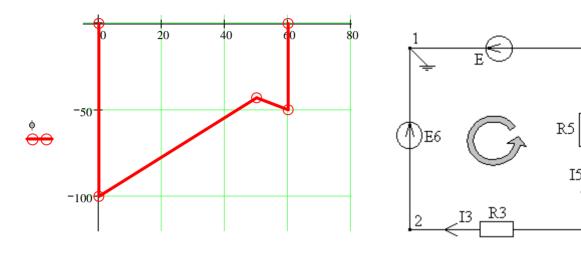
Баланс мощностей:

$$E \cdot I_5 + E_6 \cdot I_6 + J_1 \cdot (I_4 \cdot R_4) = 420.956$$

$$I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6 = 420.956$$

Потенциальная диаграмма

$$\begin{aligned} \phi_1 &= 0 \\ \phi_2 &:= \phi_1 - E_6 \\ \phi_3 &:= \phi_2 + I_3 \cdot R_3 \\ \phi_4 &:= \phi_3 - I_5 \cdot R_5 \\ \phi_1 &:= \phi_4 + E \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \phi_2 &= -100 \\ \phi_3 &= -43.015 \\ \phi_4 &= -50 \\ \phi_1 &= 7.105 \times 10^{-15} \end{aligned}$$

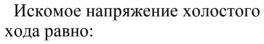


Метод эквивалентного генератора

Вырезавши из выходной схемы ветку с сопротивлением R5 и источником питания E, получаем схему. В выходной схеме ток I5 направленый от узла 3 к узлу 4, такое же направление выберем и для напряжения холостого хода U1х.

Для нахождения напряжения U1x сначала надо найти токи в ветвях с сопротивлениями R6 и R3. Для этого воспользуемся методом контурных токов:

$$\begin{split} I_{K1} &:= 1 & I_{K2} := 1 \\ Given & \\ I_{K1} \cdot \left(R_1 + R_2 + R_3\right) - I_{K2} \cdot R_2 = 0 \\ -I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot \left(R_2 + R_4 + R_6\right) + J_1 \cdot R_4 = -E_6 \\ \left(\begin{matrix} I_{K1} \\ I_{K2} \end{matrix}\right) &:= Find \left(I_{K1}, I_{K2}\right) \\ I_{K1} &= -1.399 & I_{K2} = -4.021 \end{split}$$



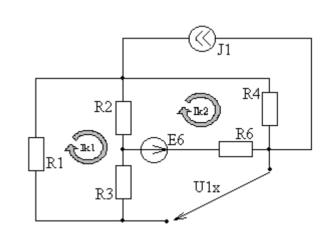
$$U_{1X} := I_{K1} \cdot R_3 + E_6$$
 $U_{1X} = 30.07$

Эквивалентное сопротивление цепи равно:

$$R_{145} := \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4} + R_1 \qquad R_E := \frac{R_{145} \cdot R_3}{R_{145} + R_3} \qquad \qquad R_E = 18.531$$

Искомый ток, вырезаной ветки, равен:

$$I_5 := \frac{E - U_{1X}}{R_E + R_5} \qquad I_5 = 0.699$$



Метод наложения

В цепи действует только Е:

$$\begin{split} &I_{K1} \coloneqq 1 \qquad I_{K2} \coloneqq 1 \qquad I_{K3} \coloneqq 1 \\ &\text{Given} \\ &I_{K1} \cdot \left(R_1 + R_2 + R_3\right) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_3 = 0 \\ &-I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot \left(R_2 + R_4 + R_6\right) - I_{K3} \cdot R_6 = 0 \\ &-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_6 + I_{K3} \cdot \left(R_3 + R_5 + R_6\right) = -E \\ &\left(\begin{matrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{matrix}\right) \coloneqq \text{Find} \left(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3}\right) \end{split}$$

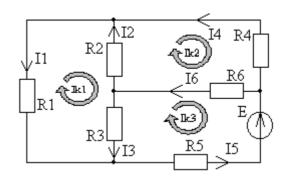
$$I_{K1} = -1.103$$
 $I_{K2} = -0.98$ $I_{K3} = -1.752$

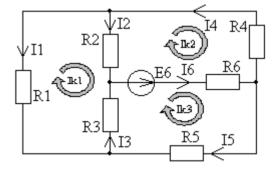
$$\begin{split} I_{1E} &\coloneqq -I_{K1} & I_{1E} = 1.103 \\ I_{2E} &\coloneqq I_{K2} - I_{K1} & I_{2E} = 0.123 \\ I_{3E} &\coloneqq I_{K1} - I_{K3} & I_{3E} = 0.65 \\ I_{4E} &\coloneqq -I_{K2} & I_{4E} = 0.98 \\ I_{5E} &\coloneqq -I_{K3} & I_{5E} = 1.752 \\ I_{6E} &\coloneqq I_{K2} - I_{K3} & I_{6E} = 0.772 \end{split}$$

В цепи действует только Е6:

$$\begin{split} I_{K1} &:= 1 & I_{K2} \coloneqq 1 & I_{K3} \coloneqq 1 \\ \text{Given} & \\ I_{K1} \cdot \left(R_1 + R_2 + R_3\right) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_3 = 0 \\ -I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot \left(R_2 + R_4 + R_6\right) - I_{K3} \cdot R_6 = -E_6 \\ -I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_6 + I_{K3} \cdot \left(R_3 + R_5 + R_6\right) = E_6 \\ \begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} & \coloneqq \text{Find} \left(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3}\right) \end{split}$$

$$\begin{split} I_{K1} &= -0.147 \quad I_{K2} = -2.353 \quad I_{K3} = 1.544 \\ I_{1E6} &:= -I_{K1} \quad I_{1E6} = 0.147 \\ I_{2E6} &:= I_{K1} - I_{K2} \quad I_{2E6} = 2.206 \\ I_{3E6} &:= I_{K3} - I_{K1} \quad I_{3E6} = 1.691 \\ I_{4E6} &:= -I_{K2} \quad I_{4E6} = 2.353 \\ I_{5E6} &:= I_{K3} \quad I_{5E6} = 1.544 \\ I_{6E6} &:= I_{K3} - I_{K2} \quad I_{6E6} = 3.897 \end{split}$$





В цепи действует только Ј1:

$$\begin{split} I_{K1} &\coloneqq 1 & I_{K2} \coloneqq 1 & I_{K3} \coloneqq 1 \\ & \text{Given} \\ I_{K1} \cdot \left(R_1 + R_2 + R_3\right) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_3 = 0 \\ -I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot \left(R_2 + R_4 + R_6\right) - I_{K3} \cdot R_6 + J_1 \cdot R_4 = 0 \\ -I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_6 + I_{K3} \cdot \left(R_3 + R_5 + R_6\right) = 0 \end{split}$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := Find \begin{pmatrix} I_{K1}, I_{K2}, I_{K3} \end{pmatrix}$$

$$I_{K1} = -0.588 \quad I_{K2} = -1.078 \quad I_{K3} = -0.49$$

$$I_{1J1} := -I_{K1} \quad I_{1J1} = 0.588$$

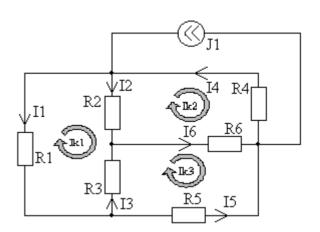
$$I_{2J1} := I_{K1} - I_{K2} \quad I_{2J1} = 0.49$$

$$I_{3J1} := I_{K3} - I_{K1} \quad I_{3J1} = 0.098$$

$$I_{4J1} := J_1 + I_{K2} \quad I_{4J1} = 3.922$$

$$I_{5J1} := -I_{K3} \quad I_{5J1} = 0.49$$

$$I_{6J1} := I_{K3} - I_{K2} \quad I_{6J1} = 0.588$$



В основной цепи действуют токи:

$I_1 := I_{1E} + I_{1E6} + I_{1J1}$	$I_1 = 1.838$
$I_2 := -I_{2E} + I_{2E6} + I_{2J1}$	$I_2 = 2.574$
$I_3 := -I_{3E} + I_{3E6} + I_{3J1}$	$I_3 = 1.14$
$I_4 := -I_{4E} - I_{4E6} + I_{4J1}$	$I_4 = 0.588$
$I_5 := I_{5E} - I_{5E6} + I_{5J1}$	$I_5 = 0.699$
$I_6 := -I_{6E} + I_{6E6} + I_{6I1}$	$I_6 = 3.713$

Проверка:

За 1-м законом Кирхгофа:

$$I_6 - I_2 - I_3 = 0$$
 $-I_3 + I_1 - I_5 = 0$ $I_1 + I_2 + I_4 - J_1 = 0$ $-I_4 - I_5 - I_6 + J_1 = 0$