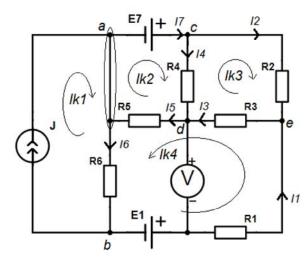


Розрахувати струми у всіх вітках кола методом контурних струмів. Скласти баланс потужностей.

### Параметри елементів схеми:

 $E1 \coloneqq 250 \ V \qquad R1 \coloneqq 15 \ \varOmega \qquad R4 \coloneqq 30 \ \varOmega$  $E7 \coloneqq 300 \ V \qquad R2 \coloneqq 20 \ \varOmega \qquad R5 \coloneqq 35 \ \varOmega$  $J \coloneqq 25 \ \varOmega \qquad R3 \coloneqq 25 \ \varOmega \qquad R6 \coloneqq 40 \ \varOmega$ 

## МЕТОД КОНТУРНИХ СТРУМІВ



Аналізуємо електричне коло і бачимо, що в ньому <u>наявна вітка із</u> <u>джерелом струму</u>. Обираємо незалежні контури так, щоб через джерело струму проходив тільки один контурний струм. Тоді цей контурний струм буде відомим і складати рівняння для цього контура буде непотрібно.

<u>Система рівнянь</u> за методом контурних струмів в загальному вигляді для цієї схеми виглядає так:

(lk1=J R21\*lk1+ R22\*lk2+ R23\* lk3+R24\* lk4=Ek2 R31\*lk1+ R32\*lk2+ R33\* lk3+R34\* lk4=Ek3 R41\*lk1+ R42\*lk2+ R43\* lk3+R44\* lk4=Ek4

## Розшифруємо коефіцієнти рівнянь:

## Власні контурні опори

(сума опорів віток, які утворюють цей контур)

 $R22 := R4 + R5 = 65 \Omega$   $R33 := R2 + R3 + R4 = 75 \Omega$  $R44 := R1 + R3 + R5 + R6 = 115 \Omega$ 

## Суміжні контурні опори

(сума опорів, через які проходять обидва контурні струми. "+" - в одну сторону, "-" - в різні)

$$R21 := 0 \Omega$$
 $R31 := 0 \Omega$ 
 $R41 := R6 = 40 \Omega$ 
 $R23 := -R4 = -30 \Omega$ 
 $R32 := -R4 = -30 \Omega$ 
 $R42 := R5 = 35 \Omega$ 
 $R24 := R5 = 35 \Omega$ 
 $R34 := R3 = 25 \Omega$ 
 $R43 := R3 = 25 \Omega$ 

Контурні ЕРС (алгебраїчна сума ЕРС віток, що створюють незалежний контур)

$$Ek2 := E7 = 300 \ V$$
  
 $Ek3 := 0 \ V$   
 $Ek4 := E1 = 250 \ V$ 

## Застосуємо Метод Крамера для розв'язання системи рівнянь

$$\Delta \coloneqq \left\| \begin{bmatrix} R22 & R23 & R24 \\ R32 & R33 & R34 \\ R42 & R43 & R44 \end{bmatrix} \right\| = \left(2.721 \cdot 10^5\right) \Omega^3$$

$$\Delta 2 \coloneqq \left\| \begin{bmatrix} Ek2 - R21 \cdot J & R23 & R24 \\ Ek3 - R31 \cdot J & R33 & R34 \\ Ek4 - R41 \cdot J & R43 & R44 \end{bmatrix} \right\| = \left( 4.931 \cdot 10^6 \right) \frac{\mathbf{kg}^3 \cdot \mathbf{m}^6}{\mathbf{s}^9 \cdot \mathbf{A}^5}$$

$$\Delta 3 \coloneqq \left\| \begin{bmatrix} R22 & Ek2 - R21 \cdot J & R24 \\ R32 & Ek3 - R31 \cdot J & R34 \\ R42 & Ek4 - R41 \cdot J & R44 \end{bmatrix} \right\| = \left(3.304 \cdot 10^6\right) \frac{\mathbf{kg}^3 \cdot \mathbf{m}^6}{\mathbf{s}^9 \cdot \mathbf{A}^5}$$

$$\Delta 4 := \left\| \begin{bmatrix} R22 & R23 & Ek2 - R21 \cdot J \\ R32 & R33 & Ek3 - R31 \cdot J \\ R42 & R43 & Ek4 - R41 \cdot J \end{bmatrix} \right\| = -3.994 \cdot 10^6 \frac{\mathbf{k} \mathbf{g}^3 \cdot \mathbf{m}^6}{\mathbf{s}^9 \cdot \mathbf{A}^5}$$

$$Ik1 := J = 25 \text{ A}$$
  $Ik3 := \frac{\Delta 3}{\Delta} = 12.141 \text{ A}$   $Ik2 := \frac{\Delta 2}{\Delta} = 18.121 \text{ A}$   $Ik4 := \frac{\Delta 4}{\Delta} = -14.676 \text{ A}$ 

**Струми віток** дорівнюють алгебраїчній сумі контурних струмів, що проходять через ці вітки.

$$I1 := Ik4 = -14.676 \ A$$
  $I5 := Ik2 + Ik4 = 3.445 \ A$   $I2 := Ik3 = 12.141 \ A$   $I6 := Ik4 + Ik1 = 10.324 \ A$   $I3 := Ik3 + Ik4 = -2.536 \ A$   $I7 := Ik2 = 18.121 \ A$   $I4 := Ik2 - Ik3 = 5.981 \ A$ 

## Складемо баланс потужностей.

Потужність джерел: 
$$Pdg = E1 \cdot I1 + E7 \cdot I7 + J \cdot I6 \cdot R6 = (1.209 \cdot 10^4)$$
 **W**

Потужність споживачів:

$$Psp := R1 \cdot I1^2 + R2 \cdot I2^2 + R3 \cdot I3^2 + R4 \cdot I4^2 + R5 \cdot I5^2 + R6 \cdot I6^2 = (1.209 \cdot 10^4)$$
 **W**

Похибка складає: 
$$\Delta \! P \! \coloneqq \! \frac{\left| P dg \! - \! P s p \right|}{P dg} \! \cdot \! 100\% \! = \! 0$$

# Складаємо рівняння за законами Кірхгофа для перевірки правильності одержаних результатів.

a) 
$$J+I5-I7-I6=0$$
 **A**

b) 
$$J+I1-I6=0$$
 **A**

c) 
$$I2 + I4 - I7 = 0$$
 **A**

d) 
$$I4+I3-I5=0$$
 **A**

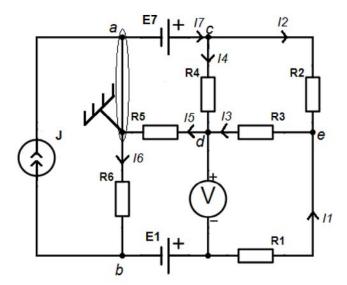
II) 
$$I4 \cdot R4 + I5 \cdot R5 - E7 = (1.137 \cdot 10^{-13}) V$$

III) 
$$I2 \cdot R2 + I3 \cdot R3 - R4 \cdot I4 = 0 V$$

$$|V\rangle$$
  $I5 \cdot R5 + R3 \cdot I3 + I1 \cdot R1 + I6 \cdot R6 - E1 = (1.421 \cdot 10^{-13}) V$ 

Отже розрахунки виконано правильно.

## МЕТОД ВУЗЛОВИХ ПОТЕНЦІАЛІВ



Аналізуємо електричне коло і бачимо, що в ньому <u>наявна</u> <u>вітка із джерелом ЕРС та R=0.</u> Це вітка №7. Тому заземляємо один з прилеглих до цієї вітки вузлів. Інший прилеглий вузол буде відомим.

$$Ua \coloneqq 0 \ V$$
  
 $Uc \coloneqq E7 = 300 \ V$ 

Для цих вузлів складати рівняння не потрібно.

<u>Система рівнянь</u> за методом вузлових потенціалів у загальному вигляді для цієї схеми виглядає так:

$$\begin{cases} -G_{ba}U_{a} + G_{bb}U_{b} - G_{bc}U_{c} - G_{bd}U_{d} - G_{be}U_{e} = I_{bb} \\ -G_{da}U_{a} - G_{db}U_{b} - G_{dc}U_{c} + G_{dd}U_{d} - G_{de}U_{e} = I_{dd} \\ -G_{ea}U_{a} - G_{eb}U_{b} - G_{ec}U_{c} - G_{ed}U_{d} + G_{ee}U_{e} = I_{ee} \\ U_{c} = 0 V \\ U_{a} = E7 \end{cases}$$

# Розшифруємо коефіцієнти рівнянь:

### Власні провідності віток:

$$Gbb := \frac{1}{R1} + \frac{1}{R6} = 0.092 \ S$$

$$Gdd := \frac{1}{R3} + \frac{1}{R4} + \frac{1}{R5} = 0.102 \ S$$

$$Gee := \frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \frac{1}{R3} = 0.157 \ S$$

#### Суміжні провідності віток:

$$Gba \coloneqq \frac{1}{R6} = 0.025 \, \textbf{\textit{S}} \qquad \qquad Gdb \coloneqq 0 \, \textbf{\textit{S}} \qquad \qquad Gea \coloneqq 0 \, \textbf{\textit{S}}$$
 
$$Gbc \coloneqq 0 \, \textbf{\textit{S}} \qquad \qquad Gdb \coloneqq \frac{1}{R5} = 0.029 \, \textbf{\textit{S}} \qquad \qquad Geb \coloneqq \frac{1}{R1} = 0.067 \, \textbf{\textit{S}}$$

$$Gbd \coloneqq 0 \ S$$
  $Gdc \coloneqq \frac{1}{R4} = 0.033 \ S$   $Gec \coloneqq \frac{1}{R2} = 0.05 \ S$   $Gbe \coloneqq \frac{1}{R1} = 0.067 \ S$   $Gde \coloneqq \frac{1}{R3} = 0.04 \ S$   $Ged \coloneqq \frac{1}{R3} = 0.04 \ S$ 

## Струми віток:

$$Ibb := -\frac{E1}{R1} - J = -41.667 A$$
  $Iee := \frac{E1}{R1} = 16.667 A$   $Idd := 0$ 

## Застосуємо Метод Крамера для розв'язання системи рівнянь

$$\Delta \coloneqq \left\| \begin{bmatrix} Gbb & -Gbd & -Gbe \\ -Gdb & Gdd & -Gde \\ -Geb & -Ged & Gee \end{bmatrix} \right\| = \left(8.639 \cdot 10^{-4}\right) \, \boldsymbol{S}^3$$

$$\Delta b \coloneqq \left\| \begin{bmatrix} Ibb + Gba \cdot Ua + Gbc \cdot Uc & -Gbd & -Gbe \\ Idd + Gda \cdot Ua + Gdc \cdot Uc & Gdd & -Gde \\ Iee + Gea \cdot Ua + Gec \cdot Uc & -Ged & Gee \end{bmatrix} \right\| = -0.357 \frac{\mathbf{s}^6 \cdot \mathbf{A}^5}{\mathbf{k}\mathbf{g}^2 \cdot \mathbf{m}^4}$$

$$\Delta d \coloneqq \left\| \begin{bmatrix} Gbb & Ibb + Gba \cdot Ua + Gbc \cdot Uc & -Gbe \\ -Gdb & Idd + Gda \cdot Ua + Gdc \cdot Uc & -Gde \\ -Geb & Iee + Gea \cdot Ua + Gec \cdot Uc & Gee \end{bmatrix} \right\| = 0.104 \frac{\boldsymbol{s}^6 \cdot \boldsymbol{A}^5}{\boldsymbol{k} \boldsymbol{g}^2 \cdot \boldsymbol{m}^4}$$

$$\Delta e \coloneqq \begin{bmatrix} Gbb & -Gbd & Ibb + Gba \cdot Ua + Gbc \cdot Uc \\ -Gdb & Gdd & Idd + Gda \cdot Ua + Gdc \cdot Uc \\ -Geb & -Ged & Iee + Gea \cdot Ua + Gec \cdot Uc \end{bmatrix} = 0.049 \frac{\mathbf{s}^6 \cdot \mathbf{A}^5}{\mathbf{kg}^2 \cdot \mathbf{m}^4}$$

$$Ub := \frac{\Delta b}{\Delta} = -412.954 \ \mathbf{V}$$

$$Ud := \frac{\Delta d}{\Delta} = 120.579 \ \mathbf{V}$$

$$Ue := \frac{\Delta e}{\Delta} = 57.189 \ \mathbf{V}$$

## Обчислюємо струми віток за законом Ома для ділянки кола.

$$I1 \coloneqq \frac{Ub - Ue + E1}{R1} = -14.676 \ \textbf{\textit{A}} \qquad I2 \coloneqq \frac{Uc - Ue}{R2} = 12.141 \ \textbf{\textit{A}} \qquad I3 \coloneqq \frac{Ue - Ud}{R3} = -2.536 \ \textbf{\textit{A}}$$
 
$$I4 \coloneqq \frac{Uc - Ud}{R4} = 5.981 \ \textbf{\textit{A}} \qquad I5 \coloneqq \frac{Ud - Ua}{R5} = 3.445 \ \textbf{\textit{A}} \qquad I6 \coloneqq \frac{Ua - Ub}{R6} = 10.324 \ \textbf{\textit{A}}$$

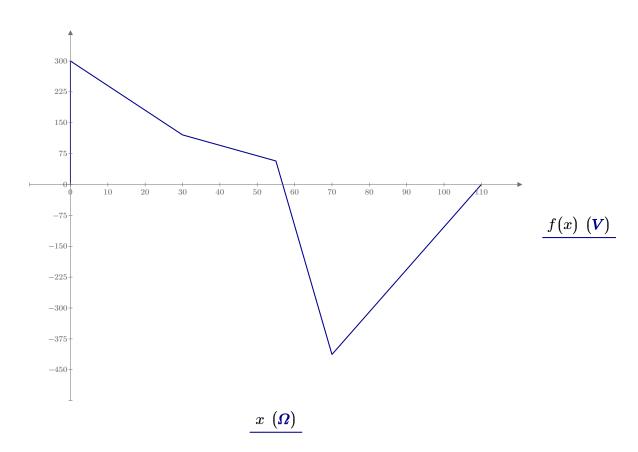
$$I7 := J - I6 = 14.676 A$$

# **Напругу на вольтметрі** *Uv* знайдемо за другим законом Кірхгофа.

$$Uv := -I3 \cdot R3 - I1 \cdot R1 = 283.532 \ V$$

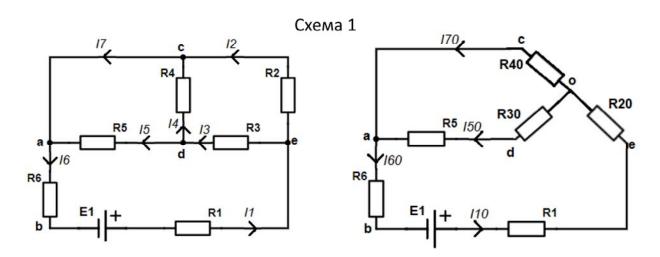
# Потенціальна діаграма.

$$f(x) \coloneqq \begin{bmatrix} Ua \ Uc \ Ud \ Ue \ Ub \ Ua \end{bmatrix}^{^{\mathrm{T}}}$$
 
$$x \coloneqq \begin{bmatrix} 0 \ 0 \ R4 \ R3 + R4 \ R1 + R4 + R3 \ R6 + R1 + R4 + R3 \end{bmatrix}^{^{\mathrm{T}}}$$



## МЕТОД НАКЛАДАННЯ

Розраховуємо 3 часткові схеми, які мають лише одне джерело струму чи напруги. Вилучаючи джерело ЕРС, залишаємо замість нього його внутрішній опір. Вилучаючи джерело струму, в схемі утворюється розрив, бо опір джерела струму нескінченно великий.



Застосувавши еквівалентні перетворення, отримали нову схему з такими опорами:

$$R40 := \frac{R2 \cdot R4}{R2 + R3 + R4} = 8 \Omega$$
  $R30 := \frac{R4 \cdot R3}{R2 + R3 + R4} = 10 \Omega$  
$$R20 := \frac{R2 \cdot R3}{R2 + R3 + R4} = 6.667 \Omega$$

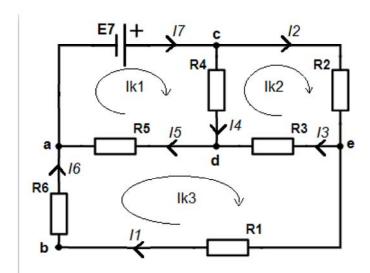
#### Обчислення:

$$\begin{split} R \coloneqq &R6 + R1 + R20 + \frac{R40 \cdot \left(R5 + R30\right)}{R5 + R30 + R40} = 68.459 \ \Omega \\ I60 \coloneqq &\frac{E1}{R} = 3.652 \ A & I10 \coloneqq I60 = 3.652 \ A \\ I70 \coloneqq &I60 \cdot \frac{R5 + R30}{R5 + R30 + R40} = 3.101 \ A & I50 \coloneqq I60 - I70 = 0.551 \ A \end{split}$$

## Відповідь до схеми 1:

$$I41 \coloneqq \frac{R40 \cdot I70 - R30 \cdot I50}{R4} = 0.643 \ A \qquad I21 \coloneqq \frac{R40 \cdot I70 + R20 \cdot I10}{R2} = 2.458 \ A$$
 
$$I31 \coloneqq \frac{R30 \cdot I50 + R20 \cdot I10}{R3} = 1.194 \ A \qquad I61 \coloneqq I60 = 3.652 \ A \qquad I51 \coloneqq I50 = 0.551 \ A$$
 
$$I11 \coloneqq I10 = 3.652 \ A \qquad I71 \coloneqq I70 = 3.101 \ A$$

#### Схема 2



Розраховуємо за методом контурних струмів:

$$\begin{cases} (R4 + R5) * Ik1 - R4 * Ik2 - R5 * Ik3 = E7 \\ -R4 * Ik1 + (R2 + R3 + R4) * Ik2 - R3 * Ik3 = 0 \\ -R5 * Ik1 - R3 * Ik2 + (R1 + R3 + R5 + R6) * Ik3 = 0 \end{cases}$$

$$\Delta \coloneqq \begin{bmatrix} R4 + R5 & -R4 & -R5 \\ -R4 & R2 + R3 + R4 & -R3 \\ -R5 & -R3 & R1 + R3 + R5 + R6 \end{bmatrix} = \left(2.721250 \cdot 10^5\right) \mathbf{\Omega}^3$$

$$\Delta 1 := \left\| \begin{bmatrix} E7 & -R4 & -R5 \\ 0 & V & R2 + R3 + R4 & -R3 \\ 0 & V & -R3 & R1 + R3 + R5 + R6 \end{bmatrix} \right\| = \left(2.400000 \cdot 10^6\right) \frac{\mathbf{k} \mathbf{g}^3 \cdot \mathbf{m}^6}{\mathbf{s}^9 \cdot \mathbf{A}^5}$$

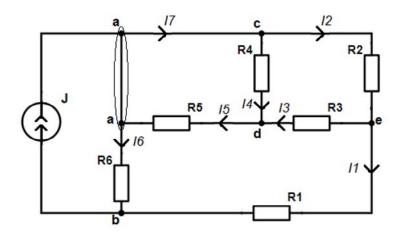
$$\Delta 2 := \left\| \begin{bmatrix} R4 + R5 & E7 & -R5 \\ -R4 & 0 & V & -R3 \\ -R5 & 0 & V & R1 + R3 + R5 + R6 \end{bmatrix} \right\| = \left(1.297500 \cdot 10^6\right) \frac{\mathbf{kg}^3 \cdot \mathbf{m}^6}{\mathbf{s}^9 \cdot \mathbf{A}^5}$$

$$\Delta 3 \coloneqq \begin{bmatrix} R4 + R5 & -R4 & E7 \\ -R4 & R2 + R3 + R4 & 0 & V \\ -R5 & -R3 & 0 & V \end{bmatrix} = (1.0125 \cdot 10^6) \frac{\mathbf{kg}^3 \cdot \mathbf{m}^6}{\mathbf{s}^9 \cdot \mathbf{A}^5}$$

$$Ik1 := \frac{\Delta 1}{\Delta} = 8.819 \text{ A}$$
  $Ik2 := \frac{\Delta 2}{\Delta} = 4.768 \text{ A}$   $Ik3 := \frac{\Delta 3}{\Delta} = 3.721 \text{ A}$ 

#### Відповідь до схеми 2:

## Схема 3



$$R45 := \frac{R4 \cdot R5}{R4 + R5} = 16.154 \ \Omega$$

$$R2345 := \frac{R2 \cdot (R3 + R45)}{R2 + R3 + R45} = 13.459 \ \Omega$$

## Відповідь до схеми 3:

$$I13 \coloneqq J \cdot \frac{R6}{R1 + R6 + R2345} = 14.607 \ A$$

$$I63 := J - I13 = 10.393 A$$

$$I33 := -I13 \cdot \frac{R2}{R2 + R3 + R45} = -4.777 \ A$$

$$I23 := I13 + I33 = 9.83 \text{ } A$$

$$I43 = I33 \cdot \frac{R5}{R4 + R5} = -2.572 \text{ A}$$

$$I53 := -(I33 - I43) = 2.205 A$$

$$I73 := I23 - I43 = 12.402 A$$

## Обчислюємо безпосередньо струми в початковій схемі:

$$I1 := I11 - I12 - I13 = -14.676 A$$

$$I2 := -I21 + I22 + I23 = 12.141 \text{ } A$$

$$I3 := I31 + I32 + I33 = -2.536 A$$

$$I4 := -I41 + I42 - I43 = 5.981 \text{ } A$$

$$I5 := I51 + I52 - I53 = 3.445 \text{ } A$$

$$I6 := I61 - I62 + I63 = 10.324 A$$

$$I7 := -I71 + I72 + I73 = 18.121 \text{ } A$$

## Виконаємо перевірку за І законом Кірхгофа:

$$J + I5 - I7 - I6 = 0$$
 A

$$I7 - I2 - I4 = (8.882 \cdot 10^{-16}) A$$

$$I1 + I2 - I3 = -1.332 \cdot 10^{-15} A$$

$$I4 + I3 - I5 = 0$$
 **A**

# Визначення вхідних та взаємних провідностей віток, коефіцієнтів передачі струму.

Коло з джерелом напруги Е1:

$$G11 := \frac{I11}{E1} = 0.015 \, \mathbf{S}$$
  $G51 := \frac{I51}{E1} = 0.002 \, \mathbf{S}$ 

$$G21 := \frac{I21}{E1} = 0.01 \ S$$
  $G61 := \frac{I61}{E1} = 0.015 \ S$ 

$$G31 := \frac{I31}{E1} = 0.005 \ S$$
  $G71 := \frac{I71}{E1} = 0.012 \ S$ 

$$G41 \coloneqq \frac{I41}{E1} = 0.003 \, \mathbf{S} \qquad \qquad Gj1 \coloneqq 0 \, \mathbf{S}$$

Коло з джерелом напруги Е7:

$$G17 := \frac{I12}{E7} = 0.012 \ S$$
  $G57 := \frac{I52}{E7} = 0.017 \ S$ 

$$G27 := \frac{I22}{E7} = 0.016 \ S$$
  $G67 := \frac{I62}{E7} = 0.012 \ S$ 

$$G37 := \frac{I32}{E7} = 0.003 \ S$$
  $G77 := \frac{I72}{E7} = 0.029 \ S$ 

$$G47 \coloneqq \frac{I42}{E7} = 0.014 \, \mathbf{S} \qquad \qquad Gj7 \coloneqq 0 \, \mathbf{S}$$

Коло з джерелом струму Ј:

$$K1 := \frac{I13}{J} = 0.584$$
  $K5 := \frac{I53}{J} = 0.088$ 

$$K2 := \frac{I23}{J} = 0.393$$
  $K6 := \frac{I63}{J} = 0.416$ 

$$K3 := \frac{I33}{J} = -0.191$$
  $K7 := \frac{I73}{J} = 0.496$ 

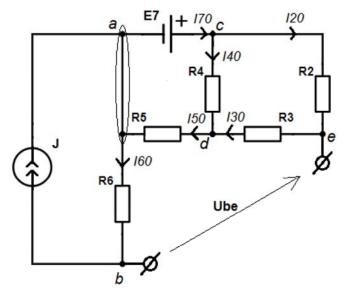
$$K4 := \frac{I43}{J} = -0.103$$
  $Kj := \frac{J}{J} = 1$ 

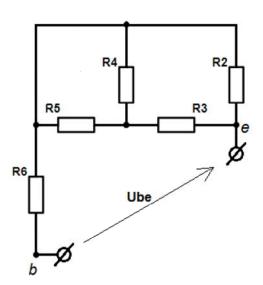
Розрахуємо якою повинна бути ЕРС E1x, щоб I5x = 5 A

$$E1x := \frac{I5x - G57 \cdot E7 - K5 \cdot J}{G51} = -1.045 \cdot 10^{3} \ V$$

# МЕТОД ЕКВІВАЛЕНТНОГО ГЕНЕРАТОРА

Ube=-J\*R6-I50\*R5-I30\*R3





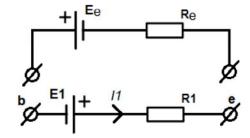
За методом накладання:

$$I30 := \frac{E7 \cdot R4}{\left(\frac{(R2+R3)\cdot R4}{R2+R3+R4} + R5\right) (R2+R3+R4)} + 0 A = 2.264 A$$

$$I50 \coloneqq \frac{E7}{\frac{(R2+R3)\cdot R4}{R2+R3+R4} + R5} + 0 \ \mathbf{A} = 5.66 \ \mathbf{A}$$

$$Ube := -J \cdot R6 - I50 \cdot R5 - I30 \cdot R3 = -1.255 \cdot 10^3 \ V$$

$$Rbe \coloneqq \frac{R2 \cdot \left(R3 + \frac{R4 \cdot R5}{R4 + R5}\right)}{R2 + R3 + \frac{R4 \cdot R5}{R4 + R5}} + R6 = 53.459 \ \Omega$$



$$Ee \coloneqq Ube$$
 
$$Re \coloneqq Rbe$$
 
$$I1 \coloneqq \frac{E1 + Ee}{Re + R1} = -14.676 \text{ A}$$

Яку EPC (Ex) потрібно увімкнути в 1 вітку, щоб струм І1 збільшився в 5 разів і змінив напрямок?

$$I1x \coloneqq -5 \cdot I1 = 73.381 \text{ A} \qquad Ex \coloneqq \frac{I1x \cdot (Re + R1) \cdot 1 \text{ V}}{E1 + Ee} = -5 \text{ V}$$

Знайти залежність між струмом у першій вітці ( $I_1$ ) і опором у третій вітці ( $R_3$ ) при незмінності всіх інших параметрів. Розрахувати струм  $I_1$  при опорі  $I_3 = I_3$ 0.

Еквівалентний опір кола відносно вітки з R3:

$$Re := \frac{R4 \cdot R5}{R4 + R5} + \frac{(R6 + R1) \cdot R2}{R6 + R1 + R2} = 30.821 \ \Omega$$

Струми холостого ходу: 
$$i_{1x} = \frac{E1 - J \cdot R6 - E7}{R2 + R1 + R6} = -14 \ A$$

$$i_{2x} = -i_{1x} = 14 \ A$$

$$i_{4x} = \frac{E7}{R4 + R5} = 4.615 \ A$$

Напруга холостого ходу:  $U_{xx} \coloneqq i_{4x} \cdot R4 - i_{2x} \cdot R2 = -141.538 \ V$ 

Струм у вітці з R3: 
$$i1(R3) := i_{1x} + \frac{I1 - i_{1x}}{I3} \cdot \frac{U_{xx}}{R3 + Re}$$

$$i1(5 \text{ ohm}) = -15.054 \text{ A}$$

Перевіримо: i1(30 ohm) = -14.676 A

I1 = -14.676 A