Лабораторна робота № 3

"Формальні алгоритмічні системи (ФАС). Машина Тьюрінга (МТ)".

Мета роботи: Ознайомлення зі способом зменшення часової складності. Зміст роботи:

<u>I. Теоретична частина.</u>

- 1. Математичні ФАС
- 2. Структура МТ.
- 3. Способи зменшення часової складності МТ
- 4. Обмеженність використання МТ.
- 5. Послідовність розв'язання задач на МТ.

II. Практична частина

Практичне заняття

- 1. Побудувати алгоритм МТ ("слід" МТ, програма) у відповідності до варіанту завдання.
- 2. Підрахувати часову, програмну та емкістну складність.

Лабораторна робота

- 1. Скласти програму для MT, користуючись програмою <u>ALGO2000.EXE</u>
- 2. Визначити часову, програмну та эмкыстну складнысть алгоритму

III. Висновки.

Теза Тьюрінга: Будь-яка обчислювальна функція може бути реалізована на деякій машині Тьюрінга.

1. Математичні ФАС

Основним призначенням математичних ΦAC ϵ дослідження проблем розв'язності. Для цієї проблеми вимога елементарності кроку ϵ необхідною. Оскільки ця вимога не може бути математично точно сформульована, вона інтерпретується як умова загальної зрозумілості. Математичні моделі ΦAC (вийнятки становлять рекурсивні функції) використовують елементарні операції типу розпізнавання символу, трасування, заміна або зміщення. Всі ці операції нагадують дитячу гру з кубиками, тому можуть вважатись загальнозрозумілими або елементарними.

Прикладом ФАС є машина Тьюрінга.

2. Структура МТ.

Існує низка варіантів детермінованих машин Тьюрінга: однострічкова, багатострічкова, універсальна та ін.Відмінність цих варіантів не принципова, вони зумовлені пошуком способів зменшення часової складності.

Модель однострічкової детермінованої МТ задається шісткою:

$$M = \langle A, Q, q_0, q_f, a_0, p \rangle,$$

де А – кінцева множина символів зовнішнього алфавіту,

О – кінцева множина символів внутрішнього алфавіту,

Q0 – початковий стан,

qf – кінцевий стан,

 $q_0, q_f \in Q$

20 – позначення порожньої комірки стрічки,

р – така програма, яка не може мати двох команд, у яких би збігалися два перші символи:

$${A}x{Q} \rightarrow {A}{L,R,S}{Q},$$

де L – зсувати головку вліво,

R - зсувати головку вправо,

S – головка залишається на місці.

Машини Тьюрінга мають одну і ту ж конфігурацію засобів реалізації алгоритму. У конфігурацію входять такі елементи: нескінчена нерухома стрічка, що поділена на окремі комірки, в які можна помістити тільки один символ зовнішнього алфавіту; рухома головка, яка може стирати, записувати і зчитувати символи зовнішнього алфавиту в комірках стрічки, програма з кінцевою кількістю станів.

Ці елементи і лінії передавання повідомлень, що їх пов'язують, утворюють структуру машини Тьюрінга, яка не залежить від структури алгоритму, що моделюється. [] Ця важлива особливість мМТ дозволяє кількісно порівнювати різні алгоритми з часової, місткісної складності і складності програм.

Машина Тьюрінга як модель алгоритму відповідає визначенню алгоритму. В явному вигляді тут означені всі сім параметрів. Слід машини наочно відображає структуру алгоритму, кількість циклів програми.

Особливості роботи МТ не суперечать властивостям алгоритму. Кроки МТ дискретні і детерміновані, мають властивість масовості. Єдина властивість, яка приймається умовно – це елементарність кроку. У машині Тьюрінга крок алгоритму супроводжується декількома операціями: читання символу в комірці стрічки, пошук необхідної команди, виконання команди – операція зі змістом комірки (залишити попередній символ, стерти його, записати новий), операція переміщення головки (залишити на місці, зсунути ліворуч чи праворуч). Всі ці операці, що складають крок алгоритму, є загальнозрозумільно.

Крок машини Тюрінга описується виразом $\{A\}x\{Q\}x\{\to\}x\{A\}x\{R,L,S\}x\{Q\}$. Звідси, стан це мить, коли читаний із стрічки символ a_I та новий символ a_I готові до виконання нової команди.

Способи зменшення часової складності МТ

Часова складність МТ задається послідовністю миттєвих станів машини. Місткісна складність вимірюється кількістю комірок стрічки, яка необхідна для реалізації алгоритму. Складність програми визначається кількістю команд.

Мінімізація часової складності МТ пов'язана з використанням наступних способів:

- зміна розташування початкових даних на стрічці;
- вибір місця розташування проміжних результатів;
- вибір стратегії руху головки;
- вибір початкового положення головки;
- збільшення символів зовнішнього алфавіту;
- застосування паралелізму (багатострічкова МТ).

Обмеженність використання МТ.

Наведені способи мінімізації часової складності, крім останньго, не мають практичного значення для комп'ютерної реалізації. МТ ϵ ідеалізованою моделлю алгоритму. Основним пунктом її ідеалізації, як і всіх інших математичних Φ AC, ϵ неврахування апаратних витрат, необхідних для реалізації алгоритму. Ця особливість математичних Φ AC не дозволя ϵ у повній мірі використовувати досягнення теорії Φ AC у проектуванні апаратно-програмних засобів. А у деяких випадках цей недолік приводить до практично неприйнятних висновків. Прикладом тому ϵ теорема про лінійне прискорення.

Послідовність розв'язання задач на МТ.

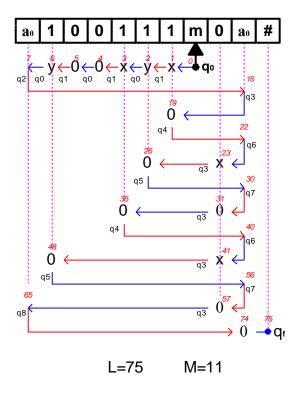
- 1. Розміщуються дані на стрічці
- 2. Визначається необхідність використання додаткових символів і місця їх розташування
- 3. Розробляється стратегія розв'язання задачі (слід машина Тюрінга)
- 4. Будується таблиця програми.
- 5. У відповідності до сліду машина Тюрінга розробляється набір команд, які розміщуються в клітинах таблиці.
- 6. Мінімізується кількість станів (команд) не змінюючи стратегії розв'язання задачі

Основна гіпотеза теорії алгоритмів: уточнення змісту алгоритму за допомогою рекурсивних функцій, моделей алгоритму: машини Тюрінга, нормальних алгоритмів Маркова — еквівалентні один одному. Основу гіпотези складають наступні тези:

Теза Чьорча: клас рекурсивно – примітивних функцій співпадає з класом обчислювальних функцій. Теза Тюрінга: будь-яка обчислювальна функція може бути реалізована на відповідній машині Тюрінга. Теза Маркова: будь-який довільний потенційно-здійснюваний процес перероблення слів в деякому алфавіті може бути представлений у вигляді певного нормальних алгоритму.

Приклади.

1. Виконати операцію (X mod 3), де X= 100111. Визначити часову (L), програмну (P) та місткісну (M) складність алгоритму.



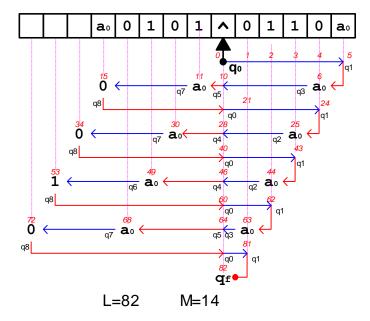
Q A	q o	q 1	\mathbf{q}_2	q 3	q4	q 5	q 6	q 7	q8	q9	q 10	q 11
m	Lqo		Rq2	Lq3	Rq4	Rq5			Rq8			
1	xLq1	yLq ₀	Rq2	Lq3		Rq5						
0	Lq1	Lq0	Rq2	Lq3	Rq4	Rq5	xLq3	yLq3	Rq8			
ao	Rq2	Rq2	Lq3	Rq8	Lq6	Lq7			0Rq11	1Rq11	0Rq11	
X			Rq2	0Rq4	Rq4	Rq5	yLq3	0Lq3	0Rq9			
\mathbf{y}			Rq2	0Rq5	Rq4	Rq5	0Lq3	xLq3	1Rq10			
#												qf

P = 44

• В алгоритмі використано наступну властивість :

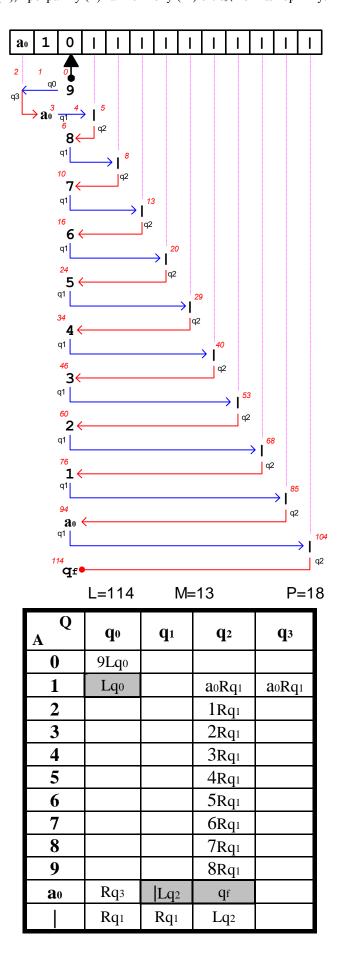
Якщо C = A + B, то $C \mod 3 = (A \mod 3 + B \mod 3) \mod 3$

2. Виконати операцію кон'юнкції: $(X \wedge Y)$, де X = 0101, Y = 0110. Визначити часову (L), програмну (P) та місткісну (M) складність алгоритму.



A Q	q o	q 1	\mathbf{q}_2	q3	q4	q 5	q 6	q 7	q8	
a 0	Lq1				Lq4	Lq5	1Rq8	0Rq8	Rq8	
0	Rq0	a ₀ Lq ₃	Lq2	Lq3	aoLq7	aoLq7	Lq6	Lq7	Rq8	
1	Rq0	aoLq2	Lq2	Lq3	a ₀ Lq ₆	aoLq7	Lq6	Lq7	Rq8	
۸	Rq0	qf	Lq4	Lq5					Rq0	

3. Виконати операцію переводу формата числа із десяткового в унарний : $X_{(10)} \rightarrow Y_{(1)}$, де X=10. Визначити часову (L), програмну (P) та місткісну (M) складність алгоритму.



Номер варіанту відповідає номеру студента в журналі.	
1. Виконати операцію Y = (X mod 3), де X, Y – двійкові числа. L=20	
2. Виконати операцію Y = (X mod 3), де X, Y – двійкові числа з мінімальною часовою складністю L=10	
3. Виконати операцію Y = (X mod 3), де X, Y – десяткові числа	
4. Виконати операцію додавання двох двійкових чисел: Z= (X+Y) хз х2 х1 х0 + уз у2 у1 у0 = z4 z3 z2 z1 z0 Без збереження вхідних даних.	
 Биконати операцію додавання двох двійкових чисел: Z= (X+Y) Z4 z3 z2 z1 z0 = y3 y2 y1 y0 + x3 x2 x1 x0 Без збереження вхідних даних. 	
6. Виконати операцію додавання двох двійкових чисел: Z= (X+Y) хз х2 х1 х0 + уз у2 у1 у0 = z3 z2 z1 z0 Зі збереженням вхідних даних.	
7. Виконати операцію додавання двох двійкових чисел: Z= (X+Y)	
8. Виконати операцію додавання двох двійкових чисел: Z= (X+Y) уз у2 у1 у0 + хз х2 х1 х0	

Результат розташувати на місці вхідних даних

9.	Ви	кон	ати	опе	раці	ю до	дава	ння,	двох	к дві	йкові	их чи	сел:2	Z= (X+Y)) з м	иінім	алы	ною ч	часо	вою	скла	адніс	стю	
									Ì]
① _	Pos	зта	шув	ання	г дан	их д	овілі	ьне.	•	·	•	·	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		_
10.	Ви	кон	ати	опе	раці	ю до	дава	ння.	двох	к дес	яткої	вих ч	исел	, Z=	(X+	Y)									
	Γ								x1	х0	+	y1	y0	=	z2	z1	z0								7
ິດ _	Без	3 36	epe	женн	ня вх	сідни	х да	них.																	_
11.	Ви	кон	ати	опеј	раці	ю до	дава	ння	двох	к дес	яткої	вих ч	исел	: Z=	(X+	Y)									
						z2	z1	z0	=	у1	y0	+	x1	x0]
ິດ 	Без	3 36	epe	женн	ня вх	кідни	х да:	них.																	
12.	Ви	кон	ати	опеј	раці	ю до	дава	ння,	двох	дес	яткої	вих ч	исел	: Z=	(X+	Y)									_
									x1	x0	+	у1	y0	=	z2	z1	z0								
ິດ 	3i s	збеј	реж	ення	М ВХ	сідни	х да:	них.																	
13.	Ви	КОН	ати	опе	раці	ю до z2	Ī	Ī	Ī	у1	у0		исел	: Z=	(X+	Y)]
<u></u>	3i 3	збеј	реж	ення	м вх	аідни	х да	них.																	
14.	Ви	кон	ати	опеј	раці	ю до	дава	ння,	двох	к дес	яткої	вих ч	исел	: Z=	(X+	Y)	_		÷						
										уЗ	y2 y	/1 y	0 +	· x3	3 x2	2 x	1 x	0							
① 	Pes	зул	ьтат	роз	гашу	увати	і на і	місц	і вхі,	дних	к дані	их													
15.	Ви	кон	ати	опеј	раці	ю від	цніма	ання	дво	х дв	ійков	их ч	исел,	Z=(X-Y	7)									
					хЗ	x2	x1	x0	-	уЗ	y2	у1	y0	=	z4	z3	z2	z1	z0						
ਹਿ 	Без	3 36	epe	женн	ня вх	сідни	х да:	них.	Чис	ла п	редст	гавле	ніві	прям	ому 1	коді	i.								
16.	Ви	кон	ати	опе	раці	ю від	цніма	ання	дво	х дв	ійков	их ч	исел:	Z= (X-Y	<u></u>									
				Z4	z3	z2	z1	z0	=	уЗ	y2	у1	y0	-	х3	x2	x1	х0]
Û	Б ез	3 3 6	epe	женн	ня вх	сідни	х да	них.	Чис	ла п	редст	гавле	ніві	прям	OMV 1	коді	i.								

17. Виконати операцію віднімання двох двійкових чисел: Z= (X-Y)														
x3 x2 x1 x0 - y3 y2 y1 y0 = z3 z2 z1 z0														
3і збереженням вхідних даних. Числа представлені в прямому коді.														
18. Виконати операцію віднімання двох двійкових чисел: Z= (X-Y)														
z3 z2 z1 z0 = y3 y2 y1 y0 - x3 x2 x1 x0														
Зі збереженням вхідних даних. Числа представлені в прямому коді.														
19. Виконати операцію віднімання двох десяткових чисел, Z=(X-Y)														
x1 x0 - y1 y0 = z1 z0														
$\Upsilon_{X>=Y}$														
N/-1														
20. Виконати операцію віднімання двох десяткових чисел, Z=(X-Y)														
x1 x0 - y1 y0 = z1 z0														
℃ X <y< td=""></y<>														
21. Виконати операцію операцію переводу формата числа із десяткового в унарний $X_{(10)} \to Y_{(1)}$,														
x0 =														
企														
22. Виконати операцію операцію переводу формата числа із десяткового в двійковий $X_{(10)} \to Y_{(2)}$,														
x1 x0 = yn y0														
企														
23. Виконати операцію операцію переводу формата числа із двійкової в десяткову $X_{(2)} \to Y_{(10)}$,														
xn x0 = yk y0														
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·														
24. Виконати операцію кон'юнкції (AND) двох двійкових чисел: Z= (X v Y),														
x3 x2 x1 x0 v y3 y2 y1 y0 = z3 z2 z1 z0														
企														

25.	Вико	нат	и о	пера	цію д	цезю	нкці	ï (O)	R) ;	цвох	двій	і́ков	их ч	исел	:Z= ((X'	\ Y)	з мін	німал	іьноі	о ча	сово	ю ск	лад	ністю
]
<u>1</u>	Розт	ашу	ван	ня да	аних	дові	льне	e.																	
26.	Пред	істаі	зит:	и чис	сло У	X (Xn	X_{n-1}	ı X	1 X ₀)	вдн	війко	во-і	нвер	сном	му ко	оді ((X_0)	X ₁	X_{n-1}	X _n)					
										xn				x1	х0										
<u> </u>	Р	ашу	ван	ня да	аних	дові	льне	e.																	
27.	Пред	істаі	зит	и чис	ело У	X (X _n	X_{n-1}	ı X	1 X ₀)	в дв	зійко	во-і	нвер	сном	му ко	оді ((X_0)	X ₁	X_{n-1}	X _n)					
						xn				xn	x0	->	х0	x1				. x	n						
<u>1</u>	<u> </u>																								
28.	Вико	нат	и о	пера	цію з	всуву	/двій	іковс	го ч	исла	Χв	ліво	на 4	роз	ряди	ı									٦
									х	3 x	(2)	(1)	x0	L	4										
<u> </u>	<u>}</u>																								
29.	Вико	нат	и о	пера	цію з	всуву	/двій	іковс	го ч	исла	Хв	ліво	на `	Y pos	вряді	iв									,
	L								х	:3 ×	(2)	(1)	x0	L y	/1	y0									
<u>1</u>	<u> </u>																								
30.	Вико	нат	и оі	пера	цію і	цикл	ічно	го зс	уву ,	двій	ково	го ч	исла	Хв	піво	на `	Y po	зряд	ів						_
									х	3 x	(2)	(1)	x0	CI	/1	y0									
<u> </u>	<u> </u>																								
31.	Вико	нат	и о	пера	цію і	цикл	ічно	го зс	уву ,	двій	ково	го ч	исла	Хв	прав	о на	a Y j	розр	ядів						_
									х	З х	(2)	< 1	x0 (Cr y	/1	y0									
<u> </u>	<u>} </u>																								
32.	Вико	нат	и о	пера	цію і	конм	кенн	я дво	х де	сятк	ових	х чис	сел У	Κ*Υ 											_
											x	*	у												
<u>_</u>	X <10), Y·	<10	Po ₃	зташ	уван	ня ре	езуль	ътату	⁄ дов	ільн	e.													

- початкове положення рухомої головки задано

🔐 - виберіть початкове положення рухомої головки таким чином, щоб часова складність була найменшою