

***Министерство образования и науки Украины
Национальный технический университет Украины
“Киевский Политехнический Институт”
Кафедра ТОЭ***

***Расчетно-графическая работа
“Периодические несинусоидальные токи в линейных
электрических цепях”
Вариант № 418***

Выполнил: _____

Проверил: _____

Киев 2007

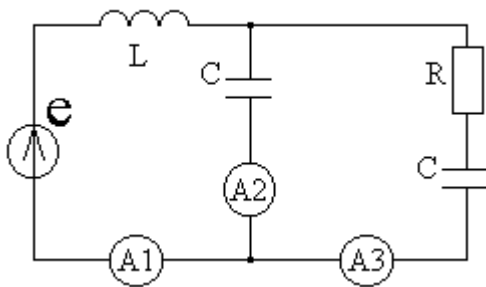
Задание

В электрической цепи, схема которой изображена на рисунке, действует источник периодической несинусоидальной ЭДС. График ЭДС задан кривой. Нелинейный отрезок кривой представляют собой участки синусоиды. Угловая частота изменения ЭДС $\omega = 1000$ рад/с.

Требуется:

1. Разложить заданную ЭДС в ряд Фурье (ограничиться 1-ой, 3-ей и 5-ой гармониками).
2. Построить в одной системе координат временные графики составляющих и суммарную кривую ЭДС, последнюю сравнить с заданной.
3. Рассчитать мгновенные значения токов всех ветвей заданной схемы.
4. Определить показания амперметров электромагнитной системы, включенных в цепь.
5. Вычислить мощность P , Q , S , T и коэффициент мощности источника. Составить баланс активных мощностей цепи.
6. Считая заданную схему одной из фаз симметричной трехфазной цепи при соединении генератора и нагрузки звездой с нулевым проводом, необходимо:
 - а) Записать выражения мгновенных значений ЭДС во всех фазах трехфазного источника (принять заданную ЭДС в качестве ЭДС фазы А),
 - б) Определить действующие значения линейного напряжения источника и тока в нейтральном проводе,
 - в) Вычислить действующие значения напряжения между нейтральными точками генератора и приемника и токов в линейных проводах при обрыве нейтрального провода.

$$E_m := 110 \quad R := 35 \quad L := 10 \text{ мГн} \quad C := 8 \text{ мкФ} \quad \omega := 1000$$



Общая схема цепи

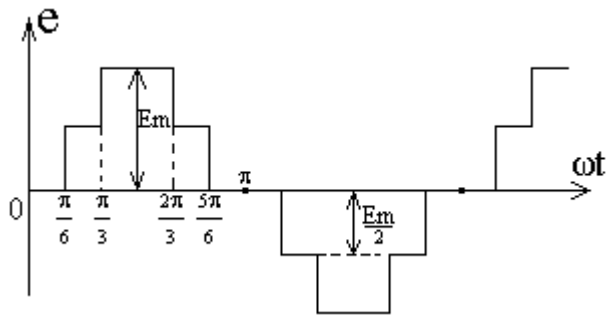


График ЭДС

Разложение заданной ЭДС в ряд Фурье.

Данная функция является симметричной относительно начала координат.

Ряд Фурье такой функции не содержит косинусных членов и постоянной составляющей. А так как функция симметрична относительно и оси абсцисс, то в разложении это функции содержатся только нечетные синусоиды:

$$f(\omega t) = \sum_{k=1,3,5\ldots}^{\infty} B_{m_k} \cdot \sin(k \cdot \omega t) \quad x = \omega t$$

Нахождение коэффициента для 1-ой гармоники

$$B_{m1} := \frac{4}{\pi} \cdot \left[\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \left(\frac{E_m}{2} \right) \cdot \sin(x) \, d(x) + \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} E_m \cdot \sin(x) \, d(x) \right] \quad B_{m1} = 95.66$$

$$B_{m1}(x) := B_{m1} \cdot \sin(x)$$

Нахождение коэффициентов для 3-ой гармоники

$$B_{m3} := \frac{4}{\pi} \cdot \left[\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \left(\frac{E_m}{2} \right) \cdot \sin(3 \cdot x) \, d(x) + \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} E_m \cdot \sin(3 \cdot x) \, d(x) \right] \quad B_{m3} = -23.343$$

$$B_{m3}(x) := B_{m3} \cdot \sin(3 \cdot x)$$

Нахождение коэффициентов для 5-ой гармоники

$$B_{m5} := \frac{4}{\pi} \cdot \left[\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \left(\frac{E_m}{2} \right) \cdot \sin(5 \cdot x) \, d(x) + \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} E_m \cdot \sin(5 \cdot x) \, d(x) \right] \quad B_{m5} = -5.126$$

$$B_{m5}(x) := B_{m5} \cdot \sin(5 \cdot x)$$

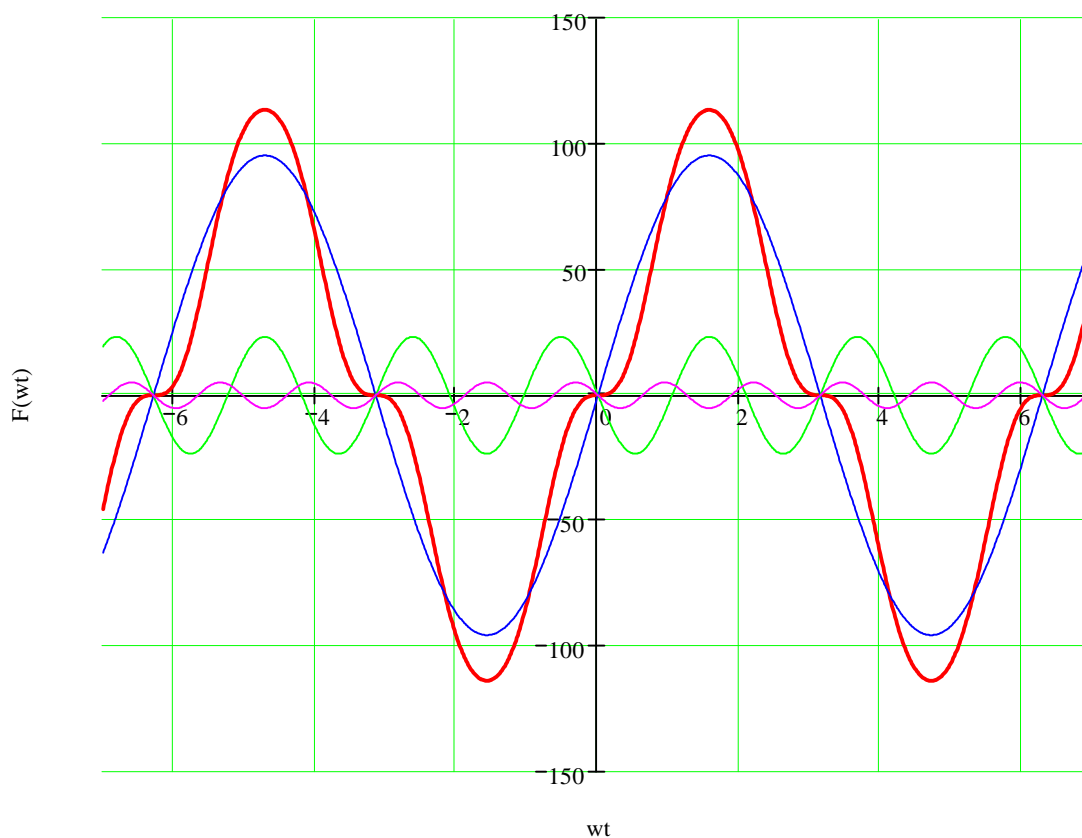
Искомое разложение функции можно представить в виде:

$$F(\omega t) = B_{m1} \cdot \sin(\omega t) + B_{m3} \cdot \sin(3\omega t) + B_{m5} \cdot \sin(5\omega t)$$

$$C_{m1} := 0 \quad C_{m3} := 0 \quad C_{m5} := 0$$

$$\psi_1 := 0 \quad \psi_3 := 0 \quad \psi_5 := 0$$

Графики составляющих и суммарной ЭДС



Временные графики 1-ой, 3-ей, 5-ой гармоник ЭДС и их суммарная кривая

Нахождение мгновенных значений токов всех ветвей заданной схемы.

Выполнив разложение периодической несинусоидальной ЭДС в ряд Фурье, заменяем её приближенно суммой постоянной и нескольких синусоидальных составляющих:

$$e := E_0 + E_{m1} \cdot \sin(\omega_1 \cdot t + \psi_1) + E_{m3} \cdot \sin(\omega_3 \cdot t + \psi_3) + E_{m5} \cdot \sin(\omega_5 \cdot t + \psi_5)$$

Обозначим реактивные сопротивления цепи для К-ой гармоники:

$$X_C := \frac{1}{\omega \cdot C \cdot k \cdot 10^{-6}} \quad X_L := \omega \cdot L \cdot k \cdot 10^{-3}$$

Расчет токов, обусловленных каждой из составляющих ЭДС, выполним в комплексной форме. Комплексное сопротивление цепи для К-ой гармоники равно:

$$Z_k = i \cdot X_L \cdot k + \frac{-i \cdot X_C \cdot k \cdot (-i \cdot X_C \cdot k + R)}{-i \cdot X_C \cdot k + (-i \cdot X_C \cdot k + R)}$$

Для основной гармоники ЭДС (K=1):

$$E_1 := \frac{B_{m1}}{\sqrt{2}} \cdot e^{i \cdot \psi_1} \quad E_1 = 67.642 \quad F(E_1) = (67.642 \ 0)$$

Комплексное сопротивление цепи для 1-ой гармоники равно:

$$Z_1 := i \cdot X_L + \frac{-i \cdot X_C \cdot (-i \cdot X_C + R)}{-i \cdot X_C + (-i \cdot X_C + R)} \quad Z_1 = 8.582 - 53.701i$$

За законом Ома находим ток I_1 :

$$I_{1_1} := \frac{E_1}{Z_1} \quad I_{1_1} = 0.196 + 1.228i \quad F(I_{1_1}) = (1.244 \ 80.921)$$

Остальные токи находим за формулами чужого сопротивления:

$$I_{2_1} := I_{1_1} \cdot \frac{-i \cdot X_C + R}{-i \cdot X_C + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{2_1} = 0.016 + 0.639i \quad F(I_{2_1}) = (0.64 \ 88.593)$$

$$I_{3_1} := I_{1_1} \cdot \frac{-i \cdot X_C}{-i \cdot X_C + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{3_1} = 0.181 + 0.589i \quad F(I_{3_1}) = (0.616 \ 72.951)$$

Для третьей гармоники ЭДС($K=3$):

$$E_3 := \frac{Bm_3}{\sqrt{2}} \cdot e^{i\psi_3} \quad E_3 = -16.506 \quad F(E_3) = (16.506 \ 180)$$

Комплексное сопротивление цепи для 3-ой гармоники равно:

$$Z_3 := i \cdot X_L + \frac{-i \cdot X_C \cdot (-i \cdot X_C + R)}{-i \cdot X_C + (-i \cdot X_C + R)} \quad Z_3 = 7.438 + 6.043i$$

За законом Ома находим ток I_1 :

$$I_{1_3} := \frac{E_3}{Z_3} \quad I_{1_3} = -1.337 + 1.086i \quad F(I_{1_3}) = (1.722 \ 140.909)$$

Остальные токи находим за формулами чужого сопротивления:

$$I_{2_3} := I_{1_3} \cdot \frac{-i \cdot X_C + R}{-i \cdot X_C + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{2_3} = -0.963 + 0.386i \quad F(I_{2_3}) = (1.037 \ 158.157)$$

$$I_{3_3} := I_{1_3} \cdot \frac{-i \cdot X_C}{-i \cdot X_C + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{3_3} = -0.374 + 0.7i \quad F(I_{3_3}) = (0.794 \ 118.127)$$

Для пятой гармоники ЭДС($K=5$):

$$E_5 := \frac{Bm_5}{\sqrt{2}} \cdot e^{i\psi_5} \quad E_5 = -3.625 \quad F(E_5) = (3.625 \ 180)$$

Комплексное сопротивление цепи для 5-ой гармоники равно:

$$Z_5 := i \cdot X_L + \frac{-i \cdot X_C \cdot (-i \cdot X_C + R)}{-i \cdot X_C + (-i \cdot X_C + R)} \quad Z_5 = 5.872 + 33.389i$$

За законом Ома находим ток I_1 :

$$I_{1_5} := \frac{E_5}{Z_5} \quad I_{1_5} = -0.019 + 0.105i \quad F(I_{1_5}) = (0.107 \ 99.975)$$

Остальные токи находим за формулами чужого сопротивления:

$$I_{2_5} := I_{1_5} \cdot \frac{-i \cdot X_C + R}{-i \cdot X_C + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{2_5} = -0.037 + 0.066i \quad F(I_{2_5}) = (0.075 \ 119.445)$$

$$I_{3_5} := I_{1_5} \cdot \frac{-i \cdot X_C}{-i \cdot X_C + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{3_5} = 0.019 + 0.04i \quad F(I_{3_5}) = (0.044 \ 64.983)$$

Мгновенные значения токов ветвей:

$$i_1 = 1.244 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 80.921) + 1.722 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(3 \cdot \omega t + 140.909) + 0.107 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(5 \cdot \omega t + 99.975)$$

$$i_2 = 0.64 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 88.593) + 1.037 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(3 \cdot \omega t + 158.157) + 0.075 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(5 \cdot \omega t + 119.445)$$

$$i_3 = 0.616 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 72.951) + 0.794 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(3 \cdot \omega t + 118.127) + 0.044 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(5 \cdot \omega t + 64.983)$$

Определение показаний амперметров электромагнитной системы, включенных в цепь.

$$I_1 := \sqrt{\left(|I_{11}|\right)^2 + \left(|I_{13}|\right)^2 + \left(|I_{15}|\right)^2} \quad I_1 = 2.127$$

$$I_2 := \sqrt{\left(|I_{21}|\right)^2 + \left(|I_{23}|\right)^2 + \left(|I_{25}|\right)^2} \quad I_2 = 1.221$$

$$I_3 := \sqrt{\left(|I_{31}|\right)^2 + \left(|I_{33}|\right)^2 + \left(|I_{35}|\right)^2} \quad I_3 = 1.006$$

Вычисление мощности P, Q, S, T и коэффициента мощности источника. Баланс активных мощностей цепи.

Активная мощность источника (на входе цепи):

$$P := |E_1| \cdot |I_{11}| \cdot \cos\left[-\left(\arg(I_{11}) - \arg(E_1)\right)\right] + |E_3| \cdot |I_{13}| \cdot \cos\left[-\left(\arg(I_{13}) - \arg(E_3)\right)\right]$$

$$P := P + |E_5| \cdot |I_{15}| \cdot \cos\left[-\left(\arg(I_{15}) - \arg(E_5)\right)\right] \quad P = 35.409$$

Реактивная мощность источника:

$$Q := |E_1| \cdot |I_{11}| \cdot \sin\left[-\left(\arg(I_{11}) - \arg(E_1)\right)\right] + |E_3| \cdot |I_{13}| \cdot \sin\left[-\left(\arg(I_{13}) - \arg(E_3)\right)\right]$$

$$Q := Q + |E_5| \cdot |I_{15}| \cdot \sin\left[-\left(\arg(I_{15}) - \arg(E_5)\right)\right] \quad Q = -64.772$$

Полная мощность источника:

$$E := \sqrt{\left(|E_1|\right)^2 + \left(|E_3|\right)^2 + \left(|E_5|\right)^2} \quad S := E \cdot I_1 \quad S = 148.312$$

Мощность искажения на входе цепи:

$$T := \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} \quad T = 128.636$$

Мощность, поступающая в активные сопротивления цепи:

$$P_a := I_3^2 \cdot R \quad P_a = 35.409$$

Считем заданную схему одной из фаз симметричной трехфазной цепи при соединении генератора и нагрузки звездой с нулевым проводом.

Выражения мгновенных значений ЭДС во всех фазах трехфазного источника (принимая заданную ЭДС в качестве ЭДС фазы А).

В симметричных трёхфазных электрических цепях кривые напряжения (тока) во второй и третьей фазах аналогичны кривой напряжения (тока) первой фазы со сдвигом на треть периода:

$$U_A := f(t) \quad U_B := f\left(t - \frac{T}{3}\right) \quad U_C := f\left(t + \frac{T}{3}\right)$$

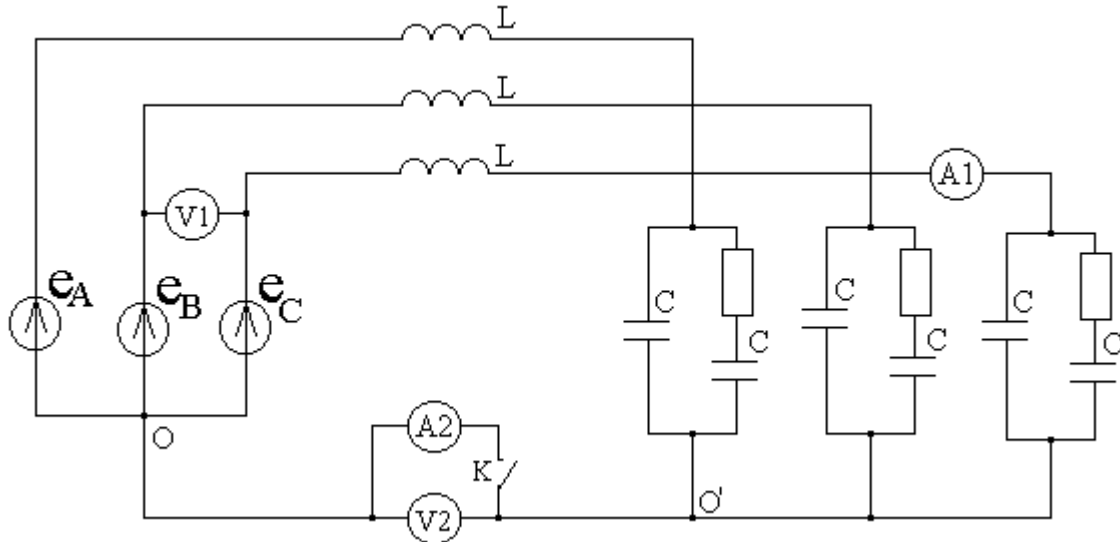


Схема трехфазной цепи

$$e_A = 95.66 \cdot \sin(\omega t) - 23.343 \cdot \sin(3 \cdot \omega t) - 5.126 \cdot \sin(5 \cdot \omega t)$$

$$e_B = 95.66 \cdot \sin(\omega t - 120) - 23.343 \cdot \sin(3 \cdot \omega t) - 5.126 \cdot \sin(5 \cdot \omega t - 240)$$

$$e_C = 95.66 \cdot \sin(\omega t + 120) - 23.343 \cdot \sin(3 \cdot \omega t) - 5.126 \cdot \sin(5 \cdot \omega t + 240)$$

Определение действующего значения линейного напряжения источника и тока в нейтральном проводе.

Действующее значение линейного напряжения источника (показание вольтметра V1):

$$U_L := \sqrt{3} \cdot \sqrt{(|E_1|)^2 + (|E_5|)^2} \quad U_L = 117.328$$

Действующее значение тока в линейном проводе (показания амперметра A2 при замкнутом ключе K):

$$I_N := 3 \cdot \sqrt{(|I_{13}|)^2} \quad I_N = 5.167$$

Определение действующего значения напряжения между нейтральными точками генератора и приемника и токов в линейных проводах при обрыве нейтрального провода.

Действующее значение напряжения между нейтральными точками генератора O и приемника O' при размыкании ключа K (показания вольтметра V2):

$$U_N := |E_3| \quad U_N = 16.506$$

Действующее значение токов в линейных проводах при обрыве нейтрального провода (показание амперметра A1):

$$I_1 := \sqrt{(|I_{11}|)^2 + (|I_{15}|)^2} \quad I_1 = 1.248$$