Лабораторна робота №2

Тема: «Машина Тьюринга».

Мета: Метою даного заняття є закріплення знань з побудови та роботи машин Тьюринга, які є математичними (формальними) моделями алгоритмів.

Завдання: Відповідно до варіанту написати програму для машини Тьюринга, наприклад Algo2000.exe, або створеної самостійно моделі машини Тьюринга, яка здатна виконувати операції, що необхідні для виконання завдання.

Теоретичні основи:

Машина Тьюринга - це пристрій, що містить друкарську стрічку нескінченної довжини, розбиту на комірки. У кожну комірку може бути записаний один і тільки один символ з вхідного алфавіту $A = \left\{a_0, a_1, ..., a_m\right\}$ машини Тьюринга. В рамках цього прикладу для простоти будемо розглядати алфавіт $A = \left\{a_0, a_1, a_2\right\}$, де $a_1 = 0, a_1 = 1$, а $a_0 = \lambda$ розглядається як порожній "символ" (саме так слід розуміти вміст комірки, в якій не записаний ні 0, ні 1). У початковий момент на стрічку записується довільне слово. Зазвичай це слово представляє собою опис деякої задачі, на яких спеціалізується дана машина Тьюринга. Крім стрічки, у машини є читаюча-друкарська головка, яка дозволяє зчитати символ з комірки або записати в ту комірку, що безпосередньо знаходиться під головкою. Машина Тьюринга працює по тактах. Такти машини Тьюринга жодним чином не прив'язуються до одиниць часу, наприклад, секунд. "Час", що витрачається машиною Тьюринга на те, щоб виконати обробку вхідного слова, вимірюється в тактах. Доцільно і складність завдання пов'язувати з числом тактів, необхідних для його розв'язування на машині Тьюринга. Машина Тьюринга працює за певними правилами. За своєю суттю такі правила однотипні і зводяться до наступного:

- зчитати символ з поточної комірки;
- за поточним станом машини і зчитаним символом визначити новий стан, в який переходить машина;
- записати в комірку новий символ

    або зрушити стрічку на одну комірку вліво,

    або зрушити стрічку на одну комірку вправо,

    або залишити стрічку в попередньому положенні,
- перейти до наступного такту. Машина завершує роботу, якщо вона потрапляє в кінцевий стан.

Наведені правила найзручніше представляти у вигляді таблиці. Візьмемо як приклад таблицю 1:

	0	1	λ
q_1	$\lambda L q_1$	$0LQ_0$	UUQ_1

У цій таблиці використані такі позначення стану машини Тьюринга: q_1, q_0. Початковий стан позначимо як q_1. Стан q_0 в нашому прикладі є кінцевим станом. У верхньому рядку записані символи вхідного алфавіту машини. Таких символів три: 0, 1, λ. Порожній символ λ теж вважається символом, хоча реально не відповідає жодному символу взагалі.

Розглянемо рядок q_1. Нехай у поточній комірці записано 0. На перетині стовпця "0" і рядка q_1 стоїть дія машини - $\lambda L q_1$. Цю дію слід розуміти таким чином:

-перший символ λ вказує на те, що в комірку писати нічого не потрібно,

-другий символ L означає зрушити стрічку на одну комірку вліво,

-третій символ q_1 означає, в який стан машина переходить (у нашому випадку машина залишається в старому стані, значення комірки не змінюється, стрічка зсувається на крок вліво).

Розглянемо тепер стовпець 1. На перетині стовпця 1 і рядка q_1 представлена така дія: $0Lq_1$. За цією дією в поточну комірку буде записаний 0 замість 1; все інше - як і в попередньому прикладі.

Нарешті, остання дія: $\lambda\lambda q_0$. Цю дію треба розуміти так: нічого в комірку не писати (перше λ), стрічку не зрушувати (друге λ), перейти в кінцевий стан q_0.

Виконуючи дані команди, легко помітити, що машина Тьюринга даного типу може виконувати єдину дію - обнуляти числа, тобто просто замінювати 1 на 0.

На практиці машини Тьюринга використовуються для аналізу алгоритмів. Наприклад, питання типу: "Чи можна вирішити цю задачу?" є по суті питанням "Чи можна для цього завдання побудувати машину Тьюринга?" Тепер можна сформулювати завдання для лабораторної роботи.

Узагальнена структура машини Тьюринга

Існує низка варіантів детермінованих машин Тьюринга: однострічкова, багатострічкова, універсальна та ін. Відмінність цих варіантів не принципова, вони зумовлені пошуком способів зменшення часової складності.

Модель однострічкової детермінованої МТ задається шісткою:

$$M = \left(A, Q, q_1, q_0, a_0, p \right),$$

де A – скінченна множина символів зовнішнього алфавіту,

Q – скінченна множина символів внутрішнього алфавіту,

q_0 – початковий стан, $q_0 \in Q$,

q_f – кінцевий стан, $q_f \in Q$,

a_0 – позначення порожньої комірки стрічки,

p – програма, яка складається з набору команд: $A \times Q \to A \left\{ L, R, E \right\} Q$,

де L – зсувати головку вліво,

R – зсувати головку вправо,

E – головка залишається на місці.

Особливості роботи МТ не суперечать властивостям алгоритму. Кроки МТ дискретні і детерміновані, мають властивість масовості. Єдина властивість, яка приймається умовно – це елементарність кроку. У машині Тьюринга крок алгоритму супроводжується декількома операціями: читання символу в комірці стрічки, пошук необхідної команди, виконання команди – операція зі змістом комірки (залишити попередній символ, стерти його, записати новий), операція переміщення головки (залишити на місці, зсунути ліворуч чи праворуч). Всі ці операції, що складають крок алгоритму, є загальнозрозумілими.

Послідовність розв'язання задач на МТ

1. Розміщуються дані на стрічці
2. Визначається необхідність використання додаткових символів і місця їх розташування
3. Розробляється стратегія розв'язання задачі (слід машини Тьюринга)
4. Будується таблиця програми.
5. У відповідності до сліду машини Тьюринга розробляється набір команд, які розміщуються в клітинах таблиці.
6. Мінімізується кількість станів (команд), не змінюючи стратегії розв'язання задачі

1. Виконати операцію Y = (X mod 3), де X, Y – двійкові числа. L=20

			x7	x6	x5	x4	x3	x2	x1	x0	m	y1	y0										

---

2. Виконати операціюY = (X mod 3), де X, Y – двійкові числа з мінімальною часовою складністю L=10

					y1	y0	m	x7	x6	x5	x4	x3	x2	x1	x0								

---

3. Виконати операцію Y = (X mod 3), де X, Y – десяткові числа

								x2	x1	x0	m	y											

---

4. Виконати операцію додавання двох двійкових чисел: Z= (X+Y)

			x3	x2	x1	x0	+	y3	y2	y1	y0	=	z4	z3	z2	z1	z0					

Без збереження вхідних даних.

---

5. Виконати операцію додавання двох двійкових чисел: Z= (X+Y)

		Z4	z3	z2	z1	z0	=	y3	y2	y1	y0	+	x3	x2	x1	x0						

Без збереження вхідних даних.

---

6. Виконати операцію додавання двох двійкових чисел: Z= (X+Y)

			x3	x2	x1	x0	+	y3	y2	y1	y0	=	z3	z2	z1	z0						

Зі збереженням вхідних даних.

---

7. Виконати операцію додавання двох двійкових чисел: Z= (X+Y)

			z3	z2	z1	z0	=	y3	y2	y1	y0	+	x3	x2	x1	x0						

Зі збереженням вхідних даних.

---

8. Виконати операцію додавання двох двійкових чисел: Z= (X+Y)

								y3	y2	y1	y0	+	x3	x2	x1	x0						

Результат розташувати на місці вхідних даних

---

9. Виконати операцію додавання двох двійкових чисел:Z= (X+Y) з мінімальною часовою складністю

Розташування даних довільне.

---

10. Виконати операцію додавання двох десяткових чисел, Z=(X+Y)

							x1	x0	+	y1	y0	=	z2	z1	z0							

Без збереження вхідних даних.

---

11. Виконати операцію додавання двох десяткових чисел: Z= (X+Y)

				z2	z1	z0	=	y1	y0	+	x1	x0										

Без збереження вхідних даних.

---

12. Виконати операцію додавання двох десяткових чисел: Z= (X+Y)

							x1	x0	+	y1	y0	=	z2	z1	z0							

Зі збереженням вхідних даних.

---

13. Виконати операцію додавання двох десяткових чисел: Z= (X+Y)

				z2	z1	z0	=	y1	y0	+	x1	x0										

Зі збереженням вхідних даних.

---

14. Виконати операцію додавання двох десяткових чисел: Z= (X+Y)

								y3	y2	y1	y0	+	x3	x2	x1	x0						

Результат розташувати на місці вхідних даних

---

15. Виконати операцію віднімання двох двійкових чисел, Z=(X-Y)

			x3	x2	x1	x0	-	y3	y2	y1	y0	=	z4	z3	z2	z1	z0					

Без збереження вхідних даних. Числа представлені в прямому коді.

16. Виконати операцію віднімання двох двійкових чисел: Z= (X-Y)

		Z4	z3	z2	z1	z0	=	y3	y2	y1	y0	-	x3	x2	x1	x0						

Без збереження вхідних даних. Числа представлені в прямому коді.

17. Виконати операцію віднімання двох двійкових чисел: Z= (X-Y)

			x3	x2	x1	x0	-	y3	y2	y1	y0	=	z3	z2	z1	z0						

Зі збереженням вхідних даних. Числа представлені в прямому коді.

18. Виконати операцію віднімання двох двійкових чисел: Z= (X-Y)

			z3	z2	z1	z0	=	y3	y2	y1	y0	-	x3	x2	x1	x0						

Зі збереженням вхідних даних. Числа представлені в прямому коді.

19. Виконати операцію віднімання двох десяткових чисел, Z=(X-Y)

							x1	x0	-	y1	y0	=	z1	z0								

X>=Y

20. Виконати операцію віднімання двох десяткових чисел, Z=(X-Y)

							x1	x0	-	y1	y0	=		z1	z0							

X<Y

21. Виконати операцію переводу формата числа із десяткового в унарний $X_{(10)} \rightarrow Y_{(1)}$,

								x0	=	I	I	.	.	.	I							

22. Виконати операцію переводу формата числа із десяткового в двійковий $X_{(10)} \rightarrow Y_{(2)}$,

							x1	x0	=	yn	.	.	.	y0								

23. Виконати операцію переводу формата числа із двійкової в десяткову $X_{(2)} \rightarrow Y_{(10)}$,

				xn	.	.	.	x0	=	yk	.	.	.	y0								

24. Виконати операцію кон'юнкції (AND) двох двійкових чисел: Z= (X v Y),

			x3	x2	x1	x0	v	y3	y2	y1	y0	=	z3	z2	z1	z0						

25. Виконати операцію диз'юнкції (OR) двох двійкових чисел:Z= (X^ Y) з мінімальною часовою складністю

Розташування даних довільне.

26. Представити число X ($X_n X_{n-1}\dots X_1 X_0$) в двійково-інверсному коді ($X_0 X_1\dots X_{n-1} X_n$)

									xn	.	.	.	x1	x0									

Розташування даних довільне.

27. Представити число X ($X_n X_{n-1}\dots X_1 X_0$) в двійково-інверсному коді ($X_0 X_1\dots X_{n-1} X_n$)

					xn	.	.	.	xn	x0	->	x0	x1	.	.	.	xn						

28. Виконати операцію зсуву двійкового числа X вліво на 4 розряди

								x3	x2	x1	x0	L	4									

29. Виконати операцію зсуву двійкового числа X вліво на Y розрядів

								x3	x2	x1	x0	L	y1	y0								

30. Виконати операцію циклічного зсуву двійкового числа X вліво на Y розрядів

								x3	x2	x1	x0	Cl	y1	y0								

---

31. Виконати операцію циклічного зсуву двійкового числа X вправо на Y розрядів

								x3	x2	x1	x0	Cr	y1	y0								

---

32. Виконати операцію множення двох десяткових чисел X*Y

									x	*	y											

X<10, Y<10. Розташування результату довільне.

- початкове положення рухомої головки задано

- виберіть початкове положення рухомої головки таким чином, щоб часова складність була найменшою.

Вимоги до програмного забезпечення:

1. Уведення даних із клавіатури і з зовнішнього файлу;
2. Перевірка коректності введених даних;
3. Меню.

Зміст звіту:

1. Титульний лист;
2. Тема завдання;
3. Завдання;
4. Блок-схеми алгоритмів;
5. Роздруківка тексту програми;
6. Роздруківка результатів виконання програми;
7. Аналіз результатів.

Контрольні питання.

1. Дати визначення машини Тьюринга.
2. За якими правилами працює машина Тьюринга?
3. Для чого використовують машини Тьюринга?
4. Перерахуйте множини та інші дані, що однозначно описують довільну машину Тьюринга?
5. Назвіть операції, що складають крок алгоритму машини Тьюринга.