Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Факультет інформатики та обчислювальної техніки

Кафедра обчислювальної техніки

ЗВІТ ДО ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ №4
МІНІМІЗАЦІЯ ЧАСТКОВО ВИЗНАЧЕНИХ ФУНКЦІЙ

Виконав:

студент групи ІВ-71

Мазан Я. В.

Залікова книжка № ІВ-7109

Перевірив:

Верба О. А.

Київ 2017

Мета роботи вивчення методів мінімізації частково визначених функцій, аналітичного одержання множини ТДНФ, дослідження параметрів комбінаційних схем.

Теоретичні відомості

В реальних системах можливі випадки, коли не всі набори змінних можуть подаватися на входи комбінаційної схеми, тобто існують заборонені вхідні комбінації змінних.

На заборонених наборах функція вважається невизначеною, що дає додаткові можливості для спрощення комбінаційної схеми. В таблиці істинності значення функції на таких наборах відзначаються символом, відмінним від 0 і 1, наприклад – прочерком. Довизначення функції на заборонених наборах необхідно робити таким чином, щоб забезпечити найбільш ефективну мінімізацію.

При використанні для мінімізації методу діаграм Вейча прочерки розглядають як одиниці в тих випадках, коли це приводить до збільшення розміру прямокутника, що відповідає імпліканті. В протилежному випадку вони розглядаються як нулі.

При перехідних процесах на виходах комбінаційних схем можуть формуватися помилкові (не передбачені таблицею істинності) короткочасні сигнали. Якщо такі сигнали неприпустимі (можуть привести до неправильного спрацьовування інших схем) то для їх усунення використовуються апаратні “фільтри”.

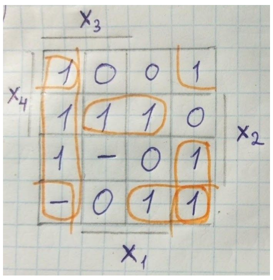
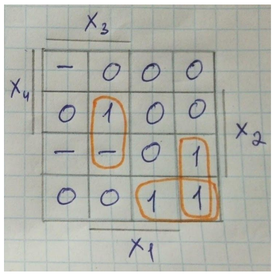
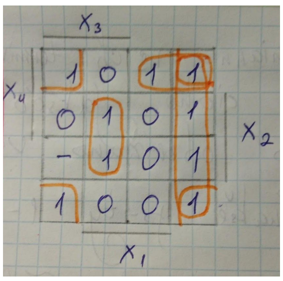
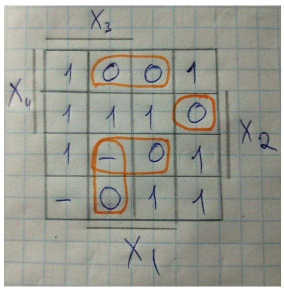
Хід роботи

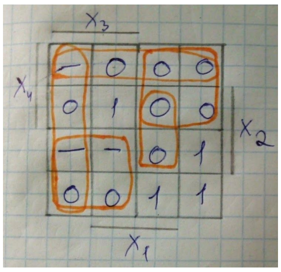
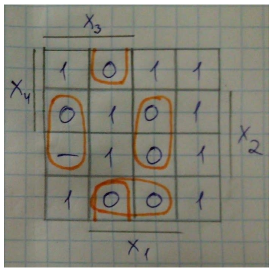
1. Номер залікової книжки - 7109 = 1011110001101_2. $h_9 = 1$; $h_8 = 1$; $h_7 = 1$; $h_6 = 0$; $h_5 = 0$; $h_4 = 0$; $h_3 = 1$; $h_2 = 0$; $h_1 = 1$;

2. Таблиця істинності для функцій

x_4	x_3	x_2	x_1	f_1	f_2	f_3
0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	1	1	1	0
0	0	1	0	1	1	1
0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	0	-	0	1
0	1	0	1	0	0	0
0	1	1	0	1	-	-
0	1	1	1	-	-	1
1	0	0	0	1	0	1
1	0	0	1	0	0	1
1	0	1	0	0	0	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	0	1	-	1
1	1	0	1	0	0	0
1	1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1

3. Мінімізація кожної функції методом діаграм Вейча

f_1 :		f_2 :	
f_3 :		f_1 (ДКНФ):	

f_2 (ДКНФ):		f_3 (ДКНФ):	

$f_1 : x_3\overline{x_1} \vee \overline{x_2}\cdot\overline{x_1} \vee \overline{x_4}\cdot\overline{x_3}\cdot\overline{x_1} \vee \overline{x_4}\cdot\overline{x_3}\cdot\overline{x_2} \vee x_4x_2x_1$ - МДНФ

$f_1 : (\overline{x_4} \vee x_2 \vee \overline{x_1})(\overline{x_4} \vee x_3 \vee \overline{x_2} \vee x_1)(x_4 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1})(x_4 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_1})$ - МКНФ

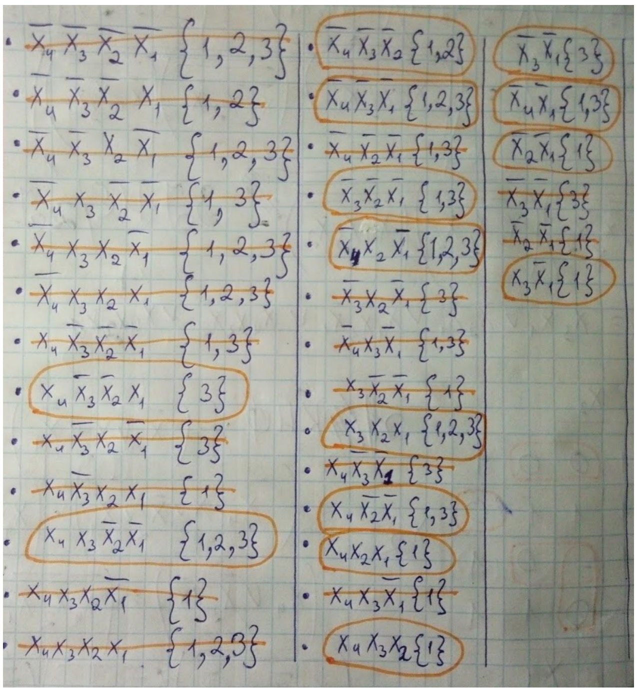
$f_2 : x_3x_2x_1 \vee \overline{x_4}\cdot\overline{x_3}\cdot\overline{x_1} \vee \overline{x_4}\cdot\overline{x_3}\cdot\overline{x_2}$ - МДНФ

$f_2 : (\overline{x_4} \vee x_2)(\overline{x_4} \vee x_3)(x_3 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1})(x_4 \vee \overline{x_3})$ - МКНФ

$f_3 : \overline{x_2}\cdot\overline{x_1} \vee x_3x_2x_1 \vee x_4\overline{x_3}\cdot\overline{x_2} \vee \overline{x_3}\cdot\overline{x_1}$ - МДНФ

$f_3 : (\overline{x_3} \vee x_2 \vee \overline{x_1})(x_3 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1})(x_4 \vee x_2 \vee \overline{x_1})(\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee x_1)$ - МКНФ

4. Спільна мінімізація функцій методом Квайна



Таблиця покриття:

Ядро: $\{\overline{x_3}\,\overline{x_1};\ \overline{x_4}\,\overline{x_3}\,\overline{x_2};\ x_2x_1; x_4\overline{x_2}\,\overline{x_1};\ x_4x_2x_1; x_4\overline{x_3}\,\overline{x_2}x_1; x_4x_3\overline{x_2}\,\overline{x_1};$

$x_3x_2x_1\}$. Як бачимо, непокритими залишаються лише конституенти $\overline{x_4}\,x_3x_2\overline{x_1}, \overline{x_4}\,\overline{x_3}x_2\overline{x_1}, x_4x_3x_2\overline{x_1}\ (f_1),\ \overline{x_4}\,\overline{x_3}x_2\overline{x_1}(f_2), \overline{x_4}\,\overline{x_3}x_2\overline{x_1}\ (f_1)$. Найоптимальнішим способом їх покриття є покриття з використанням імплікант $\overline{x_4}\,\overline{x_1}\ \{1,3\}$, $x_3\overline{x_1}\ \{1\}$, $\overline{x_4}\,\overline{x_3}\,\overline{x_1}\{1,2,3\}$.

$$f_1 = \overline{x_4}\,\overline{x_1} \vee x_3\overline{x_1} \vee \overline{x_4}\,\overline{x_3}\,\overline{x_2} \vee x_3x_2x_1 \vee x_4\overline{x_2}\,\overline{x_1} \vee x_4x_2x_1$$

$$f_2 = \overline{x_4}\,x_2\overline{x_1} \vee \overline{x_4}\,\overline{x_3}\,\overline{x_2} \vee x_3x_2x_1$$

$$f_3 = \overline{x_3}\,\overline{x_1} \vee \overline{x_4}\,\overline{x_1} \vee x_3x_2x_1 \vee x_4\overline{x_2}\,\overline{x_1} \vee x_4\overline{x_3}\,\overline{x_2}x_1$$

5. Спільна мінімізація заперечення функцій методом Квайна-МакКласкі

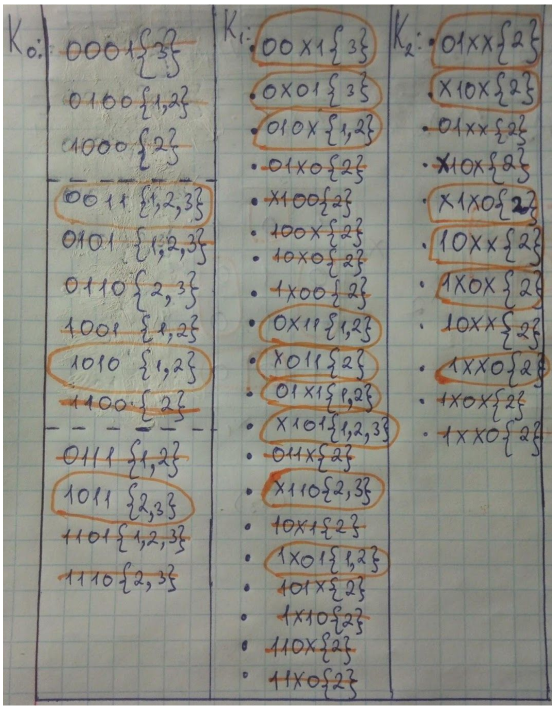
$$\overline{f_1} = \overline{3 \vee 4 \vee 5 \vee 7 \vee 9 \vee 10 \vee 13} = \overline{3} \cdot \overline{4} \cdot \overline{5} \cdot \overline{7} \cdot \overline{9} \cdot \overline{10} \cdot \overline{13} = (\overline{0} \vee \overline{0} \vee \overline{1} \vee \overline{1}) \cdot$$

$$\cdot \left(\overline{0} \vee \overline{1} \vee \overline{0} \vee \overline{0}\right) \left(\overline{0} \vee \overline{1} \vee \overline{0} \vee \overline{1}\right) \left(\overline{0} \vee \overline{1} \vee \overline{1} \vee \overline{1}\right) \left(\overline{1} \vee \overline{0} \vee \overline{0} \vee \overline{1}\right) \cdot$$

$\cdot\left(\overline{1} \vee \overline{0} \vee \overline{1} \vee \overline{0}\right)\left(\overline{1} \vee \overline{1} \vee \overline{0} \vee \overline{1}\right)$ - ДКНФ

$f_2 = \overline{3 \vee 4 \vee 5 \vee 6 \vee 7 \vee 8 \vee 9 \vee 10 \vee 11 \vee 12 \vee 13 \vee 14}$ - перетворюється в ДКНФ

$f_3 = \overline{1 \vee 3 \vee 5 \vee 6 \vee 11 \vee 13 \vee 14}$ - перетворюється в ДКНФ



K_0:	K_1:	K_2:
~~0001 {3}~~	00x1 {3}	01xx {2}
~~0100 {1,2}~~	0x01 {3}	x10x {2}
~~1000 {2}~~	010x {1,2}	~~01xx {2}~~
0011 {1,2,3}	~~01x0 {2}~~	~~x10x {2}~~
~~0101 {1,2,3}~~	~~x100 {2}~~	x1x0 {2}
~~0110 {2,3}~~	~~100x {2}~~	10xx {2}
~~1001 {1,2}~~	~~10x0 {2}~~	1x0x {2}
1010 {1,2}	~~1x00 {2}~~	~~10xx {2}~~
~~1100 {2}~~	0x11 {1,2}	1xx0 {2}
~~0111 {1,2}~~	x011 {2}	~~1x0x {2}~~
1011 {2,3}	01x1 {1,2}	~~1xx0 {2}~~
~~1101 {1,2,3}~~	x101 {1,2,3}	
~~1110 {2,3}~~	~~011x {2}~~	
	x110 {2,3}	
	~~10x1 {2}~~	
	1x01 {1,2}	
	~~101x {2}~~	
	~~1x10 {2}~~	
	~~110x {2}~~	
	~~11x0 {2}~~	

Таблиця покриття:

Конституенти→ / Імпліканти↓	f1					f2									f3					
	0011	0101	1001	1010	1101	0011	0100	0101	1000	1001	1010	1011	1101	1110	0001	0011	0101	1011	1101	1110
0011{1,2,3}	+					+										+				
1010{1,2}				+							+									
1011{2,3}												+						+		
00X1{3}															+	+				
0X01{3}															+		+			
010X{1,2}		+					+	+												
0X11{1,2}	+					+														
X011{2}						+						+								
01X1{1,2}		+						+												
X101{1,2,3}		+			+			+					+				+		+	
X110{2,3}														+						+
1X01{1,2}			+		+					+			+							
01XX{2}							+	+												
X10X{2}							+	+					+							
X1X0{2}							+							+						
10XX{2}									+	+	+	+								
1X0X{2}									+	+			+							
1XX0{2}									+					+						

- ядро системи функцій та конституенти, які воно покриває

- найоптимальніший спосіб покриття непокритих конституент функцій

$$f_1 = x_4\overline{x_3}x_2\overline{x_1} \vee \overline{x_4}x_2x_1 \vee x_3\overline{x_2}x_1 \vee x_4\overline{x_2}x_1 = (\overline{x_4} \vee x_3 \vee \overline{x_2} \vee x_1) \cdot$$

$$\cdot (x_4 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1})(\overline{x_3} \vee x_2 \vee \overline{x_1})(\overline{x_4} \vee x_2 \vee \overline{x_1})$$

$$f_2 = x_4\overline{x_3}x_2\overline{x_1} \vee x_4\overline{x_3}x_2x_1 \vee \overline{x_4}x_2x_1 \vee x_3\overline{x_2}x_1 \vee x_3x_2\overline{x_1} \vee \overline{x_4}x_2x_1 \vee$$

$$\vee x_3\overline{x_1} \vee x_4\overline{x_1} = (\overline{x_4} \vee x_3 \vee \overline{x_2} \vee x_1)(\overline{x_4} \vee x_3 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1})(x_4 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1}) \cdot$$

$$\cdot (\overline{x_3} \vee x_2 \vee \overline{x_1}) \cdot (\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee x_1)(\overline{x_4} \vee x_2 \vee \overline{x_1})(\overline{x_3} \vee x_1)(\overline{x_4} \vee x_1)$$

$$f_3 = x_4\overline{x_3}x_2x_1 \vee \overline{x_4}\,\overline{x_3}x_1 \vee x_3\overline{x_2}x_1 \vee x_3x_2\overline{x_1} = (\overline{x_4} \vee x_3 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1}) \cdot$$

$$\cdot (x_4 \vee x_3 \vee \overline{x_1})(\overline{x_3} \vee x_2 \vee \overline{x_1})(\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee x_1)$$

6. Операторне представлення функцій

$$f_1 = \overline{x_4}\,\overline{x_1} \vee x_3\overline{x_1} \vee \overline{x_4}\,\overline{x_3}\,\overline{x_2} \vee x_3x_2x_1 \vee x_4\overline{x_2}\,\overline{x_1} \vee x_4x_2x_1 =$$

$$= \overline{\left(\overline{\overline{x_4}\,\overline{x_4}\,\overline{x_1}}\right)\left(\overline{x_3x_3\overline{x_1}}\right)\left(\overline{\overline{x_4}\,\overline{x_3}\,\overline{x_2}}\right)\left(\overline{x_3x_2x_1}\right)\left(\overline{x_4\overline{x_2}\,\overline{x_1}}\right)\left(\overline{x_4x_2x_1}\right)} =$$

$$= \overline{\left(\overline{\overline{x_4}\,\overline{x_4}\,\overline{x_1}}\right)\left(\overline{x_3x_3\overline{x_1}}\right)\left(\overline{\overline{x_4}\,\overline{x_3}\,\overline{x_2}}\right)} \vee \overline{(\overline{x_3x_2x_1})\left(\overline{x_4\overline{x_2}\,\overline{x_1}}\right)(\overline{x_4x_2x_1})} =$$

$$= \overline{\overline{\overline{\left(\overline{\overline{x_4}\,\overline{x_4}\,\overline{x_1}}\right)\left(\overline{x_3x_3\overline{x_1}}\right)\left(\overline{\overline{x_4}\,\overline{x_3}\,\overline{x_2}}\right)}} \cdot \overline{\overline{(\overline{x_3x_2x_1})\left(\overline{x_4\overline{x_2}\,\overline{x_1}}\right)(\overline{x_4x_2x_1})}} \cdot}$$

$$\overline{\overline{\overline{\cdot\, (\overline{x_3x_2x_1})\left(\overline{x_4\overline{x_2}\,\overline{x_1}}\right)(\overline{x_4x_2x_1})}}}$$ -3I-HE/3I-HE

$$f_1 = (\overline{x_4} \vee x_3 \vee \overline{x_2} \vee x_1)(x_4 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1})(\overline{x_3} \vee x_2 \vee \overline{x_1})(\overline{x_4} \vee x_2 \vee \overline{x_1}) =$$

$$= \left(\overline{x_4\overline{x_3}x_2\overline{x_1}}\right)\left(\overline{\overline{x_4}x_2x_2x_1}\right)\left(\overline{x_3x_3\overline{x_2}x_1}\right)\left(\overline{x_4x_4\overline{x_2}x_1}\right)$$ - 4I-HE/4I

$$f_2 = \overline{x_4}\,x_2\overline{x_1} \vee \overline{x_4}\,\overline{x_3}\,\overline{x_2} \vee x_3x_2x_1 = \overline{\overline{\overline{(\overline{x_4}\,x_2\overline{x_1})}\;\overline{(\overline{x_4}\,\overline{x_3}\,\overline{x_2})}\;\overline{(x_3x_2x_1)}}}$$ - 3I-HE/3I-HE

$$f_2 = (\overline{x_4} \vee x_3 \vee \overline{x_2} \vee x_1)(\overline{x_4} \vee x_3 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1})(x_4 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1})(\overline{x_3} \vee x_2 \vee \overline{x_1}) \cdot$$

$$\cdot\, (\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee x_1)(\overline{x_4} \vee x_2 \vee \overline{x_1})(\overline{x_3} \vee x_1)(\overline{x_4} \vee x_1) = \left(\overline{x_4\overline{x_3}x_2\overline{x_1}}\right) \cdot$$

$$\cdot \left(\overline{x_4\overline{x_3}x_2x_1}\right)\left(\overline{\overline{x_4}x_2x_1}\right)\left(\overline{x_3\overline{x_2}x_1}\right)\left(\overline{x_3x_2\overline{x_1}}\right)\left(\overline{\overline{x_4}x_2x_1}\right)\left(\overline{x_3\overline{x_1}}\right)\left(\overline{x_4\overline{x_1}}\right) =$$

$$= (\left(\overline{x_4\overline{x_3}x_2\overline{x_1}}\right)\left(\overline{x_4\overline{x_3}x_2x_1}\right)\left(\overline{\overline{x_4}x_2x_2x_1}\right)\left(\overline{x_3x_3\overline{x_2}x_1}\right))(\left(\overline{x_3x_2x_2\overline{x_1}}\right)\left(\overline{\overline{x_4}x_2x_2x_1}\right) \cdot$$

$$\cdot \left(\overline{x_3x_3x_3\overline{x_1}}\right)\left(\overline{x_4x_4x_4\overline{x_1}}\right))(\left(\overline{x_4\overline{x_3}x_2\overline{x_1}}\right)\left(\overline{x_4\overline{x_3}x_2x_1}\right)\left(\overline{\overline{x_4}x_2x_2x_1}\right)\left(\overline{x_3x_3\overline{x_2}x_1}\right)) \cdot$$

$$\cdot\, (\left(\overline{x_3x_2x_2\overline{x_1}}\right)\left(\overline{\overline{x_4}x_2x_2x_1}\right)\left(\overline{x_3x_3x_3\overline{x_1}}\right)\left(\overline{x_4x_4x_4\overline{x_1}}\right))$$ - 4I-HE/4I

$$f_3 = \overline{x_3}\,\overline{x_1} \vee \overline{x_4}\,\overline{x_1} \vee x_3x_2x_1 \vee x_4\overline{x_2}\,\overline{x_1} \vee x_4\overline{x_3}\,\overline{x_2}x_1 = (\overline{x_3}\,\overline{x_1}\,\overline{x_1} \vee \overline{x_4}\,\overline{x_4}\,\overline{x_1} \vee$$

$$\vee\, x_3x_2x_1) \vee (x_4\overline{x_2}\,\overline{x_1} \vee x_4\overline{x_3}\,\overline{x_2}x_1 \vee x_4\overline{x_3}\,\overline{x_2}x_1) = (\overline{\left(\overline{\overline{x_3}\,\overline{x_1}\,\overline{x_1}}\right)\left(\overline{\overline{x_4}\,\overline{x_4}\,\overline{x_1}}\right) \cdot}$$

$$\overline{\cdot\, (\overline{x_3x_2x_1}))} \vee \left(\overline{\left(\overline{\overline{x_3}\,\overline{x_1}\,\overline{x_1}}\right)\left(\overline{\overline{x_4}\,\overline{x_4}\,\overline{x_1}}\right)(\overline{x_3x_2x_1})}\right) \vee$$

$$\vee \left(\overline{\left(\overline{x_4\overline{x_2}\,\overline{x_1}}\right)\left(\overline{x_4\overline{x_3}\,\overline{x_2}x_1}\right)\left(\overline{x_4\overline{x_3}\,\overline{x_2}x_1}\right)}\right) = \overline{\left(\overline{\overline{\left(\overline{\overline{x_3}\,\overline{x_1}\,\overline{x_1}}\right)\left(\overline{\overline{x_4}\,\overline{x_4}\,\overline{x_1}}\right)(\overline{x_3x_2x_1})}}\right)} \cdot$$

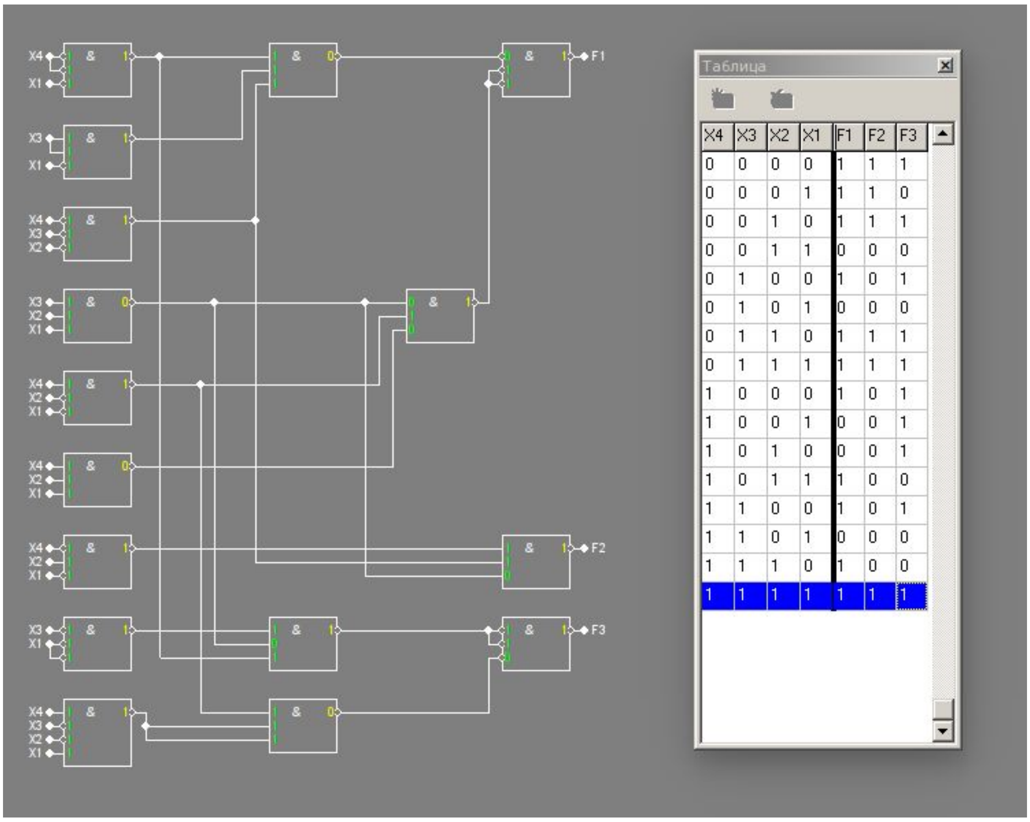
$$\overline{\cdot\left(\overline{\overline{\left(\overline{\overline{x_3}\,\overline{x_1}\,\overline{x_1}}\right)\left(\overline{\overline{x_4}\,\overline{x_4}\,\overline{x_1}}\right)\left(\overline{x_3x_2x_1}\right)}}\right)\cdot\left(\overline{\overline{\left(\overline{x_4\overline{x_2}\,\overline{x_1}}\right)\left(\overline{x_4\overline{x_3}\,\overline{x_2}x_1}\right)\left(\overline{x_4\overline{x_3}\,\overline{x_2}x_1}\right)}}\right)}$$

- I-НЕ/3І-НЕ

$$f_3 = (\overline{x_4} \vee x_3 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1})\,(x_4 \vee x_3 \vee \overline{x_1})\,(\overline{x_3} \vee x_2 \vee \overline{x_1})\,(\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee x_1) =$$

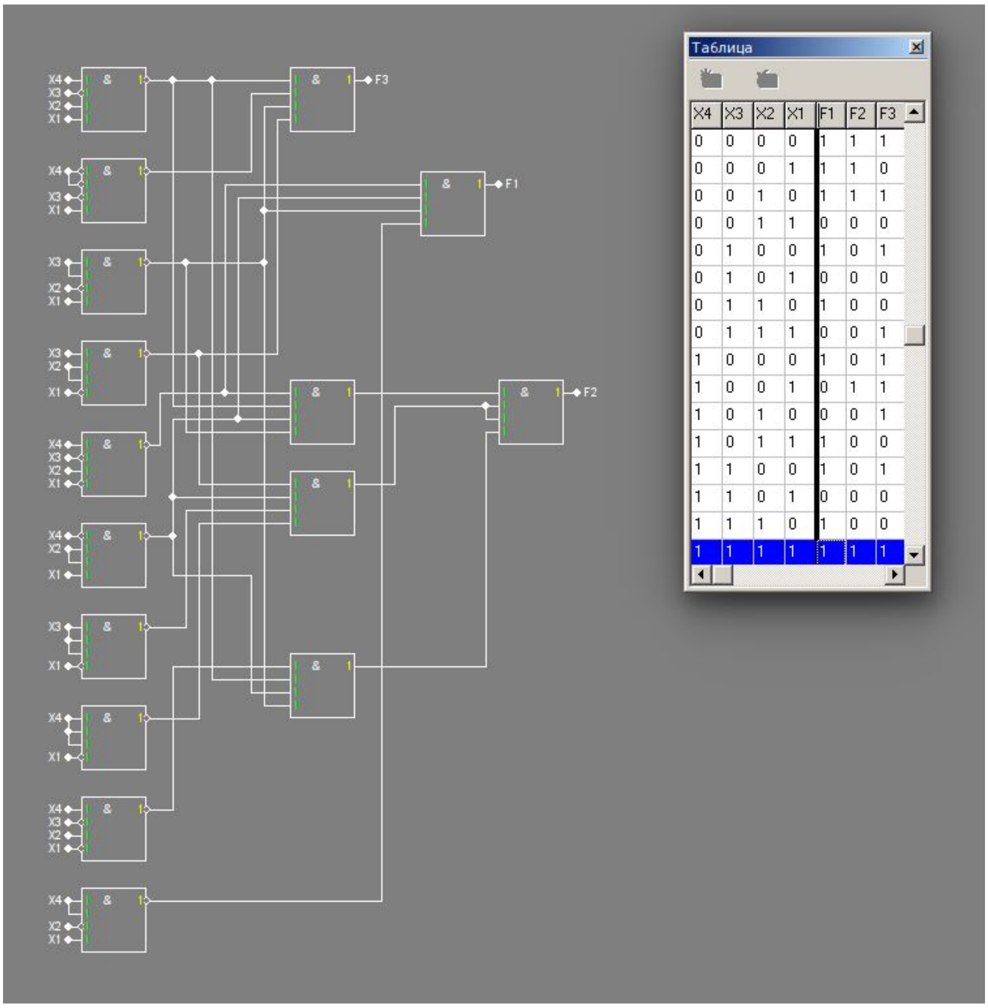
$$= \left(\overline{x_4\overline{x_3}x_2x_1}\right)\left(\overline{\overline{x_4}\,\overline{x_4}\,\overline{x_3}x_1}\right)\left(\overline{x_3x_3\overline{x_2}x_1}\right)\left(\overline{x_3x_2x_2\overline{x_1}}\right)$$ - 4І-НЕ/4І

Реалізація системи функцій через І-НЕ/3І-НЕ:

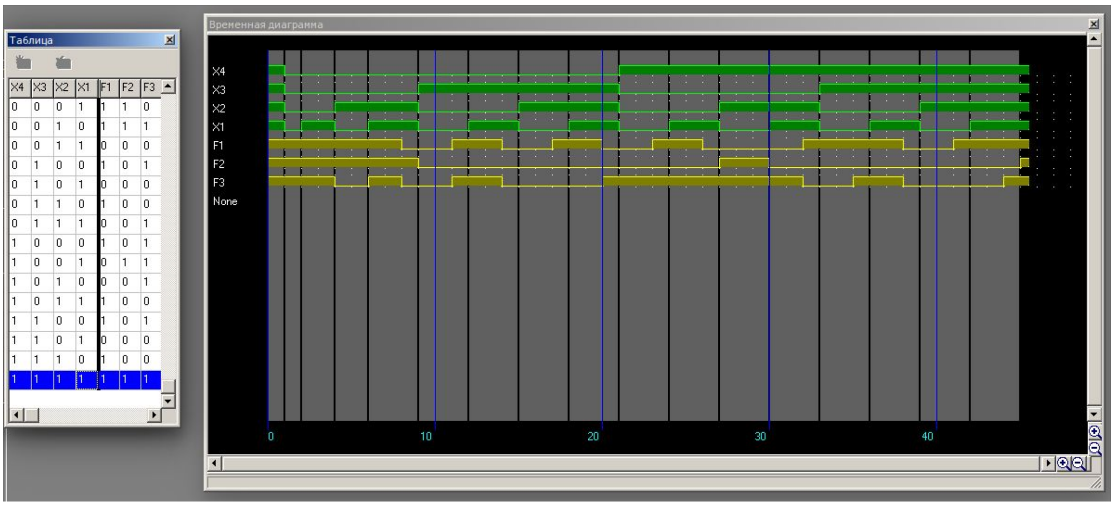


X4	X3	X2	X1	F1	F2	F3
0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	1	1	1	0
0	0	1	0	1	1	1
0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	0	1	0	1
0	1	0	1	0	0	0
0	1	1	0	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	1
1	0	0	1	0	0	1
1	0	1	0	0	0	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	0	1	0	1
1	1	0	1	0	0	0
1	1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1

Реалізація системи функцій через 4І-НЕ/4І:

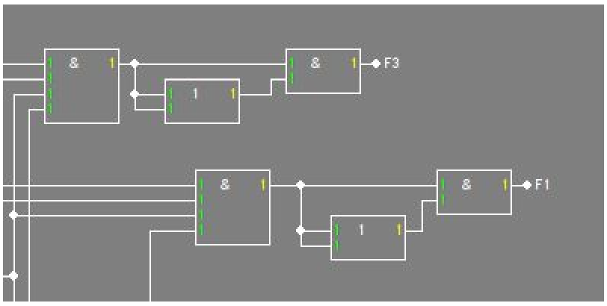


Часова діаграма цієї комбінаційної схеми при послідовному переборі наборів від 0000 до 1111:



Як бачимо, функція f_2 змінює своє значення на один такт пізніше інших, що створює ризик виникнення короткочасних хибних сигналів.

Можливий спосіб усунення затримки: додавання повторювачів АБО до функцій f_1, f_3 для подовження сигналів цих функцій.



Висновки

ПІд час виконання даної лабораторної роботи я навчився мінімізувати системи частково визначених перемикальних функцій за допомогою методів Квайна, Квайна-МакКласкі та будувати їхні комбінаційні схеми, усуваючи короткочасні збої в них. Також я навчився мінімізувати перемикальні функції окремо за допомогою метода діаграм Вейча.