

***Министерство образования и науки Украины
Национальный технический университет Украины
“Киевский Политехнический Институт”
Кафедра ТОЭ***

***Расчетно-графическая работа
“Периодические несинусоидальные токи в линейных
электрических цепях”
Вариант № 171***

Выполнил: _____

Проверил: _____

Киев 2007

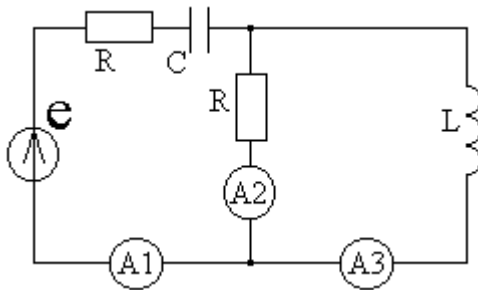
Задание

В электрической цепи, схема которой изображена на рисунке, действует источник периодической несинусоидальной ЭДС. График ЭДС задан кривой. Нелинейный отрезок кривой представляют собой участки синусоиды. Угловая частота изменения ЭДС $\omega = 1000$ рад/с.

Требуется:

1. Разложить заданную ЭДС в ряд Фурье (ограничиться 1-ой, 3-ей и 5-ой гармониками).
2. Построить в одной системе координат временные графики составляющих и суммарную кривую ЭДС, последнюю сравнить с заданной.
3. Рассчитать мгновенные значения токов всех ветвей заданной схемы.
4. Определить показания амперметров электромагнитной системы, включенных в цепь.
5. Вычислить мощность P , Q , S , T и коэффициент мощности источника. Составить баланс активных мощностей цепи.
6. Считая заданную схему одной из фаз симметричной трехфазной цепи при соединении генератора и нагрузки звездой с нулевым проводом, необходимо:
 - а) Записать выражения мгновенных значений ЭДС во всех фазах трехфазного источника (принять заданную ЭДС в качестве ЭДС фазы А),
 - б) Определить действующие значения линейного напряжения источника и тока в нейтральном проводе,
 - в) Вычислить действующие значения напряжения между нейтральными точками генератора и приемника и токов в линейных проводах при обрыве нейтрального провода.

$$E_m := 80 \text{ В} \quad R := 20 \text{ Ом} \quad L := 4 \text{ мГн} \quad C := 14 \text{ мкФ} \quad \omega := 1000 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$



Общая схема цепи

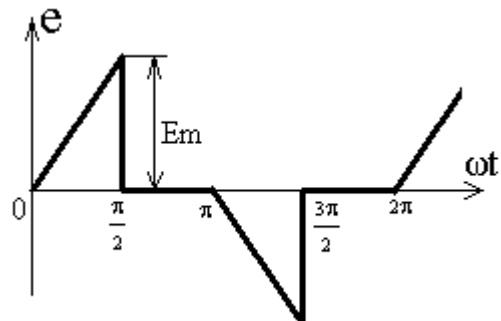


График ЭДС

Разложение заданной ЭДС в ряд Фурье.

Данная функция является симметричной относительно оси абсцисс при совмещении двух полупериодов во времени.

Ряд Фурье такой функции не содержит четных гармоник и постоянной составляющей:

$$f(\omega t) := \sum_{k=1,3,5}^{\infty} (B_{mk} \cdot \sin(k\omega t) + C_{mk} \cdot \cos(k\omega t)) \quad x = \omega t$$

Нахождение коэффициентов для 1-ой гармоники

$$B_{m1} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{E_m \cdot 2}{\pi} \cdot x \right) \cdot \sin(x) dx \quad B_{m1} = 32.423$$

$$C_{m1} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{E_m \cdot 2}{\pi} \cdot x \right) \cdot \cos(x) dx \quad C_{m1} = 18.507$$

$$A_{m1} := \sqrt{B_{m1}^2 + C_{m1}^2} \quad A_{m1} = 37.333 \quad \psi_1 := \operatorname{atan}\left(\frac{C_{m1}}{B_{m1}}\right) \quad \psi_1 \cdot \frac{180}{\pi} = 29.718$$

Нахождение коэффициентов для 3-ой гармоники

$$B_{m3} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{E_m \cdot 2}{\pi} \cdot x \right) \cdot \sin(x \cdot 3) dx \quad B_{m3} = -3.603$$

$$C_{m3} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{E_m \cdot 2}{\pi} \cdot x \right) \cdot \cos(x \cdot 3) dx \quad C_{m3} = -20.579$$

$$A_{m3} := \sqrt{B_{m3}^2 + C_{m3}^2} \quad A_{m3} = 20.892 \quad \psi_3 := \operatorname{atan}\left(\frac{C_{m3}}{B_{m3}}\right) \quad \psi_3 \cdot \frac{180}{\pi} = 80.071$$

Нахождение коэффициентов для 5-ой гармоники

$$B_{m5} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{E_m \cdot 2}{\pi} \cdot x \right) \cdot \sin(x \cdot 5) dx \quad B_{m5} = 1.297$$

$$C_{m5} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{E_m \cdot 2}{\pi} \cdot x \right) \cdot \cos(x \cdot 5) dx \quad C_{m5} = 8.889$$

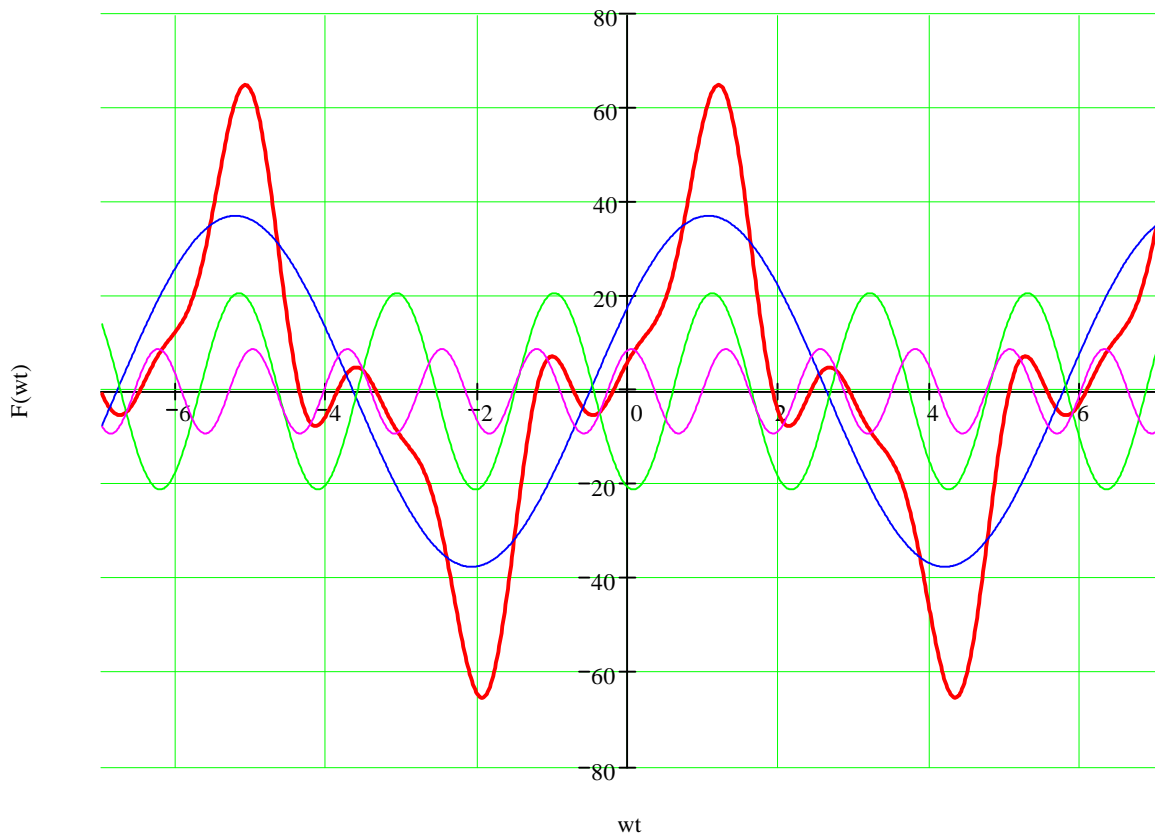
$$A_{m5} := \sqrt{B_{m5}^2 + C_{m5}^2} \quad A_{m5} = 8.983 \quad \psi_5 := \operatorname{atan}\left(\frac{C_{m5}}{B_{m5}}\right) \quad \psi_5 \cdot \frac{180}{\pi} = 81.699$$

Искомое разложение функции можно представить в виде:

$$F(\omega t) := A_{m1} \cdot \sin(\omega t + \psi_1) + A_{m3} \cdot \sin(3\omega t + \psi_3) + A_{m5} \cdot \sin(5\omega t + \psi_5)$$

$$F(\omega t) = 37.333 \cdot \sin(\omega t + 29.718) + 20.892 \cdot \sin(3\omega t + 80.071) + 8.983 \cdot \sin(5\omega t + 81.699)$$

Графики составляющих и суммарной ЭДС



Временные графики 1-ой, 3-ей, 5-ой гармоник ЭДС и их суммарная кривая

Нахождение мгновенных значений токов всех ветвей заданной схемы.

Выполнив разложение периодической несинусоидальной ЭДС в ряд Фурье, заменяем её приближенно суммой нескольких составляющих.

Обозначим реактивные сопротивления цепи для К-ой гармоники:

$$X_C := \frac{1}{\omega \cdot C \cdot k \cdot 10^{-6}} \quad X_L := \omega \cdot L \cdot k \cdot 10^{-3}$$

Расчет токов, обусловленных каждой из составляющих ЭДС, выполним в комплексной форме. Комплексное сопротивление цепи для К-ой гармоники равно:

$$Z_k = -i \cdot X_C \cdot k + R + \frac{R \cdot (i \cdot X_L \cdot k)}{R + (i \cdot X_L \cdot k)}$$

Для основной гармоники ЭДС (K=1):

$$E_1 := \frac{Am_1}{\sqrt{2}} \cdot e^{i \cdot \psi_1} \quad E_1 = 22.926 + 13.086i \quad F(E_1) = (26.398 \ 29.718)$$

Комплексное сопротивление цепи для 1-ой гармоники равно:

$$Z_1 := -i \cdot X_C + R + \frac{R \cdot (i \cdot X_L)}{R + (i \cdot X_L)} \quad Z_1 = 20.769 - 67.582i$$

За законом Ома находим ток I₁:

$$I_{1_1} := \frac{E_1}{Z_1} \quad I_{1_1} = -0.082 + 0.364i \quad F(I_{1_1}) = (0.373 \ 102.634)$$

Остальные токи находим за формулами чужого сопротивления:

$$I_{2_1} := I_{1_1} \cdot \frac{i \cdot X_L}{R + (i \cdot X_L)} \quad I_{2_1} = -0.073 - 1.693i \times 10^{-3} \quad F(I_{2_1}) = (0.073 \quad -178.675)$$

$$I_{3_1} := I_{1_1} \cdot \frac{R}{R + (i \cdot X_L)} \quad I_{3_1} = -8.463 \times 10^{-3} + 0.366i \quad F(I_{3_1}) = (0.366 \quad 91.325)$$

Для третьей гармоники ЭДС(K=3):

$$E_3 := \frac{Am_3}{\sqrt{2}} \cdot e^{i \cdot \psi_3} \quad E_3 = 2.547 + 14.552i \quad F(E_3) = (14.773 \quad 80.071)$$

Комплексное сопротивление цепи для 3-ой гармоники равно:

$$Z_3 := -i \cdot X_C + R + \frac{R \cdot (i \cdot X_L)}{R + (i \cdot X_L)} \quad Z_3 = 25.294 - 14.986i$$

За законом Ома находим ток I1:

$$I_{1_3} := \frac{E_3}{Z_3} \quad I_{1_3} = -0.178 + 0.47i \quad F(I_{1_3}) = (0.502 \quad 110.716)$$

Остальные токи находим за формулами чужого сопротивления:

$$I_{2_3} := I_{1_3} \cdot \frac{i \cdot X_L}{R + (i \cdot X_L)} \quad I_{2_3} = -0.254 + 0.046i \quad F(I_{2_3}) = (0.259 \quad 169.752)$$

$$I_{3_3} := I_{1_3} \cdot \frac{R}{R + (i \cdot X_L)} \quad I_{3_3} = 0.077 + 0.424i \quad F(I_{3_3}) = (0.431 \quad 79.752)$$

Для пятой гармоники ЭДС(K=5):

$$E_5 := \frac{Am_5}{\sqrt{2}} \cdot e^{i \cdot \psi_5} \quad E_5 = 0.917 + 6.285i \quad F(E_5) = (6.352 \quad 81.699)$$

Комплексное сопротивление цепи для 3-ой гармоники равно:

$$Z_5 := -i \cdot X_C + R + \frac{R \cdot (i \cdot X_L)}{R + (i \cdot X_L)} \quad Z_5 = 30 - 4.286i$$

За законом Ома находим ток I1:

$$I_{1_5} := \frac{E_5}{Z_5} \quad I_{1_5} = 6.249 \times 10^{-4} + 0.21i \quad F(I_{1_5}) = (0.21 \quad 89.829)$$

Остальные токи находим за формулами чужого сопротивления:

$$I_{2_5} := I_{1_5} \cdot \frac{i \cdot X_L}{R + (i \cdot X_L)} \quad I_{2_5} = -0.104 + 0.105i \quad F(I_{2_5}) = (0.148 \quad 134.829)$$

$$I_{3_5} := I_{1_5} \cdot \frac{R}{R + (i \cdot X_L)} \quad I_{3_5} = 0.105 + 0.104i \quad F(I_{3_5}) = (0.148 \quad 44.829)$$

Мгновенные значения токов ветвей:

$$i_1 = 0.373 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 102.634) + 0.502 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(3 \cdot \omega t + 110.716) + 0.21 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(5 \cdot \omega t + 89.829)$$

$$i_2 = 0.073 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 178.675) + 0.259 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(3 \cdot \omega t + 169.752) + 0.148 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(5 \cdot \omega t + 134.829)$$

$$i_3 = 0.366 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 91.325) + 0.431 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(3 \cdot \omega t + 79.752) + 0.148 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(5 \cdot \omega t + 44.829)$$

Определение показаний амперметров электромагнитной системы, включенных в цепь.

$$\Gamma_1 := \sqrt{\left(|I_{11}|\right)^2 + \left(|I_{13}|\right)^2 + \left(|I_{15}|\right)^2} \quad \Gamma_1 = 0.66$$

$$\Gamma_2 := \sqrt{\left(|I_{21}|\right)^2 + \left(|I_{23}|\right)^2 + \left(|I_{25}|\right)^2} \quad \Gamma_2 = 0.307$$

$$\Gamma_3 := \sqrt{\left(|I_{31}|\right)^2 + \left(|I_{33}|\right)^2 + \left(|I_{35}|\right)^2} \quad \Gamma_3 = 0.585$$

Вычисление мощности Р, Q, S, Т и коэффициента мощности источника. Баланс активных мощностей цепи.

Активная мощность источника (на входе цепи):

$$P := |E_1| \cdot |I_{11}| \cdot \cos\left[-\left(\arg(I_{11}) - \arg(E_1)\right)\right] + |E_3| \cdot |I_{13}| \cdot \cos\left[-\left(\arg(I_{13}) - \arg(E_3)\right)\right]$$

$$P := P + |E_5| \cdot |I_{15}| \cdot \cos\left[-\left(\arg(I_{15}) - \arg(E_5)\right)\right] \quad P = 10.6$$

Реактивная мощность источника:

$$Q := |E_1| \cdot |I_{11}| \cdot \sin\left[-\left(\arg(I_{11}) - \arg(E_1)\right)\right] + |E_3| \cdot |I_{13}| \cdot \sin\left[-\left(\arg(I_{13}) - \arg(E_3)\right)\right]$$

$$Q := Q + |E_5| \cdot |I_{15}| \cdot \sin\left[-\left(\arg(I_{15}) - \arg(E_5)\right)\right] \quad Q = -13.394$$

Полная мощность источника:

$$E := \sqrt{\left(|E_1|\right)^2 + \left(|E_3|\right)^2 + \left(|E_5|\right)^2} \quad S := E \cdot \Gamma_1 \quad S = 20.406$$

Мощность искажения на входе цепи:

$$T := \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} \quad T = 11.166$$

Мощность, поступающая в активные сопротивления цепи:

$$P_a := \left(\Gamma_1^2 + \Gamma_2^2\right) \cdot R \quad P_a = 10.6$$

Считем заданную схему одной из фаз симметричной трехфазной цепи при соединении генератора и нагрузки звездой с нулевым проводом.

Выражения мгновенных значений ЭДС во всех фазах трехфазного источника (принимая заданную ЭДС в качестве ЭДС фазы А).

В симметричных трёхфазных электрических цепях кривые напряжения (тока) во второй и третьей фазах аналогичны кривой напряжения (тока) первой фазы со сдвигом на треть периода:

$$U_A := f(t) \quad U_B := f\left(t - \frac{T}{3}\right) \quad U_C := f\left(t + \frac{T}{3}\right)$$

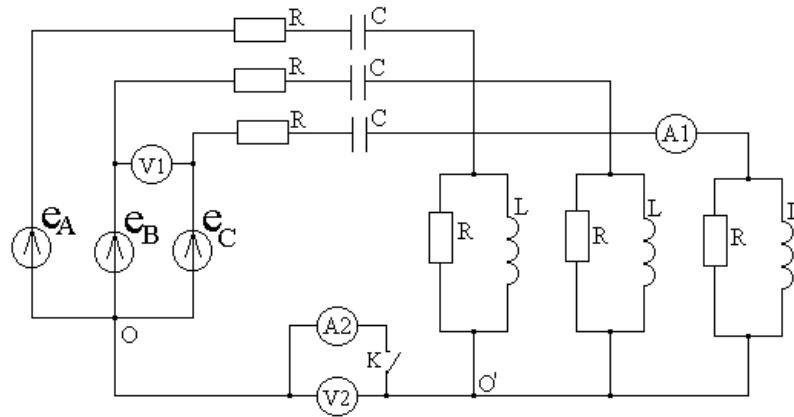


Схема трехфазной цепи

$$e_A = 37.333 \cdot \sin(\omega t + 29.718) + 20.892 \cdot \sin(3 \cdot \omega t + 80.071) + 8.983 \cdot \sin(5 \cdot \omega t + 81.699)$$

$$e_B = 37.333 \cdot \sin(\omega t - 90.282) + 20.892 \cdot \sin(3 \cdot \omega t + 80.071) + 8.983 \cdot \sin(5 \cdot \omega t - 158.301)$$

$$e_C = 37.333 \cdot \sin(\omega t + 149.718) + 20.892 \cdot \sin(3 \cdot \omega t + 80.071) + 8.983 \cdot \sin(5 \cdot \omega t + 321.699)$$

Определение действующего значения линейного напряжения источника и тока в нейтральном проводе.

Действующее значение линейного напряжения источника (показание вольтметра V1):

$$U_L := \sqrt{3} \cdot \sqrt{(|E_1|)^2 + (|E_5|)^2} \quad U_L = 47.028$$

Действующее значение тока в линейном проводе (показания амперметра A2 при замкнутом ключе K):

$$I_N := 3 \cdot \sqrt{(|I_{13}|)^2} \quad I_N = 1.507$$

Определение действующего значения напряжения между нейтральными точками генератора и приемника и токов в линейных проводах при обрыве нейтрального провода.

Действующее значение напряжения между нейтральными точками генератора O и приемника O' при размыкании ключа K (показания вольтметра V2):

$$U_N := |E_3| \quad U_N = 14.773$$

Действующее значение токов в линейных проводах при обрыве нейтрального провода (показание амперметра A1):

$$I_1 := \sqrt{(|I_{11}|)^2 + (|I_{15}|)^2} \quad I_1 = 0.428$$