

***Министерство образования и науки Украины
Национальный технический университет Украины
“Киевский Политехнический Институт”
Кафедра ТОЭ***

***Расчетно-графическая работа
“Периодические несинусоидальные токи в линейных
электрических цепях”
Вариант № 168***

Выполнил: _____

Проверил: _____

Киев 2007

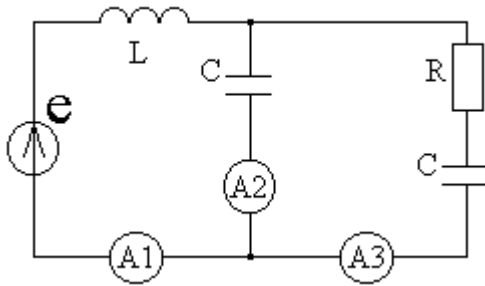
Задание

В электрической цепи, схема которой изображена на рисунке, действует источник периодической несинусоидальной ЭДС. График ЭДС задан кривой. Нелинейный отрезок кривой представляют собой участки синусоиды. Угловая частота изменения ЭДС $\omega = 1000$ рад/с.

Требуется:

1. Разложить заданную ЭДС в ряд Фурье (ограничиться 1-ой, 3-ей и 5-ой гармониками).
2. Построить в одной системе координат временные графики составляющих и суммарную кривую ЭДС, последнюю сравнить с заданной.
3. Рассчитать мгновенные значения токов всех ветвей заданной схемы.
4. Определить показания измерительных приборов, включенных в цепь.
5. Вычислить мощность P , Q , S , T и коэффициент мощности источника. Составить баланс активных мощностей цепи.
6. Записать условие резонанса для k -той гармоники. Расчитать величину ёмкости или индуктивности в ветке с источником E из условия резонанса всей цепи на 3-ей гармонике. Определить взодное сопротивление цепи на этой гармонике при резонансе.

$$E_m := 80 \quad R := 20 \quad L := 4 \text{ мГн} \quad C := 14 \text{ мкФ} \quad \omega := 1000$$



Общая схема цепи

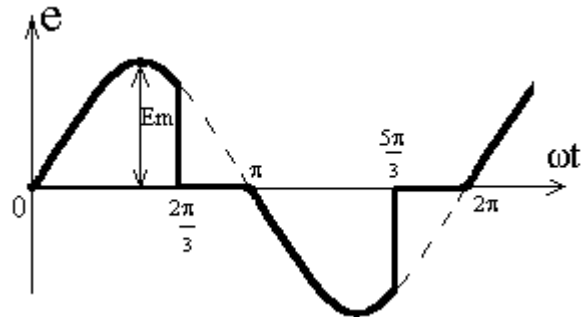


График ЭДС

Разложение заданной ЭДС в ряд Фурье.

Данная функция является симметричной относительно оси абсцисс при совмещении двух полупериодов во времени.

Ряд Фурье такой функции не содержит четных гармоник и постоянной составляющей:

$$f(\omega t) := \sum_{k=1,3,5}^{\infty} (B_{mk} \cdot \sin(k\omega t) + C_{mk} \cdot \cos(k\omega t)) \quad x = \omega t$$

Нахождение коэффициентов для 1-ой гармоники

$$B_{m1} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\frac{2\pi}{3}} E_m \cdot \sin(x) \cdot \sin(x) dx \quad B_{m1} = 64.36$$

$$C_{m1} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\frac{2\pi}{3}} E_m \cdot \sin(x) \cdot \cos(x) dx \quad C_{m1} = 19.099$$

$$A_{m1} := \sqrt{B_{m1}^2 + C_{m1}^2} \quad A_{m1} = 67.134 \quad \psi_1 := \operatorname{atan}\left(\frac{C_{m1}}{B_{m1}}\right) \cdot \frac{180}{\pi} \quad \psi_1 = 16.528$$

Нахождение коэффициентов для 3-ой гармоники

$$B_{m3} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\frac{2\pi}{3}} E_m \cdot \sin(x) \cdot \sin(x \cdot 3) dx \quad B_{m3} = -16.54$$

$$C_{m3} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\frac{2\pi}{3}} E_m \cdot \sin(x) \cdot \cos(x \cdot 3) dx \quad C_{m3} = -9.549$$

$$A_{m3} := \sqrt{B_{m3}^2 + C_{m3}^2} \quad A_{m3} = 19.099 \quad \psi_3 := \operatorname{atan}\left(\frac{C_{m3}}{B_{m3}}\right) \cdot \frac{180}{\pi} \quad \psi_3 = 30$$

Нахождение коэффициентов для 5-ой гармоники

$$B_{m5} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\frac{2\pi}{3}} E_m \cdot \sin(x) \cdot \sin(x \cdot 5) dx \quad B_{m5} = 5.513$$

$$C_{m5} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\frac{2\pi}{3}} E_m \cdot \sin(x) \cdot \cos(x \cdot 5) dx \quad C_{m5} = -9.549$$

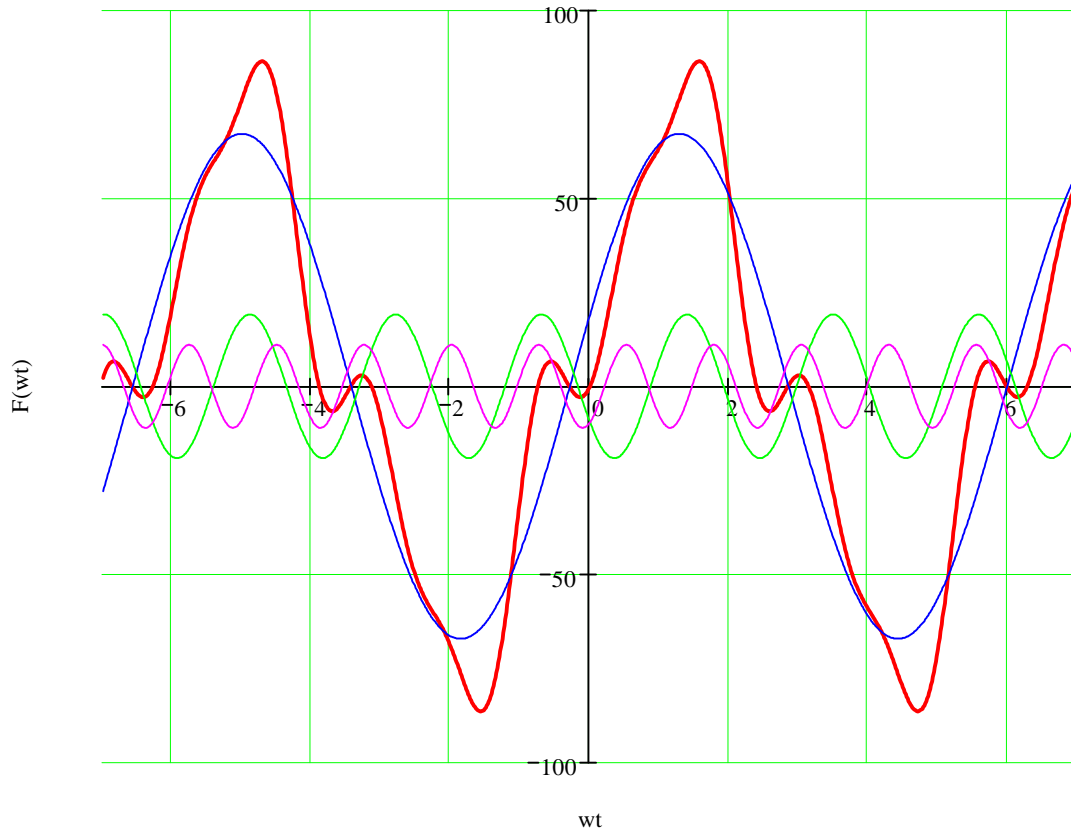
$$A_{m5} := \sqrt{B_{m5}^2 + C_{m5}^2} \quad A_{m5} = 11.027 \quad \psi_5 := \operatorname{atan}\left(\frac{C_{m5}}{B_{m5}}\right) \cdot \frac{180}{\pi} \quad \psi_5 = -60$$

Искомое разложение функции можно представить в виде:

$$F(\omega t) := A_{m1} \cdot \sin(\omega t + \psi_1) + A_{m3} \cdot \sin(3\omega t + \psi_3) + A_{m5} \cdot \sin(5\omega t + \psi_5)$$

$$F(\omega t) = 67.134 \cdot \sin(\omega t + 16.528) + 19.099 \cdot \sin(3\omega t + 30) + 11.027 \cdot \sin(5\omega t - 60)$$

Графики составляющих и суммарной ЭДС



Временные графики 1-ой, 3-ей, 5-ой гармоник ЭДС и их суммарная кривая

Нахождение мгновенных значений токов всех ветвей заданной схемы.

Выполнив разложение периодической несинусоидальной ЭДС в ряд Фурье, заменяем её приближенно суммой постоянной и нескольких синусоидальных составляющих:

$$e := E_0 + E_{m1} \cdot \sin\{\omega_1 \cdot t + \psi_1\} + E_{m3} \cdot \sin\{\omega_3 \cdot t + \psi_3\} + E_{m5} \cdot \sin\{\omega_5 \cdot t + \psi_5\}$$

Обозначим реактивные сопротивления цепи для К-ой гармоники:

$$X_C := \frac{1}{\omega \cdot C \cdot k \cdot 10^{-6}} \quad X_L := \omega \cdot L \cdot k \cdot 10^{-3}$$

Расчет токов, обусловленных каждой из составляющих ЭДС, выполним в комплексной форме. Комплексное сопротивление цепи для К-ой гармоники равно:

$$Z_k = i \cdot X_L \cdot k + \frac{-i \cdot X_C \cdot k \cdot (-i \cdot X_C \cdot k + R)}{-i \cdot X_C \cdot k + (-i \cdot X_C \cdot k + R)}$$

Для основной гармоники ЭДС (K=1):

$$E_1 := \frac{A_{m1}}{\sqrt{2}} \cdot e^{i \cdot \psi_1} \quad E_1 = -32.381 - 34.712i \quad F(E_1) = (47.471 \quad -133.011)$$

Комплексное сопротивление цепи для 1-ой гармоники равно:

$$Z_1 := i \cdot X_L + \frac{-i \cdot X_C \cdot (-i \cdot X_C + R)}{-i \cdot X_C + (-i \cdot X_C + R)} \quad Z_1 = 4.904 - 32.401i$$

За законом Ома находим ток I_1 :

$$I_{1_1} := \frac{E_1}{Z_1} \quad I_{1_1} = 0.899 - 1.136i \quad F(I_{1_1}) = (1.449 \quad -51.617)$$

Остальные токи находим за формулами чужого сопротивления:

$$I_{2_1} := I_{1_1} \cdot \frac{-i \cdot X_C + R}{-i \cdot X_C + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{2_1} = 0.536 - 0.517i \quad F(I_{2_1}) = (0.745 \quad -43.944)$$

$$I_{3_1} := I_{1_1} \cdot \frac{-i \cdot X_C}{-i \cdot X_C + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{3_1} = 0.363 - 0.619i \quad F(I_{3_1}) = (0.717 \quad -59.587)$$

Для третьей гармоники ЭДС($K=3$):

$$E_3 := \frac{Am_3}{\sqrt{2}} \cdot e^{i\psi_3} \quad E_3 = 2.083 - 13.343i \quad F(E_3) = (13.505 \quad -81.127)$$

Комплексное сопротивление цепи для 3-ой гармоники равно:

$$Z_3 := i \cdot X_L + \frac{-i \cdot X_C \cdot (-i \cdot X_C + R)}{-i \cdot X_C + (-i \cdot X_C + R)} \quad Z_3 = 4.25 - 1.69i$$

За законом Ома находим ток I_1 :

$$I_{1_3} := \frac{E_3}{Z_3} \quad I_{1_3} = 1.501 - 2.543i \quad F(I_{1_3}) = (2.953 \quad -59.444)$$

Остальные токи находим за формулами чужого сопротивления:

$$I_{2_3} := I_{1_3} \cdot \frac{-i \cdot X_C + R}{-i \cdot X_C + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{2_3} = 1.317 - 1.194i \quad F(I_{2_3}) = (1.778 \quad -42.196)$$

$$I_{3_3} := I_{1_3} \cdot \frac{-i \cdot X_C}{-i \cdot X_C + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{3_3} = 0.184 - 1.349i \quad F(I_{3_3}) = (1.361 \quad -82.227)$$

Для пятой гармоники ЭДС($K=5$):

$$E_5 := \frac{Am_5}{\sqrt{2}} \cdot e^{i\psi_5} \quad E_5 = -7.426 + 2.377i \quad F(E_5) = (7.797 \quad 162.253)$$

Комплексное сопротивление цепи для 5-ой гармоники равно:

$$Z_5 := i \cdot X_L + \frac{-i \cdot X_C \cdot (-i \cdot X_C + R)}{-i \cdot X_C + (-i \cdot X_C + R)} \quad Z_5 = 3.356 + 10.508i$$

За законом Ома находим ток I_1 :

$$I_{1_5} := \frac{E_5}{Z_5} \quad I_{1_5} = 4.472 \times 10^{-4} + 0.707i \quad F(I_{1_5}) = (0.707 \quad 89.964)$$

Остальные токи находим за формулами чужого сопротивления:

$$I_{2_5} := I_{1_5} \cdot \frac{-i \cdot X_C + R}{-i \cdot X_C + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{2_5} = -0.166 + 0.47i \quad F(I_{2_5}) = (0.498 \quad 109.434)$$

$$I_{3_5} := I_{1_5} \cdot \frac{-i \cdot X_C}{-i \cdot X_C + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{3_5} = 0.166 + 0.237i \quad F(I_{3_5}) = (0.29 \quad 54.972)$$

Мгновенные значения токов ветвей:

$$i_1 = 1.449 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 51.617) + 2.953 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(3 \cdot \omega t - 59.444) + 0.707 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(5 \cdot \omega t + 89.964)$$

$$i_2 = 0.745 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 43.944) + 1.778 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(3 \cdot \omega t - 42.196) + 0.498 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(5 \cdot \omega t + 109.434)$$

$$i_3 = 0.717 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 59.587) + 1.361 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(3 \cdot \omega t - 82.227) + 0.29 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(5 \cdot \omega t + 54.972)$$

Определение показаний амперметров электромагнитной системы, включенных в цепь.

$$I_1 := \sqrt{\left(|I_{11}|\right)^2 + \left(|I_{13}|\right)^2 + \left(|I_{15}|\right)^2} \quad I_1 = 3.364$$

$$I_2 := \sqrt{\left(|I_{21}|\right)^2 + \left(|I_{23}|\right)^2 + \left(|I_{25}|\right)^2} \quad I_2 = 1.991$$

$$I_3 := \sqrt{\left(|I_{31}|\right)^2 + \left(|I_{33}|\right)^2 + \left(|I_{35}|\right)^2} \quad I_3 = 1.566$$

Вычисление мощности P, Q, S, T и коэффициента мощности источника. Баланс активных мощностей цепи.

Активная мощность источника (на входе цепи):

$$P := |E_1| \cdot |I_{11}| \cdot \cos\left[-\left(\arg(I_{11}) - \arg(E_1)\right)\right] + |E_3| \cdot |I_{13}| \cdot \cos\left[-\left(\arg(I_{13}) - \arg(E_3)\right)\right]$$

$$P := P + |E_5| \cdot |I_{15}| \cdot \cos\left[-\left(\arg(I_{15}) - \arg(E_5)\right)\right] \quad P = 49.02$$

Реактивная мощность источника:

$$Q := |E_1| \cdot |I_{11}| \cdot \sin\left[-\left(\arg(I_{11}) - \arg(E_1)\right)\right] + |E_3| \cdot |I_{13}| \cdot \sin\left[-\left(\arg(I_{13}) - \arg(E_3)\right)\right]$$

$$Q := Q + |E_5| \cdot |I_{15}| \cdot \sin\left[-\left(\arg(I_{15}) - \arg(E_5)\right)\right] \quad Q = -77.474$$

Полная мощность источника:

$$E := \sqrt{\left(|E_1|\right)^2 + \left(|E_3|\right)^2 + \left(|E_5|\right)^2} \quad S := E \cdot I_1 \quad S = 168.082$$

Мощность искажения на входе цепи:

$$T := \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} \quad T = 140.877$$

Мощность, поступающая в активные сопротивления цепи:

$$P_a := I_3^2 \cdot R \quad P_a = 49.02$$

Считем заданную схему одной из фаз симметричной трехфазной цепи при соединении генератора и нагрузки звездой с нулевым проводом.

Выражения мгновенных значений ЭДС во всех фазах трехфазного источника (принимая заданную ЭДС в качестве ЭДС фазы А).

В симметричных трёхфазных электрических цепях кривые напряжения (тока) во второй и третьей фазах аналогичны кривой напряжения (тока) первой фазы со сдвигом на треть периода:

$$U_A := f(t) \quad U_B := f\left(t - \frac{T}{3}\right) \quad U_C := f\left(t + \frac{T}{3}\right)$$

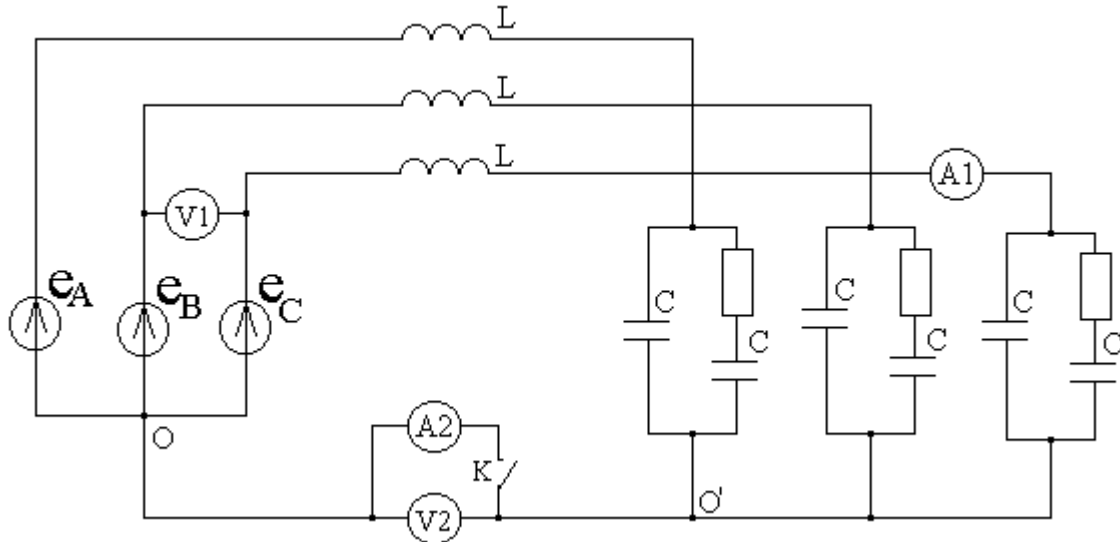


Схема трехфазной цепи

$$e_A = 67.134 \cdot \sin(\omega t + 16.528) + 19.099 \cdot \sin(3\omega t + 30) + 11.027 \cdot \sin(5\omega t - 60)$$

$$e_B = 67.134 \cdot \sin(\omega t - 103.472) + 19.099 \cdot \sin(3 \cdot \omega t + 30) + 11.027 \cdot \sin(5 \cdot \omega t - 300)$$

$$e_C = 67.134 \cdot \sin(\omega t + 136.528) + 19.099 \cdot \sin(3 \cdot \omega t + 30) + 11.027 \cdot \sin(5 \cdot \omega t + 180)$$

Определение действующего значения линейного напряжения источника и тока в нейтральном проводе.

Действующее значение линейного напряжения источника (показание вольтметра V1):

$$U_L := \sqrt{3} \cdot \sqrt{(|E_1|)^2 + (|E_5|)^2} \quad U_L = 83.324$$

Действующее значение тока в линейном проводе (показания амперметра A2 при замкнутом ключе K):

$$I_N := 3 \cdot \sqrt{(|I_{13}|)^2} \quad I_N = 8.858$$

Определение действующего значения напряжения между нейтральными точками генератора и приемника и токов в линейных проводах при обрыве нейтрального провода.

Действующее значение напряжения между нейтральными точками генератора O и приемника O' при размыкании ключа K (показания вольтметра V2):

$$U_N := |E_3| \quad U_N = 13.505$$

Действующее значение токов в линейных проводах при обрыве нейтрального провода (показание амперметра A1):

$$I_1 := \sqrt{(|I_{11}|)^2 + (|I_{15}|)^2} \quad I_1 = 1.612$$