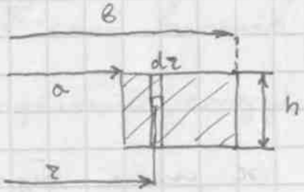
3.246



$$\frac{b}{a} = \eta$$

$$\Phi = \iint\limits_S \bar{B}\, d\bar{S}$$

$$\oint\limits_L \bar{B}\, d\bar{l} = \mu_0 \sum I_i$$

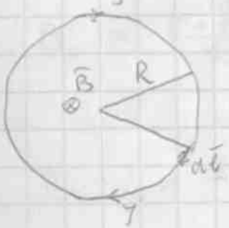
$$2\pi r B = \mu_0 I N$$

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$$

$$\Phi = \int_a^b B(r)\, h\, dr = \frac{\mu_0}{4\pi} 2 I N h \ln \eta$$

3.250

a) $$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{dl\, r \sin\alpha}{r^3}$$



Знайдемо індукцію кільця

$$B_0 = \int dB = \int \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl \sin 90^\circ}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \underbrace{\int dl}_{2\pi R} = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

Розіб'ємо диск на кінцеві прошарки радіуса r і товщини dr. Заряд така промарку: $\sigma = \dfrac{dq}{dS}$, $\sigma = \dfrac{dq}{2\pi r\, dr}$

$dq = \sigma 2\pi r\, dr$.

При обертанні диску вздовж промарку

тече струм $dI = \dfrac{dq}{T} = dq \dfrac{\omega}{2\pi} = \sigma \omega r\, dr$

$$dB = \mu_0 \frac{dI}{2r} = \mu_0 \frac{\sigma \omega r\, dr}{2r}$$

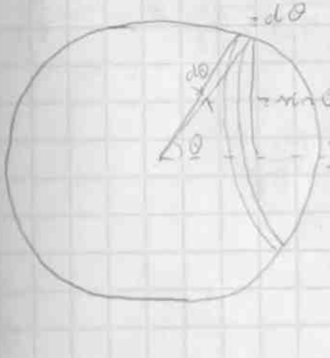
$$B = \int_0^R \frac{\mu_0 \omega \sigma}{2}\, dr = \frac{\mu_0 \sigma \omega R}{2}$$

5) $\bar{p}_m = i\, \bar{S}$.

$$dp_m = dI\, \pi r^2 = \sigma \omega r \pi r^2\, dr$$

$$p_m = \int dp_m = \int_0^R \sigma \pi \omega\, r^3\, dr = \sigma \omega \frac{\pi R^4}{4}.$$

3.251.



$$dI = \frac{dq}{T} = dq \frac{\omega}{2\pi}$$

$$\sigma = \frac{dq}{dS} = \frac{dq}{2\pi r \sin\theta\, r\, d\theta}$$

$$dq = 2\pi r^2 \sin\theta\, d\theta\, \sigma$$

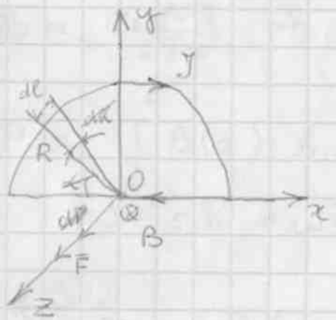
$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\, dJ\, \frac{2\pi r \sin\theta \cdot \sin\theta}{R^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\, dJ\, \frac{\sin^2\theta}{r}$$

$$B = \int dB = \int_0^{\pi/2} \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{\omega}{2\pi}\,\frac{\sin^2\theta}{r}\, 2\pi r^2 \sin\theta\, d\theta\, \sigma =$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\,\sigma\omega r \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3\theta\, d\theta = \frac{2}{3}\mu_0\, \sigma\, \omega\, r.$$

3.255

а)

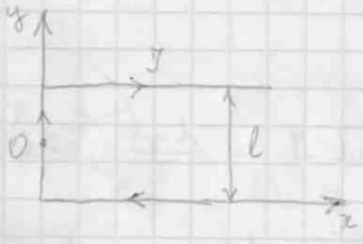


$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{J\, dl \cdot \sin 90^\circ}{R^3} =$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{J}{R^2}\,\underbrace{\int dl}_{\pi R} = \frac{\mu_0 J}{4\cancel{\pi} R}$$

$$F_A = JB = \frac{\mu_0 J^2}{4R}$$

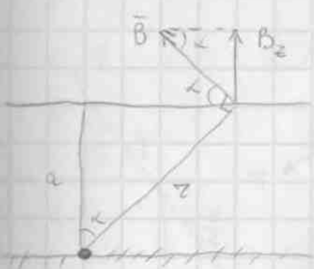
б)



$$B = 2\frac{\mu_0 J}{4\pi\left(\frac{l}{2}\right)} = \frac{\mu_0 J}{\pi l}$$

$$F_A = \frac{\mu_0 J^2}{\pi l}$$

3.256



$$\oint_L \bar{B}\, d\bar{l} = \mu_0 \sum I.$$

$$B\, 2\pi r = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$r = \frac{a}{\cos\alpha}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} = \mu_0 I \frac{\cos\alpha}{2\pi a}$$

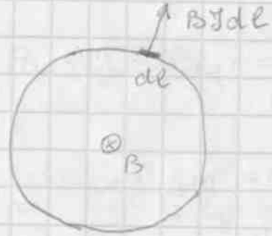
$$B_z = B \sin\alpha = \frac{\mu_0 I \cos\alpha \sin\alpha}{2\pi a} = \frac{\mu_0 I \sin 2\alpha}{4\pi a}$$

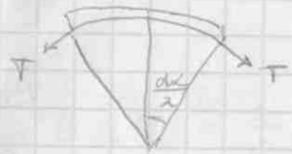
$$\frac{dF_A}{dl} = I \cdot B_z = \frac{\mu_0 I^2 \sin 2\alpha}{4\pi a}$$

$$\frac{d^2 F_A}{dl^2} = \frac{\mu_0 I^2 \cos 2\alpha}{2\pi a} = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$\left.\frac{dF_A}{dl}\right|_{\alpha = \frac{\pi}{4}} = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi a}$$

3.257





На кожен елем. довжини dl діє сила $BIdl$.
Це зумовлює мех. напругу в провода T.

$$T\,d\alpha = BI\,dl,$$

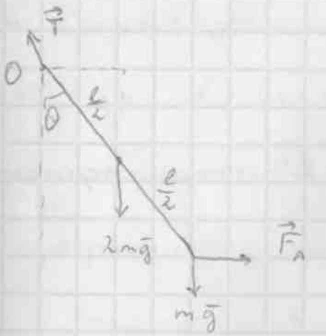
де $d\alpha$ – кут, під яким видно елемент dl із центру

$$T = BI\frac{dl}{d\alpha} = BIR$$

Умова розриву $T = \sigma_m S$, де S – переріз провода, σ_m – границя міцності

$$BIR = \sigma_m \pi \frac{d^2}{4} \Rightarrow B_{max} = \frac{\sigma_m \pi d^2}{4IR}$$

3.258



Розглянемо моменти сил відносно т. О:

$$2mg\frac{l}{2}\sin\theta + mgl\sin\theta = F_A l\cos\theta$$

$$2mg\sin\theta = F_A\cos\theta$$

$$F_A = 2mg\,tg\,\theta = 2\rho V g\,tg\,\theta = 2\rho l S g\,tg\,\theta$$

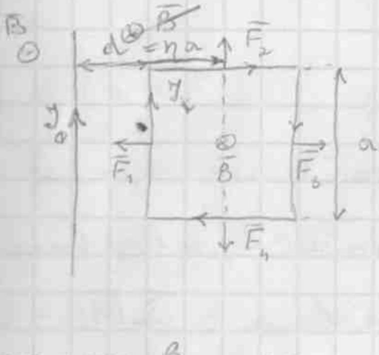
З іншого боку

$$F_A = IlB$$

$$IlB = 2\rho l S g\,tg\,\theta \Rightarrow B = \frac{2\rho S g\,tg\,\theta}{I}$$

3.261

а) $d = \eta a$



Прямокутна рамка знаходиться в неоднор. магнітному полі, індукція якого залеж. від відстані

...т. про цирк. B, як

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

На кожний елем. струму рамки в магн. полі діє сила Ампера

$$d\vec{F} = I_0 [d\vec{l} \times \vec{B}]$$

$$dF = I_0 B\, dl \quad (\text{в-р } \vec{B} \text{ напр. перпенд. рис.})$$

$$F = \int_l I_0 B\, dl$$

Сили $\bar{F}_2$ і $\bar{F}_4$ рівні, але протилежні за напрямком, тому результ. їх сила дасть 0.

$$F_1 = \int_0^a \frac{\mu_0 I_0 I}{2\pi(d-\frac{a}{2})} dl = \frac{\mu_0 I_0 I}{2\pi(d-\frac{a}{2})} a = \cancel{\frac{\mu_0 I_0 I}{2\pi \eta}} \; \frac{\mu_0 I_0 I}{\pi(2\eta-1)}$$

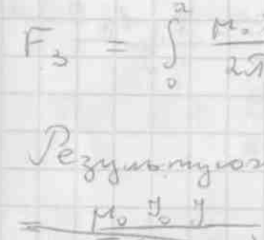
$$F_3 = \int_0^a \frac{\mu_0 I_0 I}{2\pi(d+\frac{a}{2})} dl = \frac{\mu_0 I_0 I\, a}{2\pi a(\frac{1}{2}+\eta)} = \frac{\mu_0 I_0 I}{2\pi(\frac{1}{2}+\eta)}$$

Результуюча сила: $\cancel{F = F_1 - F_3 = \frac{\mu_0 I_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{\eta} - \frac{1}{1+\eta}\right) = \frac{\mu_0 I_0 I}{\pi(4\eta^2-1)}}$

$$F = F_1 - F_3 = \frac{\mu_0 I_0 I}{\pi(2\eta-1)} - \frac{\mu_0 I_0 I}{\pi(2\eta+1)} = \frac{2\mu_0 I_0 I}{\pi(4\eta^2-1)}$$

або

3.258



Після відхил. на кут θ рамка займе в рівновазі.

Умова рівноваги: $\sum \bar{M}_i = 0$

На кожну із 3 частин провідника діють дві сили: сила Ампера сила тяжіння.

На провідники AB і CD діють рівні по величині, але протилежно напр. сили Амп. Радіус-в-ри цих сил однакові, тому моменти цих сил також рівні по величині і протил. направлені, тобто сумарний момент дор. нулю.

На провідник CD діє сила Ампера $F_A = IlB$ ($\sin\alpha = \sin 90^\circ = 1$, оскільки в-р $\bar{B}$ і елем. струму $I\bar{l}$ взаємно перпендикулярні).

Момент сили F_A відносно осі обертання:

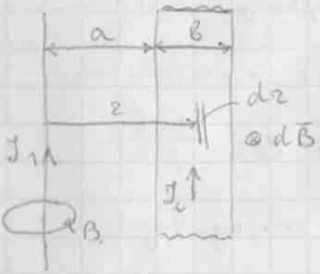
$\bar{M}_1 = [\bar{r} \times \bar{F}]$, де $r_1 = l$

В-ри $\bar{r}_1$ і $\bar{F}_A$ направлені під кутом $\beta = (-90^\circ - \alpha)$

$M_1 = -F_A l \sin(90^\circ - \alpha) = -F_A l \cos\alpha$

На весь провідник діє сила тяжіння P

3.266



$$\oint_L \bar{B}\, d\bar{l} = \mu_0 \sum I_i$$

$$\oint |\bar{B}|\, |d\bar{l}| \cos\alpha = B_1 \oint_L |d\bar{l}| = B$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$$

$$\frac{dI_2}{I_2} = \frac{dr}{b} \Rightarrow dI_2 = \frac{I_2}{b}\, dr$$

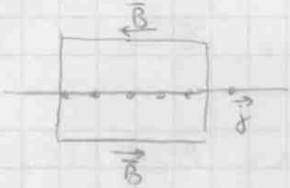
$$|d\bar{F}_A| = dI_2\, B_1 \sin 90^\circ\, dl_2$$

$$F_A = \int B_1\, dI_2\, dl_2$$

$$F_A = dl_2 \int_a^{a+b} \frac{I_2}{b} \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}\, dr = dl_2 \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi b} \ln \Big|^{a}$$

$$F' = \frac{F_A}{dl_2} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi b} \ln\left(1 + \frac{b}{a}\right)$$

3.267



За т. про циркуляцію індукція однієї пластини

$$2lB = \mu_0 i l \Rightarrow B = \frac{\mu_0 i}{2},$$

де i — лінійна густина струму

У випадку двох площин: $B = \mu_0 i$

Отже, сила, що діє на одиницю поверхні $F_1 = \frac{1}{2} B \cdot i \cdot$ довжину · ширину $=$

$$= \frac{B^2}{2\mu_0}$$

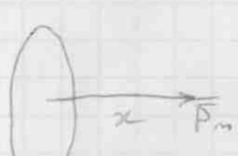
$(F = BJl)$

3.278

Виток з током створює магн. поле, величина його на осі (зад. 3.222б)

$$B(x) = \frac{\mu_0}{2} \frac{JR^2}{(R^2+x^2)^{3/2}}$$

$$F(x) = p_m \frac{\partial B(x)}{\partial x}$$



$$F(x) = -\frac{3}{2}\mu_0 J p_m \frac{R^2 x}{(R^2+x^2)^{5/2}}$$

~~У даному випадку~~