

Министерство образования и науки Украины  
Национальный технический университет Украины  
“Киевский Политехнический Институт”  
Кафедра ТОЭ

***Расчетно-графическая работа***  
***“Трёхфазные цепи”***  
*Вариант 656*

Выполнил:\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Проверил:\_\_\_\_\_

**Киев 2007**

## Условие задания

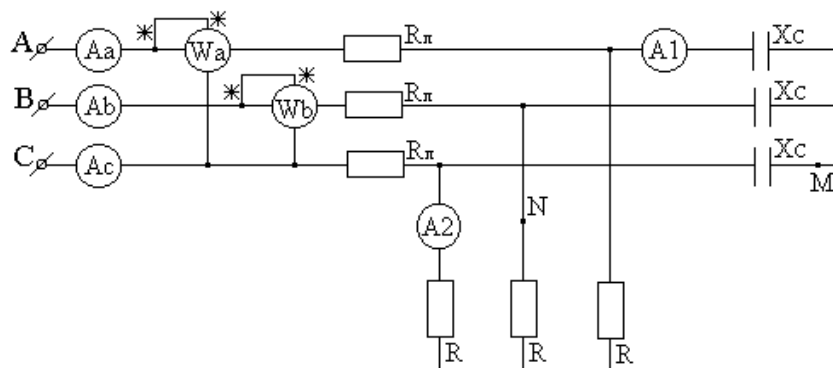
Симметричный трёхфазный генератор с обмотками, соединёнными в звезду, питает через трехпроводную линию электропередачи нагрузку с элементами, соединёнными звездой и треугольником.

### Требуется:

1. Определить показания включенных в цепь измерительных приборов, полагая нагрузки симметричной.
2. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
3. По результатам расчета п.1 построить для симметричной нагрузки совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.
4. Провести расчет токов во всех ветвях напряжений на всех участках цепи, определить показания измерительных приборов в аварийном режиме, делая обрыв в указанной точке.
5. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
6. По результатам расчета п.4 построить совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.

$$U_A := 240 \quad U_B := U_A \quad U_C := U_B \quad \psi_A := 0 \quad R_L := 16.3 \quad R := 60 \quad X_C := 57$$

Обрыв проводится в точке М.



Общая схема трёхфазной цепи

## Определение показаний измерительных приборов при симметричной нагрузке

Так как нагрузка симметрическая, то будем проводить расчет только по одной фазе. Токи в остальных фазах будут такими же, только будут отличаться углы.

За опорную примем фазу А. Фазные напряжения генератора и сопротивления элементов нагрузки в комплексной форме равны:

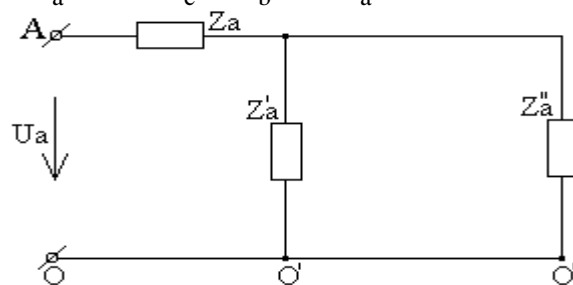
$$E_A := U_A \cdot e^{i\psi_A \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_B := U_B \cdot e^{i(\psi_A - 120) \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_C := U_C \cdot e^{i(\psi_A + 120) \cdot \frac{\pi}{180}}$$

$$F(E_A) = (240 \ 0) \quad F(E_B) = (240 \ -120) \quad F(E_C) = (240 \ 120)$$

$$Z_a := R_L \quad Z_b := Z_a \quad Z_c := Z_b \quad Z_a = 16.3$$

$$Z'_a := R \quad Z'_b := Z'_a \quad Z'_c := Z'_b \quad Z'_a = 60$$

$$Z''_a := -X_C \cdot i \quad Z''_b := Z''_a \quad Z''_c := Z''_b \quad Z''_a = -57i$$



Преобразованная схема (фаза А)

Эквивалентное сопротивление данной схемы равно:

$$Z_{ea} := Z_a + \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea} = 44.763 - 29.961i$$

Ток в фазе А, согласно закону Ома, равен:

$$I_A := \frac{E_A}{Z_{ea}} \quad I_A = 3.703 + 2.478i \quad F(I_A) = (4.456 \ 33.795)$$

Соответственно в фазах В и С:

$$I_B := I_A \cdot e^{-i120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_B = 0.295 - 4.446i \quad F(I_B) = (4.456 \ -86.205)$$

$$I_C := I_A \cdot e^{i120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_C = -3.998 + 1.968i \quad F(I_C) = (4.456 \ 153.795)$$

Фазное напряжение на параллельном участке А'О равно:

$$Z_{ea'} := \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea'} = 28.463 - 29.961i$$

$$U_{A'O} := I_A \cdot Z_{ea'} \quad U_{A'O} = 179.644 - 40.397i$$

Остальные токи равны:

$$I'_A := \frac{U_{A'O}}{Z'_a} \quad I'_A = 2.994 - 0.673i \quad F(I'_A) = (3.069 \ -12.674)$$

$$I'_B := I'_A \cdot e^{-i120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I'_B = -2.08 - 2.256i \quad F(I'_B) = (3.069 \ -132.674)$$

$$I'_C := I'_A \cdot e^{i120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I'_C = -0.914 + 2.93i \quad F(I'_C) = (3.069 \ 107.326)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_A'' &:= \frac{U_{A'O}}{Z_a''} & \Gamma_A'' &= 0.709 + 3.152i & F(\Gamma_A'') &= (3.23 \quad 77.326) \\ \Gamma_B'' &:= \Gamma_A'' \cdot e^{-i120 \frac{\pi}{180}} & \Gamma_B'' &= 2.375 - 2.19i & F(\Gamma_B'') &= (3.23 \quad -42.674) \\ \Gamma_C'' &:= \Gamma_A'' \cdot e^{i120 \frac{\pi}{180}} & \Gamma_C'' &= -3.084 - 0.962i & F(\Gamma_C'') &= (3.23 \quad -162.674) \end{aligned}$$

На основании выполненных расчетов, показания амперметров будут равны:

$$A_1 = 3.069 \text{ (A)} \quad A_2 = 3.23 \text{ (A)} \quad A_a = 4.456 \text{ (A)} \quad A_b = 4.456 \text{ (A)} \quad A_c = 4.456 \text{ (A)}$$

Находим показания ваттметров. Ваттметры показывают вещественную часть произведения комплекса напряжения, приложенного к обмотке напряжения (его отсчитывают от начала обмотки к концу), на сопряженный комплекс тока, протекающего через обмотку тока:

Показание ваттметра  $W_a$ :

$$\begin{aligned} E_{AC} &:= E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i30 \frac{\pi}{180}} & E_{AC} &= 360 - 207.846i \\ W_a &:= \operatorname{Re}(E_{AC} \cdot \overline{I_A}) & W_a &= 817.889 \end{aligned}$$

Показание ваттметра  $W_b$ :

$$\begin{aligned} E_{BC} &:= E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i30 \frac{\pi}{180}} & E_{BC} &= 360 - 207.846i \\ W_b &:= \operatorname{Re}(E_{BC} \cdot \overline{I_B}) & W_b &= 1.848 \times 10^3 \end{aligned}$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 2.666 \times 10^3$$

### ***Баланс активной и реактивной мощностей***

Правильность расчетов проверим, составив баланс активных и реактивных мощностей. Мощность источника энергии определяют в виде суммы произведений комплексов фазных ЭДС (напряжений) на сопряженные комплексы токов соответствующих фаз. В симметричной трёхфазной системе мощность, отдаваемая в нагрузку источником, равна утроенной мощности одной фазы.

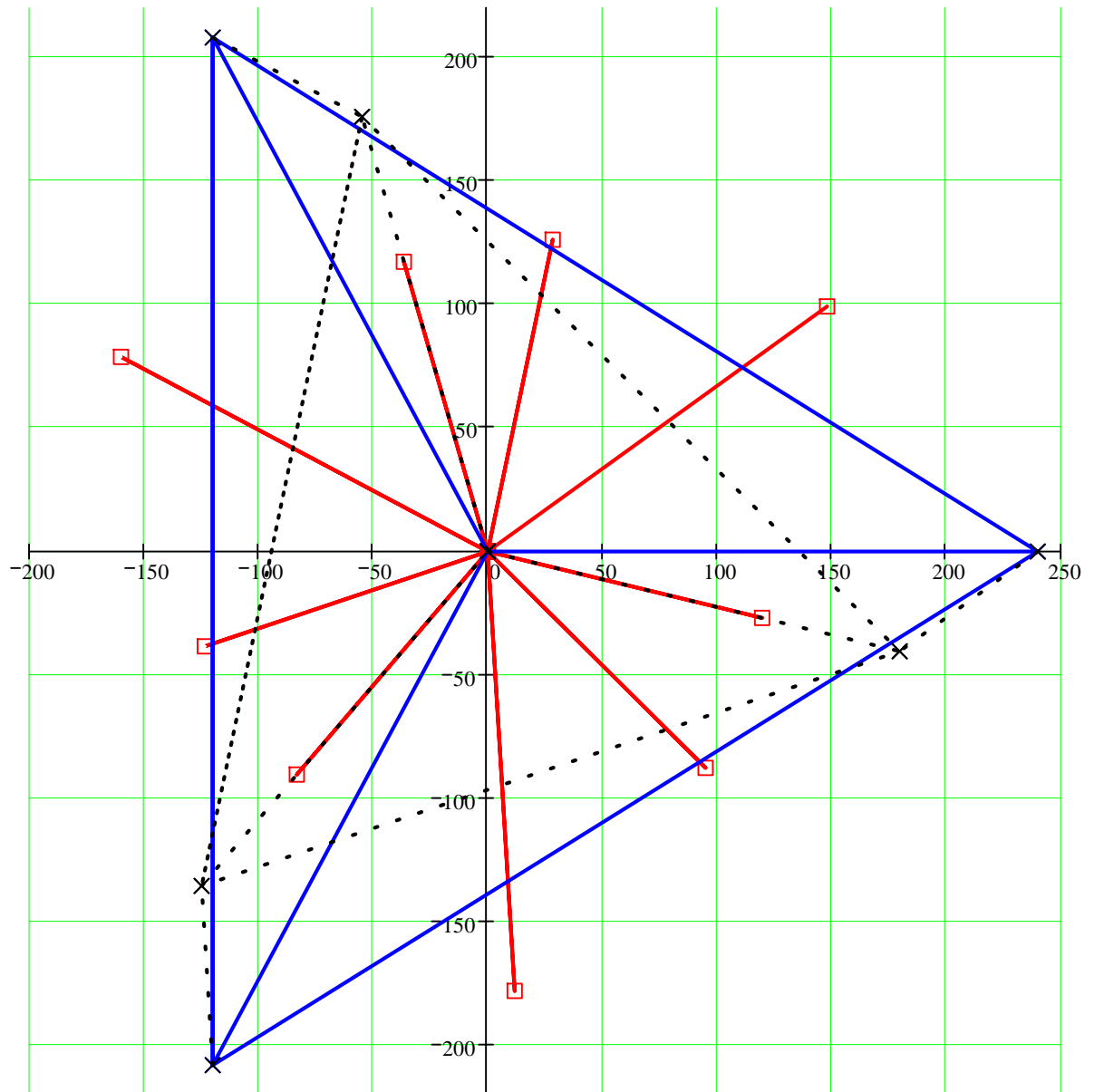
$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C} \quad S_r = 2.666 \times 10^3 - 1.784i \times 10^3$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

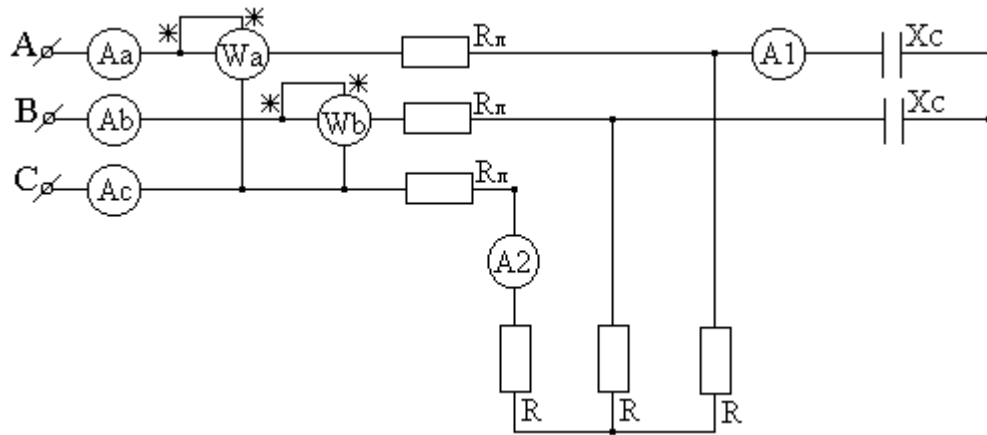
$$\begin{aligned} P_{pr} &:= \left[ (|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R_L + \left[ (|\Gamma_A|)^2 + (|\Gamma_B|)^2 + (|\Gamma_C|)^2 \right] \cdot R \\ P_{pr} &= 2.666 \times 10^3 \end{aligned}$$

$$Q_{pr} := \left[ (|\Gamma_A|)^2 + (|\Gamma_B|)^2 + (|\Gamma_C|)^2 \right] \cdot (-X_C \cdot i) \quad Q_{pr} = -1.784i \times 10^3$$

**Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи**



## Определение показаний измерительных приборов в аварийном режиме



Несимметричная трёхфазная система.

С целью упрощения схемы несимметричной трёхфазной системы (рис.3) нагрузку с элементами, соединенными звездой, следует заменить эквивалентным треугольником.

$$R' := R + R + \frac{R \cdot R}{R} \quad R' = 180$$

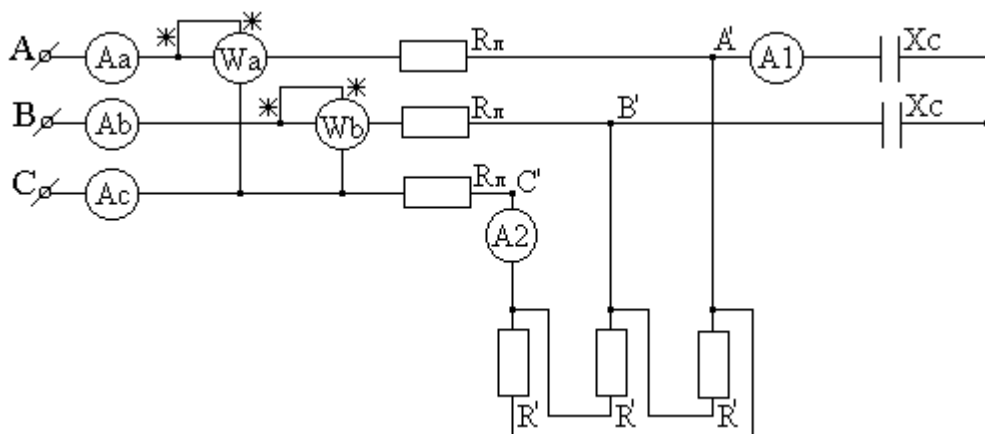
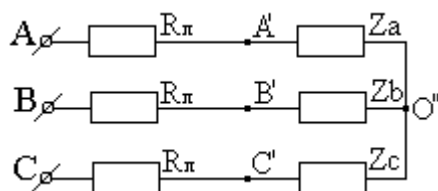


Схема преобразованной цепи.

Параллельно включенные сопротивления нагрузки можно заменить эквивалентными, в результате чего образуется несимметричный треугольник. Заменив его эквивалентной звездой, рассчитываемую цепь приводят к виду:



Несимметричная звезда.

Сопротивления несимметричного треугольника равны:

$$Z_{A'B'} := \frac{-2 \cdot X_C \cdot i \cdot R'}{R' - 2 \cdot X_C \cdot i} \quad Z_{A'B'} = 51.531 - 81.364i$$

$$Z_{B'C'} := R' \quad Z_{C'A'} := R' \quad Z_{C'A'} = 180$$

Сопротивление эквивалентной звезды:

$$Z_a := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_a = 28.463 - 29.961i$$

$$Z_b := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{B'C'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_b = 28.463 - 29.961i$$

$$Z_c := \frac{Z_{B'C'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_c = 75.769 + 14.98i$$

Полные комплексные сопротивления в каждой фазе цепи:

$$Z_{ea} := Z_a + Z_a \quad Z_{ea} = 44.763 - 29.961i$$

$$Z_{eb} := Z_b + Z_b \quad Z_{eb} = 44.763 - 29.961i$$

$$Z_{ec} := Z_c + Z_c \quad Z_{ec} = 92.069 + 14.98i$$

Фазные напряжения на нагрузке в цепи удобно определять, вычислив предварительно смещение нейтрали (  $O$  - потенциал узла генератора, который на схеме на показан):

$$Y_A := \frac{1}{Z_{ea}} \quad Y_B := \frac{1}{Z_{eb}} \quad Y_C := \frac{1}{Z_{ec}}$$

$$Y_A = 0.015 + 0.01i \quad Y_B = 0.015 + 0.01i \quad Y_C = 0.011 - 1.722i \times 10^{-3}$$

$$U_{O''O} := \frac{E_A \cdot Y_A + E_B \cdot Y_B + E_C \cdot Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} \quad U_{O''O} = 65.607 - 19.395i$$

Фазные напряжения на элементах нагрузки цепи равны:

$$U_{AO''} := E_A - U_{O''O} \quad U_{AO''} = 174.393 + 19.395i \quad F(U_{AO''}) = (175.468 \quad 6.346)$$

$$U_{BO''} := E_B - U_{O''O} \quad U_{BO''} = -185.607 - 188.451i \quad F(U_{BO''}) = (264.507 \quad -134.564)$$

$$U_{CO''} := E_C - U_{O''O} \quad U_{CO''} = -185.607 + 227.241i \quad F(U_{CO''}) = (293.409 \quad 129.241)$$

Токи в фазах, равные фазным токам генератора и линейным токам исходной системы, определяют по закону Ома:

$$I_A := \frac{U_{AO''}}{Z_{ea}} \quad I_A = 2.49 + 2.1i \quad F(I_A) = (3.258 \quad 40.141)$$

$$I_B := \frac{U_{BO''}}{Z_{eb}} \quad I_B = -0.918 - 4.824i \quad F(I_B) = (4.911 \quad -100.769)$$

$$I_C := \frac{U_{CO''}}{Z_{ec}} \quad I_C = -1.573 + 2.724i \quad F(I_C) = (3.145 \quad 120)$$

$$U_{AB} := E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i30 - \frac{\pi}{180}} \quad U_{AB} = 360 + 207.846i \quad F(U_{AB}) = (415.692 \quad 30)$$

$$U_{AA'} := I_A \cdot Z_a \quad U_{AA'} = 40.592 + 34.232i \quad F(U_{AA'}) = (53.099 \quad 40.141)$$

$$U_{BC} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i30 - \frac{\pi}{180}} \quad U_{BC} = -415.692i \quad F(U_{BC}) = (415.692 \quad -90)$$

$$U_{BB'} := I_B \cdot Z_b \quad U_{BB'} = -14.956 - 78.634i \quad F(U_{BB'}) = (80.044 \quad -100.769)$$

$$U_{CA} := E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i30 - \frac{\pi}{180}} \quad U_{CA} = -360 + 207.846i \quad F(U_{CA}) = (415.692 \quad 150)$$

$$U_{CC'} := I_C \cdot Z_c \quad U_{CC'} = -25.636 + 44.402i \quad F(U_{CC'}) = (51.271 \quad 120)$$

Для определения токов во всех ветвях рассчитываемой схемы необходимо определить напряжение между точками А', В' и С'.

Согласно второму закону Кирхгофа:

$$U_{AB} := U_{AA'} + U_{A'B'} - U_{BB'}$$

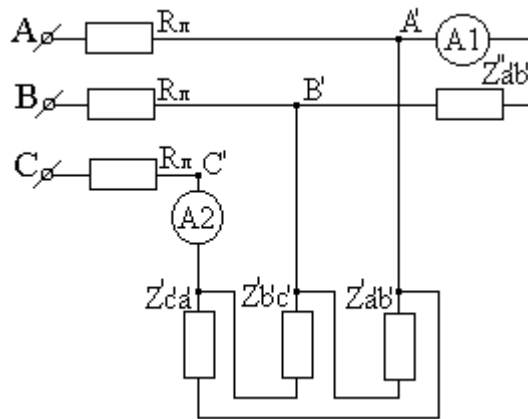
отсюда:

$$U_{A'B'} := U_{AB} - U_{AA'} + U_{BB'} \quad U_{A'B'} = 304.452 + 94.981i \quad F(U_{A'B'}) = (318.923 \quad 17.326)$$

аналогично вычисляют

$$U_{B'C'} := U_{BC} - U_{BB'} + U_{CC'} \quad U_{B'C'} = -10.679 - 292.656i \quad F(U_{B'C'}) = (292.851 \quad -92.09)$$

$$U_{C'A'} := U_{CA} - U_{CC'} + U_{AA'} \quad U_{C'A'} = -293.772 + 197.676i \quad F(U_{C'A'}) = (354.087 \quad 146.064)$$



Несимметричная трёхфазная система.

$$Z''_{a'b'} := Z''_a + Z''_b \quad Z''_{a'b'} = -114i$$

$$Z'_{a'b'} := R' \quad Z'_{b'c'} := Z'_{a'b'} \quad Z'_{c'a'} := Z'_{b'c'} \quad Z'_{a'b'} = 180$$

Ток в нагрузке  $Z''_{a'b'}$ , согласно закону Ома, равен:

$$I''_A := \frac{U_{A'B'}}{Z''_{a'b'}} \quad I''_A = -0.833 + 2.671i \quad F(I''_A) = (2.798 \quad 107.326)$$

$$I''_B := I''_A$$

Токи в нагрузке, соединенной звездой в системе могут быть вычислены по первому закону Кирхгофа.

$$I'_C := I_C \quad I'_C = -1.573 + 2.724i \quad F(I'_C) = (3.145 \quad 120)$$

$$I'_B := I_B + I''_B \quad I'_B = -1.751 - 2.154i \quad F(I'_B) = (2.775 \quad -129.11)$$

$$I'_A := I'_B + I'_C \quad I'_A = -3.323 + 0.571i \quad F(I'_A) = (3.372 \quad 170.259)$$

Согласно выполненным расчетам, показания включенных в цепь амперметров равны:

$$A_1 = 3.145(A) \quad A_2 = 2.798(A) \quad A_a = 3.258(A) \quad A_b = 4.911(A) \quad A_c = 3.145(A)$$

Расчет показаний ваттметров выполняется так же, как и в случае симметричной системы:

Показание ваттметра  $W_a$ :

$$E_{AC} := E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i30 \frac{\pi}{180}} \quad E_{AC} = 360 - 207.846i$$

$$W_a := \operatorname{Re}(E_{AC} \cdot \overline{I'_A}) \quad W_a = 460.012$$



Показание ваттметра Wb:

$$E_{BC} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i30 - \frac{\pi}{180}}$$

$$E_{AC} = 360 - 207.846i$$

$$W_b := \operatorname{Re}(E_{BC} \cdot \overline{I_B})$$

$$W_b = 2.005 \times 10^3$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b$$

$$W = 2.465 \times 10^3$$

### ***Баланс активной и реактивной мощностей***

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C}$$

$$S_r = 2.465 \times 10^3 - 892.212i$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$P_{pr} := \left[ (|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R_L + \left[ (|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R \quad P_{pr} = 2.465 \times 10^3$$

$$Q_{pr} := \left[ (|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 \right] \cdot (-X_C \cdot i)$$

$$Q_{pr} = -892.212i$$

***Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи***

