

**Министерство образования и науки Украины
Национальный технический университет Украины
“Киевский Политехнический Институт”
Кафедра ТОЭ**

Расчетно-графическая работа

“Расчёт цепей постоянного тока”

Вариант № 303

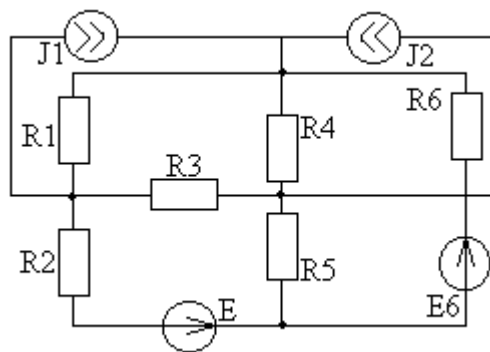
Выполнил: _____

Проверил: _____

Задание:

1. Найти токи в ветках данной электрической цепи методом узловых потенциалов и контурных токов. Проверить расчёт цепи при помощи законов Кирхгофа для каждого узла и независимого контура. Сложить и проверить уравнение баланса мощностей.
2. Построить потенциальную диаграмму для контура данной цепи.
3. Найти токи в ветках методом наложения. Проверить расчеты цепи за законами Кирхгофа.
4. Найти токи в ветках данной цепи методом эквивалентного генератора.

$$\begin{array}{llllll} R_1 := 25 & R_2 := 40 & R_3 := 50 & R_4 := 5 & R_5 := 10 & R_6 := 100 \\ E := 50 & E_6 := 100 & J_1 := 5 & J_2 := 25 & & \end{array}$$



Метод контурных токов

За вторым законом Кирхгофа составляем систему уравнений. Решая получиную систему уравнений, находим контурные токи.

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

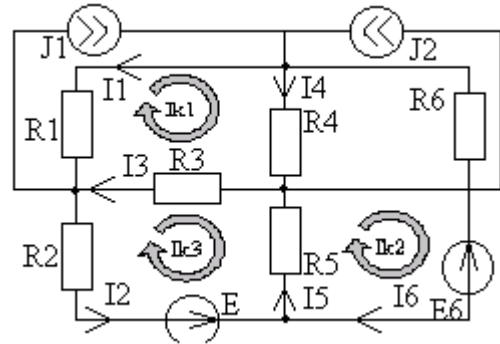
$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_3 + R_4) - I_{K2} \cdot R_4 - I_{K3} \cdot R_3 - J_1 \cdot R_1 + J_2 \cdot R_4 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_4 + I_{K2} \cdot (R_4 + R_5 + R_6) - I_{K3} \cdot R_5 - J_2 \cdot R_4 = -E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_5 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_3 + R_5) = -E$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -0.429 \quad I_{K2} = 0.138 \quad I_{K3} = -0.701$$



Токи ветвей схемы равны:

$$I_1 := J_1 - I_{K1} \quad I_1 = 5.429$$

$$I_2 := -I_{K3} \quad I_2 = 0.701$$

$$I_3 := I_{K1} - I_{K3} \quad I_3 = 0.271$$

$$I_4 := I_{K1} + J_2 - I_{K2} \quad I_4 = 24.433$$

$$I_5 := I_{K2} - I_{K3} \quad I_5 = 0.839$$

$$I_6 := I_{K2} \quad I_6 = 0.138$$

Метод узловых потенциалов

Примем потенциал точки 1 равным 0: $\phi_1 := 0$

Найдем узловые и межузловые проводимости и узловые токи:

$$G_{22} := \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad G_{22} = 0.085 \quad G_{44} := \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \quad G_{44} = 0.32$$

$$G_{33} := \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6} \quad G_{33} = 0.25$$

$$G_{21} := \frac{1}{R_2} \quad G_{21} = 0.025$$

$$G_{23} := \frac{1}{R_1} \quad G_{23} = 0.04$$

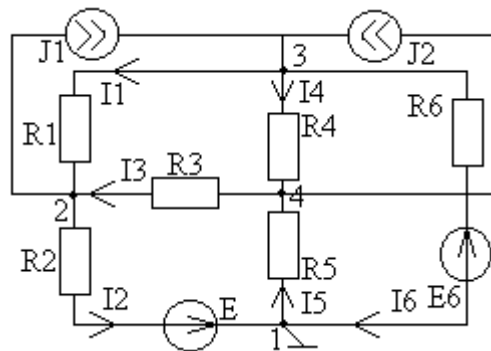
$$G_{24} := \frac{1}{R_3} \quad G_{24} = 0.02$$

$$G_{31} := \frac{1}{R_6} \quad G_{31} = 0.01$$

$$G_{32} := G_{23} \quad G_{32} = 0.04$$

$$G_{34} := \frac{1}{R_4} \quad G_{34} = 0.2$$

$$G_{41} := \frac{1}{R_5} \quad G_{41} = 0.1$$



$$G_{42} := G_{24}$$

$$G_{42} = 0.02$$

$$G_{43} := G_{34}$$

$$G_{43} = 0.2$$

$$J_{B2} := -J_1 - \frac{E}{R_2} \quad J_{B2} = -6.25 \quad J_{B3} := J_1 + J_2 + \frac{E_6}{R_6} \quad J_{B3} = 31$$

$$J_{B4} := -J_2 \quad J_{B4} = -25$$

Подставив найденные значения проводимостей и узловых токов в расчетную систему уравнений и найдем искомые потенциалы узлов:

$$\phi_2 := 1 \quad \phi_3 := 1 \quad \phi_4 := 1$$

Given

$$-G_{21} \cdot \phi_1 + G_{22} \cdot \phi_2 - G_{23} \cdot \phi_3 - G_{24} \cdot \phi_4 = J_{B2}$$

$$-G_{31} \cdot \phi_1 - G_{32} \cdot \phi_2 + G_{33} \cdot \phi_3 - G_{34} \cdot \phi_4 = J_{B3}$$

$$-G_{41} \cdot \phi_1 - G_{42} \cdot \phi_2 - G_{43} \cdot \phi_3 + G_{44} \cdot \phi_4 = J_{B4}$$

$$\begin{pmatrix} \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{pmatrix} := \text{Find}(\phi_2, \phi_3, \phi_4) \quad \phi_1 = 0 \quad \phi_2 = -21.961 \quad \phi_3 = 113.776 \quad \phi_4 = -8.387$$

Токи ветвей схемы находим за законом Ома:

$$I_1 := \frac{\phi_3 - \phi_2}{R_1} \quad I_1 = 5.429$$

$$I_2 := \frac{\phi_2 - \phi_1 + E}{R_2} \quad I_2 = 0.701$$

$$I_3 := \frac{\phi_4 - \phi_2}{R_3} \quad I_3 = 0.271$$

$$I_4 := \frac{\phi_3 - \phi_4}{R_4} \quad I_4 = 24.433$$

$$I_5 := \frac{\phi_1 - \phi_4}{R_5} \quad I_5 = 0.839$$

$$I_6 := I_5 - I_2 \quad I_6 = 0.138$$

Проверка:

За 1-м законом Кирхгофа:

$$I_6 - I_5 + I_2 = 0 \quad -I_6 - I_1 - I_4 + J_1 + J_2 = -6.395 \times 10^{-14}$$

$$-I_3 + I_4 + I_5 - J_2 = 7.105 \times 10^{-14} \quad -I_1 + I_2 - I_3 + J_1 = 7.994 \times 10^{-15}$$

За 2-м законом Кирхгофа:

$$E_6 + E = 150 \quad I_2 \cdot R_2 + I_1 \cdot R_1 - I_6 \cdot R_6 = 150$$

$$I_2 \cdot R_2 + I_5 \cdot R_5 + I_3 \cdot R_3 = 50 \quad E = 50$$

$$I_4 \cdot R_4 + I_3 \cdot R_3 - I_1 \cdot R_1 = 0$$

$$I_4 \cdot R_4 - I_5 \cdot R_5 - I_6 \cdot R_6 = 100 \quad E_6 = 100$$

Баланс мощностей:

$$E \cdot I_2 - E_6 \cdot I_6 + J_1 \cdot (I_1 \cdot R_1) + J_2 \cdot (I_4 \cdot R_4) = 3.754 \times 10^3$$

$$I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6 = 3.754 \times 10^3$$

Потенциальная диаграмма

$$\phi_1 = 0$$

$$\phi_2 := \phi_1 + E$$

$$\phi_2 = 50$$

$$\phi_3 := \phi_2 + I_6 \cdot R_6$$

$$\phi_3 = 63.776$$

$$\phi_4 := \phi_3 + E_6$$

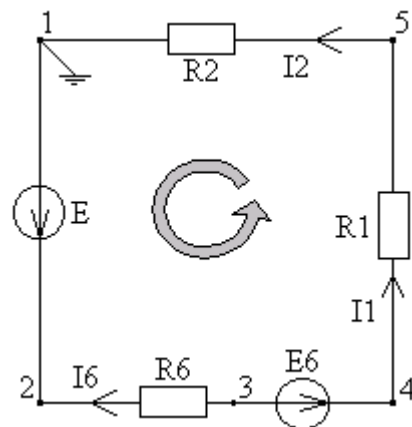
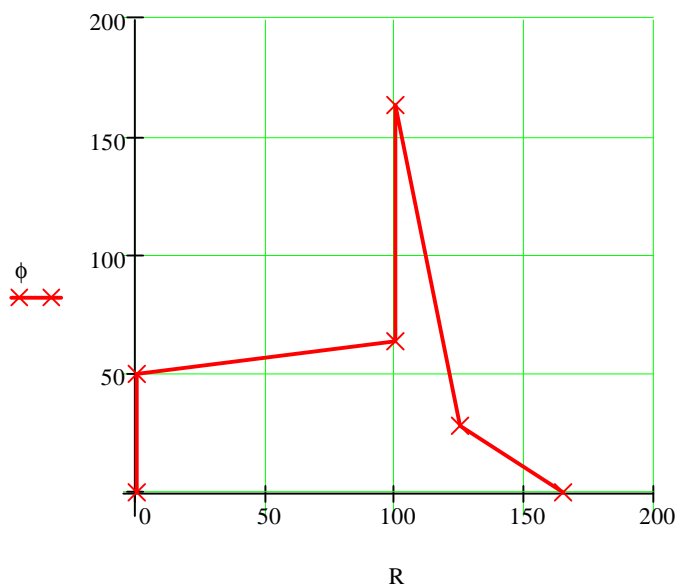
$$\phi_4 = 163.776$$

$$\phi_5 := \phi_4 - I_1 \cdot R_1$$

$$\phi_5 = 28.039$$

$$\phi_1 := \phi_5 - I_2 \cdot R_2$$

$$\phi_1 = 4.164 \times 10^{-12}$$



Метод наложения

В цепи действует только E:

$$I_{K1} := 1$$

$$I_{K2} := 1$$

$$I_{K3} := 1$$

Given

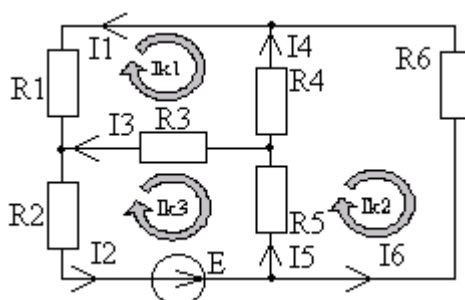
$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_3 + R_4) - I_{K2} \cdot R_4 - I_{K3} \cdot R_3 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_4 + I_{K2} \cdot (R_4 + R_5 + R_6) - I_{K3} \cdot R_5 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_5 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_3 + R_5) = -E$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -0.47 \quad I_{K2} = -0.085 \quad I_{K3} = -0.744$$



Токи ветвей схемы равны:

$$I_{1E} := -I_{K1}$$

$$I_{1E} = 0.47$$

$$I_{2E} := -I_{K3}$$

$$I_{2E} = 0.744$$

$$I_{3E} := I_{K1} - I_{K3}$$

$$I_{3E} = 0.274$$

$$I_{4E} := I_{K2} - I_{K1}$$

$$I_{4E} = 0.385$$

$$I_{5E} := I_{K2} - I_{K3}$$

$$I_{5E} = 0.658$$

$$I_{6E} := -I_{K2}$$

$$I_{6E} = 0.085$$

В цепи действует только Е6:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

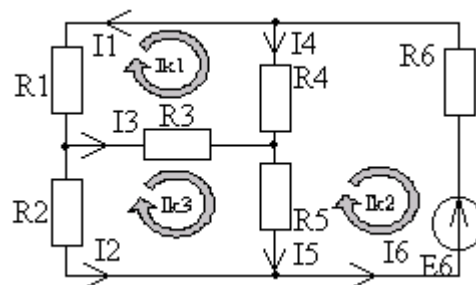
$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_3 + R_4) - I_{K2} \cdot R_4 - I_{K3} \cdot R_3 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_4 + I_{K2} \cdot (R_4 + R_5 + R_6) - I_{K3} \cdot R_5 = -E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_5 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_3 + R_5) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -0.162 \quad I_{K2} = -0.891 \quad I_{K3} = -0.17$$



Токи ветвей схемы равны:

$$I_{1E6} := -I_{K1} \quad I_{1E6} = 0.162$$

$$I_{2E6} := -I_{K3} \quad I_{2E6} = 0.17$$

$$I_{3E6} := I_{K3} - I_{K1} \quad I_{3E6} = -8.104 \times 10^{-3}$$

$$I_{4E6} := I_{K1} - I_{K2} \quad I_{4E6} = 0.729$$

$$I_{5E6} := I_{K3} - I_{K2} \quad I_{5E6} = 0.721$$

$$I_{6E6} := -I_{K2} \quad I_{6E6} = 0.891$$

В цепи действует только J1:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

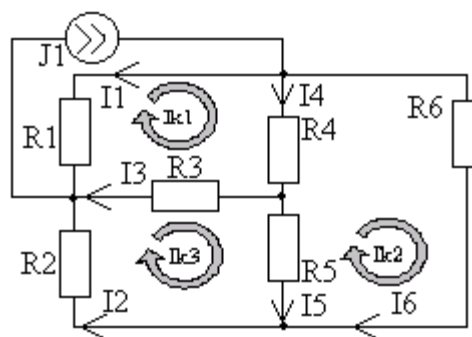
$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_3 + R_4) - I_{K2} \cdot R_4 - I_{K3} \cdot R_3 - J_1 \cdot R_1 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_4 + I_{K2} \cdot (R_4 + R_5 + R_6) - I_{K3} \cdot R_5 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_5 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_3 + R_5) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = 2.31 \quad I_{K2} = 0.203 \quad I_{K3} = 1.175$$



Токи ветвей схемы равны:

$$I_{1J1} := J_1 - I_{K1} \quad I_{1J1} = 2.69$$

$$I_{2J1} := I_{K3} \quad I_{2J1} = 1.175$$

$$I_{3J1} := I_{K1} - I_{K3} \quad I_{3J1} = 1.135$$

$$I_{4J1} := I_{K1} - I_{K2} \quad I_{4J1} = 2.107$$

$$I_{5J1} := I_{K3} - I_{K2} \quad I_{5J1} = 0.972$$

$$I_{6J1} := I_{K2} \quad I_{6J1} = 0.203$$

В цепи действует только J2:

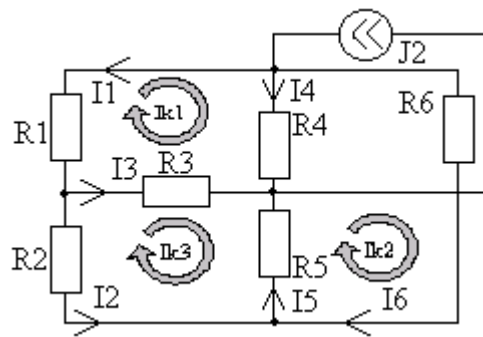
$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$\begin{aligned} I_{K1} \cdot (R_1 + R_3 + R_4) - I_{K2} \cdot R_4 - I_{K3} \cdot R_3 + J_2 \cdot R_4 &= 0 \\ -I_{K1} \cdot R_4 + I_{K2} \cdot (R_4 + R_5 + R_6) - I_{K3} \cdot R_5 - J_2 \cdot R_4 &= 0 \\ -I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_5 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_3 + R_5) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -2.107 \quad I_{K2} = 0.912 \quad I_{K3} = -0.962$$



Токи ветвей схемы равны:

$$\begin{aligned} I_{1J2} &:= -I_{K1} & I_{1J2} &= 2.107 \\ I_{2J2} &:= -I_{K3} & I_{2J2} &= 0.962 \\ I_{3J2} &:= I_{K3} - I_{K1} & I_{3J2} &= 1.145 \\ I_{4J2} &:= I_{K1} + J_2 - I_{K2} & I_{4J2} &= 21.981 \\ I_{5J2} &:= I_{K2} - I_{K3} & I_{5J2} &= 1.874 \\ I_{6J2} &:= I_{K2} & I_{6J2} &= 0.912 \end{aligned}$$

В основной цепи действуют токи:

$$\begin{aligned} I_1 &:= I_{1E} + I_{1E6} + I_{1J1} + I_{1J2} & I_1 &= 5.429 \\ I_2 &:= I_{2E} + I_{2E6} - I_{2J1} + I_{2J2} & I_2 &= 0.701 \\ I_3 &:= I_{3E} - I_{3E6} + I_{3J1} - I_{3J2} & I_3 &= 0.271 \\ I_4 &:= -I_{4E} + I_{4E6} + I_{4J1} + I_{4J2} & I_4 &= 24.433 \\ I_5 &:= I_{5E} - I_{5E6} - I_{5J1} + I_{5J2} & I_5 &= 0.839 \\ I_6 &:= -I_{6E} - I_{6E6} + I_{6J1} + I_{6J2} & I_6 &= 0.138 \end{aligned}$$

Проверка:

За 1-м законом Кирхгофа:

$$I_6 - I_5 + I_2 = 0$$

$$-I_6 - I_1 - I_4 + J_1 + J_2 = -3.553 \times 10^{-15}$$

$$-I_3 + I_4 + I_5 - J_2 = 3.553 \times 10^{-15}$$

$$-I_1 + I_2 - I_3 + J_1 = 0$$

Метод эквивалентного генератора

Вырезавши из выходной схемы ветку с сопротивлением R1 и источником питания E, получаем схему. В выходной схеме ток I1 направленный от узла 4 к узлу 1, такое же направление выберем и для напряжения холостого хода U1x.

Для нахождения напряжения U1x сначала надо найти ток в ветви с сопротивлением R2. Для этого воспользуемся методом контурных токов:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_3 + R_4) - I_{K2} \cdot R_4 - J_1 \cdot R_1 + J_2 \cdot R_4 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_4 + I_{K2} \cdot (R_4 + R_5 + R_6) - J_2 \cdot R_4 = -E_6$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2})$$

$$I_{K1} = 0.014 \quad I_{K2} = 0.218$$

Искомое напряжение холостого хода равно:

$$U_{1X} := I_{K1} \cdot R_3 + I_{K2} \cdot R_5 \quad U_{1X} = 2.861$$

Эквивалентное сопротивление цепи равно:

$$R_E := \frac{\left(R_1 + \frac{R_4 \cdot R_6}{R_4 + R_5 + R_6} \right) \cdot \left(R_3 + \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5 + R_6} \right)}{\left(R_1 + \frac{R_4 \cdot R_6}{R_4 + R_5 + R_6} \right) + \left(R_3 + \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5 + R_6} \right)} + \frac{R_5 \cdot R_6}{R_4 + R_5 + R_6} \quad R_E = 27.248$$

Искомый ток, вырезаной ветки, равен:

$$I_2 := \frac{E - U_{1X}}{R_E + R_2} \quad I_2 = 0.701$$

