$$dB_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl \sin\alpha}{r^2}$$

$$r = \frac{b}{\sin(\pi - \alpha)} = \frac{b}{\sin\alpha}$$

$$dl = AC = \frac{BC}{\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)} = \frac{r\, d\beta}{\sin\alpha}$$

$$\alpha - \beta = \frac{\pi}{2}, \quad \beta = \alpha - \frac{\pi}{2}$$

$$d\alpha = d\beta$$

$$dl = \frac{r\, d\alpha}{\sin\alpha} = \frac{b\, d\alpha}{\sin^2\alpha}$$

$$dB_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{b\, d\alpha \sin^2\alpha}{\sin^2\alpha\; b^2} \sin\alpha$$

$$B_2 = \int dB_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin\alpha\, d\alpha =$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right)$$

$$\alpha_1 = \frac{\pi}{2}, \quad \alpha_2 = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \frac{\sqrt{2}}{2}$$

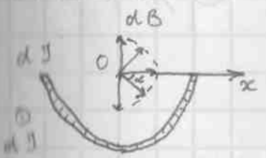
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left(\frac{2\pi}{a} - \frac{\pi}{2a} + \frac{2\sqrt{2}}{2b} \right) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left(\frac{3\pi}{4a} + \frac{\sqrt{2}}{b} \right)$$

3.227

Тонкост. трубку із поздовжнього щілинного можна вважати еквівалентного до повної трубки і смужки, в якій струм тече у протилежному напрямі.

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\frac{I}{2\pi R} h}{r} = \frac{\mu_0 I h}{4\pi^2 R r},$$ де r — відстань від щілини.

3.228



$$\bar{B} = \int d\bar{B}$$

$$|d\bar{B}| = \frac{\mu_0 \, dI}{2\pi R}$$

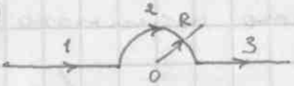
$$B = B_x = \int dB_x = \frac{\mu_0}{2\pi R} \int dI \sin\alpha$$

$$\frac{dI}{I} = \frac{d\alpha}{\pi}$$

$$B = \frac{2\mu_0 I}{2\pi R} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\alpha \, d\alpha = \frac{\mu_0 I}{\pi^2 R}$$

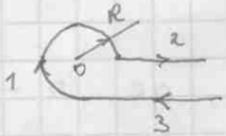
3. 22~~8~~9

a)



$$B = B_1 + B_2 + B_3 = 0 + \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \underbrace{\int dl}_{\pi R} + 0 = \frac{\mu_0 I}{4R}$$

б)

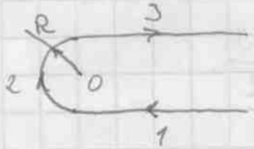


$$B = B_1 + B_2 + B_3 =$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \underbrace{\int dl}_{\left(2\pi - \frac{\pi}{2}\right)R} + \frac{\mu_0 I}{4\pi R} =$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\left(1 + \frac{3\pi}{2}\right)$$

в)

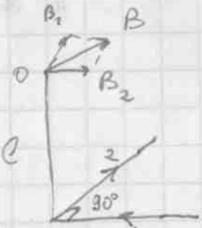


$$B = B_1 + B_2 + B_3 =$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi R} + \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2}\pi R + \frac{\mu_0 I}{4\pi R} =$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi R}(2 + \pi)$$

3. 230



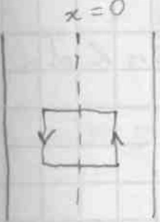
$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi l}(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2) = \frac{\mu_0 I}{4\pi l}$$

$$\varphi_1 = 0 \quad \varphi_2 = \pi$$

$$B_2 = B_1$$

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi l}\sqrt{2}$$

3.233



За т. про циркуляцію $\bar{B}$:

$$\oint_L \bar{B}\,d\bar{l} = \mu_0 \sum I_i$$

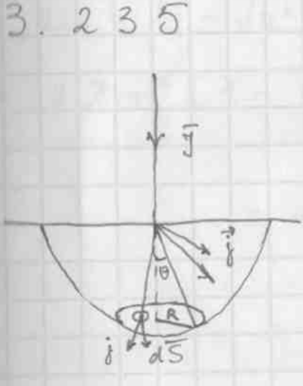
$$2B\,dl = \mu_0 (2x\,dl)\,j$$

$$B = \mu_0 x j, \quad |x| \le d$$

Назовні, $2B\,dl = \mu_0 (2d\,dl)\,j$

$$B = \mu_0 d j, \quad |x| \ge d$$

3.235



$$\oint_L \bar{B}\,d\bar{l} = \mu_0 \sum I_i$$

$$\oint_L \bar{B}\,d\bar{l} = B \oint_L |d\bar{l}| = B \cdot 2\pi R =$$

$$= B 2\pi r \sin\theta$$

$$\sum I_i = \underbrace{\iint_S}_{\text{сферический сегмент}} (\bar j\, d\bar S) = \iint_S |j|\, dS \cos 0^\circ = j \cdot S_{сф.с.}$$

$\iint_S (\bar j\, d\bar S)$ — поток в-ра $\bar j$. Численно равен числу линий в-ра $\vec j$, проходящих через поверхность S.

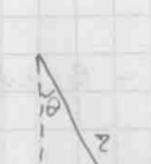
$$j = |\bar j| = \frac{I}{\frac{1}{2} 4\pi r^2}$$

$$S = \int dS = \int AB \cdot 2\pi r \sin\alpha\, d\alpha = \int_0^\theta r\, d\alpha\, 2\pi r \sin\alpha = 2\pi r^2 (-\cos\alpha)\Big|_0^\theta = 2\pi r^2 (1 - \cos\theta)$$

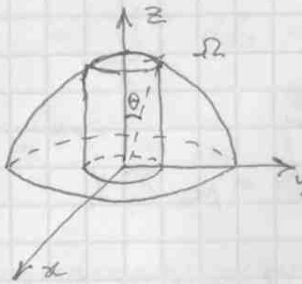
$$B \cdot 2\pi r \sin\theta = \mu_0 \frac{I\, 2\pi r^2 (1 - \cos\theta)}{2\pi r^2}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \frac{(1 - \cos\theta)}{\sin\theta} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \frac{2\sin^2\frac{\theta}{2}}{2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}} = \frac{\mu_0 I \,\mathrm{tg}\frac{\theta}{2}}{2\pi r}$$

або



$AB : r\sin\theta$



Поверхня $\Omega: x^2+y^2+z^2=r^2$ обмежена

циліндром $S: x^2+y^2=(r\sin\theta)^2$

$$S_{пов} = \iint_S dS, \quad dS = \sqrt{1+z_x'^2+z_y'^2}\,dx\,dy$$

$$z_x' = -\frac{x}{\sqrt{z^2-x^2-y^2}}, \quad z_y' = -\frac{y}{\sqrt{r^2-x^2-y^2}}$$

$$dS = \frac{r\,dx\,dy}{\sqrt{r^2-x^2-y^2}}$$

$$S_{пов} = \iint_D \frac{r\,dx\,dy}{\sqrt{r^2-x^2-y^2}} = r\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{r\sin\theta} \frac{\rho\,d\rho}{\sqrt{r^2-\rho^2}} =$$

$$= 2\pi r\left(-\sqrt{r^2-\rho^2}\right)\Big|_0^{r\sin\theta} =$$

$$= 2\pi r\left(-\sqrt{r^2-r^2\sin^2\theta}+\sqrt{r^2}\right) =$$

$$= 2\pi r^2\left(1-\sqrt{1-\sin^2\theta}\right) = 2\pi r^2(1-\cos\theta).$$

3.237

1) $r \leq R$

$$\oint_L \bar{B}\, d\bar{l} = \mu_0 \sum I_i$$

$$\oint_L \bar{B}\, d\bar{l} = \oint_L |\bar{B}||d\bar{l}| \cos\alpha =$$

$$= B \oint_L |d\bar{l}| = B \cdot 2\pi r$$

$$\sum I_i = j \pi r^2$$

$$B = \mu_0 j \frac{r}{2}$$

$$\bar{B} = \frac{\mu_0}{2} [\bar{j} \times \bar{r}]$$

2) $r \geq R$

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 j \pi R^2$$

$$B = \frac{\mu_0 j \pi R^2}{2\pi r} = \frac{\mu_0 R^2 [\bar{j} \times \bar{r}]}{2 r^2}$$

3.239

Візьмемо контур, перпендикулярний пучку, радіуса r з центром в центрі пучка, тоді за т. про циркуляцію

$$\oint_L \bar{B}\, d\bar{l} = B \cdot 2\pi r = 2\pi b r^{\alpha} r = 2\pi b r^{\alpha+1}$$

(за умовою $B = b r^{\alpha}$)

$$\sum I_i = \iint_S \bar{j}\, d\bar{S} = \int_0^r j(r)\, 2\pi r\, dr$$

$$2\pi b r^{\alpha+1} = \mu_0 \int_0^r 2\pi r\, j(r)\, dr$$

Продиференціюємо ліву і праву частини

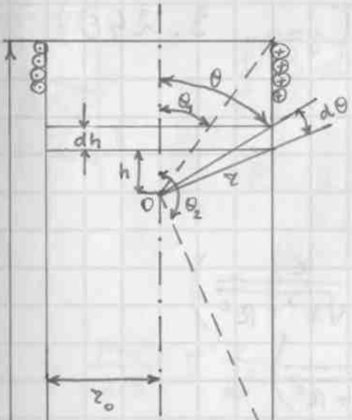
$$b(\alpha+1) r^{\alpha} = \mu_0 r\, j(r)$$

$$j(r) = \frac{b}{\mu_0} r^{\alpha-1}$$

3.240, 3.241

Соленоїд можна вважати сукупністю кілець зі струмом і тоді для обчислення індукції магн. поля в дов. точці його осі можна скорист. ф. із зад. 3.222(б).

$$B_k = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}.$$ для N витків $B = B_k \cdot N$.



Виділимо вузьку смугу витків соленоїда завтовшки dh, розміщену між проведеними з т. O радіусами r, які утвор. з віссю соленоїда кути θ і $\theta + d\theta$

Довжина цієї смуги $dh = \frac{r\,d\theta}{\sin\theta}$.

К-сть витків N, що укладаються на виділеній смузі,

$$dN = n\,dh = n\frac{r\,d\theta}{\sin\theta}$$

Ел. індукція dB, створ. в т. О витками dN

$$dB = \frac{\mu_0 I r_0^2}{2(r_0^2 + h^2)^{3/2}}\, n\frac{r\,d\theta}{\sin\theta}$$

Оскільки $(r_0^2 + h^2)^{3/2} = r^3$, а $r = \frac{r_0}{\sin\theta}$, то

$$dB = \frac{\mu_0 I n}{2}\sin\theta\, d\theta$$

$$B_0 = \frac{\mu_0 I n}{2}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\sin\theta\, d\theta = \frac{\mu_0 I n}{2}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

Коли т. О знаходиться в центрі, то

$$\cos\theta_1 = -\cos\theta_2 = \frac{l/2}{\sqrt{r_0^2 + \frac{l^2}{4}}}$$

$$B_0 = \frac{\mu_0 I n}{2}\frac{l}{\sqrt{r_0^2 + \frac{l^2}{4}}} \quad (\text{зад. } 3.240)$$

3.241

a)

$$B(x) = \frac{\mu_0 n I}{2}\left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}}\right)$$

$$\left(\theta_1 = 0,\ \theta_2 = -\frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)$$

б) $\frac{B_0 - \delta B}{B_0} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{x_0}{\sqrt{R^2 + x_0^2}}\right) = 1 - \eta$

$-\frac{x_0}{\sqrt{R^2 + x^2}} = 1 - 2\eta$

Оскільки η мале, то x має бути від'ємним. Тому $x_0 = -|x_0|$

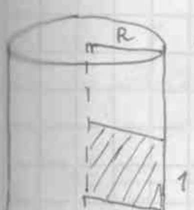
$\frac{|x_0|}{\sqrt{R^2 + x_0^2}} = 1 - 2\eta$

$x_0^2 = (1 - 4\eta + 4\eta^2)(R^2 + x_0^2)$

$0 = (1 - 2\eta)^2 R^2 - 4\eta(1-\eta)x_0^2$

$|x_0| = \frac{(1-2\eta)R}{2\sqrt{\eta(1-\eta)}}$

3. 244



$\Phi = \iint\limits_S \bar{B}\, d\bar{S}$

$\oint\limits_L \bar{B}\, d\bar{l} = \mu_0 \sum I_i$

$B \cdot 2\pi r = \mu_0\, j\, \pi r^2$

$j = \frac{I}{\pi R^2}$

$B = \frac{\mu_0}{2\pi} I \frac{r}{R^2}$

$\Phi = \int\limits_0^R B(r)\, 1 \cdot dr = \int\limits_0^R \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{r}{R^2}\, dr = \frac{\mu_0 I}{4\pi}.$