ИНДЕКС ПО БИЛЕТАМ

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ N 1

1 Моделирование - всеобщий метод познания окружающего мира.

Моделирование - метод исследования (познания) окружающего мира, в котором некоторому изучаемому явлению поставлено в соответствие модель в виде также объекта, явления, процесса, которое может заменить натуру в процессе исследований. Модель отражает некоторые свойства натуры, но всегда отличается от нее. Фокус информативности есть модель. В зависимости от целей моделирования могут быть выбраны разные модели для одного и того же объекта. Моделирование используется для двух основных целей:

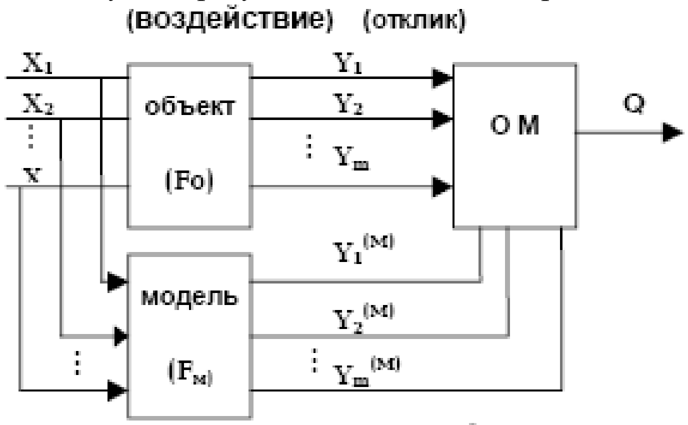
1. расширение наших знаний об окружающем мире;
2. разработка эффективных производственных процессов (проектирование механизмов, приборов, технологий, процессов).

В моделировании очень важна роль модельного эксперимента. Для определения достоверности и выявления лучших экспериментов нужно много времени, причем очевидным является планируемость экспериментов (сокращается время исследования). Существует два общих подхода к моделированию:

1. Классический (теоретико-аналитический). Предполагается, что исследуемый объект, явление или процесс имеет строгое математическое описание, например оператор **Fo**. В процессе проектирования мы конструируем оператор **Fм**, он должен приближаться к реально существующему **Fo**.

Теоретико-аналитический подход позволяет сконструировать несколько операторов **F′м, F″м,..., F(n)м**, каждый из которых может быть использован на том или ином этапе исследования. Степень приближения **Fм** к **F0** определяется некоторым критериям соответствия, которые в целом называются функциями потерь **Q**. Одним из них является сумма среднеквадратичных отклонений. Для оценки этого показателя

используются результаты многих экспериментов



$$Q(t) = \sum_{i,t} \left| Y_i - Y_i^M \right|^2$$

Лучшей будет модель, где меньше потеря критериальных отклонений.

2. Современный (экспериментально-статистический). Выделяет эксперимент как ведущее средство моделирования. Может применяться к особо сложным системам, которые могут и не иметь строгого математического описания **F0**. Основным методом подхода является имитационное моделирование. В нем предполагается, что любой исследуемый объект может быть разделен на некоторое число компонентов, некоторые из них могут иметь математическое описание, а функционирование других компонентов может быть неизвестно. Т.о. осуществляется переход от общего к системе, а сама система неразрывно связана с внешней средой. В экспериментально-статистическом подходе весь процесс исследования подразделяется на 2 этапа:

1) Сбор статистики по воздействию на систему из внешней среды и реакции системы на эти воздействия, характеризующиеся значимыми отношениями: **R1...R5.**

Определяется также значимые свойства этих отношений **P1...P5**.

Практически при имитационном моделировании взаимодействие системы со средой характеризуется конкретными моделями информационных потоков. Эти модели составляются в конце первого этапа в результате обработки статистической информации.

2) На втором этапе моделирования изменяется структура системы или параметры отдельных

компонентов с целью определения лучшей организации. При моделировании генерируются входные потоки, отражающие внешнюю среду и исследуем выходные потоки, а также некоторые интегральные характеристики оценки качества работы системы.

Например: среднее время обслуживания в системе, время реакции системы на конкретное задание, коэффициент простоя прибора в системе, вероятность появления отказа в обследовании заявки, коэффициент риска получения отказа и т.д.

Имитационная модель является планировщиком работы системы, особенно если изменяется, например, число приборов, или есть необходимость их изменения в связи с изменением числа заданий. Преимуществом экспериментально-статистического подхода является возможности решения достаточно сложных задач в проектировании и организации производственных процессов, когда сама система берет на себя функции сбора и обработки информации, а также планирования. В процессе моделирования сама модель может уточняться.

2 Решение марковской модели RR-системы с прерываемой дисциплиной обслуживания.

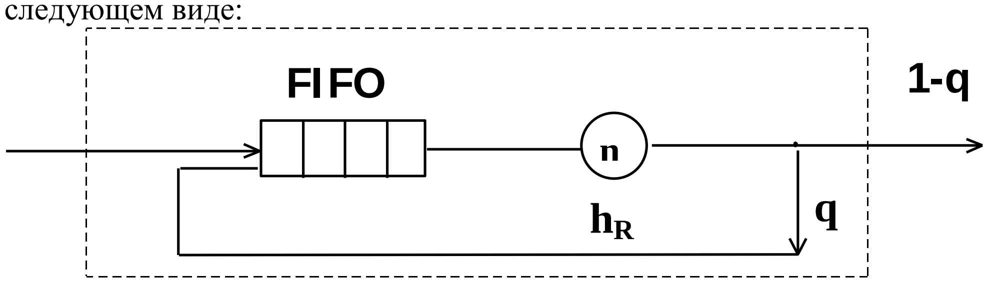
В некоторых системах заявка, находящаяся в приборе, может быть снята с обслуживания, а прибор будет передан другой заявке. Это прерываемые дисциплины обслуживания /**RR**-дисциплины/.

Заявка, снятая с обслуживания снова попадает в очередь. А прибор предоставляется каждой заявке периодически на фиксированное время.

$\mathbf{h_R}$ - шаг времени предоставления прибора.

Естественно, что в такой системе обслуживания заявка может с некоторой вероятностью **q** снова вернуться в очередь системы, не получив полного обслуживания и с вероятностью **1-q** может быть обследована.

Система с такой организацией очереди называется **RR**-системой, ее структуру можно представить в следующем виде:



Если любое задание $t_s \approx k \cdot h_R$, то очевидно, что эта заявка **k-1** раз вернется в систему и на **k**-ом шаге она выйдет из системы. Анализ процессов в такой системе достаточно сложный и он основывается на исследовании 4-й характеристики СМО, т.е. времени реакции системы на задание:

$T_W(\hat{t_s})$

1. $T_S = T_W\left(t_s = \frac{1}{\mu}\right)$

2. $N_S = \lambda \cdot T_S$

3. D_N

поэтапно мы выйдем на все характеристики оценить можем дисперсию

Рассмотрим некоторые предпосылки для анализа базовой характеристики **RR**-системы $T_W(t_s)$

при некотором $t_s = k \cdot h_R, \quad k \neq 1$. Тогда оно **k**-раз будет принято прибором и **k-1**-раз вернется в очередь **FIFO**, т.е. можно выделить **k**-циклов нахождения и обследования этой заявки в системе.

Длительность цикла $t_{i,s}$ - общее время пребывания заявки в системе

$$T_W(\hat{t_s}) = \sum_{i=1}^{k} t_{i,s}$$

в исходном положении в системе находится **j**-заявок.

$\mathbf{Z_j}$ - состояние.

1-я заявка находится в приборе, а **(j-1)** - в очереди.

В момент прибытия t_s - задания **j-1**-заявка находится впереди в очереди.

Тогда время 1-го цикла обслуживания будет выглядеть:

$$t_{i,s} = \alpha \cdot h_R + (j-1)h_R + h_R$$

$$0 \langle \alpha \langle 1$$

1-е слагаемое - время завершения обследования заявки находящейся в приборе.

В ряде случаев этим слагаемым можно пренебречь.

$(j-1)h_R$ - обслуживание заявок, находящихся впереди тестового задания.

h_R-шаг времени прибора для t_s-задания, первый раз предоставленного прибору.

На втором цикле обслуживания впереди t_s-задания появляются заявки, формируемые двумя источниками.

<u>1-й источник: входной поток заявок</u>

λ - интенсивность этого потока.

Общее число заявок, которые появляются представленные 2-м обследованием t_s-задания, определяет длительность первого цикла

$$\lambda \cdot t_{1,s}$$

Каждая из этих заявок получит время h_R.

<u>2-й источник: часть заявок</u>, которые находятся в 1-м цикле впереди T_S-задания; с вероятностью **q** будут возвращены в очередь и не получат полного обследования.

Количество таких заявок определяется:

/вероятность/ × /общее число заявок/

$$q \cdot l_1; \quad l_1 = j_1.$$

Но для l_2 мы уже не знаем сколько их будет.

Каждая из этих заявок получит h_R для обслуживания.

Таким образом, длительность 2-го цикла обследования будет равна

$$t_{2,s} = q \cdot l_1 \cdot h_R + \lambda \cdot t_{1,s.} h_R + h_R$$

Все остальные циклы синхронны, т.е. нет $\alpha \cdot h_R$.

$q \cdot l_1 \cdot h_R$ - время обслуживания возвращенных заданий;

$\lambda \cdot t_{1,s} \cdot h_R$ - время обслуживания новых заявок, появившихся извне. В течение 1-го цикла за t_s-заданием и оказывается впереди t_s-задания.

h_R - обслуживание t_s-задания.

Аналогичным образом можно записать времена и для всех остальных обслуживаний t_s-заданий.

$$t_{3,s} = q \cdot l_2 \cdot h_R + \lambda \cdot t_{2,s} \cdot h_R + h_R;$$

$$t_{4,s} = q \cdot l_3 \cdot h_R + \lambda \cdot t_{3,s} \cdot h_R + h_R;$$

...

$$t_{k,s} = q \cdot \left(l_{k-1} \cdot h_R\right) + \lambda \cdot \left(t_{k-1,s} \cdot h_R\right) + h_R.$$

Прежде чем суммировать времена циклов, введем некоторые преобразования:

$$l_1 \cdot h_R = t_{1,s} \qquad \text{ï ðè } \alpha = 0, \; l_1 = j$$

$$l_2 \cdot h_R = t_{2,s}$$

...

$$l_{k-1} \cdot h_R = t_{k-1,s}$$

Произведем замену и вычислим $t_{k,s}$:

$$t_{k,s} = (q+\lambda\cdot h_R)t_{k-1,s} + h\cdot l$$

Введем новый эквивалентный параметр $q_R = q + \lambda \cdot h_R$, который называется <u>вероятностью появления заявок в **RR**-системе</u>. Второе слагаемое можно рассматривать как вероятность появления нового задания в системе за $\mathbf{h_R}$.

Получим упрощенные уравнения системы; для $\mathbf{t_{1,s}}$ и $\mathbf{t_{2,s}}$ запись уравнения остается прежней, а для остальных циклов сделаем некоторые преобразования.

$$t_{3,s} = q_R \cdot t_{2,s} + h_R;$$

$$t_{4,s} = q_R \cdot t_{3,s} + h_R;$$

$$t_{k,s} = q_R \cdot t_{k-1,s} + h_R.$$

Выразим все времена через $\mathbf{t_{2,s}}$:

$$t_{3,s} = q_R \cdot t_{2,s} + \frac{(1-q_R)}{(1-q_R)} \cdot h_R;$$

$$t_{4,s} = q_R \cdot \left(q_R \cdot t_{2,s} + h_R\right) + h_R = q_R^2 \cdot t_{2,s} + (1+q_R)\cdot h_R =$$

$$= q_R^2 \cdot t_{2,s} + \frac{(1-q_R^2)}{(1-q_R)} \cdot h_R;$$

$$t_{5,s} = q_R^3 \cdot t_{2,s} + (1+q_R+q_R^2)\cdot h_R = q_R^3 \cdot t_{2,s} + \frac{1-q_R^3}{1-q_R}\cdot h_R;$$

$$t_{k,s} = q_R^{k-2} \cdot t_{2,s} + \frac{1-q_R^{k-2}}{1-q_R}\cdot h_R$$

$\mathbf{h_R}$ выбираем столь малое, чтобы $q_R \le 1$.

Суммируем эти времена:

$$T_W\left(\hat{t}_s\right) = \sum_{i=1}^{k} t_{i,s};$$

$$T_W\left(\hat{t}_s\right) = t_{1,s} + t_{2,s} + q_R \cdot t_{2,s} + q_R^2 \cdot t_{2,s} + \ldots + q_R^{k-2}\cdot t_{2,s} +$$

$$+\frac{1-q_R}{1-q_R}\cdot h_R + \frac{1-q_R^2}{1-q_R}\cdot h_R + \ldots + \frac{1-q_R^{k-2}}{1-q_R}\cdot h_R = t_{1,s} + \frac{1-q_R^{k-1}}{1-q_R}\cdot$$

$$\cdot t_{2,s} + \frac{h_R}{1-q_R}\cdot \underbrace{\left(1-1+1-q_R+1-q_R^2+\ldots-q_R^{k-2}\right)}_{\frac{1-q_R^{k-1}}{1-q_R}} =$$

$$= t_{1,s} + \frac{1-q_R^{k-1}}{1-q_R}\cdot t_{2,s} + \frac{(k-1)h_R}{1-q_R} - \frac{1-q_R^{k-1}}{1-q_R}\cdot h_R =$$

$$= t_{1,s} + \frac{(k-1)h_R}{1-q_R} + \frac{1-q_R^{k-1}}{1-q_R}\cdot\left(t_{2,s} - \frac{h_R}{1-q_R}\right)$$

Проведем преобразования в скобках:

$$t_{2,s} - \frac{h_R}{1-q_R} = \lambda \cdot t_{1,s} \cdot h_R + q \cdot l_1 \cdot h_R + h_R - \frac{h_R}{1-q_R} =$$

$$= h_R \cdot \left[\lambda \cdot t_{1,s} + q \cdot l_1 + \left(1 - \frac{1}{1-q_R}\right)\right] = h_R \cdot \left[\lambda \cdot t_{1,s} + q \cdot l_1 - \frac{q_R}{1-q_R}\right] =$$

$$= h_R \cdot \left[\lambda \cdot t_{1,s} + q \cdot l_1 - \frac{q}{1-q_R} - \frac{\lambda \cdot h_R}{1-q_R}\right] = -h_R \cdot \frac{q}{1-q_R} +$$

$$+ h_R \cdot \left(\lambda \cdot t_{1,s} + q \cdot l_1 - \frac{\lambda \cdot h_R}{1-q_R}\right)$$

Эти преобразования направлены на получение формы удобной для некоторого предельного перехода к системе работающей с $h_R \to 1$.

$$T_W\left(\hat{t}_s\right) = t_{1,s} + \frac{(k-1)h_R}{1-q_R} - \frac{1-q_R^{k-1}}{(1-q_R)^2} \cdot h_R +$$

$$+ \frac{1-q_R^{k-1}}{1-q_R} \cdot h_R \cdot \left(\lambda \cdot t_{1,s} + q \cdot l_1 - \frac{\lambda \cdot h_R}{1-q_R}\right)$$

Анализ для **RR**-системы этого выражения достаточно сложен. Поэтому чаще пользуются не моделью **RR**-системы, а ее идеальным представлением при $h_R \to 1$.

3 Определить основные характеристики стационарного информационного потока с гиперэкспоненциальным распределением по известным параметрам распределения: = 0.2: =0.01 с.

M_τ=0.01с, φ=0.2

Рассчитаем 4 основные характеристики:

Математическое ожидание M_τ=0.01.

Интенсивность потока λ=1/ M_τ = 1/0.01=100. $\lambda = \alpha$

Дисперсия $D_\tau = 1/\alpha^2(1+(1-2*\varphi)^2/(2*\varphi(1-\varphi))$ для гиперэкспоненциального потока. $D_\tau = 1/10000*(1+(1-2*0.2)^2/(2*0.2(1-0.2))=0{,}0002125$

Коэффициент вариации потока

g= $(1+(1-2*\varphi)^2/(2*\varphi(1-\varphi)) = (1+(1-2*0.2)^2/(2*0.2(1-0.2))=2.125$

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ N2

1. Исторические сведения о развитии методов и средств моделирования.

Моделирование - метод исследования (познания) окружающего мира, в котором некоторому изучаемому явлению поставлено в соответствие модель в виде также объекта, явления, процесса, которое может заменить натуру в процессе исследований. Модель отражает некоторые свойства натуры, но всегда отличается от нее. Фокус информативности есть модель. В зависимости от целей моделирования могут быть выбраны разные модели для одного и того же объекта. Моделирование используется для двух основных целей:

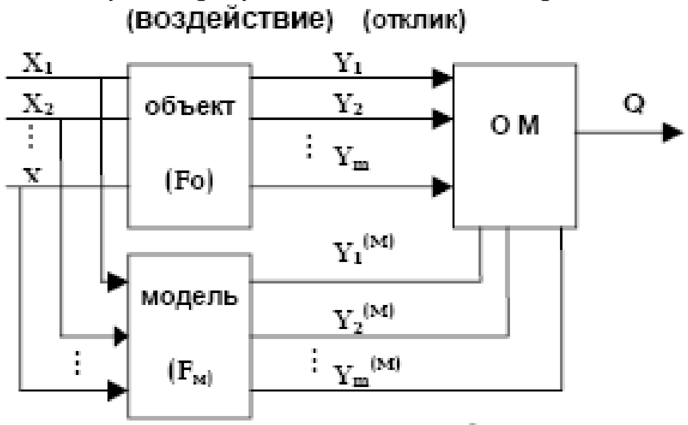
1. расширение наших знаний об окружающем мире;
2. разработка эффективных производственных процессов (проектирование механизмов, приборов, технологий, процессов).

В моделировании очень важна роль модельного эксперимента. Для определения достоверности и выявления лучших экспериментов нужно много времени, причем очевидным является планируемость экспериментов (сокращается время исследования). Существует два общих подхода к моделированию:

1. Классический (теоретико-аналитический). Предполагается, что исследуемый объект, явление или процесс имеет строгое математическое описание, например оператор **Fo**. В процессе проектирования мы конструируем оператор **Fм**, он должен приближаться к реально существующему **Fo**.

Теоретико-аналитический подход позволяет сконструировать несколько операторов **F′м, F″м,..., F(n)м**, каждый из которых может быть использован на том или ином этапе исследования. Степень приближения **Fм** к **F0** определяется некоторым критериям соответствия, которые в целом называются функциями потерь **Q**. Одним из них является сумма среднеквадратичных отклонений. Для оценки этого показателя

используются результаты многих экспериментов



$$Q(t) = \sum_{i,t} \left| Y_i - Y_i^M \right|^2$$

Лучшей будет модель, где меньше потеря критериальных отклонений.

2. Современный (экспериментально-статистический). Выделяет эксперимент как ведущее средство моделирования. Может применяться к особо сложным системам, которые могут и не иметь строгого математического описания **F0**. Основным методом подхода является имитационное моделирование. В нем предполагается, что любой исследуемый объект может быть разделен на некоторое число компонентов, некоторые из них могут иметь математическое описание, а функционирование других компонентов может быть неизвестно. Т.о. осуществляется переход от общего к системе, а сама система неразрывно связана с внешней средой. В экспериментально-статистическом подходе весь процесс исследования подразделяется на 2 этапа:

1) Сбор статистики по воздействию на систему из внешней среды и реакции системы на эти воздействия, характеризующиеся значимыми отношениями: **R1...R5.**

Определяется также значимые свойства этих отношений **P1...P5**.

Практически при имитационном моделировании взаимодействие системы со средой характеризуется конкретными моделями информационных потоков. Эти модели составляются в конце первого этапа в результате обработки статистической информации.

2) На втором этапе моделирования изменяется структура системы или параметры отдельных

компонентов с целью определения лучшей организации. При моделировании генерируются входные потоки, отражающие внешнюю среду и исследуем выходные потоки, а также некоторые интегральные характеристики оценки качества работы системы.

Например: среднее время обслуживания в системе, время реакции системы на конкретное задание, коэффициент простоя прибора в системе, вероятность появления отказа в обследовании заявки, коэффициент риска получения отказа и т.д.

Имитационная модель является планировщиком работы системы, особенно если изменяется, например, число приборов, или есть необходимость их изменения в связи с изменением числа заданий. Преимуществом экспериментально-статистического подхода является возможности решения достаточно сложных задач в проектировании и организации производственных процессов, когда сама система берет на себя функции сбора и обработки информации, а также планирования. В процессе моделирования сама модель может уточняться.

2. Пример решения марковской модели микроЭВМ как СМО с ожиданием.

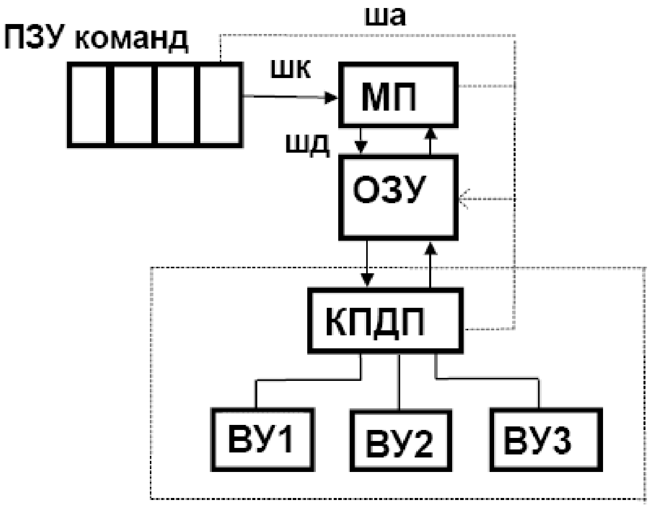
Цель исследования на модели - определение возможного свободного времени оперативной памяти /ОП/ микро-ЭВМ, работающей в системе управления в режиме реального времени для осуществления необходимого долгого ввода-вывода данных в память по каналу ПД без остановки вычислительного процесса.

Для оценки такого возможного времени микро-ЭВМ рассматривается как СМО с неограниченным ожиданием, причем каждая команда - некоторая заявка, которая характеризует ПЗУ. В этом случае ПЗУ - как некоторая очередь команд.

Структура такой СМО изображена на рисунке 1.

Если команды следуют последовательно друг за другом, то считаем, что это очередь **FIFO** заявок, если имеют место переходы, то это дисциплина **RAND**.

Известно, что при выполнении некоторого класса команд нет обращений к ОП. Например, это команды с непосредственной адрессацией /К580ИК80/, прямой регистровой и с неявкой. Во время цикла выполнения такой команды, ОЗУ - свободно. Его можно занять для ввода-вывода.



Чередование выполнения команд с различным типом адрессаций есть стахостический процесс, который в часном случае может обладать марковским свойством.

Выделим следующие дискретные состояния системы в соответствии с целью исследования.

Z_1 - выполнение команды с прямой адрессацией

Z_2 - выполнение команды с косвенной адрессацией

Z_3 - выполнение команд с непосредственной адрессацией с прямой регистровой и неявной

Z_4 - с другой через указатель стека

Очень важно для системы выделить некоторый шаг испытаний Δt. Очевидно, что для такой системы Δt должно быть меньше или равно минимальному времени возможного перехода системы из одного состояния в другое.

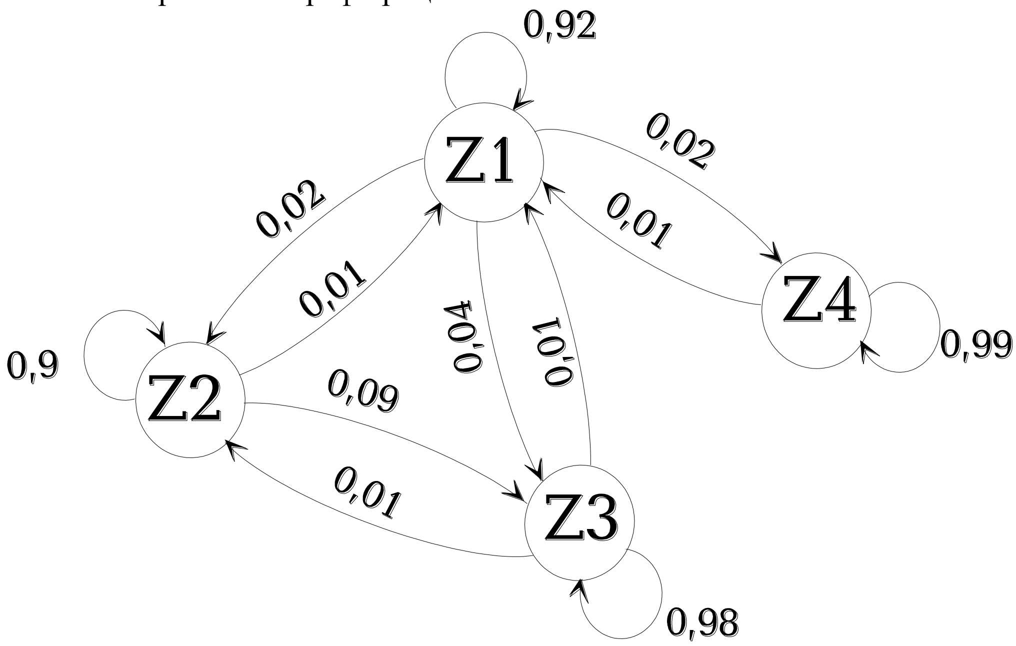
Δt = 2мкс /как время выполнения самой короткой команды в машине/.

Для перехода к марковской модели процессов необходимо взять за основу следующие постулаты.

1-Й ПОСТУЛАТ: Тип адрессации каждой очередной команды не зависит от типа адрессации предыдущей

2-Й ПОСТУЛАТ: Время выполнения очередной команды распределяется то ли равномерно, то ли экспоненциально.

Вероятности переходов от одного типа адрессации к другому в микро-ЭВМ не зависят от времени. Это дает нам право использовать однородную марковскую цепь для исследования процессов микро-ЭВМ. В результате исследований на модели были получены вероятности переходов $\mathbf{P_{ij}}$ и составлен марковский граф процесса.



По марковскому графу в соответствии со 2-м свойством однородных марковских цепей можно составить уравнения для равновесных вероятностей состояний и таким образом получить распределение вероятности.

рис.3

Но кроме того необходимо оценить х… …истики:

$\bar{t}_{rj}$ и $\bar{t}_j$. И тогда $\bar{t}_з$ - это то время, которое мы сможем выделить для ввода-вывода данных в некотором эквивалентном цикле.

1. Составим алгебраические уравнения относительно вероятностей состояний; для чего удобно пользоваться таблицей переходов из состояния в состояние.

$Z_i \backslash Z_j$	1	2	3	4	!
1	0.92	0.02	0.04	0.02	**=1**
2	0.01	0.9	0.09	-	**=1**
3	0.01	0.01	0.98	-	**=1**
4	0.01	-	-	0.99	**=1**

$$P_j = \sum_{j=0}^{n} P_{ij} P_i$$

$\mathbf{P_2=0.02P_1+0.9P_2+0.01P_3;}$

$\mathbf{P_3=0.04P_1+0.09P_2+0.98P_3;}$

$\mathbf{P_4=0.02P_1+ +0.99P_4;}$

решаем только
четыре уравнения

$\mathbf{1=P_1+P_2+P_3+P_4;}$

$\mathbf{10P_2=2P_1+P_3;}$

$\mathbf{2P_3=4P_1+9P_2;}$

$\mathbf{P_4=2P_1;}$

$\mathbf{1=P_1+P_2+P_3+P_4;}$

$\mathbf{10P_2=2P_1+2P_1+\frac{9}{2}P_2;}$ $\mathbf{\frac{11}{2}P_2=4P_1;}$

$1=P_1+P_2+2P_1+\frac{9}{2}P_2+2P_1;$

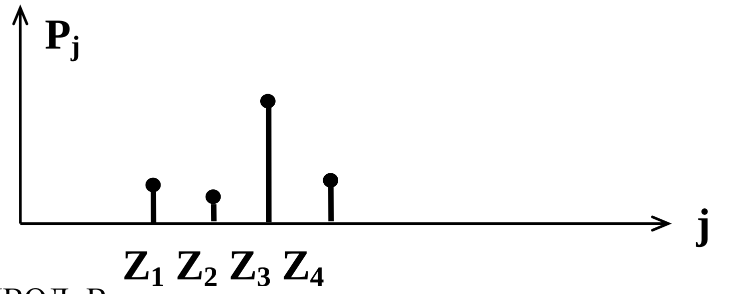
$P_2=\frac{8}{11}P_1;$

$P_4=\frac{2}{9};$ $P_1=\frac{1}{9};$

$P_2=\frac{8}{99};$

$P_3=\frac{2}{9}+\frac{9}{2}\cdot\frac{8}{99}=\frac{58}{99};$

подстановка в уравнение должна сходиться



ВЫВОД: Вероятность выполнения команд с интересующим нас типом адрессации велика.

2. В процессе рассчета нас интересует время, которое мы можем определить, оценивая средние времена пребываний в каждом из состояний.

$$\overline{t_j}=\frac{P_{jj}}{1-P_{jj}}\Delta t$$

$$\overline{t_3}=\frac{0.98}{1-0.98}\cdot 2=98 \text{ мкс.}$$

$$\overline{t_{rj}}=\frac{1}{P_j}\Delta t$$

$$\overline{t_4}=\frac{0.99}{1-0.99}\cdot 2=198 \text{ мкс.}$$

$\overline{t_2}=18$ìêc . мкс.

$\overline{t_1}=23$ мкс.

$$T_\Sigma=\sum_{j=1}^{n} t_j;$$

$$T_\Sigma=337 \text{ мкс.}$$

$\xi=\frac{\overline{t_3}}{T_\Sigma}=\frac{98}{337}$ - доля свободного времени $\approx 0.3;$

т. е. 30% времени работы мы можем использовать для ввода-выода данных.

3. Определяем средние времена возвращений:

$$\overline{t_{r1}}=\frac{9}{1}\cdot 2=18 \text{ мкс;}$$

$$\overline{t_{r2}}=\frac{99}{8}\cdot 2=24.75 \text{ мкс;}$$

$$\overline{t_{r3}}=\frac{99}{58}\cdot 2=3.3 \text{ мкс;}$$

$$\overline{t_{r4}}=9 \text{ мкс.}$$

Мы предполагаем, что вероятности переходов заданы /P_{ij} /, но в реальных исследованиях весь расчет практически выполняется в обратном порядке. Дело в том, что в моделирующей системе мы накапливаем множество времен пребывания системы в некотром **j**-том состоянии /t_j /, организуя счетчики и работая с таблицей состояний. Из этой таблицы можно посчитать t_{rj}. Обрабатывая t_j и t_{rj} получаем средние значения $\overline{t_{rj}}$ и $\overline{t_j}$. Зная шаг испытаний Δt по этим характеристикам можно найти равновесные вероятности состояний:

$$P_j=\frac{1}{\overline{t_{rj}}}\Delta t;$$

а также:

$$P_{jj}=\frac{\overline{t_j}}{\overline{t_j}+\Delta t};$$

а вероятности переходов из одного состояния в другое определяются путем решения алгебраических уравнений, но в несколько ином ключе, находим p_{ij}, которое задаем затем на марковском графе.

3. Определить основные характеристики марковской или полумарковской моделей FIFO-системы по заданным параметрам входного и выходного информационных потоков; = 2001/c: =0.92: =4.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ N 3

1 .Два основных подхода к моделированию объектов и систем на ЭВМ.

В моделировании очень важна роль модельного эксперимента. Для определения достоверности и выявления лучших экспериментов нужно много времени, причем очевидным является планируемость экспериментов (сокращается время исследования). Существует два общих подхода к моделированию:

1. Классический (теоретико-аналитический). Предполагается, что исследуемый объект, явление или процесс имеет строгое математическое описание, например оператор **Fo**. В процессе проектирования мы конструируем оператор **Fм**, он должен приближаться к реально существующему **Fo**.

Теоретико-аналитический подход позволяет сконструировать несколько операторов **F′м, F″м,..., F(n)м**, каждый из которых может быть использован на том или ином этапе исследования. Степень приближения **Fм** к **F0** определяется некоторым критериям соответствия, которые в целом называются функциями потерь **Q**. Одним из них является сумма среднеквадратичных отклонений. Для оценки этого показателя используются результаты многих экспериментов. Лучшей будет модель, где меньше потеря критериальных отклонений.

2. Современный (экспериментально-статистический). Выделяет эксперимент как ведущее средство моделирования. Может применяться к особо сложным системам, которые могут и не иметь строгого математического описания **F0**. Основным методом подхода является имитационное моделирование. В нем предполагается, что любой исследуемый объект может быть разделен на некоторое число компонентов, некоторые из них могут иметь математическое описание, а функционирование других компонентов может быть неизвестно. Т.о. осуществляется переход от общего к системе, а сама система неразрывно связана с внешней средой.

В экспериментально-статистическом подходе весь процесс исследования подразделяется на 2 этапа:

1) Сбор статистики по воздействию на систему из внешней среды и реакции системы на эти воздействия, характеризующиеся значимыми отношениями: **R1...R5**

Определяется также значимые свойства этих отношений **P1...P5** Практически при имитационном моделировании взаимодействие системы со средой характеризуется конкретными моделями информационных потоков. Эти модели составляются в конце первого этапа в результате обработки статистической информации.

2) На втором этапе моделирования изменяется структура системы или параметры отдельных компонентов с целью определения лучшей организации.

При моделировании генерируются входные потоки, отражающие внешнюю среду и исследуем выходные потоки, а также некоторые интегральные характеристики оценки качества работы системы.

Например: среднее время обслуживания в системе, время реакции системы на конкретное задание, коэффициент простоя прибора в системе, вероятность появления отказа в обследовании заявки, коэффициент риска получения отказа и т.д.

Имитационная модель является планировщиком работы системы, особенно если изменяется, например, число приборов, или есть необходимость их изменения в связи с изменением числа заданий. Преимуществом экспериментально-статистического подхода является возможности решения достаточно сложных задач в проектировании и организации производственных процессов, когда сама система берет на себя функции сбора и обработки информации, а также планирования. В процессе моделирования сама модель может уточняться. В моделировании очень важна роль модельного эксперимента. Для определения достоверности и выявления лучших экспериментов нужно много времени, причем очевидным является планируемость экспериментов (сокращается время исследования). Существует два общих подхода к моделированию:

1. Классический (теоретико-аналитический). Предполагается, что исследуемый объект, явление или процесс имеет строгое математическое описание, например оператор **Fo**. В процессе проектирования мы конструируем оператор **Fм**, он должен приближаться к реально существующему **Fo**. Теоретико-аналитический подход позволяет сконструировать несколько операторов **F′м, F″м,..., F(n)м**, каждый из которых может быть использован на том или ином этапе исследования. Степень приближения **Fм** к **F0** определяется некоторым критериям соответствия, которые в целом называются функциями потерь **Q**. Одним из них является сумма среднеквадратичных отклонений.

Для оценки этого показателя используются результаты многих экспериментов. Лучшей будет модель, где меньше потеря критериальных отклонений.

2.А нализ времени реакции RR-системы на конкретное задание.

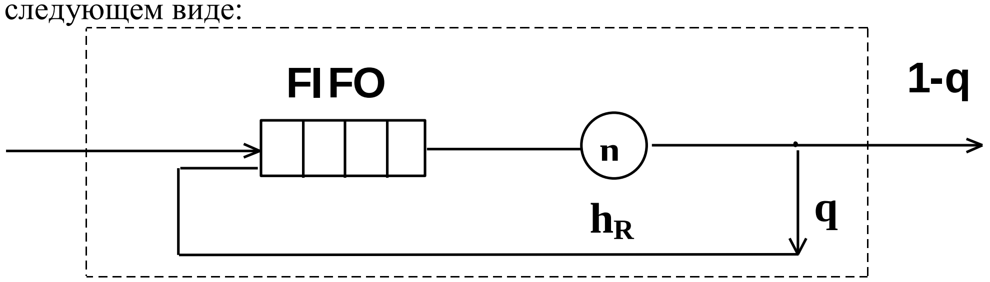
В некоторых системах заявка, находящаяся в приборе, может быть снята с обслуживания, а прибор будет передан другой заявке. Это прерываемые дисциплины обслуживания /**RR**-дисциплины/.

Заявка, снятая с обслуживания снова попадает в очередь. А прибор предоставляется каждой заявке периодически на фиксированное время.

$\mathbf{h_R}$ - шаг времени предоставления прибора.

Естественно, что в такой системе обслуживания заявка может с некоторой вероятностью **q** снова вернуться в очередь системы, не получив полного обслуживания и с вероятностью **1-q** может быть обследована.

Система с такой организацией очереди называется **RR**-системой, ее структуру можно представить в следующем виде:



Если любое задание $\underline{t_s \approx k \cdot h_R,}$ то очевидно, что эта заявка **k-1** раз вернется в систему и на **k**-ом шаге она выйдет из системы. Анализ процессов в такой системе достаточно сложный и он основывается на исследовании 4-й характеристики СМО, т.е. времени реакции системы на задание:

$$T_W\left(\hat{t}_s\right)$$

$$1.\ T_S = T_W\left(t_s = \frac{1}{\mu}\right)$$

$$2.\ N_S = \lambda \cdot T_S$$

$$3.\ D_N$$

поэтапно мы выйдем на
все характеристики
оценить можем дисперсию

Рассмотрим некоторые предпосылки для анализа базовой характеристики **RR**-системы

$$T_W(t_s)$$

при некотором $t_s = k \cdot h_R, \quad k \neq 1$. Тогда оно **k**-раз будет принято прибором и **k-1**-раз вернется в очередь **FIFO**, т.е. можно выделить **k**-циклов нахождения и обследования этой заявки в системе.

Длительность цикла $t_{i,s}$ - общее время пребывания заявки в системе

$$T_W\left(\hat{t}_s\right) = \sum_{i=1}^{k} t_{i,s}$$

в исходном положении в системе находится **j**-заявок.

$\mathbf{Z_j}$ - состояние.

1-я заявка находится в приборе, а **(j-1)** - в очереди.

В момент прибытия $\mathbf{t_s}$ - задания **j-1**-заявка находится впереди в очереди.

Тогда время 1-го цикла обслуживания будет выглядеть:

$$t_{i,s} = \alpha \cdot h_R + (j-1)h_R + h_R$$

$$0 \langle \alpha \langle 1$$

1-е слагаемое - время завершения обследования заявки находящейся в приборе.

В ряде случаев этим слагаемым можно пренебречь.

$(j-1)h_R$ - обслуживание заявок, находящихся впереди тестового задания.

$\mathbf{h_R}$-шаг времени прибора для $\mathbf{t_s}$-задания, первый раз предоставленного прибору.

На втором цикле обслуживания впереди $\mathbf{t_s}$-задания появляются заявки, формируемые двумя источниками.

<u>1-й источник: входной поток заявок</u>

λ - интенсивность этого потока.

Общее число заявок, которые появляются представленные 2-м обследованием $\mathbf{t_s}$-задания, определяет длительность первого цикла

$$\lambda \cdot t_{1,s}$$

Каждая из этих заявок получит время $\mathbf{h_R}$.

<u>2-й источник: часть заявок</u>, которые находятся в 1-м цикле впереди $\mathbf{T_S}$-задания; с вероятностью **q** будут возвращены в очередь и не получат полного обследования.

Количество таких заявок определяется:

/вероятность/ × /общее число заявок/

$$q \cdot l_1; \quad l_1 = j_1.$$

Но для $\mathbf{l_2}$ мы уже не знаем сколько их будет.

Каждая из этих заявок получит $\mathbf{h_R}$ для обслуживания.

Таким образом, длительность 2-го цикла обследования будет равна

$$t_{2,s} = q \cdot l_1 \cdot h_R + \lambda \cdot t_{1,s.} h_R + h_R$$

Все остальные циклы синхронны, т.е. нет $\alpha \cdot h_R$.

$q \cdot l_1 \cdot h_R$ - время обслуживания возвращенных заданий;

$\lambda \cdot t_{1,s} \cdot h_R$ - время обслуживания новых заявок, появившихся извне. В течение 1-го цикла за $\mathbf{t_s}$-заданием и оказывается впереди $\mathbf{t_s}$-задания.

$\mathbf{h_R}$ - обслуживание $\mathbf{t_s}$-задания.

Аналогичным образом можно записать времена и для всех остальных обслуживаний $\mathbf{t_s}$-заданий.

$$t_{3,s} = q \cdot l_2 \cdot h_R + \lambda \cdot t_{2,s} \cdot h_R + h_R;$$

$$t_{4,s} = q \cdot l_3 \cdot h_R + \lambda \cdot t_{3,s} \cdot h_R + h_R;$$

...

$$t_{k,s} = q \cdot \left(l_{k-1} \cdot h_R\right) + \lambda \cdot \left(t_{k-1,s} \cdot h_R\right) + h_R.$$

Прежде чем суммировать времена циклов, введем некоторые преобразования:

$$l_1 \cdot h_R = t_{1,s} \quad \text{ï ðè } \alpha = 0, \; l_1 = j$$

$$l_2 \cdot h_R = t_{2,s}$$

...

$$l_{k-1} \cdot h_R = t_{k-1,s}$$

Произведем замену и вычислим $\mathbf{t_{k,s}}$:

$$t_{k,s} = \left(q + \lambda \cdot h_R\right) t_{k-1,s} + h \cdot l$$

Введем новый эквивалентный параметр $q_R = q + \lambda \cdot h_R$, который называется <u>вероятностью появления заявок в **RR**-системе</u>. Второе слагаемое можно рассматривать как вероятность появления нового задания в системе за $\mathbf{h_R}$.

Получим упрощенные уравнения системы; для $\mathbf{t_{1,s}}$ и $\mathbf{t_{2,s}}$ запись уравнения остается прежней, а для остальных циклов сделаем некоторые преобразования.

$$t_{3,s} = q_R \cdot t_{2,s} + h_R;$$

$$t_{4,s} = q_R \cdot t_{3,s} + h_R;$$

$$t_{k,s} = q_R \cdot t_{k-1,s} + h_R.$$

Выразим все времена через $\mathbf{t}_{2,s}$:

$$t_{3,s} = q_R \cdot t_{2,s} + \frac{(1-q_R)}{(1-q_R)} \cdot h_R;$$

$$t_{4,s} = q_R \cdot \left(q_R \cdot t_{2,s} + h_R\right) + h_R = q_R^2 \cdot t_{2,s} + (1+q_R) \cdot h_R =$$

$$= q_R^2 \cdot t_{2,s} + \frac{(1-q_R^2)}{(1-q_R)} \cdot h_R;$$

$$t_{5,s} = q_R^3 \cdot t_{2,s} + (1+q_R+q_R^2) \cdot h_R = q_R^3 \cdot t_{2,s} + \frac{1-q_R^3}{1-q_R} \cdot h_R;$$

$$t_{k,s} = q_R^{k-2} \cdot t_{2,s} + \frac{1-q_R^{k-2}}{1-q_R} \cdot h_R$$

$\mathbf{h_R}$ выбираем столь малое, чтобы $q_R \le 1$.

Суммируем эти времена:

$$T_W\left(\hat{t}_s\right) = \sum_{i=1}^{k} t_{i,s};$$

$$T_W\left(\hat{t}_s\right) = t_{1,s} + t_{2,s} + q_R \cdot t_{2,s} + q_R^2 \cdot t_{2,s} + \ldots + q_R^{k-2} \cdot t_{2,s} +$$

$$+ \frac{1-q_R}{1-q_R} \cdot h_R + \frac{1-q_R^2}{1-q_R} \cdot h_R + \ldots + \frac{1-q_R^{k-2}}{1-q_R} \cdot h_R = t_{1,s} + \frac{1-q_R^{k-1}}{1-q_R} \cdot$$

$$\cdot t_{2,s} + \frac{h_R}{1-q_R} \cdot \underbrace{\left(1-1+1-q_R+1-q_R^2+\ldots-q_R^{k-2}\right)}_{\frac{1-q_R^{k-1}}{1-q_R}} =$$

$$= t_{1,s} + \frac{1-q_R^{k-1}}{1-q_R} \cdot t_{2,s} + \frac{(k-1)h_R}{1-q_R} - \frac{1-q_R^{k-1}}{1-q_R} \cdot h_R =$$

$$= t_{1,s} + \frac{(k-1)h_R}{1-q_R} + \frac{1-q_R^{k-1}}{1-q_R} \cdot \left(t_{2,s} - \frac{h_R}{1-q_R}\right)$$

Проведем преобразования в скобках:

$$t_{2,s} - \frac{h_R}{1-q_R} = \lambda \cdot t_{1,s} \cdot h_R + q \cdot l_1 \cdot h_R + h_R - \frac{h_R}{1-q_R} =$$

$$= h_R \cdot \left[\lambda \cdot t_{1,s} + q \cdot l_1 + \left(1 - \frac{1}{1-q_R}\right)\right] = h_R \cdot \left[\lambda \cdot t_{1,s} + q \cdot l_1 - \frac{q_R}{1-q_R}\right] =$$

$$= h_R \cdot \left[\lambda \cdot t_{1,s} + q \cdot l_1 - \frac{q}{1-q_R} - \frac{\lambda \cdot h_R}{1-q_R}\right] = -h_R \cdot \frac{q}{1-q_R} +$$

$$+ h_R \cdot \left(\lambda \cdot t_{1,s} + q \cdot l_1 - \frac{\lambda \cdot h_R}{1-q_R}\right)$$

Эти преобразования направлены на получение формы удобной для некоторого предельного перехода к системе работающей с $h_R \to 1$.

$$T_W\left(\hat{t}_s\right) = t_{1,s} + \frac{(k-1)h_R}{1-q_R} - \frac{1-q_R^{k-1}}{(1-q_R)^2} \cdot h_R +$$

$$+ \frac{1-q_R^{k-1}}{1-q_R} \cdot h_R \cdot \left(\lambda \cdot t_{1,s} + q \cdot l_1 - \frac{\lambda \cdot h_R}{1-q_R}\right)$$

Анализ для **RR**-системы этого выражения достаточно сложен. Поэтому чаще пользуются не моделью **RR**-системы, а ее идеальным представлением при $h_R \to 1$.

3.Определить основные характеристики однородной марковской цепи, заданной графом следующего вида:

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ N 4

1. Роль экспериментов и моделирования в научных исследованиях.

Общей теории моделирования нет, поскольку в различной области знаний пользуются своими моделями. Тем не менее методы в научных исследованиях делятся на 7 основных:

1. мысленное моделирование
2. натурное
3. физическое
4. аналоговое
5. математическое
6. имитационное
7. семиотическое Современные, развивающиеся Перечисленные методы позволяют исследовать изучаемые объекты, явления и процессы, с разной степенью абстракции А (приближения к мысленным представлениям) и с разным уровнем достоверности Д, как достоверности измерений на модели. Достоверность измерений определяется отношением погрешности измерений в натуре к погрешностям измерений в модели. Если в модели можно измерить некоторые параметры в любой момент времени как в натуре, то такая модель достоверна. Приборы должны быть одного и того же класса точности. Перечисленные методы могут быть представлены в пространственной абстракции и достоверности. Мысленное и натурное моделирование как основа научной и производственной деятельности человека Преимущество имитационного моделирования: средства моделирования позволяют производить сбор и обработку данных и осуществлять прогнозы развития процессов в той или иной внешней среде. Экспериментально-статистический подход реализуется именно с помощью имитационных моделей.

Мысленное моделирование - широкая область, т.к. в мысленных моделях представлены наши знания. Мысленные или познавательные модели (знания) формируются как суммы мыслей образов всего человечества об изучаемом явлении, объекте и процессе. К мысленным моделям относятся:

1. чувственно-наглядные
2. символьно-знаковые
3. математически-мысленные.

I - на основе интуитивных представлений, того, что мы не можем видеть или принимаем за эталоны, образцы мысленных образов (модель атома Резерфорда, музыкальные произведения, и т.д.). Эталон это уже модель (поведения и т.д.).

2 - с помощью условных знаков u1080 обозначений позволяют представить структуру и организацию изучаемых явлений, объектов и процессов.

3 - с помощью условных знаков и символов отражаются строгие законы взаимодействия, имеющие место в оригинале. для их представления

используются строгие математические теории. До тех пор пока программа остается на бумаге-носителе она остается мысленной математической моделью. И только когда она "работает" на машине и дает решение модели, она становится вещественной агрегатной моделью. Наибольшей достоверностью обладает натурное моделирование, когда модельный эксперимент проводится непосредственно на изучаемом объекте, явлении или процессе. Натурные модели:

1. натурный или производственный эксперимент
2. обобщенный производственный опыт
3. среднестатистические данные о явлениях в натуре.

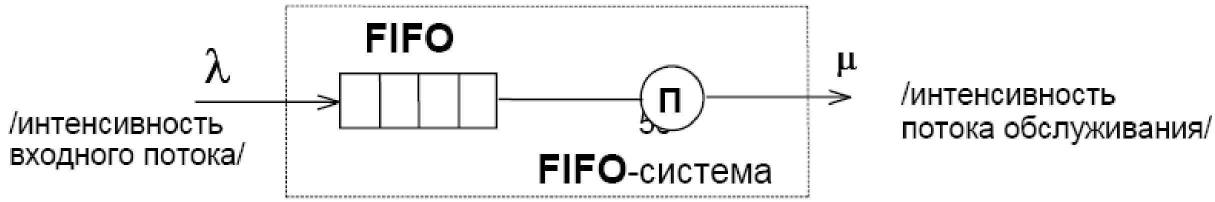
В натурном эксперименте объект подвергается специальному испытанию. Он может быть исключен из производственного цикла. Обобщенный производственный опыт позволяет создать некоторую эталонную модель производственного процесса, технологической установки, которые будут использоваться для сравнения при проектировании. Аналогичным образом в качестве эталонов модели используются среднестатистические данные о явлениях природы.

Решения, полученные на имитационных моделях имеют невысокую точность, однако имеются строгие оценки достоверности полученных результатов и при необходимости, увеличив объем выборок мы можем провести дополнительные испытания и получить более точные значения. При имитационном моделировании законы распределения вероятностей для тех или иных случайных величин могут быть неизвестными, но они уточняются в процессе моделирования, Результатом имитационного моделирования будет являться цифровая аналитическая стохастическая модель объекта.

2.Решение марковской модели FIFO-системы с одним центром обслуживания.

Среди непрерываемых дисциплин обслуживаемых заявок одной из ведущих является дисциплина **FIFO**.

Рассмотрим работу простой системы с одним центром обслуживания /прибором, линией/, который использует организацию очереди **FIFO**. При этом отнесем ее к классу M/M/I.



$$T_{обсл.} = \frac{1}{\mu}$$ /среднее время обслуживания/

Для системы очень важным показателем является коэффициент нагрузки системы ρ, который определяется:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$; меньше 1.

Только в этом случае система может находится в некотором равновесном состоянии и среднее число заявок будет колебаться относительно некоторого фиксированого среднего значения.

В качестве состояния $\mathbf{Z_j}$ принимается такое, когда в системе находится **j** заявок, причем / **j** -1/ заявка в очереди и одна в очереди на обслуживание.

Очевидно, что за некоторый шаг регистрации $\Delta t = h$ в данной системе может происходить лишь 3 события:

1. С интенсивностью λ на входе системы появляется входная заявка. Тогда с вероятностью λh система перейдет из $\mathbf{Z_j \to Z_{j+1}}$.

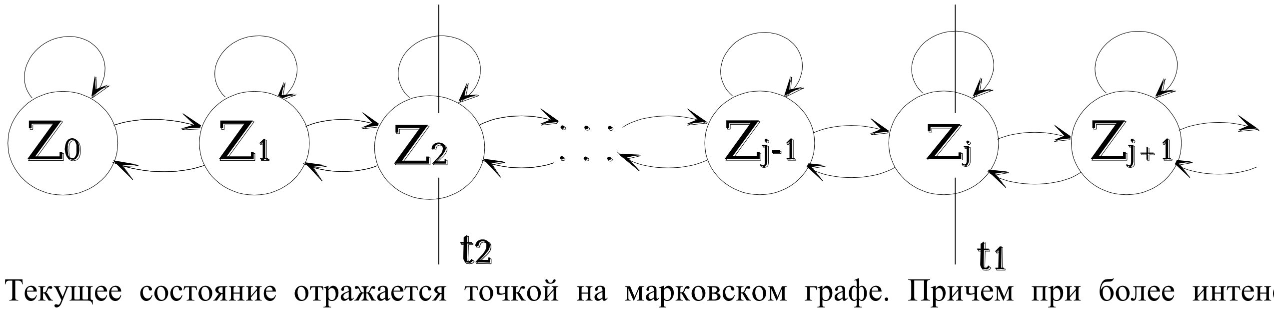
2. Но может оказаться, что интенсивностью μ выйдет обслуженная заявка. Тогда с вероятностью μh система перейдет из $\mathbf{Z_j \to Z_{j-1}}$.

3. За время **h** не появляется ни входная, ни выходная заявки. Тогда с вероятностью $1 - \lambda h - \mu h$ система перейдет из $\mathbf{Z_j \to Z_j}$.

Таким образом мы можем построить марковский граф процесса для такой системы. Однако, вводится ограничение, что шаг $\Delta t = h$ должен быть настолько малым, чтобы вероятность появления двух событий за этот шаг одного потока была равна 0.

Очевидно, что для модели M/M/I такие условия удовлетворяются при одинаковом шаге регистрации.

Представим марковский граф для **FIFO**-системы:



Текущее состояние отражается точкой на марковском графе. Причем при более интенсивном входном потоке она перемещается вправо. Такой граф называется процессом "рождения и гибели", отражая при этом свойства появления новых объектовв системе или гибели старых. Можно показать, что данная цепь действительно обладает марковским свойством.

В момент $\mathbf{t_1}$ система находится в **j**-ом состоянии. При этом существую лишь вероятности переходов в соседнее состояние. Если система в другой момент $\mathbf{t_2}$ находится в любом другом, то вероятности переходов из соседнего в то-же самое не меняются /кроме $\mathbf{Z_0}$/.

Таким образом, мы можем считать, что вероятности переходов не зависят от времени.

Рассмотрим какими уравнениями описывается динамический стохастический процесс в данной системе.

Запишем уравнение для вероятности переходов в каждом из состояний на момент времени **t+h**, если в момент **t** система находилась в другом состоянии.

Пусть в некоторый **t+h** момент система оказалась в состоянии Z_j, тогда:

$$\begin{cases} P_j(t+h) = (1-\lambda h-\mu h)P_j(t) + \lambda h P_{j-1}(t) + \mu h P_{j+1}(t) \\ j = 1,\ 2,\ 3\ldots \\ P_0(t+h) = (1-\lambda h)P_0(t) + \mu h P_1(t) \end{cases}$$

Воспользуемся конечными разностями:

$$\begin{cases} \dfrac{P_j(t+h) - P_j(t)}{h} = (\lambda+\mu)P_j(t) + \lambda P_{j-1}(t) + \mu P_{j+1}(t) \\ \dfrac{P_0(t+h) - P_0(t)}{h} = \lambda P_0(t) + \mu P_1(t) \end{cases}$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{P_j(t+h) - P_j(t)}{h} = \frac{dP_j(t)}{dt}$$

Таким образом, мы перешли к описанию динамического стахостического процесса уравнениями Колмогорова.

$$\begin{cases} \dfrac{dP_j(t)}{dt} = -(\lambda+\mu)P_j(t) + \lambda P_{j-1}(t) + \mu P_{j+1}(t),\ j = 1,\ 2,\ 3\ldots \\ \dfrac{dP_0(t)}{dt} = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t) \end{cases}$$

Для однородных марковских цепей мы можем говорить о завершении переходного процесса и о существовании предельных равновесных вероятностей состояний.

СВОЙСТВО 1

В этом случае соответствующие производные равны нулю. Левые части равны нулю, и мы переходим к системе алгебраических уравнений, которые описывают процесс в однородной марковской цепи. Эти уравнения еще называются уравнениями баланса токов.

$$\begin{cases} P_{j+1} = \dfrac{\lambda+\mu}{\mu} P_j - \dfrac{\lambda}{\mu} P_{j-1},\ j = 1,\ 2,\ 3\ldots \\ P_1 = \dfrac{\lambda}{\mu} P_0 \end{cases}$$

Эти вероятности уже не зависят от времени. Рассмотрим решение данной системы алгебраических уравнений, введя базовый параметр для СМО:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$\{P_1 = \rho P_0; \qquad P_{j+1} = (1+\rho)P_j - \rho P_{j-1}$$

Для марковского графа $P_0 = 1 - \rho$ /очевидно/.

$$P_1 = \rho(1-\rho); \quad P_2 = (1+\rho)P_1 - \rho P_0 = (1+\rho)\rho P_0 - \rho P_0 = \rho^2 P_0 = \rho^2(1-\rho);$$

$$P_3 = \rho^3(1-\rho) \quad \text{è ò.ä.}; \quad P_{j+1} = \rho^{j+1}(1-\rho), \quad j = 1, 2, 3\ldots$$

В такой системе, описываемой однородной марковской цепью имеет место геометрическое распределение вероятностей состояний относительно параметра ρ. ρ можно рассматривать как некоторую вероятность перехода в соседнее состояние /в правую сторону по марковскому графу/.

Известна характеристика для геометрического распределения, т.е. некоторое среднее состояние системы.

$$\bar{j} = \frac{\rho}{1-\rho}$$

/ среднее число - оно означает среднее число заявок в системе/. Такая характеристика обозначается $\mathbf{N_S}$.

Для **FIFO:**

$$N_S = \bar{j} = \frac{\rho}{1-\rho}$$

Таким образом, мы получили одну из центральных характеристик СМО для простейшего варианта **FIFO**-системы.

3.Определить основные характеристики стационарного информационного потока с распределением Эрланга пятого порядка по известным параметрам распределения: = 0.002 c.

M_τ=0.002 с, K=5

Рассчитаем 4 основные характеристики потока:

Математическое ожидание M_τ=0.002.

$$M(\tau)=(1/\alpha)/K=K/\alpha=K\cdot\frac{1}{\alpha}$$

Интенсивность потока $\lambda=1/M_\tau = 1/0.002=500$. $\lambda = \alpha/K$, тогда $\alpha=\lambda*K=2500$.

Дисперсия $D_\tau = K/\alpha^2$ для потока Эрланга.

$D_\tau = 5/6250000=0{,}0000008$

Коэффициент вариации потока

$g= D_\tau/M_\tau^2=K*\alpha^2/(K^2*\alpha^2)= 1/K = 1/5 =0.2$

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ N 5

1. Сущность классического теоретико-аналитического подхода к компьютерному моделированию.

В моделировании очень важна роль модельного эксперимента. Для определения достоверности и выявления лучших экспериментов нужно много времени, причем очевидным является планируемость экспериментов (сокращается время исследования). Существует два общих подхода к моделированию:

1. Классический (теоретико-аналитический). Предполагается, что исследуемый объект, явление или процесс имеет строгое математическое описание, например оператор **Fo**. В процессе проектирования мы конструируем оператор **Fм**, он должен приближаться к реально существующему **Fo**.

Теоретико-аналитический подход позволяет сконструировать несколько операторов **F′м, F″м,..., F(n)м**, каждый из которых может быть использован на том или ином этапе исследования. Степень приближения **Fм** к **F0** определяется некоторым критериям соответствия, которые в целом называются функциями потерь **Q**. Одним из них является сумма среднеквадратичных отклонений. Для оценки этого показателя используются результаты многих экспериментов. Лучшей будет модель, где меньше потеря критериальных отклонений.

2. Современный (экспериментально-статистический). Выделяет эксперимент как ведущее средство моделирования. Может применяться к особо сложным системам, которые могут и не иметь строгого математического описания **F0**. Основным методом подхода является имитационное моделирование. В нем предполагается, что любой исследуемый объект может быть разделен на некоторое число компонентов, некоторые из них могут иметь математическое описание, а функционирование других компонентов может быть неизвестно. Т.о. осуществляется переход от общего к системе, а сама система неразрывно связана с внешней средой.

В экспериментально-статистическом подходе весь процесс исследования подразделяется на 2 этапа:

1) Сбор статистики по воздействию на систему из внешней среды и реакции системы на эти воздействия, характеризующиеся значимыми отношениями: **R1...R5**

Определяется также значимые свойства этих отношений **P1...P5** Практически при имитационном моделировании взаимодействие системы со средой характеризуется конкретными моделями информационных потоков. Эти модели составляются в конце первого этапа в результате обработки статистической информации.

2) На втором этапе моделирования изменяется структура системы или параметры отдельных компонентов с целью определения лучшей организации.

При моделировании генерируются входные потоки, отражающие внешнюю среду и исследуем выходные потоки, а также некоторые интегральные характеристики оценки качества работы системы.

Например: среднее время обслуживания в системе, время реакции системы на конкретное задание, коэффициент простоя прибора в системе, вероятность появления отказа в обследовании заявки, коэффициент риска получения отказа и т.д.

Имитационная модель является планировщиком работы системы, особенно если изменяется, например, число приборов, или есть необходимость их изменения в связи с изменением числа заданий. Преимуществом экспериментально-статистического подхода является возможности решения достаточно сложных задач в проектировании и организации производственных процессов, когда сама система берет на себя функции сбора и обработки информации, а также планирования. В процессе моделирования сама модель может уточняться. В моделировании очень важна роль модельного эксперимента. Для определения достоверности и выявления лучших экспериментов нужно много времени, причем очевидным является планируемость экспериментов (сокращается время исследования). Существует два общих подхода к моделированию:

1. Классический (теоретико-аналитический). Предполагается, что исследуемый объект, явление или процесс имеет строгое математическое описание, например оператор **Fo**. В процессе проектирования мы конструируем оператор **Fм**, он должен приближаться к реально существующему **Fo**. Теоретико-аналитический подход позволяет сконструировать несколько операторов **F′м, F″м,..., F(n)м**, каждый из которых может быть использован на том или ином этапе исследования. Степень приближения **Fм** к **F0** определяется некоторым критериям соответствия, которые в целом

называются функциями потерь **Q**. Одним из них является сумма среднеквадратичных отклонений. Для оценки этого показателя используются результаты многих экспериментов. Лучшей будет модель, где меньше потеря критериальных отклонений.

2.Стационарный информационный поток с экспоненциальным распределением и его характеристики. Основные соотношения для генерации событий такого потока.

Одной из наиболее часто используемых моделей потока явеется экспоненциальное распределение, когда вероятность наступления одного события в потоке определяется функцией

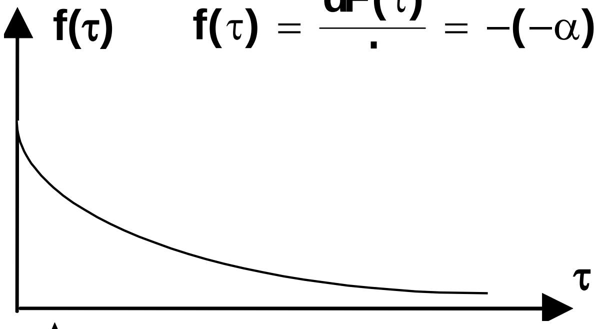
$$F(\tau) = 1 - e^{-\alpha\tau},$$

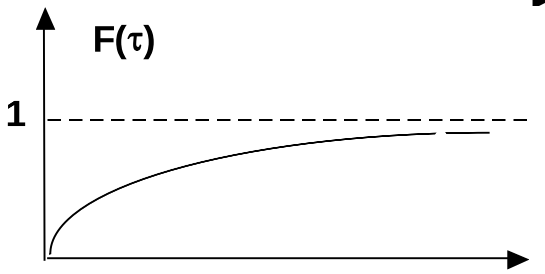
α - некоторая характеристика экспоненты,

$e^{-\alpha\tau}$ - вероятность наступления ни одного события в потоке. Таким образом распределяется вероятность безотказной работы в системе.

Рассмотрим функцию плотности распределения:

$$f(\tau) = \frac{dF(\tau)}{.} = -(-\alpha)e^{-\alpha\tau} = \alpha \cdot e^{-\alpha\tau}$$





1. Математическое ожидание:

$$M(\tau) = \int_0^{\infty} \tau \cdot \alpha \cdot e^{-\alpha\tau} d\tau = -\tau \cdot e^{-\alpha\tau}\Big|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} (-e^{-\alpha\tau}) d\tau = -\frac{1}{2} \cdot e^{-\alpha\tau}\Big|_0^{\infty} = \frac{1}{\alpha}$$

2. Интенсивность потока:

$$\lambda = \frac{1}{M(\tau)} = \alpha;$$

3. Дисперсия:

$$D(\tau) = \int_0^{\infty} \left[\tau - \frac{1}{\alpha}\right]^2 \cdot \alpha \cdot e^{-\alpha\tau} d\tau = \frac{1}{\alpha^2};$$

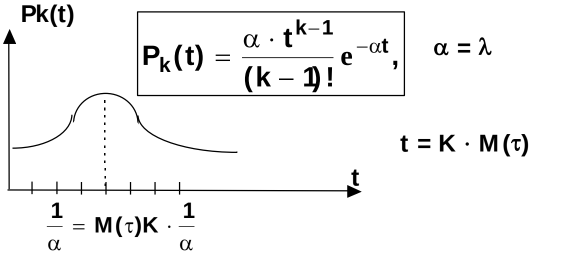
4. Коэффициент вариаций потока:

$$g = \frac{D(\tau)}{M^2(\tau)} = 1$$

/это свидетельствует об экспоненциальном распределении/

$$f_1(\tau_1) = \alpha \cdot \left[1 - \int_0^{\tau 1} \alpha \cdot e^{-\alpha\tau} d\tau\right] = \alpha\left[1 + e^{-\alpha\tau}\Big|_0^{\tau 1}\right] = \alpha \cdot e^{-\alpha\tau 1};$$

$\tau_1 \to \tau$ следовательно экспоненциальный поток является простейшими и обладает свойством отсутствия последствия.



Важной оценкой для любого информационного потока является вероятноость появления **K**-событий потока за некоторый заданный интервал времени **t**, причем **t >** или **<** математического ожидания. Такая вероятность определяется как **P** $\mathbf{P_k}$ **(t).** Известно выражение для простейшего пуассоновского потока, который задает ету вероятность:

Это вероятность появления именно **K** событий.

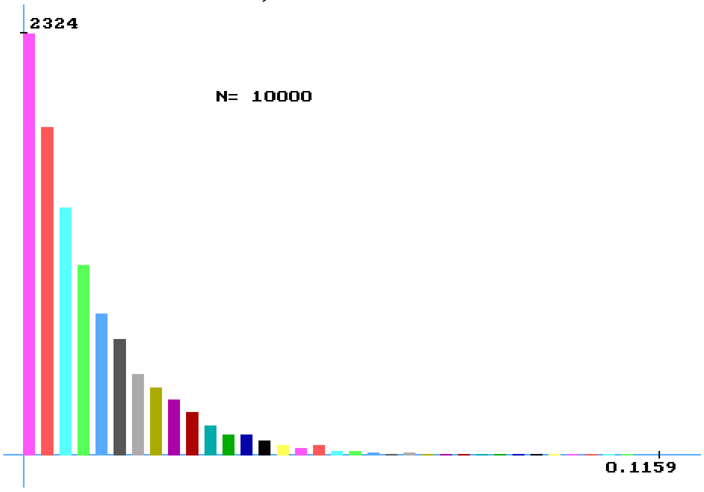
Поток вычисляется по формуле:

$$\tau_i = -\frac{1}{\lambda_n} \cdot \ln(1 - W_i)$$

Так как числа W_i - слечайные числа равномерно распределенные от 0 до 1, то под логарифмом из единицы вычитать не обязательно.

Коэффициент вариации для экспоненциального потока всегда равен g = 1.

Интенсивность: 80;



3.Определить основные характеристики FIFO- и PS- систем и построить график зависимости Tvv(ts) времени ответа систем на конкретное задание по заданным параметрам входного и выходного информационных потоков: = 0 95; =0.4 с. =1/3. =1.2 с.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ N6

1. Сущность современного экспериментально - статистического под¬хода к компьютерному моделированию

В моделировании очень важна роль модельного эксперимента. Для определения достоверности и выявления лучших экспериментов нужно много времени, причем очевидным является планируемость экспериментов (сокращается время исследования). Существует два общих подхода к моделированию:

1. Классический (теоретико-аналитический). Предполагается, что исследуемый объект, явление или процесс имеет строгое математическое описание, например оператор **Fo**. В процессе проектирования мы конструируем оператор **Fм**, он должен приближаться к реально существующему **Fo**.

Теоретико-аналитический подход позволяет сконструировать несколько операторов **F′м, F″м,..., F(n)м**, каждый из которых может быть использован на том или ином этапе исследования. Степень приближения **Fм** к **F0** определяется некоторым критериям соответствия, которые в целом называются функциями потерь **Q**. Одним из них является сумма среднеквадратичных отклонений. Для оценки этого показателя используются результаты многих экспериментов. Лучшей будет модель, где меньше потеря критериальных отклонений.

2. Современный (экспериментально-статистический). Выделяет эксперимент как ведущее средство моделирования. Может применяться к особо сложным системам, которые могут и не иметь строгого математического описания **F0**. Основным методом подхода является имитационное моделирование. В нем предполагается, что любой исследуемый объект может быть разделен на некоторое число компонентов, некоторые из них могут иметь математическое описание, а функционирование других компонентов может быть неизвестно. Т.о. осуществляется переход от общего к системе, а сама система неразрывно связана с внешней средой.

В экспериментально-статистическом подходе весь процесс исследования подразделяется на 2 этапа:

1) Сбор статистики по воздействию на систему из внешней среды и реакции системы на эти воздействия, характеризующиеся значимыми отношениями: **R1...R5**

Определяется также значимые свойства этих отношений **P1...P5** Практически при имитационном моделировании взаимодействие системы со средой характеризуется конкретными моделями информационных потоков. Эти модели составляются в конце первого этапа в результате обработки статистической информации.

2) На втором этапе моделирования изменяется структура системы или параметры отдельных компонентов с целью определения лучшей организации.

При моделировании генерируются входные потоки, отражающие внешнюю среду и исследуем выходные потоки, а также некоторые интегральные характеристики оценки качества работы системы.

Например: среднее время обслуживания в системе, время реакции системы на конкретное задание, коэффициент простоя прибора в системе, вероятность появления отказа в обследовании заявки, коэффициент риска получения отказа и т.д.

Имитационная модель является планировщиком работы системы, особенно если изменяется, например, число приборов, или есть необходимость их изменения в связи с изменением числа заданий. Преимуществом экспериментально-статистического подхода является возможности решения достаточно сложных задач в проектировании и организации производственных процессов, когда сама система берет на себя функции сбора и обработки информации, а также планирования. В процессе моделирования сама модель может уточняться. В моделировании очень важна роль модельного эксперимента. Для определения достоверности и выявления лучших экспериментов нужно много времени, причем очевидным является планируемость экспериментов (сокращается время исследования). Существует два общих подхода к моделированию:

1. Классический (теоретико-аналитический). Предполагается, что исследуемый объект, явление или процесс имеет строгое математическое описание, например оператор **Fo**. В процессе проектирования мы конструируем оператор **Fм**, он должен приближаться к реально существующему **Fo**. Теоретико-аналитический подход позволяет сконструировать несколько операторов **F′м, F″м,..., F(n)м**, каждый из которых может быть использован на том или ином этапе исследования. Степень приближения **Fм** к **F0** определяется некоторым критериям соответствия, которые в целом

называются функциями потерь **Q**. Одним из них является сумма среднеквадратичных отклонений. Для оценки этого показателя используются результаты многих экспериментов. Лучшей будет модель, где меньше потеря критериальных отклонений.

2. Зависимости времени реакции FIFO- и RR-систем от длитель¬ности выполнения конкретных заданий.

Любая СМО характеризуется несколькими основными параметрами. Среди них особое место занимают четыре:

1. N_S;
2. D_N - дисперсия числа заявок в системе;
3. T_S - среднее время пребывания заявки в системе;
4. $T_W(\hat{t}_S)$ - время реакции системы на любое $(\hat{t}_S)$ задания.

Для **FIFO:**

$$N_S = \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{\lambda}{\mu(1-\rho)} = \frac{\lambda}{\mu-\lambda}$$

Из этих соотношений мы видим, что $\rho \neq 1$, т.к. система переключается и не будет никакого равновесия стахастического процесса.

2. D_N определяется как дисперсия для геометрического распределения:

$$D_N = \frac{\rho}{(1-\rho)^2};$$

3. T_S определяется использованием некоторой базовой формулы, справедливой для всех СМО - это формула Литла (Закон Ома для СМО):

$$N_S = \lambda\, T_S; \quad T_S = \frac{1}{\lambda} N_S$$

Формула Литла справедлива для всех распределений в потоках и определения всех типов СМО.

Для **FIFO**:

$$T_S = \frac{1}{\lambda}\frac{\rho}{1-\rho} = \frac{1}{\mu(1-\rho)} = \frac{1}{\mu-\lambda};$$

4. $T_W(\hat{t}_S) = \hat{t}_S + T_Q$

T_Q- среднее время пребывания в очереди /зависит от дисциплины обследования очереди/.

Для **FIFO**:

$$T_Q = \frac{1}{\mu} N_S = \frac{81\rho}{\mu(1-\rho)} = \frac{\rho}{\mu(1-\rho)};$$

Имеет место важный переход:

Для всех систем справедливы соотношения, которые можно использовать в качестве контроля:

$$T_S = T_W\left(\hat{t}_S = \frac{1}{\mu}\right).$$

Среднее время пребывания в системе - это реакция системы на среднее задание. Для **FIFO**:

$$T_W\left(\hat{t}_S = \frac{1}{\mu}\right) = \frac{1}{\mu} + \frac{\rho}{\mu(1-\rho)} = \frac{1-\rho+\rho}{\mu(1-\rho)} = \frac{1}{\mu(1-\rho)}.$$

Рассматриваемые характеристики **FIFO**-системы справедливы лишь для простейшего потока обслуживаний /экспоненциального/ с коэффициентом вариаций равным 1.

Если распределение выходного потока любое, то необходимо учитывать коэффициент вариаций выходного потока $g \neq 1$.

Для более общего случая расчета **FIFO**-системы используются известные соотношения полученные на основе формулы Хингена-Полачика: формула T_S оценивает при любом **g** выходного потока.

1. $$\boxed{T_S = \frac{1}{\mu} + \frac{\rho(1+g)}{2\mu(1-\rho)};}$$ <u>1-я характеристика для **FIFO**.</u>

Можно показать, что предыдущие соотношения для T_S есть лишь частный случай этой общей формулы при $g = 1$.

2. $N_S = \lambda T_S$ - формула Литла =

$$= \frac{\lambda}{\mu} + \frac{\lambda\rho(1+g)}{2\mu(1-\rho)} = \boxed{\rho + \frac{\rho^2(1+g)}{2(1-\rho)}.}$$

3. $T_W\left(\hat{t}_S\right) = t_S + T_Q$

$$\boxed{T_Q = \frac{\rho(1+g)}{2\mu(1-\rho)}}$$

FIFO-система - это система пакетной обработки заданий.

<u>Особенность:</u> передав задание на обработку, оно выполняется в неопределенное время.

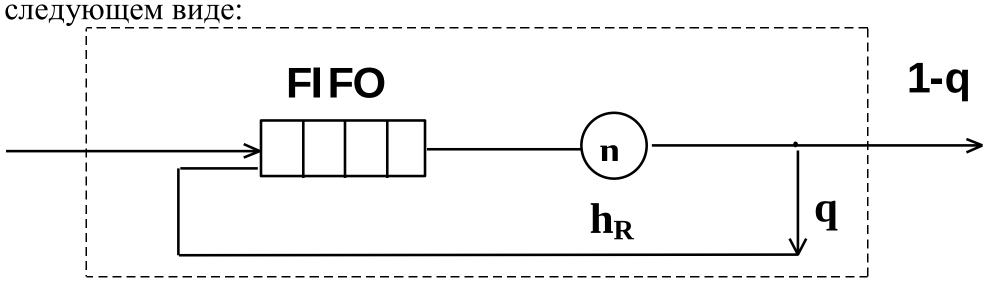
В некоторых системах заявка, находящаяся в приборе, может быть снята с обслуживания, а прибор будет передан другой заявке. Это прерываемые дисциплины обслуживания /**RR**-дисциплины/.

Заявка, снятая с обслуживания снова попадает в очередь. А прибор предоставляется каждой заявке периодически на фиксированное время.

h_R - шаг времени предоставления прибора.

Естественно, что в такой системе обслуживания заявка может с некоторой вероятностью **q** снова вернуться в очередь системы, не получив полного обслуживания и с вероятностью **1-q** может быть обследована.

Система с такой организацией очереди называется **RR**-системой, ее структуру можно представить в следующем виде:



Если любое задание $\underline{t_S \approx k \cdot h_R,}$ то очевидно, что эта заявка **k-1** раз вернется в систему и на **k**-ом шаге она выйдет из системы. Анализ процессов в такой системе достаточно сложный и он основывается на исследовании 4-й характеристики СМО, т.е. времени реакции системы на задание:

$$T_W\left(\hat{t}_S\right)$$

поэтапно мы выйдем на
все характеристики
оценить можем дисперсию

1. $T_S = T_W\left(t_S = \frac{1}{\mu}\right)$

2. $N_S = \lambda \cdot T_S$

3. D_N

Рассмотрим некоторые предпосылки для анализа базовой характеристики **RR**-системы
$T_W(t_S)$

при некотором $t_S = k \cdot h_R, \quad k \neq 1$. Тогда оно **k**-раз будет принято прибором и **k-1**-раз вернется в очередь **FIFO**, т.е. можно выделить **k**-циклов нахождения и обследования этой заявки в системе.

Длительность цикла $t_{i,s}$ - общее время пребывания заявки в системе

$$T_W\left(\hat{t}_s\right) = \sum_{i=1}^{k} t_{i,s}$$

в исходном положении в системе находится **j**-заявок.

Z_j - состояние.

1-я заявка находится в приборе, а **(j-1)** - в очереди.

В момент прибытия t_s - задания **j-1**-заявка находится впереди в очереди.

Тогда время 1-го цикла обслуживания будет выглядеть:

$$t_{i,s} = \alpha \cdot h_R + (j-1)h_R + h_R$$

$$0 \langle \alpha \langle 1$$

1-е слагаемое - время завершения обследования заявки находящейся в приборе.

В ряде случаев этим слагаемым можно пренебречь.

$(j-1)h_R$ - обслуживание заявок, находящихся впереди тестового задания.

h_R-шаг времени прибора для t_s-задания, первый раз предоставленного прибору.

На втором цикле обслуживания впереди t_s-задания появляются заявки, формируемые двумя источниками.

<u>1-й источник: входной поток заявок</u>

λ - интенсивность этого потока.

Общее число заявок, которые появляются представленные 2-м обследованием t_s-задания, определяет длительность первого цикла

$$\lambda \cdot t_{1,s}$$

Каждая из этих заявок получит время h_R.

<u>2-й источник: часть заявок</u>, которые находятся в 1-м цикле впереди T_S-задания; с вероятностью **q** будут возвращены в очередь и не получат полного обследования.

Количество таких заявок определяется:

/вероятность/ × /общее число заявок/

$$q \cdot l_1; \quad l_1 = j_1.$$

Но для l_2 мы уже не знаем сколько их будет.

Каждая из этих заявок получит h_R для обслуживания.

Таким образом, длительность 2-го цикла обследования будет равна

$$t_{2,s} = q \cdot l_1 \cdot h_R + \lambda \cdot t_{1,s.} h_R + h_R$$

Все остальные циклы синхронны, т.е. нет $\alpha \cdot h_R$.

$q \cdot l_1 \cdot h_R$ - время обслуживания возвращенных заданий;

$\lambda \cdot t_{1,s} \cdot h_R$ - время обслуживания новых заявок, появившихся извне. В течение 1-го цикла за t_s-заданием и оказывается впереди t_s-задания.

h_R - обслуживание t_s-задания.

Аналогичным образом можно записать времена и для всех остальных обслуживаний t_s-заданий.

$$t_{3,s} = q \cdot l_2 \cdot h_R + \lambda \cdot t_{2,s} \cdot h_R + h_R;$$

$$t_{4,s} = q \cdot l_3 \cdot h_R + \lambda \cdot t_{3,s} \cdot h_R + h_R;$$

...

$$t_{k,s} = q \cdot \left(l_{k-1} \cdot h_R\right) + \lambda \cdot \left(t_{k-1,s} \cdot h_R\right) + h_R.$$

Прежде чем суммировать времена циклов, введем некоторые преобразования:

$l_1 \cdot h_R = t_{1,s}$ ï ðè $\alpha = 0,\ l_1 = j$

$$l_2 \cdot h_R = t_{2,s}$$

...

$$l_{k-1} \cdot h_R = t_{k-1,s}$$

Произведем замену и вычислим $t_{k,s}$:

$$t_{k,s} = \left(q + \lambda \cdot h_R\right) t_{k-1,s} + h \cdot l$$

Введем новый эквивалентный параметр $q_R = q + \lambda \cdot h_R$, который называется <u>вероятностью появления заявок в **RR**-системе</u>. Второе слагаемое можно рассматривать как вероятность появления нового задания в системе за h_R.

Получим упрощенные уравнения системы; для $t_{1,s}$ и $t_{2,s}$ запись уравнения остается прежней, а для остальных циклов сделаем некоторые преобразования.

$$t_{3,s} = q_R \cdot t_{2,s} + h_R;$$

$$t_{4,s} = q_R \cdot t_{3,s} + h_R;$$

$$t_{k,s} = q_R \cdot t_{k-1,s} + h_R.$$

Выразим все времена через $t_{2,s}$:

$$t_{3,s} = q_R \cdot t_{2,s} + \frac{(1 - q_R)}{(1 - q_R)} \cdot h_R;$$

$$t_{4,s} = q_R \cdot \left(q_R \cdot t_{2,s} + h_R\right) + h_R = q_R^2 \cdot t_{2,s} + (1 + q_R) \cdot h_R =$$

$$= q_R^2 \cdot t_{2,s} + \frac{(1 - q_R^2)}{(1 - q_R)} \cdot h_R;$$

$$t_{5,s} = q_R^3 \cdot t_{2,s} + (1 + q_R + q_R^2) \cdot h_R = q_R^3 \cdot t_{2,s} + \frac{1 - q_R^3}{1 - q_R} \cdot h_R;$$

$$t_{k,s} = q_R^{k-2} \cdot t_{2,s} + \frac{1 - q_R^{k-2}}{1 - q_R} \cdot h_R$$

h_R выбираем столь малое, чтобы $q_R \le 1$.

Суммируем эти времена:

$$T_W\left(\hat{t}_s\right) = \sum_{i=1}^{k} t_{i,s};$$

$$T_W(\hat{t}_s) = t_{1,s} + t_{2,s} + q_R \cdot t_{2,s} + q_R^2 \cdot t_{2,s} + \ldots + q_R^{k-2} \cdot t_{2,s} +$$

$$+\frac{1-q_R}{1-q_R} \cdot h_R + \frac{1-q_R^2}{1-q_R} \cdot h_R + \ldots + \frac{1-q_R^{k-2}}{1-q_R} \cdot h_R = t_{1,s} + \frac{1-q_R^{k-1}}{1-q_R} \cdot$$

$$\cdot t_{2,s} + \frac{h_R}{1-q_R} \cdot \underbrace{\left(1 - 1 + 1 - q_R + 1 - q_R^2 + \ldots - q_R^{k-2}\right)}_{\frac{1-q_R^{k-1}}{1-q_R}} =$$

$$= t_{1,s} + \frac{1-q_R^{k-1}}{1-q_R} \cdot t_{2,s} + \frac{(k-1)h_R}{1-q_R} - \frac{1-q_R^{k-1}}{1-q_R} \cdot h_R =$$

$$= t_{1,s} + \frac{(k-1)h_R}{1-q_R} + \frac{1-q_R^{k-1}}{1-q_R} \cdot \left(t_{2,s} - \frac{h_R}{1-q_R}\right)$$

Проведем преобразования в скобках:

$$t_{2,s} - \frac{h_R}{1-q_R} = \lambda \cdot t_{1,s} \cdot h_R + q \cdot l_1 \cdot h_R + h_R - \frac{h_R}{1-q_R} =$$

$$= h_R \cdot \left[\lambda \cdot t_{1,s} + q \cdot l_1 + \left(1 - \frac{1}{1-q_R}\right)\right] = h_R \cdot \left[\lambda \cdot t_{1,s} + q \cdot l_1 - \frac{q_R}{1-q_R}\right] =$$

$$= h_R \cdot \left[\lambda \cdot t_{1,s} + q \cdot l_1 - \frac{q}{1-q_R} - \frac{\lambda \cdot h_R}{1-q_R}\right] = -h_R \cdot \frac{q}{1-q_R} +$$

$$+h_R \cdot \left(\lambda \cdot t_{1,s} + q \cdot l_1 - \frac{\lambda \cdot h_R}{1-q_R}\right)$$

Эти преобразования направлены на получение формы удобной для некоторого предельного перехода к системе работающей с $h_R \to 1$.

$$T_W(\hat{t}_s) = t_{1,s} + \frac{(k-1)h_R}{1-q_R} - \frac{1-q_R^{k-1}}{(1-q_R)^2} \cdot h_R +$$

$$+\frac{1-q_R^{k-1}}{1-q_R} \cdot h_R \cdot \left(\lambda \cdot t_{1,s} + q \cdot l_1 - \frac{\lambda \cdot h_R}{1-q_R}\right)$$

Анализ для **RR**-системы этого выражения достаточно сложен. Поэтому чаще пользуются не моделью **RR**-системы, а ее идеальным представлением при $h_R \to 1$.

3. Определить основные характеристики стационарного информационного потока с равномерным распределением по известным параметрам распределения: = 50 1/с.

λ=50 1/с

Математическое ожидание M_τ=1/ λ= 1/50 = 0,02 с

Интенсивность потока λ=b/2=50 1/с. Тогда b=100.

Дисперсия для потока с равномерным распределением.

$$D(\tau) = \int_0^b [\tau - M(\tau)]^2 f(\tau) \cdot d\tau = \frac{1}{b}\frac{\tau^3}{3}\Big|_0^b - \frac{\tau^2}{2}\Big|_0^b + \frac{b}{4}\tau\Big|_0^b = \frac{b^2}{3} - \frac{b^2}{2} + \frac{b^2}{4} = \frac{b^2}{12}$$

D_τ =10000/12=833.333

Коэффициент вариации потока

g= D_τ/M_τ^2=b^2*4/ (12*b^2) = 1/3

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ N 7

1 .Соотношение абстрактного и достоверного в моделировании.

Общей теории моделирования нет, поскольку в различной области знаний пользуются своими моделями. Тем не менее методы в научных исследованиях делятся на 7 основных:

1. мысленное моделирование
2. натурное
3. физическое
4. аналоговое
5. математическое
6. имитационное \ _ современные, развивающиеся
7. семиотическое /

Перечисленные методы позволяют исследовать изучаемые объекты, явления и процессы, с разной степенью абстракции А (приближения к мысленным представлениям) и с разным уровнем достоверности Д, как достоверности измерений на модели. Достоверность измерений определяется отношением погрешности измерений в натуре к погрешностям измерений в модели. Если в модели можно измерить некоторые параметры в любой момент времени как в натуре, то такая модель достоверна. Приборы должны быть одного и того же класса точности. Перечисленные методы могут быть представлены в пространственной абстракции и достоверности.

До тех пор пока программа остается на бумаге-носителе она остается мысленной математической моделью. И только когда она "работает" на машине и дает решение модели она становится вещественной агрегатной моделью.

Наибольшей достоверностью обладает натурное моделирование, когда модельный эксперимент проводится непосредственно на изучаемом объекте, явлении или процессе.

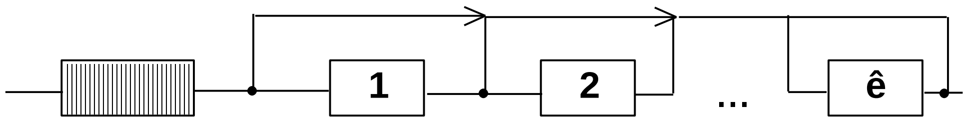
2. Специальные обобщения для задания распределений в потоках.

Очень удобна для анализа модель Пуассоновского потока, однако в практических системах часто коэффициент вариаций **g≠1** , и тогда использование простейшего потока в качестве модели приводит к грубым или неточным результатам.

Используя преимущество экспоненциальной формы распределения для различных случаев при **g≠1** созданы специальные модеди/распределения/, которые базируются на общем експоненциальном представлении, но в таких потоках учитываются некоторые более сложные ситуации, чем в простом потоке. Такие ситуации получили название <u>фазы</u>. А общее число ситуаций/фаз/ определяет порядок распределения. В одном из таких специальных обобщений для заданий редких потоков вводится несколько фаз /1.2.3,..., к /, представляемых во времени как **1/α.**

На 1-м интервале ожидания появление одного события в потоке. А на 2-м интервале ситуация изменяется. 1-го события еще не было, но надо ожидать и 2-е.

В сложных потоках может быть ситуация ожидания **к** - события, даже если ни одного не было.



Интерпритация такой системы - воспроизводится работа многофункциональной системы, в которой приборы обследования распределены последовательно.

Использование фаз удобно тем, что при исследовании для появившихся событий в потоке регистрируется не время его, а фаза появления события.

3.Определить основные характеристики FIFO- и PS- систем и построить график зависимости Tw(ts) времени ответа систем на конкретное задание по заданным параметрам входного выходного информационных потоков: = 201/c; =0.95. =0.8 с.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ N 8

I.Мысленное и натурное моделирование - основа научной и производственно д человека.

Мысленное моделирование - широкая область, т.к. в мысленных моделях представлены наши знания.

Мысленные или познавательные модели (знания) формируются как суммы мыслей образов всего человечества об изучаемом явлении, объекте и процессе.

К мысленным моделям относятся:

1. чувственно - наглядные
2. символьно - знаковые
3. математически - мысленные.

1 - на основе интуитивных представлений, того что мы не можем видеть или принимаем за эталоны, образцы мысленных образов (модель атома Резерфорда, музыкальные произведения, и т.д.).

Эталон это уже модель (поведения и т.д.).

2 - с помощью условных знаков и обозначений позволяют представить структуру и организацию изучаемых явлений, объектов и процессов.

3 - с помощью условных знаков и символов отражаются строгие законы взаимодействия, имеющие место в оригинале. для их представления используются строгие математические теории.

До тех пор пока программа остается на бумаге-носителе она остается мысленной математической моделью. И только когда она "работает" на машине и дает решение модели она становится вещественной агрегатной моделью.

Наибольшей достоверностью обладает натурное моделирование, когда модельный эксперимент проводится непосредственно на изучаемом объекте, явлении или процессе.

Натурные модели:

1. натурный или производственный эксперимент
2. обобщенный производственный опыт
3. среднестатистические данные о явлениях в натуре.

В натурном эксперименте объект подвергается специальному испытанию. Он может быть исключен из производственного цикла. Обобщенный производственный опыт позволяет создать некоторую эталонную модель производственного процесса, технологической установки, которые будут использоваться для с равнения при проектировании.

Аналогичным образом в качестве эталонов модели используются среднестатистические данные о явлениях природы. При разработке u1084 оделей очень важно определить эквивалентные или подобные модели. Для построения таких моделей используются некоторые формальные преобразования, которые называются морфизмами .

Эти преобразования используются для построения модели в соответствующих методах моделирования. Например, для натурного моделирования - автоморфизм, т.е. отображение самого на себя.

2.Описание процесса "рождения и гибели" и его характеристики.

3.Определить основные характеристики однородной марковской цепи, заданной графом следующего вида:

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ N 9

1. Физическое и аналоговое моделирование - методы реализации основных положений теории подобия.

Физическое моделирование предусматривает использование модели одной физической природы с оригиналом. При этом имеет место обычно введение масштабов для линейных размеров, временной переменной и т.д.. Физическая модель отличается размерами от оригиналов. Размеры модели упрощают исследования, повышают наглядность и возможности вариации параметров модели.

Физические модели:

1. пространственные физические модели или компоновки
2. временные электродинамические модели
3. пространственно-временные физические модели.

I-е в строительстве, учебном деле при конструировании РЭА.

2-е используется для исследования переходных процессов в электрических цепях. В качестве модели используются расчетные столы, на которых коммутируются электрические цепи, имитируется распределение параметров электрических цепей и позволяющее решать задачи управления энергосистемой.

3-е для исследования особо сложных систем, там где нет полного описания процесса (модели радиолокационных станций). Недостатки физического моделирования: высокие затраты на модели, сложность изменения параметров модели. Преимущество: высокая достоверность полученных результатов исследований, поскольку воспроизводятся все процессы, которые имеют место в физическом исходном объекте.

Более широкие возможности у аналогового моделирования, когда исследование проводится на объектах я явлениях другой физической природы, чем природа в оригинале. В качестве модели используется электрические цепи, электрические процессы, для которых хорошо из учены и раз виты методы электрических измерений. В качестве оригиналов выступает тепловая система, механические процессы, магнитные поля и т.д.

К аналоговым моделям относятся R,L,C цепи, моделирующие установки, электрические сетки и другие сеточные модели. R,L,C цепи используют для моделирования механических, физических систем с сосредоточенными параметрами. Аналогом таких систем является электрическая цепь. Устанавливается строгое соответствие между переменными и параметрами натуры и модели. Соответствие между переменными и параметрами натуры и модели, устанавливается на основе специальных соотношения, которые называются критериями подобия. Критерии могут быть сформированы на основе анализа уравнений натуры и модели, но могут и на основе анализа размерностей этих величин. На моделях 1-го типа исследуются разные процессы или строятся механические системы с высоким качеством переходных процессов.

Моделирующие установки используются для исследования потенциальных магнитных полей. В качестве модели аналога в моделирующих установках используется стационарное поле тока в проводящей среде.

Электрические сетки также исследуют потенциальные физические поля, но уже на основе решения разности уравнений. В узлах сетки производится измерение потенциала, которые дают представление о распределении физического поля. Всякие физические поля описываются дифференциальными уравнениями. (Лапласа, Пуассона, Фурье). Разрешаются цифровые сетки как спецпроцессоры для гибридных схем.

Преимущество аналогового моделирования: возможности вариаций параметрами модели. Точность измерения невысокая, и вариации структурной модели требуют построения новых моделирующих установок. Более современный - метод математического моделирования на ЭВМ. Для физического и аналогового моделирования свойственны изоморфизмы, когда две модели могут быть сопоставлены друг другу взаимооднозначно.

2.0сновные характеристики полумарковской модели FIFO-системы с одним центром обслуживания.

Любая СМО характеризуется несколькими основными параметрами. Среди них особое место занимают четыре:

1. NS;
2. D_N - дисперсия числа заявок в системе;
3. T_S - среднее время пребывания заявки в системе;

4. $T_W(\hat{t}_S)$ - время реакции системы на любое $(\hat{t}_S)$ задания.

Для FIFO: $$N_S = \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{\lambda}{\mu(1-\rho)} = \frac{\lambda}{\mu-\lambda}$$

Из этих соотношений мы видим, что $\rho \neq 1$, т.к. система переключается и не будет никакого равновесия стахастического процесса.

2. D_N определяется как дисперсия для геометрического распределения:

$$D_N = \frac{\rho}{(1-\rho)^2};$$

3. T_S определяется использованием некоторой базовой формулы, справедливой для всех СМО - <u>это формула Литла (Закон Ома для СМО):</u>

$$N_S = \lambda\, T_S; \quad T_S = \frac{1}{\lambda} N_S$$

Формула Литла справедлива для всех распределений в потоках и определения всех типов СМО.

Для FIFO: $$T_S = \frac{1}{\lambda}\frac{\rho}{1-\rho} = \frac{1}{\mu(1-\rho)} = \frac{1}{\mu-\lambda};$$

4. $T_W(\hat{t}_S) = \hat{t}_S + T_Q$

TQ- среднее время пребывания в очереди /зависит от дисциплины обследования очереди/.

Для FIFO: $$T_Q = \frac{1}{\mu} N_S = \frac{81\rho}{\mu(1-\rho)} = \frac{\rho}{\mu(1-\rho)};$$

Имеет место важный переход:

Для всех систем справедливы соотношения, которые можно использовать в качестве контроля:

$$T_S = T_W\left(\hat{t}_S = \frac{1}{\mu}\right).$$

Среднее время пребывания в системе - это реакция системы на среднее задание. Для FIFO:

$$T_W\left(\hat{t}_S = \frac{1}{\mu}\right) = \frac{1}{\mu} + \frac{\rho}{\mu(1-\rho)} = \frac{1-\rho+\rho}{\mu(1-\rho)} = \frac{1}{\mu(1-\rho)}.$$

Рассматриваемые характеристики **FIFO**-системы справедливы лишь для простейшего потока обслуживаний /экспоненциального/ с коэффициентом вариаций равным 1.

Если распределение выходного потока любое, то необходимо учитывать коэффициент вариаций выходного потока $g \neq 1$.

Для более общего случая расчета **FIFO**-системы используются известные соотношения полученные на основе формулы Хингена-Полачика: формула T_S оценивает при любом **g** выходного потока.

1. $$\boxed{T_S = \frac{1}{\mu} + \frac{\rho(1+g)}{2\mu(1-\rho)};}$$ <u>1-я характеристика для **FIFO**.</u>

Можно показать, что предыдущие соотношения для T_S есть лишь частный случай этой общей формулы при $g = 1$.

2. $N_S = \lambda T_S$ - формула Литла =

$$= \frac{\lambda}{\mu} + \frac{\lambda\rho(1+g)}{2\mu(1-\rho)} = \quad \boxed{\rho + \frac{\rho^2(1+g)}{2(1-\rho)}.} \qquad \boxed{T_Q = \frac{\rho(1+g)}{2\mu(1-\rho)}}$$

3. $T_W(\hat{t}_S) = t_S + T_Q$

FIFO-система - это система пакетной обработки заданий.

<u>Особенность:</u> передав задание на обработку, оно выполняется в неопределенное время.

3. Определить основные характеристики стационарного информационного потока с экспоненциальным распределением по известным параметрам распределения:

M_τ=0,005с

$F(\tau)=1-e^{-\alpha\tau}$

Рассчитаем 4 основные характеристики потока:

Математическое ожидание $M_\tau=1/\lambda=0{,}005$ с
Интенсивность потока $\lambda=1/M_\tau = 1/0{,}005 = 200$ 1/с. $\lambda = \alpha$ Тогда $\alpha=200$.
Дисперсия для экспоненциального потока. $D(\tau) = \int_0^\infty \left[\tau - \frac{1}{\alpha}\right]^2 \cdot \alpha \cdot e^{-\alpha\tau}\, d\tau = \frac{1}{\alpha^2};$

$D_\tau = 1/40000 = 0{,}000025$

Коэффициент вариации потока

$g= D_\tau/M_\tau^2= (1/\alpha^2)/(1*\alpha^2)= 1$

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ N 10

1. Математическое моделирование - сфера широкого применения мат. методов и вычислительных средств.

Используется для исследования объектов, явлений и процессов.

Применяется при накоплении определенных знаний об объекте. Если же явление не изучено, то применить математическое моделирование невозможно, тогда физическое или аналоговое. Математическое моделирование использует те или иные описания, решение которых производится на аналоговых или цифровых ВМ. К математическому моделированию относятся:

1. структурные математические моделирования (аналоговое и цифровое)

Аналогового типа решается на АЭВМ, причем структура самой модели (вычислительных средств) повторяет структуру решаемой зависимости. В таких моделях используется структурный метод программирования, когда отдельные операции модели объединяются между собой в некоторую структурную схему решения уравнения. Кроме АВМ относятся также цифровые интегральные машины (ЦИМ) - для решения дифференциальных уравнений и используют структурные методы программирования.

2. цифровые аналитические (детерминированные и стохастические)

Такие модели решаются на ЦВМ обычно с использованием численных методов решения уравнений и такие методы должны иметь строгое исходное математическое описание.

Детерминированные модели описываются широким набором математических функций и уравнений, решение которых может выполняться с возрастающей точностью.

Аналитические стохастические модели используют известные описания для распределения вероятности случайных переменных, и используя эти формулы в процессе исследования генерируются последовательности значений этих случайных величин. Например так исследуются входные и выходные потоки ОМО. Получаемые значения параметров или характеристик оценивают работу системы в статистическом смысле, т.е. определяется среднее значение.

3. математические имитационные модели

Широко используют метод статистических испытаний для решения тех u1080 лии иных зависимостей, структур - этот метод МОНТЕ-КАРЛО: направленно провести эксперимент и существенно сократить время на решение задач моделирования. Решения, полученные на имитационных моделях имеют невысокую точность, однако имеются строгие оценки достоверности полученных результатов и при необходимости, увеличив объем выборок мы можем провести дополнительные испытания и получить более точные значения. При имитационном моделировании законы распределения вероятностей для тех или иных случайных величин могут быть неизвестными, но они уточняются в процессе моделирования, Результатом имитационного моделирования будет являться цифровая аналитическая стохастическая модель объекта. Преимущество имитационного моделирования: средства моделирования позволяют производить сбор и обработку данных и осуществлять прогнозы развития процессов в той или иной внешней среде. Экспериментально-статистический подход реализуется именно с помощью имитационных моделей.

Абстрактная математическая модель - математическая структура (система), состоящая из множества M абстрактных математических объектов (чисел, векторов) и множества R , задающего отношение между двумя и более объектами, т.е. модель задается парой или кортежем <M,R>.

Существует два способа задания математических моделей:

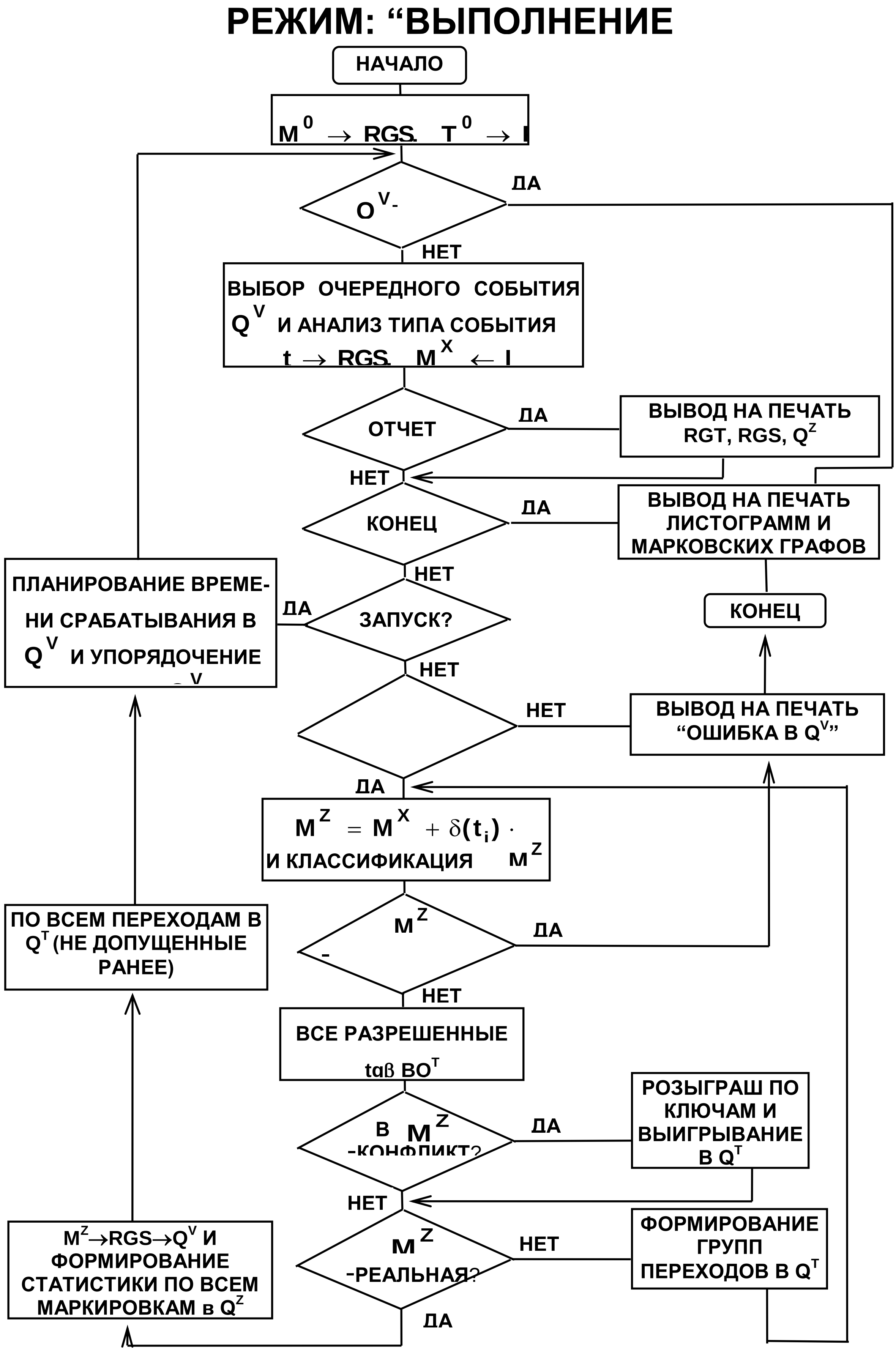
1. задается аксиоматическим определением;

2. задается конструктивным определением.

Вторым способом задания является конструктивное определение. Здесь отношение между математическими объектами в модели задается уже известными определениями, но в качестве объектов такой модели выступает более сложные структуры (или объекты).

Таким образом некоторая старая математическая модель переносится на новый уровень абстракции. Те же алгебраические определения могут быть перенесены на матрицы, векторы и т.д. В прикладных математических моделях появляются новые объекты для исследования. В прикладных математических теориях используются конструкторское определение для задания модели. Одно из наиболее часто используемых абстрактных математических моделей является теоретико-множественная модель технической системы. Это базовое формальное описание некоторого объекта, который может быть подразделен на устройства, узлы, компоненты. Такой объект называется технической системой.

2.Алгоритм работы имитационной модели



3.Определить основные характеристики FIFO- и PS- систем и построить график зависимости Tw(ts) времени ответа систем на конкретное задание по заданным параметрам входного и выходного информационных потоков: = 100 1/с: =0.9: -4. =0.5 с. К

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ 11

I.Этапы формализации описаний исследуемых объектов и систем.

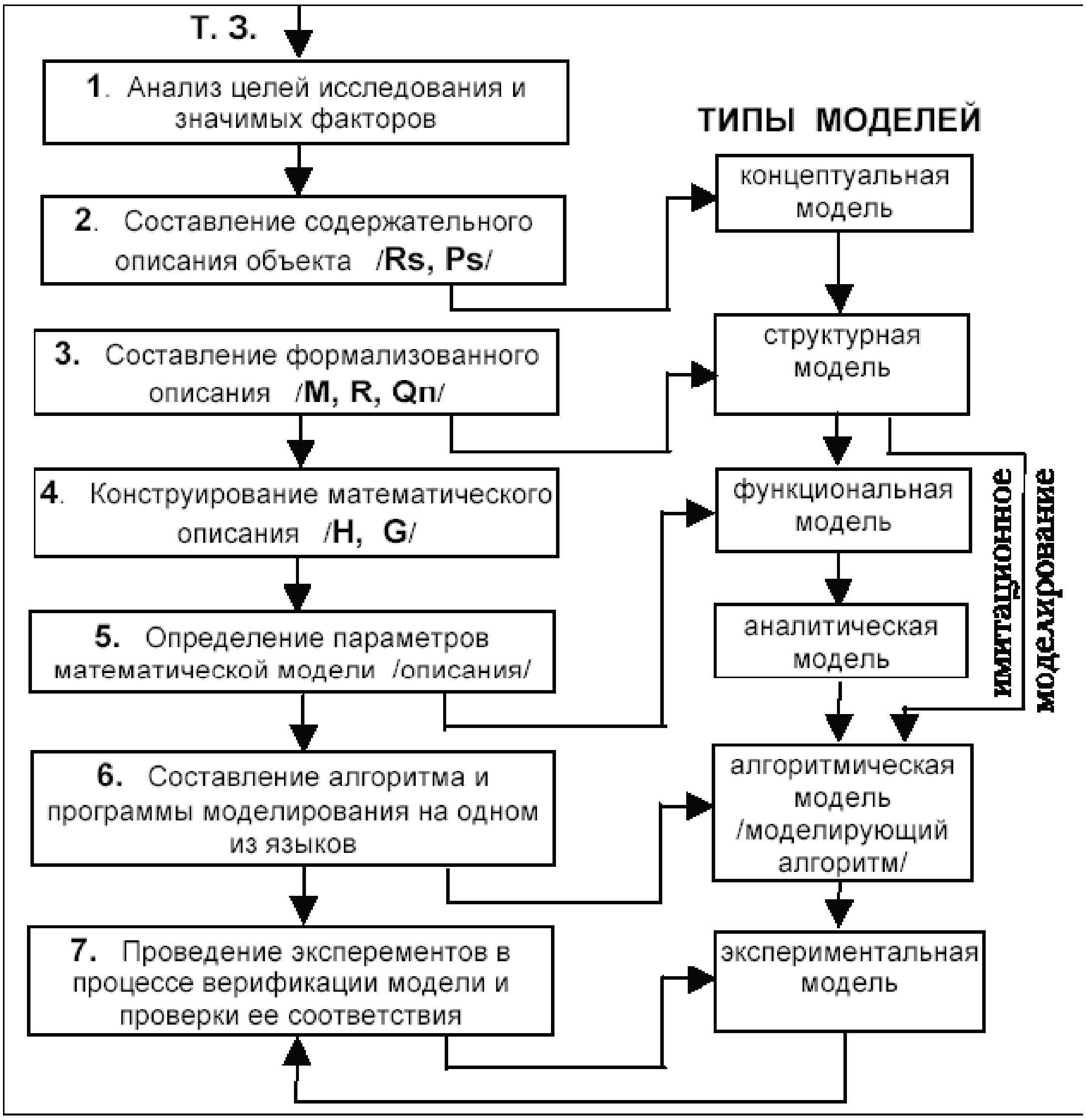
Построение строгой математической модели представляет сложный многоэтапный процесс. При этом используется ряд форм преобразований и некоторые содержательные преобразования описаний объекта. Данные описания объекта есть модель. Конечным итогом разработки должна быть экспериментальная расчетная модель объекта, на которой можно производить эксперимент:

- вариации исходных данных (детерминированные воздействия);
-вариации параметров объектов при воздействии исходных данных;
- вариации структуры объекта при входных параметров и исходных данных понимается вариация алгоритмов функционирования.

Такие конечные экспериментальные модели работают на ЭВМ.

Все этапы формирования описания выполняются в том случае, если объект новый, неисследованный. Если же объекты уже исследованы, то могут использоваться готовые разработки на тех или иных этапах. Для разработки любой модели формируется техническое задание, в котором определяются цели построения модели и приводится перечень факторов, влияние которых на объект интерпретируют в первую очередь. При разных целях могут быть, созданы разные модели объекта. В процессе разработки можно выделить 7 этапов, представленных по следующей структуре.

1. Определяется возможность построения модели и анализируется существование модели. Если подходящих моделей нет, то разрабатывается новая модель объекта.
2. Специалисты-эксперты по объекту составляют содержательное описание его поведения, особенности его функционирования, множество входов и выходов, которые составляют значимые отношения объекта с внешней средой, т.е. формируется Ps. Ps определяется н на основе натурного эксперимента или производственного опыта и часто определяются как желаемые. Такое определение объекта составляется специалистами-экспертами называется концептуальной моделью. Оно представляет собой текстовое описание. Для некоторых объектов только на этом этапе заканчивается составление модели, т.е. в базах знаний в основном будут накапливаться n модели объектов.



3. Выделяется множество базовых элементов модели M (проектируемого изделия), на котором задаются всевозможные отношения, т.е. R , но очевидно выбор отношения элементов производится целенаправленно с использованием, например содержательного описания. При этом составляются так называемые формализованные описания, или его подходящих структур, представленных в виде структурных схем, функциональных схем, графических схем алгоритмов, кинематических схем и т.п., Функциональное описание, представленное с помощью графических средств и отражающие ее подходящие структуры называется структурной моделью описания. Структурная модель - это более строгая чем кинематическая модель, которая в дальнейшем применяет математический аппарат для описания процессов объекта.

4. Конструирование математической модели. Выделяя множество характеристик состояния и формируя операции между характеристиками состояния. Конечной целью является представление функций переходов и функций выходов, которые с математическим техническим заданием однозначно определяют переходы объекта из одного состояния в другое. С помощью H, G

составляется функциональная модель. Для задания функции системы используются известные физические законы, положения прикладной теории для данного объекта и для малоизученного объекта могут использоваться общие положения теории идентификации объекта. Эта теория включает: структурную и параметрическую идентификацию. В 1-ю часть включается множество методов, позволяющих сформировать математическое описание модели, т.е. определить класс уравнений, функций, которые могут использоваться для описания функционирования объекта. В конечном счете функционирование объекта представляется некоторым математическим описанием, которое задает H и G , а следовательно вектор состояний. Такое формализованное- математическое описание называется функциональной моделью. В функциональной модели пока еще не заданы числовые значения параметров (коэффициентов__________, функций, нелинейностей и т.д.), которые могли бы обеспечить соответствие процессов в модели и натуре.

5. Выбор и расчет параметров модели с целью соответствия процессов в модели и объекте.

Параметры модели обычно определяются путем обработки ряда натурных экспериментов, в которых определены реакции системы на некоторые возмущения. В качестве входных воздействий на объект используется известный испытанный сигнал (гармонический, единичный скачок, единичный импульс, случайный сигнал с заданным распределением). В конечном итоге формируется параметрическая или аналитическая модель объекта, которая может быть решена различными средствами и получены данные как результата тех или иных экспериментов. Расчетная аналитическая модель необходима для анализа поведения объекта и прогнозирования ситуации на будущее время. Использование модели аффективно для цели управления, но и не менее важно и проектирование (САПР). Одним из хороших приемов является аналитическое решение, но его можно выполнить только для простейших случаев. Основным методом решения аналитических моделей является моделирование на ЭВМ.

6. Выбирается численный метод для решения исходных описаний и составляется общий алгоритм решения модели. Такой алгоритм называется моделирующим алгоритмом. В ряде случаев его можно построить, минуя 4 и 5-й этапы. Метод имитационного моделирования позволяет прямо на основе структурной модели составить моделирующий алгоритм и переходить в дальнейшем к эксперименту. Результаты этих экспериментов позволяют уточнить аналитическую модель.

7. Формируется экспериментальная машинная модель в виде отлаженной программы (на языке высокого уровня или в машинных кодах), которая может быть запущена и выполнена при любых заданных исходных данных, вариации которых определяются планом эксперимента. Экспериментальная модель - та, на которой можно изменив исходные данные можно получить новое решение модели. Дня аналоговых моделей вместо алгоритма модели используется некоторая структура операционных блоков, которые непосредственно составляются на основе аналитической модели.

На 6-м этапе для АВМ используется структурный метод программирования, а экспериментальная модель уже выглядит в виде аппаратуры. На 7-м этапе экспериментальная модель проверяется на достоверность и адекватность (соответствие) объекту. Процесс про- верки функционирования модели с целью определения ее достоверности, т.е. соответствия исходным предположениям называется процессом модели верификации. В этом процессе надо убедиться, что не существует таких исходных данных, при которых модель вышла бы за рамки существующих предположений о поведении объекта. Существуют критериальные оценки адекватности, а есть и параметрические оценки соответствия, в которых соответствие устанавливается путем сравнения параметров объекта и модели.

2.Анализ характеристик RR-снстемы и ее идеализированной PS-модели.

Поскольку $\mathbf{h_R}$ достаточно мало, то мы можем перейти к идеализированной модели **RR**-системы, так называемой **PS**-системы /разделение времени процессора/.

В такой системе предполагается, что $h_R \to 1$, это означает, что все задания прерываются, а это значит, что $q \to 1$ и в идеальном случае каждая заявка получает свою долю обслуживания в системе. Получается, что все заявки обследуются как-бы паралельно. Но поток одинаковый по скорости обслуживания обратно пропорционален числу заявок.

Преимуществом **RR**-системы, как и **PS**-системы, является то, что короткие задания в этой системе обслуживаются быстро.

Рассмотрим переход в оценках характеристик **RR**-системы при ее идеализации, т.е. $h_R \to 1$.

<u>1.</u> $h_R \to 1$, $q \to 1$, $(1-q) \to 1$

Однако это не значит, что из системы не будут выходить обслуженные заявки. На выходе системы будет иметь место некоторый поток заявок с интенсивностью μ .

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = const,$$

для **RR**-системы ρ определяется:

$$\rho = \frac{\lambda \cdot h_R}{1 - q} = const;$$

$\lambda \cdot h_R$ – вероятность появления заявки входного потока;

$1 - q$ – вероятность появления заявки в выходном потоке.

$$\mu = \frac{1-q}{h_R} = const.$$

2. $h_R \to 1$, $k \to \infty$, $k \cdot h_R = \hat{t}_S = const.$

3. $q \to 1$, то $q_R \to 1$.

$$\frac{1-q_R^{k-1}}{\underbrace{1-q_R}_{0}} = \underbrace{1 + q_R + q_R^2 + \ldots + q_R^{k-2}}_{\underbrace{k-1}_{\infty}}; \quad \frac{1-q_R^{k-1}}{1-q_R} \cdot h_R = \hat{t}_S.$$

Проанализируем слагаемые, которые входят в общее выражение Tw:

$T_w = (\hat{t}_S)$ ЉʻШ **RR-**–Џ–Њ“ћ

$t_{1,2} \to \infty$

$$1-q_R = 1-q-\lambda \cdot h_R = (1-q) - \underbrace{\frac{\lambda \cdot h_R(1-q)}{(1-q)}}_{\frac{\lambda \cdot h_R}{(1-q)} = \rho} = (1-q)(1-\rho);$$

$1-q_R \to 0.$

В выражении $T_W(\hat{t}_S)$ $t_{1,S} \to 0$. Преобразуем 2-е и 3-е слагаемое:

$$\frac{(k-1)h_R}{1-q_R} - \frac{h_R \cdot q}{1-q_R} h_R \cdot \underbrace{\frac{1-q_R^{k-1}}{1-q_R}}_{\frac{1-q_R^{k-1}}{1-q_R} = k-1} = \frac{(k-1)h_R}{1-q_R} \cdot (1-q) =$$

$$= \frac{(k-1)h_R}{(1-q)(1-\rho)}(1-q) = \frac{\overbrace{(k-1)h_R}^{(k-1)h_R = \hat{t}_S}}{(1-\rho)} = \frac{\hat{t}_S}{(1-\rho)};$$

Преобразуем последнее слагаемое:

$$\frac{\lambda \cdot h_R}{1-q_R} = \frac{\overbrace{\lambda \cdot h_R}^{\frac{\lambda \cdot h_R}{(1-q)} = \rho}}{(1-q)(1-\rho)} = \frac{\rho}{(1-\rho)}.$$

Тогда:

$$T_W(\hat{t}_S) = \frac{\hat{t}_S}{1-\rho} + \hat{t}_S\left(j - \frac{\rho}{1-\rho}\right),$$ где

j- начальное число заявок.

Можно предположить, что **j=N**$_S$. Учитывая, что среднее число заявок $N_S = \frac{\rho}{1-\rho}$, то выражение в скобках $\to$**0**.

Тогда, для среднего начального состояния

$T_W(\hat{t}_S) = \frac{\hat{t}_S}{1-\rho}$ - классическая оценка для **PS**-системы.

Анализируя это выражение: для коротких заданий время реакции системы может быть как угодно мало. Можно перейти к другой характеристике **PS**-системы:

2. $T_S = T_W\left(t_S = \frac{1}{\mu}\right) = \frac{1}{\mu \cdot (1-\rho)}$.

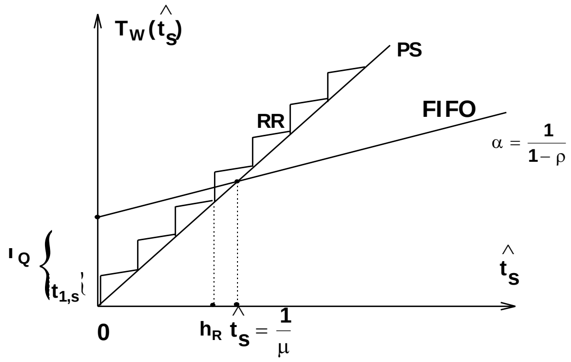
Оценка **T**$_S$ совпала с соответствующей характеристикой для **FIFO**-системы.

3. $N_S = \lambda \cdot T_S; \quad \frac{\lambda}{\mu} = \rho;$

$$N_S = \lambda \cdot \frac{1}{\mu(1-\rho)} = \frac{\rho}{1-\rho}.$$

Среднее число заявок определяется так, как мы определили в формуле и является такой ка и **FIFO**.

В целом характеристики **PS**-системы лучше для коротких заданий, но хуже для длинных и наоборот для **FIFO**.



Характеристики времени реакции системы для FIFO, RR и PS -систем удобно сравнить.

Точка пересечения - характеристики систем совпадают.

Ступеньки не одинаковы. Если **j=0,** то ступеньки пойдут по прямой **PS**.

Система с дисциплиной **SJF** очень близка по характеру обслуживания к **PS** - системе, но требуется дополнительный анализ.

3. Определить основные характеристики стационарного информационного потока с вырожденным распределением по известным параметрам распределения:

λ =400 1/c

1) Математическое ожидание M_τ=1/ λ =a = 0,0025 c

$$\Rightarrow M(\tau) = \int_o^\infty \tau \cdot \delta(\tau - a)^{\neq 0}\, d\tau = \eta(\tau - a)\big|\tau = a$$

2) Интенсивность потока λ=1/ a = 400 1/c.

3) Дисперсия для экспоненциального потока.

D_τ = 0

4) Коэффициент вариации потока

g= 0

Это поток обыкновенных синхронизирующих импульсов с периодом a и частотой 1/a.

Такие модели потока в общем случае используется в крайних случаях, когда не подходит ни одна другая модель. Но вырожденные потоки применяются довольно часто.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ N12

1.Структура процесса составления экспериментальной математической модели объекта.

Построение строгой математической модели представляет сложный многоэтапный процесс. При этом используется ряд форм преобразований и некоторые содержательные преобразования описаний объекта. Данные описания объекта есть модель. Конечным итогом разработки должна быть экспериментальная расчетная модель объекта, на которой можно производить эксперимент:

- вариации исходных данных (детерминированные воздействия);
- вариации параметров объектов при воздействии исходных данных ;
- вариации структуры объекта при входных параметров и исходных данных понимается вариация алгоритмов функционирования. Такие конечные экспериментальные модели работают на ЭВМ. Все этапы формирования описания выполняются в том случае, если объект новый, неисследованный. Если же объекты уже исследованы, то могут использоваться готовые разработки на тех или иных этапах.

Для разработки любой модели формируется техническое задание, в котором определяются цели построения модели и приводится перечень факторов, влияние которых на объект интерпретируют в первую очередь. При разных целях могут быть, созданы разные модели объекта. В процессе разработки можно выделить 7 этапов, представленных по следующей структуре.

1. Определяется возможность построения модели и анализируется существование модели. Если подходящих моделей нет, то разрабатывается новая модель объекта.

2. Специалисты-эксперты по объекту составляют содержательное описание его поведения, особенности его функционирования, множество входов и выходов, которые составляют значимые отношения объекта с внешней средой, т.е. формируется Ps. Ps определяется н на основе натурного эксперимента или производственного опыта и часто определяются как желаемые. Такое определение объекта составляется специалистами-экспертами называется концептуальной моделью. Оно представляет собой текстовое описание. Для некоторых объектов только на этом этапе заканчивается составление модели, т.е. в базах знаний в основном будут накапливаться n модели объектов.

3. Выделяется множество базовых элементов модели M (проектируемого изделия), на котором задаются всевозможные отношения, т.е. R , но очевидно выбор отношения элементов производится целенаправленно с использованием, например содержательного описания. При этом составляются так называемые формализованные описания, или его подходящих структур, представленных в виде структурных схем, функциональных схем, графических схем алгоритмов, кинематических схем и т.п., Функциональное описание, представленное с помощью графических средств и отражающие ее подходящие структуры называется структурной моделью описания. Структурная модель - это более строгая чем кинематическая модель, которая в дальнейшем применяет математический аппарат для описания процессов объекта.

4. Конструирование математической модели. Выделяя множество характеристик состояния и формируя операции между характеристиками состояния. Конечной целью является представление функций переходов и функций выходов, которые с математическим техническим заданием однозначно определяют переходы объекта из одного состояния в другое. С помощью H, G составляется функциональная модель. Для задания функции системы используются известные физические законы, положения прикладной теории для данного объекта и для малоизученного объекта могут использоваться общие положения теории идентификации объекта. Эта теория включает: структурную и параметрическую идентификацию. В 1-ю часть включается множество методов, позволяющих сформировать математическое описание модели, т.е. определить класс уравнений, функций, которые могут использоваться для описания функционирования объекта. В конечном счете функционирование объекта представляется некоторым математическим описанием, которое задает H и G , а следовательно вектор состояний. Такое формализованное- математическое описание называется функциональной моделью. В функциональной модели пока еще не заданы числовые значения параметров (коэффициентов, функций, нелинейностей и т.д.), которые могли бы обеспечить соответствие процессов в модели и натуре.

5. Выбор и расчет параметров модели с целью соответствия процессов в модели и объекте. Параметры модели обычно определяются путем обработки ряда натурных экспериментов, в которых определены реакции системы на некоторые возмущения. В качестве входных воздействий на объект

используется известный испытанный сигнал (гармонический, единичный скачок, единичный импульс, случайный сигнал с заданным распределением). В конечном итоге формируется параметрическая или аналитическая модель объекта, которая может быть решена различными средствами и получены данные как результата тех или иных экспериментов. Расчетная аналитическая модель необходима для анализа поведения объекта и прогнозирования ситуации на будущее время.

Использование модели аффективно для цели управления, но и не менее важно и проектирование (САПР).

Одним из хороших приемов является аналитическое решение, но его можно выполнить только для простейших случаев. Основным методом решения аналитических моделей является моделирование на ЭВМ.

6. Выбирается численный метод для решения исходных описаний и составляется общий алгоритм решения модели. Такой алгоритм называется моделирующим алгоритмом. В ряде случаев его можно построить , минуя 4 и 5-й этапы. Метод имитационного моделирования позволяет прямо на основе структурной модели составить моделирующий алгоритм и переходить в дальнейшем к эксперименту. Результаты этих экспериментов позволяют уточнить аналитическую модель.

7. Формируется экспериментальная машинная модель в виде отлаженной программы (на языке высокого уровня или в машинных кодах), которая может быть запущена и выполнена при любых заданных исходных данных, вариации которых определяются планом эксперимента. Экспериментальная модель - та, на которой можно изменив исходные данные можно получить новое решение модели. Дня аналоговых моделей вместо алгоритма модели используется некоторая структура операционных блоков, которые непосредственно составляются на основе аналитической модели. На 6-м этапе для АВМ используется структурный метод программирования, а экспериментальная модель уже выглядит в виде аппаратуры. На 7-м этапе экспериментальная модель проверяется на достоверность и адекватность (соответствие) объекту. Процесс проверки функционирования модели с целью определения ее достоверности, т.е. соответствия исходным предположениям называется процессом модели верификации. В этом процессе надо убедиться, что не существует таких исходных данных, при которых модель вышла бы за рамки существующих предположений о поведении объекта. Существуют критериальные оценки адекватности, а есть и параметрические оценки соответствия, в которых соответствие устанавливается путем сравнения параметров объекта и модели.

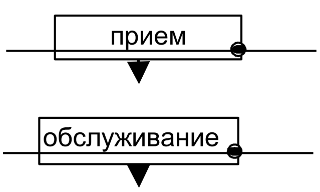
2.Функции распределений и основные характеристики информационных потоков.
Информационные потоки. Способы задания информационных потоков.

Потоки в технических системах могут быть самыми различными. Потоки могут быть входные, и потоки результатов обработки. Все эти потоки , как входные так и выходные, могут быть представлены единообразно, если ввести понятие события в потоке.

Под событием в информационном потоке понимается появление одной или группы заявок входных или обслуженных за интервал времени $\Delta t \rightarrow 0$, который принимается как шаг регистрации системы времени.

Любое сообщение принимается за некоторый интервал времени Δt, но событие приема сообщения фиксируется в конце этого интервала как событие приема данной заявки.

Сообщение об обслуживании может поступать в некоторое Δt и тоже фиксируется.



Шаг регистрации имеет особое значение для системы. Он должен быть, намного меньше чем интервал времени между двумя заявками. Таким образом информационные потоки представляются как потоки событий,

для которых фиксируется в точку момент наступления t_i события. События равноправны или однородны.

Если все заявки, с приемом которых связано событие в потоке, являются равноправными по характеру обслуживания, то такие события называются <u>однородными</u>.

Для задания информационного потока одних событий можно перечислить все моменты времени наступления события.

$$\frac{t_0,\ t_1,\ t_2,\dots,t_k,\dots}{T}.$$

Эти измерения произведены на некотором интервале Т. В измерениях присутствует параметр, который не зависит от событий- в потоке; to - особая точка, начало интервала наблюдения. Остальные ti ti связаны с i событием. Запись времен из списка событий иногда называют трассированной записью. Эту запись можно использовать при моделировании, как одну из реализации потока. Но хранить их много нецелесообразно.

Моменты времени /события/ в потоке можно описать соответствующими детерминированными уравнениями.

Однако в реальных условиях подавляющее число потоков является стохастичным, когда события наступят в случайные моменты времени. Для таких потоков удобнее исследовать интервалы времени между событиями в потоке.

Вводим вместо **t** интервалы

$\boldsymbol{\tau_1, \tau_2, ..., \tau_k, ...}$ $\qquad$ $\boldsymbol{\tau_1 = t_1 - t_0}$

$\tau 2 = t2 - t1$ и т.д.

Эти интервалы являются конкретными реализациями некоторых случайных величин. В общем случае для нестационарного потока он может быть задан совместной функцией распределения интервалов времени между событиями в потоке.

$\mathbf{F(\tau_1, \tau_2, ..., \tau_k)}$ - интегральный закон или функция совместного распределения к случайным величинам.

$$\mathbf{F(\tau_1, \tau_2, ..., \tau_k) = P\ (\xi_1 < \tau_1\ ,\ \xi_2 < \tau_2, ..., \xi_k < \tau_k),}$$

где ξk - экспериментальные значения СВ, которые могут быть получены в опытах;

$\boldsymbol{\tau}$- линейно изменяемая переменная, по которой строится распределение.

Поток однородных событий называется рекуррентным или с ограниченным последствием, если интервалы времени между событиями в потоке- независимые случайные величины /СВ/. В этом случае функция плотности совместного распределения вероятности, т.е. дифференциальный закон представляется в виде

$$\mathbf{f(\tau_1, \tau_2, ..., \tau_k) = f(\tau_1) \cdot f(\tau_2) \cdot ... \cdot f(\tau_k).}$$

Среди рекуррентных потоков для исследования в основном используются стационарные рекуррентные потоки.

Поток однородных событий называется стационарным, если распределение вероятности интервалов времени между любыми событиями в потоке одинаковы при $k \geq 2$, т.е. для стационарного рекуррентного потока можно записать

$$f(\tau_2) = f(\tau_3) = ... = f(\tau_k) = f(\tau)\cdot$$

$\boldsymbol{\tau_2\ ,\tau_3\ , ...}$ - есть некоторые реализации величины $\boldsymbol{\tau}$.

Исключение составляет начальный интервал: $\mathbf{f(\tau_1)}$, поскольку он задан $\mathbf{t_0, t_1}$**.**

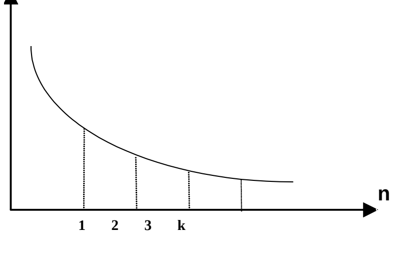
Стационарный поток однородных событий обладает свойством отсутствия последствия, если имеет место равенство:

$$\mathbf{f(\tau_1) = f(\tau),}$$

т.е. на начальном интервале имеет место то же самое распределение.

Существуют ординарные и неординарные потоки.

Ординарным информационным потоком называется такой поток, события в котором связаны только с появлением одной заявки, а вероятность появления за Δt стремится к $\varnothing$.



В неординарных потоках возможно появление 2, 3 и более заявок. Для задания таких потоков необходимо определить распределение числа заявок в одном событии потока **Q(n).**

Информационный поток однородных событий называется простейшим, если удовлетворяются 3 свойства:

1/ стационарности,

2/ отсутствия последствия,

3/ ординарности.

* пуассоновский поток - поток с геометрическим распределением.

Другие потоки с простыми распределениями не являются простейшими.

3.Определить основные характеристики FIFO- и PS- систем и построить график зависимости Tvrfts) времени ответа систем на конкретное задание по заданным параметрам входного и выходного информационных потоков: = 0.92: =0.1 с; =5. =1.2 с.

нет

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ N 13

1. Формализованные свойства системы. Примеры задания значимых отношений и значимых свойств системы.

Можно задать общее определение системы, как связного целого, образованного взаимоподчинением и согласованию делений. Составляющих ее частей и компонентов. На разных уровнях описания в системе всегда можно выделить некоторый неделимый компонент или базовый элемент. В теоретико-множественной модели вводятся 3 первичные категории:

а) множество базовых элементов системы **M □□{m1,..., mp}**

б) множество отношений этих элементов **R □□{ r1,...rк}**

в) множество свойств элементов системы, которые могут проявляться во всех возможных отношениях **P □□{p1,...,ps}**

Теоретико-множественная модель - базовая модель проектирования любой системы.

На основе первичных категорий формируются вторичные категории:

а) множество всех возможных структур системы **Q**

б) множество всех возможных функций системы **F**

в) множество всех возможных оценок качества системы Э (С)

Э - эффективность.

Q = M □□R - декартово произведение.

Из множества всех возможных структур выделяется подмножество подходящих структур **Qn** є□**Q.** Они задаются неопределенным **M** и реализуют требуемые значимые отношения **Rs** - как необходимые связи с внешней средой. Проектирование заключается в выборе и синтезе подходящих структур. Множество всех возможных систем: **S = Q □□P, P** - множество всех возможных свойств. Но при применении систем при таком подходе важно выделить что множество подходящих систем использует множество подходящих структур, на которые должны быть обязательно проявлены множество всех значимых свойств **Ps** системы (задается в ТЗ на разработку системы). Поэтому поиск подходящей системы ведется в классе подходящих структур, для которых **Ps** є□**P.**

При построении математической модели системы мы должны обеспечить переход к заданию всех вторичных категорий, задать функции системы, используя описания, а также задать формально оценки качества системы. Вводится понятие состояния системы, которое задается на множестве элементов, а точнее на множестве переменных, которые задают состояние каждого из элементов.

Мерность описания функционирования системы зависит от числа характеристик, которые учитываются в данном описании. Само же состояние на некоторый момент **tк** определяется вектором **Zê** , который записывается n-мерной области характеристик состояния. Описание между переменными характеристиками состояния зависят от конкретной структуры из множества подходящих структур, и определяется физическими законами. Чтобы задать состояние системы, необходимо привести все описания в некоторую фиксированную форму. Для дискретных систем общее описание функционирования должно быть представлено в виде:

$$\overline{Z_к} = f(\overline{Z_{к-1}}, \overline{X_к}, \overline{V_к})$$

$\overline{X_к}, \overline{V_к}$ вектора информационных входов и управляющих входных сигналов.

Zk-1 - состояние вектора на момент времени **tк-1**.

H - закон функционирования системы (функционирования перехода) - в виде уравнений, неравенств и т.д.. Простой пример - описание функционирования автомата.

Несколько сложнее представляется состояние для непрерывных систем. Вектор состояния для непрерывных систем **Z(t)** представляется множеством мгновенных состояний этого вектора. Этот вектор задается на множестве характеристик состояния, каждая из которых представляет собой переменную, которая характеризует состояние элемента или группы элементов системы. Для расчета системы важно показать, что состояние системы находится в области допустимых состояний, причем эта **n**-мерная область допустимых состояний определяется минимальными и максимальными возможностями знания всех характеристик /рабочий ток срабатывания реле/.

Для непрерывных систем функционирование задается с помощью описания динамики работы системы, т.е. соответствующих дифференциальных уравнений или производных по времени. Тогда состояние системы определяется:

$$\frac{d\,\overline{Z}(t)}{d\,t} = H'\left[\overline{Z}(t), \overline{X}(t), \overline{V}(t)\right]$$

H ‘- функция переходов в виде правых частей дифференциального уравнения, связанные между собой характеристики состояний **Z (t)** , информационные сигналы **X (t)** и управляющие сигналы **V (t) .**

Чтобы отразить реакцию системы на возбуждение, в модели представляются не только векторы состояния, но и все выходные сигналы системы, т.е. реакции системы.

Вектор выходных сигналов дискретной системы на момент времени **tк**, определяется с помощью функции выходов:

$$\overline{Y}_k = G\left(\overline{Z}_k, \overline{X}_k, \overline{V}_k\right)$$

Это также система алгебраических и логических уравнений.

Аналогично для непрерывной системы выходные сигналы определяются с помощью функции выходов:

$$\overline{Y}(t) = G\left[\overline{Z}(t), \overline{X}(t), \overline{V}(t)\right]$$

Таким образом выбрав функции переходов и выходов для системы мы однозначно задаем функционирование системы:

F H, G

Модель функционирования **F** позволяет нам проверить, действительно ли данная система обеспечивает заданные значимые свойства, т.е. есть ли среди множества структур $\hat{Q}_n$ те, для которых множество: $P_s \subset \hat{P}_n$

$\hat{P}_n$ -подмножество свойств, которые проявляются в подходящих структурах.

Среди важных интегральных характеристик применения системы, которые включаются в **Ps**, выделение оценки качества:

$$Э = \frac{P}{C} \quad \frac{\text{(производительность системы) (задач/час)}}{\text{(стоимость) (количество корпусов)}}$$

Есть еще информационная производительность систем. Она определяется количеством бит обработки информации в секунду: $I = \frac{бит}{сек}$

В некоторых случаях достаточно дать одну характеристику - стоимость.

Оптимизация при проектировании заключается в том, чтобы из **Qn** выбрать те, которые дают максимум или минимум интегральных показателей.

2. Потоки событий с кусочно-степенным распределением.

В некоторых случаях практические кривые распределения для стационарных потоков трудно поддаются описанию рассматриваемыми моделями. Тогда можно использовать общую форму кусочно-степенного распределения, когда производится непосредственная апроксимация практических кривых полиномами 5 -ой степени по участкам.

Для ряда сложных информационных потоков не удается найти непрерывное распределение. Но можно использовать практические кривые; гистограмму **f(τ)** и кумулятивное интегральное распределение **F(τ)**·

В стационарных потоках с кусочно-степенным распределением практические кривые распределения описываются о помощью апроксимирующих функций. Причем кривая разбивается на **n** участков, на из которых аппроксимирующая функция - полином **S -** степени.

В общем случае интегральный закон распределения можно записать в виде:

$$F(\tau) = \sum_{i=0}^{n} \sum_{k=0}^{S} b_{i,k}(\tau - a_i)^k \cdot \eta(\tau - a_i);$$

ai; $b_{i,k}$ - коэффициенты полинома.

η(τ–a) - единичная функция Хависайда.

Плотность распределения в этом случае:

$$\grave{a}(\tau) = \sum_{i=0}^{n} b_{i,o}\delta(\tau - a_i) + \sum_{i=0}^{n} \sum_{k=1}^{S} b_{i,k} \cdot K(\tau - a_i)^{k-1} \cdot \eta(\tau - a),$$

где

$$\delta(\tau - a_i) = \frac{d\eta(\tau - a_i)}{d\tau};$$

$\sum\sum b_{i,k}(\tau - a_i)^k \cdot \delta(\tau - a_i) \neq 0$ только при $\tau = a_i$ следовательно первое слагаемое.

Частным случаем является вырожденный поток:

$$\Rightarrow M(\tau) = \int_0^\infty \tau \cdot \delta(\tau - a)^{\neq 0 \text{ при } \tau = \alpha \text{ и}} d\tau = \eta(\tau - a)\Big|\tau = a$$

1. Математическое ожидание: **M(τ) = a.**
2. Интенсивность потока: $\lambda = \frac{1}{a}$
3. Дисперсия: **D(τ) = 0.**
4. Коэффициент вариаций потока: **g = 0.**

Это поток обыкновенных синхронизирующих импульсов с периодом **a** и частотой $\frac{1}{a}$.

Такие модели потока в общем случае используется в крайних случаях, когда не подходит ни одна другая модель,. Но вырожденные потоки применяются довольно часто.

3. Определить основные характеристики FIFO- и PS- систем и построить график зависимости Tw(ts) времени ответа систем на конкретное задание по заданным параметрам входного и выходного информационных потоков:= 100 1/с: =0.92; =0.4 с.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ N14

1 .Концептуальная и структурная модели объекта , их содержание и назначение.

В процессе разработки математической модели объекта можно выделить 7 этапов, представленных по следующей структуре:

1. Определяется возможность построения модели и анализируется существование модели.

2. Составляется содержательное описание его поведения, особенности его функционирования, множества входов и выходов которые составляют значимые отношения объекта с внешней средой.

3. Выделяются множества базовых элементов модели М,на котором задаются всевозможные отношения.

4.Конструирование математической модели.

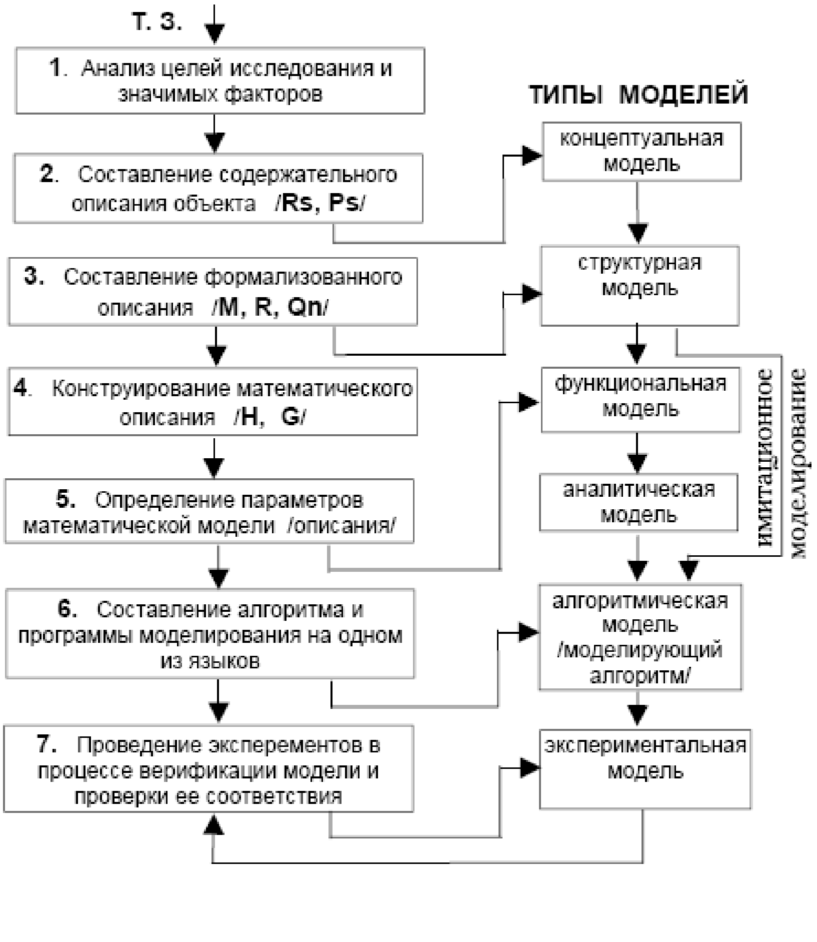
5.Выбор и расчет параметров модели с целью соответствия процессов в модели и объекте.

6.Выбирается численный метод для решения исходных описаний и сост. алгоритм решения модели

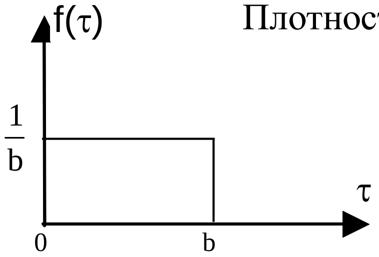
7.Формируется экспериментальная машинная модель в виде отлаженной программы.

Специалисты-эксперты по объекту составляют содержательное описание его поведения, особенности его функционирования, множество входов и выходов, которые составляют значимые отношения объекта с внешней средой, т.е. формируется $\mathbf{P_s}$. $\mathbf{P_s}$ определяется н на основе натурного эксперимента или производственного опыта и часто определяются как желаемые. Такое определение объекта составляется специалистами-экспертами называется концептуальной моделью. Оно представляет собой текстовое описание. Для некоторых объектов только на этом этапе заканчивается составление модели, т.е. в базах знаний в основном будут накапливаться **n** модели объектов.

Выделяется множество базовых элементов модели **M** /проектируемого изделия/, на котором задаются всевозможные отношения, т.е. **R** , но очевидно выбор отношения элементов производится целенаправленно с использованием, например содержательного описания. При этом составляются так называемые формализованные описания, или его подходящих структур, представленных в виде структурных схем, функциональных схем, графических схем алгоритмов, кинематических схем и т.п., Функциональное описание, представленное с помощью графических средств и отражающие ее подходящие структуры называется структурной моделью описания. Структурная модель - это более строгая чем кинематическая модель, которая в дальнейшем применяет математический аппарат для описания процессов объекта.



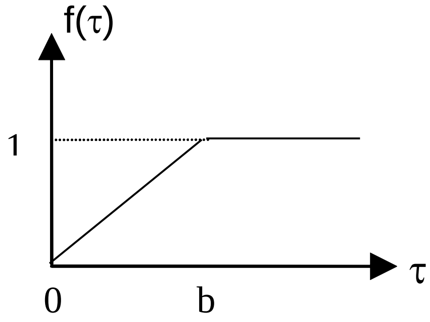
2.Стационарный информационный поток с равномерным распределением и его характеристики. Способы генерации такого потока.



Плотность распределения

интервалы τ**[0,b]**

$\tau_{max} = b$



$$\int_0^b f(\lambda)d\tau = 1$$

$$F(\tau) = \int_0^b \frac{1}{b}d\tau = 1$$

Рассмотрим основные характеристики данного потока.

1. Математическое ожидание:

$$M(\tau) = \int_0^b \tau f(\tau)\, d\tau = \int_0^b \tau \frac{1}{b} d\tau = \frac{b}{2}$$

2. Интенсивность потока:

$$\lambda = \frac{1}{M(\tau)} = \frac{b}{2};$$

3. Дисперсия:

$$D(\tau) = \int_0^b [\tau - M(\tau)]^2 f(\tau)\cdot d\tau = \frac{1}{b}\frac{\tau^3}{3}\Big|_0^b - \frac{\tau^2}{2}\Big|_0^b + \frac{b}{4}\tau\Big|_0^b = \frac{b^2}{3} - \frac{b^2}{2} + \frac{b^2}{4} = \frac{b^2}{12}$$

4. Коэффициент вариаций потока:

$$g = \frac{D(\tau)}{M^2(\tau)} = \frac{b^2\cdot 4}{12\cdot b^2} = \frac{1}{3};$$

Если по данным измерений мы получим **g≈** $\frac{1}{3}$, мы предполагаем, что распределение в таком потоке равномерно.

Измеренные характеристики не дают нам возможности сделать заключение о свойстве последствия, т.е. является ли поток с ограниченым последствием, или он простейший /отсутствие последствия/.

Чтобы сделать такое заключение необходимо исследовать распределение времен до 1-го события в данном потоке $\mathbf{f_1(\tau_1)}$.

Для анализа этого распределения удобно воспользоваться формулой Пальма:

$$f_1(\tau_1) = \lambda\left[1 - \int_0^{\tau_1} f(\tau)d\tau\right] = \frac{2}{b} - \frac{2}{b^2}\tau_1;$$

f(τ) - функция плотности распределения для любого события.

Функция плотности распределения отлична от обычного распределения.

$$M(\tau_1) = \int_0^b \tau_1 \cdot f_1(\tau_1)d\tau_1;$$

$$M(\tau_1) = \int_0^b \tau_1\left[\frac{2}{b} - \frac{2}{b^2}\cdot\tau_1\right]d\tau_1 = b - \frac{2}{3}b = \frac{b}{3}$$

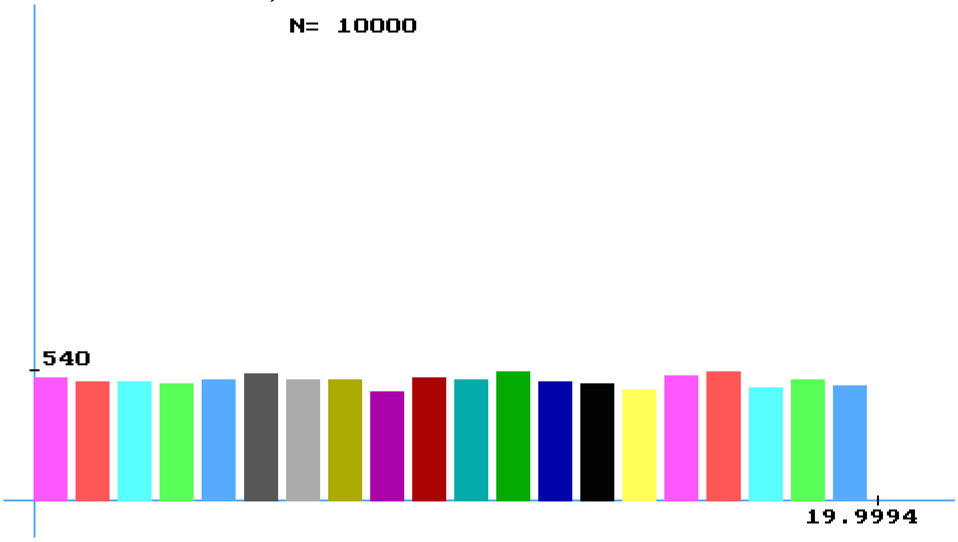
Математическое ожидание до 1-го события в потоке оказывается меньше, чем менаду любыми другими. Таким образом поток с равном, распределением не является простейшим и обладает свойством ограниченного последствия.

Поток вычисляется по формуле:

$$\tau_i = \frac{1}{\lambda_n}\cdot W_i \cdot 2$$

где W_i - случайные числа от 0 до 1.

Интенсивность: 0.1;



3. Определить основные характеристики марковской или лолумарковской моделей FIFO-системы по заданным параметрам входного и выходного информационных потоков: = 0.92, = 50 1/с; = 2.

Так как g=2, то рассматривать будем для полумарковских моделей FIFO системы.

Найдем основные характеристики:

N_s – среднее количество запросов в системе. N_s = ρ+ρ ^{2}(1+g)/(2*(1- ρ))= 0.92+0.92^2(1+2)/(2*(1-0.92))= 16.79, ρ= λ/ μ, тогда μ=54,348

T_s – среднее время пребывания заявок в системе. T_s = 1/μ+ρ(1+g)/(2*μ*(1- ρ))= 1/54,348+0.92(1+2)/(2*54,348*(1- 0.92))=0,3358

T_w – время ожидания системы. $T_w(t_s)$= t_s + T_Q = t_s + ρ(1+g)/(2*μ*(1- ρ)) = t_s + +0.92(1+2)/(2*54,348*(1- 0.92))= t_s + 0.3174

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ N 15

1 .Аналитическая и параметрическая математические модели объекта, их содержание и назначение.

В процессе разработки математической модели объекта можно выделить 7 этапов, представленных по следующей структуре:

1. Определяется возможность построения модели и анализируется существование модели.

2. Составляется содержательное описание его поведения, особенности его функционирования, множества входов и выходов которые составляют значимые отношения объекта с внешней средой.

3. Выделяются множества базовых элементов модели М,на котором задаются всевозможные отношения.

4.Конструирование математической модели.

5.Выбор и расчет параметров модели с целью соответствия процессов в модели и объекте.

6.Выбирается численный метод для решения исходных описаний и сост. алгоритм решения модели

7.Формируется экспериментальная машинная модель в виде отлаженной программы

4. Конструирование математической модели. Выделяя множество характеристик состояния и формируя операции между характеристиками состояния. Конечной целью является представление функций переходов и функций выходов, которые с математическим техническим заданием однозначно определяют переходы объекта из одного состояния в другое. С помощью **H, G** составляется функциональная модель. Для задания функции системы используются известные физические законы, положения прикладной теории для данного объекта и для мало- изученного объекта могут использоваться общие положения теории идентификации объекта. Эта теория включает: структурную и параметрическую идентификацию. В 1-ю часть включается множество методов, позволяющих сформировать математическое описание модели, т.е. определить класс уравнений, функций, которые могут использоваться для описания функционирования объекта. В конечном счете функционирование объекта представляется некоторым математическим описанием, которое задает **H** и **G** , а следовательно вектор состояний. Такое формализованное- математическое описание называется функциональной моделью. В функциональной модели пока еще не заданы числовые значения параметров /коэффициентов, функций, нелинейностей и т.д./, которые могли бы обеспечить соответствие процессов в модели и натуре.

5. Выбор и расчет параметров модели с целью соответствия процессов в модели и объекте. Параметры модели обычно определяются путем обработки ряда натурных экспериментов, в которых определены реакции системы на некоторые возмущения. В качестве входных воздействий на объект используется известный испытанный сигнал/гармонический, единичный скачок, единичный импульс, случайный сигнал с заданным распределением/. В конечном итоге формируется параметрическая или аналитическая модель объекта, которая может быть решена различными средствами и получены данные как результата тех или иных экспериментов. Расчетная аналитическая модель необходима для анализа поведения объекта и прогнозирования ситуации на будущее время. Использование модели аффективно для цели управления, но и не менее важно и проектирование /САПР/.

Одним из хороших приемов является аналитическое решение, но его можно выполнить только для простейших случаев. Основным методом решения аналитических моделей является моделирование на ЭВМ.

2.Пример решения марковской модели микроЭВМ как СМО с ожиданием.

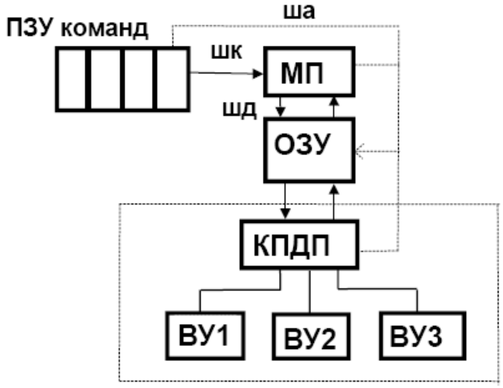
Цель исследования на модели - определение возможного свободного времени оперативной памяти /ОП/ микро-ЭВМ, работающей в системе управления в режиме реального времени для осуществления необходимого долгого ввода-вывода данных в память по каналу ПД без остановки вычислительного процесса.

Для оценки такого возможного времени микро-ЭВМ рассматривается как СМО с неограниченным ожиданием, причем каждая команда - некоторая заявка, которая характеризует ПЗУ. В этом случае ПЗУ - как некоторая очередь команд.

Структура такой СМО изображена на рисунке 1.

Если команды следуют последовательно друг за другом, то считаем, что это очередь **FIFO** заявок, если имеют место переходы, то это дисциплина **RAND**.

Известно, что при выполнении некоторого класса команд нет обращений к ОП. Например, это команды с непосредственной адрессацией /К580ИК80/, прямой регистровой и с неявкой. Во время цикла выполнения такой команды, ОЗУ - свободно. Его можно занять для ввода-вывода.



Чередование выполнения команд с различным типом адрессаций есть стахостический процесс, который в часном случае может обладать марковским свойством.

Выделим следующие дискретные состояния системы в соответствии с целью исследования.

Z_1 - выполнение команды с прямой адрессацией

Z_2 - выполнение команды с косвенной адрессацией

Z_3 - выполнение команд с непосредственной адрессацией с прямой регистровой и неявной

Z_4 - с другой через указатель стека

Очень важно для системы выделить некоторый шаг испытаний Δt. Очевидно, что для такой системы Δt должно быть меньше или равно минимальному времени возможного перехода системы из одного состояния в другое.

Δt = 2мкс /как время выполнения самой короткой команды в машине/.

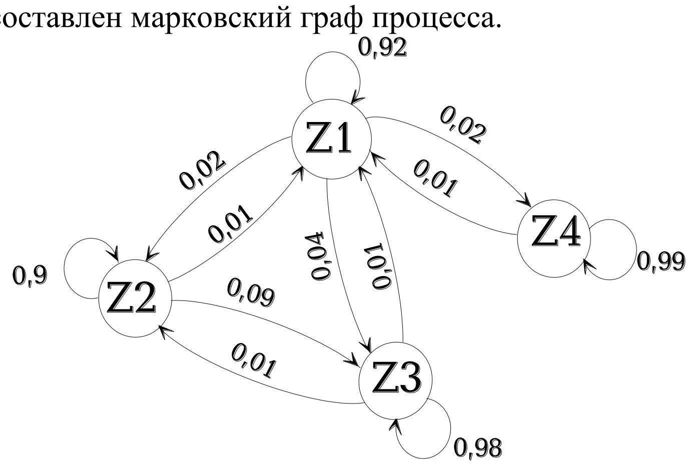
Для перехода к марковской модели процессов необходимо взять за основу следующие постулаты.

1-Й ПОСТУЛАТ: Тип адрессации каждой очередной команды не зависит от типа адрессации предыдущей

2-Й ПОСТУЛАТ: Время выполнения очередной команды распределяется то ли равномерно, то ли экспоненциально.

Вероятности переходов от одного типа адрессации к другому в микро-ЭВМ не зависят от времени.

Это дает нам право использовать однородную марковскую цепь для исследования процессов микро-ЭВМ. В результате исследований на модели были получены вероятности переходов $\mathbf{P_{ij}}$ и составлен марковский граф процесса.



По марковскому графу в соответствии со 2-м свойством однородных марковских цепей можно составить уравнения для равновесных вероятностей состояний и таким образом получить распределение вероятности.

Но кроме того необходимо оценить характеристики:

$\overline{t_{rj}}$ и $\overline{t_j}$. И тогда $\overline{t_3}$ - это то время, которое мы сможем выделить для ввода-вывода даных в

рис.3

некотором эквивалентном цикле.

1. Составим алгебраические уравнения относительно вероятностей состояний; для чего удобно пользоваться таблицей переходов из состояния в состояние.

$Z_i \setminus Z_j$	1	2	3	4	!
1	0.92	0.02	0.04	0.02	**=1**
2	0.01	0.9	0.09	-	**=1**
3	0.01	0.01	0.98	-	**=1**
4	0.01	-	-	0.99	**=1**

$$P_j = \sum_{j=0}^{n} P_{ij}\, P_i$$

$P_2=0.02P_1+0.9P_2+0.01P_3;$
$P_3=0.04P_1+0.09P_2+0.98P_3;$
$P_4=0.02P_1+\ +0.99P_4;$

решаем только
четыре уравнения

$1=P_1+P_2+P_3+P_4;$
$10P_2=2P_1+P_3;$
$2P_3=4P_1+9P_2;$
$P_4=2P_1;$
$1=P_1+P_2+P_3+P_4;$

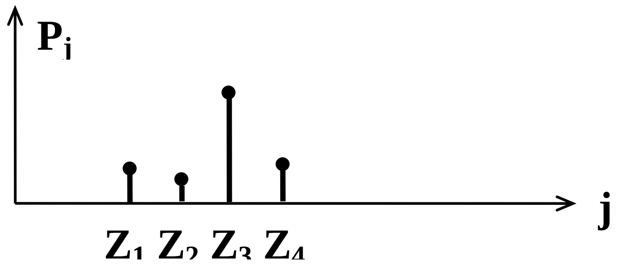
$10P_2=2P_1+2P_1+\frac{9}{2}P_2;$ $\qquad \frac{11}{2}P_2=4P_1;$

$1=P_1+P_2+2P_1+\frac{9}{2}P_2+2P_1;$ $\qquad P_2=\frac{8}{11}P_1;$

$P_4=\frac{2}{9};$ $\qquad P_1=\frac{1}{9};$ $\qquad P_2=\frac{8}{99};$

$P_3=\frac{2}{9}+\frac{9}{2}\cdot\frac{8}{99}=\frac{58}{99};$

подстановка в уравнение
должна сходиться



ВЫВОД: Вероятность выполнения команд с интересующим нас типом адрессации велика.

2. В процессе рассчета нас интересует время, которое мы можем определить, оценивая средние времена пребываний в каждом из состояний.

$$\overline{t_j} = \frac{P_{jj}}{1-P_{jj}}\Delta t \qquad \overline{t_3} = \frac{0.98}{1-0.98}\cdot 2 = 98 \text{ мкс.}$$

$$\overline{t_{rj}} = \frac{1}{P_j}\Delta t \qquad \overline{t_4} = \frac{0.99}{1-0.99}\cdot 2 = 198 \text{ мкс.}$$

$\overline{t_2} = 18$ì êc . мкс. $\qquad \overline{t_1} = 23$ мкс.

$$T_\Sigma = \sum_{j=1}^{n} \overline{t_j}; \qquad T_\Sigma = 337 \text{ мкс.}$$

$$\xi = \frac{\overline{t_3}}{T_\Sigma} = \frac{98}{337}$$ - доля свободного времени $\approx 0.3;$

т. е. 30% времени работы мы можем использовать для ввода-выода данных.

3. Определяем средние времена возвращений:

$\overline{t_{r1}} = \frac{9}{1} \cdot 2 = 18$ мкс; $\overline{t_{r2}} = \frac{99}{8} \cdot 2 = 24.75$ мкс;

$\overline{t_{r3}} = \frac{99}{58} \cdot 2 = 3.3$ мкс; $\overline{t_{r4}} = 9$ мкс.

Мы предполагаем, что вероятности переходов заданы /$\mathbf{P_{ij}}$ /, но в реальных исследованиях весь расчет практически выполняется в обратном порядке. Дело в том, что в моделирующей системе мы накапливаем множество времен пребывания системы в некотром **j**-том состоянии /$\mathbf{t_j}$ /, организуя счетчики и работая с таблицей состояний. Из этой таблицы можно посчитать $\mathbf{t_{rj}}$. Обрабатывая $\mathbf{t_j}$ и $\mathbf{t_{rj}}$ получаем средние значения $\overline{t_{rj}}$ и $\overline{t_j}$. Зная шаг испытаний Δt по этим характеристикам можно найти равновесные вероятности состояний:

$$P_j = \frac{1}{\overline{t_{rj}}} \Delta t;$$

а также:

$$P_{jj} = \frac{\overline{t_j}}{\overline{t_j} + \Delta t};$$

а вероятности переходов из одного состояния в другое определяются путем решения алгебраических уравнений, но в несколько ином ключе, находим $\mathbf{p_{ij}}$, которое задаем затем на марковском графе.

3.Определить основные характеристики стационарного информационного потока с гиперэкспоненциальным распределением по известным параметрам распределения:

λ =200 1/с, φ=0.1

Рассчитаем 4 основные характеристики:

Математическое ожидание M_τ=1/ λ = 1/200 = 0.005.

Интенсивность потока λ=1/ M_τ = 200. $\lambda = \alpha$

Дисперсия $D_\tau = 1/\alpha^2(1+(1-2*\varphi)^2/(2*\varphi(1- \varphi))$ для гиперэкспоненциального потока. $D_\tau = 1/40000*(1+(1-2*0.1)^2/(2*0.1(1- 0.1))=0.000113889$

Коэффициент вариации потока

$g= (1+(1-2*\varphi)^2/(2*\varphi(1- \varphi)) = (1+(1-2*0.1)^2/(2*0.1(1- 0.1))=4.555$

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ N 16

1 .Роль процессов-идентификаций и верификации в моделировании.

В процессе разработки математической модели объекта можно выделить 7 этапов, представленных по следующей структуре:

1. Определяется возможность построения модели и анализируется существование модели.

2. Составляется содержательное описание его поведения, особенности его функционирования, множества входов и выходов которые составляют значимые отношения объекта с внешней средой.

3. Выделяются множества базовых элементов модели М,на котором задаются всевозможные отношения.

4.Конструирование математической модели.

5.Выбор и расчет параметров модели с целью соответствия процессов в модели и объекте.

6.Выбирается численный метод для решения исходных описаний и сост. алгоритм решения модели

7.Формируется экспериментальная машинная модель в виде отлаженной программы

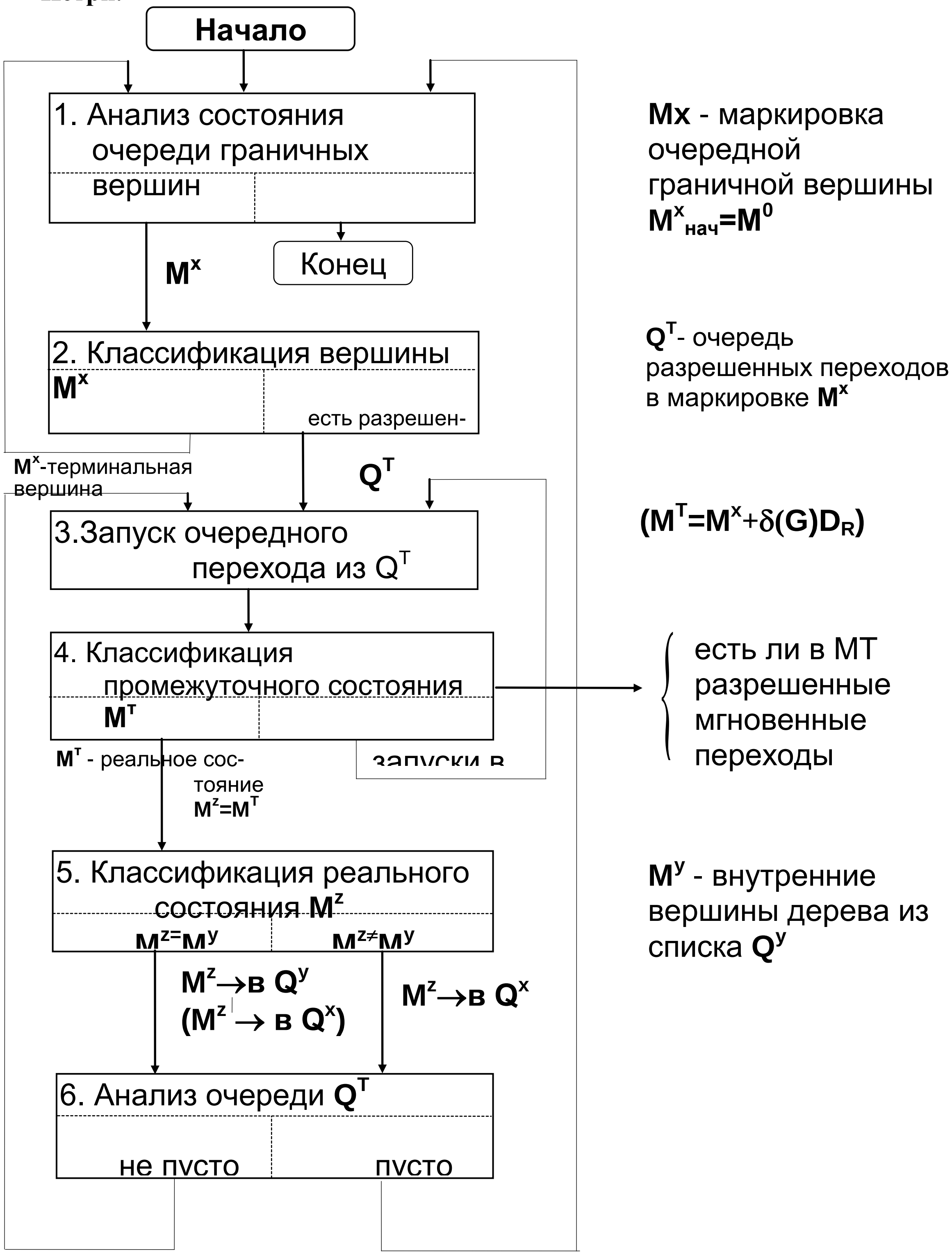
Конструирование математической модели. Выделяя множество характеристик состояния и формируя операции между характеристиками состояния. Конечной целью является представление функций переходов и функций выходов, которые с математическим техническим заданием однозначно определяют переходы объекта из одного состояния в другое. С помощью H, G составляется функциональная модель. Для задания функции системы используются известные физические законы, положения прикладной теории для данного объекта и для мало- изученного объекта могут использоваться общие положения теории идентификации объекта. Эта теория включает: структурную и параметрическую идентификацию. В 1-ю часть включается множество методов, позволяющих сформировать математическое описание модели, т.е. определить класс уравнений, функций, которые могут использоваться для описания функционирования объекта. В конечном счете функционирование объекта представляется некоторым математическим описанием, которое задает H и G , а следовательно вектор состояний. Такое формализованное- математическое описание называется функциональной моделью. В функциональной модели пока еще не заданы числовые значения параметров /коэффициентов, функций, нелинейностей и т.д./, которые могли бы обеспечить соответствие процессов в модели и натуре.

6. Выбирается численный метод для решения исходных описаний и составляется общий алгоритм решения модели. Такой алгоритм называется моделирующим алгоритмом. В ряде случаев его можно построить , минуя 4 и 5-й этапы. Метод имитационного моделирования позволяет прямо на основе структурной модели составить моделирующий алгоритм и переходить в дальнейшем к эксперименту. Результаты этих экспериментов позволяют уточнить аналитическую модель.

7. Формируется экспериментальная машинная модель в виде отлаженной программы /на языке высокого уровня или в машинных кодах/, которая может быть запущена и выполнена при любых заданных исходных данных, вариации которых определяются планом эксперимента. Экспериментальная модель - та, на которой можно изменив исходные данные можно получить новое решение модели. Дня аналоговых моделей вместо алгоритма модели используется некоторая структура операционных блоков, которые непосредственно составляются на основе аналитической модели.

На 6-м этапе для АВМ используется структурный метод программирования, а экспериментальная модель уже выглядит в виде аппаратуры. На 7-м этапе экспериментальная модель проверяется на достоверность и адекватность/соответствие/ объекту. Процесс про- верки функционирования модели с целью определения ее достоверности, т.е. соответствия исходным предположениям называется процессом модели верификации. В этом процессе надо убедиться, что не существует таких исходных данных, при которых модель вышла бы за рамки существующих предположений о поведении объекта. Существуют критериальные оценки адекватности, а есть и параметрические оценки соответствия, в которых соответствие устанавливается путем сравнения параметров объекта и модели.

2 Алгоритм работы имитационной модели в режиме "Построение дерева достижимости сетей Петри.



3.Определить основные характеристики марковской или полумарковской моделей FIFO-системы по заданным параметрам входного и выходного информационных потоков: = 10 с: = 0.95; =1/2.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ N17

1 .Имитационное моделирование - современный метод исследования сложных систем.

Имитационное моделирование реализуется на ЦЭВМ с помощью разработанных моделирующих систем и соответствующих языков имитационного моделирования. В имитационном моделировании существуют некоторые формальные описания или некоторые модели форм систем, которые представляют выбранное базовое описание сложных систем. К имитационным моделям относят:

1. формальную дискретную систему
2. формальную непрерывную систему
3. формальную непрерывно-дискретную систему.

Выбор зависит от целей, действительной сложности самой модели поставленных задач.

Формальной дискретной системой называется система, состояние которой изменяется лишь в некоторые дискретные моменты времени наступления событий, причем каждое событие может привести не только к изменению состояния, но и к изменению параметров системы, алгоритмов функционирования или даже структуры системы. В периоды между событиями состояние не изменяется. Переходы из состояния в состояние происходят мгновенно и нет таких моментов времени, когда состояние ни определено. Типичный пример - комбинационная схема ЭВМ.

Непрерывная формальная система - это система, функционирование которой с некоторого начального момента $\mathbf{t_0}$ описывается системами дифференциальных уравнений, а непрерывное взаимодействие компонентов такой системы представляется в виде реализаций определенных функциональных зависимостей, характеристик состояния, в т.ч. непрерывного времени. Мгновенное состояние непрерывной системы в некоторый момент времени определяется множеством мгновенных значений характеристик состояний, или переменных, которые определены в левых частях системы дифференциальных уравнений.

Состояние непрерывной системы задается вектором состояния в примерной области характеристик состояния. Для непрерывных систем выделяется область допустимых состояний, когда ни одна из характеристик не выходит за пределы допустимых диапазонов.

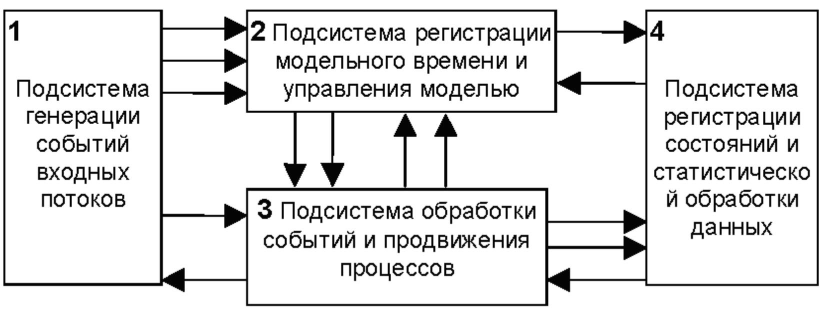
Чисто непрерывных или чисто дискретных систем не существует, т.к. даже непрерывная система связана с событиями "пуск" и "останов" как минимум.

Более общим представлением является непрерывно-дискретная система, в которой отдельные события могут повлиять на параметры решаемых систем дифференциальных уравнений, могут порождать новые непрерывные процессы или завершить развитие их.

Непрерывно-дискретные системы - это непрерывные системы со вложенной дискретной моделью управления.

Для описания моделей сложных систем используются языки имитационного моделирования, которые ориентированы на некоторые программные готовые средства систем моделирования. Эти языки и системы имитационного моделирования могут быть ориентированы на исследование только дискретных, только непрерывных или непрерывно- дискретных систем.

Общая структура систем имитационного моделирования



2.Равновесные вероятности состояний и свойства однородных марковских цепей.

Простейшим видом марковской цепи является однородная марковская цепь, в которой вероятности перехода из состояния в состояние $\mathbf{P_{ij}}$ не зависят от времени, а следовательно марковская цепь для любых сечений случайного процесса представляется одним и тем же **G**, одной и той же таблицей **T.**

Некоторые определения, которые позволят сформулировать свойства однородных марковских цепей /для рассчета и анализа в процессах /.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1 Если в одной марковской цепи можно из любого состояния Z_i перейти в любое другое состояние за как угодно большой интервал времени, то такая марковская цепь называется *неприводимой*. В графе такой марковской цепи будут отсутствовать "висячие" вершины /в которые входят стрелки, но не выходят/.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2 Состояние однородной марковской цепи Z_j называется возвратным, если вероятность вернуться в него по истечении некоторого большого времени равна 1.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3 Средним временем возвращения $\overline{t_{rj}}$ в некоторое возвратное состояние Z_j называется *среднее время между многими очередными возвращениями в это состояние*. Если имеет место цикличность, то тогда речь идет о стахастическом процессе, а можно использовать более простые средства анализа.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 4 Если все состояния однородной марковской цепи апериодичные, то такая марковская цепь называется *апериодической*, и в ней не развиваются различные циклические процессы.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 5 Если времена возвращения t_{rj} не одинаковы /не повторяются/, то такое возвратное состояние Z_j называется *опериодичным.*

СВОЙСТВО 1:

Если марковская цепь однородна, неприводима и апериодична, то для каждого состояния цепи существуют некоторые предельные вероятности состояний P_j, которые называются равновесными, и которые не зависят от времени и от начальных условий, т.е.

$$P_j = \lim_{k \to \infty} P_j\ (K)$$

Вероятностный переходный процесс как-бы закончился и наступил равновесный, не зависящий от $P_j\,(0)$.

СВОЙСТВО 2:

Если все состояния однородной марковской цепи возвратны, а средние времена t_{rj} конечны, то для такой марковской цепи имеет место стационарное распределение вероятностных состояний:

$$\begin{cases} 1.\ \sum\limits_{j=0}^{\infty(n)} Pj = 1; \\ 2.\ Pj = \sum\limits_{j=0}^{n(\infty)} Pij\ Pi \end{cases}$$

- сумма произведений другого состояния на вероятность перехода из **i**-го состояния в **j**-тое

Равновесие вероятности состояний марковской цепи и вероятности переходов позволяют вычислить важные характеристики однородного марковского процесса:

$$\begin{cases} \overline{t_{rj}} \\ t_j \end{cases}$$

- время возвращения в **j**-тое состояние
- среднее время пребывания в каждом **j**-ом состоянии

Но эти времена задаются с учетом шага испытаний Δt.

Текущее состояние процесса на марковском графе отображается точкой. На каждом шаге Δt мы точку снимаем и разрываем переход. Среднее время возврата в каждое состояние:

$$\overline{t_{rj}} = \frac{1}{P_j}\ \Delta t$$

Δt выбирается как минимальный шаг, при котором возможен физический переход.

Для определения среднего времени $\overline{t_j}$ воспользуемся некоторыми фрагментами цепи, которые подвергались испытаниям на каждом шаге.

Среднее время будет видимо определяться вероятностью переходов в то же самое состояние P_{jj}, которая должна согласовываться с вероятностью выхода / I- P_{jj} /.

Среднее время пребывания в **j**-том состоянии может определить как геометрическое расределение вероятности возвращения в то же состояние на **k** шагах испытаний. В этом случае вероятность того, что в Z_j будем находить **k** шагов будет:

Это геометрическое дискретное распределение характеризует результаты испытаний с /**k**-I/ неуспехом и одним успехом, и наоборот.

Для среднего времени при геометрическом распределении:

$$\overline{t_j} = \frac{P_{jj}}{1-P_{jj}} \Delta t,$$

$\frac{P_{jj}}{1-P_{jj}}$ - задает среднее время для **k**.

Геометрическое распределение является простейшим распределением без последствия. Именно оно характеризует процесс обследования заявок в СМО, поскольку Z_j мы можем рассмотреть как состояние обследования **j**-той заявки. Тогда среднее время ее обследования распределяется геометрически.

Если выходной поток СМО имеет более сложное распределение чем экспоненциальное или геометрическое, а для описания процессов СМО используется однородная марковская цепь, то в этом случае имеет место некоторое логическое несоответствие, и такая модель называется *полумарковской*. Такая модель называется с вложенным марковским процессом.

Если же выходной поток простейший, то можно назвать эту модель марковской и использовать однородные цепи для анализа процесса.

3.Определить основные характеристики FIFO- и PS- систем и построить график зависимости Tw(ts) времени ответа систем на конкретное задание по заданным параметрам входного и выходного информационных потоков: fc =0.9; =0.5 с. =5, =2.5 с.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ N 18

1 .Сущность имитационного моделирования. Понятие о формальных системах.

Имитационное моделирование реализуется на ЦЭВМ с помощью разработанных моделирующих систем и соответствующих языков имитационного моделирования. В имитационном моделировании существуют некоторые формальные описания или некоторые модели форм систем, которые представляют выбранное базовое описание сложных систем. К имитационным моделям относят:

1. формальную дискретную систему
2. формальную непрерывную систему
3. формальную непрерывно-дискретную систему.

Выбор зависит от целей, действительной сложности самой модели поставленных задач.

Формальной дискретной системой называется система, состояние которой изменяется лишь в некоторые дискретные моменты времени наступления событий, причем каждое событие может привести не только к изменению состояния, но и к изменению параметров системы, алгоритмов функционирования или даже структуры системы. В периоды между событиями состояние не изменяется. Переходы из состояния в состояние происходят мгновенно и нет таких моментов времени, когда состояние ни определено. Типичный пример - комбинационная схема ЭВМ.

Непрерывная формальная система - это система, функционирование которой с некоторого начального момента t_0 описывается системами дифференциальных уравнений, а непрерывное взаимодействие компонентов такой системы представляется в виде реализаций определенных функциональных зависимостей, характеристик состояния, в т.ч. непрерывного времени. Мгновенное состояние непрерывной системы в некоторый момент времени определяется множеством мгновенных значений характеристик состояний, или переменных, которые определены в левых частях системы дифференциальных уравнений.

Состояние непрерывной системы задается вектором состояния в примерной области характеристик состояния. Для непрерывных систем выделяется область допустимых состояний, когда ни одна из характеристик не выходит за пределы допустимых диапазонов.

Чисто непрерывных или чисто дискретных систем не существует, т.к. даже непрерывная система связана с событиями "пуск" и "останов" как минимум.

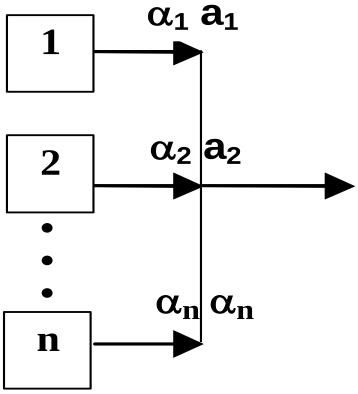
Более общим представлением является непрерывно-дискретная система, в которой отдельные события могут повлиять на параметры решаемых систем дифференциальных уравнений, могут порождать новые непрерывные процессы или завершить развитие их.

Непрерывно-дискретные системы - это непрерывные системы со вложенной дискретной моделью управления.

2. Гиперэкспоненциальный информационный поток и его характеристики. Основные соотношения для генерации событий такого потока.

В некоторых случаях "частых" потоков коэффициент вариаций оказывается больше 1. В этом случае можно использовать модель потока, использующую понятие фазы.

Такой поток частых событий может быть интерпретирован следующей схемой. Некоторое число паралельных генераторов формирует каждый свою заявку



В таком потоке фаза связана с номером генератора.

Функция распределения вероятности.

$$F(\tau) = 1 - \sum_{i=1}^{K} a_i \cdot e^{-\alpha_i \tau};$$

$$\sum_{i=1}^{K} a_i = 1$$ - свойство коэффициентов.

Функция плотности распределения:

$$f^{(K)}(\tau) = \sum_{i=1}^{K} a_i \alpha_i \cdot e^{-\alpha_i \tau};$$

Для анализа такое распределение оказывается сложным, т.к. выражения для математических ожиданий, суммарная общая интенсивность потока сложны и зависят от многих параметров.

Всякое экспоненциальное распределение базируется на одном и том же параметре α . Для упрощения модели такого /гипер-экспотенциального/ потока вводится понятие непрерывной фазы /φ/, причем сам поток рассматривается как поток второго порядка. При этом φ рассматривается как вероятность появления заявки с выхода 1-го генератора. Кроме того для данного гипер-экспоненциального потока вводится некоторая эквивалентная интенсивность, которая, как и для всех экспоненциальных потоков, задается

$\alpha_1 = 2\varphi\alpha$; $\alpha_2 = 2(1-\varphi)\alpha$.

$\lambda < \alpha$; $a_1 = \varphi$, $a_2 = 1-\varphi$.

Вводятся два параметра α и φ , которые рассчитываются по трем. В таком представлении для потока используется следующее распределение:

$$F^{(2)}(\tau) = 1 - \varphi \cdot e^{-2\varphi\alpha\tau} - (1-\varphi) \cdot e^{-2(1-\varphi)\alpha\tau};$$

$$f^{(2)}(\tau) = 2\varphi^2\alpha e^{-2\varphi\alpha\tau} + 2(1-\varphi)^2\alpha e^{-2(1-\varphi)\alpha\tau}.$$

Для данного распределения мы можем посчитать обычным аналитическим способом основные характеристики.

1. Математическое ожидание:

$$M(\tau) = \frac{1}{\alpha}.$$

2. Интенсивность потока:

$\lambda = \alpha$.

3. Дисперсий:

$$D(\tau) = \frac{1}{\alpha^2}\left(1 + \frac{(1-2\varphi)^2}{2\varphi(1-\varphi)}\right).$$

4. Коэффициент вариаций потока:

Данная Модель с введением φ достаточно близко воспроизводит работу центрального процессора.

φ вычисляется для каждого конкретного **g.** Можно показать, что φ может быть любым.

Если $\varphi = 0$ $g \to \infty$

$\varphi = \frac{1}{2}$ $g = 1$

$$g = 1 + \frac{(1-2\varphi)^2}{2\varphi(1-\varphi)};$$

Поток вычисляется по формуле:

$$\tau_i = -\frac{1}{\alpha} \cdot \ln(W_i)$$

где $\alpha = 2 \cdot \varphi \cdot \lambda_n$, если $\varphi < W_i$ иначе $\alpha = 2 \cdot (1-\varphi) \cdot \lambda_n$.

W_i - случайное число [0,1], которое рассчитывается с помощью генератора случайных чисел.

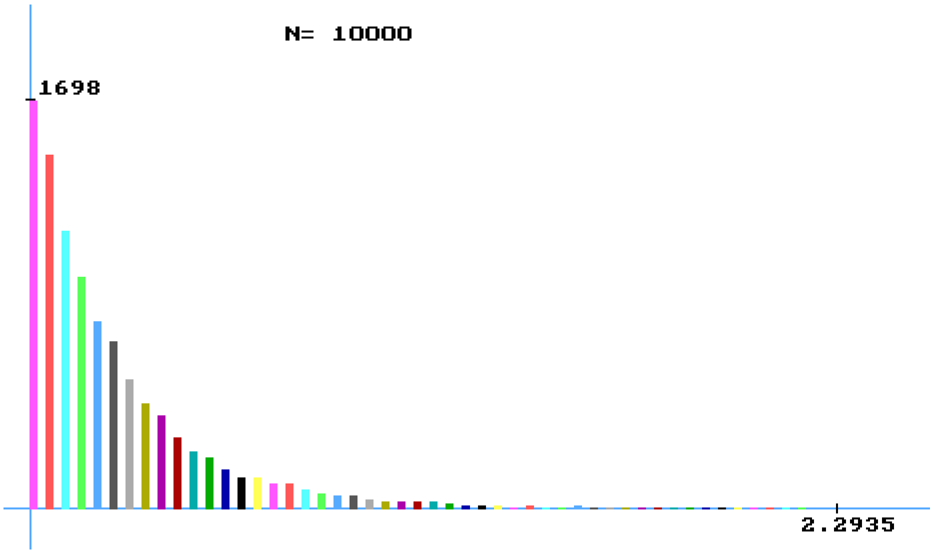
φ - фаза потока, которая рассчитывается в зависимости от коэфициента вариации:

$$\varphi = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{2 \cdot g + 2}}$$

Коэффициент вариации для гиперэкспоненциального потока больше 1.

Пример:

Интенсивность: 4; коэф. вариации: 1,1;



3.Определить основные характеристики однородной марковской цепи, заданной графом следующего вида:

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ N 19

1 . Формальные непрерывная, дискретная и непрерывно-дискретная системы.

Непрерывная формальная система - это система, функционирование которой с некоторого начального момента t0 описывается системами дифференциальных уравнений, а непрерывное взаимодействие компонентов такой системы представляется в виде реализаций определенных функциональных зависимостей, характеристик состояния, в т.ч. непрерывного времени. Мгновенное состояние непрерывной системы в некоторый момент времени определяется множеством мгновенных значений характеристик состояний, или переменных, которые определены в левых частях системы дифференциальных уравнений.

Состояние непрерывной системы задается вектором состояния в примерной области характеристик состояния. Для непрерывных систем выделяется область допустимых состояний, когда ни одна из характеристик не выходит за пределы допустимых диапазонов.

Чисто непрерывных или чисто дискретных систем не существует, т.к. даже непрерывная система связана с событиями "пуск" и "останов" как минимум.

Более общим представлением является непрерывно-дискретная система, в которой отдельные события могут повлиять на параметры решаемых систем дифференциальных уравнений, могут порождать новые непрерывные процессы или завершить развитие их.

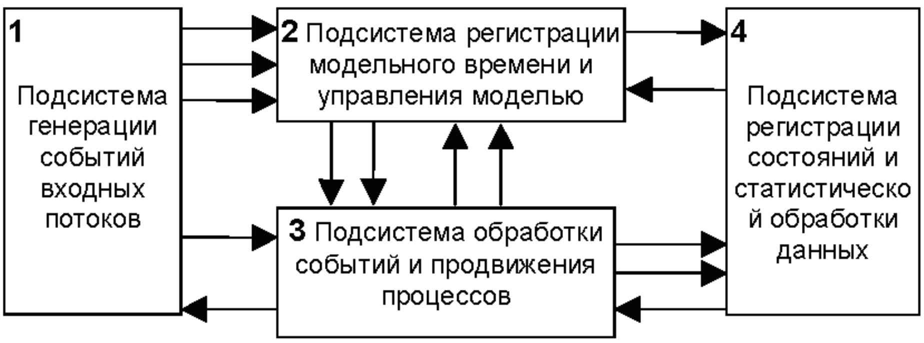
Непрерывно-дискретные системы - это непрерывные системы со вложенной дискретной моделью управления.

Для описания моделей сложных систем используются языки имитационного моделирования, которые ориентированы на некоторые программные готовые средства систем моделирования. Эти языки и системы имитационного моделирования могут быть ориентированы на исследование только дискретных, только непрерывных или непрерывно- дискретных систем.

Для моделирования дискретных систем - GPSS /многоцелевая система моделирования, работающая в ОС ЕС. Язык СИМУЛА , АЛСИМ используется для описания дискретных систем АСУ производства.

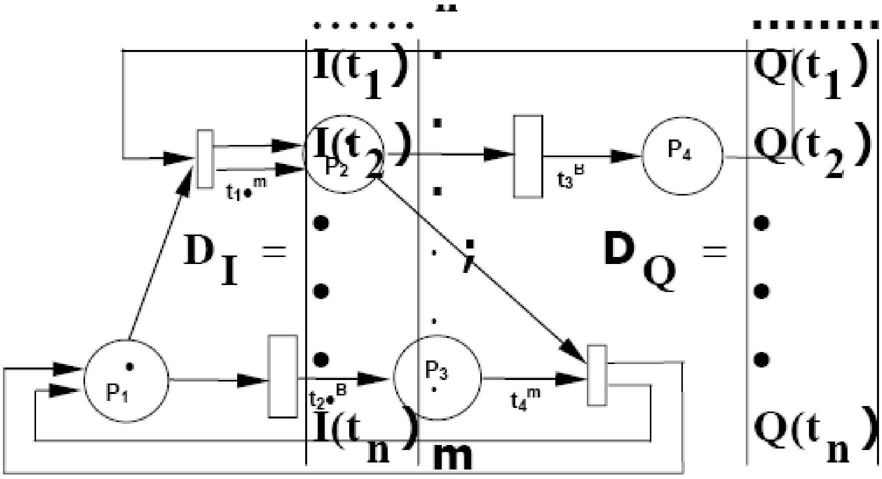
Для исследования непрерывных систем языки: ДИНАМО, MIM

Общая структура систем имитационного моделирования



2. Выполнение сетей Петри на основе решения матричных уравнений. Примеры.

Движение фишек в сети может быть представлено в модели достаточно
простыми математическими средствами.
собственно сеть Пэтри отражается в машине двумя матрицами:
DI_ матрица входов
DQ_ матрица функций выходов



Тогда:

$$D_I = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} \quad D_Q = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Используются специальные вектора запуска перехода:

$\bar{\delta}(t_j)$

$\bar{\delta}(G)$ - вектор запуска одного перехода **tj**;

- вектор запуска последовательности переходов **G**

Этот вектор задается колличеством запусков, но при этом теряется их последовательность.

Пример:

$\bar{\delta}$ **($t_2 \bullet^B$)=(1000)**

$\bar{\delta}$ **(G)=(1201)**$\Rightarrow$

G=<$t_2 \bullet^B$, $t_1 \bullet^m$, t_4^m, $t_1 \bullet^m$) либо

G=<$t_2 \bullet^B$, t_4^m, $t_1 \bullet^m$, $t_1 \bullet^m$)

G

n - число позиций

m - число переходов

$M^0 \rightarrow M'$ - здесь порядок переходов роли не играет.

Для того, чтобы быть уверенными в разрешении переходов: $M'' \geq I(t_j)$ целесообразно использовать векторы запуска по одному переходу $\bar{\delta}$ **(t_j)**.

Баланс движения фишек в сетях Пэтри определяется следующим матричным уравнением:

$$M'' = M' - \overbrace{\bar{\delta}(G) D_I}^{\text{количество фишек, снимаемых с позиций сети при запуске.}} + \underbrace{\bar{\delta}(G) D_Q}_{\text{количество фишек размещающихся в выходныхпозициях переходов в результате запуска.}}$$

M' - исходная маркировка /до запуска/.
M'' - конечная маркировка /после запуска/.

$$M'' = M' + \bar{\delta}(G)\underbrace{(D_Q - D_I)}_{D_R}$$

- результати

D_R отражает конфигурацию сети Пэтри и не зависит от маркировок.
Условие разрешения переходов можно проверить только с помощью матрицы D_I.

$M'' = M' + \bar{\delta}(G) \cdot D_R$ - окончательно.

<u>Пример:</u> /для представленной сети Пэтри/:

$$D_R = D_Q - D_I = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Пусть $M = \overbrace{/2,1,0,0/}^{n}$

$G = \langle t_2{\bullet}^{B};\ t_4^{m} \rangle \Rightarrow M'' = /3,0,0,0/.$

$\Updownarrow$

$\bar{\delta}(G) = \overbrace{/1,0,0,1/}^{m}$

$$M'' = /\ 2,1,0,0\ / + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= /2,1,0,0/ + 1/-1,0,1,0/ + 1/\ 2,-1,-1,0/ = /3,0,0,0/$$

Используя матричные операции в модели на ЭВМ, легко выполнить сети Пэтри, но должна быть задана конфигурация сети.
При исследованиях иногда решают задачу найти последовательность запусков **G** , которая привела из состояния **M'** в состояние **M''** .
Таких последовательностей может быть несколько.
В соответствующую модель должна быть заложена процедура выполнения сетей Пэтри.

3 ЛопСП^ТПТЬ ОСНОВЩИК .\uj^U" -| г ~в^_-
' нным" параметрам входного и выходного информационных потоков:

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ N 20

1 формальная дискретная система, примеры задания состояний ФДС и представление процессов их изменения.

Формальной дискретной системой называется система, состояние которой изменяется лишь в некоторые дискретные моменты времени наступления событий, причем каждое событие может привести не только к изменению состояния, но и к изменению параметров системы, алгоритмов функционирования или даже структуры системы. В периоды между событиями состояние не изменяется. Переходы из состояния в состояние происходят мгновенно и нет таких моментов времени, когда состояние ни определено. Типичный пример - комбинационная схема ЭВМ.

Для описания моделей сложных систем используются языки имитационного моделирования, которые ориентированы на некоторые программные готовые средства систем моделирования. Эти языки и системы имитационного моделирования могут быть ориентированы на исследование только дискретных, только непрерывных или непрерывно- дискретных систем.

Для моделирования дискретных систем - **GPSS** /многоцелевая система моделирования, работающая в ОС ЕС. Язык **СИМУЛА** , **АЛСИМ** используется для описания дискретных систем АСУ производства.

Для управления имитационными моделями реализуются 5 принципов, которые определяют состав компонентов системы имитационного моделирования:

1) принцип дельта Т – метод сканирования процеса
2) принцип планирования событий – реализует метод особых состояний системы
3) принцип больших шагов дельта Т – реализует метод отображения развития модели
4) принцип последовательной проводки заданий – реализует метод ре активации процесса
5) принцип активации ресурсов

2. Принцип относиться к моделированию формальных дискретных систем, в которых состояния изменяются при некоторых событиях, при этом всегда можно выделить конечное количество состояний. Каждое событие переводит систему в особое состояние (возбуждения). Кроме переходов новое состояние система также может изменять свои параметры, а иногда даже и структуру. Пример ФДС – цифровой автомат. При обработке событий в имитационных системах могут планироваться будущие события (условные события), внешние события – безусловные события. Для управления используются управляющий список событий (УСС). После обработки очередного события время передвигается к времени Тк.

2.Свойства сетей Петри, методы и примеры их анализа.

57. Свойства сетей Петри, методы и примеры их анализа.

1. Безопасность и ограниченность
2. Абсолютная сохраняемость или сохраняемость по отношению к вектору взвешивания
3. Активность /пассивность/ фрагмента сети или перехода
4. Достижимость или покрываемость той или иной маркировкисети

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1. Позиция сети Пэтри называется безопасной, если элемент маркировки $m_i=M(p_i)\le 1$ всегда!, т.е. $m_j=\{0,1\}$.

Сеть Пэтри называется безопасной, если все ее позиции безопасны /в соответствующей позиции сети не может появиться более одной фишки/.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2. Позиция сети Пэтри P_i называется **N**- ограниченной, если $m_i \le N$ любой маркировки /**N>1**/. Сеть Пэтри называется **N**- ограниченной, если все позиции сети **N**- ограничены.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3. Сеть Пэтри с начальной маркировкойM^0 называется абсолютно-сохраняемой, если соответствующей **M’** сети справедливо:

$$\sum_{i=1}^{n} M^0(p_i) = \sum_{i=1}^{n} M'(p_i).$$

В нашем примере: Сеть Пэтри - триограничена и строгосохраняема.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 4. Сеть Пэтри называется сохраняемой по отношению к некоторому вектору взвешивания $W = /w_1, w_2, ..., w_n/$, заданному на множестве позиций **P** сети, где W_i=1,2,..., если соответственно **M’** сети справедливо:

$$\sum_{i=1}^{n} w_i M^0(p_i) = \sum_{i=1}^{n} w_i M'(p_i),$$

таким образом, w_i - весовой коэффициент фишки в **i**-й позиции.

В сетях Пэтри с $\mathbf{M^0}$ может оказаться такая ситуация, в которой переход $\mathbf{t_j}$ будет неразрешенным соответственно последовательности запусков.

В этом случае, переход $\mathbf{t_j}$ называется пассивным, а соответствующий фрагмент сети называется пассивным фрагментом.

С понятием пассивности связано понятие тупика сети Пэтри.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Если в сети Пэтри с $\mathbf{M^0}$ существует некоторая последовательность запуска **G**, приводящая к **M'** , когда все переходы сети оказываются пассивными, то в такой сети Пэтри могут иметь место тупики, а называется тупиковым состоянием.

Для исследования сетей Пэтри необходимо определить, что некоторая **M'** достижима из $\mathbf{M^0}$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. **M'** называется достижимой в сети Пэтри с начальной $\mathbf{M^0}$, если существует некоторая последовательность запусков **G**, превращающая сеть Пэтри в данную **M'**.

Говорят, что **M'** принадлежит дереву достижимости сети Пэтри с начальной $\mathbf{M^0}$:

$\mathbf{M' \subset R(СП, M^0)}$.

При исследовании сетей Пэтри важно выделять специальное свойство:

наличие конфликта в сети.

Этим свойством могут обладать 2 или более перехода сети.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Если в некоторой маркировке **M'** сети Пэтри существует 2 или более разрешенных перехода,срабатывание одного из которых приводит к снятию условий разрешения для других переходов, то такие переходы называются конфликтующими, а сеть Пэтри - конфликтной.

Для разрешения конфликтов в сетях используют специальные средства.

Например, для стохастических сетей Пэтри используют ключи распределения $\mathbf{R_i}$.

Рассмотренная ранее сеть Пэтри является конфликтной /переходы $\mathbf{t_1^m}$ и $\mathbf{t_2^В}$ конфликтующие, $\mathbf{t_3^В}$ и $\mathbf{t_4^m}$ - тоже/. В этом примере конфликт разрешался приоритетным путем /мгновенные переходы имеют приоритет выше, чем временные/.

Но признак приоритета может устанавливаться извне, независимо мгновенный это переход или временной.

В случае установления приоритетов для разрешения приоритетов переходов необходимо дополнительное условие разрешения более приоритетных переходов.

Наиболее эффективным является использование ключей, причем $\sum \mathbf{p_i} = \mathbf{1}$. Они рассматриваются как вероятности срабатывания одного из конфликтующих переходов.

В соответствующей модели должны быть выбраны и исследованы механизмы разрешения конфликтов.

3 Определить основные характеристики FIFO- и PS- систем и построить график зависимости I Twits) времени ответа систем на конкретное задание по заданным параметрам входного и выходного информационных потоков: = 0.85. =20 1/с. =1.2 с. I

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ N21

1.Формальная непрерывная система, примеры задания состояний ФНС и представление области допустимых состояний.

Непрерывная формальная система - это система, функционирование которой с некоторого начального момента $\mathbf{t_0}$ описывается системами дифференциальных уравнений, а непрерывное взаимодействие компонентов такой системы представляется в виде реализаций определенных функциональных зависимостей, характеристик состояния, в т.ч. непрерывного времени. Мгновенное состояние непрерывной системы в некоторый момент времени определяется множеством мгновенных значений характеристик состояний, или переменных, которые определены в левых частях системы дифференциальных уравнений.

Состояние непрерывной системы задается вектором состояния в примерной области характеристик состояния. Для непрерывных систем выделяется область допустимых состояний, когда ни одна из характеристик не выходит за пределы допустимых диапазонов.

Чисто непрерывных или чисто дискретных систем не существует, т.к. даже непрерывная система связана с событиями "пуск" и "останов" как минимум.

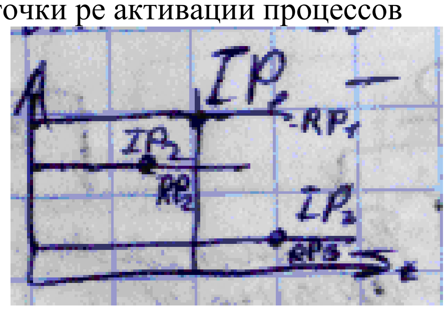
Для описания моделей сложных систем используются языки имитационного моделирования, которые ориентированы на некоторые программные готовые средства систем моделирования. Эти языки и системы имитационного моделирования могут быть ориентированы на исследование только дискретных, только непрерывных или непрерывно- дискретных систем.

Для исследования непрерывных систем языки: ДИНАМО, MIM

Когда выбор дельтаТ связан с необходимостью отображения имитационной системы (имитатор тренажеров). Особенность реализации в том, что обработка услов. и безусловных событий, попавших в один шаг дельтаТ, откладываются во времени до некоторого безусловного события - смена кадра изображения.

Преимущество – простота обработки модели, при имитационном моделировании могут быть ошибки, даже логические, так как порядок событий разнообразным образом влияет на систему.

4.Предусматривает существование, как программ процессов, так и программ обработки событий. Когда процессы остановились, то вызываться единая программа обработки событий, она намечает точки ре активации процессов



IP – точка реактивации

2.Свойства и основные характеристики однородных марковских цепей.

Простейшим видом марковской цепи является однородная марковская цепь, в которой вероятности перехода из состояния в состояние $\mathbf{P_{ij}}$ не зависят от времени, а следовательно марковская цепь для любых сечений случайного процесса представляется одним и тем же **G**, одной и той же таблицей **T.**

Некоторые определения, которые позволят сформулировать свойства однородных марковских цепей /для рассчета и анализа в процессах /.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1 Если в одной марковской цепи можно из любого состояния $\mathbf{Z_i}$ перейти в любое другое состояние за как угодно большой интервал времени, то такая марковская цепь называется *неприводимой*. В графе такой марковской цепи будут отсутствовать "висячие" вершины /в которые входят стрелки, но не выходят/.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2 Состояние однородной марковской цепи $\mathbf{Z_j}$ называется возвратным, если вероятность вернуться в него по истечении некоторого большого времени равна 1.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3 Средним временем возвращения $\overline{\mathbf{t_{rj}}}$ в некоторое возвратное состояние $\mathbf{Z_j}$ называется *среднее время между многими* *очередными возвращениями в это состояние*. Если имеет место цикличность, то тогда речь идет о стахастическом процессе, а можно использовать более простые средства анализа.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 4 Если все состояния однородной марковской цепи апериодичные, то такая марковская цепь называется *апериодической*, и в ней не развиваются различные циклические процессы.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 5 Если времена возвращения $\mathbf{t_{rj}}$ не одинаковы /не повторяются/, то такое возвратное состояние $\mathbf{Z_j}$ называется *опериодичным.*

СВОЙСТВО 1:

Если марковская цепь однородна, неприводима и апериодична, то для каждого состояния цепи существуют некоторые предельные вероятности состояний $\mathbf{P_j}$, которые называются равновесными, и которые не зависят от времени и от начальных условий, т.е.

$$\mathbf{P_j = \lim_{k \to \infty} P_j\,(K)}$$

Вероятностный переходный процесс как-бы закончился и наступил равновесный, не зависящий от $\mathbf{P_j\,(0)}$.

СВОЙСТВО 2:

Если все состояния однородной марковской цепи возвратны, а средние времена $\mathbf{t_{rj}}$ конечны, то для такой марковской цепи имеет место стационарное распределение вероятностных состояний:

$$\begin{cases} 1.\ \sum\limits_{j=0}^{\infty(n)} Pj = 1; \\ 2.\ Pj = \sum\limits_{j=0}^{n(\infty)} Pij \end{cases}$$

- сумма произведений другого состояния на вероятность перехода из **i**-го состояния в **j**-тое

Равновесие вероятности состояний марковской цепи и вероятности переходов позволяют вычислить важные характеристики однородного марковского процесса:

- время возвращения в **j**-тое состояние
- среднее время пребывания в каждом **j-**ом состоянии

Но эти времена задаются с учетом шага испытаний Δt.

Текущее состояние процесса на марковском графе отображается точкой. На каждом шаге Δt мы точку снимаем и разрываем переход. Среднее время возврата в каждое состояние:

$$\overline{t_{rj}} = \frac{1}{P_j}\,\Delta t$$

Δt выбирается как минимальный шаг, при котором возможен физический переход.

Для определения среднего времени $\overline{t_j}$ воспользуемся некоторыми фрагментами цепи, которые подвергались испытаниям на каждом шаге.

Среднее время будет видимо определяться вероятностью переходов в то же самое состояние $\mathbf{P_{jj}}$, которая должна согласовываться с вероятностью выхода / I- $\mathbf{P_{jj}}$ /.

Среднее время пребывания в **j**-том состоянии может определить как геометрическое расределение вероятности возвращения в то же состояние на **k** шагах испытаний. В этом случае вероятность того, что в $\mathbf{Z_j}$ будем находить **k** шагов будет:

Это геометрическое дискретное распределение характеризует результаты испытаний с /**k**-I/ неуспехом и одним успехом, и наоборот.

Для среднего времени при геометрическом распределении:

$$\overline{t_j} = \frac{P_{jj}}{1-P_{jj}}\,\Delta t,$$

$\frac{P_{jj}}{1-P_{jj}}$ - задает среднее время для **k**.

Геометрическое распределение является простейшим распределением без последствия. Именно оно характеризует процесс обследования заявок в СМО, поскольку $\mathbf{Z_j}$ мы можем рассмотреть как состояние обследования **j**-той заявки. Тогда среднее время ее обследования распределяется геометрически.

Если выходной поток СМО имеет более сложное распределение чем экспоненциальное или геометрическое, а для описания процессов СМО используется однородная марковская цепь, то в этом случае имеет место некоторое логическое несоответствие, и такая модель называется *полумарковской*. Такая модель называется с вложенным марковским процессом.

Если же выходной поток простейший, то можно назвать эту модель марковской и использовать однородные цепи для анализа процесса.

3.Определить основные характеристики FIFO- и PS- систем и построить график зависимости Tw(ts) времени ответа систем на конкретное задание по заданным параметрам входного и выходного информационных потоков; § 400 1/c = 0.8 = 2.5 c.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ N 22

1.Понятие области допустимых состояний формальной непрерывной системы.

Имитационное моделирование реализуется на ЦЭВМ с помощью разработанных моделирующих систем и соответствующих языков имитационного моделирования. В имитационном моделировании существуют некоторые формальные описания или некоторые модели форм систем, которые представляют выбранное базовое описание сложных систем. К имитационным моделям относят:

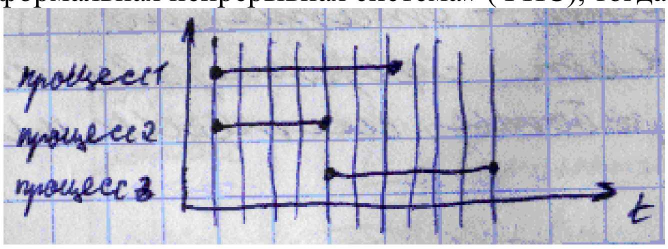
1. формальную дискретную систему
2. формальную непрерывную систему
3. формальную непрерывно-дискретную систему.

Выбор зависит от целей, действительной сложности самой модели поставленных задач.

Для управления имитационными моделями реализуются 5 принципов, которые определяют состав компонентов системы имитационного моделирования:

1) принцип дельта Т – метод сканирования процеса
2) принцип планирования событий – реализует метод особых состояний системы
3) принцип больших шагов дельта Т – реализует метод отображения развития модели
4) принцип последовательной проводки заданий – реализует метод ре активации процесса
5) принцип активации ресурсов

1.Предусматриваеи приближение модельного (системного) времени $t_k=t_{k+1}$+deltat. На каждом шаге deltat последовательно вызываються программы всех процессов. В качестве Sm рассматривается как «формальная непрерывная система» (ФНС), тогда процесс связан с вычислением диф.уравнений.



Если в том или ином процессе сформировались взаимодействия (начало, конец процесса), то такое событие должно быть обработано. Если в процессе моделирования мы учитываем работу некоторых компонентов, тогда мы говорим не о ФНС, а о «формально непрерывной дискретной системе» (ФНДС). Недостаток метода в том, что процесс моделирования замедляется в связи с прерываниями и многократными вызовами программ процесса.

Формальной дискретной системой называется система, состояние которой изменяется лишь в некоторые дискретные моменты времени наступления событий, причем каждое событие может привести не только к изменению состояния, но и к изменению параметров системы, алгоритмов функционирования или даже структуры системы. В периоды между событиями состояние не изменяется. Переходы из состояния в состояние происходят мгновенно и нет таких моментов времени, когда состояние ни определено. Типичный пример - комбинационная схема ЭВМ.

Для описания моделей сложных систем используются языки имитационного моделирования, которые ориентированы на некоторые программные готовые средства систем моделирования. Эти языки и системы имитационного моделирования могут быть ориентированы на исследование только дискретных, только непрерывных или непрерывно- дискретных систем.

Для моделирования дискретных систем - **GPSS** /многоцелевая система моделирования, работающая в ОС ЕС. Язык **СИМУЛА** , **АЛСИМ** используется для описания дискретных систем АСУ производства.

2.Марковские и полумарковские модели СМО.

СМО - система с дискретными состояниями, определенным образом организованая совокупность приборов(ресурсов) для обслуживания заявок (заданий). Для многоприборной системы понятие состояния может быть связано с состоянием ресурсов.

В многозадачныз сиситемах обязательно планируется выполнение заданий сучетом модели СМО. В вопросах организации системы обслудивания в СМО учитывают :

-очереди заданий с соответствующей дисциплиной управления очереди
-приоритеты заданий
-управление процессов обслуживания с/без прерывания обслуживания

Для функционирования СМО необходимо в первую очередь задать модели входных и выходных потоков. Если эти потоки известны, то мы имеем досгаточную полную информацию для анализа поведения системы.

Классификация Кандалла /формульное описание СМО/. Формула Кандалла для СМО имеет пять полей:

$$\underset{1}{G^{e}} / \underset{2}{G^{n}} / \underset{3}{n} / \underset{4}{N} / \underset{5}{M}$$

1 - входной информационный поток ;
2 - выходной информационный поток ;
3 - число приборов в системе ;
4 - число заявок в очереди системы ;
5 - число заявок, которые могут иметь место во входном потоке;
Если **N, M** = ∞, то эти поля можно опустить.

G - некоторое распределение для рекурентного потока однородных событий с возможным появлением групповых заявок. .

e - максимальное число заявок в группе. Если **e = 1**, то оно опускается.

Для известного распределения в потоках вместо **G** записывают
конкретные символы:

M **-** для экспоненциального/Пуассоновского/ потока;
$\mathbf{E^{(k)}}$- для распределения Эрланга k-го порядка;
H - для гиперэкспоненциального распределения 2-го порядка;
$\mathbf{Q^{(S)}}$- для кусочно-степенного распределения в потоке
/**s** -максимальная степень полинома/;
D - для вырожденного потока.
n- число линий обслуживаемых в приборе.

Простейшей моделью СМО является M/M/1

Реально вичислительнне системы представляются: $\mathbf{E^{(k)}}$/H/n.

Если число мест в очереди ограничено /имеется вероятность потери заявки/ необходимо выдавать поле **N** : **M/M/1/N**

Во многих известных теориях СМО применяется и другая классификация СМО.

В 1-ю очередь СМО разделяются на 3 класса:
I. СМО с отказами.
II. СМО с ожиданием.
III. СМО с ограниченным ожиданием.

Эти классы определяются по критическому времени ожидания $\mathbf{T_{îæ}^{êð}}$ обслуживаемой заявки в системе. Считается, что по истечению этого времени ваявка выходит из системы /теряется/.

I класс => $\mathbf{T_{ож}^{кр}}$ **= 0** /в этой системе нет специальных средств для организации ожидания в очереди для обслуживания/. Заявка либо получает обслуживние сразу либо покидает сиситему .

СМО II класса имеют возможность сохранять заявки в очереди неограниченное время $\mathbf{T_{îæ}^{êð}}$ = ∞ /идеализированная СМО/.

Для этих СМО в качестве интегральных характеристик организации работы используются:
1. среднее время пребывания заявки в системе;
2. средняя длина очереди в СМО;
3. коэффициент простоя прибора;
4. максимальная длина очереди и т.д.

III класс СМО - реальные технические системы более сложные по описанию, где $\mathbf{T_{îæ}^{êð}}$ **= N** /конечно/, т.е. имеется некоторая вероятность потери заявки. Эти СМО описываются всеми характеристиками /I и II/.

Если выходной поток СМО имеет более сложное распределение чем экспоненциальное или геометрическое, а для описания процессов СМО используется однородная марковская цепь, то в этом случае имеет место некоторое логическое несоответствие, и такая модель называется *полумарковской*. Такая модель называется с вложенным марковским процессом.

3.Определить основные характеристики FIFO- и PS- систем и построить график зависимости T\v(ts) времени ответа систем на конкретное задание по заданным параметрам входного и выходного информационных потоков: ,JU I =0.25 с. =0.2 с. =1.5 с. Щ

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ N 23

1 .Принципы организации имитационных моделей. Понятия модельного времени, события, ресурса, взаимодействия процессов.

Имитационное моделирование реализуется на ЦЭВМ с помощью разработанных моделирующих систем и соответствующих языков имитационного моделирования. В имитационном моделировании существуют некоторые формальные описания или некоторые модели форм систем, которые представляют выбранное базовое описание сложных систем. К имитационным моделям относят:

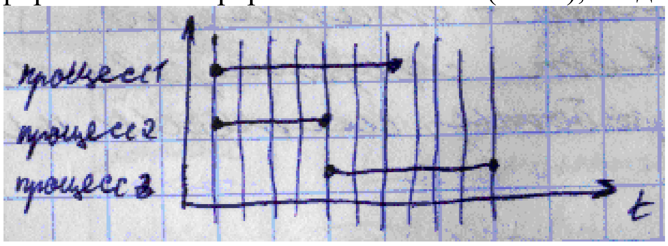
1. формальную дискретную систему
2. формальную непрерывную систему
3. формальную непрерывно-дискретную систему.

Выбор зависит от целей, действительной сложности самой модели поставленных задач.

Для управления имитационными моделями реализуются 5 принципов, которые определяют состав компонентов системы имитационного моделирования:

1) принцип дельта Т – метод сканирования процеса
2) принцип планирования событий – реализует метод особых состояний системы
3) принцип больших шагов дельта Т – реализует метод отображения развития модели
4) принцип последовательной проводки заданий – реализует метод ре активации процесса
5) принцип активации ресурсов

1.Предусматриваеи приближение модельного (системного) времени $t_k=t_{k+1}$+deltat. На каждом шаге deltat последовательно вызываються программы всех процессов. В качестве Sm рассматривается как «формальная непрерывная система» (ФНС), тогда процесс связан с вычислением диф.уравнений.



Если в том или ином процессе сформировались взаимодействия (начало, конец процесса), то такое событие должно быть обработано. Если в процессе моделирования мы учитываем работу некоторых компонентов, тогда мы говорим не о ФНС, а о «формально непрерывной дискретной системе» (ФНДС). Недостаток метода в том, что процесс моделирования замедляется в связи с прерываниями и многократными вызовами программ процесса.

Формальной дискретной системой называется система, состояние которой изменяется лишь в некоторые дискретные моменты времени наступления событий, причем каждое событие может привести не только к изменению состояния, но и к изменению параметров системы, алгоритмов функционирования или даже структуры системы. В периоды между событиями состояние не изменяется. Переходы из состояния в состояние происходят мгновенно и нет таких моментов времени, когда состояние ни определено. Типичный пример - комбинационная схема ЭВМ.

Для описания моделей сложных систем используются языки имитационного моделирования, которые ориентированы на некоторые программные готовые средства систем моделирования. Эти языки и системы имитационного моделирования могут быть ориентированы на исследование только дискретных, только непрерывных или непрерывно- дискретных систем.

Для моделирования дискретных систем - **GPSS** /многоцелевая система моделирования, работающая в ОС ЕС. Язык **СИМУЛА** , **АЛСИМ** используется для описания дискретных систем АСУ производства.

2.Пример решения марковской модели микроЭВМ как СМО с ожиданием.

56. Пример решения марковской модели микропроцессора как прибора **СМО с ожиданием**.

Цель исследования на модели - определение возможного свободного времени оперативной памяти /ОП/ микро-ЭВМ, работающей в системе управления в режиме реального времени для осуществления необходимого долгого ввода-вывода данных в память по каналу ПД без остановки вычислительного процесса.

Для оценки такого возможного времени микро-ЭВМ рассматривается как СМО с неограниченным ожиданием, причем каждая команда - некоторая заявка, которая характеризует ПЗУ. В этом случае ПЗУ - как некоторая очередь команд.

Структура такой СМО изображена на рисунке 1.

Если команды следуют последовательно друг за другом, то считаем, что это очередь **FIFO** заявок, если имеют место переходы, то это дисциплина **RAND**.

Известно, что при выполнении некоторого класса команд нет обращений к ОП. Например, это команды с непосредственной адрессацией /К580ИК80/, прямой регистровой и с неявкой. Во время цикла выполнения такой команды, ОЗУ - свободно. Его можно занять для ввода-вывода.

Чередование выполнения команд с различным типом адрессаций есть стахостический процесс, который в часном случае может обладать марковским свойством.

Выделим следующие дискретные состояния системы в соответствии с целью исследования.

$P_j = \sum_{j=0}^{n} P_{ij} P_i$

- выполнение команды с прямой адресацией
- выполнение команды с косвенной адрессацией
- выполнение команд с непосредственной адрессацией с прямой регистровой и неявной
- с другой через указатель стека

Очень важно для системы выделить некоторый шаг испытаний Δt. Очевидно, что для такой системы Δt должно быть меньше или равно минимальному времени возможного перехода системы из одного состояния в другое.

Δt = 2мкс /как время выполнения самой короткой команды в машине/.

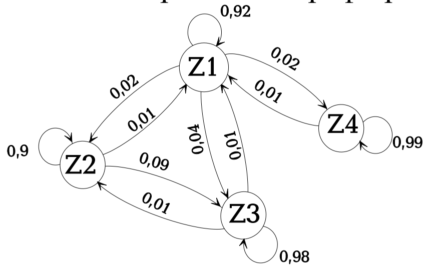
Для перехода к марковской модели процессов необходимо взять за основу следующие постулаты.

1-Й ПОСТУЛАТ: Тип адрессации каждой очередной команды не зависит от типа адресации предыдущей

2-Й ПОСТУЛАТ: Время выполнения очередной команды распределяется то ли равномерно, то ли экспоненциально.

Вероятности переходов от одного типа адрессации к другому в микро-ЭВМ не зависят от времени.

Это дает нам право использовать однородную марковскую цепь для исследования процессов микро-ЭВМ. В результате исследований на модели были получены вероятности переходов $\mathbf{P_{ij}}$ и составлен марковский граф процесса.



По марковскому графу в соответствии со 2-м свойством однородных марковских цепей можно составить уравнения для равновесных вероятностей состояний и таким образом получить распределение вероятности.

Но кроме того необходимо оценить характеристики:

$\overline{t}_{rj}$ и $\overline{t}_j$. И тогда $\overline{t}_з$ - это то время, которое мы сможем выделить для ввода-вывода даных в некотором эквивалентном цикле.

1. Составим алгебраические уравнения относительно вероятностей состояний; для чего удобно пользоваться таблицей переходов из состояния в состояние.

Z_i \ Z_j	1	2	3	4	!
1	0.92	0.02	0.04	0.02	= **1**
2	0.01	0.9	0.09	-	= **1**
3	0.01	0.01	0.98	-	= **1**
4	0.01	-	-	0.99	= **1**

$\mathbf{P_2=0.02P_1+0.9P_2+0.01P_3;}$

$\mathbf{P_3=0.04P_1+0.09P_2+0.98P_3;}$

$\mathbf{P_4=0.02P_1+ +0.99P_4;}$ решаем только четыре уравнения

$\mathbf{1=P_1+P_2+P_3+P_4;}$

$\mathbf{10P_2=2P_1+P_3;}$

$\mathbf{2P_3=4P_1+9P_2;}$

$\mathbf{P_4=2P_1;}$

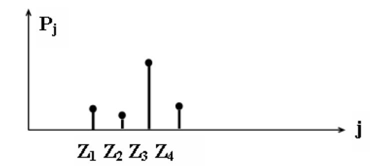
$\mathbf{1=P_1+P_2+P_3+P_4;}$

$\mathbf{10P_2=2P_1+2P_1+\frac{9}{2}P_2;}$ $\qquad$ $\mathbf{\frac{11}{2}P_2=4P_1;}$

$\mathbf{1=P_1+P_2+2P_1+\frac{9}{2}P_2+2P_1;}$ $\qquad$ $\mathbf{P_2=\frac{8}{11}P_1;}$

$\mathbf{P_4=\frac{2}{9};}$ $\qquad$ $\mathbf{P_1=\frac{1}{9};}$ $\qquad$ $\mathbf{P_2=\frac{8}{99};}$

$\mathbf{P_3=\frac{2}{9}+\frac{9}{2}\bullet\frac{8}{99}=\frac{58}{99};}$ $\qquad$ подстановка в уравнение должна сходиться



ВЫВОД: Вероятность выполнения команд с интересующим нас типом адрессации велика.

2. В процессе рассчета нас интересует время, которое мы можем определить, оценивая средние времена пребываний в каждом из состояний.

$\overline{t_j}=\frac{P_{jj}}{1-P_{jj}}\Delta t$ $\overline{t_{rj}}=\frac{1}{P_j}\Delta t$	$\overline{t_3}=\frac{0.98}{1-0.98}\cdot 2=98$ мкс. $\overline{t_4}=\frac{0.99}{1-0.99}\cdot 2=198$ мкс.
$\overline{t_2}=$ 18ì êc . мкс.	$\overline{t_1}=23$ мкс.
$T_\Sigma=\sum_{j=1}^{n}t_j;$	$T_\Sigma=337$ мкс.
$\xi=\frac{\overline{t_3}}{T_\Sigma}=\frac{98}{337}$ - доля свободного времени $\approx 0.3;$	

т. е. 30% времени работы мы можем использовать для ввода-выода данных.

3. Определяем средние времена возвращений:

$\overline{t_{r1}} = \frac{9}{1} \cdot 2 = 18$ **мкс** $\overline{t_{r2}} = \frac{99}{8} \cdot 2 = 24.75$ **мкс**

$\overline{t_{r3}} = \frac{99}{58} \cdot 2 = 3.3$ **мкс** $\overline{t_{r4}} = 9$ **мкс.**

Мы предполагаем, что вероятности переходов заданы /$\mathbf{P_{ij}}$ /, но в реальных исследованиях весь расчет практически выполняется в обратном порядке. Дело в том, что в моделирующей системе мы накапливаем множество времен пребывания системы в некотром **j**-том состоянии /$\mathbf{t_j}$ /, организуя счетчики и работая с таблицей состояний. Из этой таблицы можно посчитать $\mathbf{t_{rj}}$. Обрабатывая $\mathbf{t_j}$ и $\mathbf{t_{rj}}$ получаем средние значения $\overline{t_{rj}}$ и $\overline{t_j}$. Зная шаг испытаний Δt по этим характеристикам можно найти равновесные вероятности состояний:

$$P_j = \frac{1}{\overline{t_{rj}}} \Delta t;$$

а также:

$$P_{jj} = \frac{\overline{t_j}}{\overline{t_j} + \Delta t};$$

а вероятности переходов из одного состояния в другое определяются путем решения алгебраических уравнений, но в несколько ином ключе, находим $\mathbf{p_{ij}}$, которое задаем затем на марковском графе.

3.Определить основные характеристики стационарного информационного потока с распределением Эрланга третьего порядка по известным параметрам распределения: = 0.002 с.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ N24

1.Принцип делыа-t и регистрация системного (модельного) времени в имитационных моделях.

Принцип дельта-t и регистрация системного (модельного) времени в имитационной модели.

Имитационное моделирование реализуется на ЦЭВМ с помощью разработанных моделирующих систем и соответствующих языков имитационного моделирования. В имитационном моделировании существуют некоторые формальные описания или некоторые модели форм систем, которые представляют выбранное базовое описание сложных систем. К имитационным моделям относят:

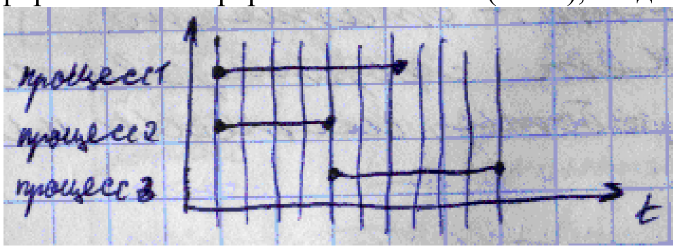
1. формальную дискретную систему
2. формальную непрерывную систему
3. формальную непрерывно-дискретную систему.

Выбор зависит от целей, действительной сложности самой модели поставленных задач.

Для управления имитационными моделями реализуются 5 принципов, которые определяют состав компонентов системы имитационного моделирования:

1) принцип дельта T – метод сканирования процесса
2) принцип планирования событий – реализует метод особых состояний системы
3) принцип больших шагов дельта T – реализует метод отображения развития модели
4) принцип последовательной проводки заданий – реализует метод ре активации процесса
5) принцип активации ресурсов

1.Предусматриваеи приближение модельного (системного) времени t_k=t_{k+1}+deltat. На каждом шаге deltat последовательно вызываються программы всех процессов. В качестве Sm рассматривается как «формальная непрерывная система» (ФНС), тогда процесс связан с вычислением диф.уравнений.



Если в том или ином процессе сформировались взаимодействия (начало, конец процесса), то такое событие должно быть обработано. Если в процессе моделирования мы учитываем работу некоторых компонентов, тогда мы говорим не о ФНС, а о «формально непрерывной дискретной системе» (ФНДС). Недостаток метода в том, что процесс моделирования замедляется в связи с прерываниями и многократными вызовами программ процесса.

Формальной дискретной системой называется система, состояние которой изменяется лишь в некоторые дискретные моменты времени наступления событий, причем каждое событие может привести не только к изменению состояния, но и к изменению параметров системы, алгоритмов функционирования или даже структуры системы. В периоды между событиями состояние не изменяется. Переходы из состояния в состояние происходят мгновенно и нет таких моментов времени, когда состояние ни определено. Типичный пример - комбинационная схема ЭВМ.

Для описания моделей сложных систем используются языки имитационного моделирования, которые ориентированы на некоторые программные готовые средства систем моделирования. Эти языки и системы имитационного моделирования могут быть ориентированы на исследование только дискретных, только непрерывных или непрерывно- дискретных систем.

Для моделирования дискретных систем - **GPSS** /многоцелевая система моделирования, работающая в ОС ЕС. Язык **СИМУЛА** , **АЛСИМ** используется для описания дискретных систем АСУ производства.

2.Определение основных характеристик однородной марковской цепи, заданной марковским I графом.

3.Определить основные характеристики стационарного информационного потока с гиперэкспоненциальным распределением по известным параметрам распределения: Ц 0.01с. =0.25.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ N25

1 .Принцип планирования событий и организация обработки заданий в имитацонных моделях.

Примеры программ обработки событий.

Для управления имитационными моделями реализуются 5 принципов, которые определяют состав компонентов системы имитационного моделирования:

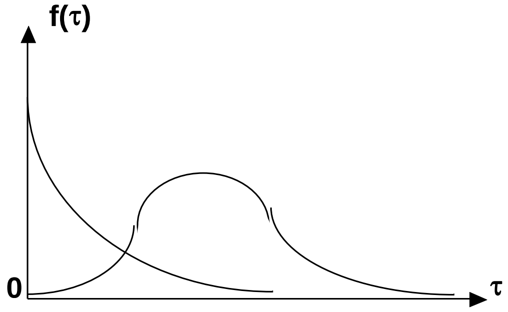
1) принцип дельта Т – метод сканирования процеса
2) принцип планирования событий – реализует метод особых состояний системы
3) принцип больших шагов дельта Т – реализует метод отображения развития модели
4) принцип последовательной проводки заданий – реализует метод ре активации процесса
5) принцип активации ресурсов

2. Принцип относиться к моделированию формальных дискретных систем, в которых состояния изменяются при некоторых событиях, при этом всегда можно выделить конечное количество состояний. Каждое событие переводит систему в особое состояние (возбуждения). Кроме переходов новое состояние система также может изменять свои параметры, а иногда даже и структуру. Пример ФДС – цифровой автомат. При обработке событий в имитационных системах могут планироваться будущие события (условные события), внешние события – безусловные события. Для управления используются управляющий список событий (УСС). После обработки очередного события время передвигается к времени Тк.

2.Основные характеристики информационных потоков.

Любой информационный поток достаточно полно представляется своими распределениями вероятностей для интервала времени между событиями в потоке.

Поток может быть задан интервалом распределением F(τ), который задается как вероятность того, что некоторое измеряемое значение ξ < τ.

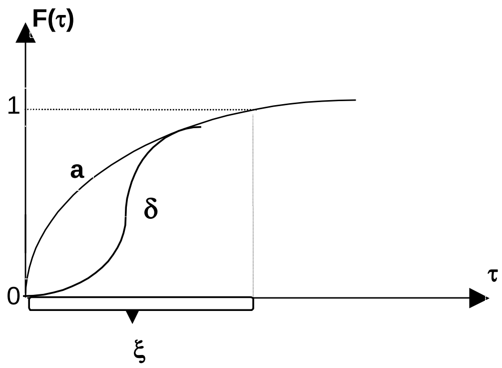


$$F(\tau) = P(\xi < \tau)$$

Большей выразительностью обладает дифференциальный закон распределения или функция плотности распределения вероятности

$$f(\tau) = \frac{dF(\tau)}{d\tau};$$

Она существует при больших значениях лишь в том интервале, когда функция меняет свою крутизну.



Фактически распределени F(τ) и f(τ) являются моментами потока. Однако для качественных сравнений используются некоторые характеристики потока.

К основным характеристикам потока относятся:

1. математическое ожидание интервала t между событиями в потоке M(τ)

Оно вычисляется как I центральный момент при непрерывном распределении.

$$M(\tau) = \int_0^{\infty} \tau dF(\tau) = \int_0^{\infty} \tau \cdot f(\tau) d\tau.$$

Математическое ожидание можно оценить с помощью данной отдельной выборки для потока, т.е. массива измерений, выполненных в натуре.

N - объем выборки.

Математическое ожидание оценивается некоторым:

$$m_\tau = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\tau_i;$$ /единица времени/.

2. Интенсивность потока λ. Для стационарных потоков она константа.

3. Дисперсия распределения интервалов временя относительно математического ожидания.

$$D(\tau) = \int_0^{\infty}[F - M(\tau)]^2 dF(\tau) = \int_0^{\infty}[\tau - M(\tau)]^2 f(\tau) d\tau.$$

Дисперсию можно, оценить по данным отдельной выборки с помощью среднеквадратичного отклонения

$$\delta_\tau^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(\tau_i - m_\tau)^2$$ /единица времени в квадрате/

4. Коэффициент вариаций потока (g)

$$g = \frac{D(\tau)}{M^2(\tau)};$$

По данным отдельной выборки:

$$g = \frac{\delta_\tau^2}{m_\tau^2};$$ или $$c = \frac{\delta_\tau}{m_\tau};$$

$$c = \sqrt{g};$$ $$\left\{ \begin{array}{l} g \geq 1 \\ g < 1 \end{array} \right.$$ /но близко к ней/

Базовой характеристикой для нестационарного потока является интенсивность λ(t).

Для каждого момента времени:

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\angle(t; t + \Delta t)}{\Delta t};$$

L - число заявок потока.

λ<< 1 при правильном или неправильном выборе Δt. В этом λ рассматривается как вероятность появления хотя бы одной заявки за шаг Δt или в единицу времени.

3.Определить основные характеристики FIFO- и PS- систем и построить график зависимости Б T\v(ts) времени ответа систем на конкретное задание по заданным параметрам входного и выходного информационных потоков: = 401/c. =0.92 =0.Ec. =4,

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ N26

1.Семиотические модели в ситуационном управлении.

Для исследования особо сложных систем в целях управления этими системами в настоящее время развивается новый метод семиотичного или знакового моделирования, которое позволяет воспроизвести или сымитировать процесс принятия решения человеком. Особо сложные системы - это системы, которые не могут быть описаны аппаратом современной математики, даже в статистическом смысла. В этом случае модели представляются в текстовой форме, например, они описывают ситуацию в производстве, на рынке и т.д.. Они могут описывать в текстовой форме и принятые решения. В принципе эти модели должны описывать сущность некоторых процессов, чтобы промоделировать событие их и принять решение. Семиотические модели используются в системах ситуационного управления, когда некоторый оператор принимает решение в зависимости от ситуации /ЦУП для космических полетов/.

Типы семиотических моделей:

1. лингвистические /языковые/
2. информационно-знаковые /банки данных для принятия решений/
3. семантичные сети /логико-лингвистические модели для принятия решений/.

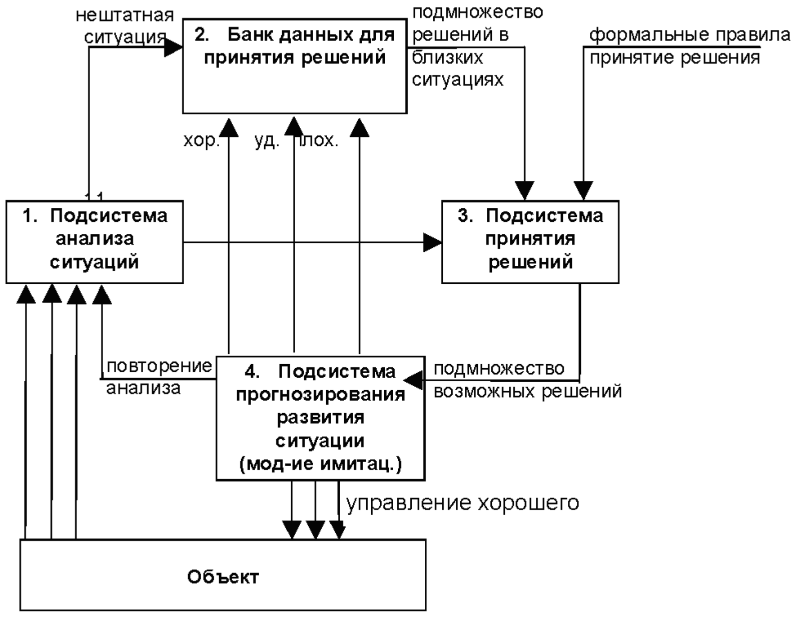
Они соответствуют трем уровням представления знаний об объекте:

1. декларативный,
2. процедуральный,
3. семантичекий.

На 1-м уровне знания об объекте представляются в форме лингвистической модели, т.е. некоторые описания ситуаций, которые позволяют с помощью простых логических правил принять решение об управлении объектом. Основа таких моделей конструкция IF...THEN /продукция/.

На 2-м уровне используется информационно-знаковые модели в виде специальных организационных баз данных для принятия реении, в которых записывается множество ранее имевших место ситуаций, принятых решений и их последствия, причем база данных имеет средства для выбора "ближайших" ситуаций по отношению к любой текущей ситуации.

На 3-м уровне с помощью специальных сетей в виде мультиграфов описывается содержание (семантика) процессов в системе, которые позволяют на основе формальных представлений /правил/ принять правильное решение. Узлами таких графов являются понятия, а ребрами- отношения между понятиями, т.е. осуществляется переход от текстовых представлений к некоторым графическим описаниям, связывающих понятие. Варианты таких сетей - фреймы. Фрейм - минимум описания необходимого для выделения конкретного объекта.



2.Структура системы имитационного моделирования, реализующей принцип планирования обработки событий.

Имитационное моделирование заключается в некотором представлении временного развития взаимодействующих процессов, выполнения или обслуживания заданий, которые требуют использования разнообразных ресурсов системы. Для имитационного моделирования важно понятие процесс. Процесс связан с обслуживанием заявки или структуры. Сама система и ее структура представлена структурным оператором ZC, который отображает все возможные отношения (связи) между ресурсами (компонентами) системы и определяется выбором некоторой формальной схемы соединения компонент модели. Формальная схема называется также формальной системой. Различают 3 типа имитационных моделей, определяющихся выбором формальной системы:

1) формальная дискретная система
2) формальная непрерывная система
3) формальная непрерывно-дискретная система.

Выбор зависит от целей, действительной сложности самой модели поставленных задач. Формальной дискретной системой называется система, состояние которой изменяется лишь в некоторые дискретные моменты времени наступления событий, причем каждое событие может привести не только к изменению состояния, но и к изменению параметров системы, алгоритмов функционирования или даже структуры системы. В периоды между событиями состояние не изменяется. Переходы из состояния в состояние происходят мгновенно и нет таких моментов времени, когда состояние ни определено. Типичный пример - комбинационная схема ЭВМ.

Непрерывная формальная система - это система, функционирование которой с некоторого начального момента t0 описывается системами дифференциальных уравнений, а непрерывное взаимодействие компонентов такой системы представляется в виде реализаций определенных функциональных зависимостей, характеристик состояния, в т.ч. непрерывного времени. Мгновенное состояние непрерывной системы в некоторый момент времени определяется множеством мгновенных значений характеристик состояний, или переменных, которые определены в левых частях системы дифференциальных уравнений. Состояние непрерывной системы задается вектором состояния в примерной области характеристик состояния. Для непрерывных систем выделяется область допустимых состояний, когда ни одна из характеристик не выходит за пределы допустимых диапазонов.

Чисто непрерывных или чисто дискретных систем не существует, т.к. даже непрерывная система связана с событиями "пуск" и "останов" как минимум. Более общим представлением является непрерывно-дискретная система, в которой отдельные события могут повлиять на параметры решаемых систем дифференциальных уравнений, могут порождать новые непрерывные процессы или завершить развитие их.

Непрерывно-дискретные системы - это непрерывные системы со вложенной дискретной моделью управления. Общая структура систем имитационного моделирования

Состав программных средств, предназначенных для имитационного моделирования зависит от выбранного центра организации имитационной модели. Всего существует 5 принципов управления моделью:

1.ПриципΔt.
2.Принцип планирования событий.
3.Принцип больших переменных шагов ΔT.
4.Принцип последовательной проводки заданий.
5.Принцип активизации ресурсов.

Выбор принципа управления моделью связан с выбором типа имитационной модели.

3.Определить основные характеристики FIFO- и PS- систем и построить график зависимости Tw(ts) времени ответа систем на конкретное задание по заданным параметрам входно выходного информационных потоков: = 25 с. = 0.05 1/с. * 3, =1.5 с.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ N 27

1.Роль моделей в ситуационном управлении.

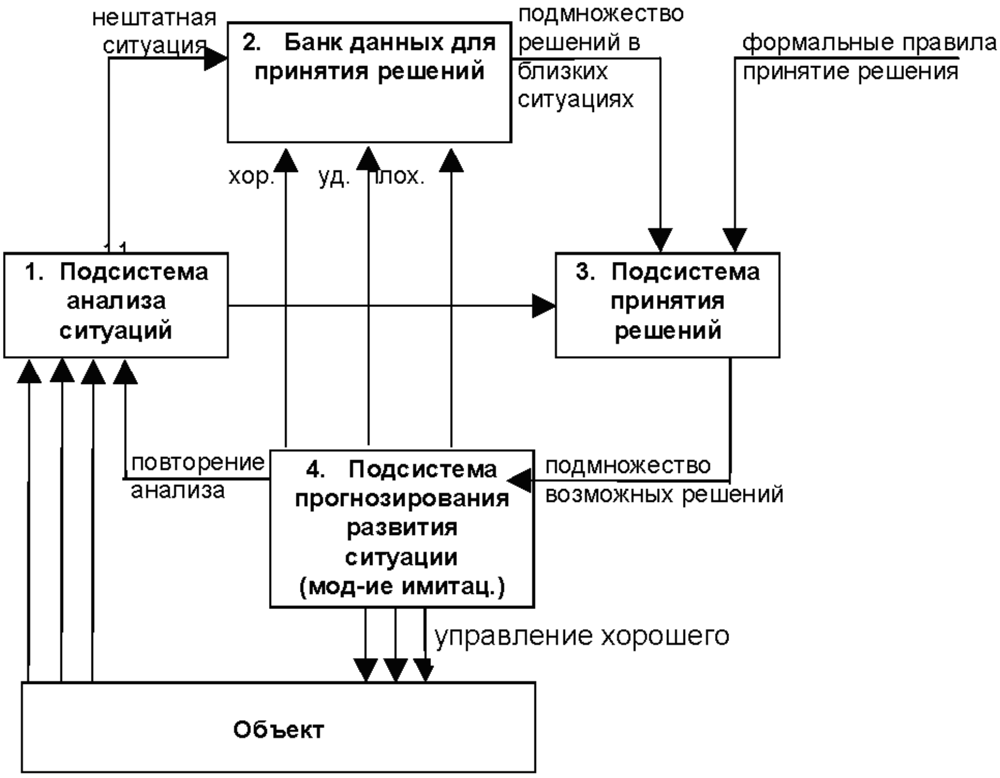
Общая структура такой системы управления представляется в виде: /см.рис./

На 1-м этапе ситуационного управления лингвистические модели используются для описания и анализа ситуаций. Логическая обработка этих описаний имеет целью выявление нештатных ситуаций.

На 2-м этапе для текущей ситуации с помощью банка данных для принятия решений формируется подмножество информационно-знаковых моделей поведения, которые ранее имели место в сходных ситуациях.

На основе формальных правил, отраженных в семантичных сетях, принимаются возможные решения, которые сравниваются с рядом решений, полученных из банка данных и вырабатывается ограниченное число лучших решений.

На 4-м этапе производится прогнозирование развития процесса в соответствии с каждым из подходящих решений. Оцениваются последствия решений и вырабатываются их интегральные характеристики. Решение, получившее наивысшую оценку реализуется для управления объектом.



2.Стационарный информационный поток с распределением Эрланга и его характеристики. Основные соотношения для генерации событий потока Эрланга.

Стационарный поток со специальным распределением Эрланга

В специальном составном распределении Эрланга для информационных потоков введено рассматриваемое ранее понятие фазы, причем для каждой модели потока заранее вводится порядок потока. Используя общее экспоненциальное распределение в данном потоке учитываются вероятности появления одного события эа некоторый интервал **К** .

Интегральный закон распределения в модели:

$$F(\tau)=1-\sum_{i=0}^{k-1}\frac{(\alpha\cdot\tau)^i}{i!}\cdot e^{-\alpha\cdot\tau}$$, где - фаза **i=0, k-1**

$$F(\tau)=1-e^{-\alpha\tau}-\frac{\alpha\tau}{1}e^{-\alpha\tau}-\cdots-\frac{(\alpha\tau)^{k-1}}{(k-1)!}e^{-\alpha\tau}$$ **;**

Рассмотрим функцию плотности данного распределения,

$$f(\tau)=\frac{dF(\tau)}{d\tau}$$,

$$f(\tau)=\alpha\cdot e^{-\alpha\cdot\tau}-\alpha\cdot t^{\alpha\cdot\tau}+\alpha^2\cdot\tau\cdot e^{-\alpha\cdot\tau}-\frac{2\alpha^2\cdot\tau}{2}\cdot e^{-\alpha\cdot\tau}+\cdots+\alpha\frac{(\alpha\cdot\tau)^{k-1}}{(k-1)!}e^{-\alpha\cdot\tau}$$

$$f(\tau)=\alpha\frac{(\alpha\tau)^{k-1}}{(k-1)!}e^{-\alpha\tau}$$ для потока Эрланга **к** - го порядка .

Рассмотренные функции однозначно задают поток .

1. Математическое ожидание:

$$\mathrm{M}(\tau)=\int_0^\infty\tau\cdot f(\tau)d\tau\cdot \qquad \mathrm{M}(\tau)=(1/\alpha)/\mathrm{K}=\mathrm{K}/\alpha=\mathrm{K}\cdot\frac{1}{\alpha}\cdot$$

2. Интенсивность потока: $\lambda=\frac{\alpha}{\mathrm{K}}$

3. Дисперсия: $D(\tau)=\frac{\mathrm{K}}{\alpha^2}$

4. Коэффициент вариаций потока:

$$\mathbf{g}=\frac{D(\tau)}{\mathrm{M}^2(\tau)}=\frac{\mathrm{K}\cdot\alpha^2}{\alpha^2\cdot\mathrm{K}^2}=\frac{1}{\mathrm{K}}\ ;\quad \mathrm{K}>1\Rightarrow\mathbf{g}<1.$$

Можно показать, что Эрлангов поток не является простейшим, т.е. является стационарным рекурентным потоком с ограниченным последствием. Такая модель в представлении вычислительных систем используется для представления работы внешних устройств ввода-вывода.

Поток вычисляется по формуле:

$$\tau_i=-\frac{1}{k\cdot\lambda_n}\cdot\sum_{j=1}^{k}\ln(W_{i,j})$$

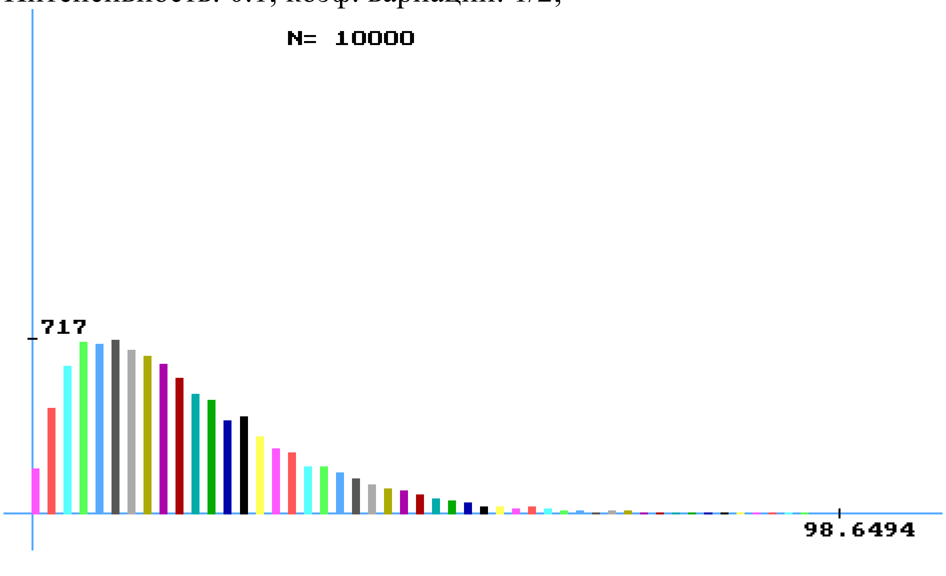
где $k=\frac{1}{g}$.

W_i - случайное число [0,1], которое рассчитывается с помощью генератора случайных чисел.

Для потока Эрланга коэффициент вариации меньше 1.

Пример:

Интенсивность: 0.1; коэф. вариации: 1/2;



3.Определить основные характеристики однородной марковской цепи, заданной графом следующего вида'.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ N 28

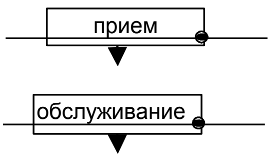
1 .Представление информационных потоков в моделях СМО. Основные понятия й определения.

Потоки в технических системах могут быть самыми различными. Потоки могут быть входные, и потоки результатов обработки. Все эти потоки , как входные так и выходные, могут быть представлены единообразно, если ввести понятие события в потоке.

Под событием в информационном потоке понимается появление одной или группы заявок входных или обслуженных за интервал времени $\Delta t \to 0$, который принимается как шаг регистрации системы времени.

Любое сообщение принимается за некоторый интервал времени Δt**,** но событие приема сообщения фиксируется в конце этого интервала как событие приема данной заявки.

Сообщение об обслуживании может поступать в некоторое Δt и тоже фиксируется.



Шаг регистрации имеет особое значение для системы. Он должен быть, намного меньше чем интервал времени между двумя заявками.
Таким образом информационные потоки представляются как потоки событий,

для которых фиксируется в точку момент наступления t_i события. События равноправны или однородны.

Если все заявки, с приемом которых связано событие в потоке, являются равноправными по характеру обслуживания, то такие события называются однородными.

Для задания информационного потока одних событий можно перечислить все моменты времени наступления события.

$$\frac{t_0,\ t_1,\ t_2, \ldots, t_k, \ldots}{T}.$$

Эти измерения произведены на некотором интервале **T**. В измерениях присутствует параметр, который не зависит от событий- в потоке; t_0 - особая точка, начало интервала наблюдения. Остальные t_i t_i связаны с **i** событием. Запись времен из списка событий иногда называют трассированной записью. Эту запись можно использовать при моделировании, как одну из реализации потока. Но хранить их много нецелесообразно.

Моменты времени /события/ в потоке можно описать соответствующими детерминированными уравнениями.

Однако в реальных условиях подавляющее число потоков является стохастичным, когда события наступят в случайные моменты времени. Для таких потоков удобнее исследовать интервалы времени между событиями в потоке.

Вводим вместо **t** интервалы

$\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_k, \ldots \qquad \tau_1 = t_1 - t_0$

$\tau_2 = t_2 - t_1$ и т.д.

Эти интервалы являются конкретными реализациями некоторых случайных величин. В общем случае для нестационарного потока он может быть задан совместной функцией распределения интервалов времени между событиями в потоке.

$F(\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_k)$ - интегральный закон или функция совместного распределения к случайным величинам.

$F(\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_k) = P\ (\xi_1 < \tau_1\ , \xi_2 < \tau_2, \ldots, \xi_k < \tau_k),$

где ξ_k - экспериментальные значения СВ, которые могут быть получены в опытах;

τ- линейно изменяемая переменная, по которой строится распределение.

Поток однородных событий называется рекуррентным или с ограниченным последствием, если интервалы времени между событиями в потоке- независимые случайные величины /СВ/. В этом случае функция плотности совместного распределения вероятности, т.е. дифференциальный закон представляется в виде

$f(\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_k) = f(\tau_1) \cdot f(\tau_2) \cdot \ldots \cdot f(\tau_k).$

Среди рекуррентных потоков для исследования в основном используются стационарные рекуррентные потоки.

Поток однородных событий называется <u>стационарным,</u> если распределение вероятности интервалов времени между любыми событиями в потоке одинаковы при **k≥2**, т.е. для стационарного рекуррентного потока можно записать

$\mathbf{f(\tau_2) = f(\tau_3) = ... = f(\tau_k) = f(\tau)}\cdot$

$\tau_2, \tau_3, ...$ - есть некоторые реализации величины τ .

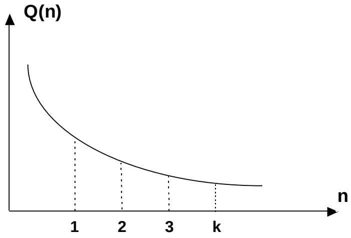
Исключение составляет начальный интервал: $\mathbf{f(\tau_1)}$, поскольку он задан $\mathbf{t_0, t_1}$.

Стационарный поток однородных событий обладает свойством отсутствия последствия, если имеет место равенство: $\mathbf{f(\tau_1) = f(\tau)}$,

т.е. на начальном интервале имеет место то же самое распределение.

Существуют ординарные и неординарные потоки.

Ординарным информационным потоком называется такой поток, события в котором связаны только с появлением одной заявки, а вероятность появления за Δt стремится к $\varnothing$.



В неординарных потоках возможно появление 2, 3 и более заявок. Для задания таких потоков необходимо определить распределение числа заявок в одном событии потока **Q(n).**

Информационный поток однородных событий называется простейшим, если удовлетворяются 3 свойства:

1/ стационарности,

2/ отсутствия последствия,

3/ ординарности.

* пуассоновский поток - поток с геометрическим распределением.

Другие потоки с простыми распределениями не являются простейшими.

2.Анализ характеристик марковской и полумарковской моделей FIFO-системы.

Марковские. В таких системах порождается случайный процесс z(t) изменения состояний. Z(t) может принимать или конечное, или бесконечное, но счетное множество дискретных значений. Такой случайный процесс с дискретными состояниями называется цепью. Z(t){z_1, z_2, z_3,…, z_n}. Состояния системы отображаются одной точкой, которая “блуждает” по графу. Считается, что переход выполняется мгновенно.

```
    __
    | |      __
    | |__   |  |
    |    |__|  |__
 ___|_____________|___
```

Марковская цепь однородна, если вероятность переходов не зависит от вершин. Тогда цепь может быть задана 1 матрицей переходов P_{ij}||P||.

Свойства:

1. Если марк. цепь однородна, не приводима, периодична, то в такой м.ц. стационарное распределение вероятностей состояний, при чем такие состояния z_j называются равновесными состояниями, а сумма вероятн. =1.

Sum(j;Pj)=1

Равновесное состояние достигается с оч. большим временем исследования.

2. Если все состояния однородной м.ц. возвратны, а средние времена возвращения конечны, то вероятность возвратных состояний цепи может быть определена как P_j=Sum(i=1..n; P_i*P_{ij})

Среднее время пребывания в j-ом состоянии not(t_j)= P_{jj}/(1-P_{jj})*delta(t)

Среднее время возврата not(t_{rj})= 1/P_j*delta(t)

Полумарковские отличаются от марковских коэффициентом вариации.

Полумарковские g<>1; марковские g=1.

3.Определить основные характеристики однородной марковской цепи, заданной графом следующего вида:

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ N 29

1 .Марковские случайные процессы в системах массового обслуживания (СМО). Основные понятия и определения.

В процессе обработки входных заявок СМО переходит из одного состояния в другое, причем число состояния и физический смысл может определятся исследователем, в зависимости от поставленной задачи проектирования.

СМО - система с дискретными состояниями. Для многоприборной системы понятие состояния может быть связано с состоянием ресурсов. В некоторых можно выделить ПРВВ, ПРД, ЦПР. Тогда можно ввести состояния:

свободен 0

занят 1

В таком случае в системе возможно 8 состояний

Z_0 = âñå ñâî áî äí û **0 0 0**

⋮ ⋮

Z_7 **1 1 1**

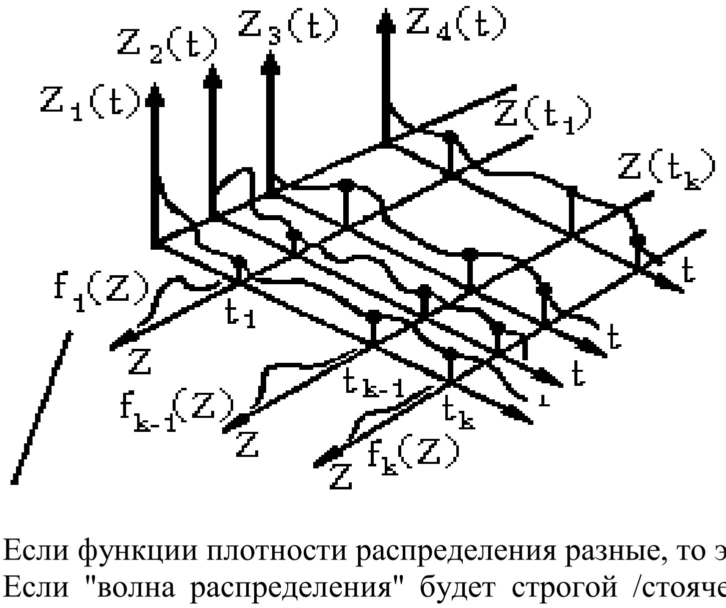
Но переход из состояния в состояние в такой СМО выполняется в случайном порядке, т.е. развивается некоторый стохастический процесс.

В классическом пледставлении общее состояние СМО связывается с общим числом заявок, находящихся в системе /в приборе и в очереди/.

Для описания процессов, происходящих в СМО часто используются так называемые Марковские случайные процессы с ограниченным последствием.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1. Стохастическим или случайным процессом называется такая функция $\mathbf{Z(t)}$, которая в каждый момент времени $\mathbf{t_k}$, принимает значение некоторой случайной величины $\mathbf{Z(t_k)}$, которая называется также сечением случайного процесса. В общем случае каждое сечение случайного процесса может иметь свое распределение вероятности.

Исследование случайного процесса обычно выполняется на множестве его реализаций: $\mathbf{Z_1(t)}$, $\mathbf{Z_2(t)}$, **...**, $\mathbf{Z_n(t)}$, которые должны быть получены одновременно, синхронно при исследовании **n** совершенно одинаковых идентичных объектов. Множество этих реализаций называется ансамблем, и характеристики каждого сечения могут быть получены путем обработки соответствующих данных в данном сечении по множеству реализаций.



Если функции плотности распределения разные, то это нестационарный случайный процесс.

Если "волна распределения" будет строгой /стоячей/, то имеет место стационарный случайный процесс.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2. Если в каждом сечении случайного процесса $\mathbf{Z(t_к)}$

случайная величина принимает лишь конечное или счетное множество значений $\mathbf{\{Z_1, Z_2 ,..., Z_j\}}$, то такой дискретный процесс со случайными состояниями $\mathbf{t_1, t_2}$ называется цепью.

Переход из состояния в состояние обязательно мгновенный.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3. Если все моменты времени, в которых возможны переходы из состояния в состояние, образуют конечное или счетное множество моментов **{t₁, t₁, ..., tк}**, то такой случайный процесс с дискретным временем называется последовательностью.

<u>ОПРЕДЕЛЕНИЕ 4</u>. Если переходы из состояния в состояние осуществляются в любой момент времени, т.е. нельзя выделить какого-либо даже очень малого шага Δt для задания всех возможных моментов переходов, то такой случайный процесс является процессом с непрерывным временем.

Процессы в СМО обязательно являются цепью, но их развитие может быть представлено как в непрерывном, так и в дискретном времени. Для аналитического исследования часто используется непрерывное время, в то же время для моделирования с помощью ЭВМ используем дискретное время, т.е. представляем процесс в виде цепи с дискретным временем.

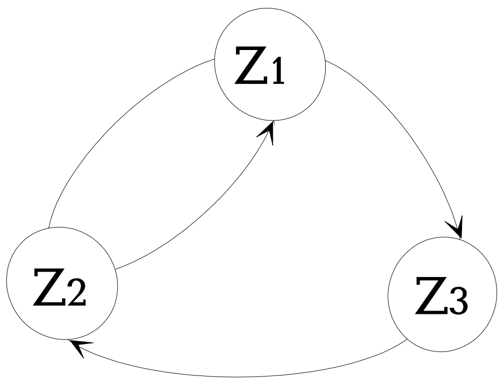
<u>ОПРЕДЕЛЕНИЕ 5</u>. Марковским случайным процессом называется цепь с дискретными состояниями $\{Z_1, Z_2, ..., Z_1, ..., Z_j, ...\}$, в котором распределение вероятностей состояний в момент времени t_k, т.е. $f_k(z)$, зависит только от того, в каком состоянии находятся процесс в момент времени t_{k-1}, и не зависит от того в каком состоянии находилась система в моменты $t_1, t_2, ..., t_{k-1}$, причем:

$\left| t_1 < t_2 < t_3 < t_{k-1} < t_k \right|$.

Функция распределения $f_k(z)$ /является/ зависит от того, в каком состоянии находилась система в момент t_{k-1}.

$$\frac{f_k(z)}{z(t_k)} = F\left(z(t)_{t=t_{k-1}}\right).$$

Для задания марковской цепи необходимо в принципе задать множество распределений $f_k(z)$ для некоторых Z_{k-1}. А фактически это отражается в некотором графе переходов из одного состояния в другое, для которого отображаются переходы для пары $t_{k-1} \to t_k$.



Кроме графа переходов для каждого сечения может быть задана и таблица переходов, в которой фиксируются вероятности переходов P_{ij} из $Z_i \to Z_j$

В общем случае и граф переходов **G(k)** марковской цепи и таблица переходов **T(к)** отражают то распределение, которое имело место в **к** -ом сечении. И хотя множество распределений одинаково для любых пар моментов, но история процесса отражается уже многими графами и многими таблицами.

2.Зависимостн времени реакции RR-сиетемы и ее PS-модели от длительности выполнения конкретных заданий.

Анализ характеристик идеализированной PS-модели RR-системы

Поскольку h_R достаточно мало, то мы можем перейти к идеализированной модели **RR**-системы, так называемой **PS**-системы /разделение времени процессора/.

В такой системе предполагается, что $h_R \to 1$, это означает, что все задания прерываются, а это значит, что $q \to 1$ и в идеальном случае каждая заявка получает свою долю обслуживания в системе. Получается, что все заявки обследуются как-бы паралельно. Но поток одинаковый по скорости обслуживания обратно пропорционален числу заявок.

Преимуществом **RR**-системы, как и **PS**-системы, является то, что короткие задания в этой системе обслуживаются быстро.

Рассмотрим переход в оценках характеристик **RR**-системы при ее идеализации, т.е. $h_R \to 1$.

<u>1.</u> $h_R \to 1, \quad q \to 1, \quad (1-q) \to 1$

Однако это не значит, что из системы не будут выходить обслуженные заявки. На выходе системы будет иметь место некоторый поток заявок с интенсивностью μ.

$$\rho=\frac{\lambda}{\mu}=\text{const},$$

для **RR**-системы ρ определяется:

$$\rho=\frac{\lambda\cdot h_R}{1-q}=\text{const};$$

$\lambda\cdot h_R$ – вероятность появления заявки входного потока;

$1-q$ – вероятность появления заявки в выходном потоке.

$$\mu=\frac{1-q}{h_R}=\text{const}.$$

2. $h_R\to 1,\quad k\to\infty,\quad k\cdot h_R=\hat{t}_s=\text{const}.$

3. $q\to 1$, то $q_R\to 1$.

$$\underbrace{\frac{1-q_R^{k-1}}{1-q_R}}_{0}=\underbrace{1+q_R+q_R^2+\ldots+q_R^{k-2}}_{\underbrace{k-1}_{\infty}};\quad \frac{1-q_R^{k-1}}{1-q_R}\cdot h_R=\hat{t}_s.$$

Проанализируем слагаемые, которые входят в общее выражение **Tw:**

$T_w=(\hat{t}_S)$ ЉʻШ **RR-**–Џ–Ђ"ħ

$t_{1,2}\to\infty$

$$1-q_R=1-q-\lambda\cdot h_R=(1-q)-\underbrace{\frac{\lambda\cdot h_R(1-q)}{(1-q)}}_{\frac{\lambda\cdot h_R}{(1-q)}=\rho}=(1-q)(1-\rho);$$

$$1-q_R\to 0.$$

В выражении $T_W(\hat{t}_s)$ $\mathbf{t_{1,s}}\to 0.$ Преобразуем 2-е и 3-е слагаемое:

$$\frac{(k-1)h_R}{1-q_R}-\frac{h_R\cdot q}{1-q_R}h_R\cdot\underbrace{\frac{1-q_R^{k-1}}{1-q_R}}_{\frac{1-q_R^{k-1}}{1-q_R}=k-1}=\frac{(k-1)h_R}{1-q_R}\cdot(1-q)=$$

$$=\frac{(k-1)h_R}{(1-q)(1-\rho)}(1-q)=\frac{\overbrace{(k-1)h_R}^{(k-1)h_R=\hat{t}_s}}{(1-\rho)}=\frac{\hat{t}_s}{(1-\rho)};$$

Преобразуем последнее слагаемое:

$$\overbrace{\frac{\lambda \cdot h_R}{(1-q)}=\rho}$$

$$\frac{\lambda \cdot h_R}{1-q_R}=\frac{\lambda \cdot h_R}{(1-q)(1-\rho)}=\frac{\rho}{(1-\rho)}.$$

Тогда:

$$T_W(\hat{t}_s)=\frac{\hat{t}_s}{1-\rho}+\hat{t}_s\left(j-\frac{\rho}{1-\rho}\right),$$ где

j- начальное число заявок.

Можно предположить, что **j=NS.** Учитывая, что среднее число заявок $N_S=\frac{\rho}{1-\rho}$, то выражение в скобках $\rightarrow$**0**.

Тогда, для среднего начального состояния

$$T_W(\hat{t}_s)=\frac{\hat{t}_s}{1-\rho}$$ - классическая оценка для **PS**-системы.

Анализируя это выражение: для коротких заданий время реакции системы может быть как угодно мало. Можно перейти к другой характеристике **PS**-системы:

2. $T_S=T_W(t_s=\frac{1}{\mu})=\frac{1}{\mu\cdot(1-\rho)}$.

Оценка T_S совпала с соответствующей характеристикой для FIFO-системы.

3.Определить основные характеристики стационарного информационного потока с вырожденным распределением по известным параметрам распределения: λ =250 1/с.

1) Математическое ожидание M_τ=1/ λ =a = 0,004 с

$$\Rightarrow \mathrm{M}(\tau)=\int_o^\infty \tau\cdot\delta(\tau-a)^{\neq 0}\,d\tau=\eta(\tau-a)\big|\tau=a$$

2) Интенсивность потока λ=1/ a = 250 1/с.

3) Дисперсия для экспоненциального потока.

D_τ = 0

4) Коэффициент вариации потока

g= 0

Это поток обыкновенных синхронизирующих импульсов с периодом **a** и частотой 1/a.

Такие модели потока в общем случае используется в крайних случаях, когда не подходит ни одна другая модель. Но вырожденные потоки применяются довольно часто.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ N 30

1 .Марковские цепи и их использование для описания процессов в СМО.

Простейшим видом марковской цепи является однородная марковская цепь, в которой вероятности перехода из состояния в состояние $\mathbf{P_{ij}}$ не зависят от времени, а следовательно марковская цепь для любых сечений случайного процесса представляется одним и тем же **G**, одной и той же таблицей **T.**

Некоторые определения, которые позволят сформулировать свойства однородных марковских цепей /для рассчета и анализа в процессах /.

<u>**ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1**</u> Если в одной марковской цепи можно из любого состояния $\mathbf{Z_i}$ перейти в любое другое состояние за как угодно большой интервал времени, то такая марковская цепь называется *неприводимой*. В графе такой марковской цепи будут отсутствовать "висячие" вершины /в которые входят стрелки, но не выходят/.

<u>**ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2**</u> Состояние однородной марковской цепи $\mathbf{Z_j}$ называется возвратным, если вероятность вернуться в него по истечении некоторого большого времени равна 1.

<u>**ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3**</u> Средним временем возвращения $\overline{t_{rj}}$ в некоторое возвратное состояние $\mathbf{Z_j}$ называется *среднее время между многими очередными возвращениями в это состояние*. Если имеет место цикличность, то тогда речь идет о стахастическом процессе, а можно использовать более простые средства анализа.

<u>**ОПРЕДЕЛЕНИЕ 4**</u> Если все состояния однородной марковской цепи апериодичные, то такая марковская цепь называется *апериодической*, и в ней не развиваются различные циклические процессы.

<u>**ОПРЕДЕЛЕНИЕ 5**</u> Если времена возвращения $\mathbf{t_{rj}}$ не одинаковы /не повторяются/, то такое возвратное состояние $\mathbf{Z_j}$ называется *опериодичным.*

<u>**СВОЙСТВО 1:**</u>

Если марковская цепь однородна, неприводима и апериодична, то для каждого состояния цепи существуют некоторые предельные вероятности состояний $\mathbf{P_j}$, которые называются равновесными, и которые не зависят от времени и от начальных условий, т.е.

$$P_j = \lim_{k \to \infty} P_j\,\mathbf{(K)}$$

Вероятностный переходный процесс как-бы закончился и наступил равновесный, не зависящий от $\mathbf{P_j\,(0)}$.

<u>**СВОЙСТВО 2:**</u>

Если все состояния однородной марковской цепи возвратны, а средние времена $\mathbf{t_{rj}}$ конечны, то для такой марковской цепи имеет место стационарное распределение вероятностных состояний:

$$\begin{cases} 1.\ \sum\limits_{j=0}^{\infty(n)} \mathbf{Pj=1;} \\ 2.\ \mathbf{Pj=} \sum\limits_{j=0}^{n(\infty)} \mathbf{Pij\,Pi} \end{cases}$$

- сумма произведений другого состояния на вероятность перехода из **i**-го состояния в **j**-тое

Равновесие вероятности состояний марковской цепи и вероятности переходов позволяют вычислить важные характеристики однородного марковского процесса:

$$\begin{cases} \overline{t_{rj}} & \text{- время возвращения в } \mathbf{j}\text{-тое состояние} \\ \overline{t_j} & \text{- среднее время пребывания в каждом } \mathbf{j}\text{-ом состоянии} \end{cases}$$

Но эти времена задаются с учетом шага испытаний Δt.

Текущее состояние процесса на марковском графе отображается точкой. На каждом шаге Δt мы точку снимаем и разрываем переход. Среднее время возврата в каждое состояние:

$$\overline{t_{rj}} = \frac{1}{P_j}\,\Delta t$$

Δt выбирается как минимальный шаг, при котором возможен физический переход.

Для определения среднего времени $\overline{t_j}$ воспользуемся некоторыми фрагментами цепи, которые подвергались испытаниям на каждом шаге.

Среднее время будет видимо определяться вероятностью переходов в то же самое состояние $\mathbf{P_{jj}}$, которая должна согласовываться с вероятностью выхода / I- $\mathbf{P_{jj}}$ /.

Среднее время пребывания в **j**-том состоянии может определить как геометрическое расределение вероятности возвращения в то же состояние на **k** шагах испытаний. В этом случае вероятность того, что в $\mathbf{Z_j}$ будем находить **k** шагов будет:

Это геометрическое дискретное распределение характеризует результаты испытаний с /**k**-I/ неуспехом и одним успехом, и наоборот.

Для среднего времени при геометрическом распределении:

$$\overline{t_j} = \frac{\mathbf{P_{jj}}}{\mathbf{1\text{-}P_{jj}}}\Delta t,$$

$\dfrac{\mathbf{P_{jj}}}{\mathbf{1\text{-}P_{jj}}}$ - задает среднее время для **k**.

Геометрическое распределение является простейшим распределением без последствия. Именно оно характеризует процесс обследования заявок в СМО, поскольку $\mathbf{Z_j}$ мы можем рассмотреть как состояние обследования **j**-той заявки. Тогда среднее время ее обследования распределяется геометрически.

Если выходной поток СМО имеет более сложное распределение чем экспоненциальное или геометрическое, а для описания процессов СМО используется однородная марковская цепь, то в этом случае имеет место некоторое логическое несоответствие, и такая модель называется *полумарковской*. Такая модель называется с вложенным марковским процессом.

Если же выходной поток простейший, то можно назвать эту модель марковской и использовать однородные цепи для анализа процесса.

2.Понятие фазы в моделях потоков.

Очень удобна для анализа модель Пуассоновского потока, однако в практических системах часто коэффициент вариаций $\mathbf{g \neq 1}$, и тогда использование простейшего потока в качестве модели приводит к грубым или неточным результатам.

Используя преимущество экспоненциальной формы распределения для различных случаев при $\mathbf{g \neq 1}$ созданы специальные модеди/распределения/, которые базируются на общем експоненциальном представлении, но в таких потоках учитываются некоторые более сложные ситуации, чем в простом потоке. Такие ситуации получили название <u>фазы</u>. А общее число ситуаций/фаз/ определяет порядок распределения. В одном из таких специальных обобщений для заданий редких потоков вводится несколько фаз /1.2.3,..., к /, представляемых во времени как $\mathbf{1/\alpha}$.

На 1-м интервале ожидания появление одного события в потоке. А на 2-м интервале ситуация изменяется. 1-го события еще не было, но надо ожидать и 2-е.

В сложных потоках может быть ситуация ожидания **к** - события, даже если ни одного не было.

Интерпритация такой системы - воспроизводится работа многофункциональной системы, в которой приборы обследования распределены последовательно.

Использование фаз удобно тем, что при исследовании для появившихся событий в потоке регистрируется не время его, а фаза появления события.

3.Определить основные характеристики марковской или полумарковской моделей FIFO-системы по заданным параметрам входного и выходного информационных потоков: λ =150 1/с, $T_{сред}$=0.005 с, g=4.

Так как g=4, то рассматривать будем для полумарковских моделей FIFO системы.

Найдем основные характеристики:

N_s – среднее количество запросов в системе. $\rho = \lambda / \mu$, $\mu = 1/T_{сред}$ тогда μ=200, ρ= 0,75. $N_s = \rho+\rho^2(1+g)/(2*(1-\rho)) = 0.75+0.75^2(1+4)/(2*(1-0.75)) = 4.125$,

T_s – среднее время пребывания заявок в системе. $T_s = 1/\mu+\rho(1+g)/(2*\mu*(1-\rho)) = 1/200+0.75(1+4)/(2*200*(1-0.75))=0,0425$

T_w – время ожидания системы. $T_w(t_s) = t_s + T_Q = t_s + \rho(1+g)/(2*\mu*(1-\rho)) = t_s + +0.75(1+4)/(2*200*(1-0.75)) = t_s + 0.0375$