

***Министерство образования и науки Украины  
Национальный технический университет Украины  
“Киевский Политехнический Институт”  
Кафедра ТОЭ***

***Расчетно-графическая работа  
“Периодические несинусоидальные токи в линейных  
электрических цепях”  
Вариант № 142***

Выполнил: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Проверил: \_\_\_\_\_

**Киев 2007**

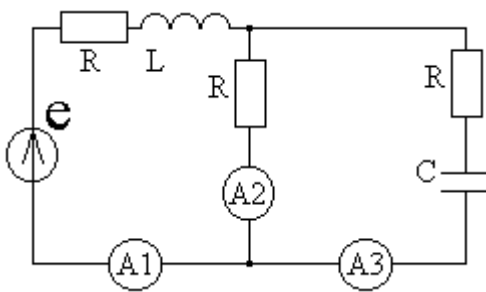
### Задание

В электрической цепи, схема которой изображена на рисунке, действует источник периодической несинусоидальной ЭДС. График ЭДС задан кривой. Нелинейный отрезок кривой представляют собой участки синусоиды. Угловая частота изменения ЭДС  $\omega = 1000$  рад/с.

#### Требуется:

1. Разложить заданную ЭДС в ряд Фурье (ограничиться 1-ой, 3-ей и 5-ой гармониками).
2. Построить в одной системе координат временные графики составляющих и суммарную кривую ЭДС, последнюю сравнить с заданной.
3. Рассчитать мгновенные значения токов всех ветвей заданной схемы.
4. Определить показания амперметров электромагнитной системы, включенных в цепь.
5. Вычислить мощность  $P$ ,  $Q$ ,  $S$ ,  $T$  и коэффициент мощности источника. Составить баланс активных мощностей цепи.
6. Считая заданную схему одной из фаз симметричной трехфазной цепи при соединении генератора и нагрузки звездой с нулевым проводом, необходимо:
  - а) Записать выражения мгновенных значений ЭДС во всех фазах трехфазного источника (принять заданную ЭДС в качестве ЭДС фазы А),
  - б) Определить действующие значения линейного напряжения источника и тока в нейтральном проводе,
  - в) Вычислить действующие значения напряжения между нейтральными точками генератора и приемника и токов в линейных проводах при обрыве нейтрального провода.

$$E_m := 80 \quad R := 20 \quad L := 4 \quad C := 14 \quad \omega := 1000$$



Общая схема цепи

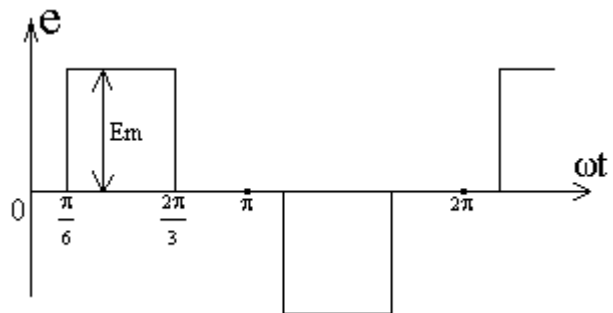


График ЭДС

## Разложение заданной ЭДС в ряд Фурье.

Данная функция является симметричной относительно оси абсцисс при совмещении двух полупериодов во времени.

Ряд Фурье такой функции не содержит четных гармоник и постоянной составляющей:

$$f(\omega t) := \sum_{k=1,3,5}^{\infty} (B_{mk} \cdot \sin(k\omega t) + C_{mk} \cdot \cos(k\omega t)) \quad x = \omega t$$

Нахождение коэффициентов для 1-ой гармоники

$$B_{m1} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{2\pi}{3}} (E_m) \cdot \sin(x) dx \quad B_{m1} = 69.571$$

$$C_{m1} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{2\pi}{3}} (E_m) \cdot \cos(x) dx \quad C_{m1} = 18.642$$

$$A_{m1} := \sqrt{B_{m1}^2 + C_{m1}^2} \quad A_{m1} = 72.025 \quad \psi_1 := \operatorname{atan}\left(\frac{C_{m1}}{B_{m1}}\right) \quad \psi_1 \cdot \frac{180}{\pi} = 15$$

Нахождение коэффициентов для 3-ой гармоники

$$B_{m3} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{2\pi}{3}} (E_m) \cdot \sin(x \cdot 3) dx \quad B_{m3} = -16.977$$

$$C_{m3} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{2\pi}{3}} (E_m) \cdot \cos(x \cdot 3) dx \quad C_{m3} = -16.977$$

$$A_{m3} := \sqrt{B_{m3}^2 + C_{m3}^2} \quad A_{m3} = 24.008 \quad \psi_3 := \operatorname{atan}\left(\frac{C_{m3}}{B_{m3}}\right) \quad \psi_3 \cdot \frac{180}{\pi} = 45$$

Нахождение коэффициентов для 5-ой гармоники

$$B_{m5} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{2\pi}{3}} (E_m) \cdot \sin(x \cdot 5) dx \quad B_{m5} = -3.728$$

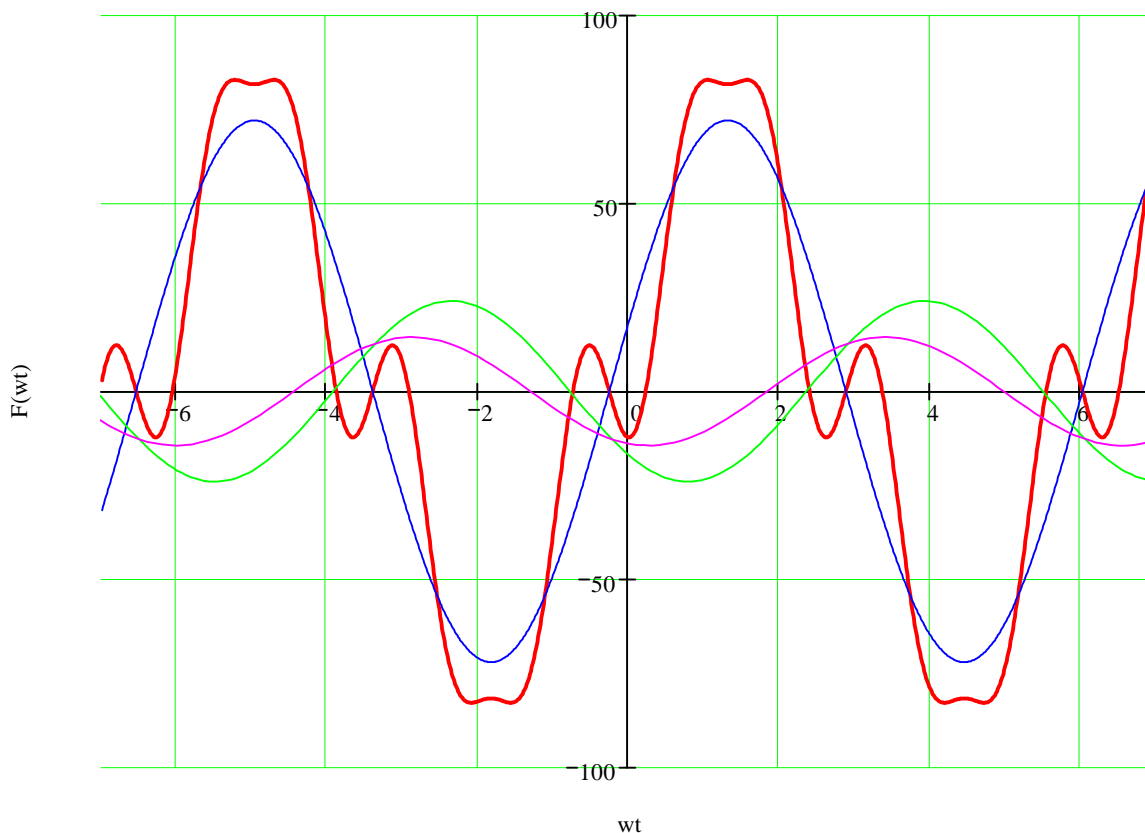
$$C_{m5} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{2\pi}{3}} (E_m) \cdot \cos(x \cdot 5) dx \quad C_{m5} = -13.914$$

$$A_{m5} := \sqrt{B_{m5}^2 + C_{m5}^2} \quad A_{m5} = 14.405 \quad \psi_5 := \operatorname{atan}\left(\frac{C_{m5}}{B_{m5}}\right) \quad \psi_5 \cdot \frac{180}{\pi} = 75$$

Искомое разложение функции можно представить в виде:

$$F(\omega t) := A_{m1} \cdot \sin(\omega t + \psi_1) + A_{m3} \cdot \sin(\omega t + \psi_3) + A_{m5} \cdot \sin(\omega t + \psi_5)$$

## Графики составляющих и суммарной ЭДС



Временные графики 1-ой, 3-ей, 5-ой гармоник ЭДС и их суммарная кривая

Нахождение мгновенных значений токов всех ветвей заданной схемы.

Выполнив разложение периодической несинусоидальной ЭДС в ряд Фурье, заменяем её приближенно суммой нескольких составляющих.

Обозначим реактивные сопротивления цепи для К-ой гармоники:

$$X_C := \frac{1}{\omega \cdot C \cdot k \cdot 10^{-6}} \quad X_L := \omega \cdot L \cdot k \cdot 10^{-3}$$

Расчет токов, обусловленных каждой из составляющих ЭДС, выполним в комплексной форме. Комплексное сопротивление цепи для К-ой гармоники равно:

$$Z_k = i \cdot X_L \cdot k + R + \frac{R \cdot (-i \cdot X_C \cdot k + R)}{R + (-i \cdot X_C \cdot k + R)}$$

Для основной гармоники ЭДС (K=1):

$$E_1 := \frac{Am_1}{\sqrt{2}} \cdot e^{i \cdot \psi_1} \quad E_1 = 49.194 + 13.182i \quad F(E_1) = (50.93 \quad 15)$$

Комплексное сопротивление цепи для 1-ой гармоники равно:

$$Z_1 := i \cdot X_L + R + \frac{R \cdot (-i \cdot X_C + R)}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad Z_1 = 37.613 - 0.263i$$

За законом Ома находим ток I1:

$$I_{1_1} := \frac{E_1}{Z_1} \quad I_{1_1} = 1.305 + 0.36i \quad F(I_{1_1}) = (1.354 \quad 15.401)$$

Остальные токи находим за формулами чужого сопротивления:

$$I_{2_1} := I_{1_1} \cdot \frac{-i \cdot X_C + R}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{2_1} = 1.226 + 0.038i \quad F(I_{2_1}) = (1.227 \quad 1.794)$$

$$I_{3_1} := I_{1_1} \cdot \frac{R}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{3_1} = 0.079 + 0.321i \quad F(I_{3_1}) = (0.331 \quad 76.152)$$

Для третьей гармоники ЭДС(K=3):

$$E_3 := \frac{Am_3}{\sqrt{2}} \cdot e^{i \cdot \psi_3} \quad E_3 = 12.004 + 12.004i \quad F(E_3) = (16.977 \quad 45)$$

Комплексное сопротивление цепи для 3-ой гармоники равно:

$$Z_3 := i \cdot X_L + R + \frac{R \cdot (-i \cdot X_C + R)}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad Z_3 = 32.616 + 7.605i$$

За законом Ома находим ток I1:

$$I_{1_3} := \frac{E_3}{Z_3} \quad I_{1_3} = 0.43 + 0.268i \quad F(I_{1_3}) = (0.507 \quad 31.875)$$

Остальные токи находим за формулами чужого сопротивления:

$$I_{2_3} := I_{1_3} \cdot \frac{-i \cdot X_C + R}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{2_3} = 0.33 + 0.074i \quad F(I_{2_3}) = (0.339 \quad 12.668)$$

$$I_{3_3} := I_{1_3} \cdot \frac{R}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{3_3} = 0.1 + 0.193i \quad F(I_{3_3}) = (0.218 \quad 62.638)$$

Для пятой гармоники ЭДС(K=5):

$$E_5 := \frac{Am_5}{\sqrt{2}} \cdot e^{i \cdot \psi_5} \quad E_5 = 2.636 + 9.839i \quad F(E_5) = (10.186 \quad 75)$$

Комплексное сопротивление цепи для 3-ой гармоники равно:

$$Z_5 := i \cdot X_L + R + \frac{R \cdot (-i \cdot X_C + R)}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad Z_5 = 31.131 + 16.833i$$

За законом Ома находим ток I1:

$$I_{1_5} := \frac{E_5}{Z_5} \quad I_{1_5} = 0.198 + 0.209i \quad F(I_{1_5}) = (0.288 \quad 46.6)$$

Остальные токи находим за формулами чужого сопротивления:

$$I_{25} := I_{15} \cdot \frac{-i \cdot X_C + R}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{25} = 0.143 + 0.085i \quad F(I_{25}) = (0.167 \quad 30.716)$$

$$I_{35} := I_{15} \cdot \frac{R}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{35} = 0.055 + 0.124i \quad F(I_{35}) = (0.136 \quad 66.254)$$

Мгновенные значения токов ветвей:

$$i_2 = 1.354 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 15.401) + 0.507 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(3 \cdot \omega t + 31.875) + 0.288 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(5 \cdot \omega t + 46.6)$$

$$i_2 = 1.227 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 1.794) + 0.339 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(3 \cdot \omega t + 12.668) + 0.167 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(5 \cdot \omega t + 30.716)$$

$$i_3 = 0.331 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 76.152) + 0.218 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(3 \cdot \omega t + 62.638) + 0.136 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(5 \cdot \omega t + 66.254)$$

Определение показаний амперметров электромагнитной системы, включенных в цепь.

$$\Gamma_1 := \sqrt{(|I_{11}|)^2 + (|I_{13}|)^2 + (|I_{15}|)^2} \quad \Gamma_1 = 1.474$$

$$\Gamma_2 := \sqrt{(|I_{21}|)^2 + (|I_{23}|)^2 + (|I_{25}|)^2} \quad \Gamma_2 = 1.284$$

$$\Gamma_3 := \sqrt{(|I_{31}|)^2 + (|I_{33}|)^2 + (|I_{35}|)^2} \quad \Gamma_3 = 0.419$$

Вычисление мощности P, Q, S, T и коэффициента мощности источника. Баланс активных мощностей цепи.

Активная мощность источника (на входе цепи):

$$P := |E_1| \cdot |I_{11}| \cdot \cos(\arg(I_{11}) - \arg(E_1)) + |E_3| \cdot |I_{13}| \cdot \cos(\arg(I_{13}) - \arg(E_3))$$

$$P := P + |E_5| \cdot |I_{15}| \cdot \cos(\arg(I_{15}) - \arg(E_5)) \quad P = 79.917$$

Реактивная мощность источника:

$$Q := |E_1| \cdot |I_{11}| \cdot \sin[-(\arg(I_{11}) - \arg(E_1))] + |E_3| \cdot |I_{13}| \cdot \sin[-(\arg(I_{13}) - \arg(E_3))]$$

$$Q := Q + |E_5| \cdot |I_{15}| \cdot \sin[-(\arg(I_{15}) - \arg(E_5))] \quad Q = 2.866$$

Полная мощность источника:

$$E := \sqrt{(|E_1|)^2 + (|E_3|)^2 + (|E_5|)^2} \quad S := E \cdot \Gamma_1 \quad S = 80.552$$

Мощность искажения на входе цепи:

$$T := \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} \quad T = 9.672$$

Мощность, поступающая в активные сопротивления цепи:

$$P_a := \Gamma_1^2 \cdot R + \Gamma_2^2 \cdot R + \Gamma_3^2 \cdot R \quad P_a = 79.917$$

Считем заданную схему одной из фаз симметричной трехфазной цепи при соединении генератора и нагрузки звездой с нулевым проводом.

Выражения мгновенных значений ЭДС во всех фазах трехфазного источника (принимая заданную ЭДС в качестве ЭДС фазы А).

В симметричных трёхфазных электрических цепях кривые напряжения (тока) во второй и третьей фазах аналогичны кривой напряжения (тока) первой фазы со сдвигом на треть периода:

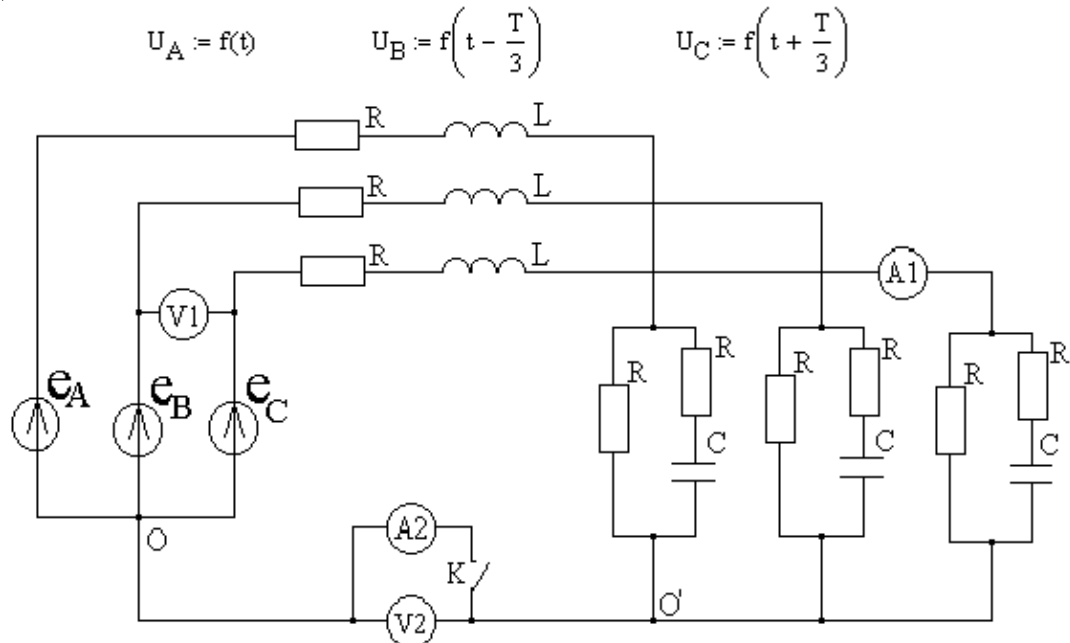


Схема трехфазной цепи

$$e_A = 72.025 \cdot \sin(\omega t + 15) + 24.008 \cdot \sin(3\omega t + 45) + 14.405 \cdot \sin(5\omega t + 75)$$

$$e_B = 72.025 \cdot \sin(\omega t - 105) + 24.008 \cdot \sin(3\omega t + 45) + 14.405 \cdot \sin(5\omega t - 165)$$

$$e_C = 72.025 \cdot \sin(\omega t + 135) + 24.008 \cdot \sin(3\omega t + 45) + 14.405 \cdot \sin(5\omega t + 315)$$

Определение действующего значения линейного напряжения источника и тока в нейтральном проводе.

Действующее значение линейного напряжения источника (показание вольтметра V1):

$$U_L := \sqrt{3} \cdot \sqrt{(|E_1|)^2 + (|E_5|)^2} \quad U_L = 89.96$$

Действующее значение тока в линейном проводе (показания амперметра A2 при замкнутом ключе K):

$$I_N := 3 \cdot \sqrt{(|I_{13}|)^2} \quad I_N = 1.521$$

Определение действующего значения напряжения между нейтральными точками генератора и приемника и токов в линейных проводах при обрыве нейтрального провода.

Действующее значение напряжения между нейтральными точками генератора O и приемника O' при размыкании ключа K (показания вольтметра V2):

$$U_N := |E_3| \quad U_N = 16.977$$

Действующее значение токов в линейных проводах при обрыве нейтрального провода (показание амперметра A1):

$$I_1 := \sqrt{(|I_{11}|)^2 + (|I_{15}|)^2} \quad I_1 = 1.384$$