Національний технічний університет України

«Київський Політехнічний Інститут»

Факультет інформатики і обчислювальної техніки

Кафедра обчислювальної техніки

Лабораторна робота №2

З предмету «Надійність комп'ютерних систем»

Виконав:

Студент
IV курсу ФІОТ
групи ІО-12
Бута С. О.

Залікова книжка
№1205

Київ-2015

Завдання

Задача 2.4.8. КС, що складається з n CPU, відмовляє при відмові n–k і більше CPU. Відмови CPU незалежні, мають однакову і постійну інтенсивність відмов $\lambda=10^{-4}$ (годин$^{-1}$). Треба:

1. Для одного CPU (і всієї КС) від аргументу λt побудувати графіки функцій:
   А1) надійності;
   А2) ненадійності;
   А3) розподілу часу безвідмовної роботи;
   А4) щільності розподілу часу безвідмовної роботи;
   А5) інтенсивності відмов;
   А6) надійності CPU (КС) на інтервалі від τ до $t+\tau$, якщо до моменту $\tau=10^4$ годин CPU (КС) працював безвідмовно;
   А7) надійності КС на інтервалі від τ до $t+\tau$, якщо до моменту часу τ у КС відмовили m CPU.
2. Для одного CPU (і всієї КС) визначити числові показники надійності:
   В1) напрацювання на відмову;
   В2) ефективну інтенсивність відмов λ_e за 10 годин;
   В3) середній час T_0 майбутньої безвідмовної роботи CPU (КС), якщо CPU (КС) безвідмовно пропрацював $\tau=10^4$ годин;
   В4) T_0 для КС після того, як КС проробила $\tau=10^4$ годин, при цьому в КС за час τ відмовило r К;
   В5) гарантовані технічні ресурси t_γ, що відповідають гарантованим ймовірностям $\gamma=0{,}81+0{,}01(C_9+C_{11})$.
3. Визначити кількість додаткових CPU у КС, необхідних для того, щоб:
   С1) λ_e зменшилася в $M=10^{(C_{11}+1)}$ раз;
   С2) напрацювання на відмову КС збільшилося в 2 рази.

Варіант

$n \equiv 5$ - кількість CPU в КС

$k \equiv 1$ - КС відмовляє при (n-k) і більше відмов CPU

$m \equiv 1$

$r \equiv 0$

$\lambda \equiv 10^{-4}$ - інтенсивність відмов кожної CPU

Завдання 1:

$P_0(t) := e^{-\lambda \cdot t}$ - функція надійності одного CPU

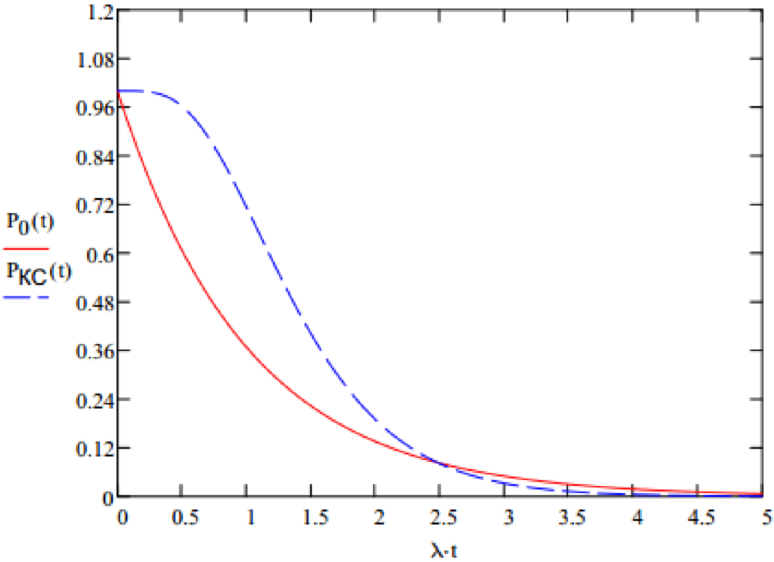
$Q_0(t) := 1 - P_0(t)$ - функція ненадійності одного CPU

$$Q_{KC}(t) := \sum_{i=n-k}^{n} \left(\text{combin}(n,i) \cdot P_0(t)^{n-i} \cdot Q_0(t)^i\right)$$ - функція ненадійності КС

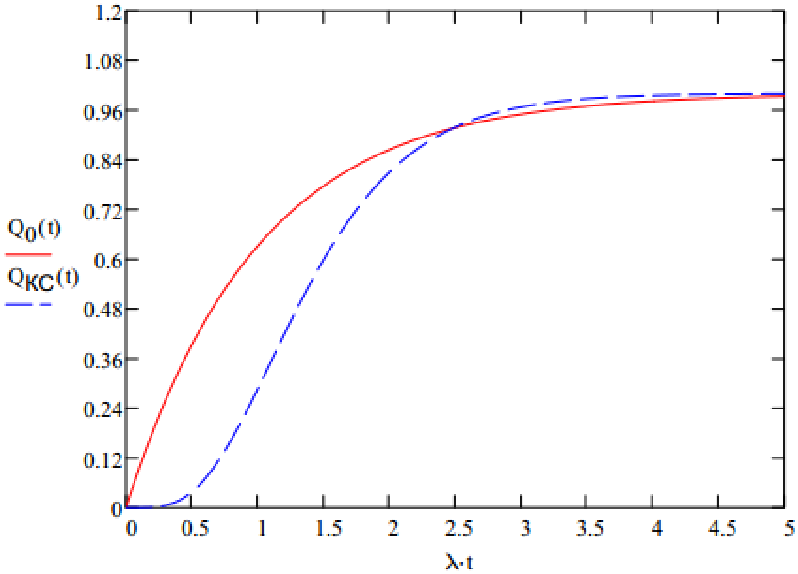
$P_{KC}(t) := 1 - Q_{KC}(t)$ - функція надійності КС

$t_{first} := 0 \quad t_{last} := 50000 \quad \Delta t := 100 \quad t := t_{first}, t_{first} + \Delta t .. t_{last}$

A1. Графік надійності одного CPU і КС:



A2. Графік ненадійності одного CPU і КС:



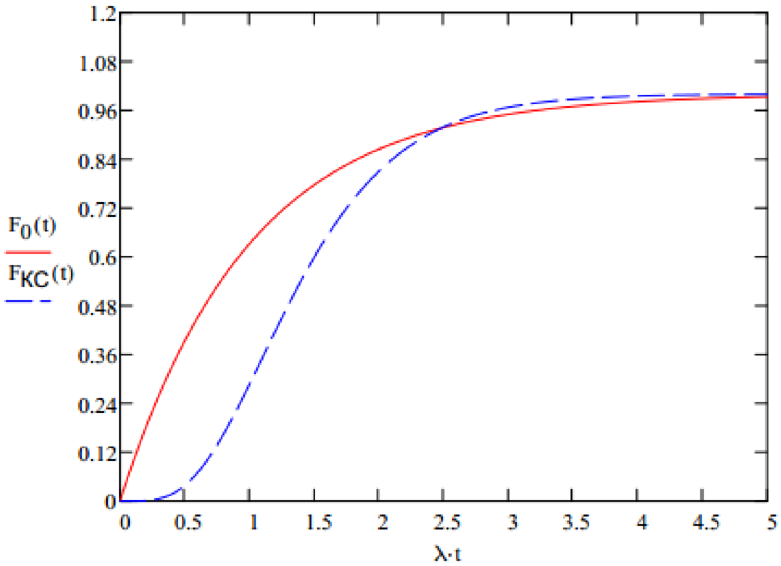
$f_0(t) := -\frac{d}{dt}P_0(t)$ - щільність розроподілу часу безвідмовної роботи одного CPU

$f_{KC}(t) := -\frac{d}{dt}P_{KC}(t)$ - щільність розроподілу часу безвідмовної роботи КС

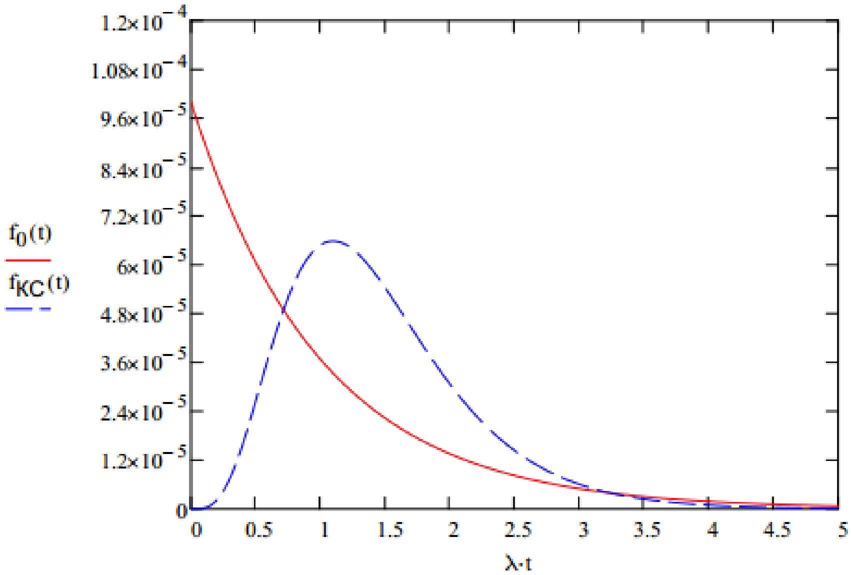
$F_0(t) := \int_0^t f_0(t)\,dt$ - розподіл часу безвідмовної роботи одного CPU

$F_{KC}(t) := \int_0^t f_{KC}(t)\,dt$ - розподіл часу безвідмовної роботи КС

А3. Графік розподілу часу безвідмовної роботи одного CPU і КС:



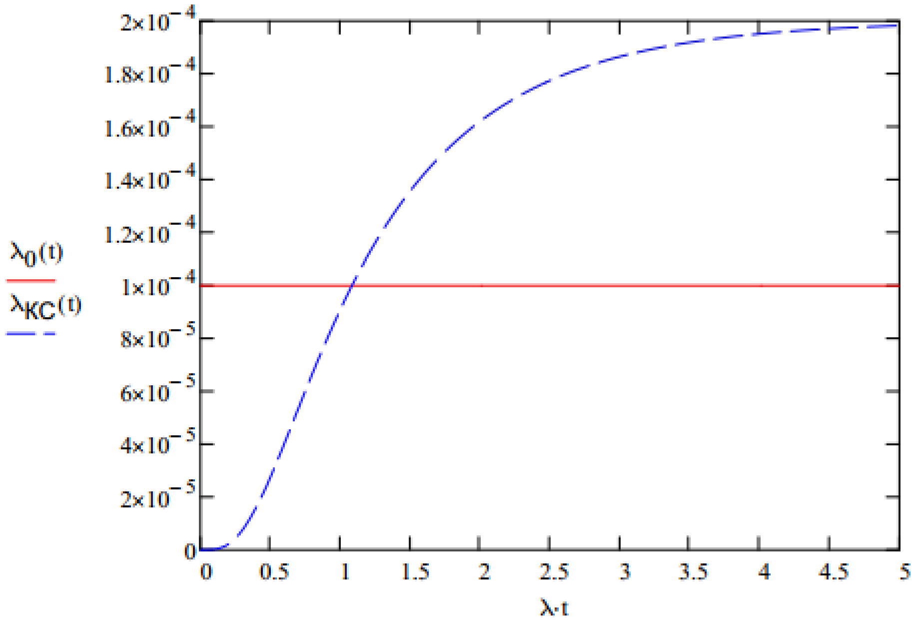
А4. Графік щільності розподілу часу безвідмовної роботи одного CPU і КС:



$\lambda_0(t) := \dfrac{f_0(t)}{P_0(t)}$ - інтенсивність відмов одного CPU

$\lambda_{KC}(t) := \dfrac{f_{KC}(t)}{P_{KC}(t)}$ - інтенсивність відмов КС

A5. Графік інтенсивності відмов одного CPU і КС:

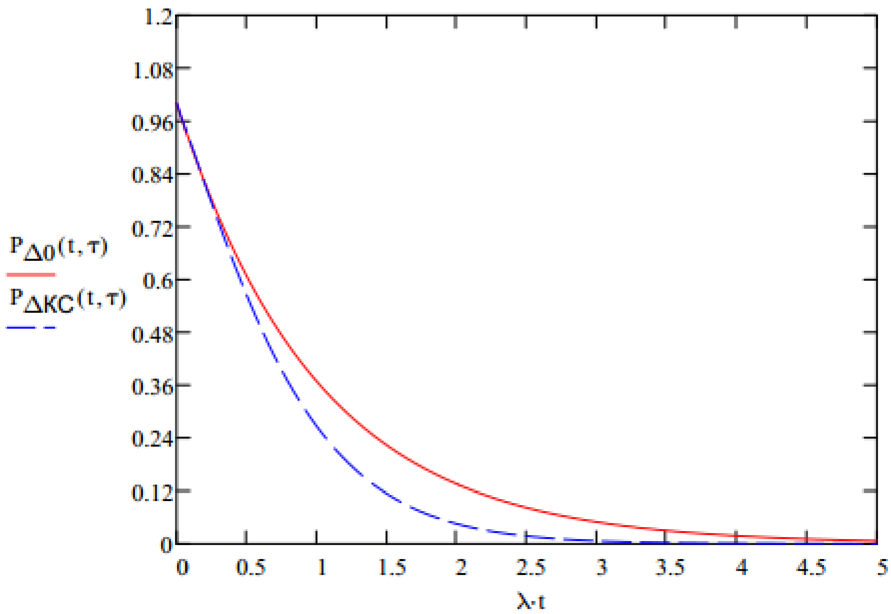


$\tau \equiv 10^4$

$P_{\Delta 0}(t,\tau) := \dfrac{P_0(t+\tau)}{P_0(\tau)}$ - надійність одного CPU на інтервалі від т до (т+t), якщо до часу т не було відмов

$P_{\Delta KC}(t,\tau) := \dfrac{P_{KC}(t+\tau)}{P_{KC}(\tau)}$ - надійність КС на інтервалі від т до (т+t), якщо до часу т не було відмов

A6. Графік надійністі одного CPU і КС на інтервалі від т до (t+т) , якщо до часу т не було відмов:



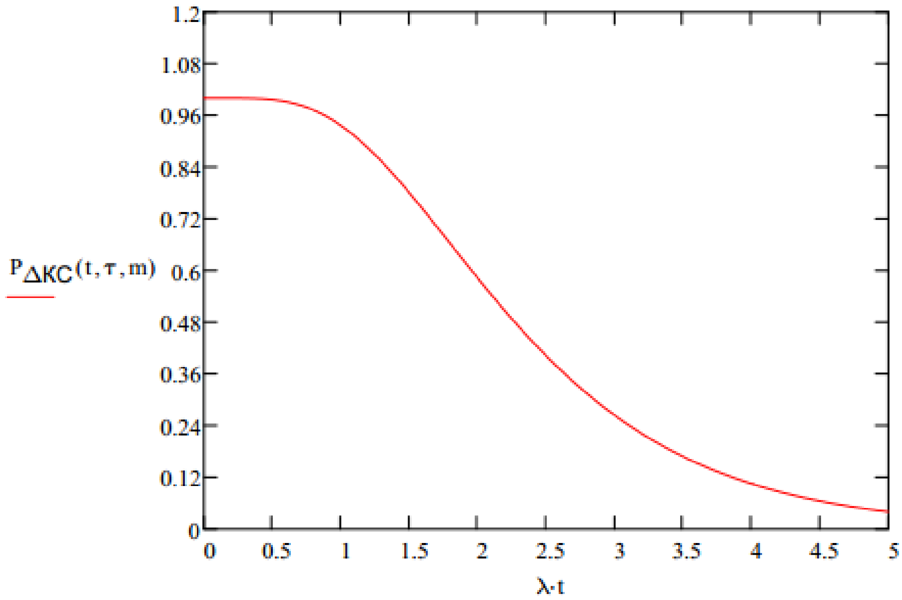
$m = 1$ - кількість CPU, що відмовили за час τ

Оскільки інтенсивність відмов CPU постійна, то його надійність на деякому інтервалі не залежить від того, скільки часу CPU пропрацював безвідмовно до зазначеного інтервалу, а залежить тільки від тривалості цього інтервалу. Таким чином, відмова КС наступить тоді, коли відмовлять (n-k)=5 і більше CPU. Але, за умовою, у КС уже відмовило m=1 CPU і загальна кількість працюючих CPU на момент часу τ дорівнює (n-m)=5

$$P_{\Delta KC}(t,\tau,m) := 1 - \sum_{i=n-k+m}^{n} \left(\mathrm{combin}(n,i)\cdot P_0(t)^{n-i}\cdot Q_0(t)^{i}\right)$$

- надійність КС на інтервалі від τ до (t+τ), якщо до часу τ було m відмов

А7. Графік надійністі КС на інтервалі від τ до (t+τ), якщо до часу τ було m відмов:



Завдання 2:

В1. Напрацювання на відмову:

$$T_0 := \frac{1}{\lambda} = 1 \times 10^{4}$$ - для одного CPU

$$T_{0KC} := \int_0^{\infty} P_{KC}(t)\,dt = 1.4499999947927182 \times 10^{4}$$ - для КС

В2. Ефективна інтенсивність відмов за t0 годин

$t_0 := 10$

$$\lambda_{e0}(t_0) := \frac{1 - P_0(t_0)}{t_0} \qquad \lambda_{e0}(t_0) = 9.995001666249781 \times 10^{-5}$$ - для одного CPU

$$\lambda_{eKC}(t_0) := \frac{1 - P_{KC}(t_0)}{t_0} \qquad \lambda_{eKC}(t_0) = 5.995204332975846 \times 10^{-16}$$ - для КС

В3. Середній час T0 майбутньої безвідмовної роботи при безвідмовній роботі протягом τ год.:

$\tau = 1 \times 10^{4}$

$P_{\Delta 0}(t,\tau) := \dfrac{P_0(t+\tau)}{P_0(\tau)}$ - надійність одного CPU на інтервалі від τ до (τ+t), якщо до часу τ не було відмов

$T_0 := \int_0^{\infty} P_{\Delta 0}(t,\tau)\,dt = 9.99994780869273 \times 1($ - для одного CPU

$P_{\Delta KC}(t,\tau) := \dfrac{P_{KC}(t+\tau)}{P_{KC}(\tau)}$ - надійність КС на інтервалі від τ до (τ+t), якщо до часу τ не було відмов

$T_{0KC} := \int_0^{\infty} P_{\Delta KC}(t,\tau)\,dt = 7.386275163902431$ - для КС

В4. Середній час T0 майбутньої безвідмовної роботи КС, якщо вона пропрацювала τ год і відмовило r CPU:

$\tau = 1 \times 10^{4}$

$r = 0$

$P_{\Delta KC}(t,\tau,r) := 1 - \sum_{i=n-k+r}^{n} \left(\mathrm{combin}(n,i)\cdot P_0(t)^{n-i}\cdot Q_0(t)^{i}\right)$ - надійність КС на інтервалі від τ до (τ+t), якщо до часу τ було r відмов

$T_{0KC} := \int_0^{\infty} P_{\Delta KC}(t,\tau,r)\,dt = 1.4499999947927182 \times 10^{4}$

В5. Гарантований технічний ресурс, що відповідає гарантованій ймовірності:

$\gamma := 0.81 + 0.01(0+7) = 0.8800000000000001$

$t_{\gamma 0} := 1000 \qquad t_{\gamma KC} := 1000$

given

$\gamma = P_0(t_{\gamma 0})$

$\gamma = P_{KC}(t_{\gamma KC})$

$\begin{pmatrix} t_{\gamma 0} \\ t_{\gamma KC} \end{pmatrix} := \mathrm{find}(t_{\gamma 0}, t_{\gamma KC})$

$t_{\gamma 0} = 1.2783337150988476 \times 10^{3}$ - гарантований технічний ресурс для одного CPU

$t_{\gamma KC} = 7.153292367358462 \times 10^{3}$ - гарантований технічний ресурс для КС

Завдання 3:

C1. Кількість додаткових CPU, щоб λe зменшилася в M разів

$M := 10^{7+1} = 1 \times 10^{8}$

x - кількість додаткових CPU

$$P_{KC}(t,N) := 1 - \sum_{i=N-k}^{N} \left(combin(N,i) \cdot P_0(t)^{N-i} \cdot Q_0(t)^{i} \right)$$ - надійність КС з N CPU

$$\lambda e_{KC}(t_0,N) := \frac{1 - P_{KC}(t_0,N)}{t_0}$$

$x := 1 \qquad t := t_0$

given

$$\frac{\lambda e_{KC}(t,n)}{\lambda e_{KC}(t,n+1)} = M$$

$x := find(x)$

C1. Кількість додаткових CPU, щоб напрацювання на відмову збільшилося в 2 рази

$$T_{0KC}(N) := \int_0^{\infty} P_{KC}(t,N)\,dt$$

$x := 1$

given

$$\frac{T_{0KC}(n+x)}{T_{0KC}(n)} = 2$$

$x := find(x)$

Висновок: у цій лабораторній роботі розглядалася КС з декількох CPU, були розраховані параметри надійності системи, зображені графіки залежності різних параметрів від аргументу λt.