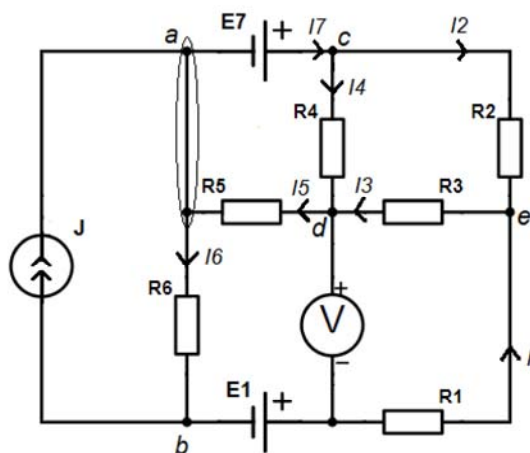


Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського»
Факультет інформатики та обчислювальної техніки
Кафедра обчислювальної техніки

РОЗРАХУНКОВА ГРАФІЧНА РОБОТА № 1

з дисципліни «Теорія електричних та магнітних кіл»
на тему «**Лінійні електричні кола постійного струму**»

ВИКОНАЛА:
студентка II курсу ФІОТ
групи ІО-64
Бровченко Анастасія Вікторівна
Варіант – 753

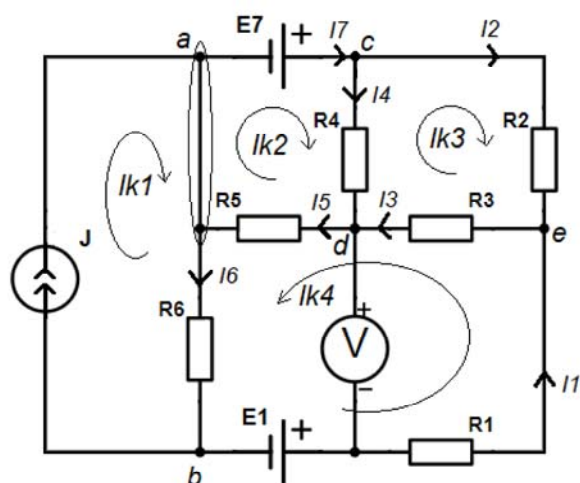


Розрахувати струми у всіх вітках кола методом контурних струмів.
Скласти баланс потужностей.

Параметри елементів схеми:

$$\begin{array}{lll} E1 := 225 \text{ V} & R1 := 60 \, \Omega & R4 := 40 \, \Omega \\ E7 := 275 \text{ V} & R2 := 55 \, \Omega & R5 := 35 \, \Omega \\ J := 25 \text{ A} & R3 := 50 \, \Omega & R6 := 30 \, \Omega \end{array}$$

МЕТОД КОНТУРНИХ СТРУМІВ



Аналізуємо електричне коло і бачимо, що в ньому наявна вітка із джерелом струму. Обираємо незалежні контури так, щоб через джерело струму проходив тільки один контурний струм. Тоді цей контурний струм буде відомим і складати рівняння для цього контура буде непотрібно.

Система рівнянь за методом контурних струмів в загальному вигляді для цієї схеми виглядає так:

$$\begin{cases} lk1 = J \\ R21 \cdot lk1 + R22 \cdot lk2 + R23 \cdot lk3 + R24 \cdot lk4 = Ek2 \\ R31 \cdot lk1 + R32 \cdot lk2 + R33 \cdot lk3 + R34 \cdot lk4 = Ek3 \\ R41 \cdot lk1 + R42 \cdot lk2 + R43 \cdot lk3 + R44 \cdot lk4 = Ek4 \end{cases}$$

Розшифруємо коефіцієнти рівнянь:

Власні контурні опори

(сума опорів віток, які утворюють цей контур)

$$R22 := R4 + R5 = 75 \, \Omega$$

$$R33 := R2 + R3 + R4 = 145 \, \Omega$$

$$R44 := R1 + R3 + R5 + R6 = 175 \, \Omega$$

Суміжні контурні опори

(сума опорів, через які проходять обидва контурні струми. "+" - в одну сторону, "-" - в різні)

$$R_{21} := 0 \, \Omega$$

$$R_{31} := 0 \, \Omega$$

$$R_{41} := R_6 = 30 \, \Omega$$

$$R_{23} := -R_4 = -40 \, \Omega$$

$$R_{32} := -R_4 = -40 \, \Omega$$

$$R_{42} := R_5 = 35 \, \Omega$$

$$R_{24} := R_5 = 35 \, \Omega$$

$$R_{34} := R_3 = 50 \, \Omega$$

$$R_{43} := R_3 = 50 \, \Omega$$

Контурні ЕРС (алгебраїчна сума ЕРС віток, що створюють незалежний контур)

$$E_{k2} := E_7 = 275 \, V$$

$$E_{k3} := 0 \, V$$

$$E_{k4} := E_1 = 225 \, V$$

Застосуємо **Метод Крамера** для розв'язання системи рівнянь

$$\Delta := \begin{vmatrix} R_{22} & R_{23} & R_{24} \\ R_{32} & R_{33} & R_{34} \\ R_{42} & R_{43} & R_{44} \end{vmatrix} = (1.118 \cdot 10^6) \, \Omega^3$$

$$\Delta_2 := \begin{vmatrix} E_{k2} - R_{21} \cdot J & R_{23} & R_{24} \\ E_{k3} - R_{31} \cdot J & R_{33} & R_{34} \\ E_{k4} - R_{41} \cdot J & R_{43} & R_{44} \end{vmatrix} = (1.001 \cdot 10^7) \frac{kg^3 \cdot m^6}{s^9 \cdot A^5}$$

$$\Delta_3 := \begin{vmatrix} R_{22} & E_{k2} - R_{21} \cdot J & R_{24} \\ R_{32} & E_{k3} - R_{31} \cdot J & R_{34} \\ R_{42} & E_{k4} - R_{41} \cdot J & R_{44} \end{vmatrix} = (5.11 \cdot 10^6) \frac{kg^3 \cdot m^6}{s^9 \cdot A^5}$$

$$\Delta_4 := \begin{vmatrix} R_{22} & R_{23} & E_{k2} - R_{21} \cdot J \\ R_{32} & R_{33} & E_{k3} - R_{31} \cdot J \\ R_{42} & R_{43} & E_{k4} - R_{41} \cdot J \end{vmatrix} = -6.815 \cdot 10^6 \frac{kg^3 \cdot m^6}{s^9 \cdot A^5}$$

$$I_{k1} := J = 25 \, A$$

$$I_{k3} := \frac{\Delta_3}{\Delta} = 4.571 \, A$$

$$I_{k2} := \frac{\Delta_2}{\Delta} = 8.949 \, A$$

$$I_{k4} := \frac{\Delta_4}{\Delta} = -6.096 \, A$$

Струми віток дорівнюють алгебраїчній сумі контурних струмів, що проходять через ці вітки.

$$I_1 := I_{k4} = -6.096 \, A$$

$$I_5 := I_{k2} + I_{k4} = 2.853 \, A$$

$$I_2 := I_{k3} = 4.571 \, A$$

$$I_6 := I_{k4} + I_{k1} = 18.904 \, A$$

$$I_3 := I_{k3} + I_{k4} = -1.525 \, A$$

$$I_7 := I_{k2} = 8.949 \, A$$

$$I_4 := I_{k2} - I_{k3} = 4.378 \, A$$

Складемо баланс потужностей.

Потужність джерел: $P_{dg} := E1 \cdot I1 + E7 \cdot I7 + J \cdot I6 \cdot R6 = (1.527 \cdot 10^4) \text{ W}$

Потужність споживачів:

$$P_{sp} := R1 \cdot I1^2 + R2 \cdot I2^2 + R3 \cdot I3^2 + R4 \cdot I4^2 + R5 \cdot I5^2 + R6 \cdot I6^2 = (1.527 \cdot 10^4) \text{ W}$$

Похибка складає: $\Delta P := \frac{|P_{dg} - P_{sp}|}{P_{dg}} \cdot 100\% = 0$

Складаємо рівняння за законами Кірхгофа для перевірки правильності одержаних результатів.

a) $J + I5 - I7 - I6 = -3.553 \cdot 10^{-15} \text{ A}$

b) $J + I1 - I6 = 0 \text{ A}$

c) $I2 + I4 - I7 = 0 \text{ A}$

d) $I4 + I3 - I5 = 0 \text{ A}$

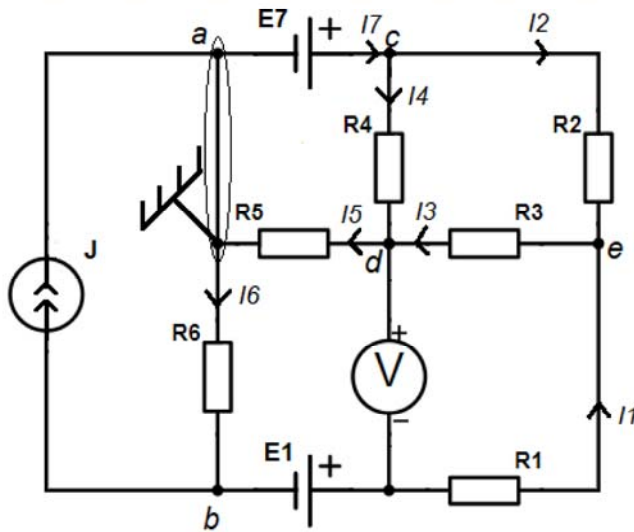
II) $I4 \cdot R4 + I5 \cdot R5 - E7 = 0 \text{ V}$

III) $I2 \cdot R2 + I3 \cdot R3 - R4 \cdot I4 = 0 \text{ V}$

IV) $I5 \cdot R5 + R3 \cdot I3 + I1 \cdot R1 + I6 \cdot R6 - E1 = 0 \text{ V}$

Отже розрахунки виконано правильно.

МЕТОД ВУЗЛОВИХ ПОТЕНЦІАЛІВ



Аналізуємо електричне коло і бачимо, що в ньому наявна вітка із джерелом ЕРС та R=0. Це вітка №7. Тому заземляємо один з прилеглих до цієї вітки вузлів. Інший прилеглий вузол буде відомим.

$$U_a := 0 \text{ V}$$

$$U_c := E7 = 275 \text{ V}$$

Для цих вузлів складати рівняння не потрібно.

Система рівнянь за методом вузлових потенціалів у загальному вигляді для цієї схеми виглядає так:

$$\begin{cases} -G_{ba}U_a + G_{bb}U_b - G_{bc}U_c - G_{bd}U_d - G_{be}U_e = I_{bb} \\ -G_{da}U_a - G_{db}U_b - G_{dc}U_c + G_{dd}U_d - G_{de}U_e = I_{dd} \\ -G_{ea}U_a - G_{eb}U_b - G_{ec}U_c - G_{ed}U_d + G_{ee}U_e = I_{ee} \\ U_c = 0 \text{ V} \\ U_a = E7 \end{cases}$$

Розшифруємо коефіцієнти рівнянь:

Власні провідності віток:

$$G_{bb} := \frac{1}{R1} + \frac{1}{R6} = 0.05 \text{ S}$$

$$G_{dd} := \frac{1}{R3} + \frac{1}{R4} + \frac{1}{R5} = 0.074 \text{ S}$$

$$G_{ee} := \frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \frac{1}{R3} = 0.055 \text{ S}$$

Суміжні провідності віток:

$$G_{ba} := \frac{1}{R6} = 0.033 \text{ S}$$

$$G_{db} := 0 \text{ S}$$

$$G_{ea} := 0 \text{ S}$$

$$G_{bc} := 0 \text{ S}$$

$$G_{da} := \frac{1}{R5} = 0.029 \text{ S}$$

$$G_{eb} := \frac{1}{R1} = 0.017 \text{ S}$$

$$G_{bd} := 0 \text{ S}$$

$$G_{dc} := \frac{1}{R_4} = 0.025 \text{ S}$$

$$G_{ec} := \frac{1}{R_2} = 0.018 \text{ S}$$

$$G_{be} := \frac{1}{R_1} = 0.017 \text{ S}$$

$$G_{de} := \frac{1}{R_3} = 0.02 \text{ S}$$

$$G_{ed} := \frac{1}{R_3} = 0.02 \text{ S}$$

Струми віток:

$$I_{bb} := -\frac{E_1}{R_1} - J = -28.75 \text{ A}$$

$$I_{ee} := \frac{E_1}{R_1} = 3.75 \text{ A}$$

$$I_{dd} := 0$$

Застосуємо **Метод Крамера** для розв'язання системи рівнянь

$$\Delta := \begin{vmatrix} G_{bb} & -G_{bd} & -G_{be} \\ -G_{db} & G_{dd} & -G_{de} \\ -G_{eb} & -G_{ed} & G_{ee} \end{vmatrix} = (1.613 \cdot 10^{-4}) \text{ S}^3$$

$$\Delta_b := \begin{vmatrix} I_{bb} + G_{ba} \cdot U_a + G_{bc} \cdot U_c & -G_{bd} & -G_{be} \\ I_{dd} + G_{da} \cdot U_a + G_{dc} \cdot U_c & G_{dd} & -G_{de} \\ I_{ee} + G_{ea} \cdot U_a + G_{ec} \cdot U_c & -G_{ed} & G_{ee} \end{vmatrix} = -0.091 \frac{\text{s}^6 \cdot \text{A}^5}{\text{kg}^2 \cdot \text{m}^4}$$

$$\Delta_d := \begin{vmatrix} G_{bb} & I_{bb} + G_{ba} \cdot U_a + G_{bc} \cdot U_c & -G_{be} \\ -G_{db} & I_{dd} + G_{da} \cdot U_a + G_{dc} \cdot U_c & -G_{de} \\ -G_{eb} & I_{ee} + G_{ea} \cdot U_a + G_{ec} \cdot U_c & G_{ee} \end{vmatrix} = 0.016 \frac{\text{s}^6 \cdot \text{A}^5}{\text{kg}^2 \cdot \text{m}^4}$$

$$\Delta_e := \begin{vmatrix} G_{bb} & -G_{bd} & I_{bb} + G_{ba} \cdot U_a + G_{bc} \cdot U_c \\ -G_{db} & G_{dd} & I_{dd} + G_{da} \cdot U_a + G_{dc} \cdot U_c \\ -G_{eb} & -G_{ed} & I_{ee} + G_{ea} \cdot U_a + G_{ec} \cdot U_c \end{vmatrix} = 0.004 \frac{\text{s}^6 \cdot \text{A}^5}{\text{kg}^2 \cdot \text{m}^4}$$

$$U_b := \frac{\Delta_b}{\Delta} = -567.129 \text{ V}$$

$$U_d := \frac{\Delta_d}{\Delta} = 99.866 \text{ V}$$

$$U_e := \frac{\Delta_e}{\Delta} = 23.614 \text{ V}$$

Обчислюємо **струми віток** за законом Ома для ділянки кола.

$$I_1 := \frac{U_b - U_e + E_1}{R_1} = -6.096 \text{ A} \quad I_2 := \frac{U_c - U_e}{R_2} = 4.571 \text{ A} \quad I_3 := \frac{U_e - U_d}{R_3} = -1.525 \text{ A}$$

$$I_4 := \frac{U_c - U_d}{R_4} = 4.378 \text{ A} \quad I_5 := \frac{U_d - U_a}{R_5} = 2.853 \text{ A} \quad I_6 := \frac{U_a - U_b}{R_6} = 18.904 \text{ A}$$

$$I_7 := J - I_6 = 6.096 \text{ A}$$

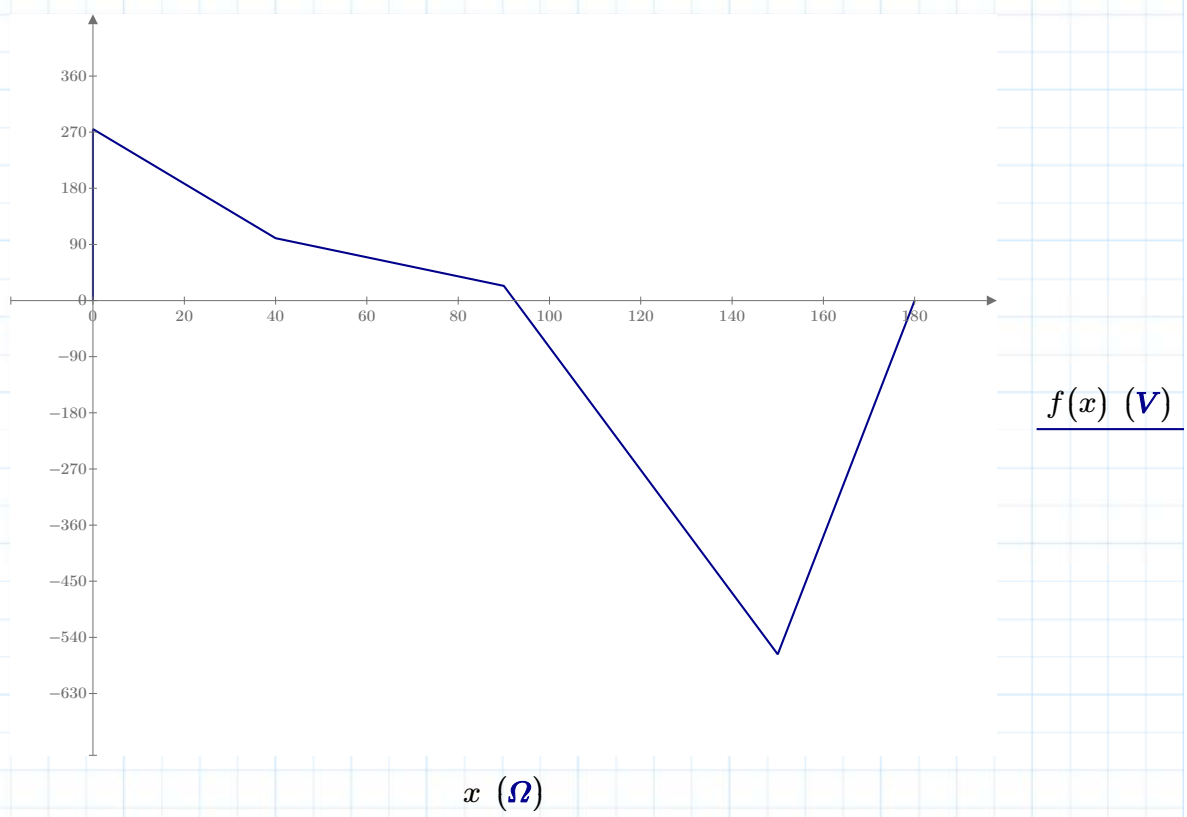
Напругу на вольтметрі U_v знайдемо за другим законом Кірхгофа.

$$U_v := -I_3 \cdot R_3 - I_1 \cdot R_1 = 441.995 \text{ V}$$

Потенціальна діаграма.

$$f(x) := [U_a \ U_c \ U_d \ U_e \ U_b \ U_a]^T$$

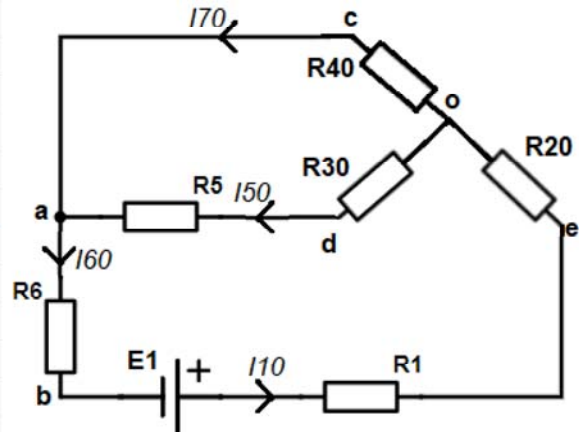
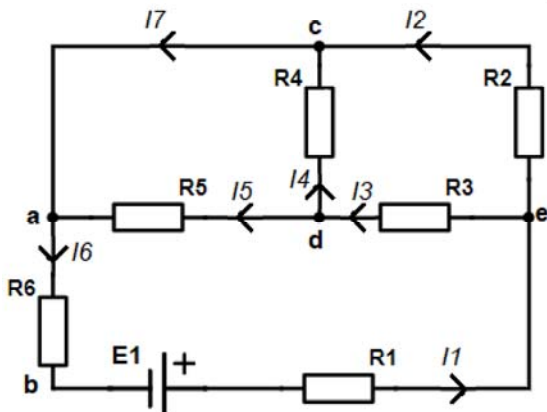
$$x := [0 \ 0 \ R_4 \ R_3 + R_4 \ R_1 + R_4 + R_3 \ R_6 + R_1 + R_4 + R_3]^T$$



МЕТОД НАКЛАДАННЯ

Розраховуємо 3 часткові схеми, які мають лише одне джерело струму чи напруги. Вилучаючи джерело ЕРС, залишаємо замість нього його внутрішній опір. Вилучаючи джерело струму, в схемі утворюється розрив, бо опір джерела струму нескінченно великий.

Схема 1



Застосувавши еквівалентні перетворення, отримали нову схему з такими опорами:

$$R_{40} := \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4} = 15.172 \, \Omega$$

$$R_{30} := \frac{R_4 \cdot R_3}{R_2 + R_3 + R_4} = 13.793 \, \Omega$$

$$R_{20} := \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3 + R_4} = 18.966 \, \Omega$$

Обчислення:

$$R := R_6 + R_1 + R_{20} + \frac{R_{40} \cdot (R_5 + R_{30})}{R_5 + R_{30} + R_{40}} = 120.539 \, \Omega$$

$$I_{60} := \frac{E_1}{R} = 1.867 \, \text{A}$$

$$I_{10} := I_{60} = 1.867 \, \text{A}$$

$$I_{70} := I_{60} \cdot \frac{R_5 + R_{30}}{R_5 + R_{30} + R_{40}} = 1.424 \, \text{A}$$

$$I_{50} := I_{60} - I_{70} = 0.443 \, \text{A}$$

Відповідь до схеми 1:

$$I_{41} := \frac{R_{40} \cdot I_{70} - R_{30} \cdot I_{50}}{R_4} = 0.387 \, \text{A}$$

$$I_{21} := \frac{R_{40} \cdot I_{70} + R_{20} \cdot I_{10}}{R_2} = 1.036 \, \text{A}$$

$$I_{31} := \frac{R_{30} \cdot I_{50} + R_{20} \cdot I_{10}}{R_3} = 0.83 \, \text{A}$$

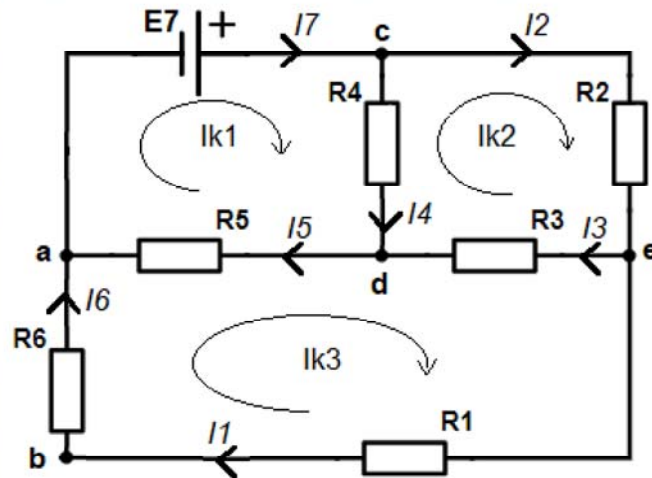
$$I_{61} := I_{60} = 1.867 \, \text{A}$$

$$I_{51} := I_{50} = 0.443 \, \text{A}$$

$$I_{11} := I_{10} = 1.867 \, \text{A}$$

$$I_{71} := I_{70} = 1.424 \, \text{A}$$

Схема 2



Розраховуємо за методом контурних струмів:

$$\begin{cases} (R4 + R5) * Ik1 - R4 * Ik2 - R5 * Ik3 = E7 \\ -R4 * Ik1 + (R2 + R3 + R4) * Ik2 - R3 * Ik3 = 0 \\ -R5 * Ik1 - R3 * Ik2 + (R1 + R3 + R5 + R6) * Ik3 = 0 \end{cases}$$

$$\Delta := \begin{vmatrix} R4 + R5 & -R4 & -R5 \\ -R4 & R2 + R3 + R4 & -R3 \\ -R5 & -R3 & R1 + R3 + R5 + R6 \end{vmatrix} = (1.118000 \cdot 10^6) \, \Omega^3$$

$$\Delta_1 := \begin{vmatrix} E7 & -R4 & -R5 \\ 0 \, \text{V} & R2 + R3 + R4 & -R3 \\ 0 \, \text{V} & -R3 & R1 + R3 + R5 + R6 \end{vmatrix} = (6.290625 \cdot 10^6) \frac{\text{kg}^3 \cdot \text{m}^6}{\text{s}^9 \cdot \text{A}^5}$$

$$\Delta_2 := \begin{vmatrix} R4 + R5 & E7 & -R5 \\ -R4 & 0 \, \text{V} & -R3 \\ -R5 & 0 \, \text{V} & R1 + R3 + R5 + R6 \end{vmatrix} = (2.406250 \cdot 10^6) \frac{\text{kg}^3 \cdot \text{m}^6}{\text{s}^9 \cdot \text{A}^5}$$

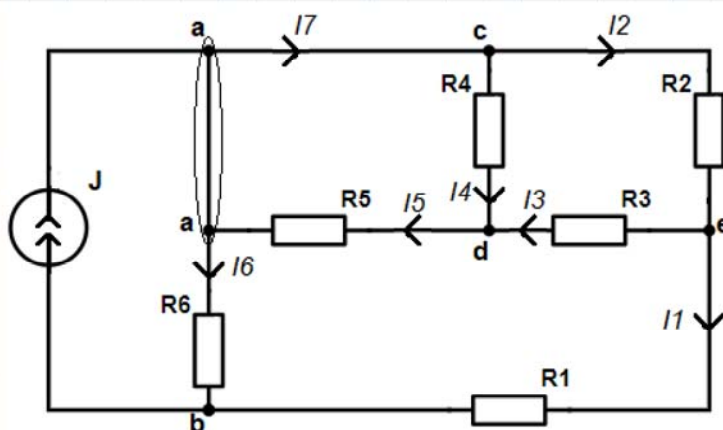
$$\Delta_3 := \begin{vmatrix} R4 + R5 & -R4 & E7 \\ -R4 & R2 + R3 + R4 & 0 \, \text{V} \\ -R5 & -R3 & 0 \, \text{V} \end{vmatrix} = (1.945625 \cdot 10^6) \frac{\text{kg}^3 \cdot \text{m}^6}{\text{s}^9 \cdot \text{A}^5}$$

$$Ik1 := \frac{\Delta_1}{\Delta} = 5.627 \, \text{A} \quad Ik2 := \frac{\Delta_2}{\Delta} = 2.152 \, \text{A} \quad Ik3 := \frac{\Delta_3}{\Delta} = 1.74 \, \text{A}$$

Відповідь до схеми 2:

$$\begin{aligned} I_{12} &:= Ik3 = 1.74 \, \text{A} & I_{42} &:= Ik1 - Ik2 = 3.474 \, \text{A} & I_{72} &:= Ik1 = 5.627 \, \text{A} \\ I_{22} &:= Ik2 = 2.152 \, \text{A} & I_{52} &:= Ik1 - Ik3 = 3.886 \, \text{A} \\ I_{32} &:= Ik2 - Ik3 = 0.412 \, \text{A} & I_{62} &:= Ik3 = 1.74 \, \text{A} \end{aligned}$$

Схема 3



$$R_{45} := \frac{R4 \cdot R5}{R4 + R5} = 18.667 \, \Omega$$

$$R_{2345} := \frac{R2 \cdot (R3 + R_{45})}{R2 + R3 + R_{45}} = 30.539 \, \Omega$$

Відповідь до схеми 3:

$$I_{13} := J \cdot \frac{R6}{R1 + R6 + R_{2345}} = 6.222 \, A$$

$$I_{63} := J - I_{13} = 18.778 \, A$$

$$I_{33} := -I_{13} \cdot \frac{R2}{R2 + R3 + R_{45}} = -2.767 \, A$$

$$I_{23} := I_{13} + I_{33} = 3.455 \, A$$

$$I_{43} := I_{33} \cdot \frac{R5}{R4 + R5} = -1.291 \, A$$

$$I_{53} := -(I_{33} - I_{43}) = 1.476 \, A$$

$$I_{73} := I_{23} - I_{43} = 4.746 \, A$$

Обчислюємо безпосередньо струми в початковій схемі:

$$I_1 := I_{11} - I_{12} - I_{13} = -6.096 \, A$$

$$I_2 := -I_{21} + I_{22} + I_{23} = 4.571 \, A$$

$$I_3 := I_{31} + I_{32} + I_{33} = -1.525 \, A$$

$$I_4 := -I_{41} + I_{42} - I_{43} = 4.378 \, A$$

$$I_5 := I_{51} + I_{52} - I_{53} = 2.853 \, A$$

$$I_6 := I_{61} - I_{62} + I_{63} = 18.904 \, A$$

$$I_7 := -I_{71} + I_{72} + I_{73} = 8.949 \, A$$

Виконаємо перевірку за I законом Кірхгофа:

$$J + I_5 - I_7 - I_6 = 0 \, A$$

$$I_7 - I_2 - I_4 = 0 \, A$$

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0 \, A$$

$$I_4 + I_3 - I_5 = (8.882 \cdot 10^{-16}) \, A$$

Визначення вхідних та взаємних провідностей віток, коефіцієнтів передачі струму.

Коло з джерелом напруги E1:

$$G_{11} := \frac{I_{11}}{E_1} = 0.008 \text{ S}$$

$$G_{51} := \frac{I_{51}}{E_1} = 0.002 \text{ S}$$

$$G_{21} := \frac{I_{21}}{E_1} = 0.005 \text{ S}$$

$$G_{61} := \frac{I_{61}}{E_1} = 0.008 \text{ S}$$

$$G_{31} := \frac{I_{31}}{E_1} = 0.004 \text{ S}$$

$$G_{71} := \frac{I_{71}}{E_1} = 0.006 \text{ S}$$

$$G_{41} := \frac{I_{41}}{E_1} = 0.002 \text{ S}$$

$$G_{j1} := 0 \text{ S}$$

Коло з джерелом напруги E7:

$$G_{17} := \frac{I_{12}}{E_7} = 0.006 \text{ S}$$

$$G_{57} := \frac{I_{52}}{E_7} = 0.014 \text{ S}$$

$$G_{27} := \frac{I_{22}}{E_7} = 0.008 \text{ S}$$

$$G_{67} := \frac{I_{62}}{E_7} = 0.006 \text{ S}$$

$$G_{37} := \frac{I_{32}}{E_7} = 0.001 \text{ S}$$

$$G_{77} := \frac{I_{72}}{E_7} = 0.02 \text{ S}$$

$$G_{47} := \frac{I_{42}}{E_7} = 0.013 \text{ S}$$

$$G_{j7} := 0 \text{ S}$$

Коло з джерелом струму J:

$$K_1 := \frac{I_{13}}{J} = 0.249$$

$$K_5 := \frac{I_{53}}{J} = 0.059$$

$$K_2 := \frac{I_{23}}{J} = 0.138$$

$$K_6 := \frac{I_{63}}{J} = 0.751$$

$$K_3 := \frac{I_{33}}{J} = -0.111$$

$$K_7 := \frac{I_{73}}{J} = 0.19$$

$$K_4 := \frac{I_{43}}{J} = -0.052$$

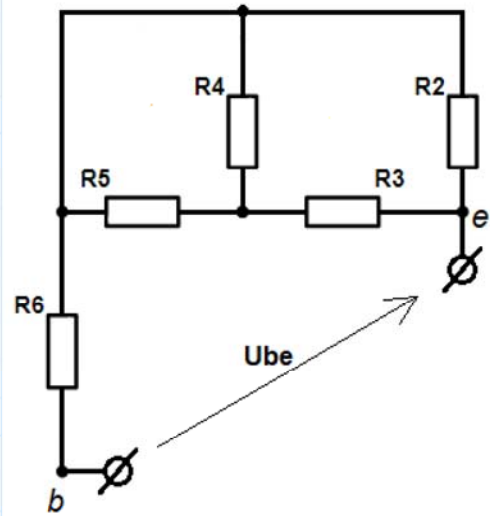
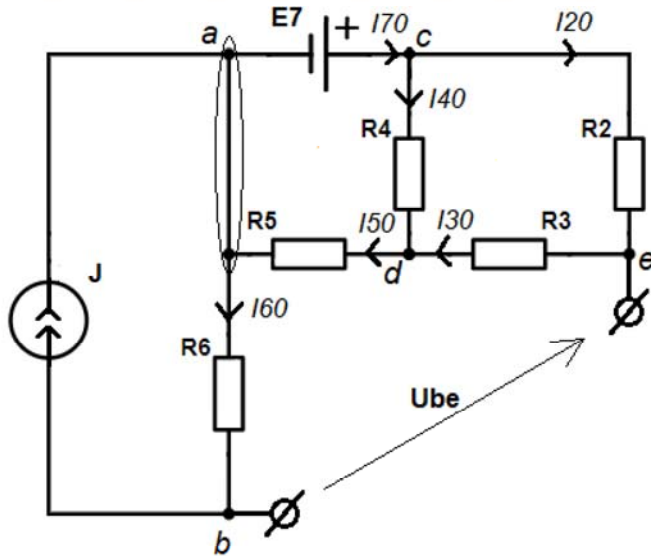
$$K_j := \frac{J}{J} = 1$$

Розрахуємо якою повинна бути ЕРС E1x, щоб $I_{5x} := 5 \text{ A}$

$$E_{1x} := \frac{I_{5x} - G_{57} \cdot E_7 - K_5 \cdot J}{G_{51}} = -184.091 \text{ V}$$

МЕТОД ЕКВІВАЛЕНТНОГО ГЕНЕРАТОРА

$$U_{be} = -J \cdot R_6 - I_{50} \cdot R_5 - I_{30} \cdot R_3$$



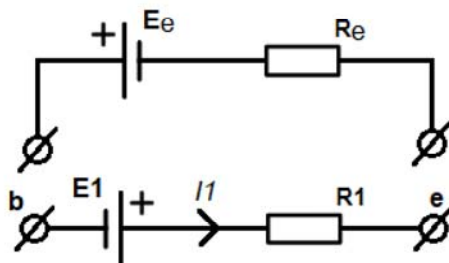
За методом накладання:

$$I_{30} := \frac{E_7 \cdot R_4}{\left(\frac{(R_2 + R_3) \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4} + R_5 \right) (R_2 + R_3 + R_4)} + 0 \text{ A} = 1.186 \text{ A}$$

$$I_{50} := \frac{E_7}{\frac{(R_2 + R_3) \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4} + R_5} + 0 \text{ A} = 4.299 \text{ A}$$

$$U_{be} := -J \cdot R_6 - I_{50} \cdot R_5 - I_{30} \cdot R_3 = -959.771 \text{ V}$$

$$R_{be} := \frac{R_2 \cdot \left(R_3 + \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} \right)}{R_2 + R_3 + \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5}} + R_6 = 60.539 \text{ } \Omega$$



$$E_e := U_{be}$$

$$R_e := R_{be}$$

$$I_1 := \frac{E_1 + E_e}{R_e + R_1} = -6.096 \text{ A}$$

Яку ЕРС (E_x) потрібно увімкнути в 1 вітку, щоб струм I_1 збільшився в 5 разів і змінив напрямок?

$$I_{1x} := -5 \cdot I_1 = 30.479 \text{ A}$$

$$E_x := \frac{I_{1x} \cdot (R_e + R_1) \cdot 1 \text{ V}}{E_1 + E_e} = -5 \text{ V}$$