

Министерство образования и науки Украины  
Национальный технический университет Украины  
“Киевский Политехнический Институт”  
Кафедра ТОЭ

***Расчетно-графическая работа***  
***“Трёхфазные цепи”***  
*Вариант № 711*

Выполнил:\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Проверил:\_\_\_\_\_

**Киев 2007**

## Условие задания

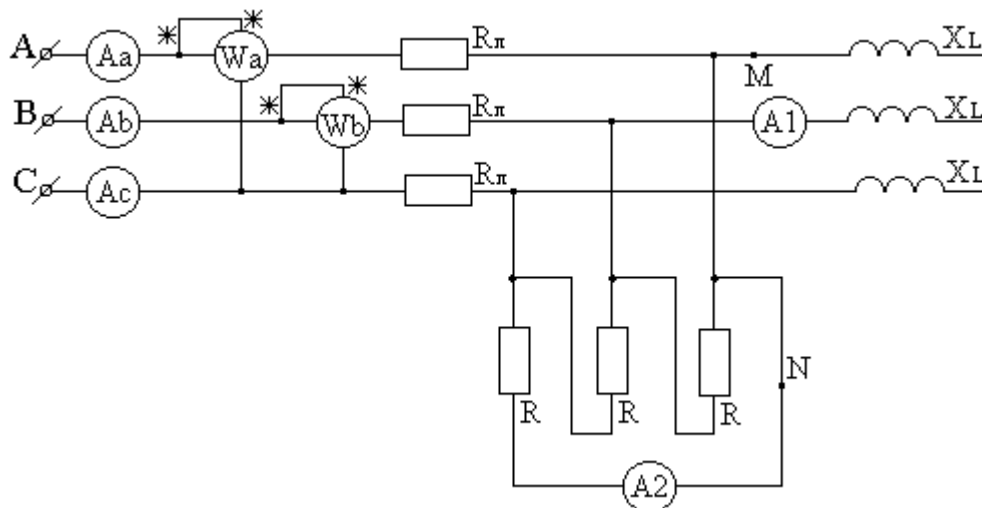
Симметричный трёхфазный генератор с обмотками, соединёнными в звезду, питает через трехпроводную линию электропередачи нагрузку с элементами, соединёнными звездой и треугольником.

### Требуется:

1. Определить показания включенных в цепь измерительных приборов, полагая нагрузки симметричной.
2. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
3. По результатам расчета п.1 построить для симметричной нагрузки совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.
4. Провести расчет токов во всех ветвях напряжений на всех участках цепи, определить показания измерительных приборов в аварийном режиме, делая обрыв в указанной точке.
5. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
6. По результатам расчета п.4 построить совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.

$$U_A := 180 \quad U_B := U_A \quad U_C := U_B \quad \psi_A := 0 \quad R_L := 15 \quad R := 56 \quad X_L := 33$$

Обрыв проводится в точке N.



Общая схема трёхфазной цепи

## Определение показаний измерительных приборов при симметричной нагрузке.

Так как нагрузка симметрическая, то будем проводить расчет только по одной фазе. Токи в остальных фазах будут такими же, только будут отличаться углы.

За опорную примем фазу А. Фазные напряжения генератора и сопротивления элементов нагрузки в комплексной форме равны:

$$E_A := U_A \cdot e^{i \cdot \psi_A \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_B := U_B \cdot e^{i(\psi_A - 120) \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_C := U_C \cdot e^{i(\psi_A + 120) \cdot \frac{\pi}{180}}$$

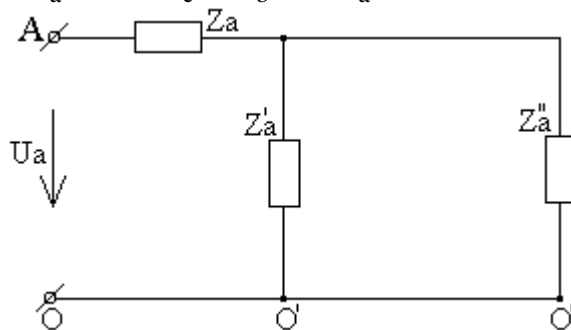
$$F(E_A) = (180 \ 0) \quad F(E_B) = (180 \ -120) \quad F(E_C) = (180 \ 120)$$

$$R' := \frac{R^2}{3R} \quad R' = 18.667$$

$$Z_a := R_L \quad Z_b := Z_a \quad Z_c := Z_b \quad Z_a = 15$$

$$Z'_a := R' \quad Z'_b := Z'_a \quad Z'_c := Z'_b \quad Z'_a = 18.667$$

$$Z''_a := X_L \cdot i \quad Z''_b := Z''_a \quad Z''_c := Z''_b \quad Z''_a = 33i$$



Преобразованная схема (фаза А)

Эквивалентное сопротивление данной схемы равно:

$$Z_{ea} := Z_a + \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea} = 29.142 + 7.999i$$

Ток в фазе А, согласно закону Ома, равен:

$$I_A := \frac{E_A}{Z_{ea}} \quad I_A = 5.744 - 1.577i \quad F(I_A) = (5.956 \ -15.35)$$

Соответственно в фазах В и С:

$$I_B := I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_B = -4.237 - 4.186i \quad F(I_B) = (5.956 \ -135.35)$$

$$I_C := I_A \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_C = -1.506 + 5.763i \quad F(I_C) = (5.956 \ 104.65)$$

Фазное напряжение на параллельном участке А'О равно:

$$Z_{ea'} := \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea'} = 14.142 + 7.999i$$

$$U_{A'O} := I_A \cdot Z_{ea'} \quad U_{A'O} = 93.841 + 23.65i$$

Остальные токи равны:

$$I'_A := \frac{U_{A'O}}{Z'_a} \quad I'_A = 5.027 + 1.267i \quad F(I'_A) = (5.184 \ 14.145)$$

$$I_B := I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I_B = -1.416 - 4.987i \quad F(I_B) = (5.184 \quad -105.855)$$

$$I_C := I_A \cdot e^{i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I_C = -3.611 + 3.72i \quad F(I_C) = (5.184 \quad 134.145)$$

$$I''_A := \frac{U_{A'O}}{Z''_a} \quad I''_A = 0.717 - 2.844i \quad F(I''_A) = (2.933 \quad -75.855)$$

$$I''_B := I''_A \cdot e^{-i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I''_B = -2.821 + 0.801i \quad F(I''_B) = (2.933 \quad 164.145)$$

$$I''_C := I''_A \cdot e^{i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I''_C = 2.104 + 2.043i \quad F(I''_C) = (2.933 \quad 44.145)$$

$$I_A := \frac{U_{A'O}}{Z'_a} \quad I_A = 5.027 + 1.267i \quad F(I_A) = (5.184 \quad 14.145)$$

$$I_B := I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I_B = -1.416 - 4.987i \quad F(I_B) = (5.184 \quad -105.855)$$

$$I_C := I_A \cdot e^{i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I_C = -3.611 + 3.72i \quad F(I_C) = (5.184 \quad 134.145)$$

Линейное напряжение равно:

$$U_{A'B'} := U_{A'O} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} \quad U_{A'B'} = 120.28 + 116.745i \quad F(U_{A'B'}) = (167.621 \quad 44.145)$$

$$I_{A'B'} := \frac{U_{A'B'}}{R} \quad I_{A'B'} = 2.148 + 2.085i \quad F(I_{A'B'}) = (2.993 \quad 44.145)$$

$$I_{B'C'} := I_{A'B'} \cdot e^{-i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I_{B'C'} = 0.731 - 2.902i \quad F(I_{B'C'}) = (2.993 \quad -75.855)$$

$$I_{C'A'} := I_{A'B'} \cdot e^{i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I_{C'A'} = -2.879 + 0.818i \quad F(I_{C'A'}) = (2.993 \quad 164.145)$$

На основании выполненных расчетов, показания амперметров будут равны:

$$A_1 = 2.933 \text{ (A)} \quad A_2 = 2.993 \text{ (A)} \quad A_a = 5.956 \text{ (A)} \quad A_b = 5.956 \text{ (A)} \quad A_c = 5.956 \text{ (A)}$$

Находим показания ваттметров. Ваттметры показывают вещественную часть произведения комплекса напряжения, приложенного к обмотке напряжения (его отсчитывают от начала обмотки к концу), на сопряженный комплекс тока, протекающего через обмотку тока:

Показание ваттметра  $W_a$ :

$$E_{AC} := E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} \quad E_{AC} = 270 - 155.885i$$

$$W_a := \operatorname{Re}(E_{AC} \cdot \overline{I_A}) \quad W_a = 1.797 \times 10^3$$

Показание ваттметра  $W_b$ :

$$E_{BC} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} \quad E_{AC} = 270 - 155.885i$$

$$W_b := \operatorname{Re}(E_{BC} \cdot \overline{I_B}) \quad W_b = 1.305 \times 10^3$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b$$

$$W = 3.102 \times 10^3$$

### Баланс активной и реактивной мощностей

Правильность расчетов проверим, составив баланс активных и реактивных мощностей. Мощность источника энергии определяют в виде суммы произведений комплексных фазных ЭДС (напряжений) на сопряженные комплексы токов соответствующих фаз. В симметричной трёхфазной системе мощность, отдаваемая в нагрузку источником, равна утроенной мощности одной фазы.

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C}$$

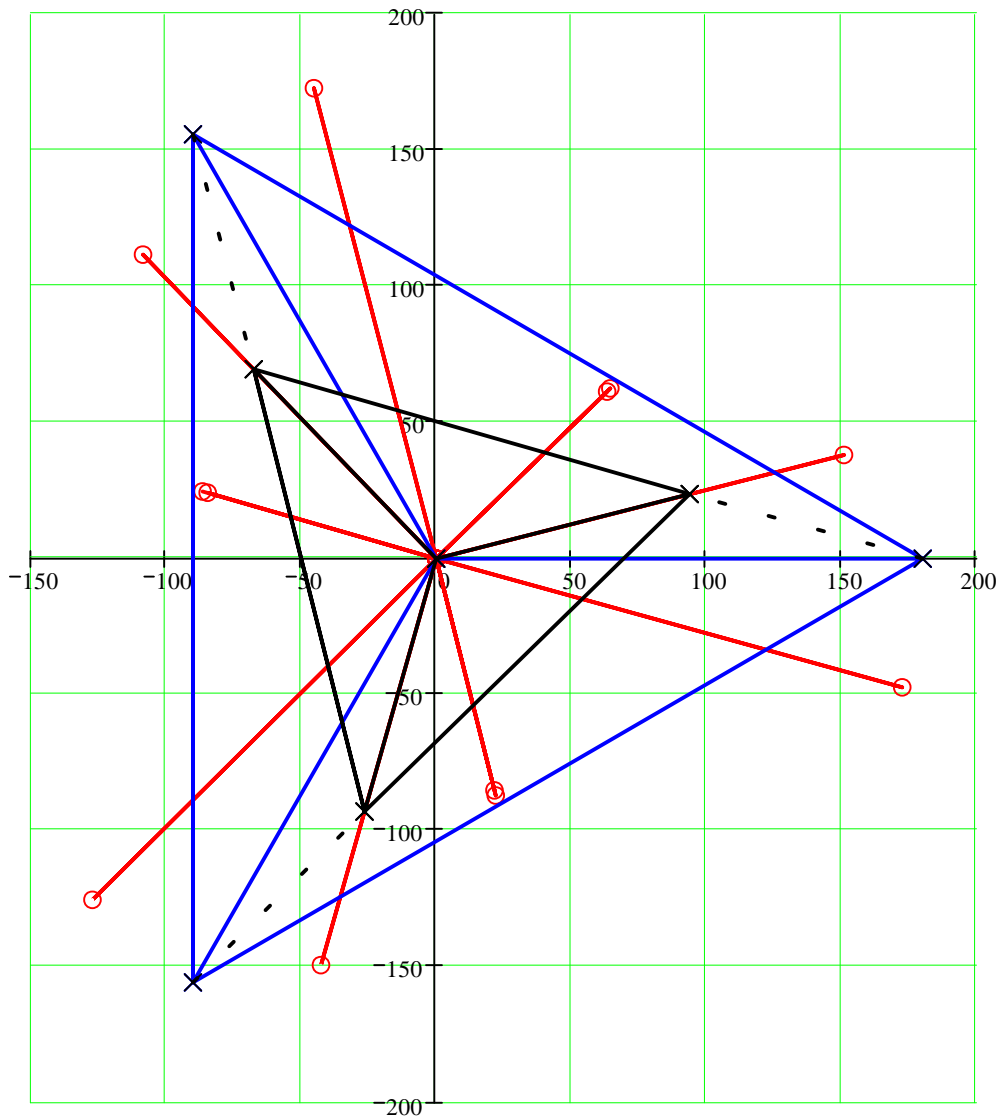
$$S_r = 3.102 \times 10^3 + 851.415i$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

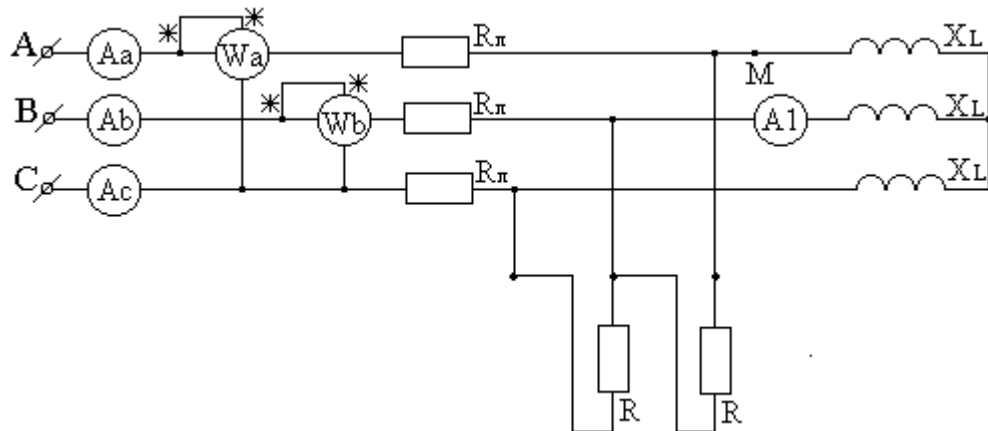
$$P_{pr} := \left[ (|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R_L + \left[ (|I'_{AB}|)^2 + (|I'_{BC}|)^2 + (|I'_{CA}|)^2 \right] \cdot R \quad P_{pr} = 3.102 \times 10^3$$

$$Q_{pr} := \left[ (|I''_A|)^2 + (|I''_B|)^2 + (|I''_C|)^2 \right] \cdot X_L \cdot i \quad Q_{pr} = 851.415i$$

### Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.



## Определение показаний измерительных приборов в аварийном режиме.

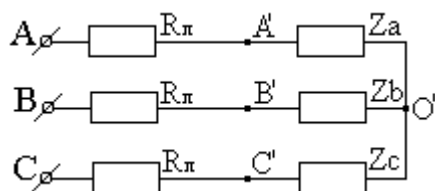


Несимметричная трёхфазная система.

С целью упрощения схемы несимметричной трёхфазной системы нагрузки с элементами, соединенными звездой, следует заменить эквивалентным треугольником.

$$X'_L := X_L + X_L + \frac{X_L \cdot X_L}{X_L} \quad X'_L = 99$$

Параллельно включенные сопротивления нагрузки можно заменить эквивалентными, в результате чего образуется несимметричный треугольник. Заменяв его эквивалентной звездой, рассчитываемую цепь приводят к виду:



Несимметричная звезда.

Сопротивления несимметричного треугольника равны:

$$Z_{C'A'} := X'_L \cdot i \quad Z_{C'A'} = 99i$$

$$Z_{A'B'} := \frac{X'_L \cdot i \cdot R}{R + X'_L \cdot i} \quad Z_{B'C'} := Z_{A'B'} \quad Z_{C'A'} = 99i$$

Сопротивление эквивалентной звезды:

$$Z_a := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_a = 14.434 + 24.494i$$

$$Z_b := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{B'C'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_b = 13.996 - 0.248i$$

$$Z_c := \frac{Z_{B'C'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_c = 14.434 + 24.494i$$

Полные комплексные сопротивления в каждой фазе цепи:

$$Z_{ea} := Z_a + Z_a \quad Z_{ea} = 29.434 + 24.494i$$

$$Z_{eb} := Z_b + Z_b \quad Z_{eb} = 28.996 - 0.248i$$

$$Z_{ec} := Z_c + Z_c \quad Z_{ec} = 29.434 + 24.494i$$

Фазные напряжения на нагрузке в цепи удобно определять, вычислив предварительно смещение нейтрали:

$$Y_A := \frac{1}{Z_{ea}} \quad Y_B := \frac{1}{Z_{eb}} \quad Y_C := \frac{1}{Z_{ec}}$$

$$Y_A = 0.02 - 0.017i \quad Y_B = 0.034 + 2.95i \times 10^{-4} \quad Y_C = 0.02 - 0.017i$$

$$U_{O''O} := \frac{E_A \cdot Y_A + E_B \cdot Y_B + E_C \cdot Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} \quad U_{O''O} = 33.904 - 35.559i$$

Фазные напряжения на элементах нагрузки цепи равны:

$$U_{AO''} := E_A - U_{O''O} \quad U_{AO''} = 146.096 + 35.559i \quad F(U_{AO''}) = (150.361 \quad 13.68)$$

$$U_{BO''} := E_B - U_{O''O} \quad U_{BO''} = -123.904 - 120.325i \quad F(U_{BO''}) = (172.715 \quad -135.84)$$

$$U_{CO''} := E_C - U_{O''O} \quad U_{CO''} = -123.904 + 191.444i \quad F(U_{CO''}) = (228.042 \quad 122.911)$$

Токи в фазах, равные фазным токам генератора и линейным токам исходной системы, определяют по закону Ома:

$$I_A := \frac{U_{AO''}}{Z_{ea}} \quad I_A = 3.527 - 1.727i \quad F(I_A) = (3.927 \quad -26.087)$$

$$I_B := \frac{U_{BO''}}{Z_{eb}} \quad I_B = -4.237 - 4.186i \quad F(I_B) = (5.956 \quad -135.35)$$

$$I_C := \frac{U_{CO''}}{Z_{ec}} \quad I_C = 0.711 + 5.913i \quad F(I_C) = (5.955 \quad 83.145)$$

$$U_{AB} := E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad U_{AB} = 270 + 155.885i \quad F(U_{AB}) = (311.769 \quad 30)$$

$$U_{AA'} := I_A \cdot Z_a \quad U_{AA'} = 52.899 - 25.9i \quad F(U_{AA'}) = (58.899 \quad -26.087)$$

$$U_{BC} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad U_{BC} = -311.769i \quad F(U_{BC}) = (311.769 \quad -90)$$

$$U_{BB'} := I_B \cdot Z_b \quad U_{BB'} = -63.561 - 62.79i \quad F(U_{BB'}) = (89.346 \quad -135.35)$$

$$U_{CA} := E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad U_{CA} = -270 + 155.885i \quad F(U_{CA}) = (311.769 \quad 150)$$

$$U_{CC'} := I_C \cdot Z_c \quad U_{CC'} = 10.662 + 88.69i \quad F(U_{CC'}) = (89.328 \quad 83.145)$$

Для определения токов во всех ветвях рассчитываемой схемы необходимо определить напряжение между точками A', B' и C'.

Согласно второму закону Кирхгофа:

$$U_{AB} := U_{AA'} + U_{A'B'} - U_{BB'} \quad U_{A'B'} = 153.54 + 118.994i \quad F(U_{A'B'}) = (194.252 \quad 37.776)$$

отсюда:

аналогично вычисляют

$$U_{B'C'} := U_{BC} - U_{BB'} + U_{CC'} \quad U_{B'C'} = 74.223 - 160.289i \quad F(U_{B'C'}) = (176.64 \quad -65.153)$$

$$U_{C'A'} := U_{CA} - U_{CC'} + U_{AA'} \quad U_{C'A'} = -227.763 + 41.295i \quad F(U_{C'A'}) = (231.476 \quad 169.724)$$

Токи, проходящие через реактивную нагрузку, согласно закону Ома, равны:

$$I_{A'B'} := \frac{U_{A'B'}}{R} \quad I_{A'B'} = 2.742 + 2.125i \quad F(I_{A'B'}) = (3.469 \quad 37.776)$$

$$I_{B'C'} := \frac{U_{B'C'}}{R} \quad I_{B'C'} = 1.325 - 2.862i \quad F(I_{B'C'}) = (3.154 \quad -65.153)$$

Токи в нагрузке, соединенной звездой в системе могут быть вычислены по первому закону Кирхгофа.

$$\begin{aligned} I''_A &:= I_A - I'_{A'B'} & I''_A &= 0.785 - 3.852i & F(I''_A) &= (3.931 \quad -78.482) \\ I''_C &:= I_C + I'_{B'C'} & I''_C &= 2.036 + 3.05i & F(I''_C) &= (3.668 \quad 56.276) \\ I''_B &:= I''_A + I''_C & I''_B &= 2.821 - 0.801i & F(I''_B) &= (2.933 \quad -15.855) \end{aligned}$$

На основании выполненных расчетов, показания амперметров будут равны:

$$A_1 = 2.933 \text{ (A)} \quad A_2 = 0 \text{ (A)} \quad A_a = 3.927 \text{ (A)} \quad A_b = 5.956 \text{ (A)} \quad A_c = 5.955 \text{ (A)}$$

Расчет показаний ваттметров выполняется так же, как и в случае симметричной системы:

Показание ваттметра  $W_a$ :

$$\begin{aligned} E_{AC} &:= E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} & E_{AC} &= 270 - 155.885i \\ W_a &:= \operatorname{Re}(E_{AC} \cdot \overline{I_A}) & W_a &= 1.221 \times 10^3 \end{aligned}$$

Показание ваттметра  $W_b$ :

$$\begin{aligned} E_{BC} &:= E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} & E_{AC} &= 270 - 155.885i \\ W_b &:= \operatorname{Re}(E_{BC} \cdot \overline{I_B}) & W_b &= 1.305 \times 10^3 \end{aligned}$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 2.526 \times 10^3$$

### Баланс активной и реактивной мощностей

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C} \quad S_r = 2.526 \times 10^3 + 1.238i \times 10^3$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$\begin{aligned} P_{pr} &:= \left[ (|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R_L + \left[ (|I'_{A'B'}|)^2 + (|I'_{B'C'}|)^2 \right] \cdot R & P_{pr} &= 2.526 \times 10^3 \\ Q_{pr} &:= \left[ (|I''_A|)^2 + (|I''_B|)^2 + (|I''_C|)^2 \right] \cdot X_L \cdot i & Q_{pr} &= 1.238i \times 10^3 \end{aligned}$$



## Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.

