3. Синтез комбінаційних схем

3.1. Представлення функції f4 в канонічних формах алгебр Буля, Шеффера, Пірса та Жегалкіна

<u>Алгебра Буля {І, АБО, НЕ}</u>

$$f4_{ДДНФ} = (\overline{X4}\,\overline{X3}\,\overline{X2}X1) \vee (\overline{X4}X3\overline{X2}X1) \vee (\overline{X4}X3X2\overline{X1}) \vee (X4\overline{X3}\,\overline{X2}X1) \vee (X4\overline{X3}X2\overline{X1}) \vee$$

$$(X4X3\overline{X2}\,\overline{X1}) \vee (X4X3\overline{X2}X1) \vee (X4X3X2X1)$$

$$f4_{ДКНФ} = (X4 \vee X3 \vee X2 \vee X1) \cdot (X4 \vee X3 \vee \overline{X2} \vee X1) \cdot (X4 \vee X3 \vee \overline{X2} \vee \overline{X1}) \cdot (X4 \vee \overline{X3} \vee X2 \vee X1) \cdot$$

$$(X4 \vee \overline{X3} \vee \overline{X2} \vee X1) \cdot (\overline{X4} \vee X3 \vee X2 \vee X1) \cdot (\overline{X4} \vee X3 \vee \overline{X2} \vee \overline{X1}) \cdot (\overline{X4} \vee \overline{X3} \vee \overline{X2} \vee \overline{X1})$$

<u>Алгебра Шеффера {І–НЕ}</u>

$$f4 = ((X4/X4)/(X3/X3)/(X2/X2)/X1)/((X4/X4)/X3/(X2/X2)/X1)/$$
$$((X4/X4)/X3/X2/(X1/X1))/(X4/(X3/X3)/(X2/X2)/X1)/$$
$$(X4/(X3/X3)/X2/(X1/X1))/(X4/X/(X2/X2)/(X1/X1))/$$
$$(X4/X3/(X2/X2)/X1)/(X4/X3/X2/X1)$$

<u>Алгебра Пірса {АБО–НЕ}</u>

$$f4 = ((X4 \downarrow X4) \downarrow (X3 \downarrow X3) \downarrow (X2 \downarrow X2) \downarrow X1) \downarrow ((X4 \downarrow X4) \downarrow X3 \downarrow (X2 \downarrow X2)$$
$$\downarrow (X1 \downarrow X1)) \downarrow ((X4 \downarrow X4) \downarrow X3 \downarrow X2 \downarrow X1) \downarrow (X4 \downarrow (X3 \downarrow X3) \downarrow (X2 \downarrow X2) \downarrow X1)$$
$$\downarrow ((X4 \downarrow (X3 \downarrow X3) \downarrow X2 \downarrow X1) \downarrow (X4 \downarrow X3 \downarrow (X2 \downarrow X2) \downarrow (X1 \downarrow X1)) \downarrow (X4 \downarrow X3 \downarrow (X2 \downarrow X2) \downarrow X1)$$
$$\downarrow (X4 \downarrow X3 \downarrow X2 \downarrow X1)$$

<u>Алгебра Жегалкіна {ВИКЛЮЧНЕ АБО, І, const 1}</u>

$$f4 = (X4 \oplus 1)(X3 \oplus 1)(X2 \oplus 1)X1 \oplus (X4 \oplus 1)X3\ (X2 \oplus 1)X1 \oplus (X4 \oplus 1)X3X2X1 \oplus$$
$$X4(X3 \oplus 1)(X2 \oplus 1)X1 \oplus X4(X3 \oplus 1)X2(X1 \oplus 1) \oplus X4X3(X2 \oplus 1)(X1 \oplus 1) \oplus$$
$$X4X3(X2 \oplus 1)X1 \oplus X4X3X2(X1 \oplus 1) =$$
$$X1 \oplus X2X1 \oplus X4X1 \oplus X4X3 \oplus X4X2 \oplus X3X2X1 \oplus X4X2X1 \oplus X4X3X1$$

3.2. Визначення належності функції f4 до п'яти передцповних класів

- f(1111) = 1 => функція зберігає одиницю
- f(0000) = 0 => функція зберігає нуль
- f(0011) = f(1100) = 1 => функція не самодвоїста
- f(0011) > f(0100) => функція не монотонна
- функція нелінійна, оскільки її поліном Жегалкіна нелінійний

3.3. Мінімізація функції f4

<u>Метод Квайна-Мак-Класкі</u>

Виходячи з таблиці 2.2, запишемо стовпчик ДДНФ (K0), розподіливши терми за кількістю одиниць. Проведемо попарне склеювання між сусідніми групами та виконаємо поглинання термів (рисунок 4.4).

K0	K1	K2
~~0001(1)~~	~~0X01(1)~~	~~XX01(1)~~
~~0101(1)~~	~~X001(1)~~	$\boxed{\text{XX01(1)}}$
~~0111(1)~~	~~01X1(1)~~	~~X1X1(1)~~
~~1001(1)~~	~~X101(1)~~	$\boxed{\text{X1X1(1)}}$
$\boxed{\text{1010(1)}}$	~~X111(1)~~	
~~1100(1)~~	~~1X01(1)~~	
~~1101(1)~~	$\boxed{\text{110X(1)}}$	
~~1111(1)~~	~~11X1(1)~~	

Рисунок 4.4 Склеювання і поглинання термів

Одержані прості імпліканти запишемо в таблицю покриття (таблиця 4.3).

	0001	0101	0111	1001	1010	1100	1101	1111
1010					+			
110X						+	+	
XX01	+	+		+			+	
X1X1		+	+				+	+

Таблиця 4.3 Таблиця покриття

В ядро функції входять ті терми, без яких неможливо покрити хоча б одну імпліканту.

Ядро = {X1X1; XX01; 101X; 1010}

В МДНФ входять всі терми ядра, а також ті терми, що забезпечують покриття всієї функції з мінімальною ціною.

$f_{4МНДФ}= (X4\overline{X3}X2\overline{X1}) \vee (X4X3\overline{X2}) \vee (\overline{X2}X1) \vee (X3X1)$

<u>Метод невизначених коефіцієнтів</u>

Ідея цього методу полягає у відкушанні ненульових коефіцієнтів при кожній імпліканті. Метод виконується у декілька етапів:

1. Рівняння для знаходження коефіцієнтів представляється у вигляді таблиці (таблиця 4.4).
2. Виконується відкреслення нульових рядків.
3. Викреслюються вже знайдені нульові коефіцієнти на залишившихся рядках.
4. Імпліканти, що залишилися, поглинають імпліканти справа від них.

x_4	x_3	x_2	x_1	x_4x_3	x_4x_2	x_4x_1	x_3x_2	x_3x_1	x_2x_1	$x_4x_3x_2$	$x_4x_3x_1$	$x_4x_2x_1$	$x_3x_2x_1$	$x_4x_3x_2x_1$	f_4
~~0~~	~~0~~	~~0~~	~~0~~	~~00~~	~~00~~	~~00~~	~~00~~	~~00~~	~~00~~	~~000~~	~~000~~	~~000~~	~~000~~	~~0000~~	~~0~~
~~0~~	~~0~~	~~0~~	~~1~~	~~00~~	~~00~~	~~01~~	~~00~~	01	01	~~000~~	001	~~001~~	~~001~~	~~0001~~	1
~~0~~	~~0~~	~~1~~	~~0~~	~~00~~	~~01~~	~~00~~	~~01~~	~~00~~	~~10~~	~~001~~	~~000~~	~~010~~	~~010~~	~~0010~~	~~0~~
~~0~~	~~0~~	~~1~~	~~1~~	~~00~~	~~01~~	~~01~~	~~01~~	~~01~~	~~11~~	~~001~~	~~001~~	~~011~~	~~011~~	~~0011~~	~~0~~
~~0~~	~~1~~	~~0~~	~~0~~	~~01~~	~~00~~	~~00~~	~~10~~	~~10~~	~~00~~	~~010~~	~~010~~	~~000~~	~~100~~	~~0100~~	~~0~~
~~0~~	~~1~~	~~0~~	~~1~~	~~01~~	~~00~~	~~01~~	~~10~~	11	01	~~010~~	~~011~~	~~001~~	~~101~~	~~0101~~	1
~~0~~	~~1~~	~~1~~	~~0~~	~~01~~	~~01~~	~~00~~	~~11~~	~~10~~	~~10~~	~~011~~	~~010~~	~~010~~	~~110~~	~~0110~~	~~0~~
~~0~~	~~1~~	~~1~~	~~1~~	~~01~~	~~01~~	~~01~~	~~11~~	11	~~11~~	~~011~~	~~011~~	011	~~111~~	~~0111~~	1
~~1~~	~~0~~	~~0~~	~~0~~	~~10~~	~~10~~	~~10~~	~~00~~	~~00~~	~~00~~	~~100~~	~~100~~	~~100~~	~~000~~	~~1000~~	~~0~~
~~1~~	~~0~~	~~0~~	~~1~~	~~10~~	~~10~~	~~11~~	~~00~~	~~01~~	01	~~100~~	~~101~~	~~101~~	~~001~~	~~1001~~	1
~~1~~	~~0~~	~~1~~	~~0~~	~~10~~	~~11~~	~~10~~	~~01~~	~~00~~	~~10~~	~~101~~	~~100~~	~~110~~	~~010~~	1010	1
~~1~~	~~0~~	~~1~~	~~1~~	~~10~~	~~11~~	~~11~~	~~01~~	~~01~~	~~11~~	~~101~~	~~101~~	~~111~~	~~011~~	~~1011~~	~~0~~
~~1~~	~~1~~	~~0~~	~~0~~	~~11~~	~~10~~	~~10~~	~~10~~	~~10~~	~~00~~	110	~~110~~	~~100~~	~~100~~	~~1100~~	1
~~1~~	~~1~~	~~0~~	~~1~~	~~11~~	~~10~~	~~11~~	~~10~~	11	01	110	~~111~~	~~101~~	~~101~~	~~1101~~	1
~~1~~	~~1~~	~~1~~	~~0~~	~~11~~	~~11~~	~~10~~	~~11~~	~~10~~	~~10~~	~~111~~	~~110~~	~~110~~	~~110~~	~~1110~~	~~0~~
~~1~~	~~1~~	~~1~~	~~1~~	~~11~~	~~11~~	~~11~~	~~11~~	11	~~11~~	~~111~~	~~111~~	~~111~~	~~111~~	~~1111~~	1

Таблиця 4.4 Метод невизначених коефіцієнтів

В ядро функції входять ті терми, без яких неможливо покрити хоча б одну імпліканту.

Ядро = { $X4\overline{X3}X2\overline{X1}$; $X4X3\overline{X2}$; $\overline{X2}X1$; $X3X1$ }

В МДНФ входять всі терми ядра, а також ті терми, що забезпечують покриття всієї функції з мінімальною ціною.

$f_{4МНДФ}$= ($X4\overline{X3}X2\overline{X1}$) v ($X4X3\overline{X2}$) v ($\overline{X2}X1$) v ($X3X1$)

Метод діаграм Вейча

Метод діаграм Вейча – це графічний метод, призначений для ручної мінімізації. Його наочність зберігається за невеликої кількості аргументів.

Кожна клітинка відповідає конституанті. Кожний прямокутник, що містить 2^k елементів, відповідає імпліканті. Прямокутник максимального розміру відповідає простій імпліканті (рисунок 4.5).