

Министерство образования и науки Украины
Национальный технический университет Украины
“Киевский Политехнический Институт”
Кафедра ТОЭ

Расчетно-графическая работа

“Расчёт цепей постоянного тока”

Вариант № 210

Выполнил: _____

Проверил: _____

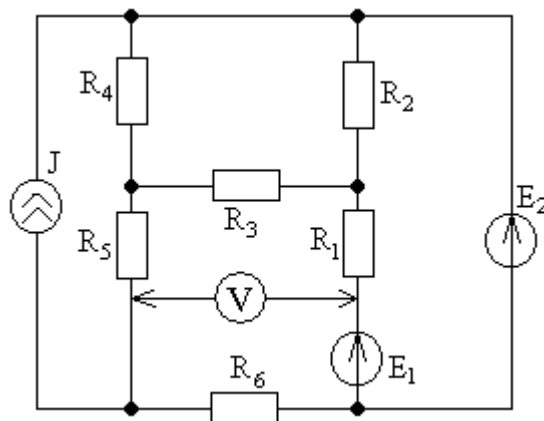
Киев 2006

В электрической цепи действуют источники напряжения ЭРС E_1 и E_2 и источник тока J . Параметры схемы и значения источников приведены в таблицах.

Необходимо:

1. Рассчитать токи во всех ветвях заданной схемы **методом контурных токов:**
 - ∅ Составить баланс мощностей для заданной схемы,
 - ∅ На основании законов Кирхгофа составить систему уравнений для заданного контура, подставить в эти уравнения значения токов и убедиться в правильности полученных расчетов.
2. Рассчитать токи во всех ветвях заданной схемы **методом узловых потенциалов:**
 - ∅ Построить потенциальную диаграмму для всех элементов замкнутого контура, который проходит через обе ЭРС,
 - ∅ Убедиться, что показания вольтметра V не зависит от способа, по которому находится напряжение между клеммами вольтметра.
3. Рассчитать токи во всех ветвях заданной схемы **методом наложения:**
 - ∅ Для расчета схемы с источником напряжения E_1 использовать эквивалентные преобразования, для схем с E_2 и J любые другие методы.
 - ∅ Рассчитать, какой должна быть ЭДС E_1 что бы ток в 5-ой ветви равнялся 5 ампер.
4. Рассчитать токи во всех ветвях заданной схемы **методом эквивалентного генератора:**
 - ∅ Найти какую надо включить ЭРС в первую ветку чтобы ток I_1 изменил направление и увеличился в 5 раз.
 - ∅ Найти зависимость между током в первой ветви I_1 и сопротивлением в третьей ветке R_3 ($I_1=f(R_3)$) при постоянстве всех остальных параметров. Рассчитать ток I_1 при $R_3 = 5$ (Ом).

$R_1 := 15$	$R_2 := 20$	$R_3 := 25$	$R_4 := 30$	$R_5 := 35$	$R_6 := 40$
$E_1 := 75$	$E_2 := 125$	$J := 7$			



Метод контурных токов

За вторым законом Кирхгофа составляем систему уравнений. Решая полученную систему уравнений, находим контурные токи.

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) - I_{K2} \cdot R_3 - I_{K3} \cdot R_2 - J \cdot R_4 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 + I_{K2} \cdot (R_1 + R_3 + R_5 + R_6) - I_{K3} \cdot R_1 - J \cdot R_5 = -E_1$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_1 + I_{K3} \cdot (R_1 + R_2) = E_1 - E_2$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = 4.275 \text{ A} \quad I_{K2} = 2.69 \text{ A} \quad I_{K3} = 2.167 \text{ A}$$

Токи ветвей схемы равны:

$$I_1 := I_{K2} - I_{K3} \quad I_1 = 0.523 \text{ (A)}$$

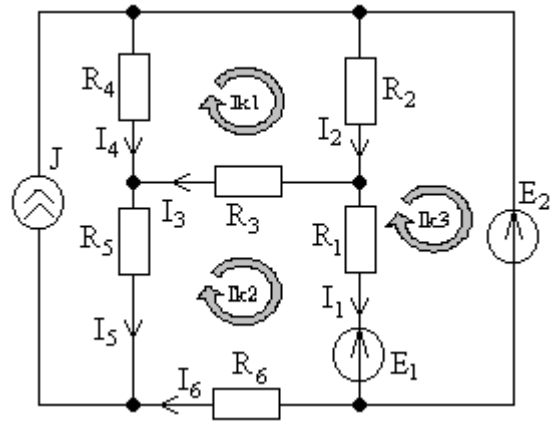
$$I_2 := I_{K1} - I_{K3} \quad I_2 = 2.108 \text{ (A)}$$

$$I_3 := I_{K1} - I_{K2} \quad I_3 = 1.584 \text{ (A)}$$

$$I_4 := J - I_{K1} \quad I_4 = 2.725 \text{ (A)}$$

$$I_5 := J - I_{K2} \quad I_5 = 4.31 \text{ (A)}$$

$$I_6 := I_{K2} \quad I_6 = 2.69 \text{ (A)}$$



Проверка:

За 1-м законом Кирхгофа:

$$I_2 - I_1 - I_3 = 0$$

$$I_4 + I_2 + I_6 - I_1 - J = 0$$

$$I_3 + I_4 - I_5 = 0$$

$$I_6 + I_5 - J = 0$$

За 2-м законом Кирхгофа:

$$E_2 - E_1 = 50 \text{ (B)}$$

$$I_2 \cdot R_2 + I_1 \cdot R_1 = 50 \text{ (B)}$$

$$-I_1 \cdot R_1 + I_3 \cdot R_3 + I_5 \cdot R_5 - I_6 \cdot R_6 = 75 \text{ (B)}$$

$$E_1 = 75 \text{ (B)}$$

$$I_4 \cdot R_4 - I_3 \cdot R_3 - I_2 \cdot R_2 = -5.684 \times 10^{-14} \text{ (B)}$$

$$I_4 \cdot R_4 + I_5 \cdot R_5 - I_6 \cdot R_6 = 125 \text{ (B)}$$

$$E_2 = 125 \text{ (B)}$$

Баланс мощностей:

$$-E_1 \cdot I_1 - E_2 \cdot I_{K3} + J \cdot (I_4 \cdot R_4 + I_5 \cdot R_5) = 1.318 \times 10^3 \text{ (Вт)}$$

$$I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6 = 1.318 \times 10^3 \text{ (Вт)}$$

Метод узловых потенциалов

Примем потенциал точки 1 равным 0: $\phi_1 := 0$ тогда потенциал точки 3 будет равен:

$$\phi_3 := \phi_1 + E_2 \quad \phi_3 = 125$$

Найдем узловые и межузловые проводимости и узловые токи:

$$G_{22} := \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}$$

$$G_{22} = 0.054$$

$$G_{44} := \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2}$$

$$G_{44} = 0.157$$

$$G_{55} := \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}$$

$$G_{55} = 0.102$$

$$G_{21} := \frac{1}{R_6}$$

$$G_{21} = 0.025$$

$$G_{23} := 0$$

$$G_{23} = 0$$

$$G_{24} := 0$$

$$G_{25} := \frac{1}{R_5}$$

$$G_{41} := \frac{1}{R_1}$$

$$G_{43} := \frac{1}{R_2}$$

$$G_{45} := \frac{1}{R_3}$$

$$G_{51} := 0$$

$$G_{53} := \frac{1}{R_4}$$

$$G_{24} = 0$$

$$G_{25} = 0.029$$

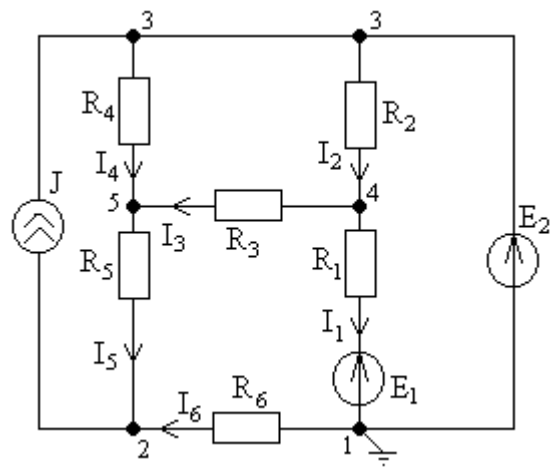
$$G_{41} = 0.067$$

$$G_{42} := G_{24}$$

$$G_{45} = 0.04$$

$$G_{52} := G_{25}$$

$$G_{54} := G_{45}$$



$$J_{B2} := -J \quad J_{B2} = -7 \quad J_{B4} := \frac{E_1}{R_1} \quad J_{B4} = 5 \quad J_{B5} := 0 \quad J_{B5} = 0$$

Подставив найденные значения проводимостей и узловых токов в расчетную систему уравнений и найдем искомые потенциалы узлов:

$$\phi_2 := 1 \quad \phi_4 := 1 \quad \phi_5 := 1$$

Given

$$-G_{21} \cdot \phi_1 + G_{22} \cdot \phi_2 - G_{23} \cdot \phi_3 - G_{24} \cdot \phi_4 - G_{25} \cdot \phi_5 = J_{B2}$$

$$-G_{41} \cdot \phi_1 - G_{42} \cdot \phi_2 - G_{43} \cdot \phi_3 + G_{44} \cdot \phi_4 - G_{45} \cdot \phi_5 = J_{B4}$$

$$-G_{51} \cdot \phi_1 - G_{52} \cdot \phi_2 - G_{53} \cdot \phi_3 - G_{54} \cdot \phi_4 + G_{55} \cdot \phi_5 = J_{B5}$$

$$\begin{pmatrix} \phi_2 \\ \phi_4 \\ \phi_5 \end{pmatrix} := \text{Find}(\phi_2, \phi_4, \phi_5)$$

$$\phi_2 = -107.607 \text{ (V)}$$

$$\phi_4 = 82.848 \text{ (V)}$$

$$\phi_5 = 43.237 \text{ (V)}$$

Токи ветвей схемы находим за законом Ома:

$$I_1 := \frac{\phi_4 - \phi_1 - E_1}{R_1} \quad I_1 = 0.523 \text{ (A)}$$

$$I_2 := \frac{\phi_3 - \phi_4}{R_2} \quad I_2 = 2.108 \text{ (A)}$$

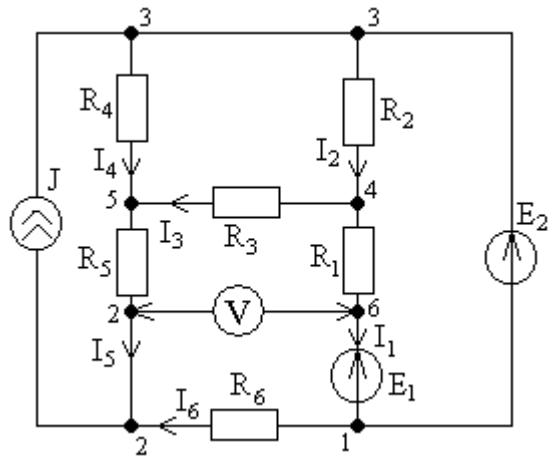
$$I_3 := \frac{\phi_4 - \phi_5}{R_3} \quad I_3 = 1.584 \text{ (A)}$$

$$I_4 := \frac{\phi_3 - \phi_5}{R_4} \quad I_4 = 2.725 \text{ (A)}$$

$$I_5 := \frac{\phi_5 - \phi_2}{R_5} \quad I_5 = 4.31 \text{ (A)}$$

$$I_6 := \frac{\phi_1 - \phi_2}{R_6} \quad I_6 = 2.69 \text{ (A)}$$

Показание вольтметра



$$\phi_1 = 0 \text{ (В)} \quad \phi_2 = -107.607 \text{ (В)} \quad \phi_3 = 125 \text{ (В)} \quad \phi_4 = 82.848 \text{ (В)} \quad \phi_5 = 43.237 \text{ (В)}$$

Первый способ:

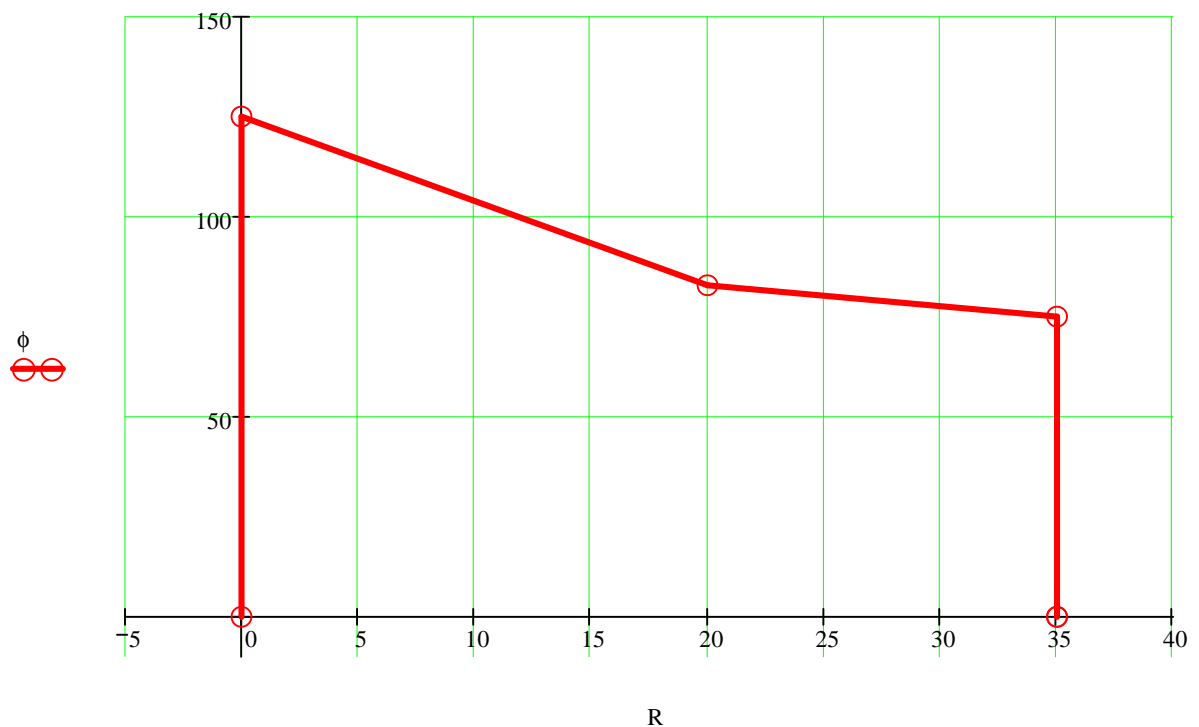
$$\begin{aligned} \phi_6 &:= \phi_1 + E_1 & \phi_6 &= 75 \text{ (В)} \\ V &:= \phi_6 - \phi_2 & V &= 182.607 \text{ (В)} \end{aligned}$$

Второй способ:

$$\begin{aligned} \phi_6 &:= \phi_4 - I_1 \cdot R_1 & \phi_6 &= 75 \text{ (В)} \\ V &:= \phi_6 - \phi_2 & V &= 182.607 \text{ (В)} \end{aligned}$$

Потенциальная диаграмма

$$\begin{aligned} \phi_1 &= 0 \\ \phi_3 &:= \phi_1 + E_2 & \phi_3 &= 125 \text{ (В)} \\ \phi_4 &:= \phi_3 - I_2 \cdot R_2 & \phi_4 &= 82.848 \text{ (В)} \\ \phi_6 &:= \phi_4 - I_1 \cdot R_1 & \phi_6 &= 75 \text{ (В)} \\ \phi_1 &:= \phi_6 - E_1 & \phi_1 &= 0 \text{ (В)} \end{aligned}$$



Метод наложения

В цепи действует только E1:

$$R_{24} := \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4}$$

$$R_{24} = 8 \text{ Om}$$

$$R_{23} := \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3 + R_4}$$

$$R_{23} = 6.667 \text{ Om}$$

$$R_{34} := \frac{R_3 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4}$$

$$R_{34} = 10 \text{ Om}$$

$$R_{E1} := \frac{R_{24} \cdot (R_6 + R_5 + R_{34})}{R_{24} + R_6 + R_5 + R_{34}} + R_1 + R_{23}$$

$$R_{E1} = 28.978 \text{ Om}$$

$$I_{1E1} := \frac{E_1}{R_{E1}}$$

$$I_{1E1} = 2.588 \text{ (A)}$$

$$I_{5E1} := I_{1E1} \cdot \frac{R_{24}}{R_{24} + R_5 + R_6 + R_{34}}$$

$$I_{5E1} = 0.223 \text{ (A)}$$

$$I_{6E1} := I_{1E1} \cdot \frac{R_{24}}{R_{24} + R_5 + R_6 + R_{34}}$$

$$I_{6E1} = 0.223 \text{ (A)}$$

$$I_{2E1} := \frac{-I_{1E1} \cdot R_1 + E_1}{R_2}$$

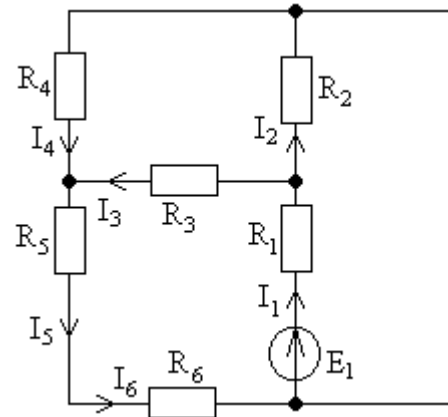
$$I_{2E1} = 1.809 \text{ (A)}$$

$$I_{3E1} := I_{1E1} - I_{2E1}$$

$$I_{3E1} = 0.779 \text{ (A)}$$

$$I_{4E1} := I_{5E1} - I_{3E1}$$

$$I_{4E1} = 1.809 \text{ (A)}$$



В цепи действует только E2:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

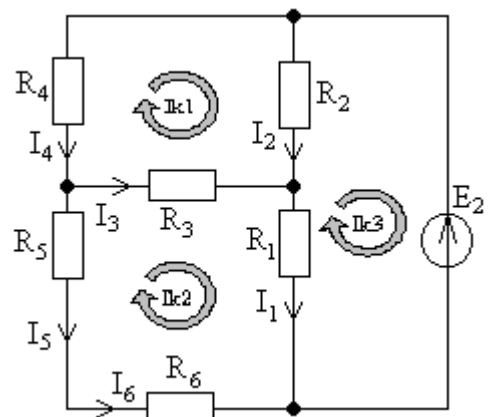
$$I_{K1} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) - I_{K2} \cdot R_3 - I_{K3} \cdot R_2 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 + I_{K2} \cdot (R_1 + R_3 + R_5 + R_6) - I_{K3} \cdot R_1 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_1 + I_{K3} \cdot (R_1 + R_2) = -E_2$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -1.654 \text{ (A)} \quad I_{K2} = -1.005 \text{ (A)} \quad I_{K3} = -4.947 \text{ (A)}$$



Токи ветвей схемы равны:

$$I_{1E2} := I_{K2} - I_{K3} \quad I_{1E2} = 3.942 \text{ (A)}$$

$$I_{2E2} := I_{K1} - I_{K3} \quad I_{2E2} = 3.293 \text{ (A)}$$

$$I_{3E2} := I_{K2} - I_{K1} \quad I_{3E2} = 0.649 \text{ (A)}$$

$$I_{4E2} := -I_{K1} \quad I_{4E2} = 1.654 \text{ (A)}$$

$$I_{5E2} := -I_{K2} \quad I_{5E2} = 1.005 \text{ (A)}$$

$$I_{6E2} := -I_{K2} \quad I_{6E2} = 1.005 \text{ (A)}$$

В цепи действует только J:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) - I_{K2} \cdot R_3 - I_{K3} \cdot R_2 - J \cdot R_4 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 + I_{K2} \cdot (R_1 + R_3 + R_5 + R_6) - I_{K3} \cdot R_1 - J \cdot R_5 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_1 + I_{K3} \cdot (R_1 + R_2) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = 5.372(\text{A}) \quad I_{K2} = 3.918(\text{A}) \quad I_{K3} = 4.749(\text{A})$$

Токи ветвей схемы равны:

$$I_{1J} := I_{K3} - I_{K2} \quad I_{1J} = 0.831(\text{A})$$

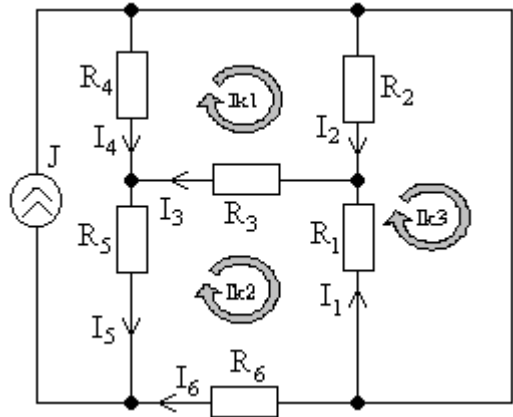
$$I_{2J} := I_{K1} - I_{K3} \quad I_{2J} = 0.623(\text{A})$$

$$I_{3J} := I_{K1} - I_{K2} \quad I_{3J} = 1.455(\text{A})$$

$$I_{4J} := J - I_{K1} \quad I_{4J} = 1.628(\text{A})$$

$$I_{5J} := J - I_{K2} \quad I_{5J} = 3.082(\text{A})$$

$$I_{6J} := I_{K2} \quad I_{6J} = 3.918(\text{A})$$



В основной цепи действуют токи:

$$I_1 := -I_{1E1} + I_{1E2} - I_{1J} \quad I_1 = 0.523(\text{A})$$

$$I_2 := -I_{2E1} + I_{2E2} + I_{2J} \quad I_2 = 2.108(\text{A})$$

$$I_3 := I_{3E1} - I_{3E2} + I_{3J} \quad I_3 = 1.584(\text{A})$$

$$I_4 := I_{4E1} + I_{4E2} + I_{4J} \quad I_4 = 2.725(\text{A})$$

$$I_5 := I_{5E1} + I_{5E2} + I_{5J} \quad I_5 = 4.31(\text{A})$$

$$I_6 := -I_{6E1} - I_{6E2} + I_{6J} \quad I_6 = 2.69(\text{A})$$

Проверка:

За 1-м законом Кирхгофа:

$$I_2 - I_1 - I_3 = 0$$

$$I_4 + I_2 + I_6 - I_1 - J = 0$$

$$I_3 + I_4 - I_5 = 0$$

$$I_6 + I_5 - J = 0$$

Метод эквивалентного генератора

Вырезавши из выходной схемы ветку с сопротивлением R_1 и источником питания E_1 , получаем схему. В выходной схеме ток I_1 направленный от узла 4 к узлу 1, такое же направление выберем и для напряжения холостого хода U_{1X} .

Для нахождения напряжения U_{1X} сначала надо найти токи в ветвях с сопротивлениями R_3 и R_6 . Для этого воспользуемся методом контурных токов:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) - I_{K2} \cdot (R_3 + R_2) - J \cdot R_4 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot (R_3 + R_2) + I_{K2} \cdot (R_2 + R_3 + R_5 + R_6) - J \cdot R_5 = -E_2$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2})$$

$$I_{K1} = 4.387 \text{ (A)} \quad I_{K2} = 2.645 \text{ (A)}$$

Искомое напряжение холостого хода равно:

$$U_{1X} := (I_{K2} - I_{K1}) \cdot R_2 + E_2 \quad U_{1X} = 90.161 \text{ (B)}$$

Эквивалентное сопротивление цепи равно:

Преобразуем теругольник сопротивлений (R_2, R_3, R_4) в звезду:

$$R_{24} := \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4}$$

$$R_{23} := \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3 + R_4}$$

$$R_{34} := \frac{R_3 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4}$$

$$R_{24} = 8 \text{ Om}$$

$$R_{23} = 6.667 \text{ Om}$$

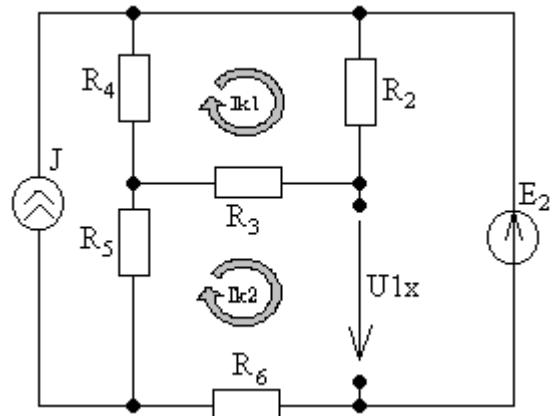
$$R_{34} = 10 \text{ Om}$$

$$R_E := \frac{R_{24} \cdot (R_6 + R_5 + R_{34})}{R_{24} + R_6 + R_5 + R_{34}} + R_{23} \quad R_E = 13.978 \text{ Om}$$

Искомый ток, вырезанной ветки, равен:

$$I_1 := \frac{-E_1 + U_{1X}}{R_E + R_1}$$

$$I_1 = 0.523 \text{ (A)}$$



Найдем E'_1 если ток в первой ветке меняет направление и увеличивается в 5 раз:

$$I'_1 := -I_1 \cdot 5 \quad I'_1 = -2.616 \text{ (A)}$$

$$E'_1 := -I'_1 \cdot (R_E + R_1) + U_{1X} \quad E'_1 = 165.968 \text{ (B)}$$

При $R_3 = 5 \text{ Om}$:

$$I_{1E1}(R_3) := \frac{E_1}{\left[\frac{\left(R_5 + R_6 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4 + R_2} \right) \cdot \left(\frac{R_2 \cdot R_4}{R_3 + R_4 + R_2} \right)}{\left(R_5 + R_6 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4 + R_2} \right) + \left(\frac{R_2 \cdot R_4}{R_3 + R_4 + R_2} \right)} + \left(\frac{R_2 \cdot R_3}{R_3 + R_4 + R_2} \right) + R_1 \right]}$$

$$I_{1E1}(R_3) = 2.843 \text{ (A)}$$