

Министерство образования и науки Украины
Национальный технический университет Украины
“Киевский Политехнический Институт”
Кафедра ТОЭ

Расчетно-графическая работа
“Трёхфазные цепи”
Вариант № 239

Выполнил:_____

Проверил:_____

Киев 2007

Условие задания

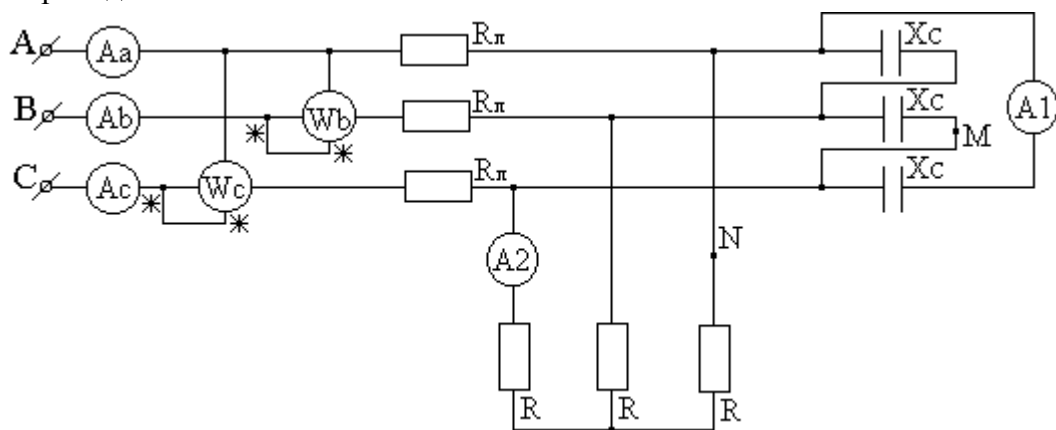
Симметричный трёхфазный генератор с обмотками, соединёнными в звезду, питает через трехпроводную линию электропередачи нагрузку с элементами, соединёнными звездой и треугольником.

Требуется:

1. Определить показания включенных в цепь измерительных приборов, полагая нагрузки симметричной.
2. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
3. По результатам расчета п.1 построить для симметричной нагрузки совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.
4. Провести расчет токов во всех ветвях напряжений на всех участках цепи, определить показания измерительных приборов в аварийном режиме, делая обрыв в указанной точке.
5. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
6. По результатам расчета п.4 построить совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.

$$U_A := 110 \quad U_B := U_A \quad U_C := U_B \quad \psi_A := 0 \quad R_L := 18 \quad R := 48 \quad X_C := 72$$

Обрыв проводится в точке М



Общая схема трёхфазной цепи

Определение показаний измерительных приборов при симметричной нагрузке.

Так как нагрузка симметрическая, то будем проводить расчет только по одной фазе. Токи в остальных фазах будут такими же, только будут отличаться углы.

Для определения токов в ветвях цепи (рис.1) необходимо первоначально произвести упрощение схемы, сведя её к схеме с элементами, соединенными звездой.

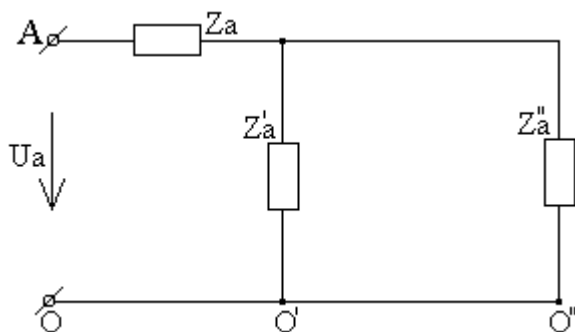
$$X'_C := \frac{(-X_C \cdot i) \cdot (-X_C \cdot i)}{3 \cdot (-X_C \cdot i)} \quad X'_C = -24i$$

За опорную примем фазу А. Фазные напряжения генератора и сопротивления элементов нагрузки в комплексной форме равны:

$$E_A := U_A \cdot e^{i \cdot \psi_A \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_B := U_B \cdot e^{i(\psi_A - 120) \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_C := U_C \cdot e^{i(\psi_A + 120) \cdot \frac{\pi}{180}}$$

$$F(E_A) = (110 \ 0) \quad F(E_B) = (110 \ -120) \quad F(E_C) = (110 \ 120)$$

$$\begin{array}{llll} Z_a := R_L & Z_b := Z_a & Z_c := Z_b & Z_a = 18 \\ Z'_a := R & Z'_b := Z'_a & Z'_c := Z'_b & Z'_a = 48 \\ Z''_a := X'_C & Z''_b := Z''_a & Z''_c := Z''_b & Z''_a = -24i \end{array}$$



Преобразованная схема (фаза А)

Эквивалентное сопротивление данной схемы равно:

$$Z_{ea} := Z_a + \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea} = 27.6 - 19.2i$$

Ток в фазе А, согласно закону Ома, равен:

$$I_A := \frac{E_A}{Z_{ea}} \quad I_A = 2.686 + 1.868i \quad F(I_A) = (3.272 \ 34.824)$$

Соответственно в фазах В и С:

$$I_B := I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_B = 0.275 - 3.26i \quad F(I_B) = (3.272 \ -85.176)$$

$$I_C := I_A \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_C = -2.961 + 1.392i \quad F(I_C) = (3.272 \ 154.824)$$

Фазное напряжение на параллельном участке А'О равно:

$$\begin{array}{ll} Z_{ea'} := \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} & Z_{ea'} = 9.6 - 19.2i \\ U_{A'O} := I_A \cdot Z_{ea'} & U_{A'O} = 61.656 - 33.631i \end{array}$$

Токи звезды равны:

$$\begin{aligned} I_A &:= \frac{U_{A'O}}{Z_a} & I_A &= 1.285 - 0.701i & F(I_A) &= (1.463 \quad -28.61) \\ I_B &:= I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} & I_B &= -1.249 - 0.762i & F(I_B) &= (1.463 \quad -148.61) \\ I_C &:= I_A \cdot e^{i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} & I_C &= -0.035 + 1.463i & F(I_C) &= (1.463 \quad 91.39) \end{aligned}$$

Линейное напряжение равно:

$$U_{A'B'} := U_{A'O} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} \quad U_{A'B'} = 63.359 - 103.842i \quad F(U_{A'B'}) = (121.645 \quad -58.61)$$

Остальные токи равны:

$$\begin{aligned} I''_A &:= \frac{U_{A'B'}}{(-X_C \cdot i)} & I''_A &= 1.442 + 0.88i & F(I''_A) &= (1.69 \quad 31.39) \\ I''_B &:= I''_A \cdot e^{-i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} & I''_B &= 0.041 - 1.689i & F(I''_B) &= (1.69 \quad -88.61) \\ I''_C &:= I''_A \cdot e^{i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} & I''_C &= -1.483 + 0.809i & F(I''_C) &= (1.69 \quad 151.39) \end{aligned}$$

На основании выполненных расчетов, показания амперметров будут равны:

$$A_1 = 1.69 (A) \quad A_2 = 1.463 (A) \quad A_a = 3.272 (A) \quad A_b = 3.272 (A) \quad A_c = 3.272 (A)$$

Находим показания ваттметров. Ваттметры показывают вещественную часть произведения комплекса напряжения, приложенного к обмотке напряжения (его отсчитывают от начала обмотки к концу), на сопряженный комплекс тока, протекающего через обмотку тока:

Показание ваттметра W_a :

$$\begin{aligned} E_{CA} &:= E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} & E_{CA} &= -165 + 95.263i \\ W_a &:= \operatorname{Re}(E_{CA} \cdot \overline{I_C}) & W_a &= 621.139 \end{aligned}$$

Показание ваттметра W_b :

$$\begin{aligned} E_{BA} &:= E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} & E_{BA} &= -165 - 95.263i \\ W_b &:= \operatorname{Re}(E_{BA} \cdot \overline{I_B}) & W_b &= 265.167 \end{aligned}$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 886.306$$

Баланс активной и реактивной мощностей

Правильность расчетов проверим, составив баланс активных и реактивных мощностей. Мощность источника энергии определяют в виде суммы произведений комплексных фазных ЭДС (напряжений) на сопряженные комплексы токов соответствующих фаз. В симметричной трёхфазной системе мощность, отдаваемая в нагрузку источником, равна утроенной мощности одной фазы.

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C}$$

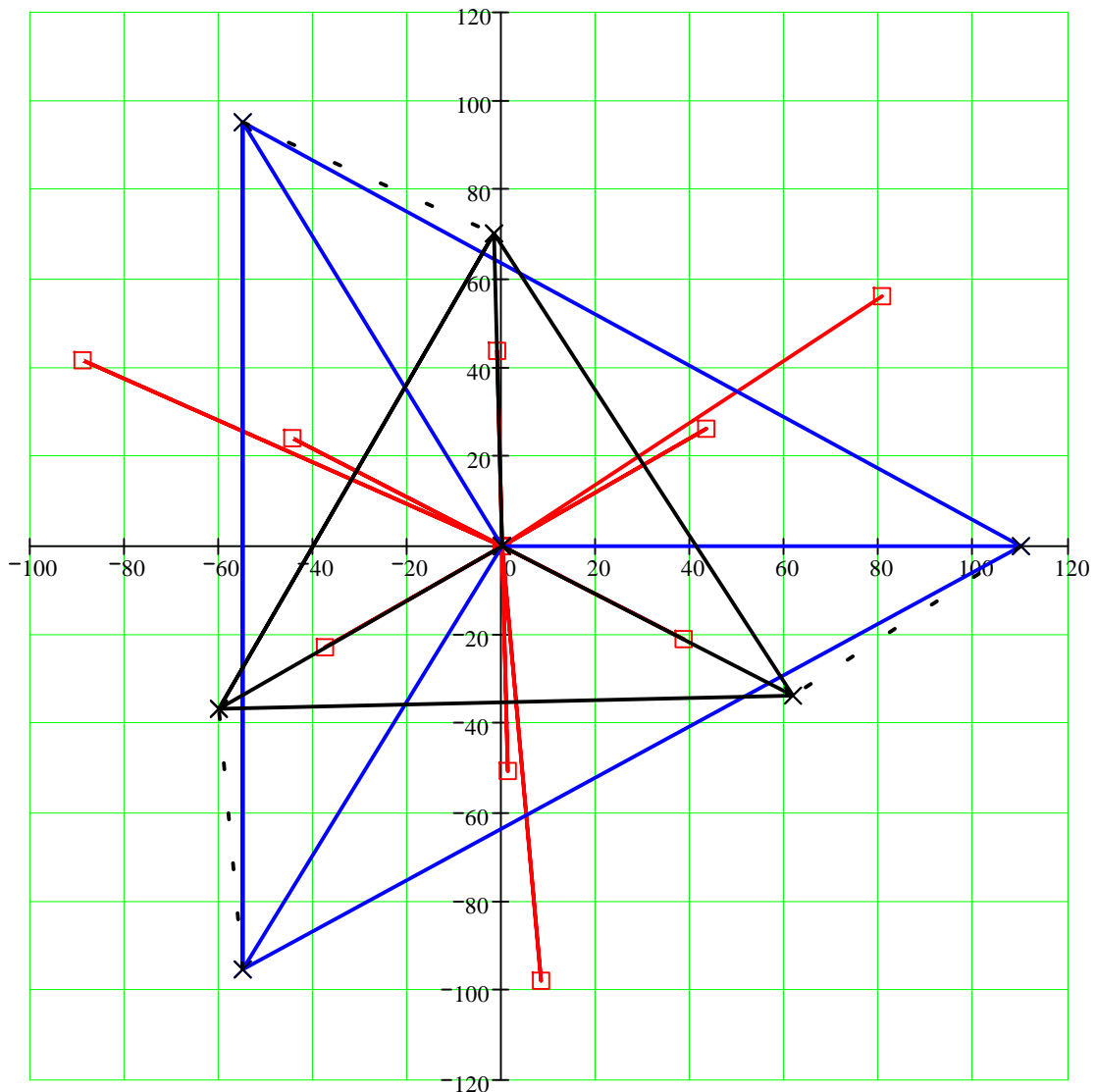
$$S_r = 886.306 - 616.561i$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

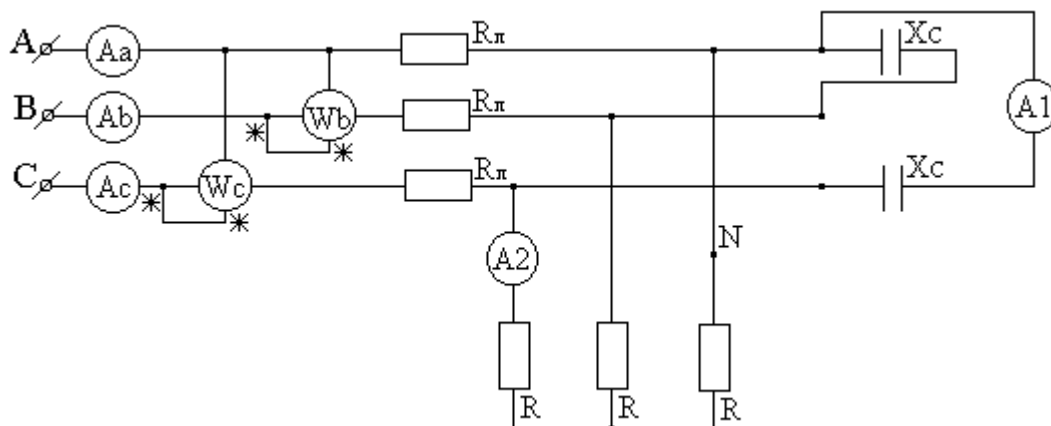
$$P_{pr} := \left[(|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R_L + \left[(|I'_A|)^2 + (|I'_B|)^2 + (|I'_C|)^2 \right] \cdot R \quad P_{pr} = 886.306$$

$$Q_{pr} := \left[(|I''_A|)^2 + (|I''_B|)^2 + (|I''_C|)^2 \right] \cdot (-X_C \cdot i) \quad Q_{pr} = -616.561i$$

Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.



Определение показаний измерительных приборов в аварийном режиме.



Несимметричная трёхфазная система.

С целью упрощения схемы несимметричной трёхфазной системы нагрузку с элементами, соединенными звездой, следует заменить эквивалентным треугольником.

$$R' := R + R + \frac{R \cdot R}{R}$$

$$R' = 144$$

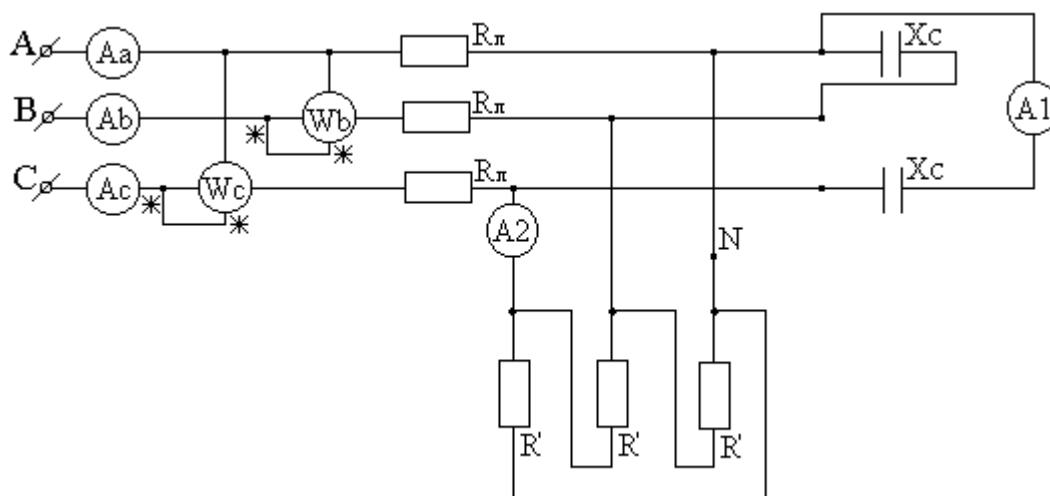
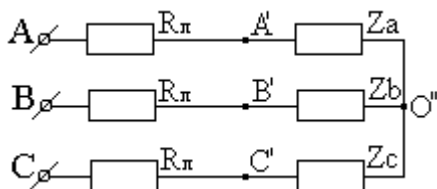


Схема преобразованной цепи.

Параллельно включенные сопротивления нагрузки можно заменить эквивалентными, в результате чего образуется несимметричный треугольник. Заменяв его эквивалентной звездой, рассчитываемую цепь приводят к виду:



Несимметричная звезда.

Сопровитления несимметричного треугольника равны:

$$Z_{B'C'} := R' \quad Z_{B'C'} = 144$$

$$Z_{A'B'} := \frac{-X_C \cdot i \cdot R'}{R' - X_C \cdot i} \quad Z_{C'A'} := Z_{A'B'} \quad Z_{C'A'} = 28.8 - 57.6i$$

Сопровитление эквивалентной звезды:

$$Z_a := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_a = -2.215 - 17.723i$$

$$Z_b := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{B'C'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_b = 33.231 - 22.154i$$

$$Z_c := \frac{Z_{B'C'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_c = 33.231 - 22.154i$$

Полные комплексные сопровитления в каждой фазе цепи:

$$Z_{ea} := Z_a + Z_a \quad Z_{ea} = 15.785 - 17.723i$$

$$Z_{eb} := Z_b + Z_b \quad Z_{eb} = 51.231 - 22.154i$$

$$Z_{ec} := Z_c + Z_c \quad Z_{ec} = 51.231 - 22.154i$$

Фазные напряжения на нагрузке в цепи удобно определять, вычислив предварительно смещение нейтрали:

$$Y_A := \frac{1}{Z_{ea}} \quad Y_B := \frac{1}{Z_{eb}} \quad Y_C := \frac{1}{Z_{ec}}$$

$$Y_A = 0.028 + 0.031i \quad Y_B = 0.016 + 7.111i \times 10^{-3} \quad Y_C = 0.016 + 7.111i \times 10^{-3}$$

$$U_{O''O} := \frac{E_A \cdot Y_A + E_B \cdot Y_B + E_C \cdot Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} \quad U_{O''O} = 34.493 + 18.109i$$

Фазные напряжения на элементах нагрузки цепи равны:

$$U_{AO''} := E_A - U_{O''O} \quad U_{AO''} = 75.507 - 18.109i \quad F(U_{AO''}) = (77.648 \quad -13.486)$$

$$U_{BO''} := E_B - U_{O''O} \quad U_{BO''} = -89.493 - 113.372i \quad F(U_{BO''}) = (144.437 \quad -128.287)$$

$$U_{CO''} := E_C - U_{O''O} \quad U_{CO''} = -89.493 + 77.154i \quad F(U_{CO''}) = (118.16 \quad 139.235)$$

Токи в фазах, равные фазным токам генератора и линейным токам исходной системы, определяют по закону Ома:

$$I_A := \frac{U_{AO''}}{Z_{ea}} \quad I_A = 2.686 + 1.868i \quad F(I_A) = (3.272 \quad 34.824)$$

$$I_B := \frac{U_{BO''}}{Z_{eb}} \quad I_B = -0.665 - 2.501i \quad F(I_B) = (2.588 \quad -104.902)$$

$$I_C := \frac{U_{CO''}}{Z_{ec}} \quad I_C = -2.02 + 0.632i \quad F(I_C) = (2.117 \quad 162.62)$$

$$U_{AB} := E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 - \frac{\pi}{180}} \quad U_{AB} = 165 + 95.263i \quad F(U_{AB}) = (190.526 \quad 30)$$

$$U_{AA'} := I_A \cdot Z_a \quad U_{AA'} = 48.344 + 33.631i \quad F(U_{AA'}) = (58.891 \quad 34.824)$$

$$\begin{aligned}
U_{BC} &:= E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} & U_{BC} &= -190.526i & F(U_{BC}) &= (190.526 \quad -90) \\
U_{BB'} &:= I_B \cdot Z_b & U_{BB'} &= -11.978 - 45.013i & F(U_{BB'}) &= (46.58 \quad -104.902) \\
U_{CA} &:= E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} & U_{CA} &= -165 + 95.263i & F(U_{CA}) &= (190.526 \quad 150) \\
U_{CC'} &:= I_C \cdot Z_c & U_{CC'} &= -36.366 + 11.383i & F(U_{CC'}) &= (38.105 \quad 162.62)
\end{aligned}$$

Для определения токов во всех ветвях рассчитываемой схемы необходимо определить напряжение между точками A', B' и C'.

Согласно второму закону Кирхгофа:

$$U_{AB} := U_{AA'} + U_{A'B'} - U_{BB'}$$

отсюда:

$$U_{A'B'} := U_{AB} - U_{AA'} + U_{BB'} \quad U_{A'B'} = 104.678 + 16.619i \quad F(U_{A'B'}) = (105.989 \quad 9.021)$$

аналогично вычисляют

$$U_{B'C'} := U_{BC} - U_{BB'} + U_{CC'} \quad U_{B'C'} = -24.387 - 134.13i \quad F(U_{B'C'}) = (136.329 \quad -100.305)$$

$$U_{C'A'} := U_{CA} - U_{CC'} + U_{AA'} \quad U_{C'A'} = -80.29 + 117.511i \quad F(U_{C'A'}) = (142.321 \quad 124.343)$$

Токи, проходящие через реактивную нагрузку, согласно закону Ома, равны:

$$I_{A'B'} := \frac{U_{A'B'}}{-X_C \cdot i} \quad I_{A'B'} = -0.231 + 1.454i \quad F(I_{A'B'}) = (1.472 \quad 99.021)$$

$$I_{C'A'} := \frac{U_{C'A'}}{-X_C \cdot i} \quad I_{C'A'} = -1.632 - 1.115i \quad F(I_{C'A'}) = (1.977 \quad -145.657)$$

Токи в нагрузке, соединенной звездой в системе могут быть вычислены по первому закону Кирхгофа.

$$I_A := I_A - I_{A'B'} + I_{C'A'} \quad I_A = 1.285 - 0.701i \quad F(I_A) = (1.463 \quad -28.61)$$

$$I_B := I_B + I_{A'B'} \quad I_B = -0.896 - 1.047i \quad F(I_B) = (1.378 \quad -130.569)$$

$$I_C := I_C - I_{C'A'} \quad I_C = -0.388 + 1.748i \quad F(I_C) = (1.79 \quad 102.525)$$

На основании выполненных расчетов, показания амперметров будут равны:

$$A_1 = 1.977 (A) \quad A_2 = 1.79 (A) \quad A_a = 3.272 (A) \quad A_b = 2.588 (A) \quad A_c = 2.117 (A)$$

Расчет показаний ваттметров выполняется так же, как и в случае симметричной системы:

Показание ваттметра Wa:

$$E_{CA} := E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_{CA} = -165 + 95.263i$$

$$W_a := \operatorname{Re}(E_{CA} \cdot \overline{I_C}) \quad W_a = 393.592$$

Показание ваттметра Wb:

$$E_{BA} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_{BA} = -165 - 95.263i$$

$$W_b := \operatorname{Re}(E_{BA} \cdot \overline{I_B}) \quad W_b = 348.028$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 741.62$$

Баланс активной и реактивной мощностей

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C}$$

$$S_r = 741.62 - 437.347i$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$P_{pr} := \left[(|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R_L + \left[(|I'_A|)^2 + (|I'_B|)^2 + (|I'_C|)^2 \right] \cdot R \quad P_{pr} = 741.62$$

$$Q_{pr} := \left[(|I''_{AB}|)^2 + (|I''_{CA}|)^2 \right] \cdot (-X_C \cdot i) \quad Q_{pr} = -437.347i$$

Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.

