

Министерство образования и науки Украины
Национальный технический университет Украины
“Киевский Политехнический Институт”
Кафедра ТОЭ

Расчетно-графическая работа

“Расчёт цепей постоянного тока”

Вариант № 458

Выполнил: _____

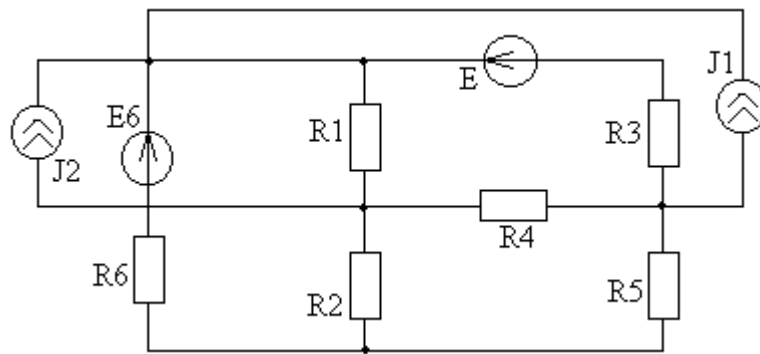
Проверил: _____

Киев 2006

Задание:

1. Найти токи в ветках данной электрической цепи методом узловых потенциалов и контурных токов. Проверить расчёт цепи при помощи законов Кирхгофа для каждого узла и независимого контура. Сложить и проверить уравнение баланса мощностей.
2. Построить потенциальную диаграмму для контура данной цепи.
3. Найти токи в ветках с источниками напряжения данной цепи методом эквивалентного генератора.
4. Найти токи в ветках методом наложения. Проверить расчеты цепи за законами Кирхгофа.

$$\begin{array}{llllll} R_1 := 40 & R_2 := 50 & R_3 := 5 & R_4 := 10 & R_5 := 20 & R_6 := 0 \\ E := 100 & E_6 := 50 & J_1 := 10 & J_2 := 15 & & \end{array}$$



Метод контурных токов

За вторым законом Кирхгофа составляем систему уравнений. Решая полученную систему уравнений, находим контурные токи.

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_6) - I_{K2} \cdot R_1 - I_{K3} \cdot R_2 + J_2 \cdot R_1 = E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_1 + I_{K2} \cdot (R_1 + R_3 + R_4) - I_{K3} \cdot R_4 - J_2 \cdot R_1 + J_1 \cdot R_3 = -E$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_4 + R_5) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -8.589 \quad I_{K2} = 0.982 \quad I_{K3} = -5.245$$

Токи ветвей схемы равны:

$$I_1 := J_2 + I_{K1} - I_{K2} \quad I_1 = 5.429$$

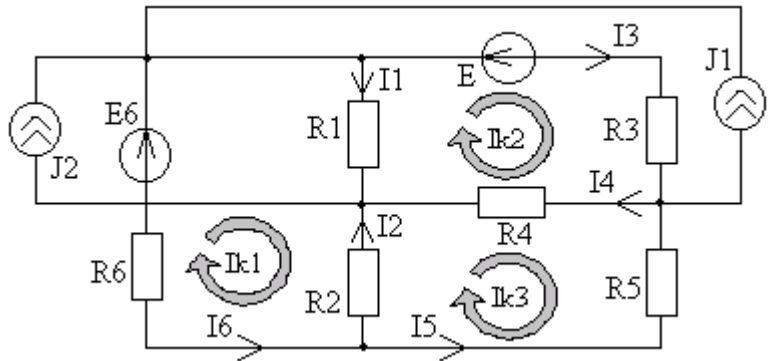
$$I_2 := I_{K3} - I_{K1} \quad I_2 = 3.344$$

$$I_3 := J_1 + I_{K2} \quad I_3 = 10.982$$

$$I_4 := I_{K2} - I_{K3} \quad I_4 = 6.227$$

$$I_5 := -I_{K3} \quad I_5 = 5.245$$

$$I_6 := -I_{K1} \quad I_6 = 8.589$$



Метод узловых потенциалов

Примем потенциал точки 1 равным 0: $\phi_1 := 0 \quad \phi_3 := \phi_1 + E_6 \quad \phi_3 = 50$

Найдем узловые и межузловые проводимости и узловые токи:

$$G_{22} := \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} \quad G_{22} = 0.145$$

$$G_{44} := \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \quad G_{44} = 0.35$$

$$G_{21} := \frac{1}{R_2} \quad G_{21} = 0.02$$

$$G_{23} := \frac{1}{R_1} \quad G_{23} = 0.025$$

$$G_{24} := \frac{1}{R_4} \quad G_{24} = 0.1$$

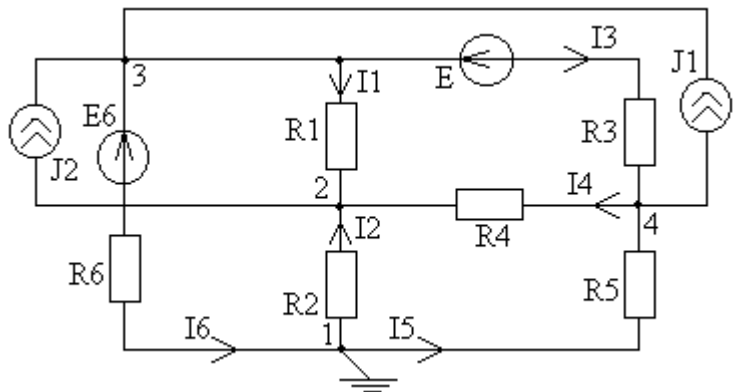
$$G_{41} := \frac{1}{R_5} \quad G_{41} = 0.05$$

$$G_{42} := G_{24} \quad G_{42} = 0.1$$

$$G_{43} := \frac{1}{R_3} \quad G_{43} = 0.2$$

$$J_{B2} := -J_2 \quad J_{B2} = -15$$

$$J_{B4} := -\frac{E}{R_3} - J_1 \quad J_{B4} = -30$$



Подставив найденные значения проводимостей и узловых токов в расчетную систему уравнений и найдем искомые потенциалы узлов 2, 3 и 4:

$$\phi_2 := 1 \quad \phi_4 := 1$$

Given

$$-G_{21} \cdot \phi_1 + G_{22} \cdot \phi_2 - G_{23} \cdot \phi_3 - G_{24} \cdot \phi_4 = J_{B2}$$

$$-G_{41} \cdot \phi_1 - G_{42} \cdot \phi_2 - G_{43} \cdot \phi_3 + G_{44} \cdot \phi_4 = J_{B4}$$

$$\begin{pmatrix} \phi_2 \\ \phi_4 \end{pmatrix} := \text{Find}(\phi_2, \phi_4)$$

$$\phi_1 = 0 \quad \phi_2 = -167.178 \quad \phi_3 = 50 \quad \phi_4 = -104.908$$

Токи ветвей схемы находим за законом Ома:

$$I_1 := \frac{\phi_3 - \phi_2}{R_1} \quad I_1 = 5.429$$

$$I_2 := \frac{\phi_1 - \phi_2}{R_2} \quad I_2 = 3.344$$

$$I_3 := \frac{\phi_3 - \phi_4 - E}{R_3} \quad I_3 = 10.982$$

$$I_4 := \frac{\phi_4 - \phi_2}{R_4} \quad I_4 = 6.227$$

$$I_5 := \frac{\phi_1 - \phi_4}{R_5} \quad I_5 = 5.245$$

$$I_6 := I_2 + I_5 \quad I_6 = 8.589$$

Проверка:

За 1-м законом Кирхгофа:

$$-I_6 + I_2 + I_5 = 0$$

$$I_4 - I_5 - I_3 + J_1 = -8.527 \times 10^{-14}$$

$$I_1 + I_4 + I_2 - J_2 = 2.842 \times 10^{-14}$$

$$-I_6 - I_1 - I_3 + J_1 + J_2 = -1.172 \times 10^{-13}$$

За 2-м законом Кирхгофа:

$$E_6 - E = -50$$

$$I_3 \cdot R_3 - I_5 \cdot R_5 = -50$$

$$I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2 = 50$$

$$E_6 = 50$$

$$I_4 \cdot R_4 + I_5 \cdot R_5 - I_2 \cdot R_2 = 0$$

$$I_1 \cdot R_1 - I_4 \cdot R_4 - I_3 \cdot R_3 = 100$$

$$E = 100$$

Баланс мощностей:

$$-E \cdot I_3 - E_6 \cdot I_6 + J_2 \cdot (I_1 \cdot R_1) + J_1 \cdot (I_3 \cdot R_3 + E) = 3.279 \times 10^3$$

$$I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6 = 3.279 \times 10^3$$

$$\phi_1 = 0$$

$$\phi_3 := \phi_1 + E_6$$

$$\phi_3 = 50$$

$$\phi_6 := \phi_3 - E$$

$$\phi_6 = -50$$

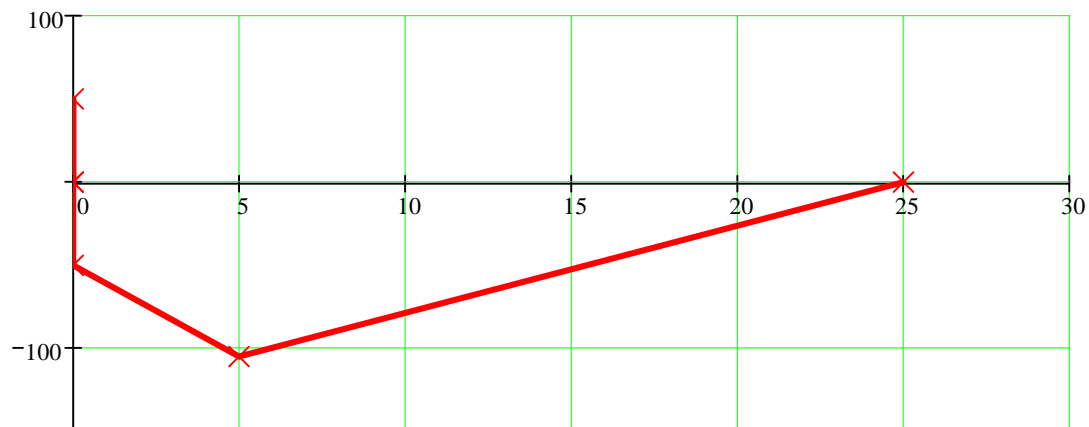
$$\phi_4 := \phi_6 - I_3 \cdot R_3$$

$$\phi_4 = -104.908$$

$$\phi_1 := \phi_4 + I_5 \cdot R_5$$

$$\phi_1 = 0$$

Потенциальная диаграмма



Метод эквивалентного генератора

1) Вырезавши из выходной схемы ветку с сопротивлением R_3 и источником питания E , получаем схему. В выходной схеме ток I_3 направленный от узла 3 к узлу 4, такое же направление выберем и для напряжения холостого хода U_{1x} .

Для нахождения напряжения U_{1x} сначала надо найти токи в ветвях с сопротивлениями R_1 и R_4 . Для этого воспользуемся методом контурных токов:

$$I_{K1} := 1$$

$$I_{K2} := 1$$

Given

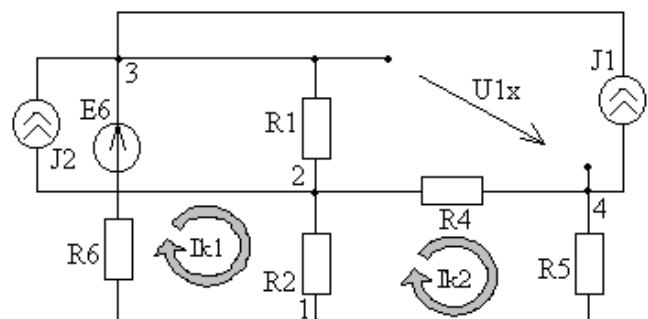
$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_6) - I_{K2} \cdot R_2 + (J_2 + J_1) \cdot R_1 = E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_5) + J_1 \cdot R_4 = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2})$$

$$I_{K1} = -17.234$$

$$I_{K2} = -12.021$$



Искомое напряжение холостого

хода равно:

$$U_{1X} := I_{K1} \cdot R_1 + I_{K2} \cdot R_4 + (J_2 + J_1) \cdot R_1 + J_1 \cdot R_4$$

$$U_{1X} = 290.426$$

Эквивалентное сопротивление
цепи равно:

$$R_{42} := \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4 + R_5}$$

$$R_{54} := \frac{R_5 \cdot R_4}{R_2 + R_4 + R_5}$$

$$R_{25} := \frac{R_2 \cdot R_5}{R_2 + R_4 + R_5}$$

$$R_{42} = 6.25$$

$$R_{54} = 2.5$$

$$R_{25} = 12.5$$

$$R_E := \frac{(R_1 + R_{42}) \cdot (R_6 + R_{25})}{R_1 + R_{42} + R_6 + R_{25}} + R_{54}$$

Искомый ток, вырезанной ветки, равен:

$$I_3 := \frac{-E + U_{1X}}{R_E + R_3}$$

$$I_3 = 10.982$$

Метод наложения

В цепи действует только E1:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_6) - I_{K2} \cdot R_1 - I_{K3} \cdot R_2 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_1 + I_{K2} \cdot (R_1 + R_3 + R_4) - I_{K3} \cdot R_4 = -E$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_4 + R_5) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -4.54 \quad I_{K2} = -5.767 \quad I_{K3} = -3.558$$

Токи ветвей схемы равны:

$$I_{1E} := I_{K1} - I_{K2} \quad I_{1E} = 1.227$$

$$I_{2E} := I_{K3} - I_{K1} \quad I_{2E} = 0.982$$

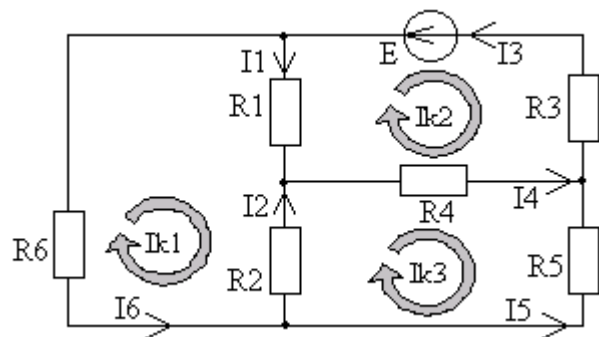
$$I_{3E} := -I_{K2} \quad I_{3E} = 5.767$$

$$I_{4E} := I_{K3} - I_{K2} \quad I_{4E} = 2.209$$

$$I_{5E} := -I_{K3} \quad I_{5E} = 3.558$$

$$I_{6E} := -I_{K1} \quad I_{6E} = 4.54$$

В цепи действует только E6:



$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_6) - I_{K2} \cdot R_1 - I_{K3} \cdot R_2 = E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_1 + I_{K2} \cdot (R_1 + R_3 + R_4) - I_{K3} \cdot R_4 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_4 + R_5) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = 2.638 \quad I_{K2} = 2.27 \quad I_{K3} = 1.933$$

Токи ветвей схемы равны:

$$I_{1E6} := I_{K1} - I_{K2} \quad I_{1E6} = 0.368$$

$$I_{2E6} := I_{K1} - I_{K3} \quad I_{2E6} = 0.706$$

$$I_{3E6} := I_{K2} \quad I_{3E6} = 2.27$$

$$I_{4E6} := I_{K2} - I_{K3} \quad I_{4E6} = 0.337$$

$$I_{5E6} := I_{K3} \quad I_{5E6} = 1.933$$

$$I_{6E6} := I_{K1} \quad I_{6E6} = 2.638$$

В цепи действует только J1:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_6) - I_{K2} \cdot R_1 - I_{K3} \cdot R_2 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_1 + I_{K2} \cdot (R_1 + R_3 + R_4) - I_{K3} \cdot R_4 + J_1 \cdot R_3 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_4 + R_5) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -2.27 \quad I_{K2} = -2.883 \quad I_{K3} = -1.779$$

Токи ветвей схемы равны:

$$I_{1J1} := I_{K1} - I_{K2} \quad I_{1J1} = 0.613$$

$$I_{2J1} := I_{K3} - I_{K1} \quad I_{2J1} = 0.491$$

$$I_{3J1} := I_{K2} + J_1 \quad I_{3J1} = 7.117$$

$$I_{4J1} := I_{K3} - I_{K2} \quad I_{4J1} = 1.104$$

$$I_{5J1} := -I_{K3} \quad I_{5J1} = 1.779$$

$$I_{6J1} := -I_{K1} \quad I_{6J1} = 2.27$$

В цепи действует только J2:

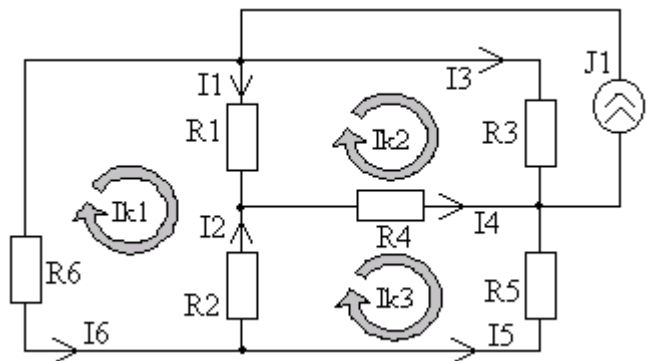
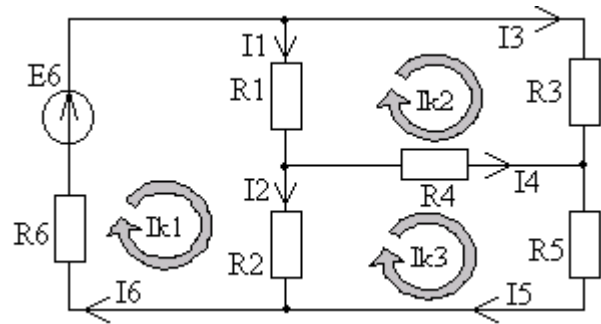
$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_6) - I_{K2} \cdot R_1 - I_{K3} \cdot R_2 + J_2 \cdot R_1 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_1 + I_{K2} \cdot (R_1 + R_3 + R_4) - I_{K3} \cdot R_4 - J_2 \cdot R_1 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_4 + R_5) = 0$$



$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -4.417 \quad I_{K2} = 7.362 \quad I_{K3} = -1.84$$

Токи ветвей схемы равны:

$$I_{1J2} := I_{K1} - I_{K2} + J2 \quad I_{1J2} = 3.221$$

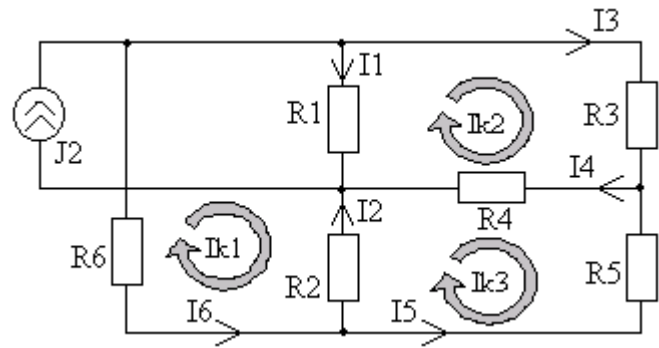
$$I_{2J2} := I_{K3} - I_{K1} \quad I_{2J2} = 2.577$$

$$I_{3J2} := I_{K2} \quad I_{3J2} = 7.362$$

$$I_{4J2} := I_{K2} - I_{K3} \quad I_{4J2} = 9.202$$

$$I_{5J2} := -I_{K3} \quad I_{5J2} = 1.84$$

$$I_{6J2} := -I_{K1} \quad I_{6J2} = 4.417$$



В основной цепи действуют токи:

$$I_1 := I_{1E} + I_{1E6} + I_{1J1} + I_{1J2} \quad I_1 = 5.429$$

$$I_2 := I_{2E} - I_{2E6} + I_{2J1} + I_{2J2} \quad I_2 = 3.344$$

$$I_3 := -I_{3E} + I_{3E6} + I_{3J1} + I_{3J2} \quad I_3 = 10.982$$

$$I_4 := -I_{4E} + I_{4E6} - I_{4J1} + I_{4J2} \quad I_4 = 6.227$$

$$I_5 := I_{5E} - I_{5E6} + I_{5J1} + I_{5J2} \quad I_5 = 5.245$$

$$I_6 := I_{6E} - I_{6E6} + I_{6J1} + I_{6J2} \quad I_6 = 8.589$$

$$I_1 = 5.429$$

$$I_2 = 3.344$$

$$I_3 = 10.982$$

$$I_4 = 6.227$$

$$I_5 = 5.245$$

$$I_6 = 8.589$$