Міністерство освіти України
Національний технічний університет України
“Київський політехнічний інститут”
Кафедра ТОЕ

Розрахунково-графічна робота

“Розрахунок перехідних процесів у лінійних колах“
Варіант № 401

Виконав: ________________
____
____
____

Перевірив: ________________

Київ 2007

Умова задання

1. В колі з джерелом постійної ЕДС необхідно:

1) класичним методом розрахзувати напруги на реактивних елементах та струми перехідного процесу;

2) розрахувати струм в колі з джерелом ЕДС Е1 та напругу на реактивному елементі операторним методом;

3) побудувати в одному часовому масштабі діаграми струму та напруги на реактивних елементах.

2. Дослідити, яким повинен бути активний опір у вітці з джерелом Е1, щоб перехідний процес проходив в граничному режимі.

3. Визначити струми в вітках та напруги на реактивних елементах в момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійних ЕДС Е1і Е2 в колі діють синусоїдні джерела.

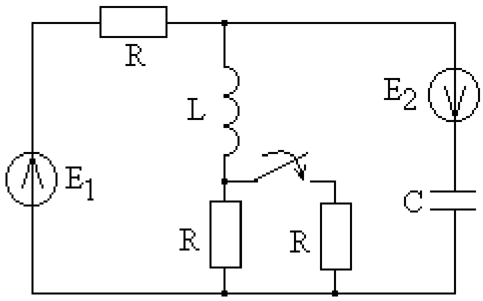
3. В післякомутаційній схемі закоротити джерело ЕДС Е2.

а) виключити катушку індуктивності чи ємність, замінивши останню опором R;

б) вважаючи, що замість ждерела постійної ЕДС Е1 до отриманного кола подається напруга, форма якої показана на малюнку;

в) розрахувати вхідний струм та напругу на реактивном елементі методом інтеграла Дюамеля при періоді Т, заданому в долях від τ;

г) побудувати в одному часовому масштабі діаграми напруги на вході, вхідного струму і напруги на реактивних елементі.



Основна схема

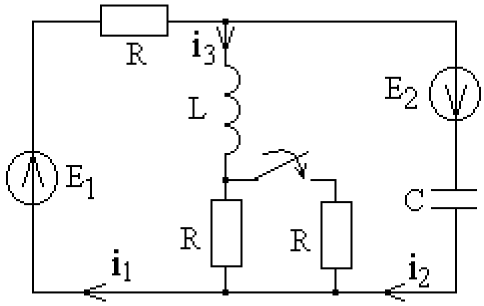
Вхідні данні:

$L := 0.15$ Гн $C := 700\cdot10^{-6}$ Ф $R := 50$ Ом

$E_1 := 100$ В $E_2 := 80$ В $\psi := 30\cdot deg$ C^0 $\omega := 100$ c^{-1}

Класичний метод

Оберемо додатній напрямок струмів у вітках схеми:



Знайдемо значення струмів та напруг безпосередньо до комутації:

Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \frac{E_1}{2 \cdot R}$ $\quad i_{3дк} := i_{1дк} \quad i_{3дк} = 1$

$i_{2дк} := 0$ $\quad u_{Lдк} := 0$

$u_{Cдк} := E_1 + E_2 - i_{1дк} \cdot R$ $\quad u_{Cдк} = 130$

Усталений режим після комутації: $t = \infty$

$R' := 0.5 \cdot R$

$i'_1 := \frac{E_1}{R + R'}$ $\quad i'_3 := i'_1 \quad i'_3 = 1.333$

$i'_2 := 0$ $\quad u'_L := 0$

$u'_C := E_1 + E_2 - i'_1 \cdot R$ $\quad u'_C = 113.333$

Незалежні початкові умови

$i_{30} := i_{3дк}$ $\quad i_{30} = 1$

$u_{C0} := u_{Cдк}$ $\quad u_{C0} = 130$

Залежні початкові умови

Given

$i_{10} = i_{20} + i_{30}$

$E_1 = u_{L0} + i_{30} \cdot R' + i_{10} \cdot R$

$E_2 = -i_{30} \cdot R' + u_{C0} - u_{L0}$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{10}, i_{20}, u_{L0}) \text{ float}, 7 \rightarrow \begin{pmatrix} 1. \\ 0 \\ 25. \end{pmatrix}$$

$i_{10} = 1$ $\quad i_{20} = 0$ $\quad u_{L0} = 25$

Незалежні початкові умови

$di_{30} := \frac{u_{L0}}{L}$ $\quad di_{30} = 166.667$

$du_{C0} := \frac{i_{20}}{C}$ $\quad du_{C0} = 0$

Залежні початкові умови

Given

$di_{10} = di_{20} + di_{30}$

$0 = du_{L0} + di_{30} \cdot R' + di_{10} \cdot R$

$0 = -di_{30} \cdot R' + du_{C0} - du_{L0}$

$$\begin{pmatrix} di_{10} \\ di_{20} \\ du_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(di_{10}, di_{30}, du_{L0})$$

$di_{10} = 0$ $\quad di_{20} = -1$ $\quad du_{L0} = 25$

Вільний режим після комутайії: $t = 0$

Складемо характерестичне рівняння схеми

$$Z(p) := \frac{\frac{1}{p \cdot C} \cdot (R' + p \cdot L)}{R' + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}} + R \qquad Z(p) := \frac{\frac{1}{p \cdot C} \cdot (R' + p \cdot L) + \left(R' + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot R}{R' + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}}$$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := \frac{1}{p \cdot C} \cdot (R' + p \cdot L) + \left(R' + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot R \ \left| \begin{matrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{matrix} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -97.619 - 68.965 \cdot i \\ -97.619 + 68.965 \cdot i \end{pmatrix}$$

Одже корні характеристичного рівняння мають вигляд:

$p_1 = -97.619 - 68.965i$ $\quad p_2 = -97.619 + 68.965i$

Коефіцієнт затухання та кутова частота вільних коливань:

$\delta := \left|\mathrm{Re}(p_1)\right|$ $\quad \delta = 97.619$ $\quad \omega_0 := \left|\mathrm{Im}(p_2)\right|$ $\quad \omega_0 = 68.965$

Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$i''_1(t) = A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_1)$

$i''_2(t) = B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_2)$

$i''_3(t) = C \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_3)$

$u''_C(t) = D \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_C)$

$u''_L(t) = F \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_L)$

Визначення сталих інтегрування:

Для струму i1(t):

Given

$i_{10} - i'_1 = A \cdot \sin(v_1)$

$di_{10} = -A \cdot \delta \cdot \sin(v_1) + A \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_1)$

$$\begin{pmatrix} A \\ v_1 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(A, v_1) \ \text{float}, 5 \ \rightarrow \begin{pmatrix} .57770 & -.57770 \\ -2.5265 & .61506 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$A = 0.578$ $\quad v_1 = -2.526$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$i''_1(t) := A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_1)$ float, 5 $\rightarrow .57770 \cdot \exp(-97.619 \cdot t) \cdot \sin(68.965 \cdot t - 2.5265)$

$i_1(t) := i'_1 + i''_1(t)$ float, 4 $\rightarrow 1.333 + .5777 \cdot \exp(-97.62 \cdot t) \cdot \sin(68.97 \cdot t - 2.527)$

Для струму i2(t):

$i_{20} - i'_2 = B\cdot\sin(v_2)$

$di_{20} = -B\cdot\delta\cdot\sin(v_2) + B\cdot\omega_0\cdot\cos(v_2)$

$\begin{pmatrix} B \\ v_2 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(B, v_2)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow \begin{pmatrix} -1.4500\cdot 10^{-2} & 1.4500\cdot 10^{-2} \\ 0 & 3.1416 \end{pmatrix}$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$B = -0.015 \qquad v_2 = 0$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$i''_2(t) := B\cdot e^{-\delta\cdot t}\cdot\sin(\omega_0\cdot t + v_2)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow -1.4500\cdot 10^{-2}\cdot\exp(-97.619\cdot t)\cdot\sin(68.965\cdot t)$

$i_2(t) := i'_2 + i''_2(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow -1.450\cdot 10^{-2}\cdot\exp(-97.62\cdot t)\cdot\sin(68.97\cdot t)$

Для струму i3(t):

$i_{30} - i'_3 = C\cdot\sin(v_3)$

$di_{30} = -C\cdot\delta\cdot\sin(v_3) + C\cdot\omega_0\cdot\cos(v_3)$

$\begin{pmatrix} C \\ v_3 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(C, v_3)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow \begin{pmatrix} -1.9732 & 1.9732 \\ 2.9718 & -.16974 \end{pmatrix}$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$C = -1.973 \qquad v_3 = 2.972$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$i''_3(t) := C\cdot e^{-\delta\cdot t}\cdot\sin(\omega_0\cdot t + v_3)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow -1.9732\cdot\exp(-97.619\cdot t)\cdot\sin(68.965\cdot t + 2.9718)$

$i_3(t) := i'_3 + i''_3(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow 1.333 - 1.973\cdot\exp(-97.62\cdot t)\cdot\sin(68.97\cdot t + 2.972)$

Для напруги Uc(t):

$u_{C0} - u'_C = D\cdot\sin(v_C)$

$du_{C0} = -D\cdot\delta\cdot\sin(v_C) + D\cdot\omega_0\cdot\cos(v_C)$

$\begin{pmatrix} D \\ v_C \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(D, v_C)\ \left|\begin{matrix} \mathrm{float}, 5 \\ \mathrm{complex} \end{matrix}\right. \rightarrow \begin{pmatrix} -28.885 & 28.885 \\ -2.5265 & .61506 \end{pmatrix}$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$D = -28.885 \qquad v_C = -2.526$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$u''_C(t) := D\cdot e^{-\delta\cdot t}\cdot\sin(\omega_0\cdot t + v_C)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow -28.885\cdot\exp(-97.619\cdot t)\cdot\sin(68.965\cdot t - 2.5265)$

$u_C(t) := u'_C + u''_C(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow 113.3 - 28.89\cdot\exp(-97.62\cdot t)\cdot\sin(68.97\cdot t - 2.527)$

Для напруги Ul(t):

$u_{L0} - u'_L = F\cdot\sin(v_L)$

$du_{L0} = -F\cdot\delta\cdot\sin(v_L) + F\cdot\omega_0\cdot\cos(v_L)$

$\begin{pmatrix} F \\ v_L \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(F, v_L)\ \left|\begin{matrix} \mathrm{float}, 5 \\ \mathrm{complex} \end{matrix}\right. \rightarrow \begin{pmatrix} -43.624 & 43.624 \\ -2.5313 & .61026 \end{pmatrix}$

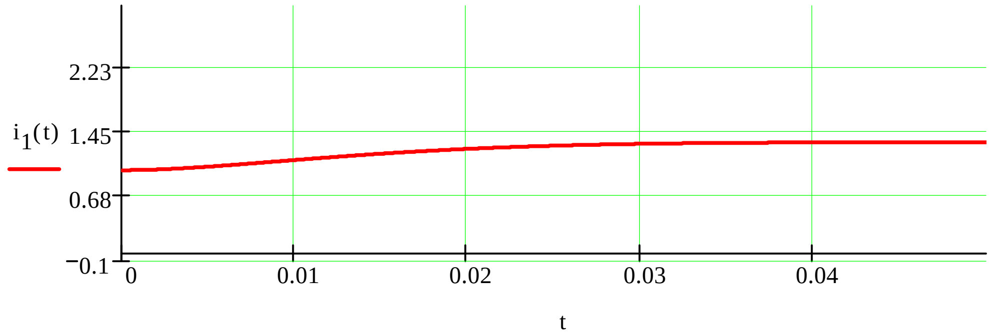
Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$F = -43.624 \qquad v_L = -2.531$

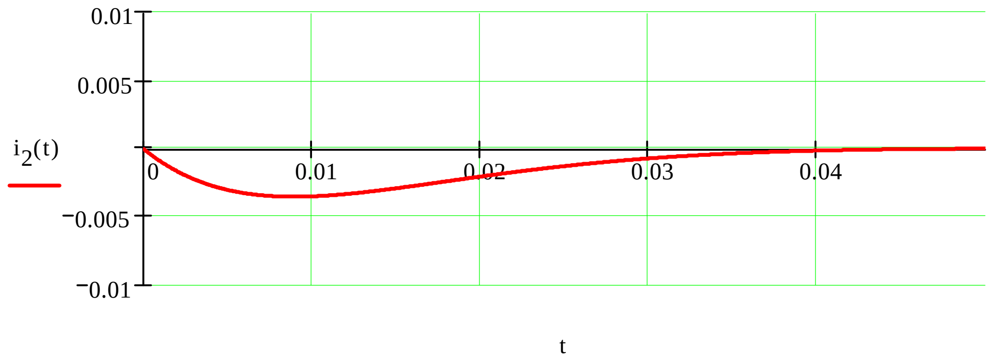
Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$u''_L(t) := F\cdot e^{-\delta\cdot t}\cdot\sin(\omega_0\cdot t + v_L)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow -43.624\cdot\exp(-97.619\cdot t)\cdot\sin(68.965\cdot t - 2.5313)$

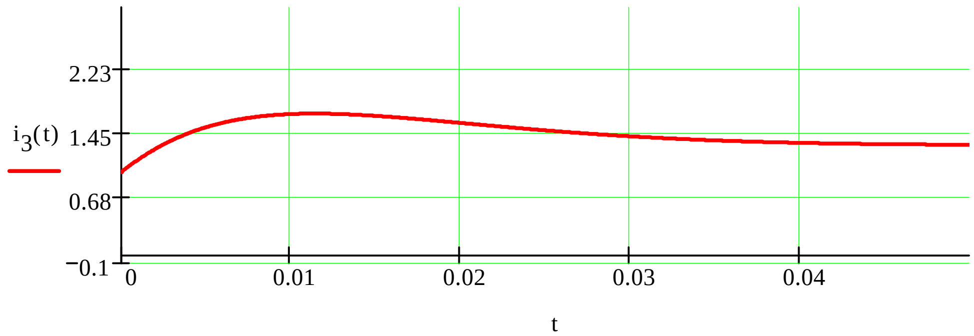
$u_L(t) := u'_L + u''_L(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow -43.62\cdot\exp(-97.62\cdot t)\cdot\sin(68.97\cdot t - 2.531)$



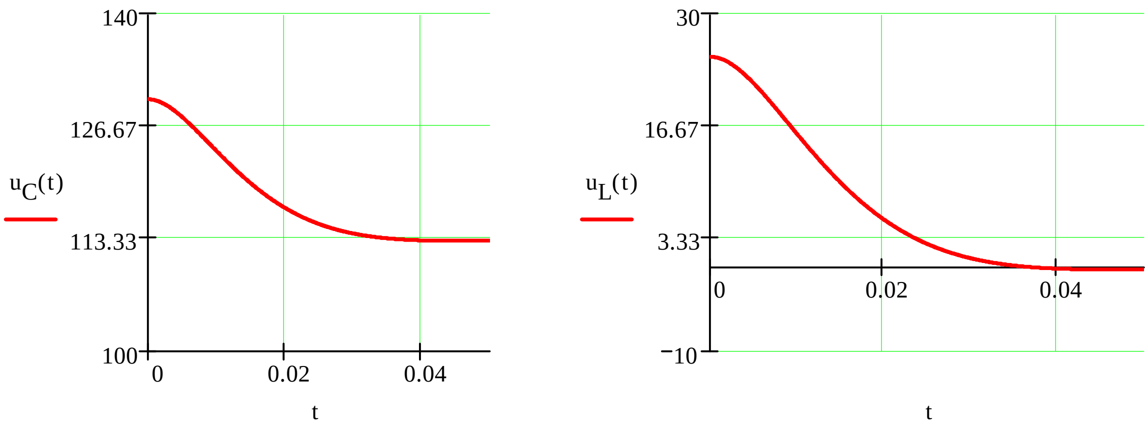
Графік перехідного струму i1(t).



Графік перехідного струму i2(t).

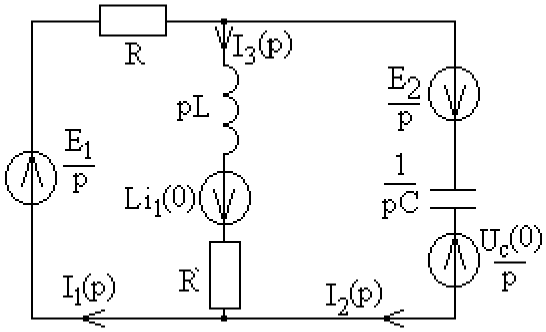


Графік перехідного струму i3(t).



Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

Операторний метод



Операторна схема

Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \frac{E_1}{2 \cdot R}$ $\quad i_{3дк} := i_{1дк} \quad i_{3дк} = 1$

$i_{2дк} := 0$ $\quad u_{Lдк} := 0$

$u_{Cдк} := E_1 + E_2 - i_{1дк} \cdot R$ $\quad u_{Cдк} = 130$

Початкові умови:

$i_{L0} := i_{3дк}$ $\quad i_{L0} = 1$

$u_{C0} = 130$

$$I_{k1}(p) \cdot (R + R' + p \cdot L) - I_{k2}(p) \cdot (R' + p \cdot L) = \frac{E_1}{p} + L \cdot i_{L0}$$

$$-I_{k1}(p) \cdot (R' + p \cdot L) + I_{k2}(p) \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + R'\right) = \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} - L \cdot i_{L0}$$

$$\Delta(p) := \left|\begin{bmatrix} R + R' + p \cdot L & -(R' + p \cdot L) \\ -(R' + p \cdot L) & \frac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + R' \end{bmatrix}\right| \qquad \Delta(p)\ \text{float}, 5\ \rightarrow \frac{\left(1.0714 \cdot 10^5 + 7.500 \cdot p^{2.} + 1464.3 \cdot p\right)}{p^{1.}}$$

$$\Delta_1(p) := \left|\begin{bmatrix} \frac{E_1}{p} + L \cdot i_{L0} & -(R' + p \cdot L) \\ \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} - L \cdot i_{L0} & \frac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + R' \end{bmatrix}\right| \qquad \Delta_1(p)\ \text{float}, 5\ \rightarrow \frac{\left(1.4286 \cdot 10^5 + 7.500 \cdot p^{2.} + 1464.3 \cdot p\right)}{p^{2.}}$$

$$\Delta_2(p) := \left|\begin{bmatrix} R + R' + p \cdot L & \frac{E_1}{p} + L \cdot i_{L0} \\ -(R' + p \cdot L) & \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} - L \cdot i_{L0} \end{bmatrix}\right| \qquad \Delta_2(p)\ \text{float}, 5\ \rightarrow \frac{-1250.0}{p^{1.}}$$

Контурні струми та напруга на конденсаторі будуть мати вигляд:

$$I_{k1}(p) := \frac{\Delta_1(p)}{\Delta(p)} \qquad I_1(p) := I_{k1}(p)\ \text{float},5\ \rightarrow \frac{\left(1.4286\cdot 10^5 + 7.500\cdot p^{2.} + 1464.3\cdot p\right)}{p^{1.}\cdot\left(1.0714\cdot 10^5 + 7.500\cdot p^{2.} + 1464.3\cdot p\right)^{1.}}$$

$$I_{k2}(p) := \frac{\Delta_2(p)}{\Delta(p)} \qquad I_2(p) := I_{k2}(p)\ \text{float},5\ \rightarrow \frac{-1250.0}{\left(1.0714\cdot 10^5 + 7.500\cdot p^{2.} + 1464.3\cdot p\right)^{1.}}$$

$$u_C(p) := \frac{u_{C0}}{p} + \frac{I_2(p)}{p\cdot C}\ \text{factor}\ \rightarrow \frac{10}{7}\cdot\frac{\left(84997400 + 6825\cdot p^2 + 1332513\cdot p\right)}{\left(1071400 + 75\cdot p^2 + 14643\cdot p\right)\cdot p}$$

$$u_L(p) := L\cdot p\cdot I_3(p) - L\cdot i_{3дк}\ \text{factor}\ \rightarrow 75\cdot\frac{(200 + 7\cdot p)}{\left(300000 + 4100\cdot p + 21\cdot p^2\right)}$$

Перейдемо тепер від зображення до функції часу за формулою розкладу:
Для струму I1(p):

$$N_1(p) := 1.4286\cdot 10^5 + 7.500\cdot p^{2.} + 1464.3\cdot p \qquad M_1(p) := p\cdot\left(1.0714\cdot 10^5 + 7.500\cdot p^{2.} + 1464.3\cdot p\right)$$

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_1(p)\ \left|\begin{matrix}\text{solve},p \\ \text{float},5\end{matrix}\right. \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -97.620 - 68.961\cdot i \\ -97.620 + 68.961\cdot i \end{pmatrix}$$

$$p_0 = 0 \qquad p_1 = -97.62 - 68.961i \qquad p_2 = -97.62 + 68.961i$$

$$N_1(p_0) = 1.429\times 10^5 \qquad N_1(p_1) = 2.647\times 10^5 + 35.07i \qquad N_1(p_2) = 3.572\times 10^4$$

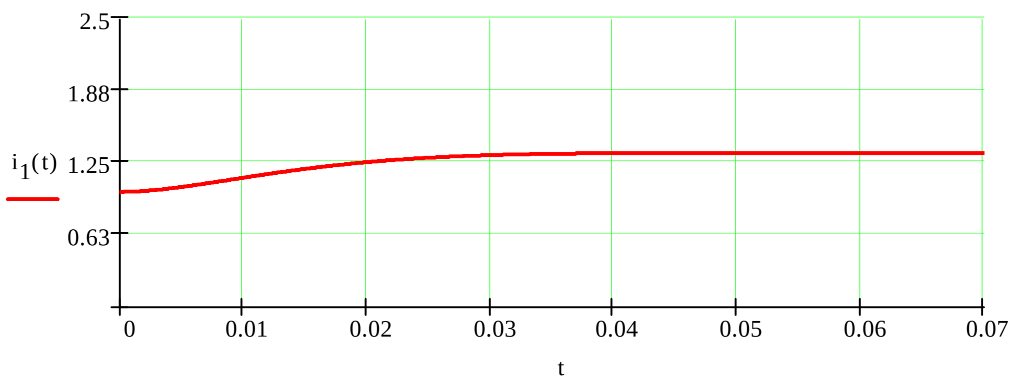
$$dM_1(p) := \frac{d}{dp}M_1(p)\ \left|\begin{matrix}\text{factor} \\ \text{float},5\end{matrix}\right. \rightarrow 1.0714\cdot 10^5 + 22.500\cdot p^{2.} + 2928.6\cdot p$$

$$dM_1(p_0) = 1.071\times 10^5 \quad dM_1(p_1) = -7.133\times 10^4 + 1.01i\times 10^5 \quad dM_1(p_2) = -7.133\times 10^4 - 1.01i\times 10^5$$

Отже струм як функція часу буде мати вигляд:

$$i_1(t) = \frac{N_1(p_0)}{dM_1(p_0)} + \frac{N_1(p_1)}{dM_1(p_1)}\cdot e^{p_1\cdot t} + \frac{N_1(p_2)}{dM_1(p_2)}\cdot e^{p_2\cdot t} \qquad i_1(0) = 1$$

$$i_1(t)\ \left|\begin{matrix}\text{float},5 \\ \text{complex}\end{matrix}\right. \rightarrow 1.333 + .5777\cdot\exp(-97.62\cdot t)\cdot\sin(68.97\cdot t - 2.527)$$



Графік перехідного струму i1(t).

Для напруги на конденсаторі Uc(p):

$$N_u(p) := \frac{10}{7}\cdot\left(84997400 + 6825\cdot p^2 + 1332513\cdot p\right) \qquad M_u(p) := p\cdot\left(1071400 + 75\cdot p^2 + 14643\cdot p\right)$$

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_u(p) \;\Big|\begin{matrix}\text{solve}, p \\ \text{float}, 5\end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -97.620 + 68.960\cdot i \\ -97.620 - 68.960\cdot i \end{pmatrix}$$

$$p_0 = 0 \qquad p_1 = -97.62 + 68.96i \qquad p_2 = -97.62 - 68.96i$$

$$N_u(p_0) = 1.214\times 10^8 \qquad N_u(p_1) = -1.786\times 10^7 \qquad N_u(p_2) = -1.786\times 10^7$$

$$dM_u(p) := \frac{d}{dp}M_u(p) \text{ factor } \rightarrow 1071400 + 225\cdot p^2 + 29286\cdot p$$

$$dM_u(p_0) = 1.071\times 10^6 \qquad dM_u(p_1) = -7.133\times 10^5 - 1.01i\times 10^6 \qquad dM_u(p_2) = -7.133\times 10^5 + 1.01i\times 10^6$$

Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$u_C(t) := \frac{N_u(p_0)}{dM_u(p_0)} + \frac{N_u(p_1)}{dM_u(p_1)}\cdot e^{p_1\cdot t} + \frac{N_u(p_2)}{dM_u(p_2)}\cdot e^{p_2\cdot t} \qquad u_C(0) = 129.998$$

$$u_C(t) \;\Big|\begin{matrix}\text{float}, 5 \\ \text{complex}\end{matrix} \rightarrow 113.33 + 16.6656\cdot \exp(-97.620\cdot t)\cdot\cos(68.960\cdot t) + 23.592\cdot\exp(-97.620\cdot t)\cdot\sin(68.960\cdot t)$$

Для напруги на індуктивності:

$$N_L(p) := 75(200 + 7\cdot p) \qquad M_L(p) := \left(300000 + 4100\cdot p + 21\cdot p^2\right)$$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_L(p) \;\Big|\begin{matrix}\text{solve}, p \\ \text{float}, 5\end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -97.619 + 68.966\cdot i \\ -97.619 - 68.966\cdot i \end{pmatrix} \qquad p_1 = -97.619 + 68.966i \qquad p_2 = -97.619 - 68.966i$$

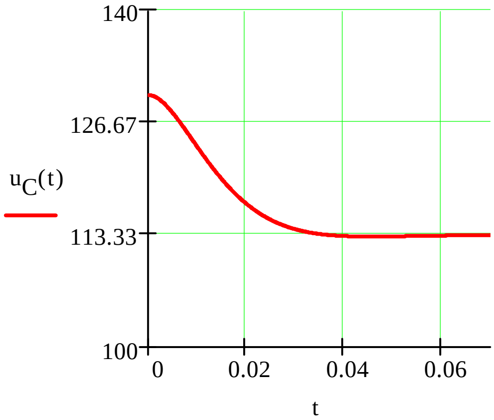
$$N_L(p_1) = -3.625\times 10^4 + 3.621i\times 10^4 \qquad N_L(p_2) = -3.625\times 10^4 - 3.621i\times 10^4$$

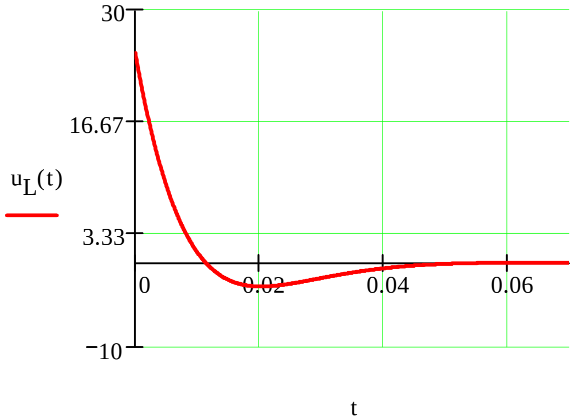
$$dM_L(p) := \frac{d}{dp}M_L(p) \text{ factor } \rightarrow 4100 + 42\cdot p$$

$$dM_L(p_1) = 2\times 10^{-3} + 2.897i\times 10^3 \qquad dM_L(p_2) = 2\times 10^{-3} - 2.897i\times 10^3$$

Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$u_L(t) := \frac{N_L(p_1)}{dM_L(p_1)}\cdot e^{p_1\cdot t} + \frac{N_L(p_2)}{dM_L(p_2)}\cdot e^{p_2\cdot t} \qquad u_L(0) = 25$$

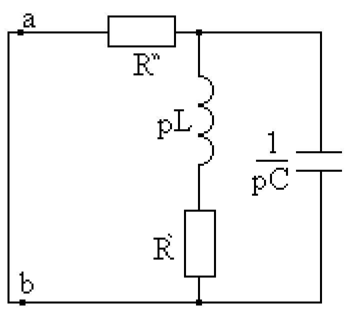




Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

Дослідити чому повинен дорівнювати активний опір вітки с джерелом ЕРС Е1 щоб аперіодичний процес переходив у коливальний

$$Z_{ab}(p) := R'' + \frac{(R' + p\cdot L)\cdot\frac{1}{p\cdot C}}{\frac{1}{p\cdot C} + p\cdot L + R'}$$



$$Z_{ab}(p) := \frac{\left(\frac{1}{p\cdot C} + p\cdot L + R'\right)\cdot R'' + (R' + p\cdot L)\cdot\frac{1}{p\cdot C}}{\frac{1}{p\cdot C} + p\cdot L + R'}$$

$$(R''\cdot L)\cdot p^2 + \left(R''\cdot R' + \frac{L}{C}\right)\cdot p + \left(\frac{R''}{C} + \frac{R'}{C}\right) = 0$$

$D = 0$

$$\left(R''\cdot R' + \frac{L}{C}\right)^2 - 4\cdot(R''\cdot L)\cdot\left(\frac{R''}{C} + \frac{R'}{C}\right) = 0$$

$$R' := \left(R''\cdot R' + \frac{L}{C}\right)^2 - 4\cdot(R''\cdot L)\cdot\left(\frac{R''}{C} + \frac{R'}{C}\right) \left|\begin{array}{l} \text{solve}, R'' \\ \text{float}, 5 \end{array}\right. \rightarrow \begin{pmatrix} -50.102 \\ 3.9480 \end{pmatrix}$$

$R'_{1,0} = 3.948$

Отже при такому значенні активного опору у вітці з джерелом напруги Е1 аперіодичний процес перейде в коливальний.

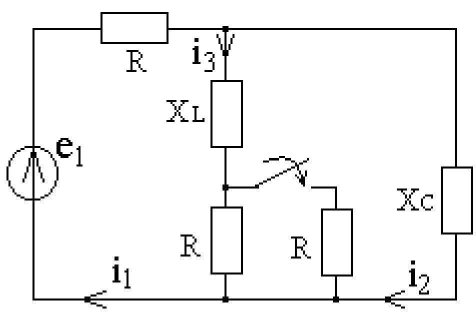
Визначити струми віток і напруги на реактивних елементах у момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійної напруги Е1 і Е2 у колі діють джерела синусоїдної напруги:

$e_1(t) := \sqrt{2}\cdot E_1\cdot\sin(\omega\cdot t + \psi)$ $\qquad$ $e_2(t) := \sqrt{2}\cdot E_2\cdot\sin(\omega\cdot t + \psi)$

$X_C := \frac{1}{\omega\cdot C}$ $\qquad$ $X_C = 14.286$ $\qquad$ $X_L := \omega\cdot L$ $\qquad$ $X_L = 15$

$E_1 := E_1\cdot e^{\psi\cdot i}$ $\qquad$ $E_1 = 86.603 + 50i$ $\qquad$ $F(E_1) = (100 \;\; 30)$

$E_2 := E_2\cdot e^{\psi\cdot i}$ $\qquad$ $E_2 = 69.282 + 40i$ $\qquad$ $F(E_2) = (80 \;\; 30)$

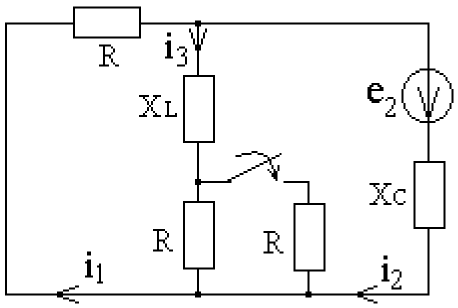


$Z'_{vx} := R + \frac{X_C\cdot i\cdot(R + X_L\cdot i)}{R + X_L\cdot i - i\cdot X_C}$ $\qquad$ $Z'_{vx} = 45.919 + 14.344i$

$I'_{1дк} := \frac{E_1}{Z'_{vx}}$ $\qquad$ $I'_{1дк} = 2.028 + 0.455i$ $\qquad$ $F(I'_{1дк}) = (2.079 \;\; 12.652)$

$I'_{2дк} := I'_{1дк}\cdot\frac{R + X_L\cdot i}{R + X_L\cdot i - i\cdot X_C}$ $\qquad$ $I'_{2дк} = 1.906 + 1.037i$ $\qquad$ $F(I'_{2дк}) = (2.17 \;\; 28.533)$

$I'_{3дк} := I'_{1дк} - I'_{2дк}$ $\qquad$ $I'_{3дк} = 0.122 - 0.581i$ $\qquad$ $F(I'_{3дк}) = (0.594 \;\; -78.166)$



$Z''_{vx} := -X_C \cdot i + \frac{(R + i \cdot X_L) \cdot R}{R + i \cdot X_L + R}$ $\quad Z''_{vx} = 25.55 - 10.618i$

$I''_{2дк} := \frac{E_2}{Z''_{vx}}$ $\quad I''_{2дк} = 1.757 + 2.296i$ $\quad F(I''_{2дк}) = (2.891 \quad 52.567)$

$I''_{1дк} := I''_{2дк} \cdot \frac{R + X_L \cdot i}{R + i \cdot X_L + R}$ $\quad I''_{1дк} = 0.73 + 1.302i$ $\quad F(I''_{1дк}) = (1.493 \quad 60.735)$

$I''_{3дк} := I''_{2дк} - I''_{1дк}$ $\quad I''_{3дк} = 1.028 + 0.994i$ $\quad F(I''_{3дк}) = (1.43 \quad 44.036)$

$I_{1дк} := I'_{1дк} + I''_{1дк}$ $\quad I_{1дк} = 2.758 + 1.757i$ $\quad F(I_{1дк}) = (3.27 \quad 32.507)$

$I_{2дк} := I'_{2дк} + I''_{2дк}$ $\quad I_{2дк} = 3.664 + 3.332i$ $\quad F(I_{2дк}) = (4.953 \quad 42.288)$

$I_{3дк} := I'_{3дк} - I''_{3дк}$ $\quad I_{3дк} = -0.906 - 1.575i$ $\quad F(I_{3дк}) = (1.817 \quad -119.909)$

$u_{Cдк} := I_{3дк} \cdot (-i \cdot X_C)$ $\quad u_{Cдк} = -22.5 + 12.943i$ $\quad F(u_{Cдк}) = (25.957 \quad 150.091)$

$u_{Lдк} := I_{3дк} \cdot i \cdot X_L$ $\quad u_{Lдк} = 23.625 - 13.59i$ $\quad F(u_{Lдк}) = (27.255 \quad -29.909)$

$i_{1дк}(t) := |I_{1дк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{1дк}))$

$i_{2дк}(t) := |I_{2дк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{2дк}))$

$i_{3дк}(t) := |I_{3дк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{3дк}))$

$u_{Cдк}(t) := |u_{Cдк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(u_{Cдк}))$

$u_{Lдк}(t) := |u_{Lдк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(u_{Lдк}))$

Початкові умови:

$u_{Cдк}(0) = 18.304$

$i_{Lдк}(0) = -2.227$

Given

$i_{20} = i_{10} - i_{30}$

$e_1(0) = u_{L0} + i_{10} \cdot R + i_{30} \cdot R$

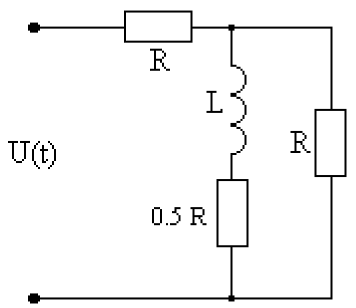
$e_2(0) = -i_{30} \cdot R + u_{C0} - u_{L0}$

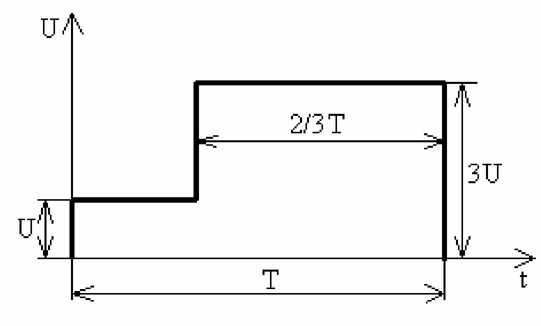
$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{10}, i_{20}, u_{L0})$

$i_{10} = 2.179$ $\quad i_{20} = 4.407$ $\quad i_{30} = -2.227$ $\quad u_{L0} = 73.106$ $\quad u_{C0} = 18.304$

Інтеграл Дюамеля

$T := 1.0$ $\qquad E_1 := 100$ $\qquad E := 1$





Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \dfrac{0}{\frac{1}{3}\cdot R}$ $\qquad i_{1дк} = 0$ $\qquad u_{Lдк} := 0$

$i_{3дк} := i_{1дк}\cdot\dfrac{R}{0.5R + R}$ $\qquad i_{3дк} = 0$ $\qquad i_{2дк} := i_{1дк}\cdot\dfrac{0.5R}{0.5R + R}$ $\qquad i_{2дк} = 0$

Усталений режим після комутації: $t = \infty$

$i'_1 := \dfrac{E}{\frac{1}{3}\cdot R}$ $\qquad i'_1 = 0.06$

$i'_3 := i'_1\cdot\dfrac{R}{0.5R + R}$ $\qquad i'_3 = 0.04$ $\qquad i'_2 := i'_1\cdot\dfrac{0.5R}{0.5R + R}$ $\qquad i'_2 = 0.02$

$u'_L := 0$

Незалежні початкові умови $\qquad i_{30} := i_{3дк}$ $\qquad i_{30} = 0$

Залежні початкові умови

Given

$i_{20} = i_{10} - i_{30}$

$E = u_{L0} + i_{30}\cdot(0.5R) + i_{10}\cdot R$

$0 = i_{20}\cdot R - i_{30}\cdot(0.5R) - u_{L0}$

$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{10}, i_{20}, u_{L0})$ $\qquad i_{10} = 0.01$ $\qquad i_{20} = 0.01$ $\qquad i_{30} = 0$ $\qquad u_{L0} = 0.5$

Вільний режим після комутайії: $t = 0$

Складемо характерестичне рівняння схеми

$Z_{vx}(p) := R + \dfrac{R\cdot(p\cdot L + 0.5R)}{p\cdot L + 0.5R + R}$ $\qquad Zvx(p) := \dfrac{R\cdot(p\cdot L + 0.5R + R) + R\cdot(p\cdot L + 0.5R)}{p\cdot L + 0.5R + R}$

$p := R\cdot(p\cdot L + 0.5\cdot R + R) + R\cdot(p\cdot L + 0.5\cdot R) \left|\begin{matrix}\text{solve}, p \\ \text{float}, 5\end{matrix}\right. \rightarrow -333.33$ $\qquad T := \dfrac{1}{|p|}$ $\qquad T = 3\times 10^{-3}$

Одже корень характеристичного рівняння має вигляд:

$p = -333.33$

Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$i''_1(t) = A_1\cdot e^{p\cdot t}$

$i''_2(t) = B_1\cdot e^{p\cdot t}$

Визначення сталих інтегрування:

$A_1 := i_{10} - i'_1$ $\quad A_1 = -0.05$

$B_1 := i_{30} - i'_3$ $\quad B_1 = -0.04$

Отже вільна складова струму i1(t) та i3(t) будуть мати вигляд:

$i''_1(t) := A_1 \cdot e^{p \cdot t}$

$i''_3(t) := B_1 \cdot e^{p \cdot t}$

Повні значення цих струмів:

$i_1(t) := i'_1 + i''_1(t)$ $\quad i_1(t) \text{ float},5 \;\rightarrow 6.0000 \cdot 10^{-2} - 5.0000 \cdot 10^{-2} \cdot \exp(-333.33 \cdot t)$

$i_3(t) := i'_3 + i''_3(t)$ $\quad i_3(t) \text{ float},5 \;\rightarrow 4.0000 \cdot 10^{-2} - 4.0000 \cdot 10^{-2} \cdot \exp(-333.33 \cdot t)$

$g_{11}(t) := i_1(t)$ $\quad g_{11}(t) \text{ float},5 \;\rightarrow 6.0000 \cdot 10^{-2} - 5.0000 \cdot 10^{-2} \cdot \exp(-333.33 \cdot t)$

$U_L(t) := L \cdot \frac{d}{dt} i_3(t)$

$h_{uL}(t) := U_L(t) \text{ float},5 \;\rightarrow 2.0000 \cdot \exp(-333.33 \cdot t)$

Визначимо закони зміни напруги на всіх проміжках часу:

$U_0 := E_1$ $\quad U_0 = 100$

$U_1 := E_1$ $\quad U_1 = 100$ $\quad 0 < t < \frac{T}{3}$

$U_2 := 3E_1$ $\quad U_2 = 300$ $\quad \frac{T}{3} < t < T$

$U_3 := 0$ $\quad T < t < \infty$

$U'_1 := 0$ $\quad U'_2 := 0$

Струм на цих проміжках буде мати вигляд:

$i_1(t) := U_0 \cdot g_{11}(t)$

$i_1(t) \;\Big|\; \begin{matrix}\text{factor} \\ \text{float},3\end{matrix} \rightarrow 6. - 5. \cdot \exp(-333. \cdot t)$

$i_2(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + (U_2 - U_1) \cdot g_{11}\left(t - \frac{T}{3}\right)$

$i_2(t) \text{ float},3 \;\rightarrow 18. - 5. \cdot \exp(-333. \cdot t) - 10. \cdot \exp(-333. \cdot t + .333)$

$i_3(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + (U_2 - U_1) \cdot g_{11}\left(t - \frac{T}{3}\right) + (U_3 - U_2) \cdot g_{11}(t - T)$

$i_3(t) \;\Big|\; \begin{matrix}\text{factor} \\ \text{float},3\end{matrix} \rightarrow -5. \cdot \exp(-333. \cdot t) - 10. \cdot \exp(-333. \cdot t + .333) + 15. \cdot \exp(-333. \cdot t + 1.)$

Напруга на індуктивнисті на цих проміжках буде мати вигляд:

$u_{L1}(t) := U_0 \cdot h_{uL}(t) \text{ float},5 \;\rightarrow 200.00 \cdot \exp(-333.33 \cdot t)$

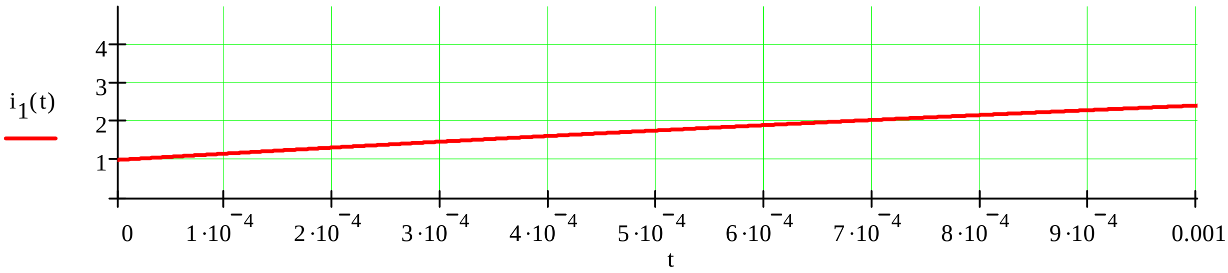
$u_{L2}(t) := U_0 \cdot h_{uL}(t) + (U_2 - U_1) \cdot h_{uL}\left(t - \frac{T}{3}\right)$

$u_{L2}(t) \text{ float},5 \;\rightarrow 200.00 \cdot \exp(-333.33 \cdot t) + 400.00 \cdot \exp(-333.33 \cdot t + .33333)$

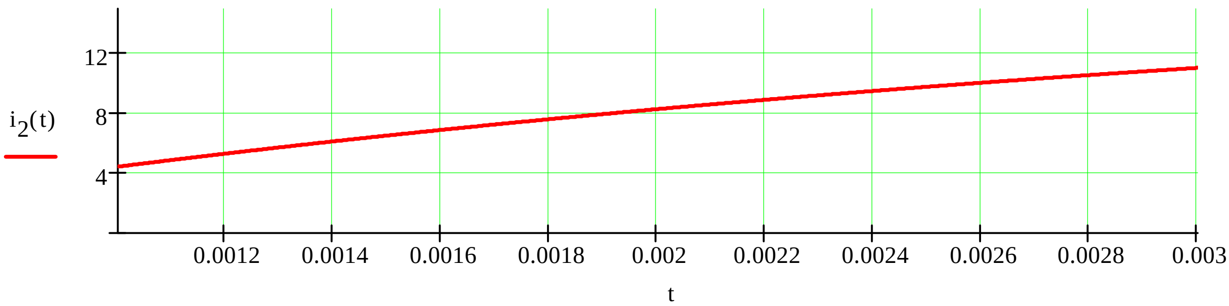
$u_{L3}(t) := U_0 \cdot h_{uL}(t) + (U_2 - U_1) \cdot h_{uL}\left(t - \frac{T}{3}\right) + (U_3 - U_2) \cdot h_{uL}(t - T)$

$u_{L3}(t) \text{ float},5 \;\rightarrow 200.00 \cdot \exp(-333.33 \cdot t) + 400.00 \cdot \exp(-333.33 \cdot t + .33333) - 600.00 \cdot \exp(-333.33 \cdot t + 1.0000)$

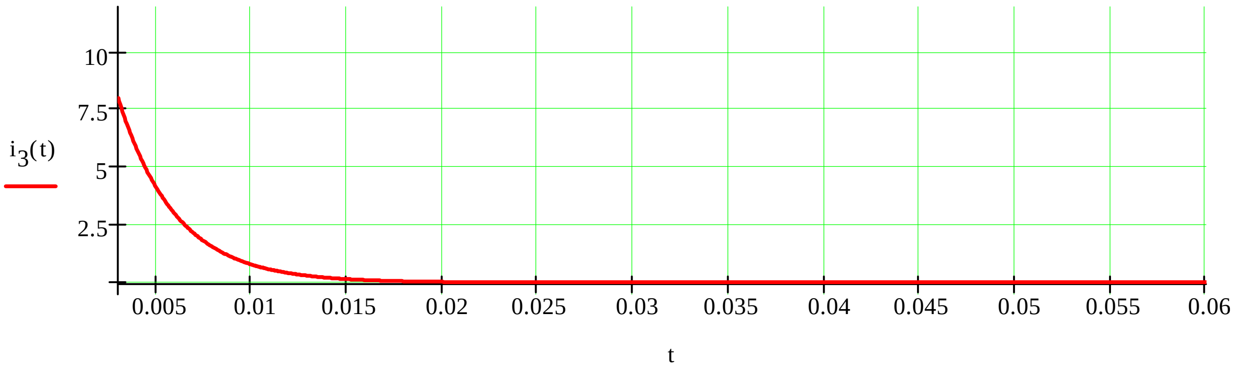
На промежутке от 0 до 1/3T



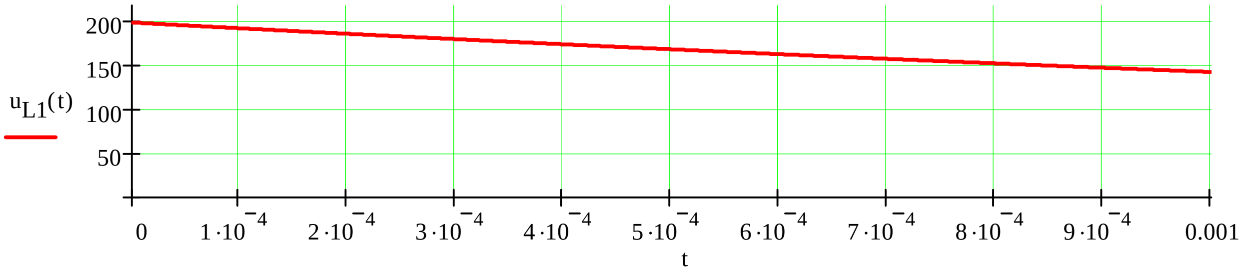
На промежутке от 1/3T до T



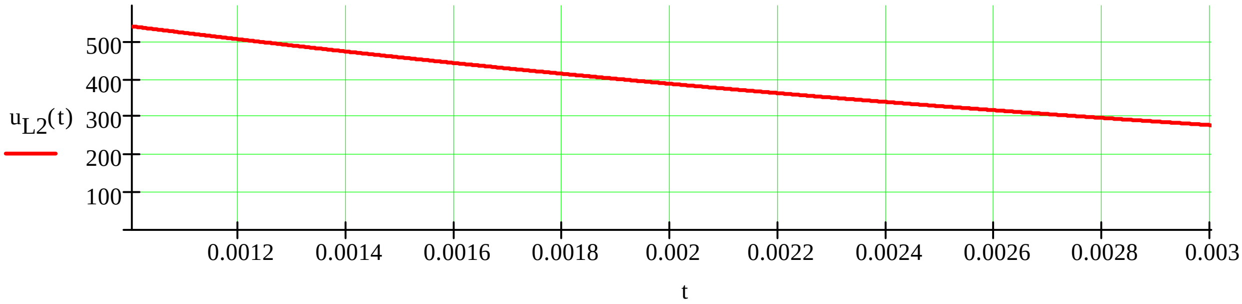
На промежутке от T до 20T



Графік напруги на реактивному елементі на проміжку: от 0 до 1/3T



Графік напруги на реактивному елементі на проміжку: от 1/3T до T



Графік напруги на реактивному елементі на проміжку: от T до 20T