

**Министерство образования и науки Украины  
Национальный технический университет Украины  
“Киевский Политехнический Институт”  
Кафедра ТОЭ**

***Расчетно-графическая работа***

*“Расчёт цепей постоянного тока”*

*Вариант № 757*

Выполнил: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

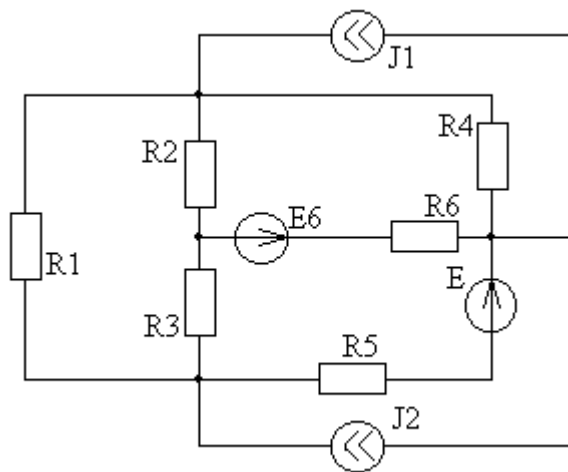
Проверил: \_\_\_\_\_

Киев 2006

### Задание:

1. Найти токи в ветках данной электрической цепи методом узловых потенциалов и контурных токов. Проверить расчёт цепи при помощи законов Кирхгофа для каждого узла и независимого контура. Сложить и проверить уравнение баланса мощностей.
2. Построить потенциальную диаграмму для контура данной цепи.
3. Преобразовать данную цепь к трём независимым контурам. В полученной цепи найти токи в ветках методом наложения. Проверить расчеты цепи за законами Кирхгофа
4. Найти токи в ветвях данной цепи методом эквивалентного генератора.

$R_1 := 50$      $R_2 := 40$      $R_3 := 25$      $R_4 := 20$      $R_5 := 10$      $R_6 := 100$   
 $E := 100$      $E_6 := 50$      $J_1 := 10$      $J_2 := 15$



## **Метод контурных токов**

За вторым законом Кирхгофа составляем систему уравнений. Решая полученную систему уравнений, находим контурные токи.

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_3) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_3 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_6) - I_{K3} \cdot R_6 + J_1 \cdot R_4 = -E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_6 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_5 + R_6) - J_2 \cdot R_5 = E_6 - E$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -1.436 \quad I_{K2} = -3.026 \quad I_{K3} = -1.767$$

Токи ветвей схемы равны:

$$I_1 := -I_{K1} \quad I_1 = 1.436$$

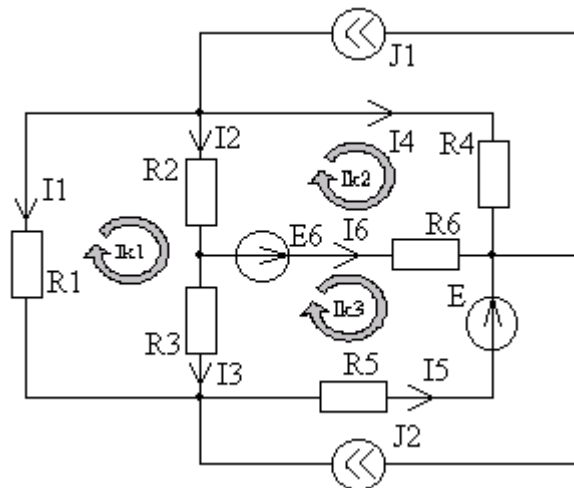
$$I_2 := I_{K1} - I_{K2} \quad I_2 = 1.589$$

$$I_3 := I_{K1} - I_{K3} \quad I_3 = 0.33$$

$$I_4 := J_1 + I_{K2} \quad I_4 = 6.974$$

$$I_5 := J_2 - I_{K3} \quad I_5 = 16.767$$

$$I_6 := I_{K3} - I_{K2} \quad I_6 = 1.259$$



## **Метод узловых потенциалов**

Примем потенциал точки 1 равным 0:  $\phi_1 := 0$

Найдем узловые и межузловые проводимости и узловые токи:

$$G_{22} := \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} \quad G_{22} = 0.095$$

$$G_{44} := \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} \quad G_{44} = 0.16$$

$$G_{33} := \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} \quad G_{33} = 0.16$$

$$G_{21} := \frac{1}{R_2} \quad G_{21} = 0.025$$

$$G_{23} := \frac{1}{R_4} \quad G_{23} = 0.05$$

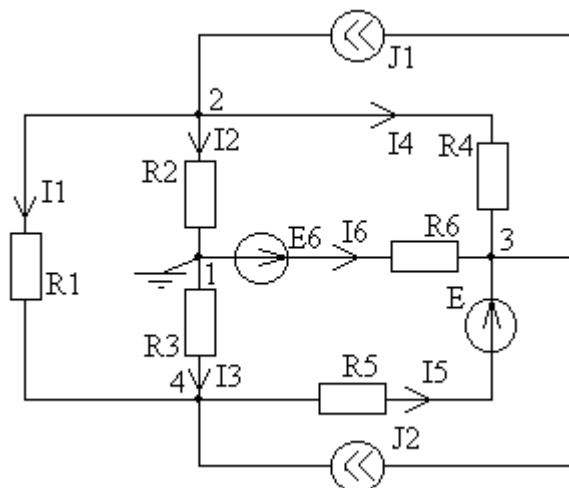
$$G_{24} := \frac{1}{R_1} \quad G_{24} = 0.02$$

$$G_{31} := \frac{1}{R_6} \quad G_{31} = 0.01$$

$$G_{32} := G_{23} \quad G_{32} = 0.05$$

$$G_{34} := \frac{1}{R_5} \quad G_{34} = 0.1$$

$$G_{41} := \frac{1}{R_3} \quad G_{41} = 0.04 \quad G_{42} := G_{24} \quad G_{42} = 0.02 \quad G_{43} := G_{34} \quad G_{43} = 0.1$$



$$J_{B2} := J_1 \quad J_{B2} = 10 \quad J_{B3} := -J_1 - J_2 + \frac{E_6}{R_6} + \frac{E}{R_5} \quad J_{B2} = 10$$

$$J_{B4} := -\frac{E}{R_5} + J_2 \quad J_{B4} = 5$$

Подставив найденные значения проводимостей и узловых токов в расчетную систему уравнений и найдем искомые потенциалы узлов 2 и 4:

$$\phi_2 := 1 \quad \phi_3 := 1 \quad \phi_4 := 1$$

Given

$$-G_{21} \cdot \phi_1 + G_{22} \cdot \phi_2 - G_{23} \cdot \phi_3 - G_{24} \cdot \phi_4 = J_{B2}$$

$$-G_{31} \cdot \phi_1 - G_{32} \cdot \phi_2 + G_{33} \cdot \phi_3 - G_{34} \cdot \phi_4 = J_{B3}$$

$$-G_{41} \cdot \phi_1 - G_{42} \cdot \phi_2 - G_{43} \cdot \phi_3 + G_{44} \cdot \phi_4 = J_{B4}$$

$$\begin{pmatrix} \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{pmatrix} := \text{Find}(\phi_2, \phi_3, \phi_4)$$

$$\phi_1 = 0 \quad \phi_2 = 63.57 \quad \phi_3 = -75.917 \quad \phi_4 = -8.252$$

Токи ветвей схемы находим за законом Ома:

$$I_1 := \frac{\phi_2 - \phi_4}{R_1} \quad I_1 = 1.436$$

$$I_2 := \frac{\phi_2 - \phi_1}{R_2} \quad I_2 = 1.589$$

$$I_3 := \frac{\phi_1 - \phi_4}{R_3} \quad I_3 = 0.33$$

$$I_4 := \frac{\phi_2 - \phi_3}{R_4} \quad I_4 = 6.974$$

$$I_5 := \frac{\phi_4 - \phi_3 + E}{R_5} \quad I_5 = 16.767$$

$$I_6 := I_2 - I_3 \quad I_6 = 1.259$$

### Проверка:

За 1-м законом Кирхгофа:

$$I_6 - I_2 + I_3 = 0$$

$$I_3 + I_1 - I_5 + J_2 = 0$$

$$I_1 + I_2 + I_4 - J_1 = -9.059 \times 10^{-14}$$

$$-I_4 - I_5 - I_6 + J_1 + J_2 = 9.237 \times 10^{-14}$$

За 2-м законом Кирхгофа:

$$E_6 - E = -50$$

$$-I_5 \cdot R_5 - I_3 \cdot R_3 + I_6 \cdot R_6 = -50$$

$$-I_4 \cdot R_4 + I_1 \cdot R_1 + I_5 \cdot R_5 = 100$$

$$E = 100$$

$$-I_2 \cdot R_2 + I_1 \cdot R_1 - I_3 \cdot R_3 = 0$$

$$I_2 \cdot R_2 - I_4 \cdot R_4 + I_6 \cdot R_6 = 50$$

$$E_6 = 50$$

Баланс мощностей:

$$E \cdot I_5 + E_6 \cdot I_6 + J_1 \cdot (I_4 \cdot R_4) + J_2 \cdot (I_5 \cdot R_5 - E) = 4.149 \times 10^3$$

$$I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6 = 4.149 \times 10^3$$

## Потенциальная диаграмма

$$\phi_1 = 0$$

$$\phi_2 := \phi_1 - E_6$$

$$\phi_2 = -50$$

$$\phi_3 := \phi_2 - I_3 \cdot R_3$$

$$\phi_3 = -58.252$$

$$\phi_4 := \phi_3 - I_5 \cdot R_5$$

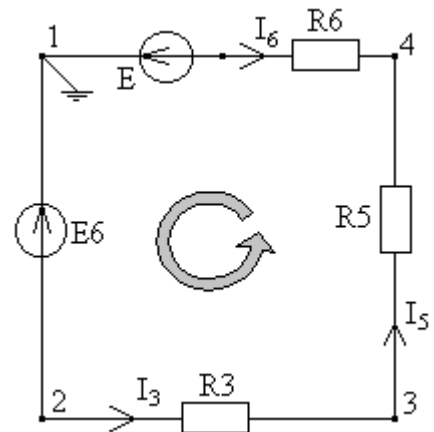
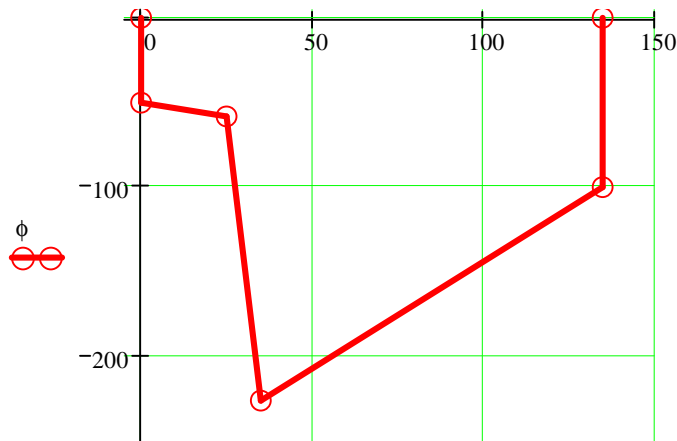
$$\phi_4 = -225.917$$

$$\phi_5 := \phi_4 + I_6 \cdot R_6$$

$$\phi_5 = -100$$

$$\phi_1 := \phi_5 + E$$

$$\phi_1 = -3.126 \times 10^{-12}$$



R

## Метод эквивалентного генератора

Вырезавши из выходной схемы ветку с сопротивлением  $R_5$  и источником питания  $E$ , получаем схему. В выходной схеме ток  $I_5$  направленный от узла 3 к узлу 4, такое же направление выберем и для напряжения холостого хода  $U_{1x}$ .

Для нахождения напряжения  $U_{1x}$  сначала надо найти токи в ветвях с сопротивлениями  $R_6$  и  $R_3$ . Для этого воспользуемся методом контурных токов:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_3) - I_{K2} \cdot R_2 + J_2 \cdot R_1 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_6) + (J_1 + J_2) \cdot R_4 = -E_6$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2})$$

$$I_{K1} = -8.452$$

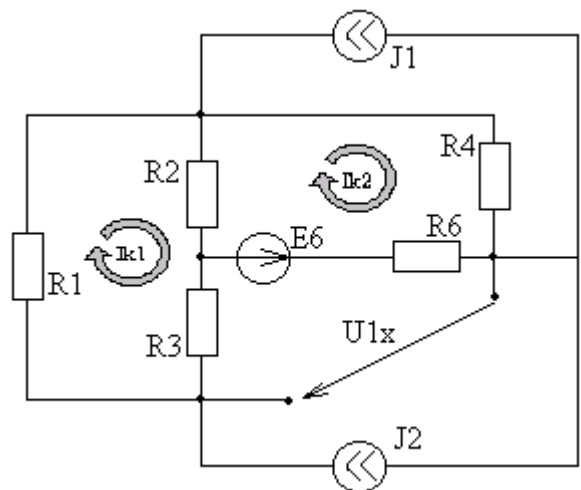
$$I_{K2} = -5.551$$

Искомое напряжение холостого хода равно:

$$U_{1X} := I_{K1} \cdot R_3 + I_{K2} \cdot R_6 + E_6 \quad U_{1X} = -716.369$$

Эквивалентное сопротивление цепи равно:

$$R_E := \frac{\left( R_4 + \frac{R_2 \cdot R_1}{R_1 + R_2 + R_3} \right) \cdot \left( R_6 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \right)}{\left( R_4 + \frac{R_2 \cdot R_1}{R_1 + R_2 + R_3} \right) + \left( R_6 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \right)} + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$



Искомый ток, вырезанной ветки, равен:

$$I_5 := \frac{E - U_{1X}}{R_E + R_5} \quad I_5 = 16.767$$

## **Метод наложения**

В цепи действует только E:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$\begin{aligned} I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_3) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_3 &= 0 \\ -I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_6) - I_{K3} \cdot R_6 &= 0 \\ -I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_6 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_5 + R_6) &= -E \\ \begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} &:= \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3}) \end{aligned}$$

$$I_{K1} = -0.978 \quad I_{K2} = -1.528 \quad I_{K3} = -2.054$$

$$I_{1E} := -I_{K1} \quad I_{1E} = 0.978$$

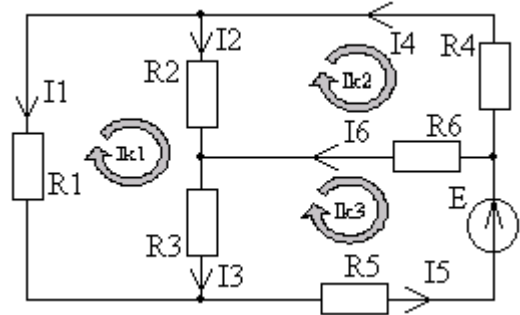
$$I_{2E} := I_{K1} - I_{K2} \quad I_{2E} = 0.55$$

$$I_{3E} := I_{K1} - I_{K3} \quad I_{3E} = 1.076$$

$$I_{4E} := -I_{K2} \quad I_{4E} = 1.528$$

$$I_{5E} := -I_{K3} \quad I_{5E} = 2.054$$

$$I_{6E} := I_{K2} - I_{K3} \quad I_{6E} = 0.526$$



В цепи действует только E6:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$\begin{aligned} I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_3) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_3 &= 0 \\ -I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_6) - I_{K3} \cdot R_6 &= -E_6 \\ -I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_6 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_5 + R_6) &= E_6 \\ \begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} &:= \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3}) \end{aligned}$$

$$I_{K1} = 6.112 \times 10^{-3} \quad I_{K2} = -0.147 \quad I_{K3} = 0.263$$

$$I_{1E6} := I_{K1} \quad I_{1E6} = 6.112 \times 10^{-3}$$

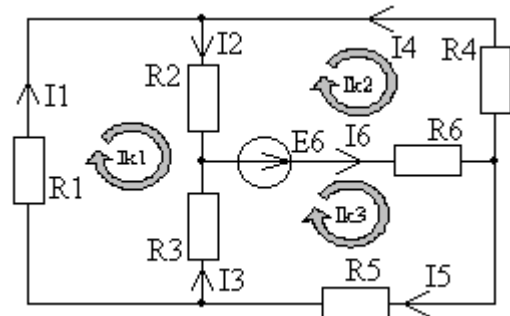
$$I_{2E6} := I_{K1} - I_{K2} \quad I_{2E6} = 0.153$$

$$I_{3E6} := I_{K3} - I_{K1} \quad I_{3E6} = 0.257$$

$$I_{4E6} := -I_{K2} \quad I_{4E6} = 0.147$$

$$I_{5E6} := I_{K3} \quad I_{5E6} = 0.263$$

$$I_{6E6} := I_{K3} - I_{K2} \quad I_{6E6} = 0.41$$



В цепи действует только J1:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_3) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_3 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_6) - I_{K3} \cdot R_6 + J_1 \cdot R_4 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_6 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_5 + R_6) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -1.932 \quad I_{K2} = -3.643 \quad I_{K3} = -3.056$$

$$I_{1J1} := -I_{K1} \quad I_{1J1} = 1.932$$

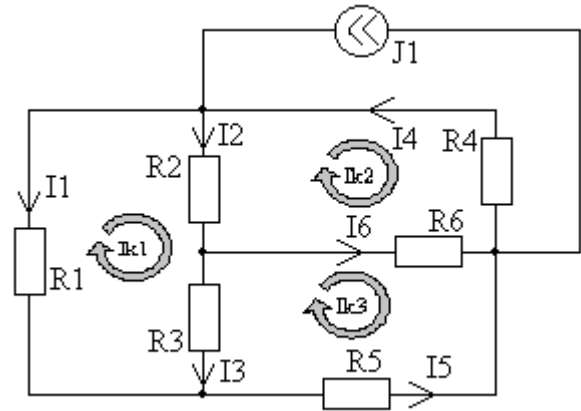
$$I_{2J1} := I_{K1} - I_{K2} \quad I_{2J1} = 1.711$$

$$I_{3J1} := I_{K1} - I_{K3} \quad I_{3J1} = 1.125$$

$$I_{4J1} := J_1 + I_{K2} \quad I_{4J1} = 6.357$$

$$I_{5J1} := -I_{K3} \quad I_{5J1} = 3.056$$

$$I_{6J1} := I_{K3} - I_{K2} \quad I_{6J1} = 0.587$$



В цепи действует только J2:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_3) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_3 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_6) - I_{K3} \cdot R_6 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_6 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_5 + R_6) - J_2 \cdot R_5 = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = 1.467 \quad I_{K2} = 2.292 \quad I_{K3} = 3.081$$

$$I_{1J2} := I_{K1} \quad I_{1J2} = 1.467$$

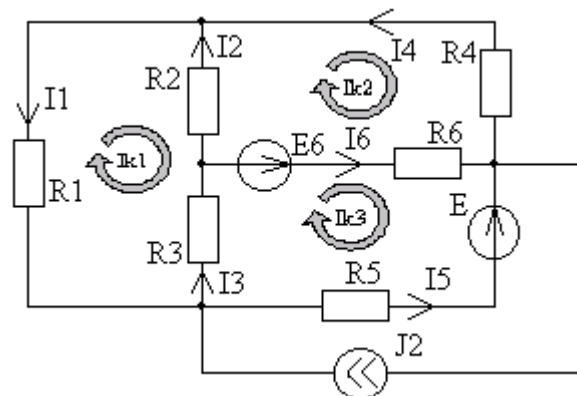
$$I_{2J2} := I_{K2} - I_{K1} \quad I_{2J2} = 0.825$$

$$I_{3J2} := I_{K3} - I_{K1} \quad I_{3J2} = 1.614$$

$$I_{4J2} := I_{K2} \quad I_{4J2} = 2.292$$

$$I_{5J2} := J_2 - I_{K3} \quad I_{5J2} = 11.919$$

$$I_{6J2} := I_{K3} - I_{K2} \quad I_{6J2} = 0.789$$



В основной цепи действуют токи:

$$\begin{array}{ll} I_1 := I_{1E} - I_{1E6} + I_{1J1} - I_{1J2} & I_1 = 1.436 \\ I_2 := I_{2E} + I_{2E6} + I_{2J1} - I_{2J2} & I_2 = 1.589 \\ I_3 := I_{3E} - I_{3E6} + I_{3J1} - I_{3J2} & I_3 = 0.33 \\ I_4 := -I_{4E} - I_{4E6} + I_{4J1} + I_{4J2} & I_4 = 6.974 \\ I_5 := I_{5E} - I_{5E6} + I_{5J1} + I_{5J2} & I_5 = 16.767 \\ I_6 := -I_{6E} + I_{6E6} + I_{6J1} + I_{6J2} & I_6 = 1.259 \end{array}$$

**Проверка:**

За 1-м законом Кирхгофа:

$$\begin{array}{ll} I_6 - I_2 + I_3 = 0 & I_3 + I_1 - I_5 + J_2 = 0 \\ I_1 + I_2 + I_4 - J_1 = 0 & -I_4 - I_5 - I_6 + J_1 + J_2 = 0 \end{array}$$