

Министерство образования и науки Украины
Национальный технический университет Украины
“Киевский Политехнический Институт”
Кафедра ТОЭ

Расчетно-графическая работа
“Трёхфазные цепи”
Вариант № 458

Выполнил:_____

Проверил:_____

Киев 2007

Условие задания

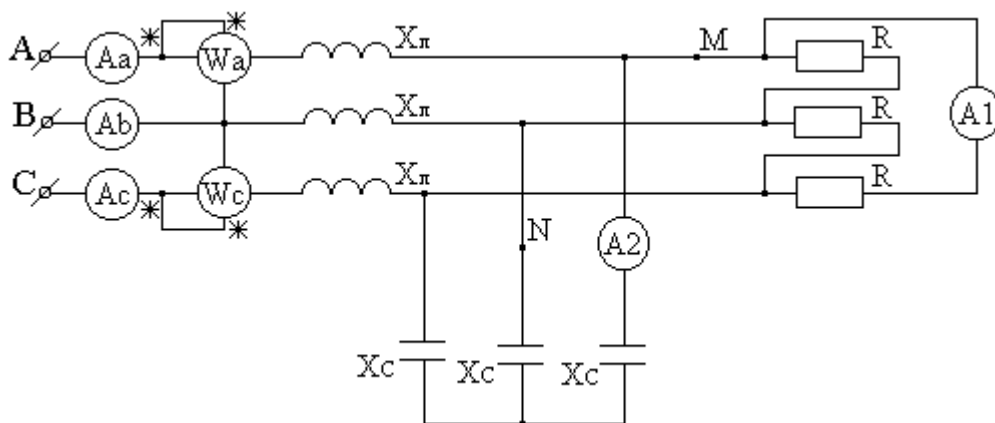
Симметричный трёхфазный генератор с обмотками, соединёнными в звезду, питает через трехпроводную линию электропередачи нагрузку с элементами, соединёнными звездой и треугольником.

Требуется:

1. Определить показания включенных в цепь измерительных приборов, полагая нагрузки симметричной.
2. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
3. По результатам расчета п.1 построить для симметричной нагрузки совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.
4. Провести расчет токов во всех ветвях напряжений на всех участках цепи, определить показания измерительных приборов в аварийном режиме, делая обрыв в указанной точке.
5. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
6. По результатам расчета п.4 построить совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.

$$U_A := 150 \quad U_B := U_A \quad U_C := U_B \quad \psi_A := 0 \quad X_L := 5.5 \quad R := 50 \quad X_C := 57$$

Обрыв проводится в точке М.



Общая схема трёхфазной цепи

Определение показаний измерительных приборов при симметричной нагрузке.

Так как нагрузка симметрическая, то будем проводить расчет только по одной фазе. Токи в остальных фазах будут такими же, только будут отличаться углы.

Для определения токов в ветвях цепи необходимо первоначально произвести упрощение схемы, сведя её к схеме с элементами, соединенными звездой.

$$R' := \frac{R \cdot R}{3 \cdot R}$$

$$R' = 16.667$$

За опорную примем фазу А. Фазные напряжения генератора и сопротивления элементов нагрузки в комплексной форме равны:

$$E_A := U_A \cdot e^{i\psi_A \frac{\pi}{180}} \quad E_B := U_B \cdot e^{i(\psi_A - 120) \frac{\pi}{180}} \quad E_C := U_C \cdot e^{i(\psi_A + 120) \frac{\pi}{180}}$$

$$F(E_A) = (150 \ 0) \quad F(E_B) = (150 \ -120) \quad F(E_C) = (150 \ 120)$$

$$Z_a := X_L \cdot i$$

$$Z_b := Z_a$$

$$Z_c := Z_b$$

$$Z_a = 5.5i$$

$$Z'_a := -X_C \cdot i$$

$$Z'_b := Z'_a$$

$$Z'_c := Z'_b$$

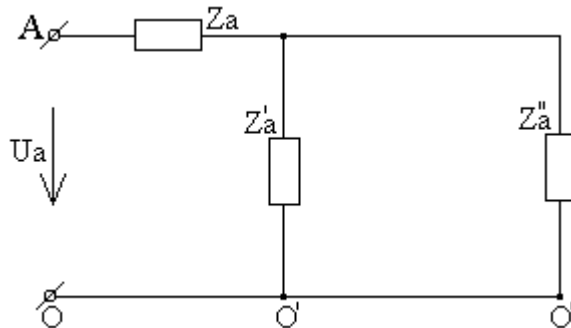
$$Z'_a = -57i$$

$$Z''_a := R'$$

$$Z''_b := Z''_a$$

$$Z''_c := Z''_b$$

$$Z''_a = 16.667$$



Преобразованная схема (фаза А)

Эквивалентное сопротивление данной схемы равно:

$$Z_{ea} := Z_a + \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a}$$

$$Z_{ea} = 15.354 + 1.011i$$

Ток в фазе А, согласно закону Ома, равен:

$$I_A := \frac{E_A}{Z_{ea}}$$

$$I_A = 9.727 - 0.64i$$

$$F(I_A) = (9.748 \ -3.766)$$

Соответственно в фазах В и С:

$$I_B := I_A \cdot e^{-i120 \frac{\pi}{180}}$$

$$I_B = -5.418 - 8.104i$$

$$F(I_B) = (9.748 \ -123.766)$$

$$I_C := I_A \cdot e^{i120 \frac{\pi}{180}}$$

$$I_C = -4.309 + 8.744i$$

$$F(I_C) = (9.748 \ 116.234)$$

Фазное напряжение на параллельном участке А'О равно:

$$Z_{ea'} := \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a}$$

$$Z_{ea'} = 15.354 - 4.489i$$

$$U_{A'O} := I_A \cdot Z_{ea'}$$

$$U_{A'O} = 146.479 - 53.5i$$

Токи звезды равны:

$$I_A' := \frac{U_{A'O}}{Z'_a}$$

$$I_A' = 0.939 + 2.57i$$

$$F(I_A') = (2.736 \ 69.936)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_B &:= \Gamma_A \cdot e^{-i120\frac{\pi}{180}} & \Gamma_B &= 1.756 - 2.098i & F(\Gamma_B) &= (2.736 \quad -50.064) \\ \Gamma_C &:= \Gamma_A \cdot e^{i120\frac{\pi}{180}} & \Gamma_C &= -2.695 - 0.472i & F(\Gamma_C) &= (2.736 \quad -170.064) \end{aligned}$$

Линейное напряжение равно:

$$U_{A'B'} := U_{A'O} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i30\frac{\pi}{180}} \quad U_{A'B'} = 173.386 - 207.105i \quad F(U_{A'B'}) = (270.102 \quad -50.064)$$

Остальные токи равны:

$$\begin{aligned} \Gamma_{A'B'} &:= \frac{U_{A'B'}}{R} & \Gamma_{A'B'} &= 3.468 - 4.142i & F(\Gamma_{A'B'}) &= (5.402 \quad -50.064) \\ \Gamma_{B'C'} &:= \Gamma_{A'B'} \cdot e^{-i120\frac{\pi}{180}} & \Gamma_{B'C'} &= -5.321 - 0.932i & F(\Gamma_{B'C'}) &= (5.402 \quad -170.064) \\ \Gamma_{C'A'} &:= \Gamma_{A'B'} \cdot e^{i120\frac{\pi}{180}} & \Gamma_{C'A'} &= 1.853 + 5.074i & F(\Gamma_{C'A'}) &= (5.402 \quad 69.936) \end{aligned}$$

На основании выполненных расчетов, показания амперметров будут равны:

$$A_1 = 5.402(A) \quad A_2 = 2.736(A) \quad A_a = 9.748(A) \quad A_b = 9.748(A) \quad A_c = 9.748(A)$$

Находим показания ваттметров. Ваттметры показывают вещественную часть произведения комплекса напряжения, приложенного к обмотке напряжения (его отсчитывают от начала обмотки к концу), на сопряженный комплекс тока, протекающего через обмотку тока:

Показание ваттметра W_a :

$$\begin{aligned} E_{AB} &:= E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i30\frac{\pi}{180}} & E_{AB} &= 225 + 129.904i \\ W_a &:= \operatorname{Re}(E_{AB} \cdot \overline{I_A}) & W_a &= 2.105 \times 10^3 \end{aligned}$$

Показание ваттметра W_b :

$$\begin{aligned} E_{CB} &:= E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i(30+180)\frac{\pi}{180}} & E_{CB} &= 259.808i \\ W_c &:= \operatorname{Re}(E_{CB} \cdot \overline{I_C}) & W_c &= 2.272 \times 10^3 \end{aligned}$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_c \quad W = 4.377 \times 10^3$$

Баланс активной и реактивной мощностей

Правильность расчетов проверим, составив баланс активных и реактивных мощностей. Мощность источника энергии определяют в виде суммы произведений комплексов фазных ЭДС (напряжений) на сопряженные комплексы токов соответствующих фаз. В симметричной трёхфазной системе мощность, отдаваемая в нагрузку источником, равна утроенной мощности одной фазы.

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C} \quad S_r = 4.377 \times 10^3 + 288.097i$$

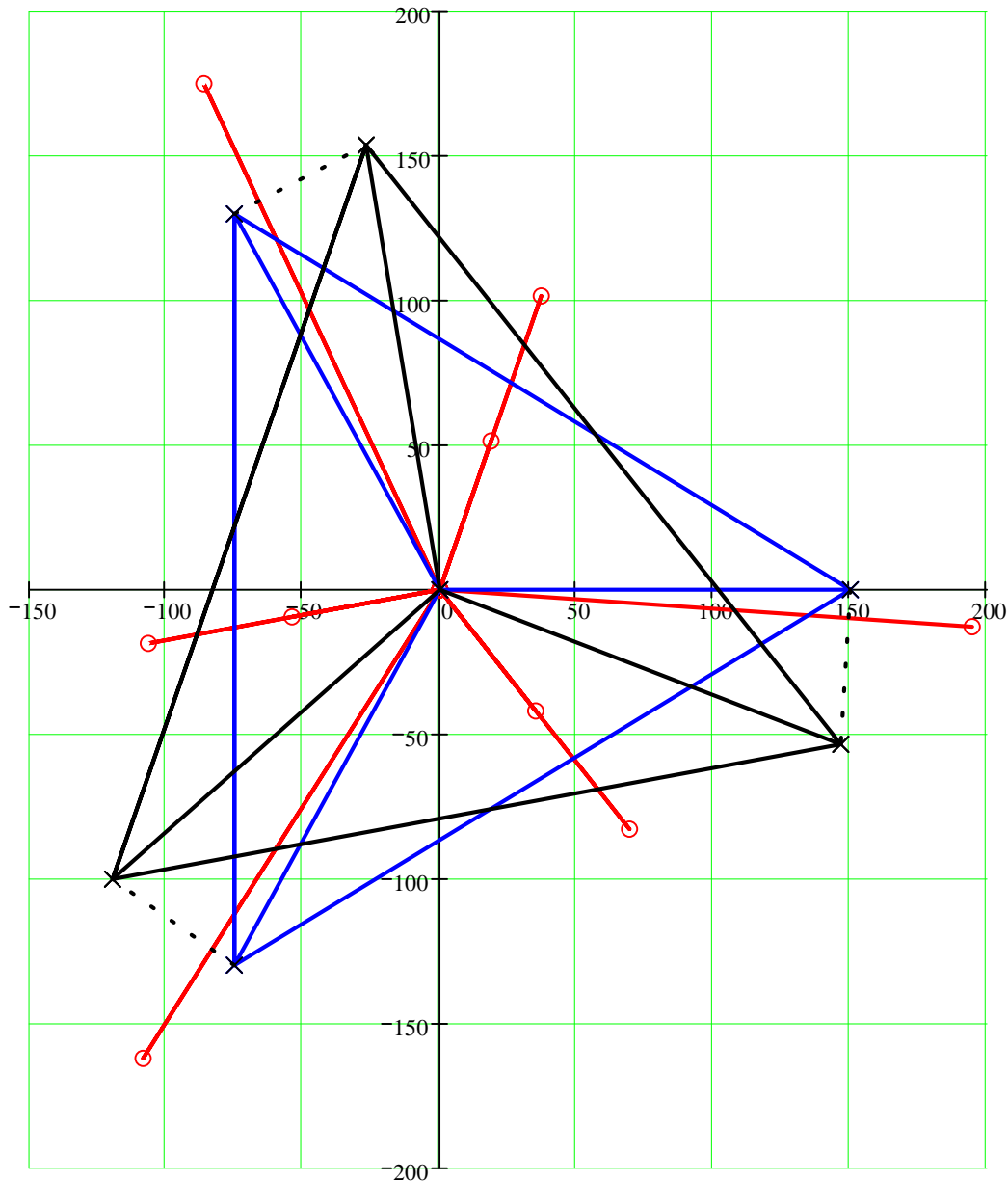
Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$P_{pr} := \left[(|I'_{A'B'}|)^2 + (|I'_{B'C'}|)^2 + (|I'_{C'A'}|)^2 \right] \cdot R \quad P_{pr} = 4.377 \times 10^3$$

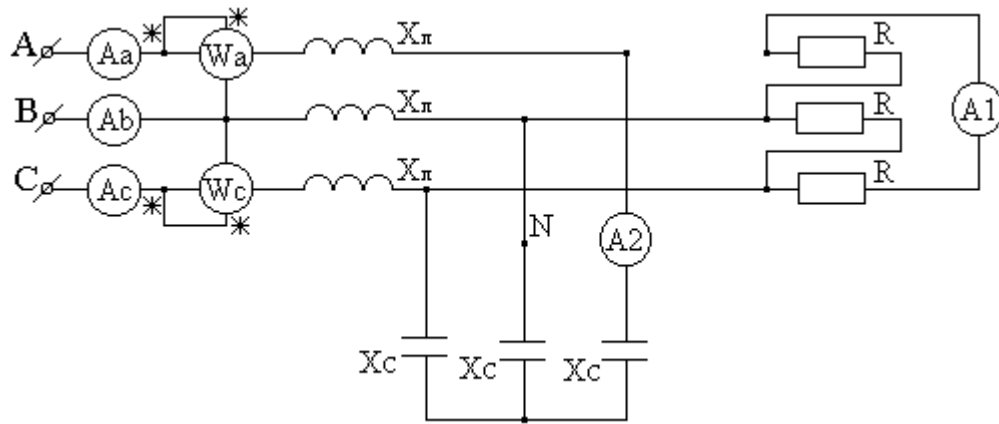
$$Q_{pr} := \left[(|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot X_L \cdot i + \left[(|I'_A|)^2 + (|I'_B|)^2 + (|I'_C|)^2 \right] \cdot (-X_C) \cdot i$$

$$Q_{pr} = 288.097i$$

Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.



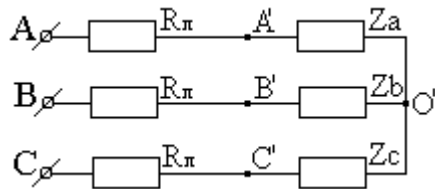
Определение показаний измерительных приборов в аварийном режиме.



Несимметричная трёхфазная система.

$$R' := \frac{(R + R) \cdot R}{3 \cdot R} \quad R' = 33.333 \quad X' := (-X_C \cdot i) + (-X_C \cdot i) + \frac{(-X_C \cdot i) \cdot (-X_C \cdot i)}{(-X_C \cdot i)} \quad X' = -171i$$

Параллельно включенные сопротивления нагрузки можно заменить эквивалентными, в результате чего образуется несимметричный треугольник. Заменив его эквивалентной звездой, рассчитываемую цепь приводят к виду:



Несимметричная звезда

Сопротивления несимметричного треугольника равны:

$$Z_{B'C'} := \frac{X' \cdot R'}{R' + X'} \quad Z_{B'C'} = 32.113 - 6.26i$$

$$Z_{A'B'} := X' \quad Z_{C'A'} := X'$$

Сопротивление эквивалентной звезды:

$$Z_a := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_a = -7.677 - 83.255i$$

$$Z_b := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{B'C'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_b = 15.354 - 4.489i$$

$$Z_c := \frac{Z_{B'C'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_c = 15.354 - 4.489i$$

Полные комплексные сопротивления в каждой фазе цепи:

$$Z_{ea} := Z_a + Z_a \quad Z_{ea} = -7.677 - 77.755i$$

$$Z_{eb} := Z_b + Z_b \quad Z_{eb} = 15.354 + 1.011i$$

$$Z_{ec} := Z_c + Z_c \quad Z_{ec} = 15.354 + 1.011i$$

Фазные напряжения на нагрузке в цепи удобно определять, вычислив предварительно смещение нейтрали (O - потенциал узла генератора, который на схеме на показан):

$$Y_A := \frac{1}{Z_{ea}}$$

$$Y_B := \frac{1}{Z_{eb}}$$

$$Y_C := \frac{1}{Z_{ec}}$$

$$Y_A = -1.258 \times 10^{-3} + 0.013i \quad Y_B = 0.065 - 4.268i \times 10^{-3} \quad Y_C = 0.065 - 4.268i \times 10^{-3}$$

$$U_{O''O} := \frac{E_A \cdot Y_A + E_B \cdot Y_B + E_C \cdot Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} \quad U_{O''O} = -76.472 + 22.36i$$

Фазные напряжения на элементах нагрузки цепи равны:

$$\begin{aligned} U_{AO''} &:= E_A - U_{O''O} & U_{AO''} &= 226.472 - 22.36i & F(U_{AO''}) &= (227.573 \quad -5.639) \\ U_{BO''} &:= E_B - U_{O''O} & U_{BO''} &= 1.472 - 152.264i & F(U_{BO''}) &= (152.271 \quad -89.446) \\ U_{CO''} &:= E_C - U_{O''O} & U_{CO''} &= 1.472 + 107.544i & F(U_{CO''}) &= (107.554 \quad 89.216) \end{aligned}$$

Токи в фазах, равные фазным токам генератора и линейным токам исходной системы, определяют по закону Ома:

$$\begin{aligned} I_A &:= \frac{U_{AO''}}{Z_{ea}} & I_A &= 2.913i & F(I_A) &= (2.913 \quad 90) \\ I_B &:= \frac{U_{BO''}}{Z_{eb}} & I_B &= -0.554 - 9.88i & F(I_B) &= (9.896 \quad -93.212) \\ I_C &:= \frac{U_{CO''}}{Z_{ec}} & I_C &= 0.554 + 6.968i & F(I_C) &= (6.99 \quad 85.45) \\ U_{AB} &:= E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i30 - \frac{\pi}{180}} & U_{AB} &= 225 + 129.904i & F(U_{AB}) &= (259.808 \quad 30) \\ U_{AA'} &:= I_A \cdot Z_a & U_{AA'} &= -16.019 & F(U_{AA'}) &= (16.019 \quad 180) \\ U_{BC} &:= E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i30 - \frac{\pi}{180}} & U_{BC} &= -259.808i & F(U_{BC}) &= (259.808 \quad -90) \\ U_{BB'} &:= I_B \cdot Z_b & U_{BB'} &= 54.342 - 3.049i & F(U_{BB'}) &= (54.428 \quad -3.212) \\ U_{CA} &:= E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i30 - \frac{\pi}{180}} & U_{CA} &= -225 + 129.904i & F(U_{CA}) &= (259.808 \quad 150) \\ U_{CC'} &:= I_C \cdot Z_c & U_{CC'} &= -38.323 + 3.049i & F(U_{CC'}) &= (38.444 \quad 175.45) \end{aligned}$$

Для определения токов во всех ветвях рассчитываемой схемы необходимо определить напряжение между точками A', B' и C'.

Согласно второму закону Кирхгофа:

$$U_{AB} := U_{AA'} + U_{A'B'} - U_{BB'}$$

отсюда:

$$U_{A'B'} := U_{AB} - U_{AA'} + U_{BB'} \quad U_{A'B'} = 295.362 + 126.854i \quad F(U_{A'B'}) = (321.451 \quad 23.243)$$

аналогично вычисляют:

$$U_{B'C'} := U_{BC} - U_{BB'} + U_{CC'} \quad U_{B'C'} = -92.665 - 253.709i \quad F(U_{B'C'}) = (270.102 \quad -110.064)$$

$$U_{C'A'} := U_{CA} - U_{CC'} + U_{AA'} \quad U_{C'A'} = -202.696 + 126.854i \quad F(U_{C'A'}) = (239.119 \quad 147.96)$$

$$I_{B''C''} := \frac{U_{B'C'}}{2 \cdot R} \quad I_{B''C''} = -0.927 - 2.537i \quad F(I_{B''C''}) = (2.701 \quad -110.064)$$

$$I_{B'C'} := \frac{U_{B'C'}}{R} \quad I_{B'C'} = -1.853 - 5.074i \quad F(I_{B'C'}) = (5.402 \quad -110.064)$$

$$\begin{aligned}
I_A &:= I_A & I_A &= 2.913i & F(I_A) &= (2.913 \ 90) \\
I_B &:= \frac{1}{(-X_C \cdot i)} \cdot [I_A \cdot (-X_C \cdot i) - U_{A'B'}] & I_B &= 2.226 - 2.269i & F(I_B) &= (3.178 \ -45.556) \\
I_C &:= -I_A - I_B & I_C &= -2.226 - 0.643i & F(I_C) &= (2.317 \ -163.874)
\end{aligned}$$

Согласно выполненным расчетам, показания включенных в цепь амперметров равны:

$$A_1 = 2.701 \text{ (A)} \quad A_2 = 2.913 \text{ (A)} \quad A_a = 2.913 \text{ (A)} \quad A_b = 9.896 \text{ (A)} \quad A_c = 6.99 \text{ (A)}$$

Расчет показаний ваттметров выполняется так же, как и в случае симметричной системы:

Показание ваттметра W_a :

$$\begin{aligned}
E_{CA} &:= E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i30 - \frac{\pi}{180}} & E_{CA} &= -225 + 129.904i \\
W_a &:= \operatorname{Re}(E_{CA} \cdot \overline{I_C}) & W_a &= 780.395
\end{aligned}$$

Показание ваттметра W_b :

$$\begin{aligned}
E_{BA} &:= E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i30 - \frac{\pi}{180}} & E_{BA} &= -225 - 129.904i \\
W_b &:= \operatorname{Re}(E_{BA} \cdot \overline{I_B}) & W_b &= 1.408 \times 10^3
\end{aligned}$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 2.189 \times 10^3$$

Баланс активной и реактивной мощностей

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C} \quad S_r = 2.189 \times 10^3 - 511.291i$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$\begin{aligned}
P_{pr} &:= (|I_{B''C''}|)^2 \cdot 2R + (|I_{B'C'}|)^2 \cdot R & P_{pr} &= 2.189 \times 10^3 \\
Q_{pr} &:= \left[(|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot (X_L \cdot i) + \left[(|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot (-X_C \cdot i) & Q_{pr} &= -511.291i
\end{aligned}$$

Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.

