Міністерство освіти України Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут"

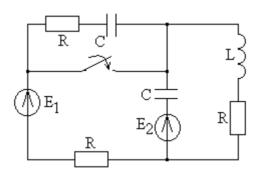
Кафедра ТОЕ

Розрахунково-графічна робота

"Розрахунок перехідних процесів у лінійних колах" Варіант № 3213

Умова задання

- 1. В колі з джерелом постійної ЕДС необхідно:
- 1) класичним методом розрахзувати напруги на реактивних елементах та струми перехідного процесу;
- 2) розрахувати струм в колі з джерелом ЕДС Е1 та напругу на реактивному елементі операторним методом;
- 3) побудувати в одному часовому масштабі діаграми струму та напруги на реактивних елементах.
- 2. Дослідити, яким повинен бути активний опір у вітці з джерелом Е1, щоб перехідний процес проходив в граничному режимі.
- 3. Визначити струми в вітках та напруги на реактивних елементах в момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійних ЕДС Е1і Е2 в колі діють синусоїдні джерела.
- 3. В післякомутаційній схемі закоротити джерело ЕДС Е2.
- а) виключити катушку індуктивності чи ємність, замінивши останню опором R;
- б) вважаючи, що замість ждерела постійної ЕДС Е1 до отриманного кола подається напруга, форма якої показана на малюнку;
- в) розрахувати вхідний струм та напругу на реактивном елементі методом інтеграла Дюамеля при періоді T, заданому в долях від τ ;
- г) побудувати в одному часовому масштабі діаграми напруги на вході, вхідного струму і напруги на реактивних елементі.



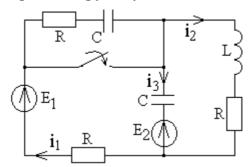
Основна схема

Вхідні данні:

L := 0.2
$$\Gamma_{\text{H}}$$
 C := $200 \cdot 10^{-6}$ Φ R := 50 Γ_{OM} Γ_{H} C := $130 \cdot 10^{-6}$ Γ_{H} Γ_{H} C := $130 \cdot 10^{-6}$ Γ_{H} Γ

Класичний метод

Оберемо додатній напрямок струмів у вітках схеми:



Знайдемо значення струмів та напруг безпосередньо до комутації:

Усталений режим до комутації: t < 0

$$i_{1\pi K} := 0$$

$$i_{2 \text{ДK}} := i_{1 \text{ДK}} \quad i_{2 \text{ДK}} = 0$$

$$i_{3\pi K} := 0$$

$$\mathbf{u}_{\mathbf{C}\pi\mathbf{K}} \coloneqq -\mathbf{E}_2$$

$$u_{C\pi K} = -130$$

Усталений режим після комутації: $t = \infty$

$$i'_1 := \frac{E_1}{2 \cdot R}$$

$$i'_2 = 0.8$$

$$i'_3 := 0$$

$$\mathbf{u'_L} \coloneqq \mathbf{0}$$

$$u'_{C} := E_1 - E_2 - i'_{1} \cdot R$$
 $u'_{C} = -90$

$$u'_{C} = -90$$

Незалежні початкові умови

$$i_{20} := i_{2\pi K}$$

$$i_{20} = 0$$

$$u_{C0} := u_{C\pi K}$$

$$u_{CO} = -130$$

Залежні початкові умови

Given

$$i_{20} = i_{10} - i_{30}$$

$$E_1 - E_2 = u_{C0} + i_{10} \cdot R$$

$$E_2 = i_{20} \cdot R + u_{L0} - u_{C0}$$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{30} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \operatorname{Find} \! \left(i_{10}, i_{30}, u_{L0} \right) \operatorname{float}, 7 \ \rightarrow \begin{pmatrix} 1.600000 \\ 1.600000 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \qquad i_{10} = 1.6 \qquad i_{30} = 1.6 \qquad \qquad u_{L0} = 0$$

$$i_{10} = 1.6$$
 $i_{30} = 1.6$

$$u_{L0} = 0$$

Незалежні початкові умови

$$di_{20} := \frac{u_{L0}}{L}$$

$$di_{20} =$$

$$du_{C0} := \frac{i_{30}}{C}$$

$$du_{C0} = 8 \times 10^3$$

Залежні початкові умови

Given

$$di_{10} = di_{20} + di_{30}$$

$$0 = du_{C0} + di_{10} \cdot R$$

$$0 = di_{20} \cdot R + du_{L0} - du_{C0}$$

$$\begin{pmatrix} \mathrm{di}_{10} \\ \mathrm{di}_{30} \\ \mathrm{du}_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find} \left(\mathrm{di}_{10}, \mathrm{di}_{30}, \mathrm{du}_{L0} \right) \\ \mathrm{di}_{10} = -160 \qquad \mathrm{di}_{30} = -160 \qquad \mathrm{du}_{L0} = 8 \times 10^3$$

Вільний режим після комутайії: t = 0

Складемо характерестичне рівняння схеми

$$Z(p) := \frac{\frac{1}{p \cdot C} \cdot (R + p \cdot L)}{R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}} + R$$

$$Z(p) := \frac{\frac{1}{p \cdot C} \cdot (R + p \cdot L) + R \cdot \left(R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right)}{R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}}$$

$$\left(\begin{array}{c} p_1 \\ p_2 \end{array}\right) := \frac{1}{p \cdot C} \cdot (R + p \cdot L) + R \cdot \left(R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) \begin{vmatrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{vmatrix} \leftarrow \begin{pmatrix} -175. - 139.19 \cdot i \\ -175. + 139.19 \cdot i \end{pmatrix}$$

Одже корні характеристичного рівняння мають вигляд:

$$p_1 = -175 - 139.19i$$
 $p_2 = -175 + 139.19i$

Коефіцієнт затухання та кутова частота вільних коливань:

$$\delta \coloneqq \left| \operatorname{Re}(\mathtt{p}_1) \right| \qquad \delta = 175 \qquad \qquad \omega_0 \coloneqq \left| \operatorname{Im}(\mathtt{p}_2) \right| \qquad \omega_0 = 139.19$$

Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$$\begin{split} &i\text{"}_{1}(t) = A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin \left(\omega_{0} \cdot t + v_{1}\right) \\ &i\text{"}_{2}(t) = B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin \left(\omega_{0} \cdot t + v_{2}\right) \\ &i\text{"}_{3}(t) = C \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin \left(\omega_{0} \cdot t + v_{3}\right) \\ &u\text{"}_{C}(t) = D \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin \left(\omega_{0} \cdot t + v_{C}\right) \\ &u\text{"}_{L}(t) = F \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin \left(\omega_{0} \cdot t + v_{L}\right) \end{split}$$

Визначення сталих інтегрування:

Для струму i1(t):

Given

$$\begin{split} &\mathbf{i}_{10} - \mathbf{i'}_1 = \mathbf{A} \cdot \sin(\mathbf{v}_1) \\ &\mathbf{di}_{10} = -\mathbf{A} \cdot \delta \cdot \sin(\mathbf{v}_1) + \mathbf{A} \cdot \omega_0 \cdot \cos(\mathbf{v}_1) \\ &\begin{pmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{v}_1 \end{pmatrix} := \mathrm{Find} \big(\mathbf{A}, \mathbf{v}_1 \big) \ \mathrm{float}, 5 \ \rightarrow \begin{pmatrix} -.81280 & .81280 \\ -1.3931 & 1.7485 \end{pmatrix} \end{split}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$$A = -0.813$$
 $v_1 = -1.393$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$\begin{split} i\text{"}_1(t) &:= A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin \! \left(\omega_0 \cdot t + v_1 \right) \, \text{float}, 5 \ \rightarrow -.81280 \cdot \exp (-175.00 \cdot t) \cdot \sin (139.19 \cdot t - 1.3931) \\ i_1(t) &:= i\text{"}_1 + i\text{"}_1(t) \, \, \text{float}, 4 \ \rightarrow .8000 - .8128 \cdot \exp (-175.0 \cdot t) \cdot \sin (139.2 \cdot t - 1.393) \end{split}$$

Для струму i2(t):

$$i_{20} - i'_2 = B \cdot \sin(v_2)$$

$$di_{20} = -B \cdot \delta \cdot \sin(v_2) + B \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_2)$$

$$\begin{pmatrix} B \\ v_2 \end{pmatrix} := Find(B, v_2) \text{ float, 5} \rightarrow \begin{pmatrix} 1.2852 & -1.2852 \\ -2.4697 & .67191 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$$B = 1.285$$

$$v_2 = -2.47$$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i"_2(t) := B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin \left(\omega_0 \cdot t + v_2\right) \, float, 5 \ \rightarrow \ 1.2852 \cdot exp(-175.00 \cdot t) \cdot \sin(139.19 \cdot t - 2.4697) + 1.2852 \cdot exp(-175.00 \cdot t) \cdot \sin(139.19 \cdot t - 2.4697) + 1.2852 \cdot exp(-175.00 \cdot t) \cdot \sin(139.19 \cdot t - 2.4697) + 1.2852 \cdot exp(-175.00 \cdot t) \cdot \sin(139.19 \cdot t - 2.4697) + 1.2852 \cdot exp(-175.00 \cdot t) \cdot \sin(139.19 \cdot t - 2.4697) + 1.2852 \cdot exp(-175.00 \cdot t) \cdot \sin(139.19 \cdot t - 2.4697) + 1.2852 \cdot exp(-175.00 \cdot t) \cdot \sin(139.19 \cdot t - 2.4697) + 1.2852 \cdot exp(-175.00 \cdot t) \cdot \sin(139.19 \cdot t - 2.4697) + 1.2852 \cdot exp(-175.00 \cdot t) \cdot \sin(139.19 \cdot t - 2.4697) + 1.2852 \cdot exp(-175.00 \cdot t) \cdot \sin(139.19 \cdot t - 2.4697) + 1.2852 \cdot exp(-175.00 \cdot t) \cdot \sin(139.19 \cdot t - 2.4697) + 1.2852 \cdot exp(-175.00 \cdot t) \cdot \sin(139.19 \cdot t - 2.4697) + 1.2852 \cdot exp(-175.00 \cdot t) \cdot \sin(139.19 \cdot t - 2.4697) + 1.2852 \cdot exp(-175.00 \cdot t) \cdot \sin(139.19 \cdot t - 2.4697) + 1.2852 \cdot exp(-175.00 \cdot t) \cdot \sin(139.19 \cdot t - 2.4697) + 1.2852 \cdot exp(-175.00 \cdot t) \cdot \sin(139.19 \cdot t - 2.4697) + 1.2852 \cdot exp(-175.00 \cdot t) \cdot \sin(139.19 \cdot t - 2.4697) + 1.2852 \cdot exp(-175.00 \cdot t) \cdot \sin(139.19 \cdot t - 2.4697) + 1.2852 \cdot exp(-175.00 \cdot t) \cdot \sin(139.19 \cdot t - 2.4697) + 1.2852 \cdot exp(-175.00 \cdot t) \cdot \sin(139.19 \cdot t - 2.4697) + 1.2852 \cdot exp(-175.00 \cdot t) \cdot \sin(139.19 \cdot t - 2.4697) + 1.2852 \cdot exp(-175.00 \cdot t) \cdot \sin(139.19 \cdot t - 2.4697) + 1.2852 \cdot exp(-175.00 \cdot t) \cdot \sin(139.19 \cdot t - 2.4697) + 1.2852 \cdot exp(-175.00 \cdot t) \cdot \sin(139.19 \cdot t - 2.4697) + 1.2852 \cdot exp(-175.00 \cdot t) \cdot \sin(139.19 \cdot t - 2.4697) + 1.2852 \cdot exp(-175.00 \cdot t) \cdot$$

$$i_2(t) := i'_2 + i''_2(t) \text{ float}, 4 \rightarrow .8000 + 1.285 \cdot \exp(-175.0 \cdot t) \cdot \sin(139.2 \cdot t - 2.470)$$

Для струму i3(t):

$$i_{30} - i'_3 = C \cdot \sin(v_3)$$

$$di_{30} = -C \cdot \delta \cdot \sin(v_3) + C \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_3)$$

$$\begin{pmatrix} C \\ v_3 \end{pmatrix} := Find(C, v_3) \text{ float, 5} \rightarrow \begin{pmatrix} -1.8175 & 1.8175 \\ -2.0650 & 1.0766 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$$C = -1.817$$

$$v_3 = -2.065$$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i"_3(t) := C \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_3) \text{ float, } 5 \rightarrow -1.8175 \cdot \exp(-175.00 \cdot t) \cdot \sin(139.19 \cdot t - 2.0650)$$

$$i_3(t) := i'_3 + i''_3(t) \text{ float}, 4 \rightarrow -1.818 \cdot \exp(-175.0 \cdot t) \cdot \sin(139.2 \cdot t - 2.065)$$

Для напруги Uc(t):

$$u_{C0} - u'_{C} = D \cdot \sin(v_{C})$$

$$du_{C0} = -D \cdot \delta \cdot \sin(v_C) + D \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_C)$$

$$\begin{pmatrix} D \\ v_C \end{pmatrix} := Find(D, v_C) \quad \begin{vmatrix} float, 5 \\ complex \end{vmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -40.640 & 40.640 \\ 1.7485 & -1.3931 \end{vmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$$D = -40.64$$

$$v_C = 1.748$$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$\begin{split} u''_{C}(t) &:= D \cdot e^{- \left. \delta \cdot t \right.} \cdot \sin \! \left(\omega_{0} \cdot t + v_{C} \right) \, \text{float}, \\ 5 &\to -40.640 \cdot \exp(-175.00 \cdot t) \cdot \sin(139.19 \cdot t + 1.7485) \\ u_{C}(t) &:= u'_{C} + u''_{C}(t) \, \, \text{float}, \\ 4 &\to -90. -40.64 \cdot \exp(-175.0 \cdot t) \cdot \sin(139.2 \cdot t + 1.749) \end{split}$$

Для напруги Ul(t):

$$u_{L0} - u'_{L} = F \cdot \sin(v_{L})$$

$$du_{L0} = -F \cdot \delta \cdot \sin(v_L) + F \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_L)$$

$$\begin{pmatrix} F \\ v_L \end{pmatrix} := Find(F, v_L) \quad \begin{vmatrix} float, 5 \\ complex \end{vmatrix} \leftarrow \begin{pmatrix} 57.475 & -57.475 \\ 0 & 3.1416 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

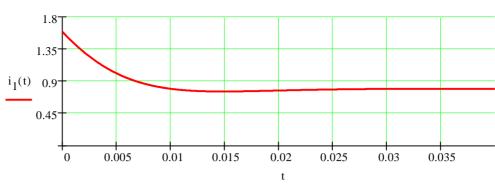
$$F = 57.475$$

$$v_T = 0$$

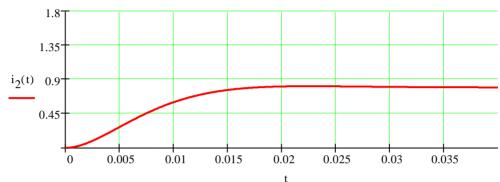
Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$\textbf{u"}_L(t) := \textbf{F} \cdot \textbf{e}^{-\delta \cdot t} \cdot \sin \left(\omega_0 \cdot t + \textbf{v}_L \right) \text{ float, 5 } \rightarrow 57.475 \cdot \exp(-175.00 \cdot t) \cdot \sin(139.19 \cdot t)$$

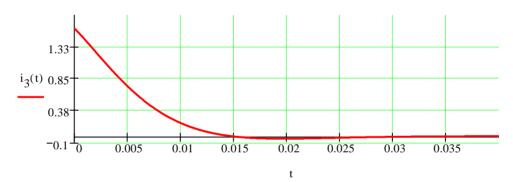
$$u_{I}(t) := u'_{I} + u''_{I}(t) \text{ float}, 4 \rightarrow 57.48 \cdot \exp(-175.0 \cdot t) \cdot \sin(139.2 \cdot t)$$



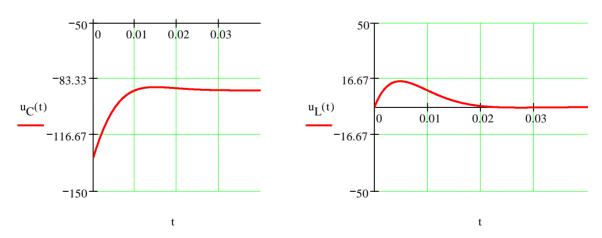
Графік перехідного струму i1(t).



Графік перехідного струму i2(t).

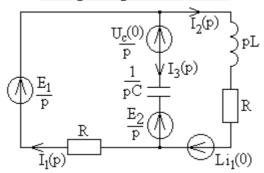


Графік перехідного струму і3(t).



Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

Операторний метод



Операторна схема

Усталений режим до комутації:

$$i_{1\pi K} := 0$$

$$i_{2 \pi} := i_{1 \pi}$$
 $i_{2 \pi} = 0$

$$i_{3\pi K} := 0$$

$$\mathbf{u}_{\mathbf{C}\pi\mathbf{K}} \coloneqq -\mathbf{E}_2$$

$$u_{C_{TIK}} = -130$$

$$u_{C_{JIK}} = -130$$
 $u_{L_{JIK}} := -u_{C_{JIK}} + E_2$ $u_{L_{JIK}} = 260$

$$l_{I,\pi K} = 260$$

Початкові умови:

$$i_{L0} := i_{2 \pi K}$$

$$i_{1,0} = 0$$

$$u_{CO} = -130$$

$$I_{k1}(p) \cdot \left(R + \frac{1}{p \cdot C}\right) - I_{k2}(p) \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C}\right) = \frac{E_1}{p} - \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p}$$

$$-I_{k1}(p)\cdot\left(\frac{1}{p\cdot C}\right)+I_{k2}(p)\cdot\left(p\cdot L+R+\frac{1}{p\cdot C}\right)=\frac{E_2}{p}+\frac{u_{C0}}{p}+Li_{20}$$

$$\Delta(p) := \begin{bmatrix} R + \frac{1}{p \cdot C} & -\left(\frac{1}{p \cdot C}\right) \\ -\left(\frac{1}{p \cdot C}\right) & p \cdot L + R + \frac{1}{p \cdot C} \end{bmatrix}$$

$$\Delta(p) \text{ float, 5} \rightarrow \frac{1}{p^{1}} \cdot \left(3500.0 \cdot p + 10.0 \cdot p^{2} \cdot + 5.0000 \cdot 10^{5}\right)$$

$$\Delta(p) \text{ float, 5} \rightarrow \frac{1}{p^1} \cdot \left(3500.0 \cdot p + 10.0 \cdot p^2 \cdot + 5.0000 \cdot 10^5\right)$$

$$\Delta_{1}(p) := \begin{bmatrix} \frac{E_{1}}{p} - \frac{E_{2}}{p} - \frac{u_{C0}}{p} & -\left(\frac{1}{p \cdot C}\right) \\ \frac{E_{2}}{p} + \frac{u_{C0}}{p} + L i_{20} p \cdot L + R + \frac{1}{p \cdot C} \end{bmatrix} \qquad \Delta_{1}(p) \text{ float, 5} \rightarrow \frac{80}{p^{1}} \cdot \left(50 + .2 \cdot p + \frac{5000}{p^{1}}\right)$$

$$\Delta_1(p) \text{ float, 5} \rightarrow \frac{80.}{p^1.} \left(50. + .2 \cdot p + \frac{5000.}{p^1.} \right)$$

$$\Delta_{2}(p) := \begin{bmatrix} R + \frac{1}{p \cdot C} & \frac{E_{1}}{p} - \frac{E_{2}}{p} - \frac{u_{C0}}{p} \\ -\left(\frac{1}{p \cdot C}\right) & \frac{E_{2}}{p} + \frac{u_{C0}}{p} + \text{Li}_{20} \end{bmatrix} \qquad \qquad \Delta_{2}(p) \text{ float, 5 } \rightarrow \frac{4.0000 \cdot 10^{5}}{p^{2}}$$

$$\Delta_2(p) \text{ float, 5} \rightarrow \frac{4.0000 \cdot 10^5}{p^2}$$

Контурні струми та напруга на конденсаторі будуть мати вигляд:

Перейдемо тепер від зображення до функції часу за формулою розкладу: Для струму I1(p):

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_1(p) \ \begin{vmatrix} solve, p \\ float, 5 \end{pmatrix} \leftarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -175. -139.19 \cdot i \\ -175. +139.19 \cdot i \end{pmatrix}$$

$$p_0 = 0 \qquad p_1 = -175 -139.19 i \qquad p_2 = -175 +139.19 i$$

$$N_1(p_0) = 4 \times 10^4 \qquad N_1(p_1) = -1.2 \times 10^4 + 2.227 i \times 10^4 \qquad N_1(p_2) = -1.2 \times 10^4 - 2.227 i \times 10^4$$

$$dM_1(p) := \frac{d}{dp} M_1(p) \ \begin{vmatrix} factor \\ float, 5 \end{pmatrix} \rightarrow 50000. +700. \cdot p + 3. \cdot p^2.$$

$$dM_1(p_0) = 5 \times 10^4 \qquad dM_1(p_1) = -3.875 \times 10^4 + 4.872 i \times 10^4 \qquad dM_1(p_2) = -3.875 \times 10^4 - 4.872 i \times 10^4$$

Отже струм як функція часу буде мати вигляд:

$$i_1(t) := \frac{N_1(p_0)}{dM_1(p_0)} + \frac{N_1(p_1)}{dM_1(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_1(p_2)}{dM_1(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t}$$

$$i_1(t) \text{ float, 4} \rightarrow .8000 + \left(.4000 - 7.185 \cdot 10^{-2} \cdot i\right) \cdot \exp[(-175. - 139.2 \cdot i) \cdot t] + \left(.4000 + 7.185 \cdot 10^{-2} \cdot i\right) \cdot \exp[(-175. + 139.2 \cdot i)] \cdot \exp[(-175. - 139.2 \cdot i) \cdot t] + \left(.4000 + 7.185 \cdot 10^{-2} \cdot i\right) \cdot \exp[(-175. - 139.2 \cdot i)] \cdot \exp[(-$$

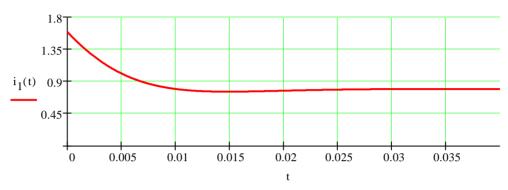
Для напруги на індуктивності:

$$\begin{split} N_L(p) &:= 8000 & M_L(p) := 50000 + 350 \cdot p + p^2 \\ \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} &:= M_L(p) \ \, \left| \begin{array}{l} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{array} \right. \leftarrow \begin{pmatrix} -175. + 139.20 \cdot i \\ -175. - 139.20 \cdot i \end{array} \right) \\ p_1 &= -175 + 139.2i & p_2 = -175 - 139.2i \\ N_L(p_1) &= 8 \times 10^3 & N_L(p_2) = 8 \times 10^3 \\ dM_L(p) &:= \frac{d}{dp} M_L(p) \ \, \text{factor} \ \, \rightarrow 350 + 2 \cdot p \\ dM_L(p_1) &= 278.4i & dM_L(p_2) = -278.4i \end{split}$$

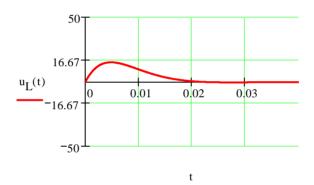
Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$\mathbf{u}_L(t) := \frac{\mathbf{N}_L\!\!\left(\mathbf{p}_1\right)}{\mathbf{d}\mathbf{M}_L\!\!\left(\mathbf{p}_1\right)} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{t}} + \frac{\mathbf{N}_L\!\!\left(\mathbf{p}_2\right)}{\mathbf{d}\mathbf{M}_L\!\!\left(\mathbf{p}_2\right)} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{t}} \\ \mathbf{u}_L\!\!\left(\mathbf{0}\right) = \mathbf{0}$$

$$u_{I}(t) \text{ float, 3 } \rightarrow -28.7 \cdot i \cdot exp[(-175. + 139. \cdot i) \cdot t] + 28.7 \cdot i \cdot exp[(-175. - 139. \cdot i) \cdot t]$$

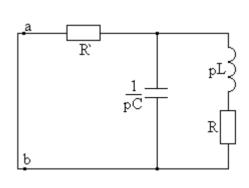


Графік перехідного струму i1(t).



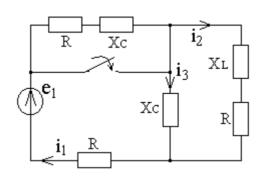
Дослідити чому повинен дорівнювати активний опір вітки с джерелом ЕРС Е1 щоб аперіодичний процес переходив у коливальний

$$\begin{split} Z_{ab}(p) &:= \mathbf{R'} + \frac{\left(\frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot (\mathbf{R} + \mathbf{p} \cdot \mathbf{L})}{\frac{1}{p \cdot C} + \mathbf{R} + \mathbf{p} \cdot \mathbf{L}} \\ Z_{ab}(p) &:= \frac{\mathbf{R'} \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C} + \mathbf{R} + \mathbf{p} \cdot \mathbf{L}\right) + \left(\frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot (\mathbf{R} + \mathbf{p} \cdot \mathbf{L})}{\frac{1}{p \cdot C} + \mathbf{R} + \mathbf{p} \cdot \mathbf{L}} \\ (\mathbf{R'} \cdot \mathbf{L}) \cdot \mathbf{p}^2 + \left(\mathbf{R} \cdot \mathbf{R'} + \frac{\mathbf{L}}{C}\right) \cdot \mathbf{p} + \left(\frac{\mathbf{R'}}{C} + \frac{\mathbf{R}}{C}\right) = 0 \\ D &= 0 \\ \left(\mathbf{R} \cdot \mathbf{R'} + \frac{\mathbf{L}}{C}\right)^2 - 4 \cdot (\mathbf{R'} \cdot \mathbf{L}) \cdot \left(\frac{\mathbf{R'}}{C} + \frac{\mathbf{R}}{C}\right) = 0 \\ \left(\mathbf{R} \cdot \mathbf{R'} + \frac{\mathbf{L}}{C}\right)^2 - 4 \cdot (\mathbf{R'} \cdot \mathbf{L}) \cdot \left(\frac{\mathbf{R'}}{C} + \frac{\mathbf{R}}{C}\right) \begin{vmatrix} \text{solve}, \mathbf{R'} \\ \text{float}, 5 \end{vmatrix} \xrightarrow{-75.497} \\ 8.8304 \end{split}$$



Визначити струми віток і напруги на реактивних елементах у момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійної напруги E1 і E2 у колі діють джерела синусоідної напруги:

$$\begin{split} e_1(t) &:= \sqrt{2} \cdot E_1 \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi) \\ X_C &:= \frac{1}{\omega \cdot C} \\ X_C &= 33.333 \\ E_1 &:= E_1 \cdot e^{\psi \cdot i} \\ E_2 &:= E_2 \cdot e^{\psi \cdot i} \\ E_2 &= -91.924 + 91.924i \\ \end{split} \qquad \begin{split} e_2(t) &:= \sqrt{2} \cdot E_2 \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi) \\ X_L &= 30 \\ F(E_1) &= (80 \ 135) \\ F(E_2) &= (130 \ 135) \end{split}$$



$$Z'_{vx} := 2 \cdot R - i \cdot X_C + \frac{\left(R + X_L \cdot i\right) \cdot \left(-i \cdot X_C\right)}{R + X_L \cdot i - i \cdot X_C}$$

$$Z'_{VX} = 122.124 - 65.192i$$

$$I'_{1 \text{ JK}} := \frac{E_1}{Z'_{\text{VX}}}$$

$$I'_{1\pi\kappa} = -0.553 + 0.168i$$

$$I'_{1 \text{дK}} = -0.553 + 0.168i$$
 $F(I'_{1 \text{дK}}) = (0.578 \ 163.094)$ $I'_{2 \text{дK}} = 0.087 + 0.374i$ $F(I'_{2 \text{дK}}) = (0.384 \ 76.908)$

$$\mathrm{I'}_{2 \mathrm{J} \kappa} \coloneqq \mathrm{I'}_{1 \mathrm{J} \kappa} \cdot \frac{\left(-\mathrm{i} \cdot \mathrm{X}_{C}\right)}{\mathrm{R} + \mathrm{X}_{L} \cdot \mathrm{i} - \mathrm{i} \cdot \mathrm{X}_{C}}$$

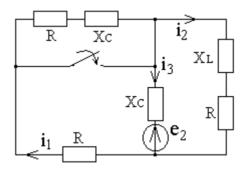
$$I'_{2 \text{JK}} = 0.087 + 0.374 i$$

$$F(I'_{2\pi K}) = (0.384 \ 76.908)$$

$$I'_{3\mu\kappa}:=I'_{1\mu\kappa}-I'_{2\mu\kappa}$$

$$I'_{3\pi K} = -0.64 - 0.206i$$

$$I'_{3 \text{JK}} = -0.64 - 0.206i$$
 $F(I'_{3 \text{JK}}) = (0.672 - 162.128)$



$$Z''_{vx} := -X_{C} \cdot i + \frac{\left(R + i \cdot X_{L}\right) \cdot \left(2 \cdot R - i \cdot X_{C}\right)}{R + i \cdot X_{L} + R + R - i \cdot X_{C}}$$

$$Z''_{vx} = 39.783 - 23.56i$$

$$Z''_{VX} = 39.783 - 23.56i$$

$$I''_{3$$
дк := $\frac{E_2}{Z''_{vx}}$

$$I''_{3дк} = -2.724 + 0.698i$$

$$F(I''_{3\mu K}) = (2.812 \ 165.635)$$

$$I''_{3JK} := \frac{E_2}{Z''_{VX}} \qquad \qquad I''_{3JK} = -2.724 + 0.698i \qquad F(I''_{3JK}) = (2.812 \ 165.635)$$

$$I''_{1JK} := I''_{3JK} \cdot \frac{\left(R + i \cdot X_L\right)}{R + i \cdot X_L + R + R - i \cdot X_C} \qquad \qquad I''_{1JK} = -1.04 - 0.335i \qquad F(I''_{1JK}) = (1.093 \ -162.128)$$

$$I''_{2JK} := I''_{3JK} - I''_{1JK} \qquad \qquad I''_{2JK} = -1.684 + 1.033i \qquad F(I''_{2JK}) = (1.975 \ 148.473)$$

$$I''_{1 \text{ IK}} = -1.04 - 0.335i$$

$$F(I''_{1 \text{ IIK}}) = (1.093 - 162.128)$$

$$I''_{2д\kappa} := I''_{3д\kappa} - I''_{1д\kappa}$$

$$I"_{2дк} = -1.684 + 1.033$$

$$I''_{2\mu\kappa} = -1.684 + 1.033i$$
 $F(I''_{2\mu\kappa}) = (1.975 \ 148.473)$

$$\begin{split} I_{1_{DK}} &:= \Gamma_{1_{DK}} + \Gamma_{1_{DK}} & I_{1_{DK}} = -1.593 - 0.167i & F\left(I_{1_{DK}}\right) = (1.602 - 174.005) \\ I_{2_{DK}} &:= \Gamma_{2_{DK}} + \Gamma_{2_{DK}} & I_{2_{DK}} = -1.597 + 1.407i & F\left(I_{2_{DK}}\right) = (2.128 - 138.607) \\ I_{3_{DK}} &:= \Gamma_{3_{DK}} - \Gamma_{3_{DK}} & I_{3_{DK}} = 2.084 - 0.904i & F\left(I_{3_{DK}}\right) = (2.271 - 23.451) \\ u_{C_{DK}} &:= I_{3_{DK}} \cdot \left(-i \cdot X_{C}\right) & u_{C_{DK}} = -30.131 - 69.459i & F\left(u_{C_{DK}}\right) = (75.713 - 113.451) \\ u_{L_{DK}} &:= I_{1_{DK}} \cdot i \cdot X_{L} & u_{L_{DK}} = 5.019 - 47.787i & F\left(u_{L_{DK}}\right) = (48.05 - 84.005) \\ i_{1_{DK}}(t) &:= \left|I_{1_{DK}}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(I_{1_{DK}}\right)\right) \\ i_{2_{DK}}(t) &:= \left|I_{2_{DK}}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(I_{2_{DK}}\right)\right) \\ u_{C_{DK}}(t) &:= \left|u_{C_{DK}}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(I_{2_{DK}}\right)\right) \\ u_{C_{DK}}(t) &:= \left|u_{C_{DK}}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{C_{DK}}\right)\right) \\ u_{L_{DK}}(t) &:= \left|u_{C_{DK}}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{C_{DK}}\right)\right) \\ u_{L_{DK}}(t) &:= \left|u_{C_{DK}}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{C_{DK}}\right)\right) \\ u_{L_{DK}}(t) &:= \left|u_{C_{DK}}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{C_{DK}}\right)\right) \\ u_{C_{DK}}(t) &:= \left|u_{C_{DK}}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{C_{DK}}\right)\right) \\ u_{C_{DK}}(t) &:= \left|u_{C_{DK}}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{C_{DK}}\right)\right) \\ u_{C_{DK}}(t) &:= \left|u_{C_{DK}}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{C_{DK}}\right)\right) \\ u_{C_{DK}}(t) &:= \left|u_{C_{DK}}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{C_{DK}}\right)\right) \\ u_{C_{DK}}(t) &:= \left|u_{C_{DK}}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{C_{DK}}\right)\right) \\ u_{C_{DK}}(t) &:= \left|u_{C_{DK}}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{C_{DK}}\right)\right) \\ u_{C_{DK}}(t) &:= \left|u_{C_{DK}}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{C_{DK}}\right)\right) \\ u_{C_{DK}}(t) &:= \left|u_{C_{DK}}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{C_{DK}}\right)\right) \\ u_{C_{DK}}(t) &:= \left|u_{C_{DK}}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{C_{DK}}\right)\right) \\ u_{C_{DK}}(t) &:= \left|u_{C_{DK}}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{C_{DK}}\right)\right) \\ u_{C_{DK}}(t) &:= \left|u_{C_{DK}}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{C_{DK}}\right)\right) \\ u_{C_{DK}}(t) &:= \left|u_{C_{DK}}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{C_{DK}}\right)\right) \\ u_{C_{DK}}(t) &:= \left|u_{C_{DK}}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{C_{DK}}\right)\right) \\ u_{C_{DK}}(t) &:= \left|u_{C_{DK}$$

Початкові умови:

$$u_{\text{C}_{\text{ДK}}}(0) = -98.23$$

$$i_{20} = 1.99$$

Given

$$i_{20} = i_{10} - i_{30}$$

$$e_1(0) - e_2(0) = u_{C0} + i_{10} R$$

$$e_2(0) = i_{20} \cdot R + u_{L0} - u_{C0}$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{i}_{10} \\ \mathbf{i}_{30} \\ \mathbf{u}_{L0} \end{pmatrix} \coloneqq \mathsf{Find} \! \left(\mathbf{i}_{10}, \mathbf{i}_{30}, \mathbf{u}_{L0} \right)$$

$$i_{10} = 0.965$$
 $i_{20} = 1.99$ $i_{30} = -1.026$

$$i_{20} = 1.99$$

$$i_{30} = -1.026$$

$$u_{LO} = -67.742$$

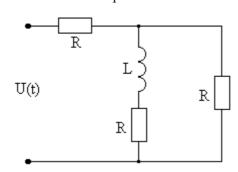
$$u_{C0} = -98.23$$

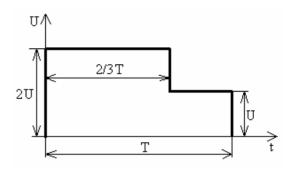
Інтеграл Дюамеля

$$T := 1.0$$

$$E_1 := 80$$

$$E := 1$$





Усталений режим до комутації: t < 0

$$i_{1 \not \exists K} \coloneqq \frac{0}{\left(\frac{R \cdot R}{R + R}\right) + R}$$

$$i_{1$$
дк = 0

$$i_{3 \text{dk}} \coloneqq i_{1 \text{dk}} \cdot \frac{R}{R+R}$$

$$i_{3\pi K} = 0$$

$$i_{3\mu \kappa} = 0$$
 $i_{2\mu \kappa} := i_{1\mu \kappa} \cdot \frac{R}{R + R}$ $i_{2\mu \kappa} = 0$

$$i_{2\pi K} = 0$$

$$u_{L_{\mathcal{I}K}} := 0$$

Усталений режим після комутації:

$$i'_1 := \frac{E}{\left(\frac{R \cdot R}{R + R}\right) + R}$$

$$i'_1 = 0.013$$

$$i'_3 := i'_1 \cdot \frac{R}{R + R}$$

$$i'_3 = 6.667 \times 10^{-3}$$

$$i'_3 = 6.667 \times 10^{-3}$$
 $i'_2 := i'_1 \cdot \frac{R}{R + R}$ $i'_2 = 6.667 \times 10^{-3}$

$$i'_2 = 6.667 \times 10^{-3}$$

$$\mathbf{u'_{I}} := 0$$

Незалежні початкові умови

$$i_{30} := i_{3дK}$$

$$i_{30} = 0$$

Залежні початкові умови

$$i_{10} = i_{20} + i_{30}$$

$$E = i_{20} \cdot R + i_{10} \cdot R$$

$$0 = i_{20} \cdot R - i_{30} \cdot R - u_{L0}$$

$$egin{pmatrix} egin{align*} \dot{i}_{10} \\ \dot{i}_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} \coloneqq \operatorname{Find} ig(i_{10}, i_{20}, u_{L0} ig) \\ i_{10} = 0.01 & i_{20} = 0.01 & i_{30} = 0 & u_{L0} = 0.5 \end{bmatrix}$$
 Вільний режим після комутайії: $t = 0$

$$i_{10} = 0.0$$

$$i_{20} = 0.0$$

$$i_{30} = 0$$

$$u_{L0} = 0.5$$

Вільний режим після комутайії: t = 0

Складемо характерестичне рівняння схеми

$$Z_{VX}(p) := R + \frac{R \cdot (p \cdot L + R)}{p \cdot L + R + R}$$

$$Zvx(p) := \frac{R \cdot (p \cdot L + R + R) + R \cdot (p \cdot L + R)}{p \cdot L + R + R}$$

$$p := R \cdot (p \cdot L + R + R) + R \cdot (p \cdot L + R) \begin{vmatrix} solve, p \\ float, 5 \end{vmatrix} \rightarrow -375.$$

$$T := \frac{1}{|p|} \cdot T \qquad T = 2.667 \times 10^{-3}$$

$$T := \frac{1}{|\mathbf{p}|} \cdot \mathbf{T}$$

$$T = 2.667 \times 10^{-3}$$

Одже корень характеристичного рівняння має вигляд:

$$p = -375$$

Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$$i''_1(t) = A_1 \cdot e^{p \cdot t}$$

$$i''_{2}(t) = B_{1} \cdot e^{p \cdot t}$$

Визначення сталих інтегрування:

$$A_1 := i_{10} - i'_1$$

$$A_1 = -3.333 \times 10^{-3}$$

$$B_1 := i_{30} - i_3$$

$$A_1 := i_{10} - i'_1$$
 $A_1 = -3.333 \times 10^{-3}$
 $B_1 := i_{30} - i'_3$ $B_1 = -6.667 \times 10^{-3}$

Отже вільна складова струму i1(t) та i3(t) будуть мати вигляд:

$$i''_1(t) := A_1 \cdot e^{p \cdot t}$$

$$i''_3(t) := B_1 \cdot e^{p \cdot t}$$

Повні значення цих струмів:

$$i_1(t) := i'_1 + i''_1(t)$$

$$i_1(t) := i'_1 + i''_1(t)$$
 $i_1(t) \text{ float, 5 } \rightarrow 1.3333 \cdot 10^{-2} - 3.3333 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(-375 \cdot t)$

$$i_3(t) := i'_3 + i''_3(t)$$

$$i_3(t) := i'_3 + i''_3(t)$$
 $i_3(t) \text{ float, 5} \rightarrow 6.6667 \cdot 10^{-3} - 6.6667 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(-375 \cdot t)$

$$g_{11}(t) := i_1(t)$$

$$g_{11}(t) \text{ float, 5} \rightarrow 1.3333 \cdot 10^{-2} - 3.3333 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(-375 \cdot t)$$

$$\mathrm{U}_L(\mathsf{t}) \coloneqq \mathrm{L} \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d} \mathsf{t}} \mathrm{i}_3(\mathsf{t})$$

$$h_{\mathbf{n}\mathbf{I}}(t) := \mathbf{U}_{\mathbf{I}}(t) \text{ float}, 5 \rightarrow .50000 \cdot \exp(-375 \cdot t)$$

Визначимо закони зміни напруги на всіх проміжках часу:

$$U_0 := 2E_1$$

$$U_0 = 160$$

$$U_1 := 2E_1$$

$$U_1 = 160$$

$$0 < t < \frac{2T}{3}$$

$$U_2 := E_1$$

$$U_2 = 80$$

$$\frac{2T}{3} < t < T$$

 $T < t < \infty$

$$U_3 := 0$$

$$U'_1 := 0$$

$$U'_2 := 0$$

Струм на цих проміжках буде мати вигляд:

$$\mathfrak{i}_1(\mathfrak{t})\coloneqq \mathrm{U}_0{\cdot}\mathfrak{g}_{11}(\mathfrak{t})$$

$$i_1(t)$$
 | factor float, 3 \rightarrow 2.13 - .533·exp(-375.·t)

$$i_2(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + (U_2 - U_1) \cdot g_{11}\left(t - \frac{2T}{3}\right)$$

$$i_2(t)$$
 | factor float, 5 \rightarrow 1.0667 - .53333·exp(-375.·t) + .26667·exp(-375.·t + .66667)

$$\mathbf{i}_3(t) := \mathbf{U}_0 \cdot \mathbf{g}_{11}(t) + \left(\mathbf{U}_2 - \mathbf{U}_1\right) \cdot \mathbf{g}_{11}\!\!\left(t - \frac{2\mathsf{T}}{3}\right) + \left(\mathbf{U}_3 - \mathbf{U}_2\right) \cdot \mathbf{g}_{11}(t - \mathsf{T})$$

$$i_3(t) \mid_{float, \, 3}^{factor} \rightarrow -.533 \cdot exp(-375 \cdot t) \, + \, .267 \cdot exp(-375 \cdot t \, + \, .667) \, + \, .267 \cdot exp(-375 \cdot t \, + \, 1.)$$

Напруга на індуктивності на цих проміжках буде мати вигляд:

$$u_{I,1}(t) := U_0 \cdot h_{uI}(t) \text{ float, 5 } \rightarrow 80.000 \cdot \exp(-375. \cdot t)$$

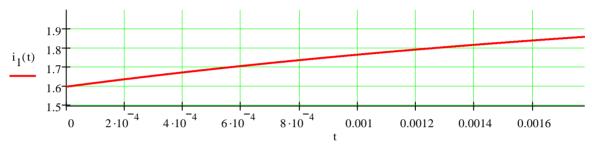
$$\mathbf{u}_{\mathrm{L2}}(t) := \mathbf{U}_0 \cdot \mathbf{h}_{\mathrm{uL}}(t) + \left(\mathbf{U}_2 - \mathbf{U}_1\right) \cdot \mathbf{h}_{\mathrm{uL}}\left(t - \frac{2\mathrm{T}}{3}\right)$$

 ${\rm u_{L2}(t)\ float, 5}\ \to 80.000 \cdot \exp(-375.\cdot t) - 40.000 \cdot \exp(-375.\cdot t + .66667)$

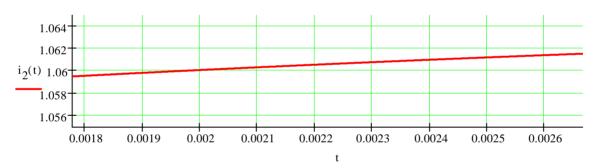
$$\mathbf{u}_{L3}(t) := \mathbf{U}_0 \cdot \mathbf{h}_{uL}(t) + \left(\mathbf{U}_2 - \mathbf{U}_1\right) \cdot \mathbf{h}_{uL} \left(t - \frac{2T}{3}\right) + \left(\mathbf{U}_3 - \mathbf{U}_2\right) \cdot \mathbf{h}_{uL}(t - T)$$

 $\mathbf{u_{L3}(t)\ float, 5}\ \to\ 80.000 \cdot \exp(-375.\cdot t)\ -\ 40.000 \cdot \exp(-375.\cdot t\ +\ .66667)\ -\ 40.000 \cdot \exp(-375.\cdot t\ +\ 1.0000)$

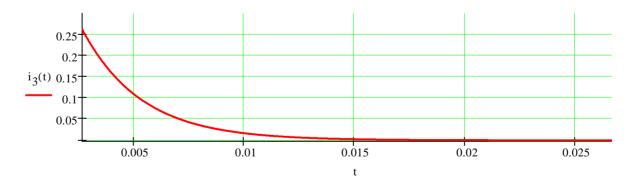
На промежутке от 0 до 2/3Т



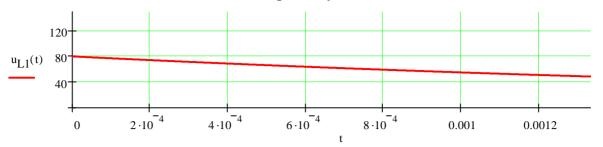
На промежутке от 2/3Т до Т



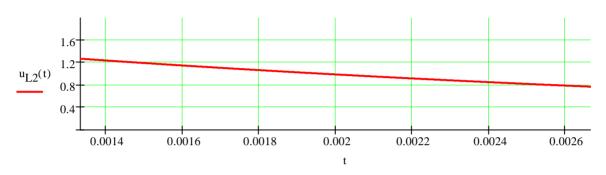
На промежутке от Т до 10Т



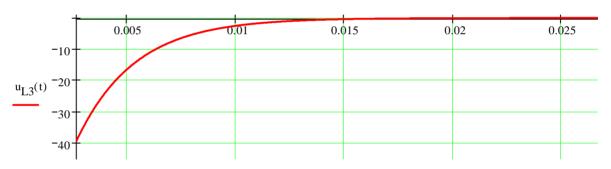
На промежутке от 0 до 2/3Т



На промежутке от 2/3Т до Т



На промежутке от Т до 10Т



t