

***Министерство образования и науки Украины
Национальный технический университет Украины
“Киевский Политехнический Институт”
Кафедра ТОЭ***

***Расчетно-графическая работа
“Периодические несинусоидальные токи в линейных
электрических цепях”
Вариант № 042***

Выполнил: _____

Проверил: _____

Киев 2007

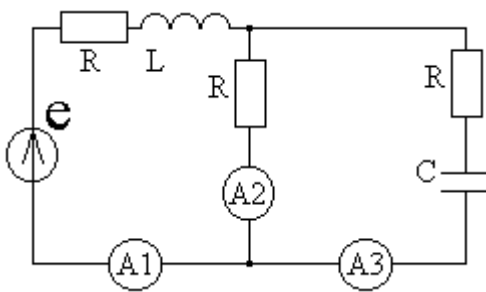
Задание

В электрической цепи, схема которой изображена на рисунке, действует источник периодической несинусоидальной ЭДС. График ЭДС задан кривой. Нелинейный отрезок кривой представляют собой участки синусоиды. Угловая частота изменения ЭДС $\omega = 1000$ рад/с.

Требуется:

1. Разложить заданную ЭДС в ряд Фурье (ограничиться 1-ой, 3-ей и 5-ой гармониками).
2. Построить в одной системе координат временные графики составляющих и суммарную кривую ЭДС, последнюю сравнить с заданной.
3. Рассчитать мгновенные значения токов всех ветвей заданной схемы.
4. Определить показания амперметров электромагнитной системы, включенных в цепь.
5. Вычислить мощность P , Q , S , T и коэффициент мощности источника. Составить баланс активных мощностей цепи.
6. Считая заданную схему одной из фаз симметричной трехфазной цепи при соединении генератора и нагрузки звездой с нулевым проводом, необходимо:
 - а) Записать выражения мгновенных значений ЭДС во всех фазах трехфазного источника (принять заданную ЭДС в качестве ЭДС фазы А),
 - б) Определить действующие значения линейного напряжения источника и тока в нейтральном проводе,
 - в) Вычислить действующие значения напряжения между нейтральными точками генератора и приемника и токов в линейных проводах при обрыве нейтрального провода.

$$E_m := 95 \quad R := 30 \quad L := 10 \quad C := 18 \quad \omega := 1000$$



Общая схема цепи

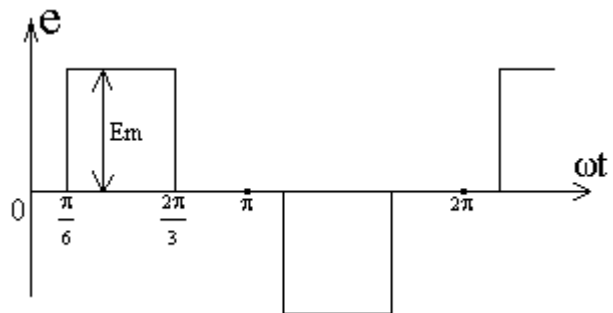


График ЭДС

Разложение заданной ЭДС в ряд Фурье.

Данная функция является симметричной относительно оси абсцисс при совмещении двух полупериодов во времени.

Ряд Фурье такой функции не содержит четных гармоник и постоянной составляющей:

$$f(\omega t) := \sum_{k=1,3,5}^{\infty} (B_{mk} \cdot \sin(k\omega t) + C_{mk} \cdot \cos(k\omega t)) \quad x = \omega t$$

Нахождение коэффициентов для 1-ой гармоники

$$B_{m1} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{2\pi}{3}} (E_m) \cdot \sin(x) dx \quad B_{m1} = 82.616$$

$$C_{m1} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{2\pi}{3}} (E_m) \cdot \cos(x) dx \quad C_{m1} = 22.137$$

$$A_{m1} := \sqrt{B_{m1}^2 + C_{m1}^2} \quad A_{m1} = 85.53 \quad \psi_1 := \operatorname{atan}\left(\frac{C_{m1}}{B_{m1}}\right) \quad \psi_1 \cdot \frac{180}{\pi} = 15$$

Нахождение коэффициентов для 3-ой гармоники

$$B_{m3} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{2\pi}{3}} (E_m) \cdot \sin(x \cdot 3) dx \quad B_{m3} = -20.16$$

$$C_{m3} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{2\pi}{3}} (E_m) \cdot \cos(x \cdot 3) dx \quad C_{m3} = -20.16$$

$$A_{m3} := \sqrt{B_{m3}^2 + C_{m3}^2} \quad A_{m3} = 28.51 \quad \psi_3 := \operatorname{atan}\left(\frac{C_{m3}}{B_{m3}}\right) \quad \psi_3 \cdot \frac{180}{\pi} = 45$$

Нахождение коэффициентов для 5-ой гармоники

$$B_{m5} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{2\pi}{3}} (E_m) \cdot \sin(x \cdot 5) dx \quad B_{m5} = -4.427$$

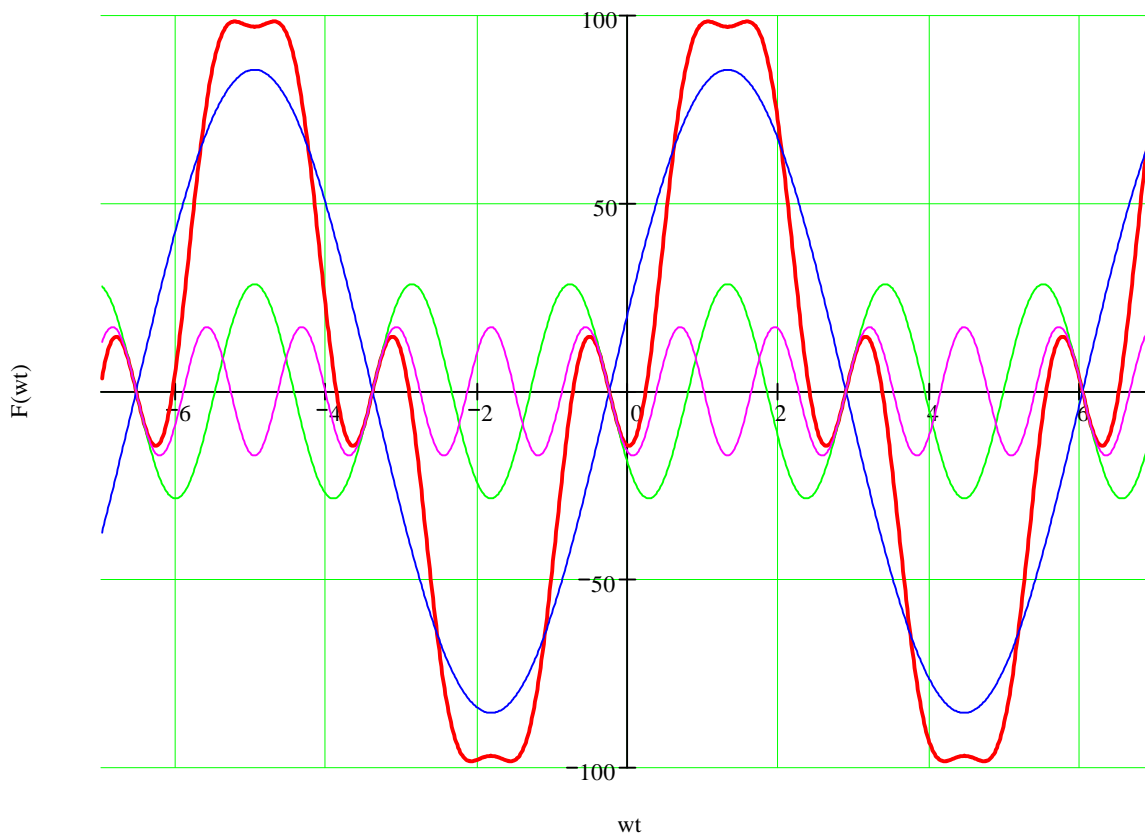
$$C_{m5} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{2\pi}{3}} (E_m) \cdot \cos(x \cdot 5) dx \quad C_{m5} = -16.523$$

$$A_{m5} := \sqrt{B_{m5}^2 + C_{m5}^2} \quad A_{m5} = 17.106 \quad \psi_5 := \operatorname{atan}\left(\frac{C_{m5}}{B_{m5}}\right) \quad \psi_5 \cdot \frac{180}{\pi} = 75$$

Искомое разложение функции можно представить в виде:

$$F(\omega t) := A_{m1} \cdot \sin(\omega t + \psi_1) + A_{m3} \cdot \sin(\omega t + \psi_3) + A_{m5} \cdot \sin(\omega t + \psi_5)$$

Графики составляющих и суммарной ЭДС



Временные графики 1-ой, 3-ей, 5-ой гармоник ЭДС и их суммарная кривая

Нахождение мгновенных значений токов всех ветвей заданной схемы.

Выполнив разложение периодической несинусоидальной ЭДС в ряд Фурье, заменяем её приближенно суммой нескольких составляющих.

Обозначим реактивные сопротивления цепи для К-ой гармоники:

$$X_C := \frac{1}{\omega \cdot C \cdot k \cdot 10^{-6}} \quad X_L := \omega \cdot L \cdot k \cdot 10^{-3}$$

Расчет токов, обусловленных каждой из составляющих ЭДС, выполним в комплексной форме. Комплексное сопротивление цепи для К-ой гармоники равно:

$$Z_k = i \cdot X_L \cdot k + R + \frac{R \cdot (-i \cdot X_C \cdot k + R)}{R + (-i \cdot X_C \cdot k + R)}$$

Для основной гармоники ЭДС (K=1):

$$E_1 := \frac{Am_1}{\sqrt{2}} \cdot e^{i \cdot \psi_1} \quad E_1 = 58.418 + 15.653i \quad F(E_1) = (60.479 \quad 15)$$

Комплексное сопротивление цепи для 1-ой гармоники равно:

$$Z_1 := i \cdot X_L + R + \frac{R \cdot (-i \cdot X_C + R)}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad Z_1 = 51.924 + 2.522i$$

За законом Ома находим ток I1:

$$I_{1_1} := \frac{E_1}{Z_1} \quad I_{1_1} = 1.137 + 0.246i \quad F(I_{1_1}) = (1.163 \quad 12.219)$$

Остальные токи находим за формулами чужого сопротивления:

$$I_{2_1} := I_{1_1} \cdot \frac{-i \cdot X_C + R}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{2_1} = 0.892 - 0.103i \quad F(I_{2_1}) = (0.898 \quad -6.614)$$

$$I_{3_1} := I_{1_1} \cdot \frac{R}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{3_1} = 0.245 + 0.35i \quad F(I_{3_1}) = (0.427 \quad 55.016)$$

Для третьей гармоники ЭДС(K=3):

$$E_3 := \frac{Am_3}{\sqrt{2}} \cdot e^{i \cdot \psi_3} \quad E_3 = 14.255 + 14.255i \quad F(E_3) = (20.16 \quad 45)$$

Комплексное сопротивление цепи для 3-ой гармоники равно:

$$Z_3 := i \cdot X_L + R + \frac{R \cdot (-i \cdot X_C + R)}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad Z_3 = 46.305 + 25.773i$$

За законом Ома находим ток I1:

$$I_{1_3} := \frac{E_3}{Z_3} \quad I_{1_3} = 0.366 + 0.104i \quad F(I_{1_3}) = (0.38 \quad 15.9)$$

Остальные токи находим за формулами чужого сопротивления:

$$I_{2_3} := I_{1_3} \cdot \frac{-i \cdot X_C + R}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{2_3} = 0.214 + 5.091i \times 10^{-3} \quad F(I_{2_3}) = (0.214 \quad 1.366)$$

$$I_{3_3} := I_{1_3} \cdot \frac{R}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{3_3} = 0.152 + 0.099i \quad F(I_{3_3}) = (0.182 \quad 33.052)$$

Для пятой гармоники ЭДС(K=5):

$$E_5 := \frac{Am_5}{\sqrt{2}} \cdot e^{i \cdot \psi_5} \quad E_5 = 3.131 + 11.684i \quad F(E_5) = (12.096 \quad 75)$$

Комплексное сопротивление цепи для 3-ой гармоники равно:

$$Z_5 := i \cdot X_L + R + \frac{R \cdot (-i \cdot X_C + R)}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad Z_5 = 45.497 + 47.314i$$

За законом Ома находим ток I1:

$$I_{1_5} := \frac{E_5}{Z_5} \quad I_{1_5} = 0.161 + 0.089i \quad F(I_{1_5}) = (0.184 \quad 28.878)$$

Остальные токи находим за формулами чужого сопротивления:

$$I_{25} := I_{15} \cdot \frac{-i \cdot X_C + R}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{25} = 0.091 + 0.032i \quad F(I_{25}) = (0.097 \quad 19.047)$$

$$I_{35} := I_{15} \cdot \frac{R}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{35} = 0.07 + 0.057i \quad F(I_{35}) = (0.091 \quad 39.37)$$

Мгновенные значения токов ветвей:

$$i_2 = 1.163 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 12.219) + 0.38 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(3 \cdot \omega t + 15.9) + 0.184 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(5 \cdot \omega t + 28.878)$$

$$i_2 = 0.898 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 6.614) + 0.214 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(3 \cdot \omega t + 1.366) + 0.097 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(5 \cdot \omega t + 19.047)$$

$$i_3 = 0.427 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 55.016) + 0.182 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(3 \cdot \omega t + 33.052) + 0.091 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(5 \cdot \omega t + 39.37)$$

Определение показаний амперметров электромагнитной системы, включенных в цепь.

$$I_1 := \sqrt{(|I_{11}|)^2 + (|I_{13}|)^2 + (|I_{15}|)^2} \quad I_1 = 1.238$$

$$I_2 := \sqrt{(|I_{21}|)^2 + (|I_{23}|)^2 + (|I_{25}|)^2} \quad I_2 = 0.928$$

$$I_3 := \sqrt{(|I_{31}|)^2 + (|I_{33}|)^2 + (|I_{35}|)^2} \quad I_3 = 0.473$$

Вычисление мощности Р, Q, S, Т и коэффициента мощности источника. Баланс активных мощностей цепи.

Активная мощность источника (на входе цепи):

$$P := |E_1| \cdot |I_{11}| \cdot \cos(\arg(I_{11}) - \arg(E_1)) + |E_3| \cdot |I_{13}| \cdot \cos(\arg(I_{13}) - \arg(E_3))$$

$$P := P + |E_5| \cdot |I_{15}| \cdot \cos(\arg(I_{15}) - \arg(E_5)) \quad P = 78.523$$

Реактивная мощность источника:

$$Q := |E_1| \cdot |I_{11}| \cdot \sin[-(\arg(I_{11}) - \arg(E_1))] + |E_3| \cdot |I_{13}| \cdot \sin[-(\arg(I_{13}) - \arg(E_3))]$$

$$Q := Q + |E_5| \cdot |I_{15}| \cdot \sin[-(\arg(I_{15}) - \arg(E_5))] \quad Q = 8.75$$

Полная мощность источника:

$$E := \sqrt{(|E_1|)^2 + (|E_3|)^2 + (|E_5|)^2} \quad S := E \cdot I_1 \quad S = 80.318$$

Мощность искажения на входе цепи:

$$T := \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} \quad T = 14.438$$

Мощность, поступающая в активные сопротивления цепи:

$$P_a := I_1^2 \cdot R + I_2^2 \cdot R + I_3^2 \cdot R \quad P_a = 78.523$$

Считем заданную схему одной из фаз симметричной трехфазной цепи при соединении генератора и нагрузки звездой с нулевым проводом.

Выражения мгновенных значений ЭДС во всех фазах трехфазного источника (принимая заданную ЭДС в качестве ЭДС фазы А).

В симметричных трёхфазных электрических цепях кривые напряжения (тока) во второй и третьей фазах аналогичны кривой напряжения (тока) первой фазы со сдвигом на треть периода:

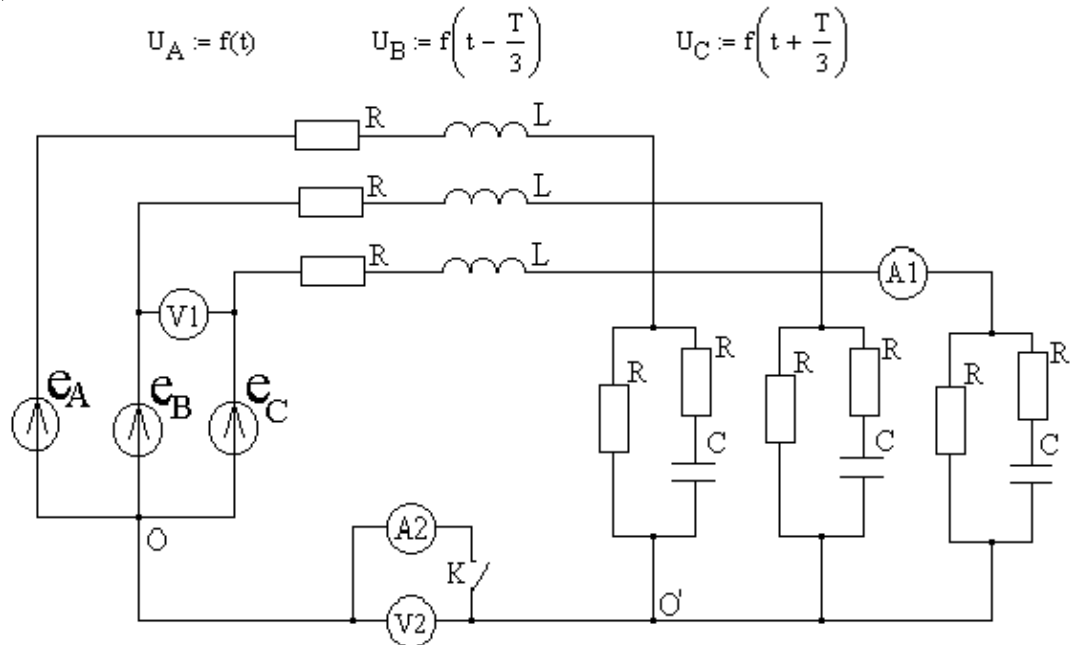


Схема трехфазной цепи

$$e_A = 85.53 \cdot \sin(\omega t + 15) + 28.51 \cdot \sin(3\omega t + 45) + 17.106 \cdot \sin(5\omega t + 75)$$

$$e_B = 85.53 \cdot \sin(\omega t - 105) + 28.51 \cdot \sin(3\omega t + 45) + 17.106 \cdot \sin(5\omega t - 165)$$

$$e_C = 85.53 \cdot \sin(\omega t + 135) + 28.51 \cdot \sin(3\omega t + 45) + 17.106 \cdot \sin(5\omega t + 315)$$

Определение действующего значения линейного напряжения источника и тока в нейтральном проводе.

Действующее значение линейного напряжения источника (показание вольтметра V1):

$$U_L := \sqrt{3} \cdot \sqrt{(|E_1|)^2 + (|E_5|)^2} \quad U_L = 106.827$$

Действующее значение тока в линейном проводе (показания амперметра A2 при замкнутом ключе K):

$$I_N := 3 \cdot \sqrt{(|I_{13}|)^2} \quad I_N = 1.141$$

Определение действующего значения напряжения между нейтральными точками генератора и приемника и токов в линейных проводах при обрыве нейтрального провода.

Действующее значение напряжения между нейтральными точками генератора O и приемника O' при размыкании ключа K (показания вольтметра V2):

$$U_N := |E_3| \quad U_N = 20.16$$

Действующее значение токов в линейных проводах при обрыве нейтрального провода (показание амперметра A1):

$$I_1 := \sqrt{(|I_{11}|)^2 + (|I_{15}|)^2} \quad I_1 = 1.178$$