# Министерство образования и науки Украины Национальный технический университет Украины "Киевский Политехнический Институт" Кафедра ТОЭ

### Расчетно-графическая работа "Трёхфазные цепи"

Вариант 865

Выполнил:	
Проверил:	

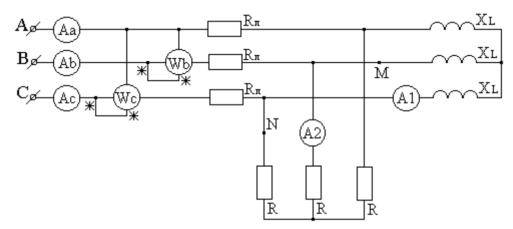
#### Условие задания

Симметричны трёхфазный генератор с обмотками, соединёнными в звезду, питает через трехпроводную линию электропередачи нагрузку с элементами, соединёнными звездой и треугольником.

#### Требуется:

- 1. Определить показания включенных в цепь измерительных приборов, полагая нагрузки симметричной.
- 2. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
- 3. По результатам расчета п.1 построить для симметричной нагрузки совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.
- 4. Провести расчет токов во всех ветвях напряжений на всех участках цепи, определить показания измерительных приборов в аварийном режиме, делая обрыв в указанной точке.
- 5. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
- 6. По результатам расчета п.4 построить совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.

 $U_A \coloneqq 135$   $U_B \coloneqq U_A$   $U_C \coloneqq U_B$   $\psi_A \coloneqq 0$   $R_L \coloneqq 16.8$   $R \coloneqq 51$   $X_L \coloneqq 42$  Обрыв проводится в точке N.



Общая схема трёхфазной цепи

## Определение показаний измерительных приборов при симметричной нагрузке

Так как нагрузка симметрическая, то будем проводить расчет только по одной

фазе. Токи в остальных фазах будут такими же, только будут отличаться углы.

За опорную примем фазу А. Фазные напряжения генератора и сопротивления элементов нагрузки в комплексной форме равны:

Преобразованая схема (фаза А)

Эквивалентное сопротивление данной схемы равно:

$$Z_{ea} := Z_a + \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a}$$
  $Z_{ea} = 37.41 + 25.027i$ 

Ток в фазе А, согласно закону Ома, равен:

$$I_A := \frac{E_A}{Z_{ea}}$$
  $I_A = 2.493 - 1.668i$   $F(I_A) = (2.999 -33.782)$ 

Соответственно в фазах В и С:

$$I_{B} := I_{A} \cdot e$$

$$I_{B} = -2.691 - 1.325i$$

$$I_{C} := I_{A} \cdot e$$

$$I_{C} := I_{A} \cdot e$$

$$I_{C} := I_{C} \cdot e$$

$$I_$$

Фазное напряжение на параллельном участке А'О равно:

$$\begin{split} Z_{ea'} &:= \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \\ U_{A'O} &:= I_A \cdot Z_{ea'} \end{split} \qquad \qquad Z_{ea'} = 20.61 + 25.027i \\ U_{A'O} &= 93.118 + 28.018i \end{split}$$

Остальные токи равны:

$$I'_{A} := \frac{U_{A'O}}{Z'_{a}} \qquad \qquad I'_{A} = 1.826 + 0.549i \qquad \qquad F(I'_{A}) = (1.907 - 16.746)$$

$$I'_{B} := I'_{A} \cdot e \qquad \qquad I'_{B} = -0.437 - 1.856i \qquad \qquad F(I'_{B}) = (1.907 - 103.254)$$

$$\begin{split} & \Gamma_{\text{C}} \coloneqq \Gamma_{\text{A}} \cdot \text{e} & \Gamma_{\text{C}} = -1.389 + 1.307 \text{i} & \Gamma_{\text{C}} = (1.907 - 136.746) \\ & \Gamma_{\text{A}} \coloneqq \frac{\text{U}_{\text{A}'\text{O}}}{\text{Z''}_{\text{a}}} & \Gamma_{\text{A}} = 0.667 - 2.217 \text{i} & \Gamma_{\text{A}} = (2.315 - 73.254) \\ & \Gamma_{\text{B}} \coloneqq \Gamma_{\text{A}} \cdot \text{e} & \Gamma_{\text{B}} = -2.254 + 0.531 \text{i} & \Gamma_{\text{C}} = (2.315 - 166.746) \\ & \Gamma_{\text{C}} \coloneqq \Gamma_{\text{A}} \cdot \text{e} & \Gamma_{\text{C}} = 1.587 + 1.686 \text{i} & \Gamma_{\text{C}} = (2.315 - 46.746) \end{split}$$

На основании выполненых расчетов, показания амперметров будут равны:

$$A_1 = 2.315 (A)$$
  $A_2 = 1.907 (A)$   $A_a = 2.999 (A)$   $A_b = 2.999 (A)$   $A_c = 2.999 (A)$ 

Находим показания ваттметров. Ваттметры показывают вещественную часть произведения комплекса напряжения, приложеного к обмотке напряжения (его отсчитывают от начала обмотки к концу), на сопряженный комплекс тока, протекающего через обмотку тока:

Показание ваттметра Wa:

$$E_{CA} := E_{C} \cdot \sqrt{3} \cdot e$$
 $E_{CA} = -202.5 + 116.913i$ 
 $E_{CA} := Re(E_{CA} \cdot \overline{I_{C}})$ 
 $E_{CA} = -309.841$ 

Показание ваттметра Wb:

$$E_{BA} := E_{B} \cdot \sqrt{3} \cdot e$$

$$E_{BA} = -202.5 - 116.913i$$

$$Wb := Re(E_{BA} \cdot \overline{I_{B}})$$

$$Wb = 699.802$$

Полная мощность равна:

$$W := Wa + Wb$$
  $W = 1.01 \times 10^3$ 

#### Баланс активной и реактивной мощностей

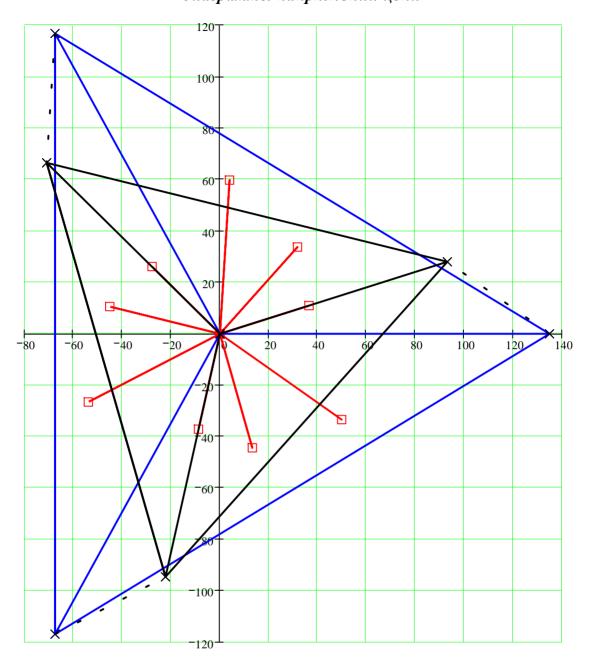
Правильность расчетов проверим, составив баланс активных и реактивный мощностей. Мощность источника энергии определяют в виде суммы произведений комплексов фазных ЭДС (напряжений) на сопряженные комплексы токов соответствующих фаз. В симметричной трёхфазной системе мощность, отдаваемая в нагрузку источником, равна утроенной мощности одной фазы.

$$Sr := E_{A} \cdot \overline{I_{A}} + E_{B} \cdot \overline{I_{B}} + E_{C} \cdot \overline{I_{C}}$$
 
$$Sr = 1.01 \times 10^{3} + 675.433i$$

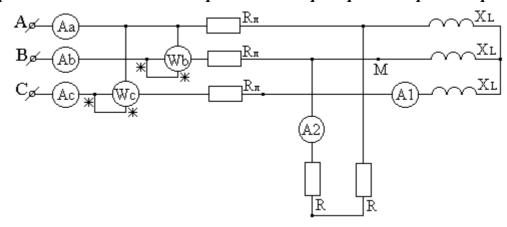
Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$\begin{aligned} \text{Ppr} &:= \left[ \left( \left| \mathbf{I}_{A} \right| \right)^{2} + \left( \left| \mathbf{I}_{B} \right| \right)^{2} + \left( \left| \mathbf{I}_{C} \right| \right)^{2} \right] \cdot \mathbf{R}_{L} + \left[ \left( \left| \mathbf{I}_{A} \right| \right)^{2} + \left( \left| \mathbf{I}_{B} \right| \right)^{2} + \left( \left| \mathbf{I}_{C} \right| \right)^{2} \right] \cdot \mathbf{R} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \text{Ppr} &= 1.01 \times 10^{3} \\ \text{Qpr} &:= \left[ \left( \left| \mathbf{I}_{A} \right| \right)^{2} + \left( \left| \mathbf{I}_{B} \right| \right)^{2} + \left( \left| \mathbf{I}_{C} \right| \right)^{2} \right] \cdot \left( \mathbf{X}_{L} \cdot \mathbf{i} \right) \end{aligned} \qquad \end{aligned} \end{aligned} \end{aligned}$$

## Построение совмещененной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи



#### Определение показаний измерительных приборов в аварийном режиме

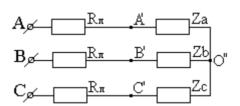


Несимметричная трёхфазная система.

С целью упрощения схемы несимметричной трёхфазной системынагрузку с элементами, соединенными звездой, следует заменить эквивалентным треугольником.

$$X'_L \coloneqq X_L \cdot i + X_L \cdot i + \frac{X_L \cdot i \cdot X_L \cdot i}{X_L \cdot i} \qquad \qquad X'_L = 126i$$

Параллельно включенные сопротивления нагрузки можно заменить эквивалентными, в результате чего образуется несимметричный треугольник. Заменив его эквивалентной звездой, рассчитываемую цепь приводят к виду:



Несимметричная звезда.

Сопротивления несимметричного треугольника равны:

$$Z_{A'B'} := \frac{2 \cdot R \cdot X'_L}{2R + X'_L}$$
  $Z_{A'B'} = 61.619 + 49.882i$ 

$$\mathsf{Z}_{B'C'} \coloneqq \mathsf{X'}_L \qquad \quad \mathsf{Z}_{C'A'} \coloneqq \mathsf{X'}_L$$

Сопротивление эквивалентной звезды:

$$\begin{split} Za &\coloneqq \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} & Za = 20.61 + 25.027i \\ \\ Zb &\coloneqq \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{B'C'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} & Zb = 20.61 + 25.027i \end{split}$$

$$Zc := \frac{Z_{B'C'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \qquad Zc = -10.305 + 50.487i$$

Полные комплексные сопротивления в каждой фазе цепи:

$$\begin{aligned} \text{Zea} &:= Z_{\text{a}} + \text{Za} & \text{Zea} &= 37.41 + 25.027i \\ \text{Zeb} &:= Z_{\text{b}} + \text{Zb} & \text{Zeb} &= 37.41 + 25.027i \\ \text{Zec} &:= Z_{\text{c}} + \text{Zc} & \text{Zec} &= 6.495 + 50.487i \end{aligned}$$

Фазные напряжения на нагрузке в цепи удобно определять, вычислив предварительно смещение нейтрали:

$$\begin{split} \mathbf{Y}_{A} &\coloneqq \frac{1}{Zea} & \mathbf{Y}_{B} \coloneqq \frac{1}{Zeb} & \mathbf{Y}_{C} \coloneqq \frac{1}{Zec} \\ \mathbf{Y}_{A} &= 0.018 - 0.012i & \mathbf{Y}_{B} = 0.018 - 0.012i & \mathbf{Y}_{C} = 2.507 \times 10^{-3} - 0.019i \\ \mathbf{U}_{O"O} &\coloneqq \frac{\mathbf{E}_{A} \cdot \mathbf{Y}_{A} + \mathbf{E}_{B} \cdot \mathbf{Y}_{B} + \mathbf{E}_{C} \cdot \mathbf{Y}_{C}}{\mathbf{Y}_{A} + \mathbf{Y}_{B} + \mathbf{Y}_{C}} & \mathbf{U}_{O"O} &= 38.922 + 8.507i \end{split}$$

Фазные напряжения на элементах нагрузки цепи равны:

$$\begin{split} \mathbf{U_{AO''}} &\coloneqq \mathbf{E_{A}} - \mathbf{U_{O''O}} & \quad \mathbf{U_{AO''}} = 96.078 - 8.507\mathrm{i} & \quad \mathbf{F\left(\mathbf{U_{AO''}}\right)} = (96.454 - 5.06) \\ \\ \mathbf{U_{BO''}} &\coloneqq \mathbf{E_{B}} - \mathbf{U_{O''O}} & \quad \mathbf{U_{BO''}} = -106.422 - 125.42\mathrm{i} & \quad \mathbf{F\left(\mathbf{U_{BO''}}\right)} = (164.487 - 130.315) \\ \\ \mathbf{U_{CO''}} &\coloneqq \mathbf{E_{C}} - \mathbf{U_{O''O}} & \quad \mathbf{U_{CO''}} = -106.422 + 108.406\mathrm{i} & \quad \mathbf{F\left(\mathbf{U_{CO''}}\right)} = (151.913 - 134.471) \end{split}$$

Токи в фазах, равные фазным токам генератора и линейным токам исходной системы, определяют по закону Ома:

$$\begin{split} I_A &\coloneqq \frac{U_{AO''}}{Zea} & I_A = 1.669 - 1.344i & F(I_A) = (2.143 - 38.842) \\ I_B &\coloneqq \frac{U_{BO''}}{Zeb} & I_B = -3.515 - 1.001i & F(I_B) = (3.654 - 164.097) \\ I_C &\coloneqq \frac{U_{CO''}}{Zec} & I_C = 1.846 + 2.345i & F(I_C) = (2.984 - 51.801) \\ U_{AB} &\coloneqq E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} & U_{AB} = 202.5 + 116.913i & F(U_{AB}) = (233.827 - 30) \\ U_{AA'} &\coloneqq I_A \cdot Z_a & U_{AA'} = 28.041 - 22.579i & F(U_{AA'}) = (36.002 - 38.842) \\ U_{BC} &\coloneqq E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} & U_{BC} = -233.827i & F(U_{BC}) = (233.827 - 90) \\ U_{BB'} &\coloneqq I_B \cdot Z_b & U_{BB'} = -59.046 - 16.823i & F(U_{BB'}) = (61.395 - 164.097) \\ U_{CA} &\coloneqq E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} & U_{CA} = -202.5 + 116.913i & F(U_{CA}) = (233.827 - 150) \\ U_{CC} &\coloneqq I_C \cdot Z_c & U_{CC'} = 31.005 + 39.402i & F(U_{CC'}) = (50.138 - 51.801) \\ \end{split}$$

Для определения токов во всех ветвях рассчитываемой схемы необходимо определить напряжение между точками А', В' и С'.

Согласно второму закону Кирхгофа: 
$$U_{AB} := U_{AA'} + U_{A'B'} - U_{BB}$$
 отсюда: 
$$U_{A'B'} := U_{AB} - U_{AA'} + U_{BB'} \qquad U_{A'B'} = 115.413 + 122.67i \qquad F(U_{A'B'}) = (168.429 - 46.746)$$
 аналогично вычисляют 
$$U_{B'C'} := U_{BC} - U_{BB'} + U_{CC'} \qquad U_{B'C'} = 90.05 - 177.602i \qquad F(U_{B'C'}) = (199.127 - 63.113)$$
 
$$U_{C'A'} := U_{CA} - U_{CC'} + U_{AA'} \qquad U_{C'A'} = -205.464 + 54.932i \qquad F(U_{C'A'}) = (212.68 - 165.032)$$
 
$$Z'_{a'b'} := Z'_a + Z'_b \qquad Z'_{a'b'} = 102$$

Ток в активной нагрузке, согласно закону Ома, равен:

$$\Gamma_{A} := \frac{U_{A'B'}}{Z'_{a'b'}}$$
 $\Gamma_{A} = 1.132 + 1.203i$ 
 $\Gamma_{A} = 1.132 + 1.203i$ 
 $\Gamma_{A} = 1.132 + 1.203i$ 

$$I_B := -I_A$$
  $I_B = -1.132 - 1.203i$   $F(I_B) = (1.651 - 133.254)$ 

Токи в нагрузке, соединенной звездой в системе могут быть вычислены по первому закону Кирхгофа.

$$\begin{split} & \Gamma^{"}_{C} := I_{C} & \Gamma^{"}_{C} = 1.846 + 2.345i & F\left(\Gamma^{"}_{C}\right) = (2.984 - 51.801) \\ & \Gamma^{"}_{A} := I_{A} - \Gamma^{'}_{A} & \Gamma^{"}_{A} = 0.538 - 2.547i & F\left(\Gamma^{"}_{A}\right) = (2.603 - 78.08) \\ & \Gamma^{"}_{B} := I_{B} - \Gamma^{'}_{B} & \Gamma^{"}_{B} = -2.383 + 0.201i & F\left(\Gamma^{"}_{B}\right) = (2.392 - 175.172) \end{split}$$

Согласно выполненным расчетам, показания включенных в цепь амперметров равны:

$$A_1 = 2.984(A)$$
  $A_2 = 1.651(A)$   $A_a = 2.143(A)$   $A_b = 3.654(A)$   $A_c = 2.984(A)$ 

Расчет показаний ваттметров выполняется так же, как и в случае симметричной системы:

Показание ваттметра Wa:

$$i \cdot 30 \frac{\pi}{180}$$
 $E_{CA} := E_{C} \cdot \sqrt{3} \cdot e$ 
 $E_{CA} = -202.5 + 116.913i$ 
 $E_{CA} := -202.5 + 116.913i$ 
 $E_{CA} := -202.5 + 116.913i$ 

Показание ваттметра Wb:

$$\begin{aligned} & -\mathrm{i}\cdot 30\frac{\pi}{180} \\ & E_{BA} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e \end{aligned} \qquad E_{BA} = -202.5 - 116.913\mathrm{i} \\ & Wb := \text{Re} \Big( E_{BA} \cdot \overline{I_B} \Big) \end{aligned} \qquad Wb = 828.781$$

Полная мощность равна:

$$W := Wa + Wb$$
  $W = 729.268$ 

#### Баланс активной и реактивной мощностей

$$Sr := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C}$$
  $Sr = 729.268 + 898.831i$ 

Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$\begin{aligned} &\operatorname{Ppr} := \left[ \left( \left| \operatorname{I}_{A} \right| \right)^{2} + \left( \left| \operatorname{I}_{B} \right| \right)^{2} + \left( \left| \operatorname{I}_{C} \right| \right)^{2} \right] \cdot \operatorname{R}_{L} + \left[ \left( \left| \operatorname{I}_{A} \right| \right)^{2} + \left( \left| \operatorname{I}_{B} \right| \right)^{2} \right] \cdot \operatorname{R} \end{aligned} \qquad \qquad \operatorname{Ppr} = 729.268$$

$$&\operatorname{Qpr} := \left[ \left( \left| \operatorname{I''}_{A} \right| \right)^{2} + \left( \left| \operatorname{I''}_{B} \right| \right)^{2} + \left( \left| \operatorname{I''}_{C} \right| \right)^{2} \right] \cdot \left( \operatorname{X}_{L} \cdot \operatorname{i} \right) \qquad \operatorname{Qpr} = 898.831 \operatorname{i}$$

## Построение совмещененной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи

