

**Министерство образования и науки Украины
Национальный технический университет Украины
“Киевский Политехнический Институт”
Кафедра ТОЭ**

Расчетно-графическая работа
“Расчёт цепей постоянного тока”
Вариант № 781

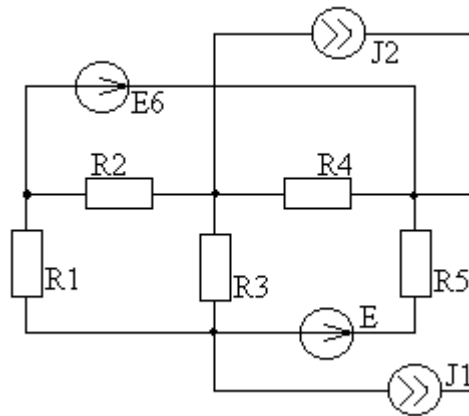
Выполнил:_____

Проверил:_____

Задание:

1. Найти токи в ветках данной электрической цепи методом узловых потенциалов и контурных токов. Проверить расчёт цепи при помощи законов Кирхгофа для каждого узла и независимого контура. Сложить и проверить уравнение баланса мощностей.
2. Построить потенциальную диаграмму для контура данной цепи.
3. Найти токи в ветках методом наложения. Проверить расчеты цепи за законами Кирхгофа.
4. Найти токи в ветвях данной цепи методом эквивалентного генератора.

$$\begin{array}{lllll} R_1 := 50 & R_2 := 40 & R_3 := 25 & R_4 := 20 & R_5 := 10 \\ E := 100 & E_6 := 50 & J_1 := 10 & J_2 := 15 & \end{array}$$



Метод контурных токов

За вторым законом Кирхгофа составляем систему уравнений. Решая получиную систему уравнений, находим контурные токи.

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_3) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_3 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_4 + R_2) - I_{K3} \cdot R_4 + J_2 \cdot R_4 = E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_4 + R_5) + J_1 \cdot R_5 - J_2 \cdot R_4 = -E$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -2.649$$

$$I_{K2} = -6.518$$

$$I_{K3} = -1.756$$

Токи ветвей схемы равны:

$$I_1 := -I_{K1} \quad I_1 = 2.649$$

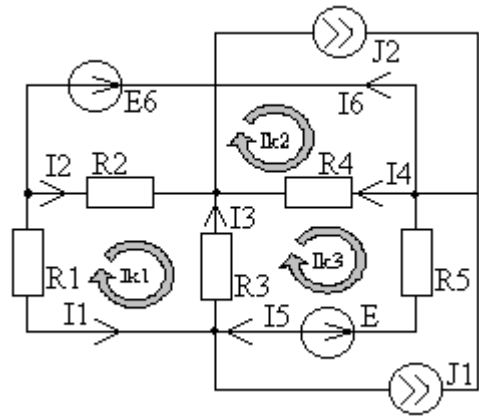
$$I_2 := I_{K1} - I_{K2} \quad I_2 = 3.869$$

$$I_3 := I_{K3} - I_{K1} \quad I_3 = 0.893$$

$$I_4 := I_{K2} + J_2 - I_{K3} \quad I_4 = 10.238$$

$$I_5 := I_{K3} + J_1 \quad I_5 = 8.244$$

$$I_6 := -I_{K2} \quad I_6 = 6.518$$



Метод узловых потенциалов

Примем потенциал точки 1 равным 0: $\phi_1 := 0$ тогда потенциал точки 3 будет равен: $\phi_3 := \phi_1 + E_6 \quad \phi_3 = 50$

Найдем узловые и межузловые проводимости и узловые токи:

$$G_{22} := \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \quad G_{22} = 0.115 \quad G_{44} := \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} \quad G_{44} = 0.16$$

$$G_{21} := \frac{1}{R_2} \quad G_{21} = 0.025$$

$$G_{23} := \frac{1}{R_4} \quad G_{23} = 0.05$$

$$G_{24} := \frac{1}{R_3} \quad G_{24} = 0.04$$

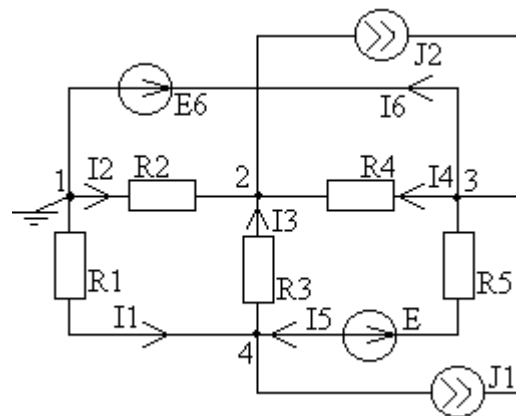
$$G_{41} := \frac{1}{R_1} \quad G_{41} = 0.02$$

$$G_{42} := \frac{1}{R_3} \quad G_{42} = 0.04$$

$$G_{43} := \frac{1}{R_5} \quad G_{43} = 0.1$$

$$J_{B2} := -J_2 \quad J_{B2} = -15$$

$$J_{B4} := -J_1 - \frac{E}{R_5} \quad J_{B4} = -20$$



Подставив найденные значения проводимостей и узловых токов в расчетную

систему уравнений и найдем искомые потенциалы узлов 2 и 4:

$$\phi_2 := 1 \quad \phi_4 := 1$$

Given

$$-G_{21} \cdot \phi_1 + G_{22} \cdot \phi_2 - G_{23} \cdot \phi_3 - G_{24} \cdot \phi_4 = J_{B2}$$

$$-G_{41} \cdot \phi_1 - G_{42} \cdot \phi_2 - G_{43} \cdot \phi_3 + G_{44} \cdot \phi_4 = J_{B4}$$

$$\begin{pmatrix} \phi_2 \\ \phi_4 \end{pmatrix} := \text{Find}(\phi_2, \phi_4)$$

$$\phi_2 = -154.762$$

$$\phi_4 = -132.44$$

Токи ветвей схемы находим за законом Ома:

$$I_1 := \frac{\phi_1 - \phi_4}{R_1} \quad I_1 = 2.649$$

$$I_2 := \frac{\phi_1 - \phi_2}{R_2} \quad I_2 = 3.869$$

$$I_3 := \frac{\phi_4 - \phi_2}{R_3} \quad I_3 = 0.893$$

$$I_4 := \frac{\phi_3 - \phi_2}{R_4} \quad I_4 = 10.238$$

$$I_5 := \frac{\phi_3 - \phi_4 - E}{R_5} \quad I_5 = 8.244$$

$$I_6 := I_2 + I_1 \quad I_6 = 6.518$$

Проверка:

За 1-м законом Кирхгофа:

$$I_6 - I_1 - I_2 = 0$$

$$I_6 + I_4 + I_5 - J_1 - J_2 = -2.949 \times 10^{-13}$$

$$-I_3 - I_2 - I_4 + J_2 = 1.474 \times 10^{-13}$$

$$I_1 - I_3 + I_5 - J_1 = -1.492 \times 10^{-13}$$

За 2-м законом Кирхгофа:

$$E_6 - E = -50$$

$$I_5 \cdot R_5 - I_1 \cdot R_1 = -50$$

$$-I_5 \cdot R_5 + I_4 \cdot R_4 - I_3 \cdot R_3 = 100$$

$$E = 100$$

$$I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3 = 0$$

$$I_4 \cdot R_4 - I_2 \cdot R_2 = 50$$

$$E_6 = 50$$

Баланс мощностей:

$$-E \cdot I_5 - E_6 \cdot I_6 + J_1 \cdot (I_5 \cdot R_5 + E) + J_2 \cdot (I_4 \cdot R_4) = 3.746 \times 10^3$$

$$I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 = 3.746 \times 10^3$$

Потенциальная диаграмма

$$\phi_1 = 0$$

$$\phi_2 := \phi_1 + E$$

$$\phi_2 = 100$$

$$\phi_3 := \phi_2 + I_5 \cdot R_5$$

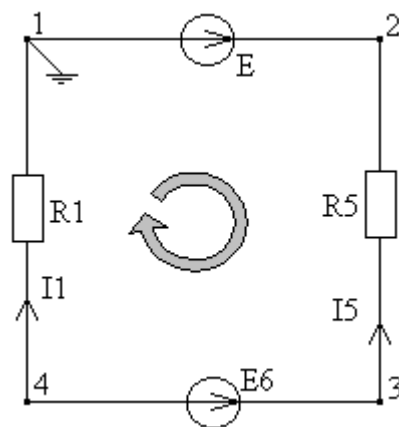
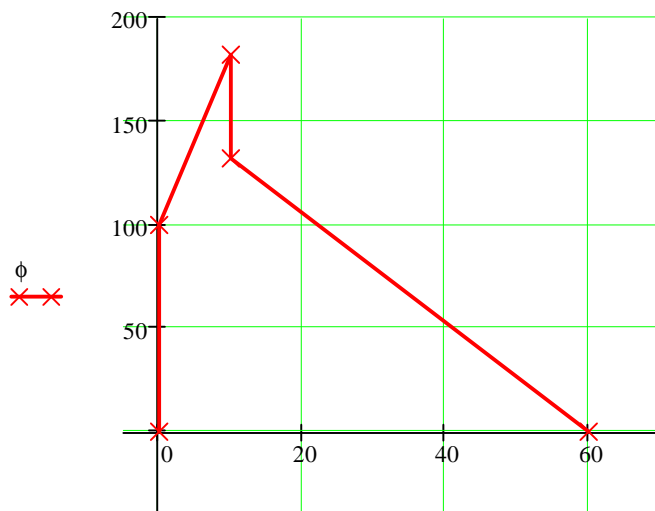
$$\phi_3 = 182.44$$

$$\phi_4 := \phi_3 - E_6$$

$$\phi_4 = 132.44$$

$$\phi_1 := \phi_4 - I_1 \cdot R_1$$

$$\phi_1 = 0$$



R

Метод наложения

В цепи действует только E:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_3) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_3 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_4 + R_2) - I_{K3} \cdot R_4 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_4 + R_5) = -E$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -1.369 \quad I_{K2} = -1.964 \quad I_{K3} = -3.155$$

$$I_{1E} := -I_{K1}$$

$$I_{1E} = 1.369$$

$$I_{4E} := I_{K2} - I_{K3}$$

$$I_{4E} = 1.19$$

$$I_{2E} := I_{K1} - I_{K2}$$

$$I_{2E} = 0.595$$

$$I_{5E} := -I_{K3}$$

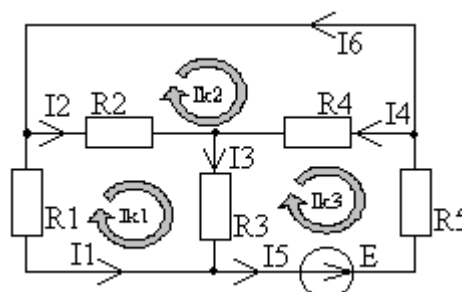
$$I_{5E} = 3.155$$

$$I_{3E} := I_{K1} - I_{K3}$$

$$I_{3E} = 1.786$$

$$I_{6E} := -I_{K2}$$

$$I_{6E} = 1.964$$



В цепи действует только E6:

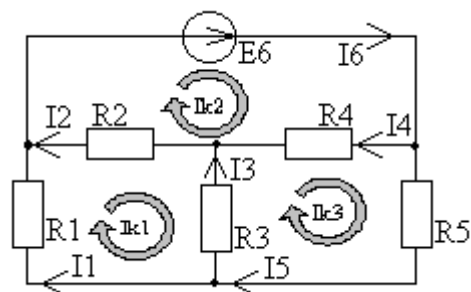
$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_3) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_3 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_4 + R_2) - I_{K3} \cdot R_4 = E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_4 + R_5) = 0$$



$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = 0.804 \quad I_{K2} = 1.696 \quad I_{K3} = 0.982$$

$$I_{1E6} := I_{K1} \quad I_{1E6} = 0.804$$

$$I_{2E6} := I_{K2} - I_{K1} \quad I_{2E6} = 0.893$$

$$I_{3E6} := I_{K3} - I_{K1} \quad I_{3E6} = 0.179$$

$$I_{4E6} := I_{K2} - I_{K3} \quad I_{4E6} = 0.714$$

$$I_{5E6} := I_{K3} \quad I_{5E6} = 0.982$$

$$I_{6E6} := I_{K2} \quad I_{6E6} = 1.696$$

В цепи действует только J1:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_3) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_3 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_4 + R_2) - I_{K3} \cdot R_4 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_4 + R_5) + J_1 \cdot R_5 = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -1.369 \quad I_{K2} = -1.964 \quad I_{K3} = -3.155$$

$$I_{1J1} := -I_{K1} \quad I_{1J1} = 1.369$$

$$I_{2J1} := I_{K1} - I_{K2} \quad I_{2J1} = 0.595$$

$$I_{3J1} := I_{K1} - I_{K3} \quad I_{3J1} = 1.786$$

$$I_{4J1} := I_{K2} - I_{K3} \quad I_{4J1} = 1.19$$

$$I_{5J1} := J_1 + I_{K3} \quad I_{5J1} = 6.845$$

$$I_{6J1} := -I_{K2} \quad I_{6J1} = 1.964$$

В цепи действует только J2:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_3) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_3 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_4 + R_2) - I_{K3} \cdot R_4 + J_2 \cdot R_4 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_4 + R_5) - J_2 \cdot R_4 = 0$$

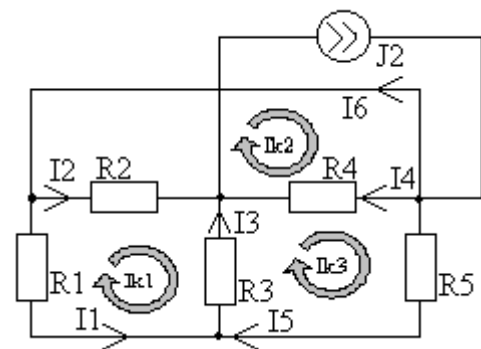
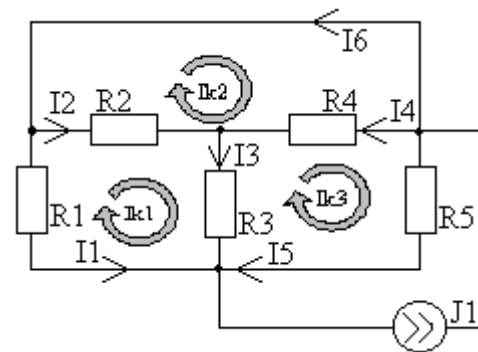
$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -0.714 \quad I_{K2} = -4.286 \quad I_{K3} = 3.571$$

$$I_{1J2} := -I_{K1} \quad I_{1J2} = 0.714 \quad I_{4J2} := I_{K2} + J_2 - I_{K3} \quad I_{4J2} = 7.143$$

$$I_{2J2} := I_{K1} - I_{K2} \quad I_{2J2} = 3.571 \quad I_{5J2} := I_{K3} \quad I_{5J2} = 3.571$$

$$I_{3J2} := I_{K3} - I_{K1} \quad I_{3J2} = 4.286 \quad I_{6J2} := -I_{K2} \quad I_{6J2} = 4.286$$



В основной цепи действуют токи:

$$\begin{aligned} I_1 &:= I_{1E} - I_{1E6} + I_{1J1} + I_{1J2} & I_1 &= 2.649 \\ I_2 &:= I_{2E} - I_{2E6} + I_{2J1} + I_{2J2} & I_2 &= 3.869 \\ I_3 &:= -I_{3E} + I_{3E6} - I_{3J1} + I_{3J2} & I_3 &= 0.893 \\ I_4 &:= I_{4E} + I_{4E6} + I_{4J1} + I_{4J2} & I_4 &= 10.238 \\ I_5 &:= -I_{5E} + I_{5E6} + I_{5J1} + I_{5J2} & I_5 &= 8.244 \\ I_6 &:= I_{6E} - I_{6E6} + I_{6J1} + I_{6J2} & I_6 &= 6.518 \end{aligned}$$

Проверка:

За 1-м законом Кирхгофа:

$$\begin{aligned} I_6 - I_1 - I_2 &= 0 & I_6 + I_4 + I_5 - J_1 - J_2 &= 0 \\ -I_3 - I_2 - I_4 + J_2 &= 0 & I_1 - I_3 + I_5 - J_1 &= 0 \end{aligned}$$

Метод эквивалентного генератора

Вырезавши из выходной схемы ветку с сопротивлением R5 и источником питания E, получаем схему. В выходной схеме ток I5 направленный от узла 3 к узлу 4, такое же направление выберем и для напряжения холостого хода U1x.

Для нахождения напряжения U1x сначала надо найти ток в ветви с сопротивлениями R3 и R4. Для этого воспользуемся методом контурных токов:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1$$

Given

$$\begin{aligned} I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_3) - I_{K2} \cdot R_2 + J_1 \cdot R_3 &= 0 \\ -I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4) + J_1 \cdot R_4 + J_2 \cdot R_4 &= E_6 \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2})$$

$$I_{K1} = -6.226 \quad I_{K2} = -11.651$$

Искомое напряжение холостого хода равно:

$$U_{1X} := (I_{K1} + J_1) \cdot R_3 + (I_{K2} + J_1 + J_2) \cdot R_4 \quad U_{1X} = 361.321$$

Эквивалентное сопротивление цепи равно:

$$R_{342} := \frac{R_4 \cdot R_2}{R_4 + R_2} + R_3 \quad R_E := \frac{R_{342} R_1}{R_{342} + R_1} \quad R_E = 21.698$$

Искомый ток, вырезанной ветки, равен:

$$I_5 := \frac{-E + U_{1X}}{R_E + R_5} \quad I_5 = 8.244$$

