# Министерство образования и науки Украины Национальный технический университет Украины "Киевский Политехнический Институт"

Кафедра ТОЭ

# Расчетно-графическая работа

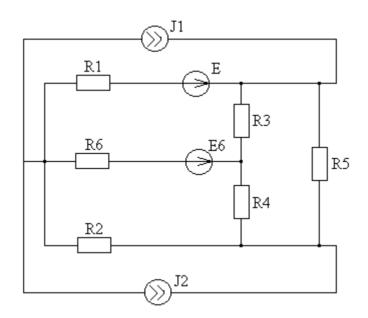
"Расчёт цепей постоянного тока" Вариант № 182

Выполнил:		
Провения:		

# Задание:

- 1. Найти токи в ветках данной электрической цепи методом узловых потенциалов и контурных токов. Проверить расчёт цепи при помощи законов Кирхгофа для каждого узла и независимого контура. Сложить и проверить уравнение баланса мощностей.
- 2. Построить потенциальную диаграмму для контура данной цепи.
- 3. Найти токи в ветвях данной цепи методом эквивалентного генератора.
- 4. Найти токи в ветках методом наложения. Проверить расчеты цепи за законами Кирхгофа.

$$R_1 := 10$$
  $R_2 := 20$   $R_3 := 25$   $R_4 := 40$   $R_5 := 50$   $R_6 := 100$   $E_6 := 200$   $E_1 := 25$   $E_2 := 10$ 



#### Метод контурных токов

За вторым законом Кирхгофа составляем систему уравнений. Решая получиную систему уравнений, находим контурные токи.

$$\mathbf{I}_{\mathbf{K}1} := 1 \qquad \quad \mathbf{I}_{\mathbf{K}2} := 1 \qquad \quad \mathbf{I}_{\mathbf{K}3} := 1$$

Given

$$\begin{split} & I_{K1} \cdot \left( R_1 + R_3 + R_6 \right) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_3 - J_1 \cdot R_1 = E - E_6 \\ & - I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot \left( R_2 + R_4 + R_6 \right) - I_{K3} \cdot R_4 + J_2 \cdot R_2 = E_6 \\ & - I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot \left( R_3 + R_4 + R_5 \right) = 0 \end{split}$$

$$\begin{pmatrix} \mathrm{I}_{K1} \\ \mathrm{I}_{K2} \\ \mathrm{I}_{K3} \end{pmatrix} \coloneqq \mathrm{Find} \big( \mathrm{I}_{K1}, \mathrm{I}_{K2}, \mathrm{I}_{K3} \big)$$

 $I_{K1} = 3.081$ 

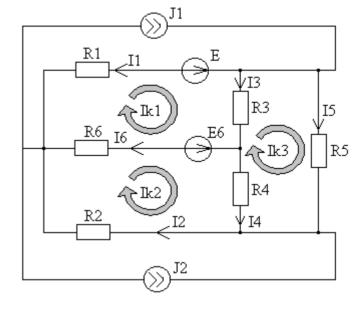
 $I_{K2} = 2.292$ 

 $I_{K3} = 1.467$ 

 $I_6 := I_{K1} - I_{K2}$ 

Токи ветвей схемы равны:

$$\begin{split} I_1 &\coloneqq J_1 - I_{K1} & I_1 = 21.919 \\ I_2 &\coloneqq J_2 + I_{K2} & I_2 = 12.292 \\ I_3 &\coloneqq I_{K1} - I_{K3} & I_3 = 1.614 \\ I_4 &\coloneqq I_{K2} - I_{K3} & I_4 = 0.825 \\ I_5 &\coloneqq I_{K3} & I_5 = 1.467 \end{split}$$



## Метод узловых потенциалов

Примем потенциал точки 1 равным 0:  $\phi_1 := 0$ 

 $I_6 = 0.789$ 

Найдем узловые и межузловые проводимости и узловые токи:

$$G_{22} := \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5}$$
  $G_{22} = 0.16$ 

$$G_{44} := \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}$$
  $G_{44} = 0.095$ 

$$G_{21} := \frac{1}{R_1}$$
  $G_{21} = 0.1$ 

$$G_{23} := \frac{1}{R_3}$$
  $G_{23} = 0.04$ 

$$G_{24} := \frac{1}{R_5}$$
  $G_{24} = 0.02$ 

$$G_{31} := \frac{1}{R_6}$$
  $G_{31} = 0.01$ 

$$G_{32} := G_{23}$$
  $G_{32} = 0.04$ 

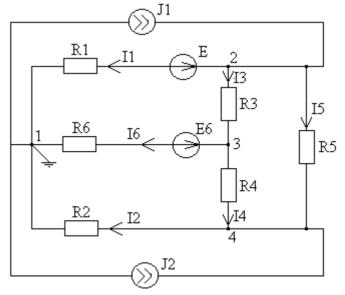
$$G_{34} := \frac{1}{R_4}$$
  $G_{34} = 0.025$ 

$$G_{41} := \frac{1}{R_2}$$
  $G_{41} = 0.05$ 

$$G_{42} := G_{24}$$
  $G_{42} = 0.02$ 

$$G_{43} := G_{34}$$
  $G_{43} = 0.025$ 

$$G_{33} := \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6}$$
  $G_{33} = 0.075$ 



$$J_{B2} := J_1 + \frac{E}{R_1} \qquad J_{B2} = 35 \qquad \qquad J_{B4} := J_2 \qquad \qquad J_{B4} = 10$$
 
$$J_{B3} := \frac{E_6}{R_6} \qquad \qquad J_{B3} = 2$$

Подставив найденые значения проводимостей и узловых токов в расчетную систему уравнений и найдем искомые потенциалы узлов 2 и 4:

$$\begin{array}{lll} \phi_2 \coloneqq 1 & \phi_3 \coloneqq 1 & \phi_4 \coloneqq 1 \\ \text{Given} \\ -G_{21} \cdot \phi_1 + G_{22} \cdot \phi_2 - G_{23} \cdot \phi_3 - G_{24} \cdot \phi_4 = J_{B2} \\ -G_{31} \cdot \phi_1 - G_{32} \cdot \phi_2 + G_{33} \cdot \phi_3 - G_{34} \cdot \phi_4 = J_{B3} \\ -G_{41} \cdot \phi_1 - G_{42} \cdot \phi_2 - G_{43} \cdot \phi_3 + G_{44} \cdot \phi_4 = J_{B4} \\ \begin{pmatrix} \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{pmatrix} \coloneqq \operatorname{Find} \left( \phi_2, \phi_3, \phi_4 \right) \\ \phi_2 = 319.193 & \phi_3 = 278.851 & \phi_4 = 245.844 \\ \text{Токи ветвей схемы находим за законом Oma:} \end{array}$$

Токи ветвей схемы находим за законом Ома:

$$I_{1} := \frac{\phi_{2} - \phi_{1} - E}{R_{1}}$$

$$I_{2} := \frac{\phi_{4} - \phi_{1}}{R_{2}}$$

$$I_{3} := \frac{\phi_{2} - \phi_{3}}{R_{3}}$$

$$I_{4} := \frac{\phi_{3} - \phi_{4}}{R_{4}}$$

$$I_{4} := \frac{\phi_{2} - \phi_{4}}{R_{5}}$$

$$I_{5} := \frac{\phi_{2} - \phi_{4}}{R_{5}}$$

$$I_{6} := I_{3} - I_{4}$$

$$I_{1} = 21.919$$

$$I_{2} = 12.292$$

$$I_{3} = 1.614$$

$$I_{4} = 0.825$$

$$I_{5} := \frac{\phi_{1} - \phi_{4}}{R_{5}}$$

$$I_{5} = 1.467$$

$$I_{6} := 0.789$$

#### Проверка:

За 1-м законом Кирхгофа:

$$I_6 + I_4 - I_3 = 0$$
  $-I_2 + I_4 + I_5 + J_2 = 1.901 \times 10^{-13}$   $-I_1 - I_5 - I_3 + J_1 = -1.62 \times 10^{-12}$   $I_1 + I_2 + I_6 - J_1 - J_2 = 1.428 \times 10^{-12}$ 

За 2-м законом Кирхгофа:

$$\begin{split} & E_6 - E = 100 & -I_3 \cdot R_3 + I_1 \cdot R_1 - I_6 \cdot R_6 = 100 \\ & -I_1 \cdot R_1 + I_5 \cdot R_5 + I_2 \cdot R_2 = 100 & E = 100 \\ & -I_4 \cdot R_4 + I_5 \cdot R_5 - I_3 \cdot R_3 = 0 \\ & I_2 \cdot R_2 + I_4 \cdot R_4 - I_6 \cdot R_6 = 200 & E_6 = 200 \end{split}$$

Баланс мощностей:

$$-E \cdot I_1 - E_6 \cdot I_6 + J_2 \cdot (I_2 \cdot R_2) + J_1 \cdot (I_1 \cdot R_1 + E) = 8.089 \times 10^3$$

$$I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6 = 8.089 \times 10^3$$

# Потенциальная диаграмма

$$\phi_1 = 0$$

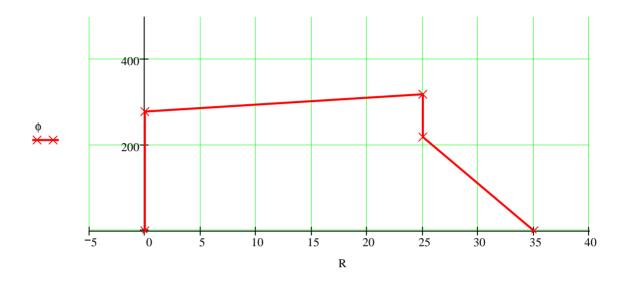
$$\phi_{3'} := \phi_1 + E_6$$
  $\phi_{3'} = 200$ 

$$\phi_3 := \phi_{3'} + I_6 \cdot R_6$$
  $\phi_3 = 278.851$ 

$$\phi_5 := \phi_3 + I_3 \cdot R_3$$
  $\phi_5 = 319.193$ 

$$\phi_2 := \phi_5 - E$$
  $\phi_2 = 219.193$ 

$$\phi_1 := \phi_2 - I_1 \cdot R_1$$
  $\phi_1 = -3.411 \times 10^{-13}$ 



## Метод эквивалентного генератора

Вырезавши из выходной схемы ветку с сопротивлением R1 и источником питания E, получаем схему. В выходной схеме ток I1 направленый от узла 2 к узлу 1, такое же направление выберем и для напряжения холостого хода U1х.

Для нахождения напряжения U1х сначала надо найти токи в ветвях с сопротивлениями R6 и R3. Для этого воспользуемся методом контурных токов:

$$I_{K1} := 1$$
  $I_{K2} := 1$  Given

$$I_{K1} \cdot (R_6 + R_4 + R_2) - I_{K2} \cdot R_4 + J_1 \cdot R_2 + J_2 \cdot R_2 = E_6$$
  
 $-I_{K1} \cdot R_4 + I_{K2} \cdot (R_4 + R_3 + R_5) + J_1 \cdot R_5 = 0$ 

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \end{pmatrix}$$
 := Find $\begin{pmatrix} I_{K1}, I_{K2} \end{pmatrix}$   
 $I_{K1} = -6.399$   $I_{K2} = -13.095$ 

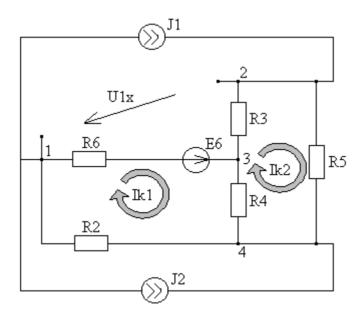
Искомое напряжение холостого хода равно:

$$U_{1X} := -I_{K2} \cdot R_3 - I_{K1} \cdot R_6 + E_6$$
  $U_{1X} = 1.167 \times 10^3$ 

Эквивалентное сопротивление цепи равно:

$$R_{E} := \frac{\left(R_{6} + \frac{R_{3} \cdot R_{4}}{R_{3} + R_{4} + R_{5}}\right) \left(R_{2} + \frac{R_{4} \cdot R_{5}}{R_{3} + R_{4} + R_{5}}\right)}{\left(R_{6} + \frac{R_{3} \cdot R_{4}}{R_{3} + R_{4} + R_{5}}\right) + \left(R_{2} + \frac{R_{4} \cdot R_{5}}{R_{3} + R_{4} + R_{5}}\right) + \left(R_{2} + \frac{R_{4} \cdot R_{5}}{R_{3} + R_{4} + R_{5}}\right)} + \frac{R_{3} \cdot R_{5}}{R_{3} + R_{4} + R_{5}}$$

$$R_{E} = 38.69$$



Искомый ток, вырезаной ветки, равен:

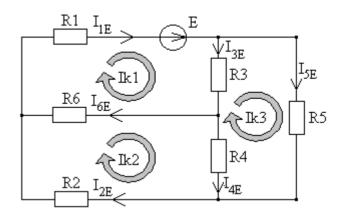
$$I_1 := \frac{-E + U_{1X}}{R_E + R_1}$$

$$I_1 = 21.919$$

#### Метод наложения

В цепи действует только Е:

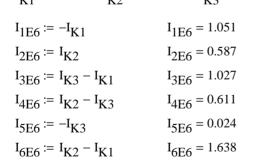
$$\begin{split} &\mathbf{I}_{\text{K1}} \coloneqq \mathbf{I} & \mathbf{I}_{\text{K2}} \coloneqq \mathbf{I} & \mathbf{I}_{\text{K3}} \coloneqq \mathbf{I} \\ & \text{Given} \\ &\mathbf{I}_{\text{K1}} \cdot \left( \mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_3 + \mathbf{R}_6 \right) - \mathbf{I}_{\text{K2}} \cdot \mathbf{R}_6 - \mathbf{I}_{\text{K3}} \cdot \mathbf{R}_3 = \mathbf{E} \\ & - \mathbf{I}_{\text{K1}} \cdot \mathbf{R}_6 + \mathbf{I}_{\text{K2}} \cdot \left( \mathbf{R}_2 + \mathbf{R}_4 + \mathbf{R}_6 \right) - \mathbf{I}_{\text{K3}} \cdot \mathbf{R}_4 = 0 \\ & - \mathbf{I}_{\text{K1}} \cdot \mathbf{R}_3 - \mathbf{I}_{\text{K2}} \cdot \mathbf{R}_4 + \mathbf{I}_{\text{K3}} \cdot \left( \mathbf{R}_3 + \mathbf{R}_4 + \mathbf{R}_5 \right) = 0 \\ & \left( \mathbf{I}_{\text{K1}} \right) \\ & \mathbf{I}_{\text{K2}} \\ & \mathbf{I}_{\text{K2}} \\ & \mathbf{I}_{\text{E}} = \text{Find} \left( \mathbf{I}_{\text{K1}}, \mathbf{I}_{\text{K2}}, \mathbf{I}_{\text{K3}} \right) \\ & \mathbf{I}_{\text{K3}} \\ & \mathbf{I}_{\text{K3}} \\ & \mathbf{I}_{\text{K3}} \\ & \mathbf{I}_{\text{1E}} \coloneqq \mathbf{I}_{\text{K1}} \\ & \mathbf{I}_{\text{1E}} = 2.054 \\ & \mathbf{I}_{\text{1E}} = \mathbf{I}_{\text{K3}} \\ & \mathbf{I}_{\text{1E}} = \mathbf{I}_{\text{K3}} \\ & \mathbf{I}_{\text{2E}} = \mathbf{I}_{\text{K2}} \\ & \mathbf{I}_{\text{3E}} = \mathbf{I}_{\text{528}} \\ & \mathbf{I}_{\text{3E}} \coloneqq \mathbf{I}_{\text{K1}} - \mathbf{I}_{\text{K3}} \\ & \mathbf{I}_{\text{4E}} \coloneqq \mathbf{I}_{\text{K2}} - \mathbf{I}_{\text{K3}} \\ & \mathbf{I}_{\text{5E}} = \mathbf{0.55} \\ & \mathbf{I}_{\text{5E}} \coloneqq \mathbf{I}_{\text{K3}} \\ & \mathbf{I}_{\text{5E}} \coloneqq \mathbf{I}_{\text{K3}} \\ & \mathbf{I}_{\text{5E}} = \mathbf{0.526} \\ \end{split}$$

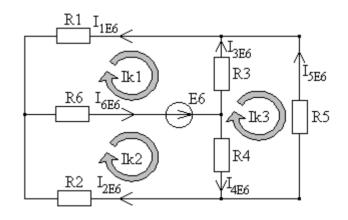


#### В цепи действует только Е6:

$$I_{K1} := 1$$
  $I_{K2} := 1$   $I_{K3} := 1$  Given

$$\begin{split} & I_{K1} \cdot \left( R_1 + R_3 + R_6 \right) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_3 = -E_6 \\ & - I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot \left( R_2 + R_4 + R_6 \right) - I_{K3} \cdot R_4 = E_6 \\ & - I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot \left( R_3 + R_4 + R_5 \right) = 0 \\ & \left( \begin{matrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{matrix} \right) := \operatorname{Find} \left( I_{K1}, I_{K2}, I_{K3} \right) \\ & I_{K1} = -1.051 \quad I_{K2} = 0.587 \qquad I_{K3} = -0.024 \end{split}$$





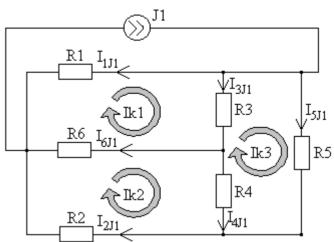
#### В цепи действует только Ј1:

$$\mathbf{I}_{\mathbf{K}\mathbf{1}} \coloneqq \mathbf{1} \qquad \quad \mathbf{I}_{\mathbf{K}\mathbf{2}} \coloneqq \mathbf{1} \qquad \quad \mathbf{I}_{\mathbf{K}\mathbf{3}} \coloneqq \mathbf{1}$$

Given

$$\begin{split} & I_{K1} \cdot \left( R_1 + R_3 + R_6 \right) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_3 - J_1 \cdot R_1 = 0 \\ & - I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot \left( R_2 + R_4 + R_6 \right) - I_{K3} \cdot R_4 = 0 \\ & - I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot \left( R_3 + R_4 + R_5 \right) = 0 \end{split}$$

$$\begin{array}{c} I_{K1} I_{K3} = I_{K2} I_{K4} + I_{K3} I_{K3} + I_{K4} + I_{K5} I_{K3} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{array} ) := \operatorname{Find} \left( I_{K1}, I_{K2}, I_{K3} \right) \\ I_{K1} = 5.134 \qquad I_{K2} = 3.82 \qquad I_{K3} = 2.445 \\ I_{1J1} := I_{1} - I_{K1} \qquad I_{1J1} = 19.866 \\ I_{2J1} := I_{K2} \qquad I_{2J1} = 3.82 \\ I_{3J1} := I_{K1} - I_{K3} \qquad I_{3J1} = 2.689 \\ I_{4J1} := I_{K2} - I_{K3} \qquad I_{4J1} = 1.375 \\ I_{5J1} := I_{K3} \qquad I_{5J1} = 2.445 \\ I_{6J1} := I_{K1} - I_{K2} \qquad I_{6J1} = 1.314 \\ \end{array}$$



#### В цепи действует только Ј2:

$$\mathbf{I}_{\mathbf{K}\mathbf{1}} \coloneqq \mathbf{1} \qquad \quad \mathbf{I}_{\mathbf{K}\mathbf{2}} \coloneqq \mathbf{1} \qquad \quad \mathbf{I}_{\mathbf{K}\mathbf{3}} \coloneqq \mathbf{1}$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_3 + R_6) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_3 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 + I_2 \cdot R_2 = 0$$

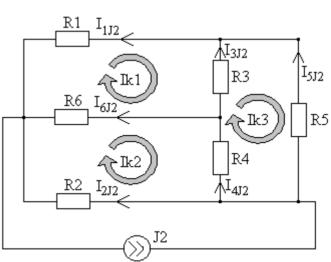
$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_4 + R_5) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \operatorname{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -3.056$$
  $I_{K2} = -3.643$   $I_{K3} = -1.932$ 

$$\begin{split} \mathbf{I}_{1J2} &\coloneqq -\mathbf{I}_{K1} & \quad \mathbf{I}_{1J2} = 3.056 \\ \mathbf{I}_{2J2} &\coloneqq \mathbf{J}_2 + \mathbf{I}_{K2} & \quad \mathbf{I}_{2J2} = 6.357 \\ \mathbf{I}_{3J2} &\coloneqq \mathbf{I}_{K3} - \mathbf{I}_{K1} & \quad \mathbf{I}_{3J2} = 1.125 \\ \mathbf{I}_{4J2} &\coloneqq \mathbf{I}_{K3} - \mathbf{I}_{K2} & \quad \mathbf{I}_{4J2} = 1.711 \\ \mathbf{I}_{5J2} &\coloneqq -\mathbf{I}_{K3} & \quad \mathbf{I}_{5J2} = 1.932 \end{split}$$

$$I_{6J2} \coloneqq I_{K1} - I_{K2}$$
  $I_{6J2} = 0.587$  В основной цепи действуют токи



#### В основной цепи действуют токи:

$$\begin{split} &I_{1} \coloneqq -I_{1E} + I_{1E6} + I_{1J1} + I_{1J2} & I_{1} = 21.919 \\ &I_{2} \coloneqq I_{2E} + I_{2E6} + I_{2J1} + I_{2J2} & I_{2} = 12.292 \\ &I_{3} \coloneqq I_{3E} - I_{3E6} + I_{3J1} + I_{3J2} & I_{3} = 3.863 \\ &I_{4} \coloneqq I_{4E} + I_{4E6} + I_{4J1} - I_{4J2} & I_{4} = 0.825 \\ &I_{5} \coloneqq I_{5E} - I_{5E6} + I_{5J1} - I_{5J2} & I_{5} = 1.467 \\ &I_{6} \coloneqq I_{6E} - I_{6E6} + I_{6J1} + I_{6J2} & I_{6} = 0.789 \end{split}$$