

Министерство образования и науки Украины  
Национальный технический университет Украины  
“Киевский Политехнический Институт”  
Кафедра ТОЭ

***Расчетно-графическая работа***  
***“Трёхфазные цепи”***  
*Вариант № 514*

Выполнил:\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Проверил:\_\_\_\_\_

**Киев 2007**

## Условие задания

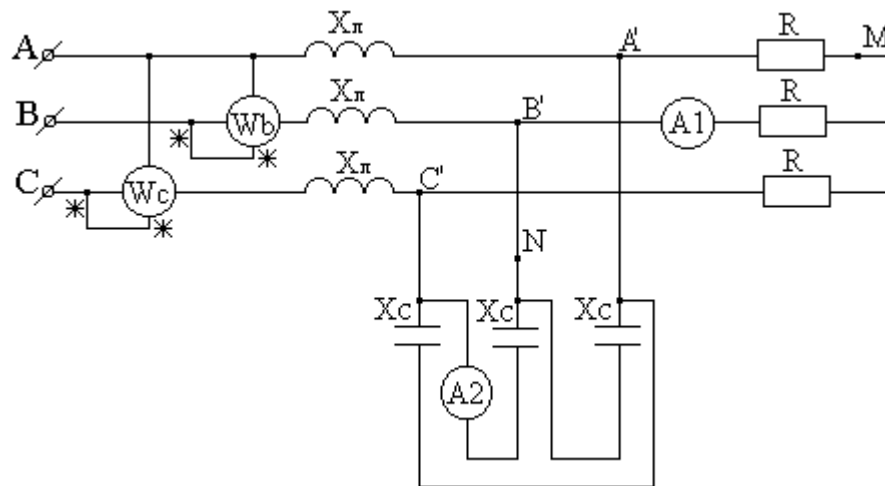
Симметричный трёхфазный генератор с обмотками, соединёнными в звезду, питает через трехпроводную линию электропередачи нагрузку с элементами, соединёнными звездой и треугольником.

### Требуется:

1. Определить показания включенных в цепь измерительных приборов, полагая нагрузки симметричной.
2. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
3. По результатам расчета п.1 построить для симметричной нагрузки совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.
4. Провести расчет токов во всех ветвях напряжений на всех участках цепи, определить показания измерительных приборов в аварийном режиме, делая обрыв в указанной точке.
5. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
6. По результатам расчета п.4 построить совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.

$$U_A := 300 \quad U_B := U_A \quad U_C := U_B \quad \psi_A := 0 \quad X_L := 8 \quad R := 56 \quad X_C := 84$$

Обрыв проводится в точке N.



Общая схема трёхфазной цепи

## Определение показаний измерительных приборов при симметричной нагрузке.

Так как нагрузка симметрическая, то будем проводить расчет только по одной фазе. Токи в остальных фазах будут такими же, только будут отличаться углы.

Для определения токов в ветвях цепи необходимо первоначально произвести упрощение схемы, сведя её к схеме с элементами, соединенными звездой.

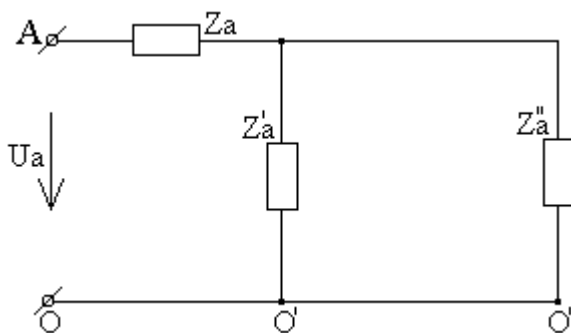
$$X'_C := \frac{(-X_C \cdot i) \cdot (-X_C \cdot i)}{3 \cdot (-X_C \cdot i)} \quad X'_C = -28i$$

За опорную примем фазу А. Фазные напряжения генератора и сопротивления элементов нагрузки в комплексной форме равны:

$$E_A := U_A \cdot e^{i \cdot \psi_A \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_B := U_B \cdot e^{i(\psi_A - 120) \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_C := U_C \cdot e^{i(\psi_A + 120) \cdot \frac{\pi}{180}}$$

$$F(E_A) = (300 \ 0) \quad F(E_B) = (300 \ -120) \quad F(E_C) = (300 \ 120)$$

$$\begin{array}{llll} Z_a := X_L \cdot i & Z_b := Z_a & Z_c := Z_b & Z_a = 8i \\ Z'_a := X'_C & Z'_b := Z'_a & Z'_c := Z'_b & Z'_a = -28i \\ Z''_a := R & Z''_b := Z''_a & Z''_c := Z''_b & Z''_a = 56 \end{array}$$



Преобразованная схема (фаза А)

Эквивалентное сопротивление данной схемы равно:

$$Z_{ea} := Z_a + \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea} = 11.2 - 14.4i$$

Ток в фазе А, согласно закону Ома, равен:

$$I_A := \frac{E_A}{Z_{ea}} \quad I_A = 10.096 + 12.981i \quad F(I_A) = (16.445 \ 52.125)$$

Соответственно в фазах В и С:

$$I_B := I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_B = 6.194 - 15.234i \quad F(I_B) = (16.445 \ -67.875)$$

$$I_C := I_A \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_C = -16.29 + 2.253i \quad F(I_C) = (16.445 \ 172.125)$$

Фазное напряжение на параллельном участке А'О равно:

$$\begin{array}{ll} Z_{ea'} := \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} & Z_{ea'} = 11.2 - 22.4i \\ U_{A'O} := I_A \cdot Z_{ea'} & U_{A'O} = 403.846 - 80.769i \end{array}$$

Остальные токи равны:

$$I''_A := \frac{U_{A'O}}{Z''_a} \quad I''_A = 7.212 - 1.442i \quad F(I''_A) = (7.354 \quad -11.31)$$

$$I''_B := I''_A \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I''_B = -4.855 - 5.524i \quad F(I''_B) = (7.354 \quad -131.31)$$

$$I''_C := I''_A \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I''_C = -2.357 + 6.967i \quad F(I''_C) = (7.354 \quad 108.69)$$

Линейное напряжение равно:

$$U_{A'B'} := U_{A'O} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad U_{A'B'} = 535.821 - 470.895i \quad F(U_{A'B'}) = (713.335 \quad -41.31)$$

Остальные токи равны:

$$I'_{A'B'} := \frac{U_{A'B'}}{X_C \cdot i} \quad I'_{A'B'} = -5.606 - 6.379i \quad F(I'_{A'B'}) = (8.492 \quad -131.31)$$

$$I'_{B'C'} := I'_{A'B'} \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I'_{B'C'} = -2.721 + 8.044i \quad F(I'_{B'C'}) = (8.492 \quad 108.69)$$

$$I'_{C'A'} := I'_{A'B'} \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I'_{C'A'} = 8.327 - 1.665i \quad F(I'_{C'A'}) = (8.492 \quad -11.31)$$

На основании выполненных расчетов, показания амперметров будут равны:

$$A_1 = 7.354 (A) \quad A_2 = 8.492 (A) \quad A_a = 16.445 (A) \quad A_b = 16.445 (A) \quad A_c = 16.445 (A)$$

Находим показания ваттметров. Ваттметры показывают вещественную часть произведения комплекса напряжения, приложенного к обмотке напряжения (его отсчитывают от начала обмотки к концу), на сопряженный комплекс тока, протекающего через обмотку тока:

Показание ваттметра  $W_a$ :

$$E_{CA} := E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_{CA} = -450 + 259.808i$$

$$W_a := \operatorname{Re}(E_{CA} \cdot \overline{I_C}) \quad W_a = 7.916 \times 10^3$$

Показание ваттметра  $W_b$ :

$$E_{BA} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_{BA} = -450 - 259.808i$$

$$W_b := \operatorname{Re}(E_{BA} \cdot \overline{I_B}) \quad W_b = 1.171 \times 10^3$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 9.087 \times 10^3$$

### Баланс активной и реактивной мощностей

Правильность расчетов проверим, составив баланс активных и реактивных мощностей. Мощность источника энергии определяют в виде суммы произведений комплексов фазных ЭДС (напряжений) на сопряженные комплексы токов соответствующих фаз. В симметричной трёхфазной системе мощность, отдаваемая в нагрузку источником, равна утроенной мощности одной фазы.

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C} \quad S_r = 9.087 \times 10^3 - 1.168i \times 10^4$$

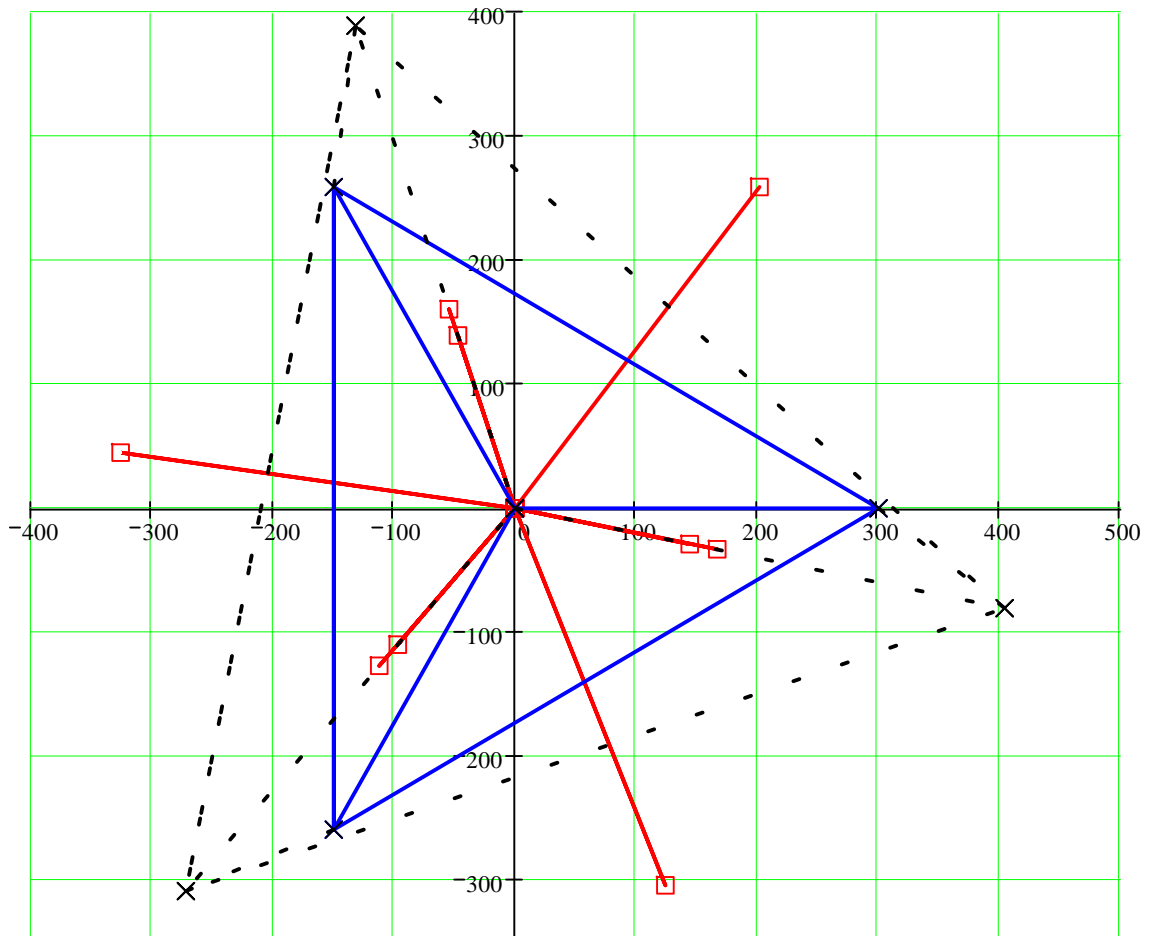
Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$P_{\text{pr}} := \left[ \left( |I''_A| \right)^2 + \left( |I''_B| \right)^2 + \left( |I''_C| \right)^2 \right] \cdot R$$

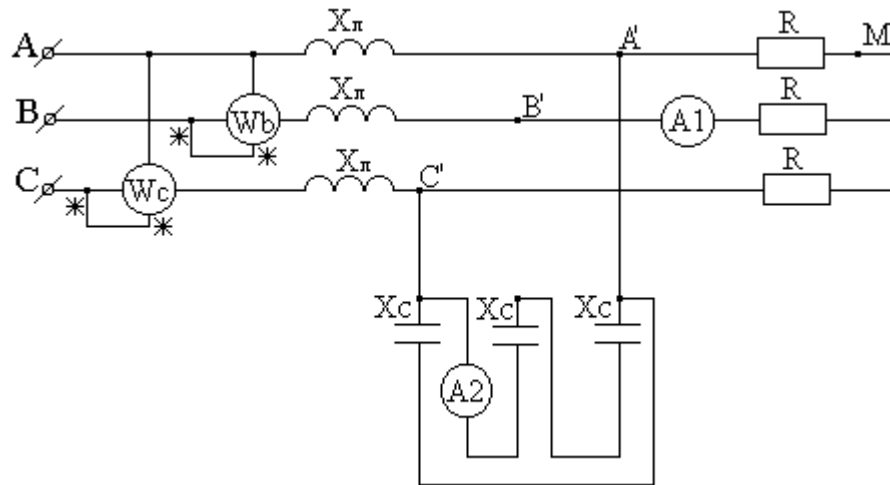
$$P_{\text{pr}} = 9.087 \times 10^3$$

$$Q_{\text{pr}} := \left[ \left( |I_A| \right)^2 + \left( |I_B| \right)^2 + \left( |I_C| \right)^2 \right] \cdot X_L \cdot i + \left[ \left( |I'_{AB}| \right)^2 + \left( |I'_{BC}| \right)^2 + \left( |I'_{CA}| \right)^2 \right] \cdot (-X_C \cdot i, Q_{\text{pr}} = -1.168 \times 10^4$$

### Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.



## Определение показаний измерительных приборов в аварийном режиме.



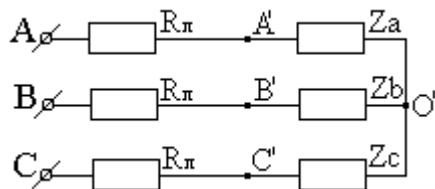
Несимметричная трёхфазная система.

С целью упрощения схемы несимметричной трёхфазной системы нагрузки с элементами, соединенными звездой, следует заменить эквивалентным треугольником.

$$R' := R + R + \frac{R \cdot R}{R}$$

$$R' = 168$$

Параллельно включенные сопротивления нагрузки можно заменить эквивалентными, в результате чего образуется несимметричный треугольник. Заменяв его эквивалентной звездой, рассчитываемую цепь приводят к виду:



Несимметричная звезда.

Сопротивления несимметричного треугольника равны:

$$Z_{C'A'} := \frac{\left[ \frac{(-X_C \cdot i) \cdot (-X_C \cdot i - X_C \cdot i)}{-X_C \cdot i - X_C \cdot i - X_C \cdot i} \right] \cdot R'}{R' + \left[ \frac{(-X_C \cdot i) \cdot (-X_C \cdot i - X_C \cdot i)}{-X_C \cdot i - X_C \cdot i - X_C \cdot i} \right]}$$

$$Z_{C'A'} = 16.8 - 50.4i$$

$$Z_{A'B'} := R' \quad Z_{B'C'} := Z_{A'B'} \quad Z_{B'C'} = 168$$

Сопротивление эквивалентной звезды:

$$Z_a := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_a = 11.2 - 22.4i$$

$$Z_b := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{B'C'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_b = 78.4 + 11.2i$$

$$Z_c := \frac{Z_{B'C'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_c = 11.2 - 22.4i$$

Полные комплексные сопротивления в каждой фазе цепи:

$$\begin{aligned} Z_{ea} &:= Z_a + Z_a & Z_{ea} &= 11.2 - 14.4i \\ Z_{eb} &:= Z_b + Z_b & Z_{eb} &= 78.4 + 19.2i \\ Z_{ec} &:= Z_c + Z_c & Z_{ec} &= 11.2 - 14.4i \end{aligned}$$

Фазные напряжения на нагрузке в цепи удобно определять, вычислив предварительно смещение нейтрали:

$$\begin{aligned} Y_A &:= \frac{1}{Z_{ea}} & Y_B &:= \frac{1}{Z_{eb}} & Y_C &:= \frac{1}{Z_{ec}} \\ Y_A &= 0.034 + 0.043i & Y_B &= 0.012 - 2.947i \times 10^{-3} & Y_C &= 0.034 + 0.043i \\ U_{O''O} &:= \frac{E_A \cdot Y_A + E_B \cdot Y_B + E_C \cdot Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} & U_{O''O} &= 26.627 + 130.119i \end{aligned}$$

Фазные напряжения на элементах нагрузки цепи равны:

$$\begin{aligned} U_{AO''} &:= E_A - U_{O''O} & U_{AO''} &= 273.373 - 130.119i & F(U_{AO''}) &= (302.76 \quad -25.453) \\ U_{BO''} &:= E_B - U_{O''O} & U_{BO''} &= -176.627 - 389.927i & F(U_{BO''}) &= (428.065 \quad -114.369) \\ U_{CO''} &:= E_C - U_{O''O} & U_{CO''} &= -176.627 + 129.688i & F(U_{CO''}) &= (219.126 \quad 143.712) \end{aligned}$$

Токи в фазах, равные фазным токам генератора и линейным токам исходной системы, определяют по закону Ома:

$$\begin{aligned} I_A &:= \frac{U_{AO''}}{Z_{ea}} & I_A &= 14.83 + 7.45i & F(I_A) &= (16.596 \quad 26.672) \\ I_B &:= \frac{U_{BO''}}{Z_{eb}} & I_B &= -3.275 - 4.172i & F(I_B) &= (5.303 \quad -128.13) \\ I_C &:= \frac{U_{CO''}}{Z_{ec}} & I_C &= -11.556 - 3.278i & F(I_C) &= (12.012 \quad -164.163) \\ U_{AB} &:= E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} & U_{AB} &= 450 + 259.808i & F(U_{AB}) &= (519.615 \quad 30) \\ U_{AA'} &:= I_A \cdot Z_a & U_{AA'} &= -59.597 + 118.642i & F(U_{AA'}) &= (132.769 \quad 116.672) \\ U_{BC} &:= E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} & U_{BC} &= -519.615i & F(U_{BC}) &= (519.615 \quad -90) \\ U_{BB'} &:= I_B \cdot Z_b & U_{BB'} &= 33.373 - 26.196i & F(U_{BB'}) &= (42.426 \quad -38.13) \\ U_{CA} &:= E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} & U_{CA} &= -450 + 259.808i & F(U_{CA}) &= (519.615 \quad 150) \\ U_{CC'} &:= I_C \cdot Z_c & U_{CC'} &= 26.224 - 92.446i & F(U_{CC'}) &= (96.093 \quad -74.163) \end{aligned}$$

Для определения токов во всех ветвях рассчитываемой схемы необходимо определить напряжение между точками A', B' и C'.

Согласно второму закону Кирхгофа:

$$U_{AB} := U_{AA'} + U_{A'B'} - U_{BB'}$$

отсюда:

$$\begin{aligned} U_{A'B'} &:= U_{AB} - U_{AA'} + U_{BB'} & U_{A'B'} &= 542.97 + 114.97i & F(U_{A'B'}) &= (555.009 \quad 11.955) \\ U_{B'C'} &:= U_{BC} - U_{BB'} + U_{CC'} & U_{B'C'} &= -7.149 - 585.865i & F(U_{B'C'}) &= (585.908 \quad -90.699) \\ U_{C'A'} &:= U_{CA} - U_{CC'} + U_{AA'} & U_{C'A'} &= -535.821 + 470.895i & F(U_{C'A'}) &= (713.335 \quad 138.69) \end{aligned}$$

Остальный токи:

$$\Gamma_{1C'A'} := \frac{U_{C'A'}}{2(-X_C \cdot i)} \quad \Gamma_{1C'A'} = -2.803 - 3.189i \quad F(\Gamma_{1C'A'}) = (4.246 \quad -131.31)$$

$$\Gamma_{2C'A'} := \frac{U_{C'A'}}{(-X_C \cdot i)} \quad \Gamma_{2C'A'} = -5.606 - 6.379i \quad F(\Gamma_{2C'A'}) = (8.492 \quad -131.31)$$

$$\Gamma_A := I_A + (\Gamma_{1C'A'} + \Gamma_{2C'A'}) \quad \Gamma_A = 6.421 - 2.119i \quad F(\Gamma_A) = (6.762 \quad -18.259)$$

$$\Gamma_B := I_B \quad \Gamma_B = -3.275 - 4.172i \quad F(\Gamma_B) = (5.303 \quad -128.13)$$

$$\Gamma_C := I_C - (\Gamma_{1C'A'} + \Gamma_{2C'A'}) \quad \Gamma_C = -3.147 + 6.29i \quad F(\Gamma_C) = (7.033 \quad 116.578)$$

Согласно выполненным расчетам, показания включенных в цепь амперметров равны:

$$A_1 = 5.303 (A) \quad A_2 = 4.246 (A) \quad A_a = 16.596 (A) \quad A_b = 5.303 (A) \quad A_c = 12.012 (A)$$

Расчет показаний ваттметров выполняется так же, как и в случае симметричной системы:

Показание ваттметра Wa:

$$E_{CA} := E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 - \frac{\pi}{180}} \quad E_{CA} = -450 + 259.808i$$

$$W_a := \operatorname{Re}(E_{CA} \cdot \overline{I_C}) \quad W_a = 4.348 \times 10^3$$

Показание ваттметра Wb:

$$E_{BA} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 - \frac{\pi}{180}} \quad E_{BA} = -450 - 259.808i$$

$$W_b := \operatorname{Re}(E_{BA} \cdot \overline{I_B}) \quad W_b = 2.557 \times 10^3$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 6.906 \times 10^3$$

### Баланс активной и реактивной мощностей

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C} \quad S_r = 6.906 \times 10^3 - 5.504i \times 10^3$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$P_{pr} := [(|\Gamma_A|)^2 + (|\Gamma_B|)^2 + (|\Gamma_C|)^2] \cdot R \quad P_{pr} = 6.906 \times 10^3$$

$$Q_{pr} := [(|\Gamma_{1C'A'}|)^2 + (|\Gamma_{1C'A'}|)^2 + (|\Gamma_{2C'A'}|)^2] \cdot (-X_C \cdot i) + [(|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2] \cdot X_L \cdot i$$

$$Q_{pr} = -5.504i \times 10^3$$



## Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.

