

***Министерство образования и науки Украины  
Национальный технический университет Украины  
“Киевский Политехнический Институт”  
Кафедра ТОЭ***

***Расчетно-графическая работа  
“Периодические несинусоидальные токи в линейных  
электрических цепях”  
Вариант № 382***

Выполнил: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Проверил: \_\_\_\_\_

**Киев 2007**

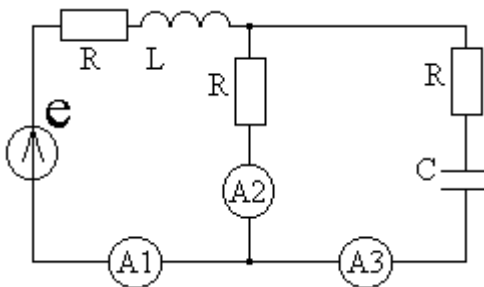
### Задание

В электрической цепи, схема которой изображена на рисунке, действует источник периодической несинусоидальной ЭДС. График ЭДС задан кривой. Нелинейный отрезок кривой представляют собой участки синусоиды. Угловая частота изменения ЭДС  $\omega = 1000$  рад/с.

#### Требуется:

1. Разложить заданную ЭДС в ряд Фурье (ограничиться 1-ой, 3-ей и 5-ой гармониками).
2. Построить в одной системе координат временные графики составляющих и суммарную кривую ЭДС, последнюю сравнить с заданной.
3. Рассчитать мгновенные значения токов всех ветвей заданной схемы.
4. Определить показания амперметров электромагнитной системы, включенных в цепь.
5. Вычислить мощность  $P$ ,  $Q$ ,  $S$ ,  $T$  и коэффициент мощности источника. Составить баланс активных мощностей цепи.
6. Считая заданную схему одной из фаз симметричной трехфазной цепи при соединении генератора и нагрузки звездой с нулевым проводом, необходимо:
  - а) Записать выражения мгновенных значений ЭДС во всех фазах трехфазного источника (принять заданную ЭДС в качестве ЭДС фазы А),
  - б) Определить действующие значения линейного напряжения источника и тока в нейтральном проводе,
  - в) Вычислить действующие значения напряжения между нейтральными точками генератора и приемника и токов в линейных проводах при обрыве нейтрального провода.

$$E_m := 100 \quad R := 30 \quad L := 8 \quad C := 10 \quad \omega := 1000$$



Общая схема цепи

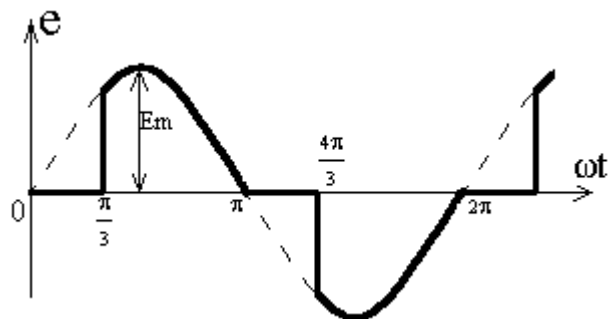


График ЭДС

## Разложение заданной ЭДС в ряд Фурье.

Данная функция является симметричной относительно оси абсцисс при совмещении двух полупериодов во времени.

Ряд Фурье такой функции не содержит четных гармоник и постоянной составляющей:

$$f(\omega t) := \sum_{k=1,3,5}^{\infty} (B_{mk} \cdot \sin(k\omega t) + C_{mk} \cdot \cos(k\omega t)) \quad x = \omega t$$

Нахождение коэффициентов для 1-ой гармоники

$$B_{m1} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} E_m \cdot \sin(x) \cdot \sin(x) d(x) \quad B_{m1} = 80.45$$

$$C_{m1} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} E_m \cdot \sin(x) \cdot \cos(x) d(x) \quad C_{m1} = -23.873$$

$$A_{m1} := \sqrt{B_{m1}^2 + C_{m1}^2} \quad A_{m1} = 83.917 \quad \psi_1 := \operatorname{atan}\left(\frac{C_{m1}}{B_{m1}}\right) \cdot \frac{180}{\pi} \quad \psi_1 = -16.528$$

Нахождение коэффициентов для 3-ой гармоники

$$B_{m3} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} E_m \cdot \sin(x) \cdot \sin(x \cdot 3) d(x) \quad B_{m3} = -20.675$$

$$C_{m3} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} E_m \cdot \sin(x) \cdot \cos(x \cdot 3) d(x) \quad C_{m3} = 11.937$$

$$A_{m3} := \sqrt{B_{m3}^2 + C_{m3}^2} \quad A_{m3} = 23.873 \quad \psi_3 := \operatorname{atan}\left(\frac{C_{m3}}{B_{m3}}\right) \cdot \frac{180}{\pi} \quad \psi_3 = -30$$

Нахождение коэффициентов для 5-ой гармоники

$$B_{m5} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} E_m \cdot \sin(x) \cdot \sin(x \cdot 5) d(x) \quad B_{m5} = 6.892$$

$$C_{m5} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} E_m \cdot \sin(x) \cdot \cos(x \cdot 5) d(x) \quad C_{m5} = 11.937$$

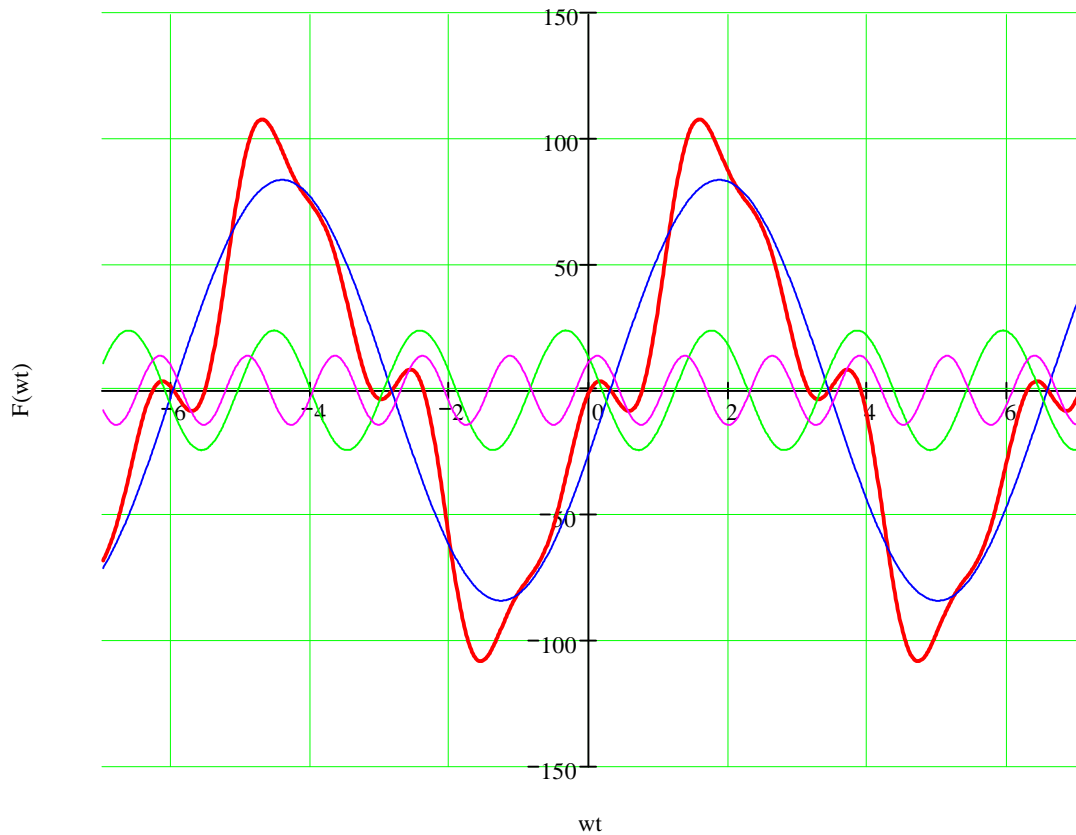
$$A_{m5} := \sqrt{B_{m5}^2 + C_{m5}^2} \quad A_{m5} = 13.783 \quad \psi_5 := \operatorname{atan}\left(\frac{C_{m5}}{B_{m5}}\right) \cdot \frac{180}{\pi} \quad \psi_5 = 60$$

Искомое разложение функции можно представить в виде:

$$F(\omega t) := A_{m1} \cdot \sin(\omega t + \psi_1) + A_{m3} \cdot \sin(\omega t + \psi_3) + A_{m5} \cdot \sin(\omega t + \psi_5)$$

$$F(\omega t) = 83.917 \cdot \sin(\omega t - 16.528) + 23.873 \cdot \sin(3\omega t - 30) + 13.783 \cdot \sin(5\omega t + 60)$$

## Графики составляющих и суммарной ЭДС



Временные графики 1-ой, 3-ей, 5-ой гармоник ЭДС и их суммарная кривая

Нахождение мгновенных значений токов всех ветвей заданной схемы.

Выполнив разложение периодической несинусоидальной ЭДС в ряд Фурье, заменяем её приближенно суммой нескольких составляющих.

Обозначим реактивные сопротивления цепи для К-ой гармоники:

$$X_C := \frac{1}{\omega \cdot C \cdot k \cdot 10^{-6}} \quad X_L := \omega \cdot L \cdot k \cdot 10^{-3}$$

Расчет токов, обусловленных каждой из составляющих ЭДС, выполним в комплексной форме. Комплексное сопротивление цепи для К-ой гармоники равно:

$$Z_k = i \cdot X_L \cdot k + R + \frac{R \cdot (-i \cdot X_C \cdot k + R)}{R + (-i \cdot X_C \cdot k + R)}$$

Для основной гармоники ЭДС (K=1):

$$E_1 := \frac{Am_1}{\sqrt{2}} \cdot e^{i \cdot \psi_1} \quad E_1 = -40.477 + 43.39i \quad F(E_1) = (59.339 \quad 133.011)$$

Комплексное сопротивление цепи для 1-ой гармоники равно:

$$Z_1 := i \cdot X_L + R + \frac{R \cdot (-i \cdot X_C + R)}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad Z_1 = 56.029 + 1.382i$$

За законом Ома находим ток I1:

$$I_{1_1} := \frac{E_1}{Z_1} \quad I_{1_1} = -0.703 + 0.792i \quad F(I_{1_1}) = (1.059 \quad 131.597)$$

Остальные токи находим за формулами чужого сопротивления:

$$I_{2_1} := I_{1_1} \cdot \frac{-i \cdot X_C + R}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{2_1} = -0.435 + 0.842i \quad F(I_{2_1}) = (0.948 \quad 117.333)$$

$$I_{3_1} := I_{1_1} \cdot \frac{R}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{3_1} = -0.268 - 0.05i \quad F(I_{3_1}) = (0.272 \quad -169.366)$$

Для третьей гармоники ЭДС(K=3):

$$E_3 := \frac{Am_3}{\sqrt{2}} \cdot e^{i \cdot \psi_3} \quad E_3 = 2.604 + 16.679i \quad F(E_3) = (16.881 \quad 81.127)$$

Комплексное сопротивление цепи для 3-ой гармоники равно:

$$Z_3 := i \cdot X_L + R + \frac{R \cdot (-i \cdot X_C + R)}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad Z_3 = 48.538 + 17.632i$$

За законом Ома находим ток I1:

$$I_{1_3} := \frac{E_3}{Z_3} \quad I_{1_3} = 0.158 + 0.286i \quad F(I_{1_3}) = (0.327 \quad 61.162)$$

Остальные токи находим за формулами чужого сопротивления:

$$I_{2_3} := I_{1_3} \cdot \frac{-i \cdot X_C + R}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{2_3} = 0.158 + 0.143i \quad F(I_{2_3}) = (0.214 \quad 42.204)$$

$$I_{3_3} := I_{1_3} \cdot \frac{R}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{3_3} = -5.409 \times 10^{-4} + 0.143i \quad F(I_{3_3}) = (0.143 \quad 90.217)$$

Для пятой гармоники ЭДС(K=5):

$$E_5 := \frac{Am_3}{\sqrt{2}} \cdot e^{i \cdot \psi_5} \quad E_5 = -16.078 - 5.145i \quad F(E_5) = (16.881 \quad -162.253)$$

Комплексное сопротивление цепи для 3-ой гармоники равно:

$$Z_5 := i \cdot X_L + R + \frac{R \cdot (-i \cdot X_C + R)}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad Z_5 = 46.5 + 35.5i$$

За законом Ома находим ток I1:

$$I_{1_5} := \frac{E_5}{Z_5} \quad I_{1_5} = -0.272 + 0.097i \quad F(I_{1_5}) = (0.289 \quad 160.387)$$

Остальные токи находим за формулами чужого сопротивления:

$$I_{2_5} := I_{1_5} \cdot \frac{-i \cdot X_C + R}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{2_5} = -0.135 + 0.094i \quad F(I_{2_5}) = (0.165 \quad 145.132)$$

$$I_{3_5} := I_{1_5} \cdot \frac{R}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{3_5} = -0.137 + 2.814i \times 10^{-3} \quad F(I_{3_5}) = (0.137 \quad 178.822)$$

Мгновенные значения токов ветвей:

$$i_2 = 1.059 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 131.597) + 0.327 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(3 \cdot \omega t + 61.162) + 0.289 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(5 \cdot \omega t + 160.387)$$

$$i_2 = 0.948 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 117.333) + 0.214 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(3 \cdot \omega t + 42.204) + 0.165 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(5 \cdot \omega t + 145.132)$$

$$i_3 = 0.272 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 169.366) + 0.143 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(3 \cdot \omega t + 90.217) + 0.137 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(5 \cdot \omega t + 178.822)$$

Определение показаний амперметров электромагнитной системы, включенных в цепь.

$$\Gamma_1 := \sqrt{\left(|I_{11}|\right)^2 + \left(|I_{13}|\right)^2 + \left(|I_{15}|\right)^2} \quad \Gamma_1 = 1.145$$

$$\Gamma_2 := \sqrt{\left(|I_{21}|\right)^2 + \left(|I_{23}|\right)^2 + \left(|I_{25}|\right)^2} \quad \Gamma_2 = 0.985$$

$$\Gamma_3 := \sqrt{\left(|I_{31}|\right)^2 + \left(|I_{33}|\right)^2 + \left(|I_{35}|\right)^2} \quad \Gamma_3 = 0.337$$

Вычисление мощности Р, Q, S, Т и коэффициента мощности источника. Баланс активных мощностей цепи.

Активная мощность источника (на входе цепи):

$$P := |E_1| \cdot |I_{11}| \cdot \cos\left(\arg(I_{11}) - \arg(E_1)\right) + |E_3| \cdot |I_{13}| \cdot \cos\left(\arg(I_{13}) - \arg(E_3)\right)$$

$$P := P + |E_5| \cdot |I_{15}| \cdot \cos\left(\arg(I_{15}) - \arg(E_5)\right) \quad P = 71.863$$

Реактивная мощность источника:

$$Q := |E_1| \cdot |I_{11}| \cdot \sin\left[-\left(\arg(I_{11}) - \arg(E_1)\right)\right] + |E_3| \cdot |I_{13}| \cdot \sin\left[-\left(\arg(I_{13}) - \arg(E_3)\right)\right]$$

$$Q := Q + |E_5| \cdot |I_{15}| \cdot \sin\left[-\left(\arg(I_{15}) - \arg(E_5)\right)\right] \quad Q = 6.389$$

Полная мощность источника:

$$E := \sqrt{\left(|E_1|\right)^2 + \left(|E_3|\right)^2 + \left(|E_5|\right)^2} \quad S := E \cdot \Gamma_1 \quad S = 73.236$$

Мощность искажения на входе цепи:

$$T := \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} \quad T = 12.583$$

Мощность, поступающая в активные сопротивления цепи:

$$P_a := \Gamma_1^2 \cdot R + \Gamma_2^2 \cdot R + \Gamma_3^2 \cdot R \quad P_a = 71.863$$

Считем заданную схему одной из фаз симметричной трехфазной цепи при соединении генератора и нагрузки звездой с нулевым проводом.

Выражения мгновенных значений ЭДС во всех фазах трехфазного источника (принимая заданную ЭДС в качестве ЭДС фазы А).

В симметричных трёхфазных электрических цепях кривые напряжения (тока) во второй и третьей фазах аналогичны кривой напряжения (тока) первой фазы со сдвигом на треть периода:

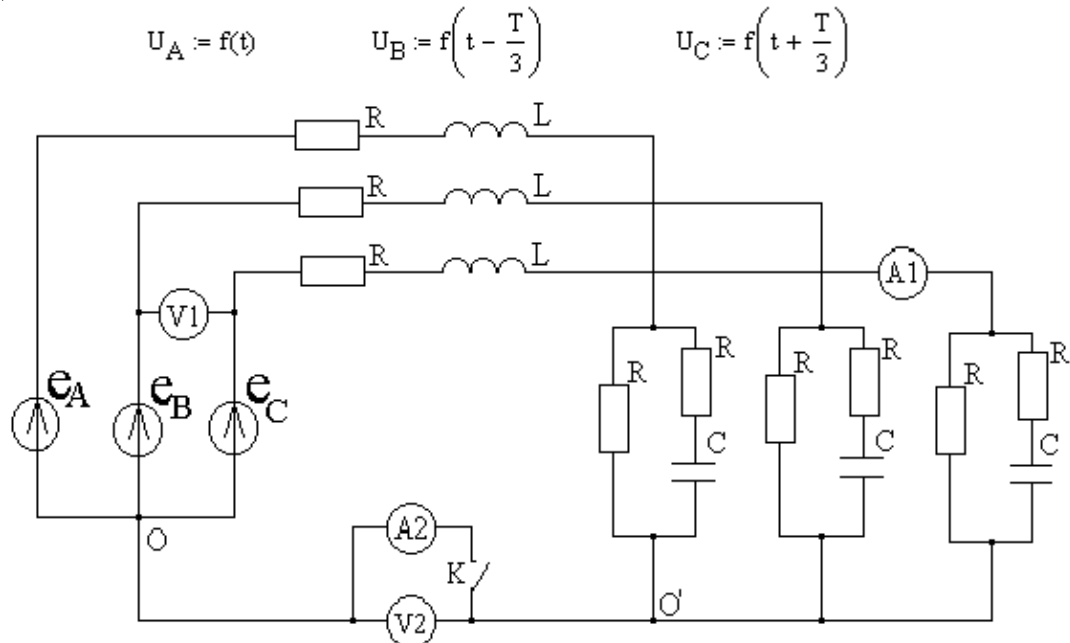


Схема трехфазной цепи

$$e_A = 83.917 \cdot \sin(\omega t - 16.528) + 23.873 \cdot \sin(3 \cdot \omega t + 30) + 13.783 \cdot \sin(5 \cdot \omega t + 60)$$

$$e_B = 83.917 \cdot \sin(\omega t - 136.528) + 23.873 \cdot \sin(3 \cdot \omega t + 30) + 13.783 \cdot \sin(5 \cdot \omega t - 180)$$

$$e_C = 83.917 \cdot \sin(\omega t - 103.472) + 23.873 \cdot \sin(3 \cdot \omega t + 30) + 13.783 \cdot \sin(5 \cdot \omega t + 300)$$

Определение действующего значения линейного напряжения источника и тока в нейтральном проводе.

Действующее значение линейного напряжения источника (показание вольтметра V1):

$$U_L := \sqrt{3} \cdot \sqrt{(|E_1|)^2 + (|E_5|)^2} \quad U_L = 106.855$$

Действующее значение тока в линейном проводе (показания амперметра A2 при замкнутом ключе K):

$$I_N := 3 \cdot \sqrt{(|I_{13}|)^2} \quad I_N = 0.981$$

Определение действующего значения напряжения между нейтральными точками генератора и приемника и токов в линейных проводах при обрыве нейтрального провода.

Действующее значение напряжения между нейтральными точками генератора O и приемника O' при размыкании ключа K (показания вольтметра V2):

$$U_N := |E_3| \quad U_N = 16.881$$

Действующее значение токов в линейных проводах при обрыве нейтрального провода (показание амперметра A1):

$$I_1 := \sqrt{(|I_{11}|)^2 + (|I_{15}|)^2} \quad I_1 = 1.097$$