Вопросы к лабораторной работе №2

Бинарные отношения и их основные свойства, операции над отношениями

Теоретические вопросы

1. Дать определение отношения и привести примеры отношений
2. Дать определение и привести примеры области определения и множества значений отношения.
3. Перечислить операции над бинарными отношениями и описать правила выполнения этих операций.
4. Линейно упорядоченные множества и их свойства.
5. Дать определение среза отношения через элемент. Привести пример среза.
6. Дать определение и привести примеры операций получения обратного отношения и композиции.
7. Перечислить свойства отношений. Дать определения отношений рефлексивности, антирефлексивности и симметричности.
8. Дать определение упорядоченного множества.
9. Перечислить свойства отношений. Дать определения отношений асимметричности, антисимметричности, транзитивности и антитранзитивности.
10. Дать определения наименьшего, наибольшего, минимального и максимального элементов упорядоченного множества.

Задачи

1. Заданы множества A={1, 2}; B={3, 4}; C={4, 5, 6}. Найти:
   a) A×B;
   b) B×A;
   c) (A×B)×C.
2. Построить бинарное отношение, обладающее свойствами рефлексивности и антисимметричности, но не являющееся транзитивным.
3. Дано множество $X = \{(1,2),(3,4),(1,3),(3,5)\}$. Построить на $X \times X$ отношение строгого порядка.
4. Построить бинарное отношение, обладающее свойствами рефлексивности и симметричности, но не являющееся транзитивным.
5. Построить бинарное отношение, обладающее свойствами Антирефлексивности, антисимметричности и транзитивности.
6. На множествах A = {a_1, a_2, a_3, a_4, a_5,} и B ={b_1, b_2, b_3, b_4,} определено бинарное отношение

   R={(a_1, b_2), (a_2, b_1), (a_2, b_2), (a_4, b_2), (a_4, b_3), (a_5, b_1), (a_5, b_3)}.

Определить срезы отношения через каждый из элементов множества A.

7. Пусть дано множество $X = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$, на котором задано отношение

$R = \{(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6),(1,7),(1,8),$
$(2,5),(2,7),(2,8),(3,5),(3,6),(3,8),(4,6),(4,7),(4,8),$
$(5,8),(6,8),(7,8)\}$

Построить диаграмму Хассе по данному отношению.

8. Пусть A – множество всех прямых на некоторой плоскости. Является ли эквивалентным отношение $R \subset A \times A$, заданное предикатом:
$R = \{(x,y) | "x \text{ перпендикулярно } y"\}$?

9. На множествах A = {a_1, a_2, a_3, a_4, a_5,} и B ={b_1, b_2, b_3, b_4,b_5} определено бинарное отношение
R={(a_1, b_2), (a_1, b_5), (a_2, b_1), (a_2, b_2), (a_4, b_2), (a_4, b_3), (a_4, b_5), (a_5, b_1), (a_5, b_3)}.
Найти R^{-1}, построить граф обратного отношения.

10. Дано множество $A = \{1,2,3,4,5\}$ и отношение $R \subseteq A \times A$, включающее такие элементы $R = \{(1,2),(2,3),(3,4),(4,5)\}$. Дополнить его до эквивалентного.

11. Определить, является ли отношение
R={(x,y)| «число *x* больше числа *y* на 2»}
отношением строгого порядка.

12. Определить, является ли отношение
R={(*x*,*y*)| «число *x* делится на число *y* без остатка»}
отношением порядка.

13. Пусть A – множество всех прямых на плоскости. Будет ли эквивалентным отношение $R = \{(a,b) | "a \text{ параллельно } b"\}$?

14. Определить, является ли отношение
R={(x,y)| «прямая *x* пересекает прямую y»}
эквивалентным отношением.

15. Определить свойства отношения R={(*x*,*y*)| «*x* сестра *y*»}.

16. Пусть $X = \{\sim, \ , ¥, ¢\}$. Пусть $R \subseteq X \times X$ определено в виде
$R = \{(\sim,\sim),(\sim, \ ),(\sim,¢),(\ ,\sim),(¢,\sim),(¢,¢),(¥,¢),(¥,¥)\}$.
Определить свойства этого отношения.

17. Построить булеан множества $A = \{1,2,3\}$ и задать на нем отношение
$$R = \{(X,Y) | X \subseteq Y\}.$$

18. Пусть дано некоторое множество A и отношения R и S на общем декартовом произведении: $R \subset A \times A$ и $S \subset A \times A$, обладающие свойством рефлексивности.
Будет ли обладать свойством рефлексивности отношение $\Phi = R \cup S$?

19. Дано два отношения: R и S

R	1	2	3
1	0	1	0
2	0	1	0
3	0	1	0

S	1	2	3
1	1	0	0
2	0	1	0
3	0	0	1

Найти $R^{-1} \cup S$ и $R \cap S$.

20. Пусть дано упорядоченное множество $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ и множество $B \subset A$, заданное элементами $B = \{4,5,6,7\}$. Найти все верхние и нижние грани множества B на множестве A.

21. При каких условиях (a,b,c) и (k,l,m) не сравнимы.

22. При каких условиях $(a,b,c) < (k,l,m)$?

23. Построить булеан 2^M множества $M = \{x,y,z\}$, задать на нем отношение $R = \{(T,V) \mid T \subseteq V, T,V \in 2^M\}$. Построить диаграмму Хассе данного отношения.

24. Дано множество $X = \{1,2,3,4,5\}$. Построить на $X \times X$ отношение строго порядка.

25. Дано множество $A = \{a,b,c,1,2,3\}$. Задать на $A \times A$ отношение, обладающее свойством симметричности.

26. Построить график и определить свойства бинарного отношения:

$R = \{(a,b) \| a-b| = 1, a,b \in D\}$

27. Запишите условие, при котором справедливо отношение нестрогого порядка между кортежами:

$$(a_1,...,a_{i-1},a_i,a_{i+1},...,a_n) \le (b_1,...,b_{i-1},b_i,b_{i+1},...,b_n).$$

28. На множестве $A = (1,2,3,4,5)$ задано отношение

R={(1, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (5, 1)}. Найти область определения и множество значений этого отношения.

29. Пусть дано множество $A = \{4,3,1,2,11,c,a,b,¥,\sim,\ \}$. Построить возможные отношения частичного порядка $R \subset A \times A$, заданные предикатом $R = \{(x,y) \mid x < y\}$.

30. Дано отношение $R \subset A \times A$:

$R = \{(a_1,a_4),(a_2,a_2),(a_2,a_3),(a_2,a_5),(a_3,a_5),(a_3,a_2),$

$(a_4,a_4),(a_4,a_1),(a_5,a_2),(a_5,a_3)\}$

Определить его свойства.