

Министерство образования и науки Украины
Национальный технический университет Украины
“Киевский Политехнический Институт”
Кафедра ТОЭ

Расчетно-графическая работа
“Трёхфазные цепи”
Вариант № 801

Выполнил:_____

Проверил:_____

Киев 2007

Условие задания

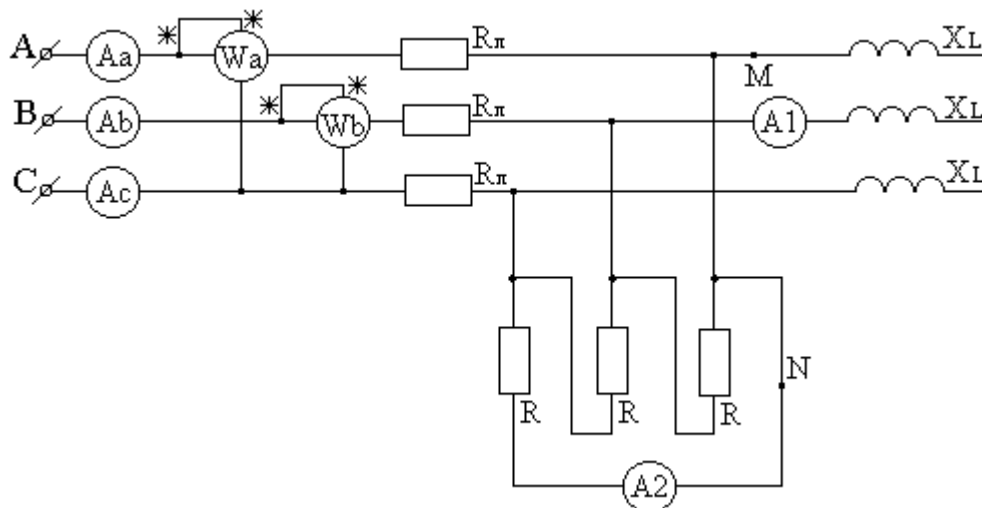
Симметричный трёхфазный генератор с обмотками, соединёнными в звезду, питает через трехпроводную линию электропередачи нагрузку с элементами, соединёнными звездой и треугольником.

Требуется:

1. Определить показания включенных в цепь измерительных приборов, полагая нагрузки симметричной.
2. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
3. По результатам расчета п.1 построить для симметричной нагрузки совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.
4. Провести расчет токов во всех ветвях напряжений на всех участках цепи, определить показания измерительных приборов в аварийном режиме, делая обрыв в указанной точке.
5. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
6. По результатам расчета п.4 построить совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.

$$U_A := 135 \quad U_B := U_A \quad U_C := U_B \quad \psi_A := 0 \quad R_L := 16.8 \quad R := 80 \quad X_L := 27$$

Обрыв проводится в точке М.



Общая схема трёхфазной цепи

Определение показаний измерительных приборов при симметричной нагрузке.

Так как нагрузка симметрическая, то будем проводить расчет только по одной фазе. Токи в остальных фазах будут такими же, только будут отличаться углы.

За опорную примем фазу А. Фазные напряжения генератора и сопротивления элементов нагрузки в комплексной форме равны:

$$E_A := U_A \cdot e^{i \cdot \psi_A \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_B := U_B \cdot e^{i(\psi_A - 120) \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_C := U_C \cdot e^{i(\psi_A + 120) \cdot \frac{\pi}{180}}$$

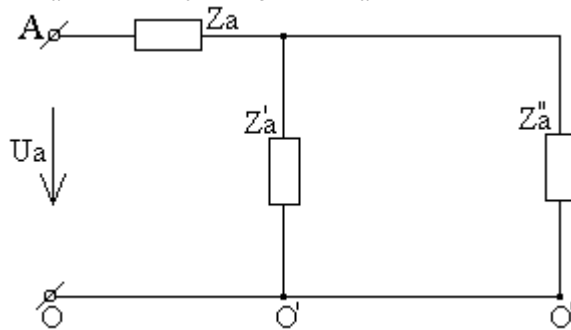
$$F(E_A) = (135 \ 0) \quad F(E_B) = (135 \ -120) \quad F(E_C) = (135 \ 120)$$

$$R' := \frac{R^2}{3R} \quad R' = 26.667$$

$$Z_a := R_L \quad Z_b := Z_a \quad Z_c := Z_b \quad Z_a = 16.8$$

$$Z'_a := R' \quad Z'_b := Z'_a \quad Z'_c := Z'_b \quad Z'_a = 26.667$$

$$Z''_a := X_L \cdot i \quad Z''_b := Z''_a \quad Z''_c := Z''_b \quad Z''_a = 27i$$



Преобразованная схема (фаза А)

Эквивалентное сопротивление данной схемы равно:

$$Z_{ea} := Z_a + \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea} = 30.299 + 13.332i$$

Ток в фазе А, согласно закону Ома, равен:

$$I_A := \frac{E_A}{Z_{ea}} \quad I_A = 3.733 - 1.643i \quad F(I_A) = (4.078 \ -23.751)$$

Соответственно в фазах В и С:

$$I_B := I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_B = -3.289 - 2.411i \quad F(I_B) = (4.078 \ -143.751)$$

$$I_C := I_A \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_C = -0.444 + 4.054i \quad F(I_C) = (4.078 \ 96.249)$$

Фазное напряжение на параллельном участке А'О равно:

$$Z_{ea'} := \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea'} = 13.499 + 13.332i$$

$$U_{A'O} := I_A \cdot Z_{ea'} \quad U_{A'O} = 72.288 + 27.595i$$

Остальные токи равны:

$$I'_A := \frac{U_{A'O}}{Z'_a} \quad I'_A = 2.711 + 1.035i \quad F(I'_A) = (2.902 \ 20.893)$$

$$I_B := I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I_B = -0.459 - 2.865i \quad F(I_B) = (2.902 \quad -99.107)$$

$$I_C := I_A \cdot e^{i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I_C = -4.259 + 4.48i \quad F(I_C) = (6.181 \quad 133.557)$$

$$I''_A := \frac{U_{A'O}}{Z''_a} \quad I''_A = 1.022 - 2.677i \quad F(I''_A) = (2.866 \quad -69.107)$$

$$I''_B := I''_A \cdot e^{-i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I''_B = -2.83 + 0.454i \quad F(I''_B) = (2.866 \quad 170.893)$$

$$I''_C := I''_A \cdot e^{i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I''_C = 2.56 + 2.434i \quad F(I''_C) = (3.532 \quad 43.557)$$

$$I_A := \frac{U_{A'O}}{Z'_a} \quad I_A = 2.711 + 1.035i \quad F(I_A) = (2.902 \quad 20.893)$$

$$I_B := I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I_B = -0.459 - 2.865i \quad F(I_B) = (2.902 \quad -99.107)$$

$$I_C := I_A \cdot e^{i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I_C = -2.252 + 1.83i \quad F(I_C) = (2.902 \quad 140.893)$$

Линейное напряжение равно:

$$U_{A'B'} := U_{A'O} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} \quad U_{A'B'} = 84.535 + 103.996i \quad F(U_{A'B'}) = (134.019 \quad 50.893)$$

$$I_{A'B'} := \frac{U_{A'B'}}{R} \quad I_{A'B'} = 1.057 + 1.3i \quad F(I_{A'B'}) = (1.675 \quad 50.893)$$

$$I_{B'C'} := I_{A'B'} \cdot e^{-i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I_{B'C'} = 0.597 - 1.565i \quad F(I_{B'C'}) = (1.675 \quad -69.107)$$

$$I_{C'A'} := I_{A'B'} \cdot e^{i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I_{C'A'} = -1.654 + 0.265i \quad F(I_{C'A'}) = (1.675 \quad 170.893)$$

На основании выполненных расчетов, показания амперметров будут равны:

$$A_1 = 2.866(A) \quad A_2 = 1.675(A) \quad A_a = 4.078(A) \quad A_b = 4.078(A) \quad A_c = 4.078(A)$$

Находим показания ваттметров. Ваттметры показывают вещественную часть произведения комплекса напряжения, приложенного к обмотке напряжения (его отсчитывают от начала обмотки к концу), на сопряженный комплекс тока, протекающего через обмотку тока:

Показание ваттметра W_a :

$$E_{AC} := E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} \quad E_{AC} = 202.5 - 116.913i$$

$$W_a := \operatorname{Re}(E_{AC} \cdot \overline{I_A}) \quad W_a = 947.935$$

Показание ваттметра W_b :

$$E_{BC} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} \quad E_{AC} = 202.5 - 116.913i$$

$$W_b := \operatorname{Re}(E_{BC} \cdot \overline{I_B}) \quad W_b = 563.864$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b$$

$$W = 1.512 \times 10^3$$

Баланс активной и реактивной мощностей

Правильность расчетов проверим, составив баланс активных и реактивных мощностей. Мощность источника энергии определяют в виде суммы произведений комплексных фазных ЭДС (напряжений) на сопряженные комплексы токов соответствующих фаз. В симметричной трёхфазной системе мощность, отдаваемая в нагрузку источником, равна утроенной мощности одной фазы.

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C}$$

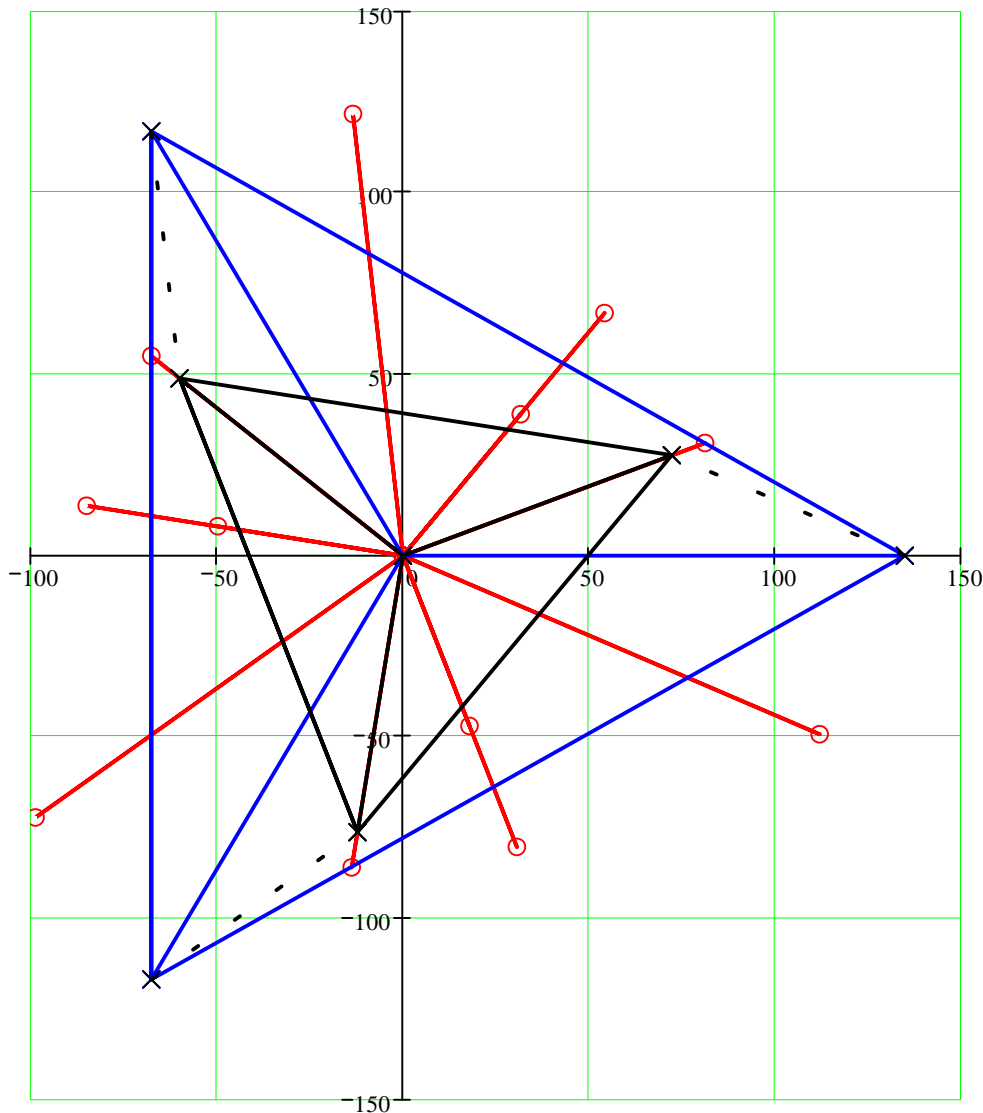
$$S_r = 1.512 \times 10^3 + 665.23i$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

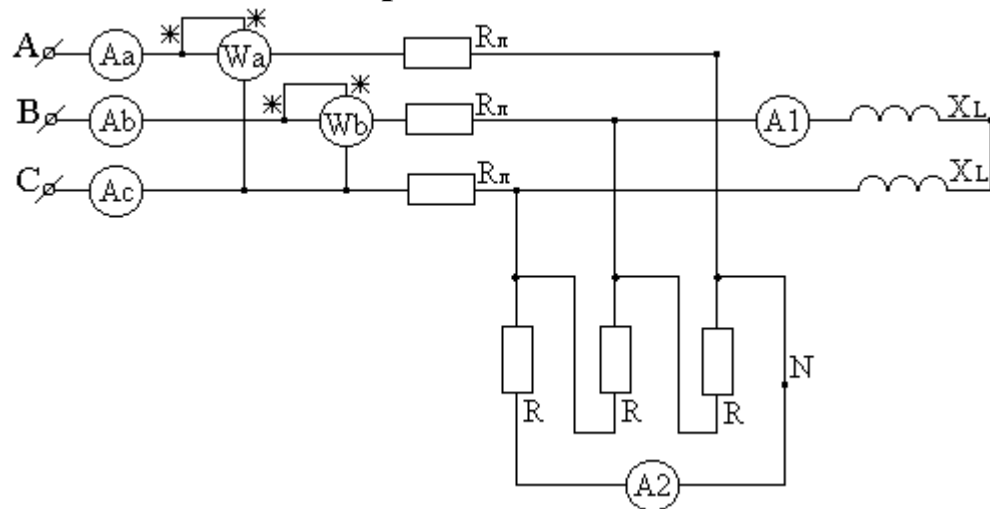
$$P_{pr} := \left[(|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R_L + \left[(|I'_{AB}|)^2 + (|I'_{BC}|)^2 + (|I'_{CA}|)^2 \right] \cdot R \quad P_{pr} = 1.512 \times 10^3$$

$$Q_{pr} := \left[(|I'_A|)^2 + (|I'_B|)^2 + (|I'_C|)^2 \right] \cdot X_L \cdot i \quad Q_{pr} = 665.23i$$

Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.

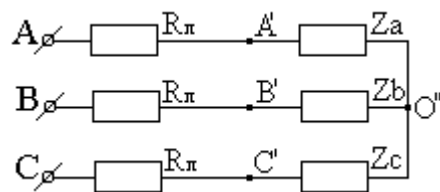


Определение показаний измерительных приборов в аварийном режиме.



Несимметричная трёхфазная система.

Параллельно включенные сопротивления нагрузки можно заменить эквивалентными, в результате чего образуется несимметричный треугольник. Заменяя его эквивалентной звездой, рассчитываемую цепь приводят к виду:



Несимметричная звезда.

Сопротивления несимметричного треугольника равны:

$$Z_{C'A'} := R \quad Z_{C'A'} = 80$$

$$Z_{A'B'} := R \quad Z_{A'B'} = 80 \quad Z_{B'C'} := \frac{2 \cdot X_L \cdot i \cdot R}{2 \cdot X_L \cdot i + R} \quad Z_{B'C'} = 25.041 + 37.097i$$

Сопротивление эквивалентной звезды:

$$Z_a := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_a = 33.251 - 6.666i$$

$$Z_b := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{B'C'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_b = 13.499 + 13.332i$$

$$Z_c := \frac{Z_{B'C'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_c = 13.499 + 13.332i$$

Полные комплексные сопротивления в каждой фазе цепи:

$$Z_{ea} := Z_a + Z_a \quad Z_{ea} = 50.051 - 6.666i$$

$$Z_{eb} := Z_b + Z_b \quad Z_{eb} = 30.299 + 13.332i$$

$$Z_{ec} := Z_c + Z_c \quad Z_{ec} = 30.299 + 13.332i$$

Фазные напряжения на нагрузке в цепи удобно определять, вычислив предварительно смещение нейтрали:

$$Y_A := \frac{1}{Z_{ea}} \quad Y_B := \frac{1}{Z_{eb}} \quad Y_C := \frac{1}{Z_{ec}}$$

$$Y_A = 0.02 + 2.615i \times 10^{-3} \quad Y_B = 0.028 - 0.012i \quad Y_C = 0.028 - 0.012i$$

$$U_{O''O} := \frac{E_A \cdot Y_A + E_B \cdot Y_B + E_C \cdot Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} \quad U_{O''O} = -20.448 + 20.704i$$

Фазные напряжения на элементах нагрузки цепи равны:

$$U_{AO''} := E_A - U_{O''O} \quad U_{AO''} = 235.651 - 27.39i \quad F(U_{AO''}) = (237.238 \quad -6.63)$$

$$U_{BO''} := E_B - U_{O''O} \quad U_{BO''} = -47.052 - 137.617i \quad F(U_{BO''}) = (145.439 \quad -108.876)$$

$$U_{CO''} := E_C - U_{O''O} \quad U_{CO''} = -47.052 + 96.21i \quad F(U_{CO''}) = (107.099 \quad 116.061)$$

Токи в фазах, равные фазным токам генератора и линейным токам исходной системы, определяют по закону Ома:

$$I_A := \frac{U_{AO''}}{Z_{ea}} \quad I_A = 3.106 \quad F(I_A) = (3.106 \quad 2.935 \times 10^{-15})$$

$$I_B := \frac{U_{BO''}}{Z_{eb}} \quad I_B = -2.975 - 3.233i \quad F(I_B) = (4.394 \quad -132.626)$$

$$I_C := \frac{U_{CO''}}{Z_{ec}} \quad I_C = -0.13 + 3.233i \quad F(I_C) = (3.235 \quad 92.31)$$

$$U_{AB} := E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad U_{AB} = 202.5 + 116.913i \quad F(U_{AB}) = (233.827 \quad 30)$$

$$U_{AA'} := I_A \cdot Z_a \quad U_{AA'} = 52.178 \quad F(U_{AA'}) = (92.832 \quad 0)$$

$$U_{BC} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad U_{BC} = -233.827i \quad F(U_{BC}) = (233.827 \quad -90)$$

$$U_{BB'} := I_B \cdot Z_b \quad U_{BB'} = -49.987 - 54.31i \quad F(U_{BB'}) = (73.812 \quad -132.626)$$

$$U_{CA} := E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad U_{CA} = -202.5 + 116.913i \quad F(U_{CA}) = (233.827 \quad 150)$$

$$U_{CC'} := I_C \cdot Z_c \quad U_{CC'} = -2.191 + 54.31i \quad F(U_{CC'}) = (54.354 \quad 92.31)$$

Для определения токов во всех ветвях рассчитываемой схемы необходимо определить напряжение между точками A', B' и C'.

Согласно второму закону Кирхгофа:

$$U_{AB} := U_{AA'} + U_{A'B'} - U_{BB'}$$

отсюда:

$$U_{A'B'} := U_{AB} - U_{AA'} + U_{BB'} \quad U_{A'B'} = 100.335 + 62.604i \quad F(U_{A'B'}) = (118.264 \quad 31.962)$$

аналогично вычисляют

$$U_{B'C'} := U_{BC} - U_{BB'} + U_{CC'} \quad U_{B'C'} = 47.795 - 125.207i \quad F(U_{B'C'}) = (134.019 \quad -69.107)$$

$$U_{C'A'} := U_{CA} - U_{CC'} + U_{AA'} \quad U_{C'A'} = -148.131 + 62.604i \quad F(U_{C'A'}) = (160.817 \quad 157.09)$$

Согласно закону Ома токи равны:

$$\begin{aligned} \Gamma_B &:= \frac{U_{B'C'}}{2 \cdot X_L \cdot i} & \Gamma_B &= -2.319 - 0.885i & F(\Gamma_B) &= (2.482 \quad -159.107) \\ \Gamma_C &:= -\Gamma_B & \Gamma_C &= 2.319 + 0.885i & F(\Gamma_C) &= (2.482 \quad 20.893) \\ \Gamma_A &:= I_A & \Gamma_A &= 3.106 & F(\Gamma_A) &= (3.106 \quad 2.935 \times 10^{-15}) \\ \Gamma_B &:= I_B - \Gamma_B & \Gamma_B &= -0.657 - 2.348i & F(\Gamma_B) &= (5.548 \quad -110.294) \\ \Gamma_C &:= I_C - \Gamma_C & \Gamma_C &= -2.449 + 2.348i & F(\Gamma_C) &= (3.393 \quad 136.212) \end{aligned}$$

Токи в нагрузке, соединенной звездой в системе могут быть вычислены по первому закону Кирхгофа.

$$\begin{aligned} \Gamma_{A'B'} &:= \frac{U_{A'B'}}{R} & \Gamma_{A'B'} &= 1.254 + 0.783i & F(\Gamma_{A'B'}) &= (1.478 \quad 31.962) \\ \Gamma_{B'C'} &:= \frac{U_{B'C'}}{R} & \Gamma_{B'C'} &= 0.597 - 1.565i & F(\Gamma_{B'C'}) &= (1.675 \quad -69.107) \\ \Gamma_{C'A'} &:= \frac{U_{C'A'}}{R} & \Gamma_{C'A'} &= -1.852 + 0.783i & F(\Gamma_{C'A'}) &= (2.01 \quad 157.09) \end{aligned}$$

Согласно выполненным расчетам, показания включенных в цепь амперметров равны:

$$A_1 = 2.482 \text{ (A)} \quad A_2 = 2.01 \text{ (A)} \quad A_a = 3.106 \text{ (A)} \quad A_b = 4.394 \text{ (A)} \quad A_c = 3.235 \text{ (A)}$$

Расчет показаний ваттметров выполняется так же, как и в случае симметричной системы:

Показание ваттметра W_a :

$$\begin{aligned} E_{AC} &:= E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 - \frac{\pi}{180}} & E_{AC} &= 202.5 - 116.913i \\ W_a &:= \operatorname{Re}(E_{AC} \cdot \overline{I_A}) & W_a &= 628.93 \end{aligned}$$

Показание ваттметра W_b :

$$\begin{aligned} E_{BC} &:= E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 - \frac{\pi}{180}} & E_{AC} &= 202.5 - 116.913i \\ W_b &:= \operatorname{Re}(E_{BC} \cdot \overline{I_B}) & W_b &= 755.9 \end{aligned}$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 1.385 \times 10^3$$

Баланс активной и реактивной мощностей

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C} \quad S_r = 1.385 \times 10^3 + 332.615i$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$P_{pr} := \left[(|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R_L + \left[(|\Gamma_{A'B'}|)^2 + (|\Gamma_{B'C'}|)^2 + (|\Gamma_{C'A'}|)^2 \right] \cdot R \quad P_{pr} = 1.385 \times 10^3$$

$$Q_{pr} := \left[(|\Gamma_B|)^2 + (|\Gamma_C|)^2 \right] \cdot X_L \cdot i \quad Q_{pr} = 332.615i$$

Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.

