

## Лабораторна робота № 2-9

# Визначення питомого заряду електрона методом магнетрона

**Мета роботи:** визначити відношення заряду електрона  $e$  до його маси, використовуючи закони руху електрона у взаємно перпендикулярних асиметричних електричному та магнітному полях.

**Прилади та пристрої:** вакуумний діод із циліндричним анодом, соленоїд, мікроамперметр типу М 906, джерело струму типу УІП-2, стабілізатор живлення розігріву діода, резистор.

## Теоретичні відомості

Визначення відношення заряду електрона до його маси  $e/m$ , яке називають питомим зарядом, у даній роботі проводиться методом магнетрона. Така назва зумовлена використанням електровакуумного приладу – магнетрона, котрий використовується для генерації електромагнітних хвиль у надвисокочастотному діапазоні. Метод запозичує у магнетрона конфігурацію магнітного та електричного полів.

Електрони, що вилітають у результаті термоелектронної емісії з розігрітого катода, рухаються у просторі між катодом і анодом (коаксіальні електроди). Завдяки такій формі і розміщенню електродів, електричне поле  $\mathbf{E}$  в міжелектродному просторі напрямлене вздовж радіуса від анода до катода. Вакуумний діод розташований всередині соленоїда так, що вектор індукції  $\mathbf{B}$  магнітного поля соленоїда направлений паралельно осі катода, тобто – перпендикулярно до електричного поля. Електричне поле прискорює рух електронів у просторі між електродами, а магнітне поле викривлює їх траєкторію.

Розглянемо траєкторії електронів, що рухаються під дією електричного та магнітного полів. Будемо вважати, що початкова швидкість електрона, який вилетів з катода, дорівнює нулю, тобто не зважатимемо на теплову швидкість електронів. Очевидно, що за заданої орієнтації електричного та магнітного полів електрон рухатиметься в площині, перпендикулярній до осі електродів. Для розрахунків використовуємо полярну систему координат, тобто положення електрона визначатиметься вектором  $\mathbf{r}$ , який бере початок на осі катода, і полярним кутом  $\varphi$  (рис. 9.1).

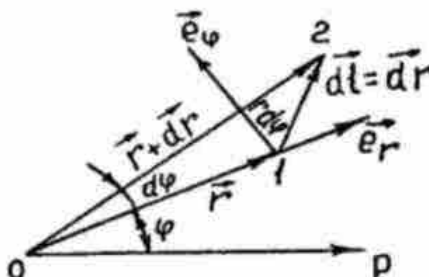


Рис. 9.1

Рух електрона в площині  $(\mathbf{r}, \varphi)$  з точки 1 в точку 2 зручно описати, якщо скористатися рівнянням моментів:

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{r} \times q\mathbf{E} + \mathbf{r} \times q[\mathbf{v} \times \mathbf{B}], \quad (9.1)$$

де  $q = -e$  – заряд електрона,  $\mathbf{v}$  – його швидкість.

Спроектуємо рівняння (9.1) на вісь  $z$ , напрямлену вздовж осі катода. Одержимо:

$$\frac{d(mr^2\dot{\varphi})}{dt} = eBr\dot{r}. \quad (9.2)$$

При визначенні проєкцій окремих складових рівняння (9.1) на вісь, було взято до уваги, що  $L_z = I_z \omega$ , де

$I_z = mr^2$  – момент інерції електрона відносно осі  $z$ . Очевидно, що  $[\mathbf{r} \times q\mathbf{E}]_z = 0$ . Складнішим

виявляється визначення другої складової рівняння (9.1), яка є подвійним векторним добутком. (Визначення цієї проєкції див. у Додатку). Проінтегруємо рівняння (9.2) за часом:

$$mr^2\dot{\phi} + C = \frac{1}{2}eBr^2. \quad (9.3)$$

Стала інтегрування  $C$  може бути знайдена з початкових умов. Радіус катода  $r_k$  – величина мала, тому на початку рух електрона  $r$  – малий, невелика і його швидкість  $v$ , а звідси – й величина  $\dot{\phi}$ . Це дозволяє припустити для початкового моменту часу, що  $r = 0$ . Тоді стала інтегрування в рівнянні (9.3) буде рівна нулю. Звідси одержуємо:

$$\omega = \dot{\phi} = \frac{eB}{2m}. \quad (9.4)$$

Таким чином, кутова швидкість обертання електрона лінійно залежить від  $B$  і при заданій індукції магнітного поля є величиною сталою. Наявність кутової швидкості  $\dot{\phi}$  обертання електронів свідчить про викривлення їхньої траєкторії магнітним полем. На рис. 9.2 зображено приблизний вигляд траєкторії електрона, яка у загальному випадку є кривою зі змінною кривиною, і ця кривина збільшується із наближенням до анода.

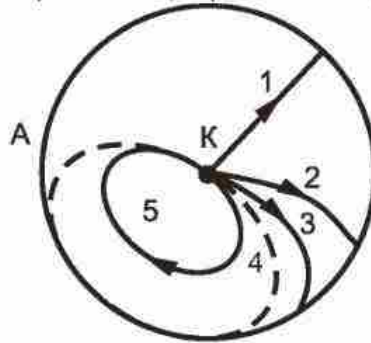


Рис. 9.2

Чим сильніше магнітне поле, тим більше викривлюється траєкторія електронів. За умови  $B = 0$  траєкторія – пряма лінія (1 на рис. 9.2). У слабкому полі траєкторія дещо викривлюється, але електрон все-таки досягає анода (криві 2, 3). При деяких критичних значеннях індукції магнітного поля  $B_{кр}$  траєкторія викривлюється настільки, що у найвіддаленішій від катода точці лише дотикається до анода (крива 4); нарешті, у випадках, коли  $B > B_{кр}$ , електрон зовсім не потрапляє на анод і повертається до катода (крива 5). Струм діода за умови  $B = B_{кр}$  починає різко зменшуватися.

Індукцію критичного поля  $B_{кр}$  можна знайти, якщо брати до уваги, що при умові  $B = B_{кр}$  радіальна складова швидкості електрона у точці  $r = r_a$  ( $r_a$  – радіус анода) перетворюється на нуль. У цій точці є тільки тангенціальна складова швидкості:

$$v_c = v = r_a \dot{\phi}. \quad (9.5)$$

Магнітне поле не здійснює роботи над електроном, тому робота переміщення електрона від катода до анода дорівнює кінетичній енергії електрона. Початковою швидкістю електронів, що вилітають із катода, нехтуємо:

$$eU = \frac{mv^2}{2}, \quad (9.6)$$

де  $U$  – різниця потенціалів між катодом і анодом.

Підставивши у (9.6) вирази  $v$  та  $\dot{\phi}$  з формул (9.4) та (9.5), дістанемо:

$$U = \frac{1}{8} r_a^2 B_{кр}^2 \frac{e}{m}. \quad (9.7)$$

Індукцію магнітного поля всередині соленоїда зв'язана із силою струму  $I_c$ , що протікає через соленоїд:

$$B = \mu_0 n I; \quad B_{кр} = \mu_0 n I_{кр},$$

де  $n$  – кількість витків на одиницю довжини соленоїда.

Ураховуючи останнє співвідношення, вираз (9.7) можна переписати так

$$kU = \frac{e}{m} I_{кр}^2, \quad (9.8)$$

де

$$k = \frac{8}{\mu_0 n^2 r_a^2}. \quad (9.9)$$

Рівняння (9.8) дозволяє обчислити відношення  $(e/m)$ . Для цього побудуємо графік залежності  $kU$  від  $I_{кр}^2$ . Ця залежність є прямою лінією, тангенс кута нахилу якої до осі  $I_{кр}^2$  дає відношення  $(e/m)$ .

## Опис експериментальної установки

Принципову електричну схему експериментальної установки зображено на рис. 9.3, де  $D$  – діод;  $L$  – соленоїд,  $\mu A$  – мікроамперметр – прилад для вимірювання анодного струму;  $V$  – вольтметр для вимірювання анодної напруги  $U$ ;  $R_{ш}$  – регулюючий шунт;  $R_1$  – опір, що симетризує потенціал нитки розжарення;  $R_2, R_3$  – подільники анодної напруги.

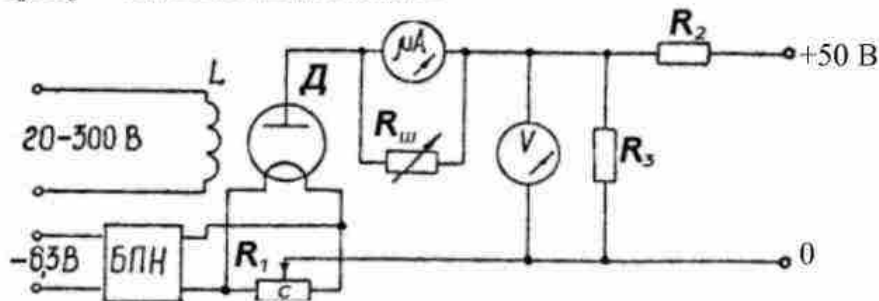


Рис. 9.3

Живлення установки здійснюється від джерела живлення УИП-2. Нитка розжарення діода живиться від виходу "6,3 В" через блок стабілізації БПН, що захищає її від перевантажень. Середня точка кола живлення  $C$  приєднана до мінуса джерела анодної напруги. Анодне коло живиться від виходу "0-50 В", напругу виходу можна плавно регулювати потенціометром на блоці живлення. Оскільки використовується діапазон анодної напруги 0-25 В, то на вході встановлюють подільник напруги  $R_2, R_3$ , щоб уберегти установку від перевантажень. Ручку регулювального шунта мікроамперметра, яким вимірюється анодний струм, виведено на передню панель установки.

Обмотка соленоїда живиться від виходу "20-300 В" блока живлення. Сила струму соленоїда вимірюється міліамперметром панелі УИП або приладом, вмонтованим в експериментальний блок.

Струм соленоїда можна змінювати, регулюючи напругу на виході блока живлення.

## Порядок виконання роботи

1. Перед початком роботи у крайню ліву позицію встановити потенціометри, які регулюють напругу виходів "20-300 В" і "0-50 В" УИПа. Встановити в середню позицію ручку регулювального шунта мікроамперметра.
2. Увімкнути УИП до мережі та дати прогрітися впродовж 3...5 хв.
3. За допомогою потенціометра встановити анодну напругу в межах робочого діапазону "5-25 В". Обертаючи ручку регулювального шунта, домогтися, щоб стрілка мікроамперметра, що вимірює анодний струм  $I_a$ , знаходилася в останній третині шкали (за умови  $I_c = 0$ ). Занести значення  $U$  та  $I_a$  ( $I_a$  вимірюється в поділах шкали приладу) до табл. 9.1.
4. Ручкою регулювання виходу "20-300 В" збільшувати струм соленоїда  $I_c$  з кроком 10 мА і стежити одночасно за силою анодного струму  $I_a$ . Значення величин  $I_c$  та  $I_a$  занести у табл. 9.1. Струм соленоїда збільшувати до досягнення критичного режиму, тобто домогтися значного зменшення анодного струму зі збільшенням струму соленоїда.
5. Наведені в пп. 3, 4 вимірювання провести 6-8 разів з різними значеннями анодної напруги в інтервалі "5-25 В". Для кожного значення  $U$  встановити, використовуючи регулювальний шунт, стрілку мікроамперметра в останній третині шкали (при  $I_c = 0$ ).

## Обробка результатів вимірювань

1. Побудувати графік залежності  $I_a = f(I_c)$  для різних значень  $U$ . Оскільки у електронів, що вилітають з катода, є деяка початкова швидкість, а також має місце розкид електронів за швидкостями, то залежність (характеристика спаду) не буде такою стрімкою, як це випливає з теорії і як зображено на рис. 9.4 пунктирною лінією. Критичні умови досягатимуться для різних електронів неодноразово, і це призведе до більш плавного спадання струму суцільна лінія на рис. 9.4). Ця і деякі інші причини, наприклад, некоаксіальність анода та катода, призводять до додаткового згладжування кривої, що утруднює точне визначення  $I_{кр}$ .

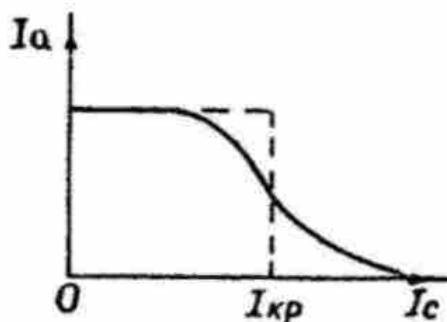


Рис. 9.4

2. Користуючись побудованими залежностями  $I_a = f(I_c)$ , визначити критичні струми соленоїда  $I_{кр}$ , які дорівнюють силі струму соленоїда  $I_c$  в точці найбільшої крутизни спаду струму  $I_a$ . Знайдені значення  $I_{кр}$  та відповідні значення  $U$  занести до табл. 9.2.
3. Розрахувати й занести до табл. 9.2. значення  $kU$ . Для визначення  $k$  скористатися даними табл. 9.3. Значення  $r_a$  і  $n$  взяти з паспорта установки.
4. Побудувати графік залежностей  $kU$  від  $I_{кр}^2$ , що повинен мати вигляд прямої лінії, з обох боків якої знаходяться експериментальні точки. Тангенс кута нахилу цієї прямої дасть величину  $\langle e/m \rangle$ .
5. Порівняти одержане значення  $\langle e/m \rangle$  з табличним значенням  $(e/m)$  для електрона і визначити відносну похибку вимірювання.

Табл.9.1

$U_1 =$		$U_2 =$		$U_3 =$		$U_4 =$		$U_5 =$		$U_6 =$		$U_7 =$		$U_8 =$	
$I_a$ , под	$I_c$ , А	$I_a$ , под	$I_c$ , А	$I_a$ , под	$I_c$ , А	$I_a$ , под	$I_c$ , А	$I_a$ , под	$I_c$ , А	$I_a$ , под	$I_c$ , А	$I_a$ , под	$I_c$ , А	$I_a$ , под	$I_c$ , А

Табл. 9.2

№	$U, \text{В}$	$I_{\text{кр}}, \text{мА}$	$kU, \frac{\text{А}^2 \cdot \text{Кл}}{\text{КГ}}$	$I_{\text{кр}}^2, \text{мА}^2$
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				

Табл.9.3

Визначення коефіцієнта $k$	
$\mu_0, \frac{\text{Гн}}{\text{м}} = \dots\dots\dots$	$k = \frac{8}{\mu_0^2 n^2 r_a^2} \dots\dots\dots$
$n, \frac{1}{\text{м}} = \dots\dots\dots$	
$r_a, \text{м} = \dots\dots\dots$	

## Контрольні запитання

1. Що таке сила Лоренца? Поясніть магнетизм як релятивістський ефект.
2. Як виводиться формула для величини індукції магнітного поля всередині безмежно довгого соленоїда?
3. Який вигляд матиме траєкторія заряджених частинок, що влітають із сталою швидкістю  $v$  у магнітне поле з індукцією  $\mathbf{B}$ , якщо а)  $\mathbf{v} \perp \mathbf{B}$ ; б)  $\mathbf{v}$  утворює з  $\mathbf{B}$  деякий кут? Поясніть відповідь.
4. Як рухається заряджена частинка, що влітає в електричне поле, силові лінії якого паралельні напрямку її швидкості?
5. Як визначити величину відхилення зарядженої частинки в магнітному полі, напрямленому перпендикулярно до швидкості частинки?
6. Який на рис.9.2 напрям векторів  $\mathbf{E}$  і  $\mathbf{B}$ , а також вектора швидкості електрона  $\mathbf{v}$  й сили Лоренца  $\mathbf{F}_L$  у довільній точці траєкторії для випадку коаксіальних електродів діода?
7. Які можливі траєкторії електронів при різних значеннях  $B$  (покажіть на рисунку)? Що таке критичне поле  $B_{\text{кр}}$ ?
8. Як впливає зміна характеристик електричного  $\mathbf{E}$  і магнітного  $\mathbf{B}$  полів на форму траєкторії електрона?
9. Як пояснити хід характеристики спаду  $I_a = f(I_c)$ ?
10. Чи потрібне для розрахунків абсолютне значення анодного струму?
11. Чи змінюється релятивістська маса частинки за умови руху її у магнітному полі; в електричному полі?

## Література

1. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. В 3 т. Т.2 Електрика і магнетизм. К.:Техніка, 2001 р.
2. Савельєв І. В. Курс общей физики. В 3 т. Т. 2. § 43, 50, 72, 73.- М.: Наука, 1977-1979.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики. В 3 т. Т.3. § 40, 55, 86.- М.: Наука, 1977.

## ДОДАТОК

Для розкриття виразу  $\mathbf{r} \times q[\mathbf{v} \times \mathbf{B}]$  використаємо формулу  $\mathbf{A} \times [\mathbf{B} \times \mathbf{C}] = \mathbf{B}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{C}) - \mathbf{C}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})$ .

Тоді  $\mathbf{r} \times q[\mathbf{v} \times \mathbf{B}] = q\mathbf{v}(\mathbf{r} \cdot \mathbf{B}) - q\mathbf{B}(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v}) = -q\mathbf{B}(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})$ , оскільки  $\mathbf{r} \perp \mathbf{B}$  і перший доданок дорівнює нулю. Для знаходження проекції подвійного векторного добутку на вісь  $z$  потрібно помножити одержаний вираз скалярно на одиничний вектор  $\mathbf{k}$  в напрямку осі  $z$ :

$$[\mathbf{r} \times q[\mathbf{v} \times \mathbf{B}]] = \{-q\mathbf{B}(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})\} \mathbf{k} = -q\mathbf{B} \left\{ \mathbf{r} \left( \dot{r} \mathbf{e}_r + r \dot{\varphi} \mathbf{e}_\varphi \right) \right\} \mathbf{k} = -qB \dot{r} r \mathbf{e}_r \mathbf{k} - qB r r \dot{\varphi} \mathbf{e}_\varphi \mathbf{k} = -qB r \dot{r} = eB r \dot{r}.$$

Тут узято до уваги, що  $\mathbf{v} = \dot{r} \mathbf{e}_r + r \dot{\varphi} \mathbf{e}_\varphi$ , де  $\mathbf{e}_r$  і  $\mathbf{e}_\varphi$  – одиничні вектори радіус-вектора  $\mathbf{r}$  і полярного кута

$$\varphi, (\mathbf{B} \mathbf{k}) = B, (\mathbf{e}_r \mathbf{r}) = r, (\mathbf{r} \mathbf{e}_\varphi) = 0, q = -e.$$