

Министерство образования и науки Украины  
Национальный технический университет Украины  
“Киевский Политехнический Институт”  
Кафедра ТОЭ

***Расчетно-графическая работа***  
***“Трёхфазные цепи”***  
*Вариант 305*

Выполнил:\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Проверил:\_\_\_\_\_

## Условие задания

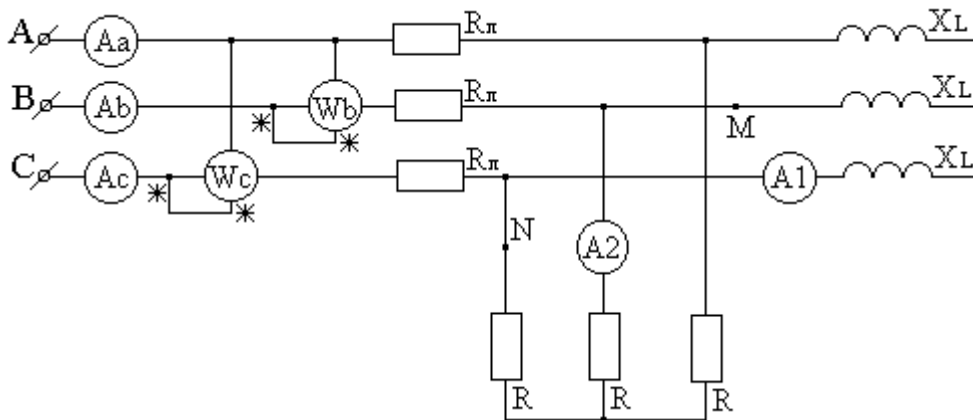
Симметричны трёхфазный генератор с обмотками, соединёнными в звезду, питает через трехпроводную линию электропередачи нагрузку с элементами, соединёнными звездой и треугольником.

### Требуется:

1. Определить показания включенных в цепь измерительных приборов, полагая нагрузки симметричной.
2. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
3. По результатам расчета п.1 построить для симметричной нагрузки совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.
4. Провести расчет токов во всех ветвях напряжений на всех участках цепи, определить показания измерительных приборов в аварийном режиме, делая обрыв в указанной точке.
5. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
6. По результатам расчета п.4 построить совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.

$$U_A := 200 \quad U_B := U_A \quad U_C := U_B \quad \psi_A := 0 \quad R_L := 10 \quad R := 80 \quad X_L := 27$$

Обрыв проводится в точке М.



Общая схема трёхфазной цепи

## **Определение показаний измерительных приборов при симметричной нагрузке**

Так как нагрузка симметрическая, то будем проводить расчет только по одной фазе. Токи в остальных фазах будут такими же, только будут отличаться углы.

За опорную примем фазу А. Фазные напряжения генератора и сопротивления элементов нагрузки в комплексной форме равны:

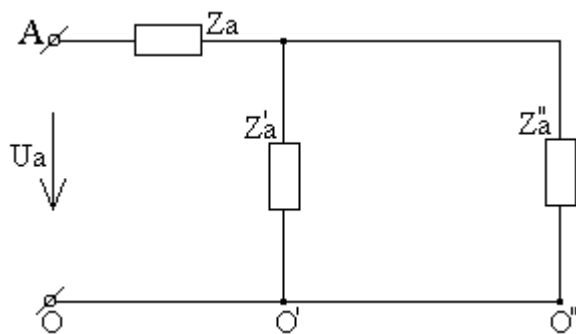
$$E_A := U_A \cdot e^{i \cdot \psi_A \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_B := U_B \cdot e^{i(\psi_A - 120) \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_C := U_C \cdot e^{i(\psi_A + 120) \cdot \frac{\pi}{180}}$$

$$F(E_A) = (200 \ 0) \quad F(E_B) = (200 \ -120) \quad F(E_C) = (200 \ 120)$$

$$Z_a := R_L \quad Z_b := Z_a \quad Z_c := Z_b \quad Z_a = 10$$

$$Z'_a := R \quad Z'_b := Z'_a \quad Z'_c := Z'_b \quad Z'_a = 80$$

$$Z''_a := X_L \cdot i \quad Z''_b := Z''_a \quad Z''_c := Z''_b \quad Z''_a = 27i$$



Преобразованная схема (фаза А)

Эквивалентное сопротивление данной схемы равно:

$$Z_{ea} := Z_a + \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea} = 18.181 + 24.239i$$

Ток в фазе А, согласно закону Ома, равен:

$$I_A := \frac{E_A}{Z_{ea}} \quad I_A = 3.961 - 5.28i \quad F(I_A) = (6.601 \ -53.128)$$

Соответственно в фазах В и С:

$$I_B := I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_B = -6.553 - 0.79i \quad F(I_B) = (6.601 \ -173.128)$$

$$I_C := I_A \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_C = 2.593 + 6.07i \quad F(I_C) = (6.601 \ 66.872)$$

Фазное напряжение на параллельном участке А'О равно:

$$Z_{ea'} := \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea'} = 8.181 + 24.239i$$

$$U_{A'O} := I_A \cdot Z_{ea'} \quad U_{A'O} = 160.394 + 52.804i$$

Остальные токи равны:

$$I'_A := \frac{U_{A'O}}{Z'_a} \quad I'_A = 2.005 + 0.66i \quad F(I'_A) = (2.111 \ 18.222)$$

$$I'_B := I'_A \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I'_B = -0.431 - 2.066i \quad F(I'_B) = (2.111 \ -101.778)$$

$$\begin{aligned} I_C &:= I_A \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} & I_C &= -1.043 + 0.672i & F(I_C) &= (1.24 \quad 147.214) \\ I_A &:= \frac{U_{A'O}}{Z_a} & I_A &= 1.956 - 5.941i & F(I_A) &= (6.254 \quad -71.778) \\ I_B &:= I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} & I_B &= -6.122 + 1.277i & F(I_B) &= (6.254 \quad 168.222) \\ I_C &:= I_A \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} & I_C &= 4.167 + 4.664i & F(I_C) &= (6.254 \quad 48.222) \end{aligned}$$

На основании выполненных расчетов, показания амперметров будут равны:

$$A_1 = 6.254 \quad A_2 = 2.111 \quad A_a = 6.601 \quad A_b = 6.601 \quad A_c = 6.601$$

Находим показания ваттметров. Ваттметры показывают вещественную часть произведения комплекса напряжения, приложенного к обмотке напряжения (его отсчитывают от начала обмотки к концу), на сопряженный комплекс тока, протекающего через обмотку тока:

Показание ваттметра  $W_a$ :

$$\begin{aligned} E_{CA} &:= E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} & E_{CA} &= -300 + 173.205i \\ W_a &:= \operatorname{Re}(E_{CA} \cdot \overline{I_C}) & W_a &= 273.592 \end{aligned}$$

Показание ваттметра  $W_b$ :

$$\begin{aligned} E_{BA} &:= E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} & E_{BA} &= -300 - 173.205i \\ W_b &:= \operatorname{Re}(E_{BA} \cdot \overline{I_B}) & W_b &= 2.103 \times 10^3 \end{aligned}$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 2.376 \times 10^3$$

### ***Баланс активной и реактивной мощностей***

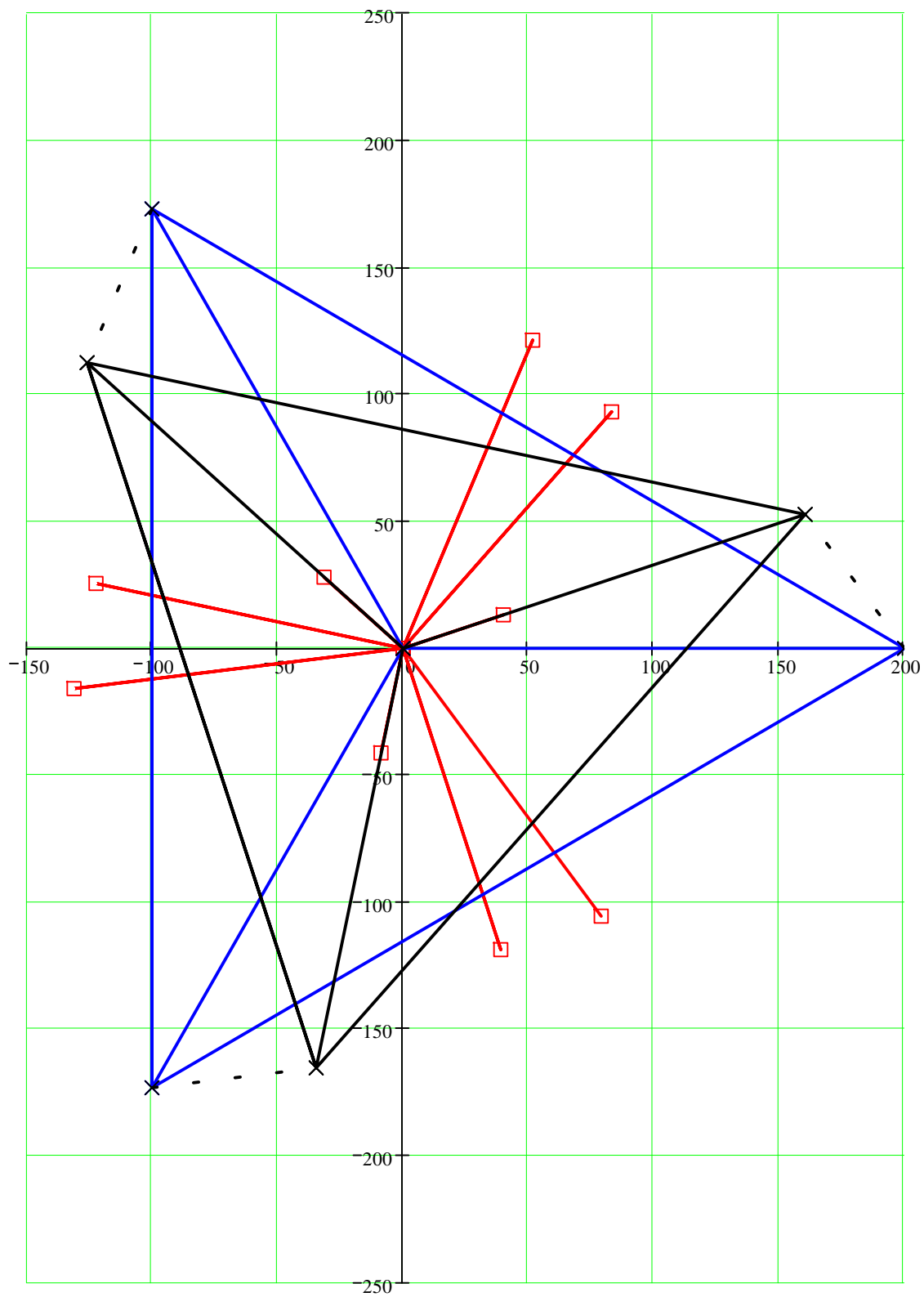
Правильность расчетов проверим, составив баланс активных и реактивных мощностей. Мощность источника энергии определяют в виде суммы произведений комплексов фазных ЭДС (напряжений) на сопряженные комплексы токов соответствующих фаз. В симметричной трёхфазной системе мощность, отдаваемая в нагрузку источником, равна утроенной мощности одной фазы.

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C} \quad S_r = 2.376 \times 10^3 + 3.168i \times 10^3$$

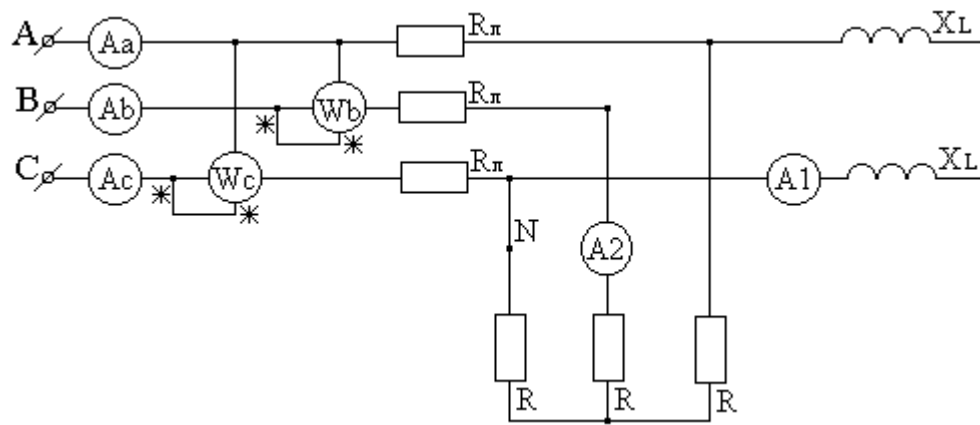
Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$\begin{aligned} P_{pr} &:= \left[ (|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R_L + \left[ (|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R & P_{pr} &= 2.376 \times 10^3 \\ Q_{pr} &:= \left[ (|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot (X_L \cdot i) & Q_{pr} &= 3.168i \times 10^3 \end{aligned}$$

*Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи*



## Определение показаний измерительных приборов в аварийном режиме

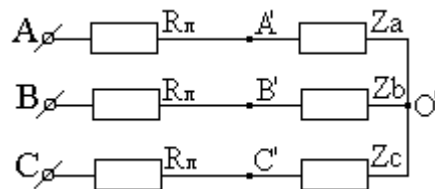


Несимметричная трёхфазная система.

С целью упрощения схемы несимметричной трёхфазной системы на нагрузку с элементами, соединенными звездой, следует заменить эквивалентным треугольником.

$$R' := R + R + \frac{R \cdot R}{R} \quad R' = 240$$

Параллельно включенные сопротивления нагрузки можно заменить эквивалентными, в результате чего образуется несимметричный треугольник. Заменяв его эквивалентной звездой, рассчитываемую цепь приводят к виду:



Несимметричная звезда.

Сопротивления несимметричного треугольника равны:

$$Z_{C'A'} := \frac{(2 \cdot X_L \cdot i) \cdot R'}{R' + 2 \cdot X_L \cdot i} \quad Z_{C'A'} = 11.565 + 51.398i$$

$$Z_{B'C'} := R' \quad Z_{B'C'} = 240 \quad Z_{A'B'} := R' \quad Z_{A'B'} = 240$$

Сопротивление эквивалентной звезды:

$$Z_a := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_a = 8.181 + 24.239i$$

$$Z_b := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{B'C'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_b = 115.91 - 12.12i$$

$$Z_c := \frac{Z_{B'C'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_c = 8.181 + 24.239i$$

Полные комплексные сопротивления в каждой фазе цепи:

$$Z_{ea} := Z_a + Z_a \quad Z_{ea} = 18.181 + 24.239i$$

$$Z_{eb} := Z_b + Z_b \quad Z_{eb} = 125.91 - 12.12i$$

$$Z_{ec} := Z_c + Z_c \quad Z_{ec} = 18.181 + 24.239i$$

Фазные напряжения на нагрузке в цепи удобно определять, вычислив предварительно смещение нейтрали:

$$Y_A := \frac{1}{Z_{ea}} \quad Y_B := \frac{1}{Z_{eb}} \quad Y_C := \frac{1}{Z_{ec}}$$

$$Y_A = 0.02 - 0.026i \quad Y_B = 7.869 \times 10^{-3} + 7.575i \times 10^{-4} \quad Y_C = 0.02 - 0.026i$$

$$U_{O''O} := \frac{E_A \cdot Y_A + E_B \cdot Y_B + E_C \cdot Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} \quad U_{O''O} = 63.224 + 55.642i$$

Фазные напряжения на элементах нагрузки цепи равны:

$$U_{AO''} := E_A - U_{O''O} \quad U_{AO''} = 136.776 - 55.642i \quad F(U_{AO''}) = (147.661 \quad -22.137)$$

$$U_{BO''} := E_B - U_{O''O} \quad U_{BO''} = -163.224 - 228.847i \quad F(U_{BO''}) = (185.851 \quad -125.218)$$

$$U_{CO''} := E_C - U_{O''O} \quad U_{CO''} = -163.224 + 117.563i \quad F(U_{CO''}) = (201.154 \quad 144.236)$$

Токи в фазах, равные фазным токам генератора и линейным токам исходной системы, определяют по закону Ома:

$$I_A := \frac{U_{AO''}}{Z_{ea}} \quad I_A = 1.24 - 4.713i \quad F(I_A) = (4.873 \quad -75.265)$$

$$I_B := \frac{U_{BO''}}{Z_{eb}} \quad I_B = -1.111 - 1.925i \quad F(I_B) = (2.222 \quad -120)$$

$$I_C := \frac{U_{CO''}}{Z_{ec}} \quad I_C = -0.128 + 6.638i \quad F(I_C) = (6.639 \quad 91.108)$$

$$U_{AB} := E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad U_{AB} = 300 + 173.205i \quad F(U_{AB}) = (346.41 \quad 30)$$

$$U_{AA'} := I_A \cdot Z_a \quad U_{AA'} = 12.395 - 47.131i \quad F(U_{AA'}) = (48.734 \quad -75.265)$$

$$U_{BC} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad U_{BC} = -346.41i \quad F(U_{BC}) = (346.41 \quad -90)$$

$$U_{BB'} := I_B \cdot Z_b \quad U_{BB'} = -11.111 - 19.245i \quad F(U_{BB'}) = (22.222 \quad -120)$$

$$U_{CA} := E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad U_{CA} = -300 + 173.205i \quad F(U_{CA}) = (346.41 \quad 150)$$

$$U_{CC'} := I_C \cdot Z_c \quad U_{CC'} = -1.284 + 66.376i \quad F(U_{CC'}) = (66.388 \quad 91.108)$$

Для определения токов во всех ветвях рассчитываемой схемы необходимо определить напряжение между точками A', B' и C'.

Согласно второму закону Кирхгофа:

$$U_{AB} := U_{AA'} + U_{A'B'} - U_{BB'}$$

отсюда:

$$U_{A'B'} := U_{AB} - U_{AA'} + U_{BB'} \quad U_{A'B'} = 276.494 + 201.091i \quad F(U_{A'B'}) = (341.886 \quad 36.028)$$

аналогично вычисляют

$$U_{B'C'} := U_{BC} - U_{BB'} + U_{CC'} \quad U_{B'C'} = 9.827 - 260.789i \quad F(U_{B'C'}) = (260.974 \quad -87.842)$$

$$U_{C'A'} := U_{CA} - U_{CC'} + U_{AA'} \quad U_{C'A'} = -286.32 + 59.698i \quad F(U_{C'A'}) = (292.478 \quad 168.222)$$

Ток, согласно закону Ома, равен:

$$I''_A := \frac{U_{C'A'}}{X_L \cdot i + X_L \cdot i} \quad I''_A = 0.155 + 3.179i \quad F(I''_A) = (5.416 \quad 78.222)$$

$$I''_C := I''_A \quad I''_C = 1.106 + 5.302i \quad F(I''_C) = (5.416 \quad 78.222)$$

Токи в нагрузке, соединенной звездой в системе могут быть вычислены по первому закону Кирхгофа.

$$\begin{aligned} I_C &:= I_C - I''_C & I_C &= -1.234 + 1.335i & F(I_C) &= (1.818 \quad 132.74) \\ I_B &:= I_B & I_B &= -1.111 - 1.925i & F(I_B) &= (2.222 \quad -120) \\ I_A &:= I_A + I''_A & I_A &= 2.345 + 0.589i & F(I_A) &= (2.418 \quad 14.102) \end{aligned}$$

Согласно выполненным расчетам, показания включенных в цепь амперметров равны:

$$A_1 = 5.416 \text{ (A)} \quad A_2 = 2.222 \text{ (A)} \quad A_a = 4.873 \text{ (A)} \quad A_b = 2.222 \text{ (A)} \quad A_c = 6.639 \text{ (A)}$$

Расчет показаний ваттметров выполняется так же, как и в случае симметричной системы:

Показание ваттметра  $W_a$ :

$$\begin{aligned} E_{CA} &:= E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 - \frac{\pi}{180}} & E_{CA} &= -300 + 173.205i \\ W_a &:= \operatorname{Re}(E_{CA} \cdot \overline{I_C}) & W_a &= 1.188 \times 10^3 \end{aligned}$$

Показание ваттметра  $W_b$ :

$$\begin{aligned} E_{BA} &:= E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 - \frac{\pi}{180}} & E_{BA} &= -300 - 173.205i \\ W_b &:= \operatorname{Re}(E_{BA} \cdot \overline{I_B}) & W_b &= 666.667 \end{aligned}$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 1.855 \times 10^3$$

### ***Баланс активной и реактивной мощностей***

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C} \quad S_r = 1.855 \times 10^3 + 1.584i \times 10^3$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$\begin{aligned} P_{pr} &:= \left[ (|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R_L + \left[ (|I'_A|)^2 + (|I'_B|)^2 + (|I'_C|)^2 \right] \cdot R & P_{pr} &= 1.855 \times 10^3 \\ Q_{pr} &:= \left[ (|I'_A|)^2 + (|I'_C|)^2 \right] \cdot (X_L \cdot i) & Q_{pr} &= 1.584i \times 10^3 \end{aligned}$$



*Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи*

