Міністерство освіти України
Національний технічний університет України
“Київський політехнічний інститут”
Кафедра ТОЕ

Розрахунково-графічна робота

“Розрахунок перехідних процесів у лінійних колах“

Варіант № 017

Виконав: ________________
____
____
____

Перевірив: _______________

Київ 2007

Умова задання

1. В колі з джерелом постійної ЕДС необхідно:

1) класичним методом розрахзувати напруги на реактивних елементах та струми перехідного процесу;

2) розрахувати струм в колі з джерелом ЕДС Е1 та напругу на реактивному елементі операторним методом;

3) побудувати в одному часовому масштабі діаграми струму та напруги на реактивних елементах.

2. Дослідити, яким повинен бути активний опір у вітці з джерелом Е1, щоб перехідний процес проходив в граничному режимі.

3. Визначити струми в вітках та напруги на реактивних елементах в момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійних ЕДС Е1і Е2 в колі діють синусоїдні джерела.

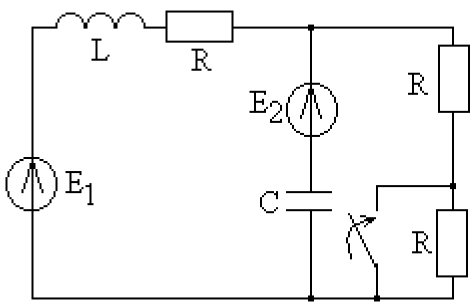
3. В післякомутаційній схемі закоротити джерело ЕДС Е2.

а) виключити катушку індуктивності чи ємність, замінивши останню опором R;

б) вважаючи, що замість ждерела постійної ЕДС Е1 до отриманного кола подається напруга, форма якої показана на малюнку;

в) розрахувати вхідний струм та напругу на реактивном елементі методом інтеграла Дюамеля при періоді Т, заданому в долях від τ;

г) побудувати в одному часовому масштабі діаграми напруги на вході, вхідного струму і напруги на реактивних елементі.



Основна схема

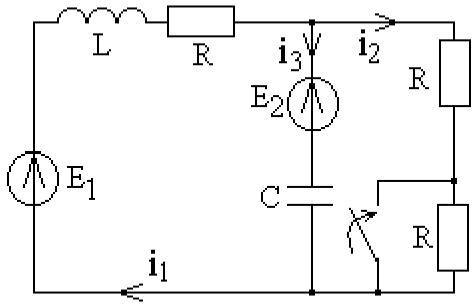
Вхідні данні:

$L := 0.17$ Гн $C := 50 \cdot 10^{-6}$ Ф $R := 25$ Ом

$E_1 := 90$ В $E_2 := 60$ В $\psi := 45 \cdot deg$ C^0 $\omega := 200$ c^{-1}

Класичний метод

Оберемо додатній напрямок струмів у вітках схеми:



Знайдемо значення струмів та напруг безпосередньо до комутації:

Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \frac{E_1}{3 \cdot R}$ $\qquad i_{2дк} := i_{1дк} \quad i_{2дк} = 1.2$

$i_{3дк} := 0$ $\qquad u_{Lдк} := 0$

$u_{Cдк} := E_1 - i_{1дк} \cdot R - E_2 \qquad u_{Cдк} = 0$

Усталений режим після комутації: $t = \infty$

$i'_1 := \frac{E_1}{2 \cdot R} \qquad i'_2 := i'_1 \qquad i'_2 = 1.8$

$i'_3 := 0 \qquad u'_L := 0$

$u'_C := E_1 - i'_1 \cdot R - E_2 \qquad u'_C = -15$

Незалежні початкові умови

$i_{10} := i_{1дк} \qquad i_{10} = 1.2$

$u_{C0} := u_{Cдк} \qquad u_{C0} = 0$

Залежні початкові умови

Given

$i_{20} = i_{10} - i_{30}$

$E_1 - E_2 = u_{L0} + u_{C0} + i_{10} \cdot R$

$E_2 = i_{20} \cdot R - u_{C0}$

$$\begin{pmatrix} i_{30} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{30}, i_{20}, u_{L0}) \text{ float}, 6 \rightarrow \begin{pmatrix} -1.20000 \\ 2.40000 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$i_{30} = -1.2 \quad i_{20} = 2.4 \qquad u_{L0} = 0$

Незалежні початкові умови

$di_{10} := \frac{u_{L0}}{L} \qquad di_{10} = 0$

$du_{C0} := \frac{i_{30}}{C} \qquad du_{C0} = -2.4 \times 10^4$

Залежні початкові умови

Given

$$di_{10} = di_{20} + di_{30}$$

$$0 = du_{L0} + du_{C0} + di_{10} \cdot R$$

$$0 = di_{20} \cdot R - du_{C0}$$

$$\begin{pmatrix} di_{20} \\ di_{30} \\ du_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(di_{20}, di_{30}, du_{L0})$$

$di_{20} = -960$ $\quad di_{30} = 960$ $\quad du_{L0} = 2.4 \times 10^{4}$

Вільний режим після комутайії: $t = 0$

Складемо характерестичне рівняння схеми

$$Z(p) := \frac{R \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C}\right)}{R + \frac{1}{p \cdot C}} + p \cdot L + R \qquad Z(p) := \frac{R \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C}\right) + \left(R + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot (p \cdot L + R)}{R + \frac{1}{p \cdot C}}$$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := R \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C}\right) + \left(R + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot (p \cdot L + R) \; \Bigg| \begin{matrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -473.53 - 105.19 \cdot i \\ -473.53 + 105.19 \cdot i \end{pmatrix}$$

Одже корні характеристичного рівняння мають вигляд:

$p_1 = -473.53 - 105.19i$ $\quad p_2 = -473.53 + 105.19i$

Коефіцієнт затухання та кутова частота вільних коливань:

$\delta := |\mathrm{Re}(p_1)|$ $\quad \delta = 473.53$ $\quad \omega_0 := |\mathrm{Im}(p_2)|$ $\quad \omega_0 = 105.19$

Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$$i''_1(t) = A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_1)$$

$$i''_2(t) = B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_2)$$

$$i''_3(t) = C \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_3)$$

$$u''_C(t) = D \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_C)$$

$$u''_L(t) = F \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_L)$$

Визначення сталих інтегрування:

Для струму i1(t):

Given

$$i_{10} - i'_1 = A \cdot \sin(v_1)$$

$$di_{10} = -A \cdot \delta \cdot \sin(v_1) + A \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_1)$$

$$\begin{pmatrix} A \\ v_1 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(A, v_1) \; \text{float}, 5 \; \rightarrow \begin{pmatrix} 2.7668 & -2.7668 \\ -2.9230 & .21859 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$A = 2.767$ $\quad v_1 = -2.923$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i''_1(t) := A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_1) \; \text{float}, 5 \; \rightarrow 2.7668 \cdot \exp(-473.53 \cdot t) \cdot \sin(105.19 \cdot t - 2.9230)$$

$$i_1(t) := i'_1 + i''_1(t) \; \text{float}, 4 \; \rightarrow 1.800 + 2.767 \cdot \exp(-473.5 \cdot t) \cdot \sin(105.2 \cdot t - 2.923)$$

Для струму i2(t):

$i_{20} - i'_2 = B \cdot \sin(v_2)$

$di_{20} = -B \cdot \delta \cdot \sin(v_2) + B \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_2)$

$\begin{pmatrix} B \\ v_2 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(B, v_2)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow \begin{pmatrix} -6.4533 & 6.4533 \\ -9.3110 \cdot 10^{-2} & 3.0485 \end{pmatrix}$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$B = -6.453$ $\qquad v_2 = -0.093$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$i''_2(t) := B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_2)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow -6.4533 \cdot \exp(-473.53 \cdot t) \cdot \sin(105.19 \cdot t - 9.3110 \cdot 10^{-2})$

$i_2(t) := i'_2 + i''_2(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow 1.800 - 6.453 \cdot \exp(-473.5 \cdot t) \cdot \sin(105.2 \cdot t - 9.311 \cdot 10^{-2})$

Для струму i3(t):

$i_{30} - i'_3 = C \cdot \sin(v_3)$

$di_{30} = -C \cdot \delta \cdot \sin(v_3) + C \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_3)$

$\begin{pmatrix} C \\ v_3 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(C, v_3)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow \begin{pmatrix} -3.9129 & 3.9129 \\ 2.8299 & -.31170 \end{pmatrix}$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$C = -3.913$ $\qquad v_3 = 2.83$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$i''_3(t) := C \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_3)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow -3.9129 \cdot \exp(-473.53 \cdot t) \cdot \sin(105.19 \cdot t + 2.8299)$

$i_3(t) := i'_3 + i''_3(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow -3.913 \cdot \exp(-473.5 \cdot t) \cdot \sin(105.2 \cdot t + 2.830)$

Для напруги Uc(t):

$u_{C0} - u'_C = D \cdot \sin(v_C)$

$du_{C0} = -D \cdot \delta \cdot \sin(v_C) + D \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_C)$

$\begin{pmatrix} D \\ v_C \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(D, v_C)\ \Big|\begin{matrix} \mathrm{float}, 5 \\ \mathrm{complex} \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -161.33 & 161.33 \\ -9.3110 \cdot 10^{-2} & 3.0485 \end{pmatrix}$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$D = -161.33$ $\qquad v_C = -0.093$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$u''_C(t) := D \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_C)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow -161.33 \cdot \exp(-473.53 \cdot t) \cdot \sin(105.19 \cdot t - 9.3110 \cdot 10^{-2})$

$u_C(t) := u'_C + u''_C(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow -15. - 161.3 \cdot \exp(-473.5 \cdot t) \cdot \sin(105.2 \cdot t - 9.311 \cdot 10^{-2})$

Для напруги Ul(t):

$u_{L0} - u'_L = F \cdot \sin(v_L)$

$du_{L0} = -F \cdot \delta \cdot \sin(v_L) + F \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_L)$

$\begin{pmatrix} F \\ v_L \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(F, v_L)\ \Big|\begin{matrix} \mathrm{float}, 5 \\ \mathrm{complex} \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 228.16 & -228.16 \\ 0 & 3.1416 \end{pmatrix}$

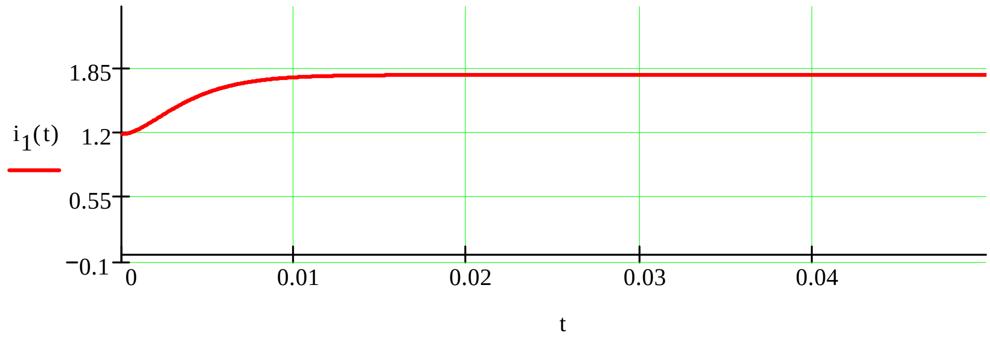
Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$F = 228.16$ $\qquad v_L = 0$

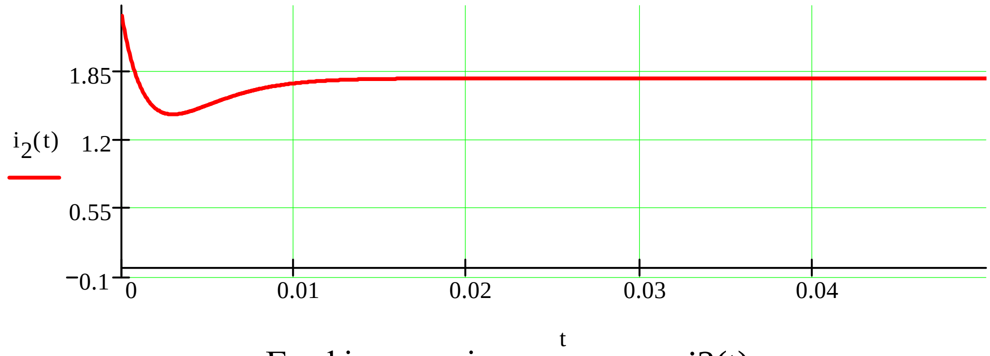
Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$u''_L(t) := F \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_L)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow 228.16 \cdot \exp(-473.53 \cdot t) \cdot \sin(105.19 \cdot t)$

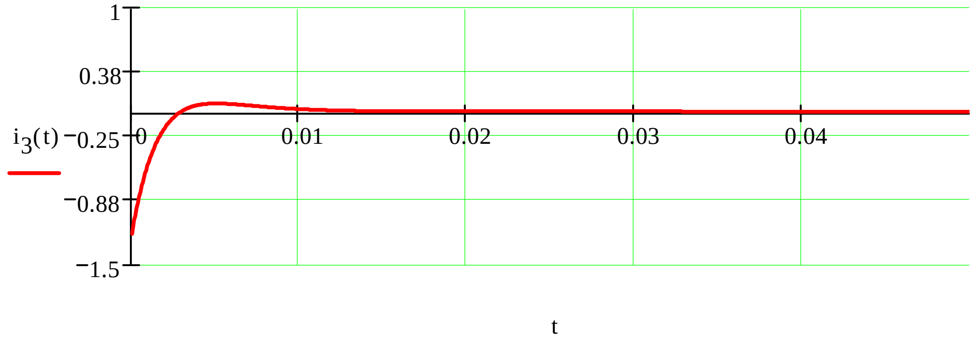
$u_L(t) := u'_L + u''_L(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow 228.2 \cdot \exp(-473.5 \cdot t) \cdot \sin(105.2 \cdot t)$



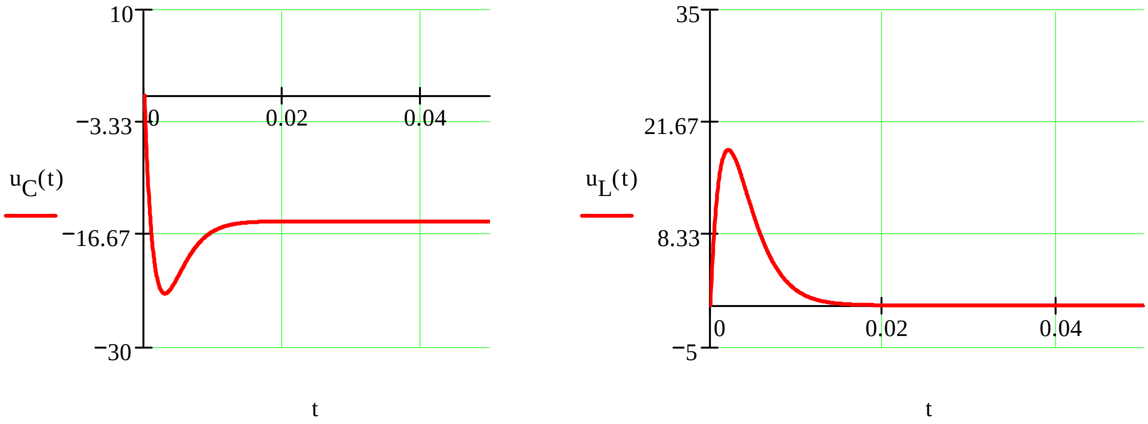
Графік перехідного струму i1(t).



Графік перехідного струму i2(t).

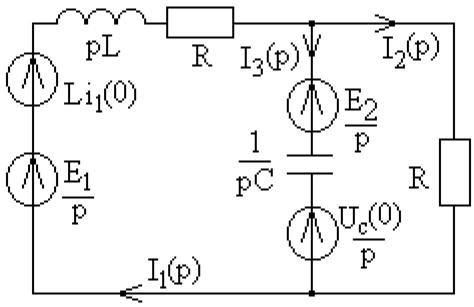


Графік перехідного струму i3(t).



Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

Операторний метод



Операторна схема

Усталений режим до комутації: $t < 0$

$$i_{1дк} := \frac{E_1}{3 \cdot R} \qquad i_{2дк} := i_{1дк} \quad i_{2дк} = 1.2$$

$$i_{3дк} := 0 \qquad u_{Lдк} := 0$$

$$u_{Cдк} := E_1 - i_{1дк} \cdot R - E_2 \qquad u_{Cдк} = 0$$

Початкові умови:

$$i_{L0} := i_{1дк} \qquad i_{L0} = 1.2$$

$$u_{C0} = 0$$

$$I_{k1}(p) \cdot \left(R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) - I_{k2}(p) \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C}\right) = \frac{E_1}{p} - \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} + L \cdot i_{10}$$

$$-I_{k1}(p) \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C}\right) + I_{k2}(p) \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C} + R\right) = \frac{E_2}{p} + \frac{u_{C0}}{p}$$

$$\Delta(p) := \left|\begin{bmatrix} R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C} & -\left(\frac{1}{p \cdot C}\right) \\ -\left(\frac{1}{p \cdot C}\right) & \frac{1}{p \cdot C} + R \end{bmatrix}\right| \qquad \Delta(p) \text{ float},5 \ \rightarrow \frac{1}{p^{1.}} \cdot \left(4.25 \cdot p^{2.} + 4025.0 \cdot p + 1.0000 \cdot 10^6\right)$$

$$\Delta_1(p) := \left|\begin{bmatrix} \frac{E_1}{p} - \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} + L \cdot i_{10} & -\left(\frac{1}{p \cdot C}\right) \\ \frac{E_2}{p} + \frac{u_{C0}}{p} & \frac{1}{p \cdot C} + R \end{bmatrix}\right| \qquad \Delta_1(p) \text{ float},5 \ \rightarrow \frac{\left(4830.0 \cdot p + 1.8000 \cdot 10^6 + 5.1000 \cdot p^{2.}\right)}{p^{2.}}$$

$$\Delta_2(p) := \left|\begin{bmatrix} R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C} & \frac{E_1}{p} - \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} + L \cdot i_{10} \\ -\left(\frac{1}{p \cdot C}\right) & \frac{E_2}{p} + \frac{u_{C0}}{p} \end{bmatrix}\right| \qquad \Delta_2(p) \text{ float},5 \ \rightarrow \frac{\left(10.20 \cdot p^{2.} + 5580.0 \cdot p + 1.8000 \cdot 10^6\right)}{p^{2.}}$$

Контурні струми та напруга на конденсаторі будуть мати вигляд:

$$I_{k1}(p) := \frac{\Delta_1(p)}{\Delta(p)} \qquad I_{k1}(p) \text{ float},5 \ \rightarrow \frac{\left(4830.0 \cdot p + 1.8000 \cdot 10^6 + 5.1000 \cdot p^{2.}\right)}{p^{1.} \cdot \left(4.25 \cdot p^{2.} + 4025.0 \cdot p + 1.0000 \cdot 10^6\right)^{1.}}$$

$$I_{k2}(p) := \frac{\Delta_2(p)}{\Delta(p)} \qquad I_{k2}(p) \text{ float},5 \ \rightarrow \frac{\left(10.20 \cdot p^{2.} + 5580.0 \cdot p + 1.8000 \cdot 10^6\right)}{p^{1.} \cdot \left(4.25 \cdot p^{2.} + 4025.0 \cdot p + 1.0000 \cdot 10^6\right)^{1.}}$$

$$u_C(p) := \frac{u_{C0}}{p} + \frac{I_3(p)}{p \cdot C}$$

$$u_C(p) \left| \begin{matrix} \text{float}, 5 \\ \text{factor} \end{matrix} \right. \rightarrow \frac{-24000}{p} \cdot \frac{(2500 + 17 \cdot p)}{\left(4000000 + 17 \cdot p^2 + 16100 \cdot p\right)}$$

$$u_L(p) := L \cdot p \cdot I_{k1}(p) - L \cdot i_{1дк}$$

$$u_L(p) \text{ factor } \rightarrow \frac{408000}{\left(4000000 + 17 \cdot p^2 + 16100 \cdot p\right)}$$

Перейдемо тепер від зображення до функції часу за формулою розкладу:
Для струму I1(p):

$$N_1(p) := 4830.0 \cdot p + 1.8000 \cdot 10^6 + 5.1000 \cdot p^{2.} \qquad M_1(p) := p \cdot \left(4.25 \cdot p^{2.} + 4025.0 \cdot p + 1.0000 \cdot 10^6\right)$$

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_1(p) \left| \begin{matrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{matrix} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -473.53 - 105.19 \cdot i \\ -473.53 + 105.19 \cdot i \end{pmatrix}$$

$p_0 = 0 \qquad p_1 = -473.53 - 105.19i \qquad p_2 = -473.53 + 105.19i$

$N_1(p_0) = 1.8 \times 10^6 \qquad N_1(p_1) = 6 \times 10^5 + 0.631i \qquad N_1(p_2) = 6 \times 10^5 - 0.631i$

$$dM_1(p) := \frac{d}{dp} M_1(p) \text{ factor } \rightarrow \frac{51}{4} \cdot p^2 + 8050 \cdot p + 1000000$$

$dM_1(p_0) = 1 \times 10^6 \qquad dM_1(p_1) = -9.405 \times 10^4 + 4.234i \times 10^5 \qquad dM_1(p_2) = -9.405 \times 10^4 - 4.234i \times 10^5$

Отже струм як функція часу буде мати вигляд:

$$i_1(t) := \frac{N_1(p_0)}{dM_1(p_0)} + \frac{N_1(p_1)}{dM_1(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_1(p_2)}{dM_1(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \qquad i_1(0) = 1.2$$

$$i_1(t) \left| \begin{matrix} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{matrix} \right. \rightarrow 1.8000 - .60000 \cdot \exp(-473.53 \cdot t) \cdot \cos(105.19 \cdot t) - 2.7010 \cdot \exp(-473.53 \cdot t) \cdot \sin(105.19 \cdot t)$$

Для напруги на конденсаторі Uc(p):

$$N_u(p) := -24000 \cdot (2500 + 17 \cdot p) \qquad M_u(p) := p \cdot \left(4000000 + 17 \cdot p^2 + 16100 \cdot p\right)$$

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_u(p) \left| \begin{matrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{matrix} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -473.53 + 105.19 \cdot i \\ -473.53 - 105.19 \cdot i \end{pmatrix}$$

$p_0 = 0 \qquad p_1 = -473.53 + 105.19i \qquad p_2 = -473.53 - 105.19i$

$N_u(p_0) = -6 \times 10^7 \qquad N_u(p_1) = 1.332 \times 10^8 - 4.292i \times 10^7 \qquad N_u(p_2) = 1.332 \times 10^8 + 4.292i \times 10^7$

$$dM_u(p) := \frac{d}{dp} M_u(p) \text{ factor } \rightarrow 4000000 + 51 \cdot p^2 + 32200 \cdot p$$

$dM_u(p_0) = 4 \times 10^6 \qquad dM_u(p_1) = -3.762 \times 10^5 - 1.694i \times 10^6 \qquad dM_u(p_2) = -3.762 \times 10^5 + 1.694i \times 10^6$

Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$u_C(t) := \frac{N_u(p_0)}{dM_u(p_0)} + \frac{N_u(p_1)}{dM_u(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_u(p_2)}{dM_u(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \qquad u_C(0) = -6.181 \times 10^{-4}$$

$$u_C(t) \left| \begin{array}{l} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{array} \right. \rightarrow -15. + 14.9994 \cdot \exp(-473.53 \cdot t) \cdot \cos(105.19 \cdot t) - 160.634 \cdot \exp(-473.53 \cdot t) \cdot \sin(105.19 \cdot t)$$

Для напруги на індуктивності:

$$N_L(p) := 408000 \qquad M_L(p) := 4000000 + 17 \cdot p^2 + 16100 \cdot p$$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_L(p) \left| \begin{array}{l} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -473.53 + 105.19 \cdot i \\ -473.53 - 105.19 \cdot i \end{pmatrix}$$

$$p_1 = -473.53 + 105.19i \qquad p_2 = -473.53 - 105.19i$$

$$N_L(p_1) = 4.08 \times 10^5 \qquad N_L(p_2) = 4.08 \times 10^5$$

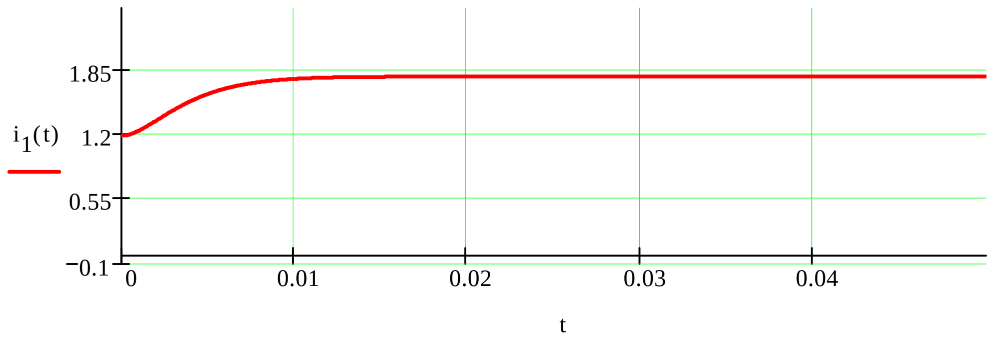
$$dM_L(p) := \frac{d}{dp} M_L(p) \text{ factor } \rightarrow 34 \cdot p + 16100$$

$$dM_L(p_1) = -0.02 + 3.576i \times 10^3 \qquad dM_L(p_2) = -0.02 - 3.576i \times 10^3$$

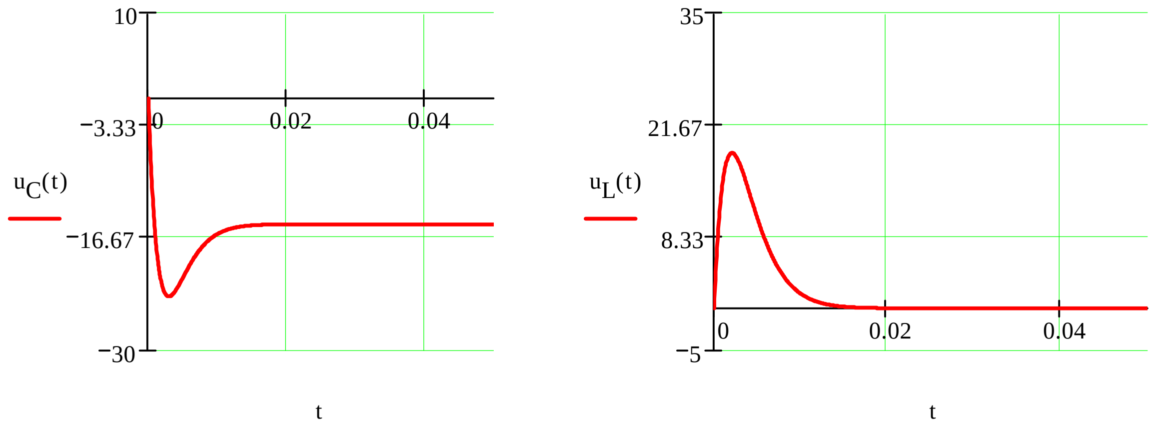
Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$u_L(t) := \frac{N_L(p_1)}{dM_L(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_L(p_2)}{dM_L(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \qquad u_L(0) = -1.276 \times 10^{-3}$$

$$u_L(t) \left| \begin{array}{l} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{array} \right. \rightarrow -1.27590 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(-473.53 \cdot t) \cdot \cos(105.19 \cdot t) + 228.16 \cdot \exp(-473.53 \cdot t) \cdot \sin(105.19 \cdot t)$$

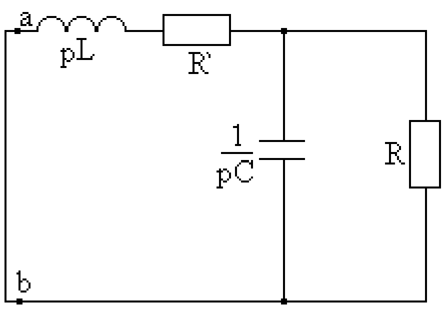


Графік перехідного струму i1(t).



Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

Дослідити чому повинен дорівнювати активний опір вітки с джерелом ЕРС Е1 щоб перехідний процес переходив в граничний режим



$$Z_{ab}(p) := R' + p\cdot L + \frac{\left(\frac{1}{p\cdot C}\right)\cdot R}{\frac{1}{p\cdot C} + R}$$

$$Z_{ab}(p) := \frac{\left(\frac{1}{p\cdot C} + R\right)\cdot (R' + p\cdot L) + \left(\frac{1}{p\cdot C}\right)\cdot R}{\frac{1}{p\cdot C} + R}$$

$$(R\cdot L)\cdot p^2 + \left(R\cdot R' + \frac{L}{C}\right)\cdot p + \left(\frac{R'}{C} + \frac{R}{C}\right) = 0$$

$$D = 0$$

$$\left(R\cdot R' + \frac{L}{C}\right)^2 - 4\cdot (R\cdot L)\cdot \left(\frac{R'}{C} + \frac{R}{C}\right) = 0$$

$$\left(R\cdot R' + \frac{L}{C}\right)^2 - 4\cdot (R\cdot L)\cdot \left(\frac{R'}{C} + \frac{R}{C}\right) \ \Bigg|\begin{array}{l}\text{solve}, R'\\ \text{float}, 5\end{array} \rightarrow \begin{pmatrix}19.381\\252.62\end{pmatrix}$$

Отже при таких значеннях активного опору у вітці з джерелом напруги Е1 аперіодичний процес перейде в коливальний.

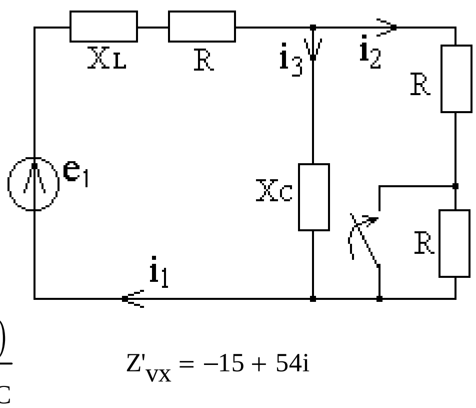
Визначити струми в вітках та напруги на реактивних елементах в момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійних ЕДС Е1і Е2 в колі діють синусоїдні джерела.

$$e_1(t) := \sqrt{2}\cdot E_1\cdot \sin(\omega\cdot t + \psi) \qquad e_2(t) := \sqrt{2}\cdot E_2\cdot \sin(\omega\cdot t + \psi)$$

$$X_C := \frac{1}{\omega\cdot C} \qquad X_C = 100 \qquad X_L := \omega\cdot L \qquad X_L = 34$$

$$E_1 := E_1\cdot e^{\psi\cdot i} \qquad E_1 = 63.64 + 63.64i \qquad F(E_1) = (90\ \ 45)$$

$$E_2 := E_2\cdot e^{\psi\cdot i} \qquad E_2 = 42.426 + 42.426i \qquad F(E_2) = (60\ \ 45)$$

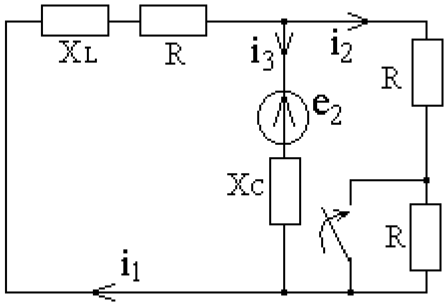


$$Z'_{vx} := R + i\cdot X_L + \frac{2\cdot R\cdot (i\cdot X_C)}{R + R - i\cdot X_C} \qquad Z'_{vx} = -15 + 54i$$

$$I'_{1дк} := \frac{E_1}{Z'_{vx}} \qquad I'_{1дк} = 0.79 - 1.398i \qquad F(I'_{1дк}) = (1.606\ \ -60.524)$$

$$I'_{2дк} := I'_{1дк}\cdot \frac{(-i\cdot X_C)}{R + R - i\cdot X_C} \qquad I'_{2дк} = 0.073 - 1.434i \qquad F(I'_{2дк}) = (1.436\ \ -87.089)$$

$$I'_{3дк} := I'_{1дк}\cdot \frac{2\cdot R}{R + R - i\cdot X_C} \qquad I'_{3дк} = 0.717 + 0.036i \qquad F(I'_{3дк}) = (0.718\ \ 2.911)$$



$Z''_{vx} := -X_C \cdot i + \dfrac{(R + i \cdot X_L) \cdot 2 \cdot R}{R + i \cdot X_L + R + R}$ $\qquad Z''_{vx} = 22.349 - 87.465i$

$I''_{3дк} := \dfrac{E_2}{Z''_{vx}}$ $\qquad I''_{3дк} = -0.339 + 0.572i$ $\qquad F(I''_{3дк}) = (0.665 \quad 120.666)$

$I''_{1дк} := I''_{3дк} \cdot \dfrac{2 \cdot R}{R + i \cdot X_L + 2 \cdot R}$ $\qquad I''_{1дк} = -0.044 + 0.401i$ $\qquad F(I''_{1дк}) = (0.404 \quad 96.28)$

$I''_{2дк} := I''_{3дк} \cdot \dfrac{R + i \cdot X_L}{R + i \cdot X_L + 2 \cdot R}$ $\qquad I''_{3дк} = -0.339 + 0.572i$ $\qquad F(I''_{3дк}) = (0.665 \quad 120.666)$

$I_{1дк} := I'_{1дк} + I''_{1дк}$ $\qquad I_{1дк} = 0.746 - 0.997i$ $\qquad F(I_{1дк}) = (1.245 \quad -53.19)$

$I_{2дк} := I'_{2дк} + I''_{2дк}$ $\qquad I_{2дк} = -0.222 - 1.264i$ $\qquad F(I_{2дк}) = (1.283 \quad -99.958)$

$I_{3дк} := I'_{3дк} - I''_{3дк}$ $\qquad I_{3дк} = 1.056 - 0.535i$ $\qquad F(I_{3дк}) = (1.184 \quad -26.872)$

$u_{Cдк} := I_{3дк} \cdot (-i \cdot X_C)$ $\qquad u_{Cдк} = -53.522 - 105.623i$ $\qquad F(u_{Cдк}) = (118.409 \quad -116.872)$

$u_{Lдк} := I_{1дк} \cdot i \cdot X_L$ $\qquad u_{Lдк} = 33.894 + 25.365i$ $\qquad F(u_{Lдк}) = (42.334 \quad 36.81)$

$i_{1дк}(t) := |I_{1дк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{1дк}))$

$i_{2дк}(t) := |I_{2дк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{2дк}))$

$i_{3дк}(t) := |I_{3дк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{3дк}))$

$u_{Cдк}(t) := |u_{Cдк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(u_{Cдк}))$

$u_{Lдк}(t) := |u_{Lдк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(u_{Lдк}))$

Початкові умови:

$u_{Cдк}(0) = -149.373$

$i_{Lдк}(0) = -1.41$

Given

$i_{20} = i_{10} - i_{30}$

$e_1(0) - e_2(0) = u_{L0} + u_{C0} + i_{10} \cdot R$

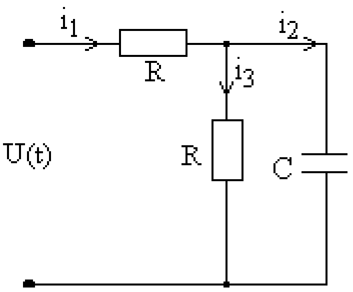
$e_2(0) = i_{20} \cdot R - u_{C0}$

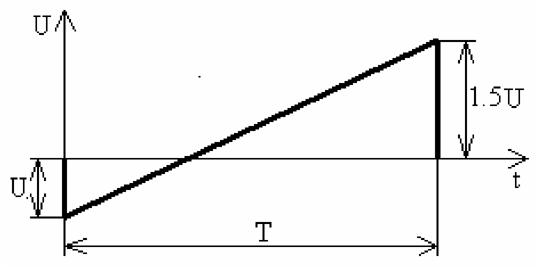
$\begin{pmatrix} i_{30} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{30}, i_{20}, u_{L0})$

$i_{10} = -1.41$ $\qquad i_{20} = -3.575$ $\qquad i_{30} = 2.165$ $\qquad u_{L0} = 214.618$ $\qquad u_{C0} = -149.373$

Інтеграл Дюамеля

$T := 0.9$ $E_1 := 90$ $E := 1$





Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \frac{0}{R+R}$ $i_{1дк} = 0$

$i_{3дк} := i_{1дк}$ $i_{3дк} = 0$ $i_{2дк} := 0$ $i_{2дк} = 0$

$u_{Cдк} := 0 - i_{1дк} \cdot R$ $u_{Cдк} = 0$

Усталений режим після комутації: $t = \infty$

$i'_1 := \frac{E}{R+R}$ $i'_1 = 0.02$

$i'_3 := i'_1$ $i'_3 = 0.02$ $i'_2 := 0$ $i'_2 = 0$

$u'_C := E - i'_1 \cdot R$ $u'_C = 0.5$

Незалежні початкові умови

$u_{C0} := u_{Cдк}$ $u_{C0} = 0$

Залежні початкові умови

Given

$i_{20} = i_{10} - i_{30}$

$E = i_{30} \cdot R + i_{10} \cdot R$

$0 = u_{C0} - i_{30} \cdot R$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ i_{30} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{10}, i_{20}, i_{30})$$

$i_{10} = 0.04$ $i_{20} = 0.04$ $i_{30} = 0$

Вільний режим після комутайії: $t = 0$

Складемо характерестичне рівняння схеми

$$Z_{vx}(p) := R + \frac{R \cdot \frac{1}{p \cdot C}}{R + \frac{1}{p \cdot C}} \qquad Zvx(p) := \frac{R \cdot \left(R + \frac{1}{p \cdot C}\right) + R \cdot \frac{1}{p \cdot C}}{R + \frac{1}{p \cdot C}}$$

$$p := R \cdot \left(R + \frac{1}{p \cdot C}\right) + R \cdot \frac{1}{p \cdot C} \;\Bigg|\begin{matrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{matrix} \rightarrow -1600. \qquad T := \frac{1}{|p|} \cdot T \qquad T = 5.625 \times 10^{-4}$$

Одже корень характеристичного рівняння має вигляд: $p = -1.6 \times 10^{3}$

Вільна складова струма буде мати вигляд:

$i''_1(t) = A_1 \cdot e^{p \cdot t}$

Визначення сталих інтегрування:

$A_1 := i_{10} - i'_1 \qquad A_1 = 0.02$

Отже: $\quad i''_1(t) := A_1 \cdot e^{p \cdot t}$

Повні значення цих струмів:

$$g_{11}(t) := i'_1 + i''_1(t) \qquad g_{11}(t) \text{ float}, 5 \rightarrow 2.0000 \cdot 10^{-2} + 2.0000 \cdot 10^{-2} \cdot \exp(-1600. \cdot t)$$

$$h_{cU}(t) := E \cdot \frac{R}{R+R} \cdot \left(1 - e^{p \cdot t}\right) \text{ float}, 5 \rightarrow .50000 - .50000 \cdot \exp(-1600. \cdot t)$$

Визначимо закони зміни напруги на всіх проміжках часу:

$U_0 := -E_1 \qquad U_0 = -90$

$U_1(t) := U_0 + \frac{2.5E_1}{T} \cdot t \qquad U_1(t) \text{ float}, 5 \rightarrow -90. + 4.0000 \cdot 10^5 \cdot t \qquad 0 < t < T$

$U_2 := 0 \qquad U_2 = 0 \qquad T < t < \infty$

$$U'_1 := \frac{d}{dt} U_1(t) \text{ float}, 5 \rightarrow 4.0000 \cdot 10^5$$

Струм на цих проміжках буде мати вигляд:

$$i_1(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + \int_0^t U'_1 \cdot g_{11}(t-\tau)\, d\tau \qquad i_1(t) \left| \begin{array}{l} \text{factor} \\ \text{float}, 3 \end{array} \right. \rightarrow 3.20 - 6.80 \cdot \exp\left(-1.60 \cdot 10^3 \cdot t\right) + 8.00 \cdot 10^3 \cdot t$$

$$i_2(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + \int_0^T U'_1 \cdot g_{11}(t-\tau)\, d\tau + \left(U_2 - 1.5E_1\right) \cdot g_{11}(t - T)$$

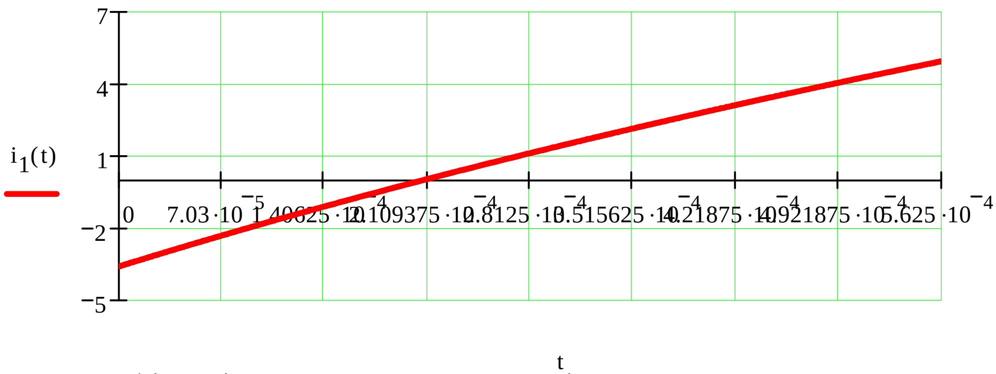
$$i_2(t) \left| \begin{array}{l} \text{factor} \\ \text{float}, 3 \end{array} \right. \rightarrow -6.80 \cdot \exp\left(-1.60 \cdot 10^3 \cdot t\right) + 2.30 \cdot \exp\left(-1.60 \cdot 10^3 \cdot t + .900\right)$$

Напруга на індуктивнисті на цих проміжках буде мати вигляд:

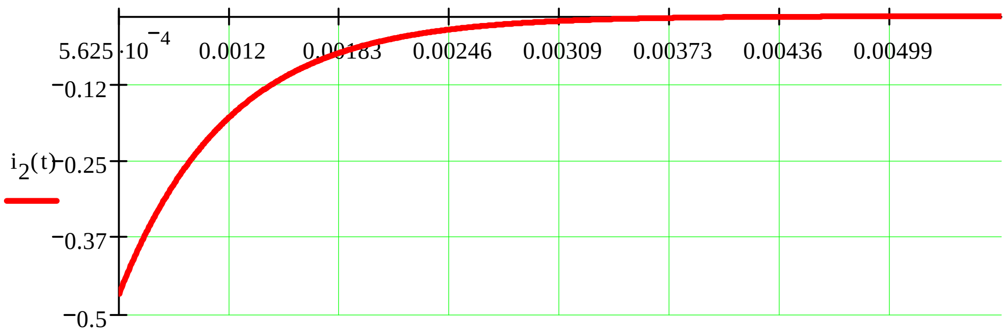
$$u_{C1}(t) := U_0 \cdot h_{cU}(t) + \int_0^t U'_1 \cdot h_{cU}(t-\tau)\, d\tau \text{ float}, 4 \rightarrow -170.0 + 170.0 \cdot \exp(-1600. \cdot t) + 2.000 \cdot 10^5 \cdot t$$

$$u_{C2}(t) := U_0 \cdot h_{cU}(t) + \int_0^T U'_1 \cdot h_{cU}(t-\tau)\, d\tau + \left(U_2 - 1.5E_1\right) \cdot h_{cU}(t - T)$$

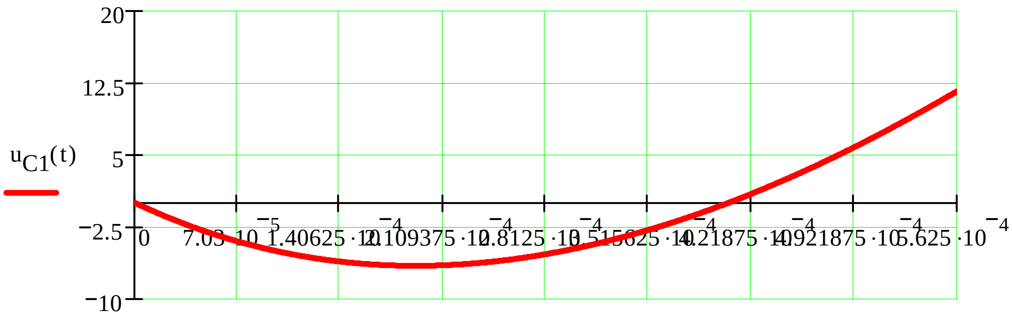
Графік вхідного струму на проміжку: $0 \le t \le T$



Графік вхідного струму на проміжку: $T \le t \le \infty$



$0 \le t \le T$



$T \le t \le \infty$ t