Міністерство освіти України
Національний технічний університет України
“Київський політехнічний інститут”
Кафедра ТОЕ

Розрахунково-графічна робота

“Розрахунок перехідних процесів у лінійних колах“
Варіант № 804

Виконав: ________________
____
____
____

Перевірив: ________________

Київ 2007

Умова задання

1. В колі з джерелом постійної ЕДС необхідно:

1) класичним методом розрахзувати напруги на реактивних елементах та струми перехідного процесу;

2) розрахувати струм в колі з джерелом ЕДС Е1 та напругу на реактивному елементі операторним методом;

3) побудувати в одному часовому масштабі діаграми струму та напруги на реактивних елементах.

2. Дослідити, яким повинен бути активний опір у вітці з джерелом Е1, щоб перехідний процес проходив в граничному режимі.

3. Визначити струми в вітках та напруги на реактивних елементах в момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійних ЕДС Е1і Е2 в колі діють синусоїдні джерела.

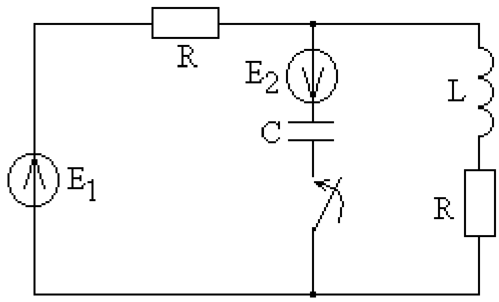
3. В післякомутаційній схемі закоротити джерело ЕДС Е2.

а) виключити катушку індуктивності чи ємність, замінивши останню опором R;

б) вважаючи, що замість ждерела постійної ЕДС Е1 до отриманного кола подається напруга, форма якої показана на малюнку;

в) розрахувати вхідний струм та напругу на реактивном елементі методом інтеграла Дюамеля при періоді Т, заданому в долях від τ;

г) побудувати в одному часовому масштабі діаграми напруги на вході, вхідного струму і напруги на реактивних елементі.



Основна схема

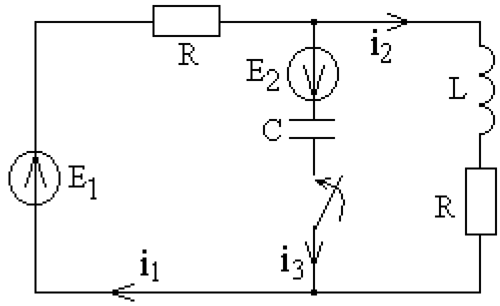
Вхідні данні:

$L := 0.1$ Гн $\quad C := 200 \cdot 10^{-6}$ Ф $\quad R := 50$ Ом

$E_1 := 100$ В $\quad E_2 := 80$ В $\quad \psi := 30 \cdot deg$ C^0 $\quad \omega := 100$ c^{-1}

Класичний метод

Оберемо додатній напрямок струмів у вітках схеми:



Знайдемо значення струмів та напруг безпосередньо до комутації:

Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \frac{E_1}{2 \cdot R}$ $\quad i_{2дк} := i_{1дк}$ $\quad i_{2дк} = 1$

$i_{3дк} := 0$ $\quad u_{Lдк} := 0$

$u_{Cдк} := 0$ $\quad u_{Cдк} = 0$

Усталений режим після комутації: $t = \infty$

$i'_1 := \frac{E_1}{2 \cdot R}$ $\quad i'_2 := i'_1$ $\quad i'_2 = 1$

$i'_3 := 0$ $\quad u'_L := 0$

$u'_C := E_1 + E_2 - i'_1 \cdot R$ $\quad u'_C = 130$

Незалежні початкові умови

$i_{20} := i_{2дк}$ $\quad i_{20} = 1$

$u_{C0} := u_{Cдк}$ $\quad u_{C0} = 0$

Залежні початкові умови

Given

$i_{10} = i_{20} + i_{30}$

$E_1 + E_2 = i_{10} \cdot R + u_{C0}$

$-E_2 = i_{20} \cdot R + u_{L0} - u_{C0}$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{30} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{10}, i_{30}, u_{L0}) \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{18}{5} \\ \frac{13}{5} \\ -130 \end{pmatrix}$$

$i_{10} = 3.6$ $\quad i_{30} = 2.6$ $\quad u_{L0} = -130$

Незалежні початкові умови

$di_{20} := \frac{u_{L0}}{L}$ $\quad di_{20} = -1.3 \times 10^3$

$du_{C0} := \frac{i_{30}}{C}$ $\quad du_{C0} = 1.3 \times 10^4$

Залежні початкові умови

Given

$di_{10} = di_{20} + di_{30}$

$0 = du_{C0} + di_{10} \cdot R$

$0 = di_{20} \cdot R + du_{L0} - du_{C0}$

$$\begin{pmatrix} di_{10} \\ di_{30} \\ du_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(di_{10}, di_{30}, du_{L0})$$

$di_{10} = -260$ $\quad di_{30} = 1.04 \times 10^{3}$ $\quad du_{L0} = 7.8 \times 10^{4}$

Вільний режим після комутайії: $t = 0$

Складемо характерестичне рівняння схеми

$$Z(p) := \frac{\frac{1}{p \cdot C} \cdot (R + p \cdot L)}{R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}} + R \qquad Z(p) := \frac{\frac{1}{p \cdot C} \cdot (R + p \cdot L) + R \cdot \left(R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right)}{R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}}$$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := \frac{1}{p \cdot C} \cdot (R + p \cdot L) + R \cdot \left(R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) \begin{vmatrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 6 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -300. - 100.000 \cdot i \\ -300. + 100.000 \cdot i \end{pmatrix}$$

Одже корні характеристичного рівняння мають вигляд:

$p_1 = -300 - 100i$ $\qquad p_2 = -300 + 100i$

Коефіцієнт затухання та кутова частота вільних коливань:

$\delta := |\mathrm{Re}(p_1)|$ $\quad \delta = 300$ $\qquad \omega_0 := |\mathrm{Im}(p_2)|$ $\quad \omega_0 = 100$

Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$i''_1(t) = A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_1)$

$i''_2(t) = B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_2)$

$i''_3(t) = C \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_3)$

$u''_C(t) = D \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_C)$

$u''_L(t) = F \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_L)$

Визначення сталих інтегрування:

Для струму i1(t):

Given

$i_{10} - i'_1 = A \cdot \sin(v_1)$

$di_{10} = -A \cdot \delta \cdot \sin(v_1) + A \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_1)$

$$\begin{pmatrix} A \\ v_1 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(A, v_1) \text{ float}, 5 \rightarrow \begin{pmatrix} -5.8138 & 5.8138 \\ -2.6779 & .46365 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$A = -5.814$ $\qquad v_1 = -2.678$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$i''_1(t) := A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_1) \text{ float}, 5 \rightarrow -5.8138 \cdot \exp(-300.00 \cdot t) \cdot \sin(100.00 \cdot t - 2.6779)$

$i_1(t) := i'_1 + i''_1(t) \text{ float}, 4 \rightarrow 1. - 5.814 \cdot \exp(-300.0 \cdot t) \cdot \sin(100.0 \cdot t - 2.678)$

Для струму i2(t):

$$i_{20} - i'_2 = B \cdot \sin(v_2)$$

$$di_{20} = -B \cdot \delta \cdot \sin(v_2) + B \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_2)$$

$$\begin{pmatrix} B \\ v_2 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(B, v_2) \text{ float}, 5 \;\rightarrow \begin{pmatrix} -13. & 13. \\ 0 & 3.1416 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$B = -13$ $\qquad$ $v_2 = 0$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i''_2(t) := B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_2) \text{ float}, 5 \;\rightarrow -13. \cdot \exp(-300.00 \cdot t) \cdot \sin(100.00 \cdot t)$$

$$i_2(t) := i'_2 + i''_2(t) \text{ float}, 4 \;\rightarrow 1. - 13. \cdot \exp(-300.0 \cdot t) \cdot \sin(100.0 \cdot t)$$

Для струму i3(t):

$$i_{30} - i'_3 = C \cdot \sin(v_3)$$

$$di_{30} = -C \cdot \delta \cdot \sin(v_3) + C \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_3)$$

$$\begin{pmatrix} C \\ v_3 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(C, v_3) \text{ float}, 5 \;\rightarrow \begin{pmatrix} -18.385 & 18.385 \\ -2.9997 & .14190 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$C = -18.385$ $\qquad$ $v_3 = -3$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i''_3(t) := C \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_3) \text{ float}, 5 \;\rightarrow -18.385 \cdot \exp(-300.00 \cdot t) \cdot \sin(100.00 \cdot t - 2.9997)$$

$$i_3(t) := i'_3 + i''_3(t) \text{ float}, 4 \;\rightarrow -6.067 \cdot \exp(-180.6 \cdot t) \cdot \sin(151.5 \cdot t - 2.699)$$

Для напруги Uc(t):

$$u_{C0} - u'_C = D \cdot \sin(v_C)$$

$$du_{C0} = -D \cdot \delta \cdot \sin(v_C) + D \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_C)$$

$$\begin{pmatrix} D \\ v_C \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(D, v_C) \left| \begin{matrix} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{matrix} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -290.69 & 290.69 \\ .46365 & -2.6779 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$D = -290.69$ $\qquad$ $v_C = 0.464$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$u''_C(t) := D \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_C) \text{ float}, 5 \;\rightarrow -290.69 \cdot \exp(-300.00 \cdot t) \cdot \sin(100.00 \cdot t + .46365)$$

$$u_C(t) := u'_C + u''_C(t) \text{ float}, 4 \;\rightarrow 130. - 290.7 \cdot \exp(-300.0 \cdot t) \cdot \sin(100.0 \cdot t + .4637)$$

Для напруги Ul(t):

$$u_{L0} - u'_L = F \cdot \sin(v_L)$$

$$du_{L0} = -F \cdot \delta \cdot \sin(v_L) + F \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_L)$$

$$\begin{pmatrix} F \\ v_L \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(F, v_L) \left| \begin{matrix} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{matrix} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -411.10 & 411.10 \\ 2.8198 & -.32175 \end{pmatrix}$$

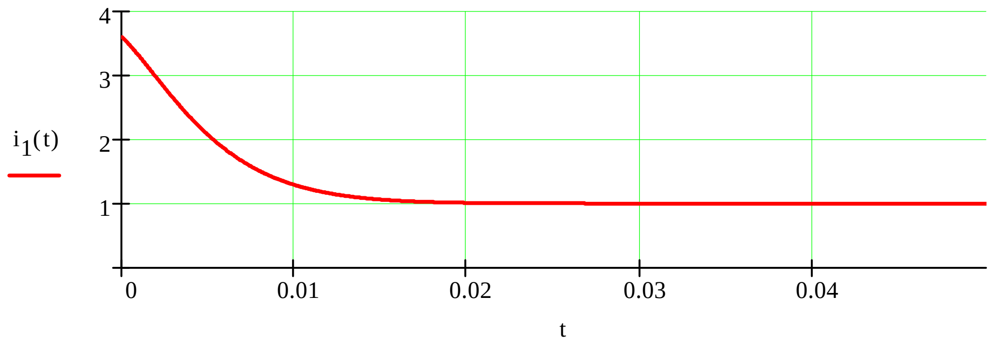
Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$F = -411.1$ $\qquad$ $v_L = 2.82$

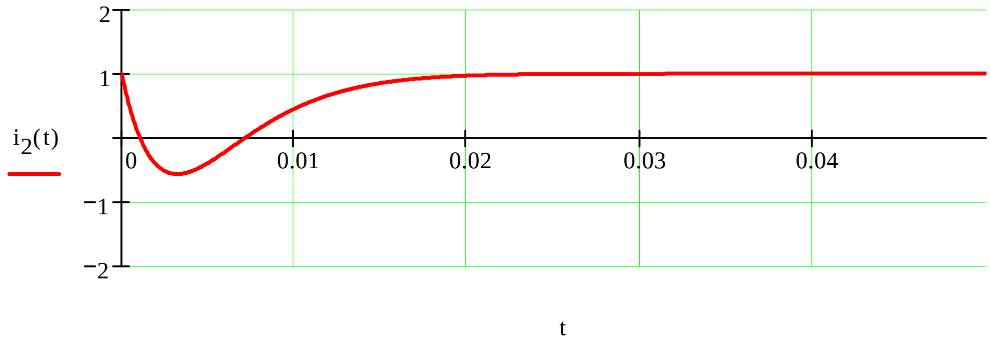
Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$u''_L(t) := F \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_L) \text{ float}, 5 \;\rightarrow -411.10 \cdot \exp(-300.00 \cdot t) \cdot \sin(100.00 \cdot t + 2.8198)$$

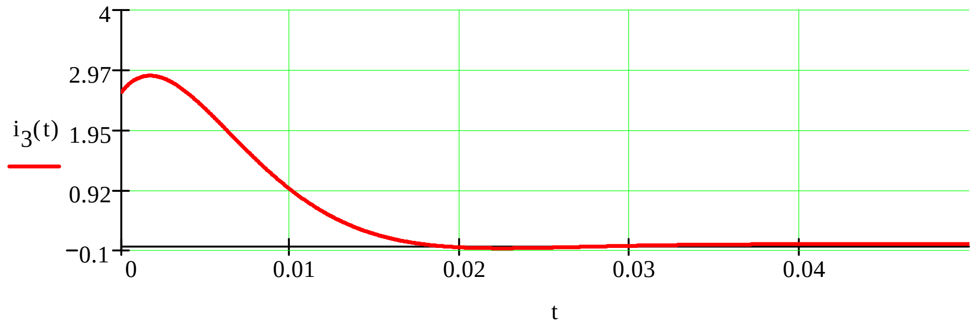
$$u_L(t) := u'_L + u''_L(t) \text{ float}, 4 \;\rightarrow -411.1 \cdot \exp(-300.0 \cdot t) \cdot \sin(100.0 \cdot t + 2.820)$$



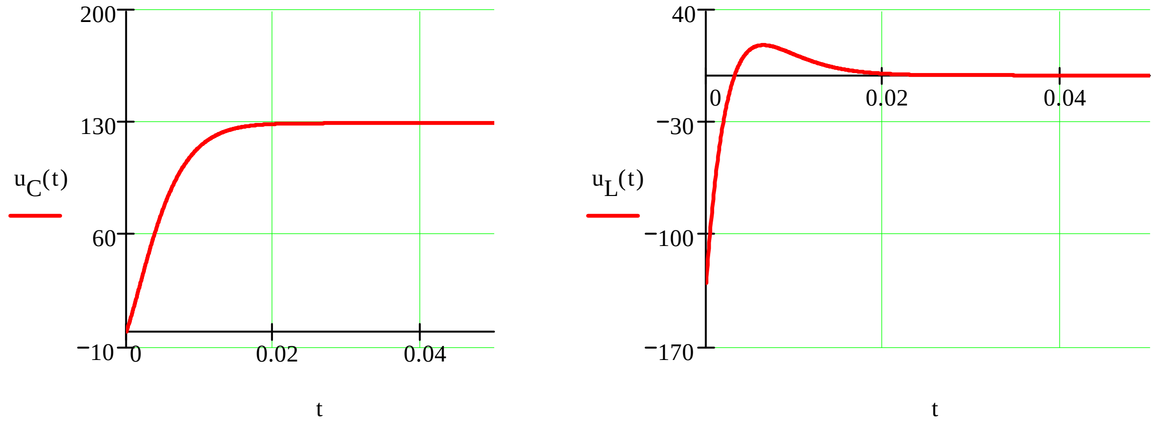
Графік перехідного струму i1(t).



Графік перехідного струму i2(t).

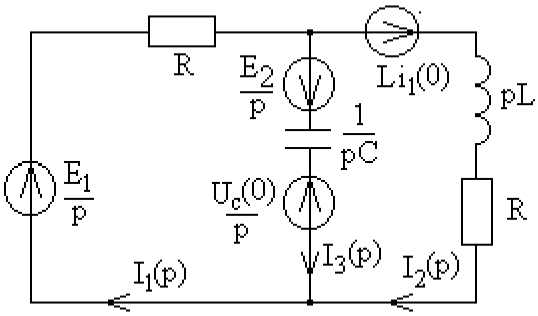


Графік перехідного струму i3(t).



Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

Операторний метод



Операторна схема

Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \dfrac{E_1}{2 \cdot R}$ $\qquad i_{2дк} := i_{1дк} \quad i_{2дк} = 1$

$i_{3дк} := 0 \qquad u_{Lдк} := 0$

$u_{Cдк} := E_1 + E_2 - i_{1дк} \cdot R \qquad u_{Cдк} = 130$

Початкові умови:

$i_{L0} := i_{2дк} \qquad i_{L0} = 1$

$u_{C0} = 0$

$$I_{k1}(p) \cdot \left(R + \frac{1}{p \cdot C}\right) - I_{k2}(p) \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C}\right) = \frac{E_1}{p} + \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p}$$

$$-I_{k1}(p) \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C}\right) + I_{k2}(p) \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C} + R + p \cdot L\right) = -\frac{E_2}{p} + \frac{u_{C0}}{p} + L \cdot i_{20}$$

$$\Delta(p) := \left|\begin{bmatrix} R + \frac{1}{p \cdot C} & -\left(\frac{1}{p \cdot C}\right) \\ -\left(\frac{1}{p \cdot C}\right) & \frac{1}{p \cdot C} + R + p \cdot L \end{bmatrix}\right| \qquad \Delta(p) \text{ float}, 5 \ \rightarrow \frac{1}{p^{1.}} \cdot \left(3000.0 \cdot p + 5.0000 \cdot 10^5 + 5.0 \cdot p^{2.}\right)$$

$$\Delta_1(p) := \left|\begin{bmatrix} \frac{E_1}{p} + \frac{E_2}{p} + \frac{u_{C0}}{p} & -\left(\frac{1}{p \cdot C}\right) \\ -\frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} + L \cdot i_{20} & \frac{1}{p \cdot C} + R + p \cdot L \end{bmatrix}\right| \qquad \Delta_1(p) \text{ float}, 5 \ \rightarrow \frac{\left(9500.0 \cdot p + 5.0000 \cdot 10^5 + 18.0 \cdot p^{2.}\right)}{p^{2.}}$$

$$\Delta_2(p) := \left|\begin{bmatrix} R + \frac{1}{p \cdot C} & \frac{E_1}{p} + \frac{E_2}{p} + \frac{u_{C0}}{p} \\ -\left(\frac{1}{p \cdot C}\right) & -\frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} + L \cdot i_{20} \end{bmatrix}\right| \qquad \Delta_2(p) \text{ float}, 5 \ \rightarrow \frac{\left(-3500.0 \cdot p + 5.0 \cdot p^{2.} + 5.0000 \cdot 10^5\right)}{p^{2.}}$$

Контурні струми та напруга на індуктивності будуть мати вигляд:

$$I_{k1}(p) := \frac{\Delta_1(p)}{\Delta(p)} \qquad I_1(p) := I_{k1}(p)\ \text{float},5\ \rightarrow \frac{\left(9500.0\cdot p + 5.0000\cdot 10^5 + 18.0\cdot p^{2.}\right)}{p^{1.}\cdot\left(3000.0\cdot p + 5.0000\cdot 10^5 + 5.0\cdot p^{2.}\right)^{1.}}$$

$$I_{k2}(p) := \frac{\Delta_2(p)}{\Delta(p)} \qquad I_2(p) := I_{k2}(p)\ \text{float},5\ \rightarrow \frac{\left(-3500.0\cdot p + 5.0\cdot p^{2.} + 5.0000\cdot 10^5\right)}{p^{1.}\cdot\left(3000.0\cdot p + 5.0000\cdot 10^5 + 5.0\cdot p^{2.}\right)^{1.}}$$

$$I_3(p) := I_{k1}(p) - I_{k2}(p)\ \left|\begin{array}{l}\text{float},5\\ \text{simplify}\end{array}\right. \rightarrow 2.6000000000000000000\cdot\frac{(1000. + p)}{\left(100000. + 600.\cdot p + p^2\right)}$$

$$u_L(p) := L\cdot p\cdot I_2(p) - L\cdot i_{2дк}\ \text{factor}\ \rightarrow -130\cdot\frac{p}{\left(100000 + 600\cdot p + p^2\right)}$$

$$u_C(p) := \frac{u_{C0}}{p} + \frac{I_3(p)}{p\cdot C}\ \text{factor}\ \rightarrow 13000\cdot\frac{(1000 + p)}{\left(100000 + 600\cdot p + p^2\right)\cdot p}$$

Перейдемо тепер від зображення до функції часу за формулою розкладу:
Для струму I1(p):

$$N_1(p) := \left(9500.0\cdot p + 5.0000\cdot 10^5 + 18.0\cdot p^{2.}\right) \qquad M_1(p) := p\cdot\left(3000.0\cdot p + 5.0000\cdot 10^5 + 5.0\cdot p^{2.}\right)$$

$$\begin{pmatrix}p_0\\ p_1\\ p_2\end{pmatrix} := M_1(p)\ \left|\begin{array}{l}\text{solve}, p\\ \text{float},5\end{array}\right. \rightarrow \begin{pmatrix}0\\ -300. - 100.00\cdot i\\ -300. + 100.00\cdot i\end{pmatrix}$$

$p_0 = 0$ $\quad p_1 = -300 - 100i$ $\quad p_2 = -300 + 100i$

$N_1(p_0) = 5\times 10^5$ $\quad N_1(p_1) = -9.1\times 10^5 + 1.3i\times 10^5$ $\quad N_1(p_2) = -9.1\times 10^5 - 1.3i\times 10^5$

$$dM_1(p) := \frac{d}{dp}M_1(p)\ \left|\begin{array}{l}\text{factor}\\ \text{float},5\end{array}\right. \rightarrow 6000.\cdot p + 5.0000\cdot 10^5 + 15.\cdot p^{2.}$$

$dM_1(p_0) = 5\times 10^5$ $\quad dM_1(p_1) = -1\times 10^5 + 3i\times 10^5$ $\quad dM_1(p_2) = -1\times 10^5 - 3i\times 10^5$

Отже струм як функція часу буде мати вигляд:

$$i_1(t) := \frac{N_1(p_0)}{dM_1(p_0)} + \frac{N_1(p_1)}{dM_1(p_1)}\cdot e^{p_1\cdot t} + \frac{N_1(p_2)}{dM_1(p_2)}\cdot e^{p_2\cdot t} \qquad i_1(0) = 3.6$$

$$i_1(t)\ \left|\begin{array}{l}\text{float},5\\ \text{complex}\end{array}\right. \rightarrow 1.0000 + 2.6000\cdot\exp(-300.\cdot t)\cdot\cos(100.00\cdot t) + 5.2000\cdot\exp(-300.\cdot t)\cdot\sin(100.00\cdot t)$$

Для напруги на конденсаторі Uc(p):

$$N_u(p) := 13000\cdot(1000 + p) \qquad M_u(p) := p\cdot\left(100000 + 600\cdot p + p^2\right)$$

$$\begin{pmatrix}p_0\\ p_1\\ p_2\end{pmatrix} := M_u(p)\ \left|\begin{array}{l}\text{solve}, p\\ \text{float},15\end{array}\right. \rightarrow \begin{pmatrix}0\\ -300. + 100.000000000000\cdot i\\ -300. - 100.000000000000\cdot i\end{pmatrix}$$

$p_0 = 0$ $\quad p_1 = -300 + 100i$ $\quad p_2 = -300 - 100i$

$N_u(p_0) = 1.3\times10^7$ $\quad N_u(p_1) = 9.1\times10^6 + 1.3i\times10^6$ $\quad N_u(p_2) = 9.1\times10^6 - 1.3i\times10^6$

$dM_u(p) := \frac{d}{dp}M_u(p)$ factor $\rightarrow 100000 + 1200\cdot p + 3\cdot p^2$

$dM_u(p_0) = 1\times10^5$ $\quad dM_u(p_1) = -2\times10^4 - 6i\times10^4$ $\quad dM_u(p_2) = -2\times10^4 + 6i\times10^4$

Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$u_C(t) := \frac{N_u(p_0)}{dM_u(p_0)} + \frac{N_u(p_1)}{dM_u(p_1)}\cdot e^{p_1\cdot t} + \frac{N_u(p_2)}{dM_u(p_2)}\cdot e^{p_2\cdot t} \qquad u_C(0) = 0$$

$$u_C(t) \left|\begin{matrix}\text{float}, 5\\ \text{complex}\end{matrix}\right. \rightarrow 130. - 130.000\cdot\exp(-300.\cdot t)\cdot\cos(100.00\cdot t) - 260.00\cdot\exp(-300.\cdot t)\cdot\sin(100.00\cdot t)$$

Для напруги на індуктивності:

$N_L(p) := -130p$ $\qquad M_L(p) := \left(100000 + 600\cdot p + p^2\right)$

$$\begin{pmatrix}p_1\\ p_2\end{pmatrix} := M_L(p) \left|\begin{matrix}\text{solve}, p\\ \text{float}, 15\end{matrix}\right. \rightarrow \begin{pmatrix}-300. + 100.000000000000\cdot i\\ -300. - 100.000000000000\cdot i\end{pmatrix}$$

$p_1 = -300 + 100i$ $\qquad p_2 = -300 - 100i$

$N_L(p_1) = 3.9\times10^4 - 1.3i\times10^4$ $\qquad N_L(p_2) = 3.9\times10^4 + 1.3i\times10^4$

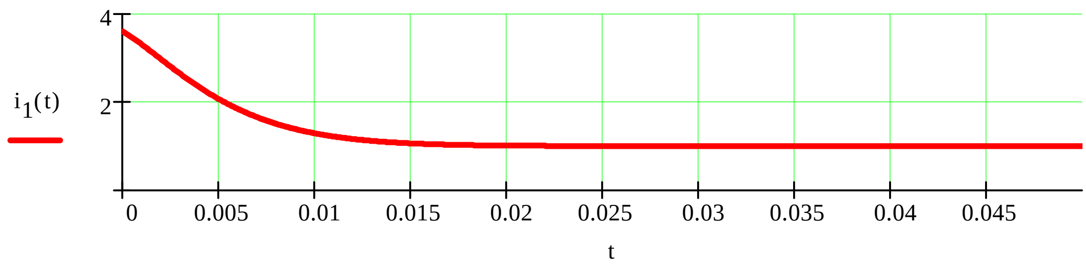
$dM_L(p) := \frac{d}{dp}M_L(p)$ factor $\rightarrow 600 + 2\cdot p$

$dM_L(p_1) = 200i$ $\qquad dM_L(p_2) = -200i$

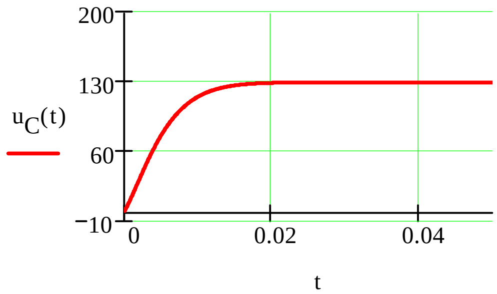
Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

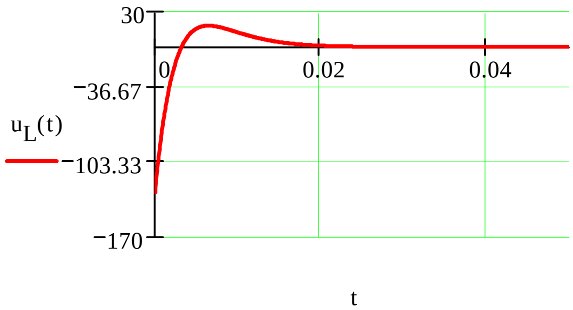
$$u_L(t) := \frac{N_L(p_1)}{dM_L(p_1)}\cdot e^{p_1\cdot t} + \frac{N_L(p_2)}{dM_L(p_2)}\cdot e^{p_2\cdot t} \qquad u_L(0) = -130$$

$$u_L(t) \left|\begin{matrix}\text{float}, 5\\ \text{complex}\end{matrix}\right. \rightarrow -130.000\cdot\exp(-300.\cdot t)\cdot\cos(100.00\cdot t) + 390.00\cdot\exp(-300.\cdot t)\cdot\sin(100.00\cdot t)$$



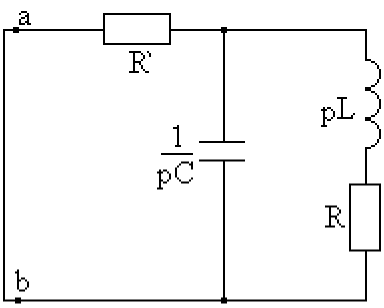
Графік перехідного струму i1(t).





Дослідити чому повинен дорівнювати активний опір вітки с джерелом ЕРС Е1 щоб аперіодичний процес переходив у коливальний

$$Z_{ab}(p) := R' + \frac{(R + p\cdot L)\cdot\frac{1}{p\cdot C}}{\frac{1}{p\cdot C} + R + p\cdot L}$$



$$Z_{ab}(p) := \frac{R'\cdot\left(\frac{1}{p\cdot C} + R + p\cdot L\right) + (R + p\cdot L)\cdot\frac{1}{p\cdot C}}{\frac{1}{p\cdot C} + R + p\cdot L}$$

$$(R'\cdot L)\cdot p^2 + \left(R\cdot R' + \frac{L}{C}\right)\cdot p + \left(\frac{R'}{C} + \frac{R}{C}\right) = 0$$

$$D = 0$$

$$\left(R\cdot R' + \frac{L}{C}\right)^2 - 4\cdot(R'\cdot L)\cdot\left(\frac{R'}{C} + \frac{R}{C}\right) = 0$$

$$\left(R\cdot R' + \frac{L}{C}\right)^2 - 4\cdot(R'\cdot L)\cdot\left(\frac{R'}{C} + \frac{R}{C}\right) \Bigg|\begin{matrix}\text{solve}, R' \\ \text{float}, 5\end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix}5.2786 \\ 94.721\end{pmatrix}$$

Отже при таких значеннях активного опору у вітці з джерелом напруги Е1 аперіодичний процес перейде в коливальний.

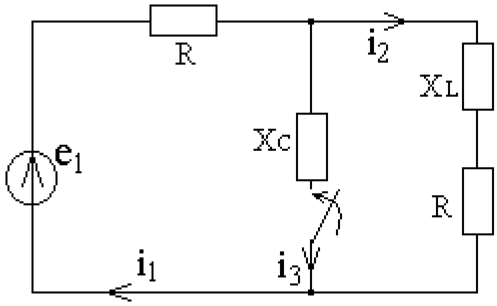
Визначити струми віток і напруги на реактивних елементах у момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійної напруги Е1 і Е2 у колі діють джерела синусоїдної напруги:

$$e_1(t) := \sqrt{2}\cdot E_1\cdot\sin(\omega\cdot t + \psi) \qquad e_2(t) := \sqrt{2}\cdot E_2\cdot\sin(\omega\cdot t + \psi)$$

$$X_C := \frac{1}{\omega\cdot C} \qquad X_C = 50 \qquad X_L := \omega\cdot L \qquad X_L = 10$$

$$E_1 := E_1\cdot e^{\psi\cdot i} \qquad E_1 = 86.603 + 50i \qquad F(E_1) = (100\ \ 30)$$

$$E_2 := E_2\cdot e^{\psi\cdot i} \qquad E_2 = 69.282 + 40i \qquad F(E_2) = (80\ \ 30)$$

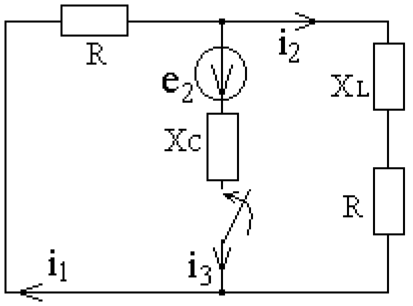


$$Z'_{vx} := 2\cdot R + X_L\cdot i \qquad Z'_{vx} = 100 + 10i$$

$$I'_{1дк} := \frac{E_1}{Z'_{vx}} \qquad I'_{1дк} = 0.907 + 0.409i \qquad F(I'_{1дк}) = (0.995\ \ 24.289)$$

$$I'_{2дк} := I'_{1дк} \qquad I'_{2дк} = 0.907 + 0.409i \qquad F(I'_{2дк}) = (0.995\ \ 24.289)$$

$$I'_{3дк} := 0$$



$I''_{2дк} := 0$ $\qquad I''_{2дк} = 0$

$I''_{1дк} := 0$ $\qquad I''_{1дк} = 0$

$I''_{3дк} := 0$ $\qquad I''_{3дк} = 0$

$I_{1дк} := I'_{1дк} + I''_{1дк}$ $\qquad I_{1дк} = 0.907 + 0.409i$ $\qquad F(I_{1дк}) = (0.995\ \ 24.289)$

$I_{2дк} := I'_{2дк} + I''_{2дк}$ $\qquad I_{2дк} = 0.907 + 0.409i$ $\qquad F(I_{2дк}) = (0.995\ \ 24.289)$

$I_{3дк} := I'_{3дк} - I''_{3дк}$ $\qquad I_{3дк} = 0$

$u_{Cдк} := E_1 + E_2 - I_{1дк} \cdot R$ $\qquad u_{Cдк} = 110.537 + 69.535i$ $\qquad F(u_{Cдк}) = (130.589\ \ 32.173)$

$u_{Lдк} := I_{1дк} \cdot i \cdot X_L$ $\qquad u_{Lдк} = -4.093 + 9.07i$ $\qquad F(u_{Lдк}) = (9.95\ \ 114.289)$

$$i_{1дк}(t) := \left|I_{1дк}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(I_{1дк}\right)\right)$$

$$i_{2дк}(t) := \left|I_{2дк}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(I_{2дк}\right)\right)$$

$$i_{3дк}(t) := \left|I_{3дк}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(I_{3дк}\right)\right)$$

$$u_{Cдк}(t) := \left|u_{Cдк}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{Cдк}\right)\right)$$

$$u_{Lдк}(t) := \left|u_{Lдк}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{Lдк}\right)\right)$$

Початкові умови:

$u_{Cдк}(0) = 98.337$

$i_{Lдк}(0) = 0.579$

Given

$$i_{20} = i_{10} - i_{30}$$

$$e_1(0) = -u_{C0} + i_{10} \cdot R$$

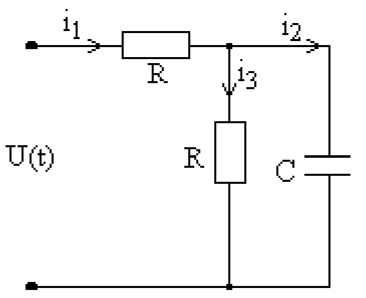
$$-e_2(0) = i_{20} \cdot R - u_{C0} + u_{L0}$$

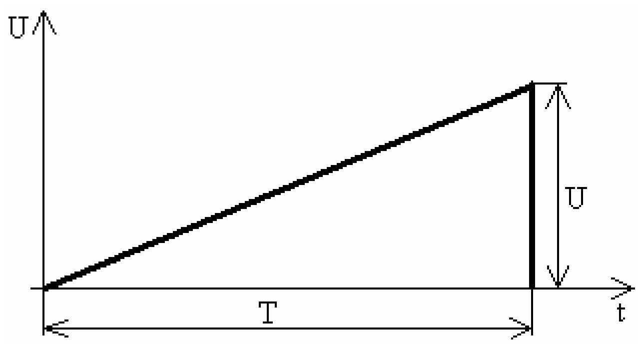
$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{30} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}\left(i_{10}, i_{30}, u_{L0}\right)$$

$i_{10} = 3.381$ $\qquad i_{20} = 0.579$ $\qquad i_{30} = 2.802$ $\qquad u_{L0} = 12.826$ $\qquad u_{C0} = 98.337$

Інтеграл Дюамеля

$T := 1.0$ $\qquad E_1 := 100$ $\qquad E := 1$





Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \dfrac{0}{R + R}$ $\qquad i_{1дк} = 0$

$i_{3дк} := i_{1дк}$ $\qquad i_{3дк} = 0$ $\qquad i_{2дк} := 0$ $\qquad i_{2дк} = 0$

$u_{Cдк} := 0 - i_{1дк} \cdot R$ $\qquad u_{Cдк} = 0$

Усталений режим після комутації: $t = \infty$

$i'_1 := \dfrac{E}{R + R}$ $\qquad i'_1 = 0.01$

$i'_3 := i'_1$ $\qquad i'_3 = 0.01$ $\qquad i'_2 := 0$ $\qquad i'_2 = 0$

$u'_C := E - i'_1 \cdot R$ $\qquad u'_C = 0.5$

Незалежні початкові умови

$u_{C0} := u_{Cдк}$ $\qquad u_{C0} = 0$

Залежні початкові умови

Given

$i_{20} = i_{10} - i_{30}$

$E = i_{30} \cdot R + i_{10} \cdot R$

$0 = u_{C0} - i_{30} \cdot R$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ i_{30} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{10}, i_{20}, i_{30})$$

$i_{10} = 0.02$ $\qquad i_{20} = 0.02$ $\qquad i_{30} = 0$

Вільний режим після комутайії: $t = 0$

Складемо характерестичне рівняння схеми

$$Z_{vx}(p) := R + \frac{R \cdot \dfrac{1}{p \cdot C}}{R + \dfrac{1}{p \cdot C}} \qquad Zvx(p) := \frac{R \cdot \left(R + \dfrac{1}{p \cdot C}\right) + R \cdot \dfrac{1}{p \cdot C}}{R + \dfrac{1}{p \cdot C}}$$

$$p := R \cdot \left(R + \frac{1}{p \cdot C}\right) + R \cdot \frac{1}{p \cdot C} \ \Bigg|\begin{matrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{matrix} \rightarrow -200. \qquad T := \frac{1}{|p|} \cdot T \qquad T = 5 \times 10^{-3}$$

Одже корень характеристичного рівняння має вигляд: $p = -200$

Вільна складова струма буде мати вигляд:

$i''_1(t) = A_1 \cdot e^{p \cdot t}$

Визначення сталих інтегрування:

$A_1 := i_{10} - i'_1$ $\qquad A_1 = 0.01$

Отже: $\qquad i''_1(t) := A_1 \cdot e^{p \cdot t}$

Повні значення цих струмів:

$g_{11}(t) := i'_1 + i''_1(t) \qquad g_{11}(t) \text{ float}, 5 \ \rightarrow 1.0000 \cdot 10^{-2} + 1.0000 \cdot 10^{-2} \cdot \exp(-200. \cdot t)$

$h_{cU}(t) := E \cdot \dfrac{R}{R+R} \cdot \left(1 - e^{p \cdot t}\right) \text{ float}, 5 \ \rightarrow .50000 - .50000 \cdot \exp(-200. \cdot t)$

Визначимо закони зміни напруги на всіх проміжках часу:

$U_0 := 0 \qquad U_0 = 0$

$U_1(t) := U_0 + \dfrac{E_1}{T} \cdot t \qquad U_1(t) \text{ float}, 5 \ \rightarrow 20000. \cdot t \qquad 0 < t < T$

$U_2 := 0 \qquad U_2 = 0 \qquad T < t < \infty$

$U'_1 := \dfrac{d}{dt} U_1(t) \text{ float}, 5 \ \rightarrow 20000.$

Струм на цих проміжках буде мати вигляд:

$i_1(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + \displaystyle\int_0^t U'_1 \cdot g_{11}(t - \tau)\, d\tau \qquad i_1(t) \ \left|\begin{array}{l}\text{factor} \\ \text{float}, 3\end{array}\right. \rightarrow 200. \cdot t + 1. - 1. \cdot \exp(-200. \cdot t)$

$i_2(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + \displaystyle\int_0^T U'_1 \cdot g_{11}(t - \tau)\, d\tau + \left(U_2 - E_1\right) \cdot g_{11}(t - T)$

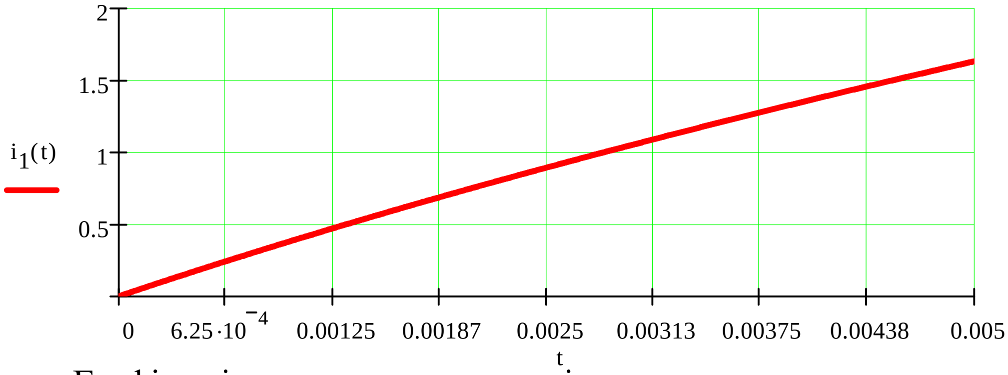
$i_2(t) \ \left|\begin{array}{l}\text{factor} \\ \text{float}, 3\end{array}\right. \rightarrow -1. \cdot \exp(-200. \cdot t)$

Напруга на ємності на цих проміжках буде мати вигляд:

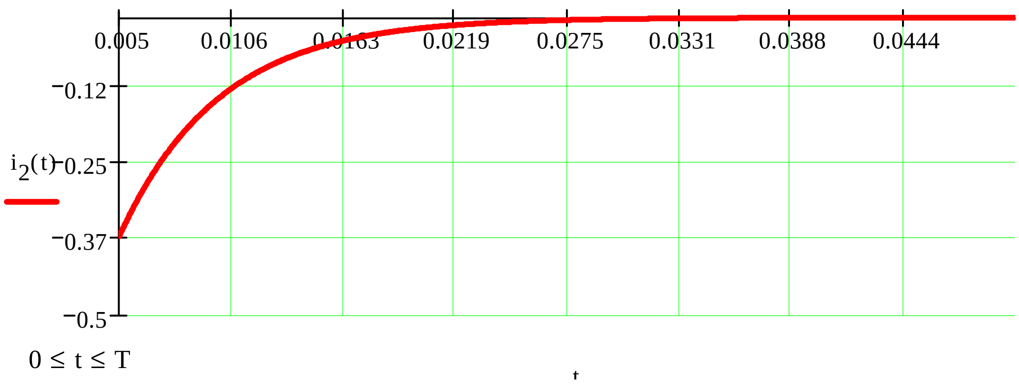
$u_{C1}(t) := U_0 \cdot h_{cU}(t) + \displaystyle\int_0^t U'_1 \cdot h_{cU}(t - \tau)\, d\tau \text{ float}, 4 \ \rightarrow 1.000 \cdot 10^4 \cdot t - 50. + 50. \cdot \exp(-200. \cdot t)$

$u_{C2}(t) := U_0 \cdot h_{cU}(t) + \displaystyle\int_0^T U'_1 \cdot h_{cU}(t - \tau)\, d\tau + \left(U_2 - E_1\right) \cdot h_{cU}(t - T)$

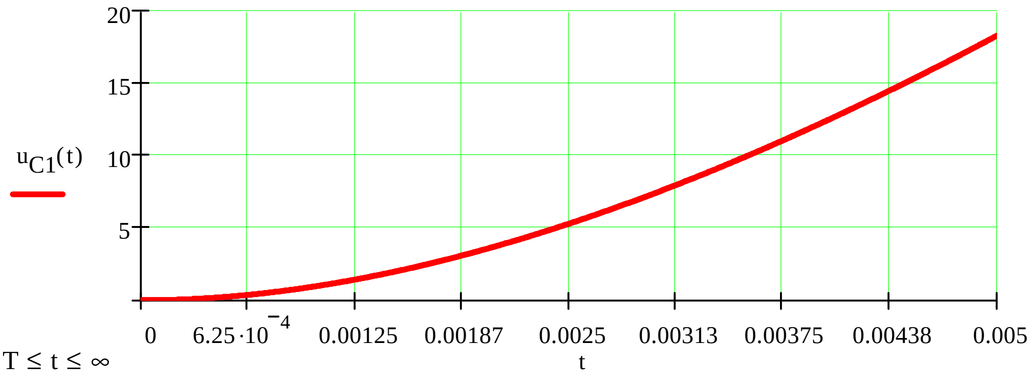
Графік вхідного струму на проміжку: $0 \le t \le T$



Графік вхідного струму на проміжку: $T \le t \le \infty$



$0 \le t \le T$



$T \le t \le \infty$