Министерство образования и науки Украины Национальный технический университет Украины "Киевский Политехнический Институт" Кафедра ТОЭ

Расчетно-графическая работа

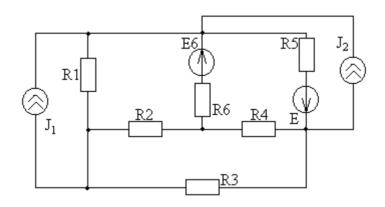
"Расчёт цепей постоянного тока" Вариант № 169

Выполнил:	 	
Проверил:		

Задание:

- 1. Найти токи в ветках данной электрической цепи методом узловых потенциалов и контурных токов. Проверить расчёт цепи при помощи законов Кирхгофа для каждого узла и независимого контура. Сложить и проверить уравнение баланса мощностей.
- 2. Построить потенциальную диаграмму для контура данной цепи.
- 3. Преобразовать данную цепь к трём независимым контурам. В полученной цепи найти токи в ветках методом наложения. Проверить расчеты цепи за законами Кирхгофа
- 4. Найти токи в ветвях данной цепи методом эквивалентного генератора.

 $R_1 := 10$ $R_2 := 20$ $R_3 := 25$ $R_4 := 40$ $R_5 := 50$ $R_6 := 100$ E := 200 $E_6 := 100$ $J_1 := 10$ $J_2 := 25$



Метод контурных токов

За вторым законом Кирхгофа составляем систему уравнений. Решая получиную систему уравнений, находим контурные токи.

$$I_{K1} := 1 \qquad \qquad I_{K2} := 1 \qquad \qquad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_6) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_2 - J_1 \cdot R_1 = -E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot (R_5 + R_4 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 + J_2 \cdot R_5 = E_6 + E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \operatorname{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -10.968$$

$$I_{K2} = -12.561$$

$$I_{K3} = -8.492$$

Токи ветвей схемы равны:

$$I_1 := J_1 - I_{K1}$$
 $I_1 = 20.968$

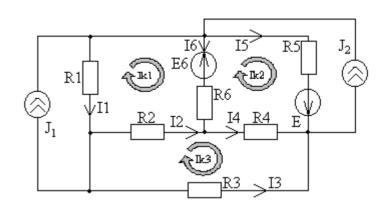
$$I_2 := I_{K3} - I_{K1}$$
 $I_2 = 2.477$

$$I_3 := -I_{K3}$$
 $I_3 = 8.492$

$$I_4 := I_{K3} - I_{K2}$$
 $I_4 = 4.069$

$$I_5 := I_{K2} + J_2$$
 $I_5 = 12.439$

$$I_6 := I_{K1} - I_{K2}$$
 $I_6 = 1.592$



Метод узловых потенциалов

Примем потенциал точки 1 равным 0: $\phi_1 := 0$

Найдем узловые и межузловые проводимости и узловые токи:

$$G_{22} := \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$
 $G_{22} = 0.19$

$$G_{44} := \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}$$
 $G_{44} = 0.085$

$$G_{21} := \frac{1}{R_2}$$
 $G_{21} = 0.05$

$$G_{23} := \frac{1}{R_1}$$
 $G_{23} = 0.1$

$$G_{24} := \frac{1}{R_2}$$
 $G_{24} = 0.04$

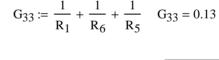
$$G_{31} := \frac{1}{R_c}$$
 $G_{31} = 0.01$

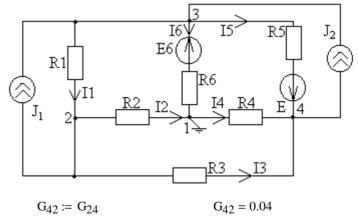
$$G_{32} := G_{23}$$
 $G_{32} = 0.1$

$$G_{34} := \frac{1}{R_5}$$
 $G_{34} = 0.02$

$$G_{41} := \frac{1}{R_4}$$
 $G_{41} = 0.025$

$$J_{B4} := \frac{E}{R_5} - J_2$$
 $J_{B4} = -21$





$$G_{43} := G_{34}$$
 $G_{43} = 0.02$

$$J_{B2} := -J_1$$
 $J_{B2} = -10$

$$J_{B3} := J_1 + J_2 + \frac{E_6}{R_6} - \frac{E}{R_5}$$
 $J_{B3} = 32$

Подставив найденые значения проводимостей и узловых токов в расчетную систему уравнений и найдем искомые потенциалы узлов 2 и 4:

$$\phi_2 := 1$$
 $\phi_3 := 1$ $\phi_4 := 1$

Given

$$-G_{21} \cdot \phi_1 + G_{22} \cdot \phi_2 - G_{23} \cdot \phi_3 - G_{24} \cdot \phi_4 = J_{B2}$$

$$-G_{31}\cdot\phi_1-G_{32}\cdot\phi_2+G_{33}\cdot\phi_3-G_{34}\cdot\phi_4 = J_{B3}$$

$$-G_{41} \cdot \phi_1 - G_{42} \cdot \phi_2 - G_{43} \cdot \phi_3 + G_{44} \cdot \phi_4 = J_{B4}$$

$$\begin{pmatrix} \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{pmatrix} := \text{Find}(\phi_2, \phi_3, \phi_4)$$

$$\phi_2 = 49.534 \qquad \phi_3 = 259.218 \quad \phi_4 = -162.756$$

Токи ветвей схемы находим за законом Ома:

$$I_1 := \frac{\phi_3 - \phi_2}{R_1} \qquad \qquad I_1 = 20.968$$

$$I_2 := \frac{\phi_2 - \phi_1}{R_2}$$
 $I_2 = 2.477$

$$I_3 := \frac{\phi_2 - \phi_4}{R_3} \qquad I_3 = 8.492$$

$$I_4 := \frac{\phi_1 - \phi_4}{R_4} \qquad I_4 = 4.069$$

$$I_5 := \frac{\phi_3 - \phi_4 + E}{R_5}$$

$$I_5 = 12.439$$

$$I_6 := -I_2 + I_4$$
 $I_6 = 1.592$

Проверка:

За 1-м законом Кирхгофа:

$$I_6 - I_4 + I_2 = 0$$
 $-I_5 - I_4 - I_3 + J_2 = -1.421 \times 10^{-14}$ $I_1 - I_2 - I_3 - J_1 = -7.105 \times 10^{-14}$ $I_1 + I_5 + I_6 - J_1 - J_2 = -5.684 \times 10^{-14}$

За 2-м законом Кирхгофа:

$$\begin{split} E_6 + E &= 300 & -I_4 \cdot R_4 + I_5 \cdot R_5 - I_6 \cdot R_6 = 300 \\ I_5 \cdot R_5 - I_4 \cdot R_4 - I_2 \cdot R_2 - I_1 \cdot R_1 &= 200 & E &= 200 \\ I_2 \cdot R_2 + I_4 \cdot R_4 - I_3 \cdot R_3 &= 0 & \\ I_2 \cdot R_2 + I_1 \cdot R_1 - I_6 \cdot R_6 &= 100 & E_6 &= 100 \end{split}$$

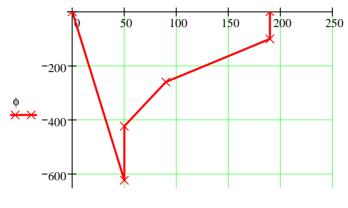
Баланс мощностей:

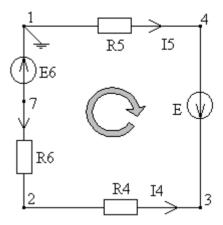
$$E \cdot I_5 - E_6 \cdot I_6 + J_1 \cdot (I_1 \cdot R_1) + J_2 \cdot (I_5 \cdot R_5 - E) = 1.497 \times 10^4$$

$$I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6 = 1.497 \times 10^4$$

Потенциальная диаграмма

$$\begin{array}{lll} \phi_1 = 0 \\ \phi_4 := \phi_1 - I_5 \cdot R_5 & \phi_4 = -621.974 \\ \phi_3 := \phi_4 + E & \phi_3 = -421.974 \\ \phi_2 := \phi_3 + I_4 \cdot R_4 & \phi_2 = -259.218 \\ \phi_7 := \phi_2 + I_6 \cdot R_6 & \phi_7 = -100 \\ \phi_1 := \phi_7 + E_6 & \phi_1 = 1.27 \times 10^{-11} \end{array}$$





R

Метод эквивалентного генератора

Вырезавши из выходной схемы ветку с сопротивлением R1 и источником питания E, получаем схему. В выходной схеме ток I1 направленый от узла 2 к узлу 1, такое же направление выберем и для напряжения холостого хода U1х.

Для нахождения напряжения U1х сначала надо найти токи в ветвях с сопротивлениями R6 и R3. Для этого воспользуемся методом контурных токов:

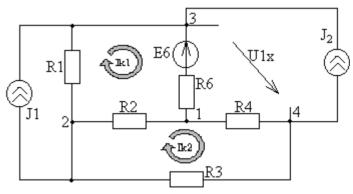
$$\begin{split} I_{K1} &:= 1 & I_{K2} := 1 \\ I_{K1} \cdot \left(R_1 + R_2 + R_6 \right) - I_{K2} \cdot R_2 - J_1 \cdot R_1 - J_2 \cdot R_1 = -E_6 \\ -I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot \left(R_2 + R_3 + R_4 \right) - J_2 \cdot R_3 = 0 \\ \left(\begin{matrix} I_{K1} \\ I_{K2} \end{matrix} \right) &:= \text{Find} \left(I_{K1}, I_{K2} \right) \end{split}$$

 $I_{K2} = 8.099$

Искомое напряжение холостого хода равно:

 $I_{K1} = 3.169$

$$U_{1X} := I_{K2} \cdot R_4 + I_{K1} \cdot R_6 + E_6 \qquad U_{1X} = 740.845$$



Эквивалентное сопротивление цепи равно:

$$R_{E} := \frac{\left(R_{3} + \frac{R_{1} \cdot R_{2}}{R_{1} + R_{2} + R_{6}}\right) \cdot \left(R_{4} + \frac{R_{2} \cdot R_{6}}{R_{1} + R_{2} + R_{6}}\right)}{R_{3} + \frac{R_{1} \cdot R_{2}}{R_{1} + R_{2} + R_{6}} + R_{4} + \frac{R_{2} \cdot R_{6}}{R_{1} + R_{2} + R_{6}}} + \frac{R_{1} \cdot R_{6}}{R_{1} + R_{2} + R_{6}}$$

$$R_{E} = 25.634$$

Искомый ток, вырезаной ветки, равен:

$$I_5 := \frac{E + U_{1X}}{R_E + R_5} \qquad I_5 = 12.439$$

Метод наложения

В цепи действует только Е:

$$I_{K1} \coloneqq 1 \qquad \qquad I_{K2} \coloneqq 1 \qquad \qquad I_{K3} \coloneqq 1$$

Given

$$\begin{split} & I_{K1} \cdot \left(R_1 + R_2 + R_6 \right) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_2 = 0 \\ & - I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot \left(R_4 + R_5 + R_6 \right) - I_{K3} \cdot R_4 = E \\ & - I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot \left(R_2 + R_3 + R_4 \right) = 0 \\ & \left(\begin{matrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{matrix} \right) & \coloneqq \operatorname{Find} \! \left(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3} \right) \end{split}$$

$$I_{K1} = 2.309$$
 $I_{K2} = 2.644$ $I_{K3} = 1.788$

$$I_{1E} := I_{K1}$$
 $I_{1E} = 2.309$

$$I_{2E} := I_{K1} - I_{K3}$$
 $I_{2E} = 0.521$

$$I_{3E} := I_{K3}$$
 $I_{3E} = 1.788$

$$I_{4E} := I_{K2} - I_{K3}$$
 $I_{4E} = 0.857$

$$I_{5E} := I_{K2}$$
 $I_{5E} = 2.644$

$$I_{6E} := I_{K2} - I_{K1}$$
 $I_{6E} = 0.335$

$$I_{K1} := 1$$
 $I_{K2} := 1$ $I_{K3} := 1$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_6) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_2 = -E_6$$

 $-I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot (R_4 + R_5 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 = E_6$
 $-I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) = 0$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \mathsf{Find} \big(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3}\big)$$

$$I_{K1} = -0.652$$
 $I_{K2} = 0.168$ $I_{K3} = -0.074$

$$I_{1E6} := -I_{K1}$$
 $I_{1E6} = 0.652$

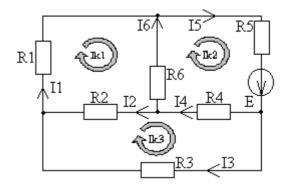
$$I_{2E6} := I_{K3} - I_{K1}$$
 $I_{2E6} = 0.577$

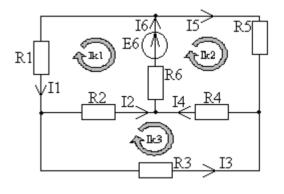
$$I_{3E6} := -I_{K3}$$
 $I_{3E6} = 0.074$

$$I_{4E6} := I_{K2} - I_{K3}$$
 $I_{4E6} = 0.242$

$$I_{5E6} := I_{K2}$$
 $I_{5E6} = 0.168$

$$I_{6E6} := I_{K2} - I_{K1}$$
 $I_{6E6} = 0.819$





В цепи действует только Ј1:

$$I_{K1} := 1$$
 $I_{K2} := 1$ $I_{K3} := 1$ Given

$$\begin{split} & I_{K1} \cdot \left(R_1 + R_2 + R_6 \right) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_2 - J_1 \cdot R_1 = 0 \\ & - I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot \left(R_4 + R_5 + R_6 \right) - I_{K3} \cdot R_4 = 0 \\ & - I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot \left(R_2 + R_3 + R_4 \right) = 0 \end{split}$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{I}_{K1} \\ \mathbf{I}_{K2} \\ \mathbf{I}_{K3} \end{pmatrix} := \mathsf{Find} \big(\mathbf{I}_{K1}, \mathbf{I}_{K2}, \mathbf{I}_{K3}\big)$$

$$I_{K1} = 1.806$$
 $I_{K2} = 1.155$ $I_{K3} = 0.968$

$$I_{1J1} := J_1 - I_{K1}$$
 $I_{1J1} = 8.194$

$$I_{2J1} := I_{K1} - I_{K3}$$
 $I_{2J1} = 0.838$

$$I_{3J1} := I_{K3}$$
 $I_{3J1} = 0.968$

$$I_{4J1} := I_{K2} - I_{K3}$$
 $I_{4J1} = 0.186$

$$I_{5J1} := I_{K2}$$
 $I_{5J1} = 1.155$

$$I_{6J1} := I_{K1} - I_{K2}$$
 $I_{6J1} = 0.652$

В цепи действует только Ј2:

$$I_{K1} := 1$$
 $I_{K2} := 1$ $I_{K3} := 1$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_6) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_2 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot (R_4 + R_5 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 + J_2 \cdot R_5 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \operatorname{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -14.432$$
 $I_{K2} = -16.527$ $I_{K3} = -11.173$

$$I_{1J2} := -I_{K1}$$
 $I_{1J2} = 14.432$

$$I_{2J2} := I_{K3} - I_{K1}$$
 $I_{2J2} = 3.259$

$$I_{3J2} := -I_{K3}$$
 $I_{3J2} = 11.173$

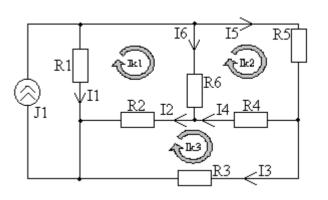
$$I_{4J2} := I_{K3} - I_{K2}$$
 $I_{4J2} = 5.354$

$$I_{5J2} := I_{K2} + J_2$$
 $I_{5J2} = 8.473$

$$I_{6J2} := I_{K1} - I_{K2}$$
 $I_{6J2} = 2.095$



$$\begin{split} I_1 &:= -I_{1E} + I_{1E6} + I_{1J1} + I_{1J2} & I_1 = 20.968 \\ I_2 &:= -I_{2E} + I_{2E6} - I_{2J1} + I_{2J2} & I_2 = 2.477 \\ I_3 &:= -I_{3E} + I_{3E6} - I_{3J1} + I_{3J2} & I_3 = 8.492 \\ I_4 &:= -I_{4E} - I_{4E6} - I_{4J1} + I_{4J2} & I_4 = 4.069 \\ I_5 &:= I_{5E} + I_{5E6} + I_{5J1} + I_{5J2} & I_5 = 12.439 \\ I_6 &:= -I_{6E} - I_{6E6} + I_{6J1} + I_{6J2} & I_6 = 1.592 \end{split}$$



I6