

Министерство образования и науки Украины
Национальный технический университет Украины
“Киевский Политехнический Институт”
Кафедра ТОЭ

Расчетно-графическая работа
“Трёхфазные цепи”
Вариант 042

Выполнил:_____

Проверил:_____

Условие задания

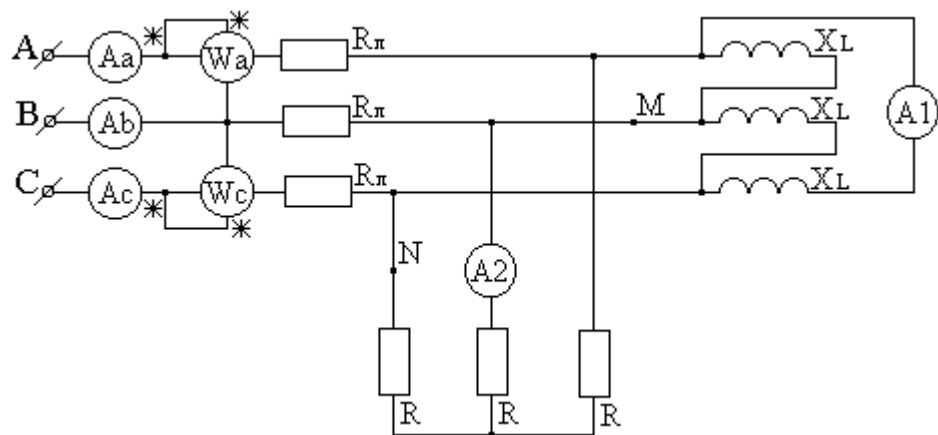
Симметричный трёхфазный генератор с обмотками, соединёнными в звезду, питает через трехпроводную линию электропередачи нагрузку с элементами, соединёнными звездой и треугольником.

Требуется:

1. Определить показания включенных в цепь измерительных приборов, полагая нагрузки симметричной.
2. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
3. По результатам расчета п.1 построить для симметричной нагрузки совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.
4. Провести расчет токов во всех ветвях напряжений на всех участках цепи, определить показания измерительных приборов в аварийном режиме, делая обрыв в указанной точке.
5. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
6. По результатам расчета п.4 построить совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.

$$U_A := 127 \quad U_B := U_A \quad U_C := U_B \quad \psi_A := 0 \quad R_L := 12 \quad R := 57 \quad X_L := 24$$

Обрыв проводится в точке М.



Общая схема трёхфазной цепи

Определение показаний измерительных приборов при симметричной нагрузке.

Так как нагрузка симметрическая, то будем проводить расчет только по одной

фазе. Токи в остальных фазах будут такими же, только будут отличаться углы.

Для определения токов в ветвях цепи необходимо первоначально произвести упрощение схемы, сведя её к схеме с элементами, соединенными звездой.

$$X'_L := \frac{X_L \cdot i \cdot X_L \cdot i}{3 \cdot X_L \cdot i} \quad X'_L = 8i$$

За опорную примем фазу А. Фазные напряжения генератора и сопротивления элементов нагрузки в комплексной форме равны:

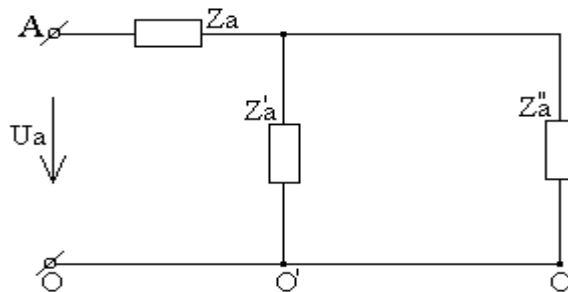
$$E_A := U_A \cdot e^{i \cdot \psi_A \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_B := U_B \cdot e^{i(\psi_A - 120) \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_C := U_C \cdot e^{i(\psi_A + 120) \cdot \frac{\pi}{180}}$$

$$F(E_A) = (127 \ 0) \quad F(E_B) = (127 \ -120) \quad F(E_C) = (127 \ 120)$$

$$Z_a := R_L \quad Z_b := Z_a \quad Z_c := Z_b \quad Z_a = 12$$

$$Z'_a := R \quad Z'_b := Z'_a \quad Z'_c := Z'_b \quad Z'_a = 57$$

$$Z''_a := X'_L \quad Z''_b := Z''_a \quad Z''_c := Z''_b \quad Z''_a = 8i$$



Преобразованная схема (фаза А)

Эквивалентное сопротивление данной схемы равно:

$$Z_{ea} := Z_a + \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea} = 13.101 + 7.845i$$

Ток в фазе А, согласно закону Ома, равен:

$$I_A := \frac{E_A}{Z_{ea}} \quad I_A = 7.135 - 4.273i \quad F(I_A) = (8.317 \ -30.915)$$

Соответственно в фазах В и С:

$$I_B := I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_B = -7.268 - 4.043i \quad F(I_B) = (8.317 \ -150.915)$$

$$I_C := I_A \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_C = 0.133 + 8.316i \quad F(I_C) = (8.317 \ 89.085)$$

Фазное напряжение на параллельном участке А'О равно:

$$Z_{ea'} := \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea'} = 1.101 + 7.845i$$

$$U_{A'O} := I_A \cdot Z_{ea'} \quad U_{A'O} = 41.379 + 51.273i$$

Токи звезды равны:

$$I_A := \frac{U_{A'O}}{Z'_a} \quad I_A = 0.726 + 0.9i \quad F(I_A) = (1.156 \ 51.096)$$

$$\begin{aligned} I_B &:= I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} & I_B &= 0.416 - 1.078i & F(I_B) &= (1.156 \quad -68.904) \\ I_C &:= I_A \cdot e^{i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} & I_C &= -1.142 + 0.179i & F(I_C) &= (1.156 \quad 171.096) \end{aligned}$$

Линейное напряжение равно:

$$U_{A'B'} := U_{A'O} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} \quad U_{A'B'} = 106.472 + 41.075i \quad F(U_{A'B'}) = (114.12 \quad 21.096)$$

Остальные токи равны:

$$\begin{aligned} I''_{A'B'} &:= \frac{U_{A'B'}}{X_L \cdot i} & I''_{A'B'} &= 1.711 - 4.436i & F(I''_{A'B'}) &= (4.755 \quad -68.904) \\ I''_{B'C'} &:= I''_{A'B'} \cdot e^{-i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} & I''_{B'C'} &= -4.698 + 0.736i & F(I''_{B'C'}) &= (4.755 \quad 171.096) \\ I''_{C'A'} &:= I''_{A'B'} \cdot e^{i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} & I''_{C'A'} &= 2.986 + 3.7i & F(I''_{C'A'}) &= (4.755 \quad 51.096) \end{aligned}$$

На основании выполненных расчетов, показания амперметров будут равны:

$$A_1 = 4.755 \text{ (A)} \quad A_2 = 1.156 \text{ (A)} \quad A_a = 8.317 \text{ (A)} \quad A_b = 8.317 \text{ (A)} \quad A_c = 8.317 \text{ (A)}$$

Находим показания ваттметров. Ваттметры показывают вещественную часть произведения комплекса напряжения, приложенного к обмотке напряжения (его отсчитывают от начала обмотки к концу), на сопряженный комплекс тока, протекающего через обмотку тока:

Показание ваттметра W_a :

$$\begin{aligned} E_{AB} &:= E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} & E_{AB} &= 190.5 + 109.985i \\ W_a &:= \operatorname{Re}(E_{AB} \cdot \overline{I_A}) & W_a &= 889.297 \end{aligned}$$

Показание ваттметра W_b :

$$\begin{aligned} E_{CB} &:= E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot (30+180) \frac{\pi}{180}} & E_{CB} &= 219.97i \\ W_c &:= \operatorname{Re}(E_{CB} \cdot \overline{I_C}) & W_c &= 1.829 \times 10^3 \end{aligned}$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_c \quad W = 2.718 \times 10^3$$

Баланс активной и реактивной мощностей

Правильность расчетов проверим, составив баланс активных и реактивных мощностей. Мощность источника энергии определяют в виде суммы произведений комплексных фазных ЭДС (напряжений) на сопряженные комплексы токов соответствующих фаз. В симметричной трёхфазной системе мощность, отдаваемая в нагрузку источником, равна утроенной мощности одной фазы.

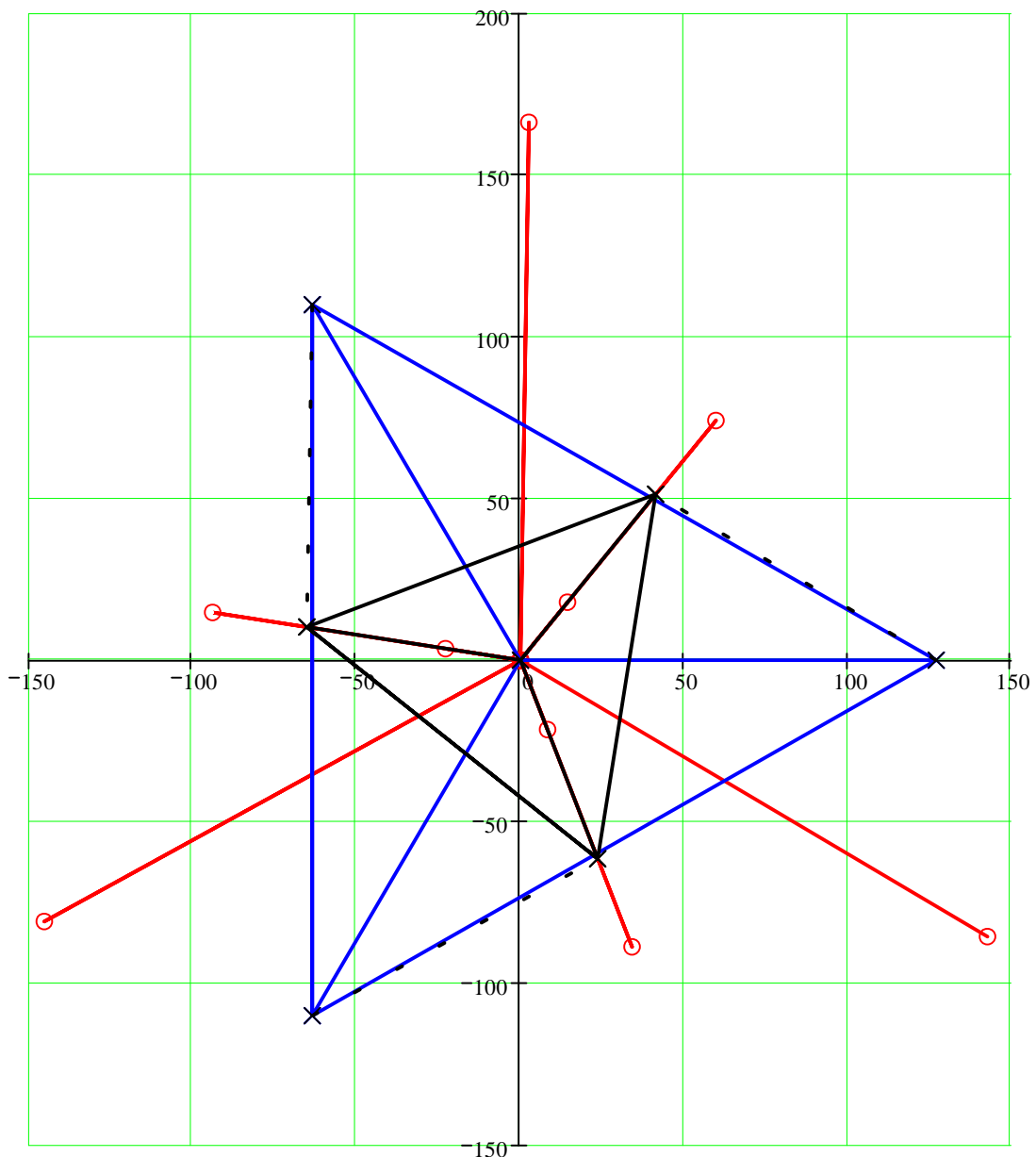
$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C} \quad S_r = 2.718 \times 10^3 + 1.628i \times 10^3$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

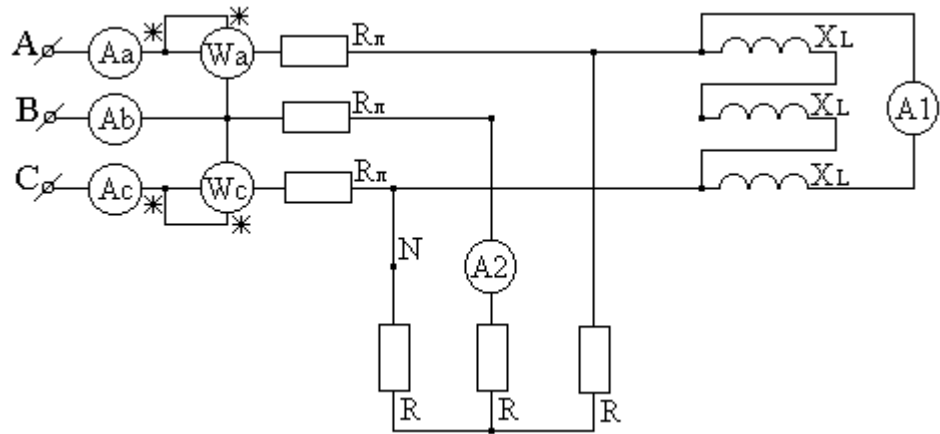
$$P_{pr} := \left[(|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R_L + \left[(|I'_A|)^2 + (|I'_B|)^2 + (|I'_C|)^2 \right] \cdot R \quad P_{pr} = 2.718 \times 10^3$$

$$Q_{pr} := \left[(|I''_{A'B'}|)^2 + (|I''_{B'C'}|)^2 + (|I''_{C'A'}|)^2 \right] \cdot X_L \cdot i \quad Q_{pr} = 1.628i \times 10^3$$

Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.



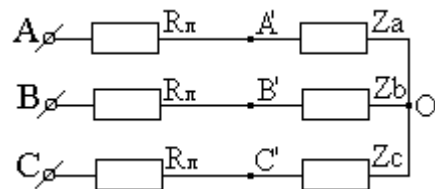
Определение показаний измерительных приборов в аварийном режиме.



Несимметричная трёхфазная система.

$$R' := R + R + \frac{R \cdot R}{R} \quad R' = 171 \quad X' := \frac{2X_L \cdot i \cdot X_L \cdot i}{3X_L \cdot i} \quad X' = 16i$$

Параллельно включенные сопротивления нагрузки можно заменить эквивалентными, в результате чего образуется несимметричный треугольник. Заменяв его эквивалентной звездой, рассчитываемую цепь приводят к виду:



Несимметричная звезда.

Сопротивления несимметричного треугольника равны:

$$Z_{C'A'} := \frac{X' \cdot R'}{R' + X'} \quad Z_{C'A'} = 1.484 + 15.861i$$

$$Z_{A'B'} := R' \quad Z_{B'C'} := R'$$

Сопротивление эквивалентной звезды:

$$Z_a := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_a = 1.101 + 7.845i$$

$$Z_b := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{B'C'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_b = 84.949 - 3.923i$$

$$Z_c := \frac{Z_{B'C'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_c = 1.101 + 7.845i$$

Полные комплексные сопротивления в каждой фазе цепи:

$$Z_{ea} := Z_a + Z_a \quad Z_{ea} = 13.101 + 7.845i$$

$$Z_{eb} := Z_b + Z_b \quad Z_{eb} = 96.949 - 3.923i$$

$$Z_{ec} := Z_c + Z_c \quad Z_{ec} = 13.101 + 7.845i$$

Фазные напряжения на нагрузке в цепи удобно определять, вычислив предварительно смещение нейтрали (O - потенциал узла генератора, который на схеме на показан):

$$Y_A := \frac{1}{Z_{ea}}$$

$$Y_B := \frac{1}{Z_{eb}}$$

$$Y_C := \frac{1}{Z_{ec}}$$

$$Y_A = 0.056 - 0.034i$$

$$Y_B = 0.01 + 4.167i \times 10^{-4}$$

$$Y_C = 0.056 - 0.034i$$

$$U_{O''O} := \frac{E_A \cdot Y_A + E_B \cdot Y_B + E_C \cdot Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C}$$

$$U_{O''O} = 31.974 + 40.941i$$

Фазные напряжения на элементах нагрузки цепи равны:

$$U_{AO''} := E_A - U_{O''O} \quad U_{AO''} = 95.026 - 40.941i \quad F(U_{AO''}) = (103.47 \quad -23.308)$$

$$U_{BO''} := E_B - U_{O''O} \quad U_{BO''} = -95.474 - 150.926i \quad F(U_{BO''}) = (178.589 \quad -122.317)$$

$$U_{CO''} := E_C - U_{O''O} \quad U_{CO''} = -95.474 + 69.044i \quad F(U_{CO''}) = (117.824 \quad 144.127)$$

Токи в фазах, равные фазным токам генератора и линейным токам исходной системы, определяют по закону Ома:

$$I_A := \frac{U_{AO''}}{Z_{ea}}$$

$$I_A = 3.961 - 5.497i$$

$$F(I_A) = (6.776 \quad -54.223)$$

$$I_B := \frac{U_{BO''}}{Z_{eb}}$$

$$I_B = -0.92 - 1.594i$$

$$F(I_B) = (1.841 \quad -120)$$

$$I_C := \frac{U_{CO''}}{Z_{ec}}$$

$$I_C = -3.041 + 7.091i$$

$$F(I_C) = (7.716 \quad 113.212)$$

$$U_{AB} := E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}}$$

$$U_{AB} = 190.5 + 109.985i$$

$$F(U_{AB}) = (219.97 \quad 30)$$

$$U_{AA'} := I_A \cdot Z_a$$

$$U_{AA'} = 47.536 - 65.966i$$

$$F(U_{AA'}) = (81.309 \quad -54.223)$$

$$U_{BC} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}}$$

$$U_{BC} = -219.97i$$

$$F(U_{BC}) = (219.97 \quad -90)$$

$$U_{BB'} := I_B \cdot Z_b$$

$$U_{BB'} = -11.043 - 19.128i$$

$$F(U_{BB'}) = (22.087 \quad -120)$$

$$U_{CA} := E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}}$$

$$U_{CA} = -190.5 + 109.985i$$

$$F(U_{CA}) = (219.97 \quad 150)$$

$$U_{CC'} := I_C \cdot Z_c$$

$$U_{CC'} = -36.492 + 85.094i$$

$$F(U_{CC'}) = (92.589 \quad 113.212)$$

Для определения токов во всех ветвях рассчитываемой схемы необходимо определить напряжение между точками A', B' и C'.

Согласно второму закону Кирхгофа:

$$U_{AB} := U_{AA'} + U_{A'B'} - U_{BB'}$$

отсюда:

$$U_{A'B'} := U_{AB} - U_{AA'} + U_{BB'}$$

$$U_{A'B'} = 131.921 + 156.824i$$

$$F(U_{A'B'}) = (204.931 \quad 49.929)$$

аналогично вычисляют

$$U_{B'C'} := U_{BC} - U_{BB'} + U_{CC'}$$

$$U_{B'C'} = -25.449 - 115.748i$$

$$F(U_{B'C'}) = (118.513 \quad -102.4)$$

$$U_{C'A'} := U_{CA} - U_{CC'} + U_{AA'}$$

$$U_{C'A'} = -106.472 - 41.075i$$

$$F(U_{C'A'}) = (114.12 \quad -158.904)$$

$$I''_{A'B'} := \frac{U_{C'A'}}{2X_L \cdot i}$$

$$I''_{B'C'} := I''_{A'B'}$$

$$I''_{A'B'} = -0.856 + 2.218i$$

$$F(I''_{A'B'}) = (2.378 \quad 111.096)$$

$$I''_{C'A'} := \frac{U_{C'A'}}{X_L \cdot i}$$

$$I''_{C'A'} = -1.711 + 4.436i$$

$$F(I''_{C'A'}) = (4.755 \quad 111.096)$$

$$I'_B := I_B$$

$$I'_B = -0.92 - 1.594i$$

$$F(I'_B) = (1.841 \quad -120)$$

$$I'_A := \frac{1}{R} \cdot (I'_B \cdot R + U_{A'B'})$$

$$I'_A = 1.394 + 1.157i$$

$$F(I'_A) = (1.812 \quad 39.697)$$

$$I'_C := -I'_A - I'_B$$

$$I'_C = -0.474 + 0.437i$$

$$F(I'_C) = (0.644 \quad 137.335)$$

Согласно выполненным расчетам, показания включенных в цепь амперметров равны:

$$A_1 = 2.378 \text{ (A)} \quad A_2 = 1.841 \text{ (A)} \quad A_a = 6.776 \text{ (A)} \quad A_b = 1.841 \text{ (A)} \quad A_c = 7.716 \text{ (A)}$$

Расчет показаний ваттметров выполняется так же, как и в случае симметричной системы:

Показание ваттметра W_a :

$$E_{CA} := E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} \quad E_{CA} = -190.5 + 109.985i$$

$$W_a := \operatorname{Re}(E_{CA} \cdot \overline{I_C}) \quad W_a = 1.359 \times 10^3$$

Показание ваттметра W_b :

$$E_{BA} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} \quad E_{BA} = -190.5 - 109.985i$$

$$W_b := \operatorname{Re}(E_{BA} \cdot \overline{I_B}) \quad W_b = 350.63$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 1.71 \times 10^3$$

Баланс активной и реактивной мощностей

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C} \quad S_r = 1.71 \times 10^3 + 813.966i$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$P_{pr} := \left[(|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R_L + \left[(|I'_A|)^2 + (|I'_B|)^2 + (|I'_C|)^2 \right] \cdot R \quad P_{pr} = 1.71 \times 10^3$$

$$Q_{pr} := \left[(|I''_{A'B'}|)^2 + (|I''_{B'C'}|)^2 + (|I''_{C'A'}|)^2 \right] \cdot (X_L \cdot i) \quad Q_{pr} = 813.966i$$

Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.

