Міністерство освіти України
Національний технічний університет України
“Київський політехнічний інститут”
Кафедра ТОЕ

Розрахунково-графічна робота

“Розрахунок перехідних процесів у лінійних колах“
Варіант № 131

Виконав: ________________
____
____
____

Перевірив: _______________

Київ 2007

Умова задання

1. В колі з джерелом постійної ЕДС необхідно:

1) класичним методом розрахзувати напруги на реактивних елементах та струми перехідного процесу;

2) розрахувати струм в колі з джерелом ЕДС Е1 та напругу на реактивному елементі операторним методом;

3) побудувати в одному часовому масштабі діаграми струму та напруги на реактивних елементах.

2. Дослідити, яким повинен бути активний опір у вітці з джерелом Е1, щоб перехідний процес проходив в граничному режимі.

3. Визначити струми в вітках та напруги на реактивних елементах в момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійних ЕДС Е1і Е2 в колі діють синусоїдні джерела.

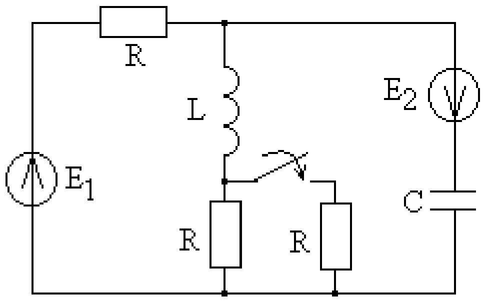
3. В післякомутаційній схемі закоротити джерело ЕДС Е2.

а) виключити катушку індуктивності чи ємність, замінивши останню опором R;

б) вважаючи, що замість ждерела постійної ЕДС Е1 до отриманного кола подається напруга, форма якої показана на малюнку;

в) розрахувати вхідний струм та напругу на реактивном елементі методом інтеграла Дюамеля при періоді Т, заданому в долях від τ;

г) побудувати в одному часовому масштабі діаграми напруги на вході, вхідного струму і напруги на реактивних елементі.



Основна схема

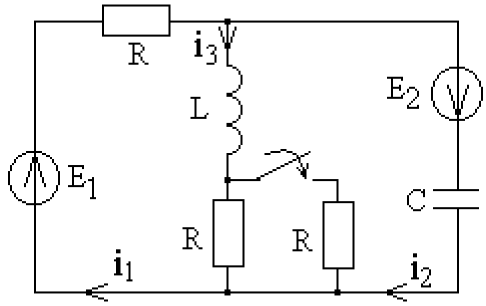
Вхідні данні:

$L := 0.2$ Гн $C := 170\cdot10^{-6}$ Ф $R := 80$ Ом

$E_1 := 110$ В $E_2 := 90$ В $\psi := 180\cdot deg$ $С^0$ $\omega := 300$ c^{-1}

Класичний метод

Оберемо додатній напрямок струмів у вітках схеми:



Знайдемо значення струмів та напруг безпосередньо до комутації:

Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \frac{E_1}{2 \cdot R}$ $\qquad i_{3дк} := i_{1дк} \quad i_{3дк} = 0.688$

$i_{2дк} := 0$ $\qquad u_{Lдк} := 0$

$u_{Сдк} := E_1 + E_2 - i_{1дк} \cdot R$ $\qquad u_{Сдк} = 145$

Усталений режим після комутації: $t = \infty$

$R' := 0.5 \cdot R$

$i'_1 := \frac{E_1}{R + R'}$ $\qquad i'_3 := i'_1 \qquad i'_3 = 0.917$

$i'_2 := 0$ $\qquad u'_L := 0$

$u'_C := E_1 + E_2 - i'_1 \cdot R$ $\qquad u'_C = 126.667$

Незалежні початкові умови

$i_{30} := i_{3дк}$ $\qquad i_{30} = 0.688$

$u_{C0} := u_{Сдк}$ $\qquad u_{C0} = 145$

Залежні початкові умови

Given

$i_{10} = i_{20} + i_{30}$

$E_1 = u_{L0} + i_{30} \cdot R' + i_{10} \cdot R$

$E_2 = -i_{30} \cdot R' + u_{C0} - u_{L0}$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{10}, i_{20}, u_{L0}) \text{ float}, 7 \rightarrow \begin{pmatrix} .6875000 \\ 0 \\ 27.50000 \end{pmatrix}$$

$i_{10} = 0.688 \qquad i_{20} = 0 \qquad u_{L0} = 27.5$

Незалежні початкові умови

$di_{30} := \frac{u_{L0}}{L}$ $\qquad di_{30} = 137.5$

$du_{C0} := \frac{i_{20}}{C}$ $\qquad du_{C0} = 0$

Залежні початкові умови

Given

$di_{10} = di_{20} + di_{30}$

$0 = du_{L0} + di_{30} \cdot R' + di_{10} \cdot R$

$0 = -di_{30} \cdot R' + du_{C0} - du_{L0}$

$$\begin{pmatrix} di_{10} \\ di_{20} \\ du_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}\left(di_{10}, di_{30}, du_{L0}\right)$$

$di_{10} = 0$ $di_{20} = -1$ $du_{L0} = 40$

Вільний режим після комутайії: $t = 0$

Складемо характерестичне рівняння схеми

$$Z(p) := \frac{\frac{1}{p \cdot C} \cdot (R' + p \cdot L)}{R' + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}} + R \qquad Z(p) := \frac{\frac{1}{p \cdot C} \cdot (R' + p \cdot L) + \left(R' + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot R}{R' + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}}$$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := \frac{1}{p \cdot C} \cdot (R' + p \cdot L) + \left(R' + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot R \ \Bigg| \begin{matrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -136.76 - 159.41 \cdot i \\ -136.76 + 159.41 \cdot i \end{pmatrix}$$

Одже корні характеристичного рівняння мають вигляд:

$p_1 = -136.76 - 159.41i$ $p_2 = -136.76 + 159.41i$

Коефіцієнт затухання та кутова частота вільних коливань:

$\delta := \left|\mathrm{Re}\left(p_1\right)\right|$ $\delta = 136.76$ $\omega_0 := \left|\mathrm{Im}\left(p_2\right)\right|$ $\omega_0 = 159.41$

Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$i''_1(t) = A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin\left(\omega_0 \cdot t + v_1\right)$

$i''_2(t) = B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin\left(\omega_0 \cdot t + v_2\right)$

$i''_3(t) = C \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin\left(\omega_0 \cdot t + v_3\right)$

$u''_C(t) = D \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin\left(\omega_0 \cdot t + v_C\right)$

$u''_L(t) = F \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin\left(\omega_0 \cdot t + v_L\right)$

Визначення сталих інтегрування:

Для струму i1(t):

Given

$i_{10} - i'_1 = A \cdot \sin\left(v_1\right)$

$di_{10} = -A \cdot \delta \cdot \sin\left(v_1\right) + A \cdot \omega_0 \cdot \cos\left(v_1\right)$

$$\begin{pmatrix} A \\ v_1 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}\left(A, v_1\right) \text{ float}, 5 \rightarrow \begin{pmatrix} .30195 & -.30195 \\ -2.2799 & .86173 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$A = 0.302$ $v_1 = -2.28$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i''_1(t) := A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin\left(\omega_0 \cdot t + v_1\right) \text{ float}, 5 \rightarrow .30195 \cdot \exp(-136.76 \cdot t) \cdot \sin(159.41 \cdot t - 2.2799)$$

$$i_1(t) := i'_1 + i''_1(t) \text{ float}, 4 \rightarrow .9167 + .3020 \cdot \exp(-136.8 \cdot t) \cdot \sin(159.4 \cdot t - 2.280)$$

Для струму i2(t):

$i_{20} - i'_2 = B \cdot \sin(v_2)$

$di_{20} = -B \cdot \delta \cdot \sin(v_2) + B \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_2)$

$$\begin{pmatrix} B \\ v_2 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(B, v_2) \text{ float}, 5 \ \rightarrow \begin{pmatrix} -6.2731 \cdot 10^{-3} & 6.2731 \cdot 10^{-3} \\ 0 & 3.1416 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$B = -6.273 \times 10^{-3}$ $\qquad v_2 = 0$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$i''_2(t) := B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_2) \text{ float}, 5 \ \rightarrow -6.2731 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(-136.76 \cdot t) \cdot \sin(159.41 \cdot t)$

$i_2(t) := i'_2 + i''_2(t) \text{ float}, 4 \ \rightarrow -6.273 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(-136.8 \cdot t) \cdot \sin(159.4 \cdot t)$

Для струму i3(t):

$i_{30} - i'_3 = C \cdot \sin(v_3)$

$di_{30} = -C \cdot \delta \cdot \sin(v_3) + C \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_3)$

$$\begin{pmatrix} C \\ v_3 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(C, v_3) \text{ float}, 5 \ \rightarrow \begin{pmatrix} -.70428 & .70428 \\ 2.8102 & -.33143 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$C = -0.704$ $\qquad v_3 = 2.81$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$i''_3(t) := C \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_3) \text{ float}, 5 \ \rightarrow -.70428 \cdot \exp(-136.76 \cdot t) \cdot \sin(159.41 \cdot t + 2.8102)$

$i_3(t) := i'_3 + i''_3(t) \text{ float}, 4 \ \rightarrow .9167 - .7043 \cdot \exp(-136.8 \cdot t) \cdot \sin(159.4 \cdot t + 2.810)$

Для напруги Uc(t):

$u_{C0} - u'_C = D \cdot \sin(v_C)$

$du_{C0} = -D \cdot \delta \cdot \sin(v_C) + D \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_C)$

$$\begin{pmatrix} D \\ v_C \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(D, v_C) \ \left| \begin{array}{l} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -24.156 & 24.156 \\ -2.2799 & .86173 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$D = -24.156$ $\qquad v_C = -2.28$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$u''_C(t) := D \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_C) \text{ float}, 5 \ \rightarrow -24.156 \cdot \exp(-136.76 \cdot t) \cdot \sin(159.41 \cdot t - 2.2799)$

$u_C(t) := u'_C + u''_C(t) \text{ float}, 4 \ \rightarrow 126.7 - 24.16 \cdot \exp(-136.8 \cdot t) \cdot \sin(159.4 \cdot t - 2.280)$

Для напруги Ul(t):

$u_{L0} - u'_L = F \cdot \sin(v_L)$

$du_{L0} = -F \cdot \delta \cdot \sin(v_L) + F \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_L)$

$$\begin{pmatrix} F \\ v_L \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(F, v_L) \ \left| \begin{array}{l} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -36.397 & 36.397 \\ -2.2851 & .85649 \end{pmatrix}$$

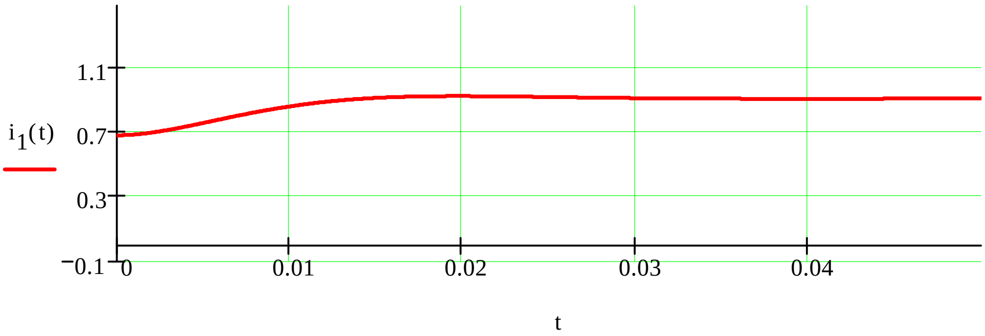
Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$F = -36.397$ $\qquad v_L = -2.285$

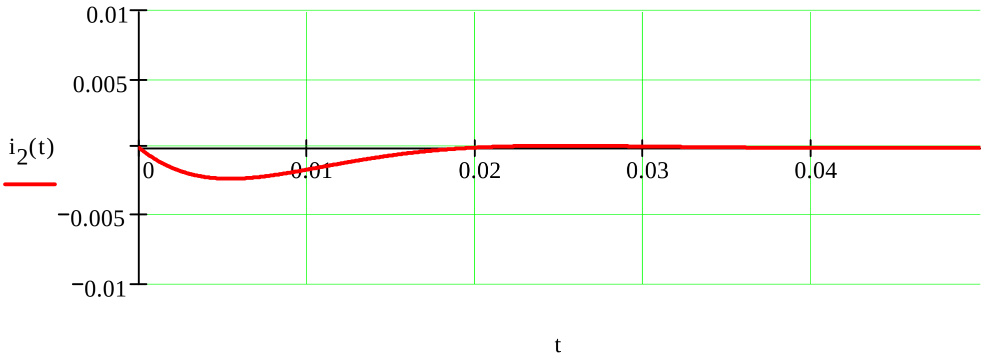
Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$u''_L(t) := F \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_L) \text{ float}, 5 \ \rightarrow -36.397 \cdot \exp(-136.76 \cdot t) \cdot \sin(159.41 \cdot t - 2.2851)$

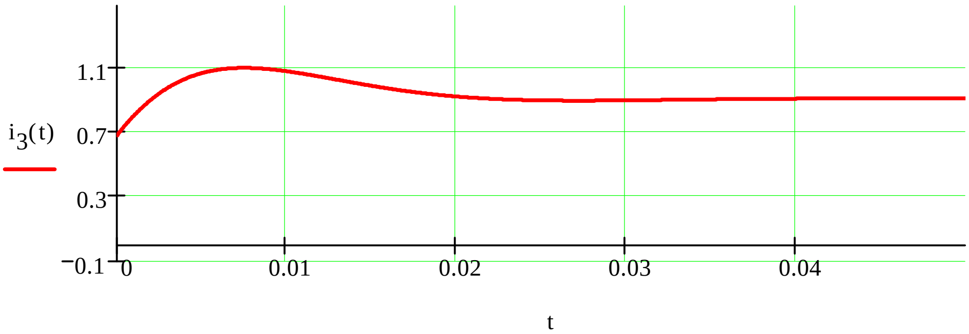
$u_L(t) := u'_L + u''_L(t) \text{ float}, 4 \ \rightarrow -36.40 \cdot \exp(-136.8 \cdot t) \cdot \sin(159.4 \cdot t - 2.285)$



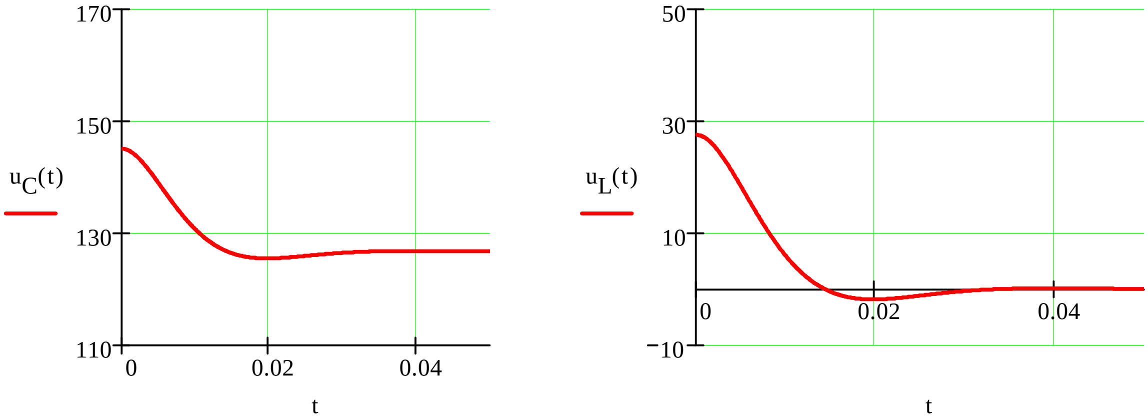
Графік перехідного струму i1(t).



Графік перехідного струму i2(t).

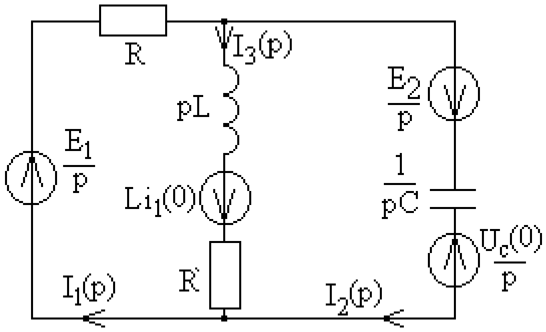


Графік перехідного струму i3(t).



Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

Операторний метод



Операторна схема

Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \frac{E_1}{2 \cdot R}$ $\qquad i_{3дк} := i_{1дк} \quad i_{3дк} = 0.688$

$i_{2дк} := 0$ $\qquad u_{Lдк} := 0$

$u_{Cдк} := E_1 + E_2 - i_{1дк} \cdot R$ $\qquad u_{Cдк} = 145$

Початкові умови:

$i_{L0} := i_{3дк}$ $\qquad i_{L0} = 0.688$

$u_{C0} = 145$

$$I_{k1}(p) \cdot (R + R' + p \cdot L) - I_{k2}(p) \cdot (R' + p \cdot L) = \frac{E_1}{p} + L \cdot i_{L0}$$

$$-I_{k1}(p) \cdot (R' + p \cdot L) + I_{k2}(p) \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + R'\right) = \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} - L \cdot i_{L0}$$

$$\Delta(p) := \left|\begin{bmatrix} R + R' + p \cdot L & -(R' + p \cdot L) \\ -(R' + p \cdot L) & \frac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + R' \end{bmatrix}\right| \qquad \Delta(p) \text{ float}, 5 \ \rightarrow \frac{\left(7.0588 \cdot 10^5 + 16.00 \cdot p^{2.} + 4376.5 \cdot p\right)}{p^{1.}}$$

$$\Delta_1(p) := \left|\begin{bmatrix} \frac{E_1}{p} + L \cdot i_{L0} & -(R' + p \cdot L) \\ \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} - L \cdot i_{L0} & \frac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + R' \end{bmatrix}\right| \qquad \Delta_1(p) \text{ float}, 5 \ \rightarrow \frac{\left(6.4706 \cdot 10^5 + 11.000 \cdot p^{2.} + 3008.8 \cdot p\right)}{p^{2.}}$$

$$\Delta_2(p) := \left|\begin{bmatrix} R + R' + p \cdot L & \frac{E_1}{p} + L \cdot i_{L0} \\ -(R' + p \cdot L) & \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} - L \cdot i_{L0} \end{bmatrix}\right| \qquad \Delta_2(p) \text{ float}, 5 \ \rightarrow \frac{-2200.0}{p^{1.}}$$

Контурні струми та напруга на конденсаторі будуть мати вигляд:

$$I_{k1}(p) := \frac{\Delta_1(p)}{\Delta(p)} \qquad I_1(p) := I_{k1}(p)\ \text{float},5\ \rightarrow \frac{\left(6.4706\cdot10^5 + 11.000\cdot p^{2.} + 3008.8\cdot p\right)}{p^{1.}\cdot\left(7.0588\cdot10^5 + 16.00\cdot p^{2.} + 4376.5\cdot p\right)^{1.}}$$

$$I_{k2}(p) := \frac{\Delta_2(p)}{\Delta(p)} \qquad I_2(p) := I_{k2}(p)\ \text{float},5\ \rightarrow \frac{-2200.0}{\left(7.0588\cdot10^5 + 16.00\cdot p^{2.} + 4376.5\cdot p\right)^{1.}}$$

$$u_C(p) := \frac{u_{C0}}{p} + \frac{I_2(p)}{p\cdot C}\ \text{factor}\ \rightarrow \frac{5}{17}\cdot\frac{\left(607997680 + 15776\cdot p^2 + 4315229\cdot p\right)}{p\cdot\left(1411760 + 32\cdot p^2 + 8753\cdot p\right)}$$

$$u_L(p) := L\cdot p\cdot I_3(p) - L\cdot i_{3дк}\ \text{factor}\ \rightarrow \frac{55}{2}\cdot\frac{(1250 + 17\cdot p)}{\left(750000 + 4650\cdot p + 17\cdot p^2\right)}$$

Перейдемо тепер від зображення до функції часу за формулою розкладу:
Для струму I1(p):

$$N_1(p) := 6.4706\cdot10^5 + 11.000\cdot p^{2.} + 3008.8\cdot p \qquad M_1(p) := p\cdot\left(7.0588\cdot10^5 + 16.00\cdot p^{2.} + 4376.5\cdot p\right)$$

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_1(p)\ \left|\begin{array}{l}\text{solve}, p \\ \text{float}, 5\end{array}\right. \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -136.77 - 159.41\cdot i \\ -136.77 + 159.41\cdot i \end{pmatrix}$$

$$p_0 = 0 \qquad p_1 = -136.77 - 159.41i \qquad p_2 = -136.77 + 159.41i$$

$$N_1(p_0) = 6.471\times10^5 \qquad N_1(p_1) = 4.236\times10^5 - 6.403i\times10^4 \qquad N_1(p_2) = 1.618\times10^5 - 22.317i$$

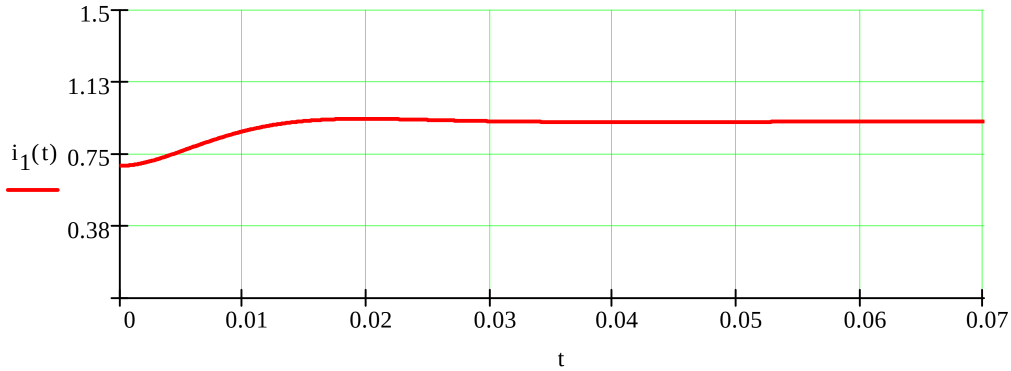
$$dM_1(p) := \frac{d}{dp}M_1(p)\ \left|\begin{array}{l}\text{factor} \\ \text{float}, 5\end{array}\right. \rightarrow 7.0588\cdot10^5 + 48.\cdot p^{2.} + 8753.\cdot p$$

$$dM_1(p_0) = 7.059\times10^5 \quad dM_1(p_1) = -8.131\times10^5 + 6.977i\times10^5 \quad dM_1(p_2) = -8.131\times10^5 - 6.977i\times10^5$$

Отже струм як функція часу буде мати вигляд:

$$i_1(t) = \frac{N_1(p_0)}{dM_1(p_0)} + \frac{N_1(p_1)}{dM_1(p_1)}\cdot e^{p_1\cdot t} + \frac{N_1(p_2)}{dM_1(p_2)}\cdot e^{p_2\cdot t} \qquad i_1(0) = 0.688$$

$$i_1(t)\ \left|\begin{array}{l}\text{float}, 5 \\ \text{complex}\end{array}\right. \rightarrow .9167 + .3020\cdot\exp(-136.8\cdot t)\cdot\sin(159.4\cdot t - 2.280)$$



Графік перехідного струму i1(t).

Для напруги на конденсаторі Uc(p):

$$N_u(p) := \frac{5}{17}\cdot\left(607997680 + 15776\cdot p^2 + 4315229\cdot p\right) \qquad M_u(p) := p\cdot\left(1411760 + 32\cdot p^2 + 8753\cdot p\right)$$

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_u(p) \left|\begin{matrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{matrix}\right. \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -136.77 + 159.41\cdot i \\ -136.77 - 159.41\cdot i \end{pmatrix}$$

$$p_0 = 0 \qquad p_1 = -136.77 + 159.41i \qquad p_2 = -136.77 - 159.41i$$

$$N_u(p_0) = 1.788\times 10^8 \qquad N_u(p_1) = -2.588\times 10^7 - 6.472i\times 10^3 \qquad N_u(p_2) = -2.588\times 10^7 + 6.472i\times 10^3$$

$$dM_u(p) := \frac{d}{dp}M_u(p) \text{ factor } \rightarrow 1411760 + 96\cdot p^2 + 17506\cdot p$$

$$dM_u(p_0) = 1.412\times 10^6 \qquad dM_u(p_1) = -1.626\times 10^6 - 1.395i\times 10^6 \qquad dM_u(p_2) = -1.626\times 10^6 + 1.395i\times 10^6$$

Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$u_C(t) := \frac{N_u(p_0)}{dM_u(p_0)} + \frac{N_u(p_1)}{dM_u(p_1)}\cdot e^{p_1\cdot t} + \frac{N_u(p_2)}{dM_u(p_2)}\cdot e^{p_2\cdot t} \qquad u_C(0) = 144.999$$

$$u_C(t) \left|\begin{matrix} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{matrix}\right. \rightarrow 166.91 + 4.9800\cdot \exp(-136.77\cdot t)\cdot \cos(159.41\cdot t) + 5.7616\cdot \exp(-136.77\cdot t)\cdot \sin(159.41\cdot t)$$

Для напруги на індуктивності:

$$N_L(p) := \frac{55}{2}(1250 + 17\cdot p) \qquad M_L(p) := \left(750000 + 4650\cdot p + 17\cdot p^2\right)$$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_L(p) \left|\begin{matrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{matrix}\right. \rightarrow \begin{pmatrix} -136.76 + 159.41\cdot i \\ -136.76 - 159.41\cdot i \end{pmatrix} \qquad p_1 = -136.76 + 159.41i \qquad p_2 = -136.76 - 159.41i$$

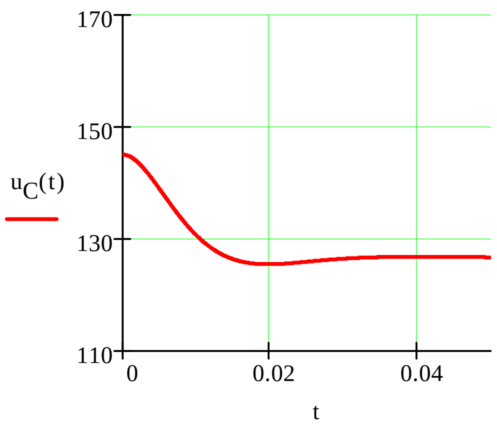
$$N_L(p_1) = -2.956\times 10^4 + 7.452i\times 10^4 \qquad N_L(p_2) = -2.956\times 10^4 - 7.452i\times 10^4$$

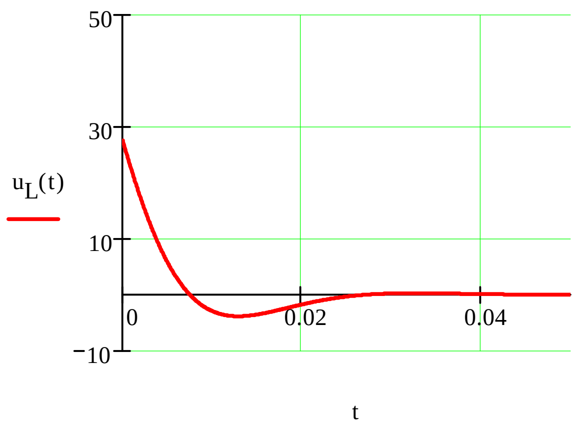
$$dM_L(p) := \frac{d}{dp}M_L(p) \text{ factor } \rightarrow 4650 + 34\cdot p$$

$$dM_L(p_1) = 2\times 10^{-3} + 2.897i\times 10^3 \qquad dM_L(p_2) = 2\times 10^{-3} - 2.897i\times 10^3$$

Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$u_L(t) := \frac{N_L(p_1)}{dM_L(p_1)}\cdot e^{p_1\cdot t} + \frac{N_L(p_2)}{dM_L(p_2)}\cdot e^{p_2\cdot t} \qquad u_L(0) = 27.5$$

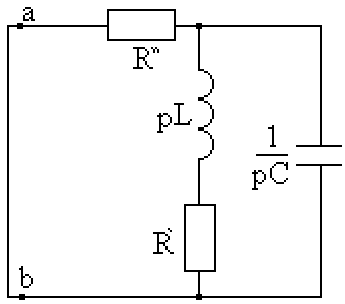




Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

Дослідити чому повинен дорівнювати активний опір вітки с джерелом ЕРС E1 щоб аперіодичний процес переходив у коливальний

$$Z_{ab}(p) := R'' + \frac{(R' + p\cdot L)\cdot\frac{1}{p\cdot C}}{\frac{1}{p\cdot C} + p\cdot L + R'}$$



$$Z_{ab}(p) := \frac{\left(\frac{1}{p\cdot C} + p\cdot L + R'\right)\cdot R'' + (R' + p\cdot L)\cdot\frac{1}{p\cdot C}}{\frac{1}{p\cdot C} + p\cdot L + R'}$$

$$(R''\cdot L)\cdot p^2 + \left(R''\cdot R' + \frac{L}{C}\right)\cdot p + \left(\frac{R''}{C} + \frac{R'}{C}\right) = 0$$

$$D = 0$$

$$\left(R''\cdot R' + \frac{L}{C}\right)^2 - 4\cdot(R''\cdot L)\cdot\left(\frac{R''}{C} + \frac{R'}{C}\right) = 0$$

$$R' := \left(R''\cdot R' + \frac{L}{C}\right)^2 - 4\cdot(R''\cdot L)\cdot\left(\frac{R''}{C} + \frac{R'}{C}\right) \left|\begin{array}{l} \text{solve}, R'' \\ \text{float}, 5 \end{array}\right. \rightarrow \begin{pmatrix} -41.136 \\ 10.833 \end{pmatrix}$$

$$R'_{1,0} = 10.833$$

Отже при такому значенні активного опору у вітці з джерелом напруги E1 аперіодичний процес перейде в коливальний.

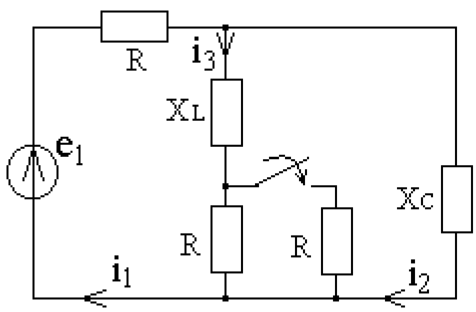
Визначити струми віток і напруги на реактивних елементах у момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійної напруги E1 і E2 у колі діють джерела синусоїдної напруги:

$$e_1(t) := \sqrt{2}\cdot E_1\cdot\sin(\omega\cdot t + \psi) \qquad e_2(t) := \sqrt{2}\cdot E_2\cdot\sin(\omega\cdot t + \psi)$$

$$X_C := \frac{1}{\omega\cdot C} \qquad X_C = 19.608 \qquad X_L := \omega\cdot L \qquad X_L = 60$$

$$E_1 := E_1\cdot e^{\psi\cdot i} \qquad E_1 = -110 \qquad F(E_1) = (110 \ \ -180)$$

$$E_2 := E_2\cdot e^{\psi\cdot i} \qquad E_2 = -90 \qquad F(E_2) = (90 \ \ -180)$$

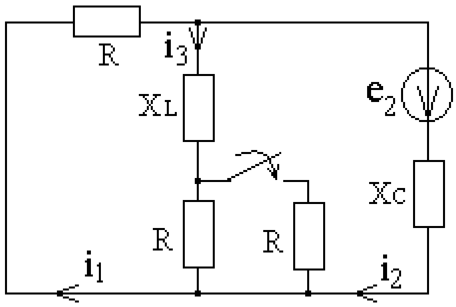


$$Z'_{vx} := R + \frac{X_C\cdot i\cdot(R + X_L\cdot i)}{R + X_L\cdot i - i\cdot X_C} \qquad Z'_{vx} = 76.17 + 21.541i$$

$$I'_{1дк} := \frac{E_1}{Z'_{vx}} \qquad I'_{1дк} = -1.337 + 0.378i \qquad F(I'_{1дк}) = (1.39 \ \ 164.209)$$

$$I'_{2дк} := I'_{1дк}\cdot\frac{R + X_L\cdot i}{R + X_L\cdot i - i\cdot X_C} \qquad I'_{2дк} = -1.543 + 0.154i \qquad F(I'_{2дк}) = (1.551 \ \ 174.289)$$

$$I'_{3дк} := I'_{1дк} - I'_{2дк} \qquad I'_{3дк} = 0.206 + 0.224i \qquad F(I'_{3дк}) = (0.304 \ \ 47.42)$$



$$Z''_{vx} := -X_C \cdot i + \frac{(R + i \cdot X_L) \cdot R}{R + i \cdot X_L + R} \qquad Z''_{vx} = 44.932 - 6.457i$$

$$I''_{2дк} := \frac{E_2}{Z''_{vx}} \qquad I''_{2дк} = -1.963 - 0.282i \qquad F(I''_{2дк}) = (1.983 \quad -171.822)$$

$$I''_{1дк} := I''_{2дк} \cdot \frac{R + X_L \cdot i}{R + i \cdot X_L + R} \qquad I''_{1дк} = -1.056 - 0.481i \qquad F(I''_{1дк}) = (1.493 \quad 60.735)$$

$$I''_{3дк} := I''_{2дк} - I''_{1дк} \qquad I''_{3дк} = -0.907 + 0.199i \qquad F(I''_{3дк}) = (0.928 \quad 167.622)$$

$$I_{1дк} := I'_{1дк} + I''_{1дк} \qquad I_{1дк} = -2.393 - 0.103i \qquad F(I_{1дк}) = (2.395 \quad -177.539)$$

$$I_{2дк} := I'_{2дк} + I''_{2дк} \qquad I_{2дк} = -3.505 - 0.128i \qquad F(I_{2дк}) = (3.508 \quad -177.913)$$

$$I_{3дк} := I'_{3дк} - I''_{3дк} \qquad I_{3дк} = 1.112 + 0.025i \qquad F(I_{3дк}) = (1.113 \quad 1.282)$$

$$u_{Cдк} := I_{3дк} \cdot (-i \cdot X_C) \qquad u_{Cдк} = 0.488 - 21.811i \qquad F(u_{Cдк}) = (21.817 \quad -88.718)$$

$$u_{Lдк} := I_{3дк} \cdot i \cdot X_L \qquad u_{Lдк} = -1.494 + 66.742i \qquad F(u_{Lдк}) = (66.759 \quad 91.282)$$

$$i_{1дк}(t) := |I_{1дк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{1дк}))$$

$$i_{2дк}(t) := |I_{2дк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{2дк}))$$

$$i_{3дк}(t) := |I_{3дк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{3дк}))$$

$$u_{Cдк}(t) := |u_{Cдк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(u_{Cдк}))$$

$$u_{Lдк}(t) := |u_{Lдк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(u_{Lдк}))$$

Початкові умови:

$$u_{Cдк}(0) = -30.845$$

$$i_{Lдк}(0) = 0.035$$

Given

$$i_{20} = i_{10} - i_{30}$$

$$e_1(0) = u_{L0} + i_{10} \cdot R + i_{30} \cdot R$$

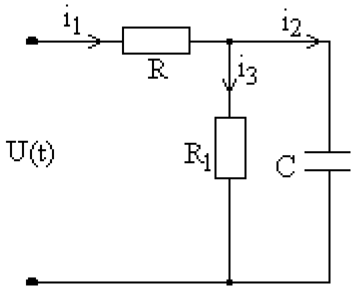
$$e_2(0) = -i_{30} \cdot R + u_{C0} - u_{L0}$$

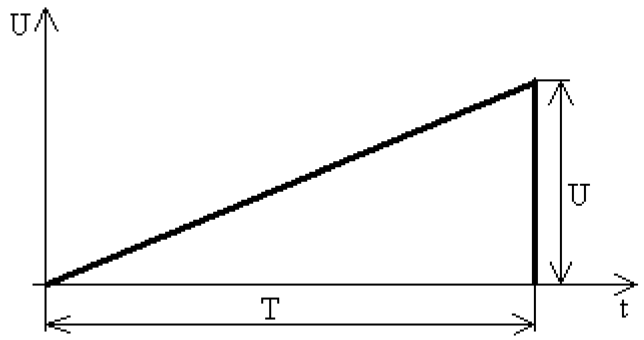
$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{10}, i_{20}, u_{L0})$$

$$i_{10} = 0.386 \qquad i_{20} = 0.35 \qquad i_{30} = 0.035 \qquad u_{L0} = -33.662 \qquad u_{C0} = -30.845$$

Інтеграл Дюамеля

$T := 0.8$ $E_1 := 110$ $E := 1$ $R_1 := \frac{R \cdot R}{R + R}$ $R_1 = 40$





Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \frac{0}{R_1 + R}$ $i_{1дк} = 0$

$i_{3дк} := i_{1дк}$ $i_{3дк} = 0$ $i_{2дк} := 0$ $i_{2дк} = 0$

$u_{Cдк} := 0 - i_{1дк} \cdot R$ $u_{Cдк} = 0$

Усталений режим після комутації: $t = \infty$

$i'_1 := \frac{E}{R_1 + R}$ $i'_1 = 8.333 \times 10^{-3}$

$i'_3 := i'_1$ $i'_3 = 8.333 \times 10^{-3}$ $i'_2 := 0$ $i'_2 = 0$

$u'_C := E - i'_1 \cdot R$ $u'_C = 0.333$

Незалежні початкові умови

$u_{C0} := u_{Cдк}$ $u_{C0} = 0$

Залежні початкові умови

Given

$i_{20} = i_{10} - i_{30}$

$E = i_{30} \cdot R_1 + i_{10} \cdot R$

$0 = u_{C0} - i_{30} \cdot R_1$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ i_{30} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{10}, i_{20}, i_{30})$$

$i_{10} = 0.013$ $i_{20} = 0.013$ $i_{30} = 0$

Вільний режим після комутайії: $t = 0$

Складемо характерестичне рівняння схеми

$$Z_{vx}(p) := R + \frac{R_1 \cdot \frac{1}{p \cdot C}}{R_1 + \frac{1}{p \cdot C}} \qquad Zvx(p) := \frac{R \cdot \left(R_1 + \frac{1}{p \cdot C}\right) + R_1 \cdot \frac{1}{p \cdot C}}{R_1 + \frac{1}{p \cdot C}}$$

$$p := R \cdot \left(R_1 + \frac{1}{p \cdot C}\right) + R_1 \cdot \frac{1}{p \cdot C} \;\Big|\begin{matrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{matrix} \rightarrow -220.59 \qquad T := \frac{1}{|p|} \cdot T \qquad T = 3.627 \times 10^{-3}$$

Одже корень характеристичного рівняння має вигляд: $p = -220.59$

Вільна складова струма буде мати вигляд:

$i''_1(t) := A_1 \cdot e^{p \cdot t}$

Визначення сталих інтегрування:

$A_1 := i_{10} - i'_1$ $\qquad A_1 = 4.167 \times 10^{-3}$

Отже: $\quad i''_1(t) := A_1 \cdot e^{p \cdot t}$

Повні значення цих струмів:

$g_{11}(t) := i'_1 - i''_1(t) \qquad g_{11}(t)\ \text{float},5\ \rightarrow 8.3333 \cdot 10^{-3} - 4.1667 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(-220.59 \cdot t)$

$h_{cU}(t) := A_1 \cdot R - A_1 \cdot R \cdot e^{p \cdot t}\ \text{float},5\ \rightarrow .33333 - .33333 \cdot \exp(-220.59 \cdot t)$

Визначимо закони зміни напруги на всіх проміжках часу:

$U_0 := 0 \qquad U_0 = 0$

$U_1(t) := U_0 + \frac{E_1}{T} \cdot t \qquad U_1(t)\ \text{float},5\ \rightarrow 30331. \cdot t \qquad 0 < t < T$

$U_2 := 0 \qquad U_2 = 0 \qquad T < t < \infty$

$U'_1 := \frac{d}{dt} U_1(t)\ \text{float},5\ \rightarrow 30331.$

Струм на цих проміжках буде мати вигляд:

$i_1(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + \int_0^t U'_1 \cdot g_{11}(t - \tau)\, d\tau \qquad i_1(t) \left| \begin{array}{l} \text{factor} \\ \text{float},2 \end{array} \right. \rightarrow 2.5 \cdot 10^2 \cdot t - .57 + .57 \cdot \exp\left(-2.2 \cdot 10^2 \cdot t\right)$

$i_2(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + \int_0^T U'_1 \cdot g_{11}(t - \tau)\, d\tau + \left(U_2 - E_1\right) \cdot g_{11}(t - T)$

$i_2(t) \left| \begin{array}{l} \text{factor} \\ \text{float},3 \end{array} \right. \rightarrow -3.78 \cdot 10^{-6} - .115 \cdot \exp(-221. \cdot t + .800) + .573 \cdot \exp(-221. \cdot t)$

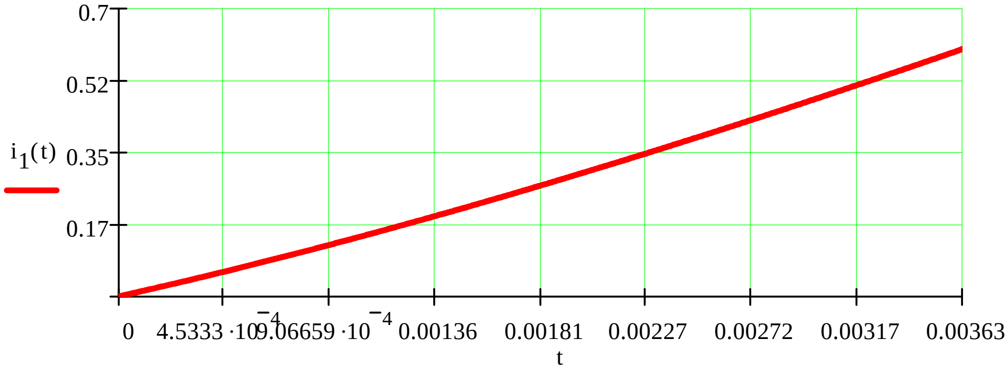
Напруга на ємності на цих проміжках буде мати вигляд:

$u_{C1}(t) := U_0 \cdot h_{cU}(t) + \int_0^t U'_1 \cdot h_{cU}(t - \tau)\, d\tau\ \text{float},5\ \rightarrow 10110. \cdot t - 45.833 + 45.833 \cdot \exp(-220.59 \cdot t)$

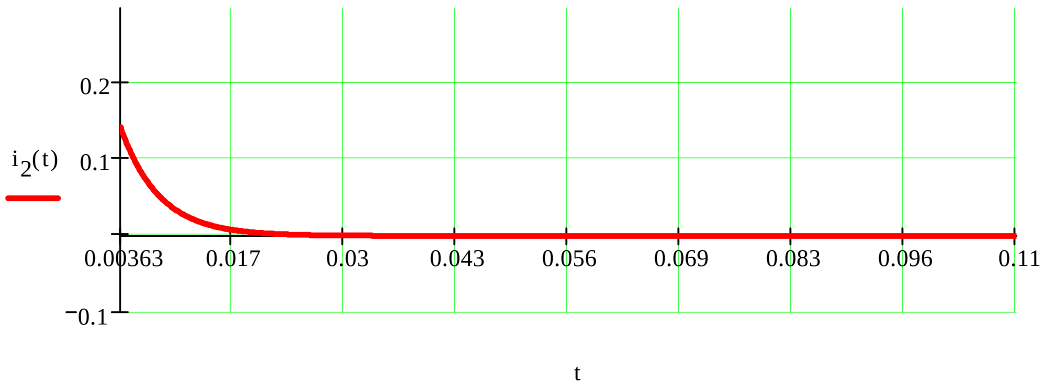
$u_{C2}(t) := U_0 \cdot h_{cU}(t) + \int_0^T U'_1 \cdot h_{cU}(t - \tau)\, d\tau + \left(U_2 - E_1\right) \cdot h_{cU}(t - T)$

$u_{C2}(t)\ \text{float},3\ \rightarrow -1.51 \cdot 10^{-4} - 9.1 \cdot \exp(-221. \cdot t + .800) + 45.8 \cdot \exp(-221. \cdot t)$

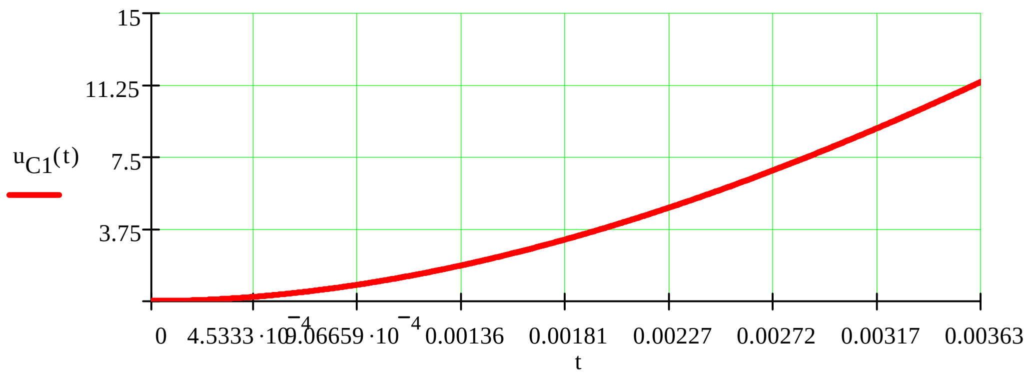
Графік вхідного струму на проміжку: $0 \le t \le T$



Графік вхідного струму на проміжку: $T \le t \le \infty$



Графік наруги на реактивному елементі на проміжку: $0 \le t \le T$



Графік наруги на реактивному елементі на проміжку: $T \le t \le \infty$