# Міністерство освіти України Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут"

Кафедра ТОЕ

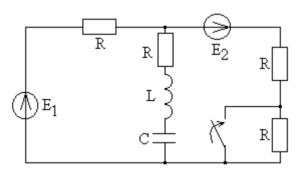
# **Розрахунково-графічна робота** "Розрахунок перехідних процесів у лінійних колах"

Варіант № 303

Виконав:	 	
Пепевіпив		

#### Умова задання

- 1. В колі з джерелом постійної ЕДС необхідно:
- 1) класичним методом розрахзувати напруги на реактивних елементах та струми перехідного процесу;
- 2) розрахувати струм в колі з джерелом ЕДС Е1 та напругу на реактивному елементі операторним методом;
- 3) побудувати в одному часовому масштабі діаграми струму та напруги на реактивних елементах.
- 2. Дослідити, яким повинен бути активний опір у вітці з джерелом Е1, щоб перехідний процес проходив в граничному режимі.
- 3. Визначити струми в вітках та напруги на реактивних елементах в момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійних ЕДС Е1і Е2 в колі діють синусоїдні джерела.
- 3. В післякомутаційній схемі закоротити джерело ЕДС Е2.
- а) виключити катушку індуктивності чи  $\epsilon$ мність, замінивши останню опором R;
- б) вважаючи, що замість ждерела постійної ЕДС Е1 до отриманного кола подається напруга, форма якої показана на малюнку;
- в) розрахувати вхідний струм та напругу на реактивном елементі методом інтеграла Дюамеля при періоді T, заданому в долях від  $\tau$ ;
- г) побудувати в одному часовому масштабі діаграми напруги на вході, вхідного струму і напруги на реактивних елементі.



Основна схема

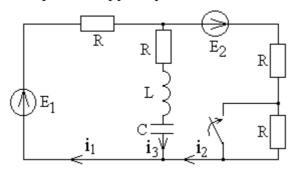
#### Вхідні данні:

L:= 0.1 
$$\Gamma_H$$
 C:=  $200 \cdot 10^{-6}$   $\Phi$  R:= 50 OM

E<sub>1</sub>:= 100 B E<sub>2</sub>:= 80 B  $\psi$ :=  $30 \cdot \deg$   $C^0$   $\omega$ :=  $100$   $c^{-1}$ 

## Класичний метод

Оберемо додатній напрямок струмів у вітках схеми:



Знайдемо значення струмів та напруг безпосередньо до комутації:

Усталений режим до комутації: t < 0

$$i_{1 \text{dk}} \coloneqq \frac{E_1 + E_2}{3 \cdot R}$$

$$i_{2 \text{ДK}} := i_{1 \text{ДK}} \quad i_{2 \text{ДK}} = 1.2$$

$$i_{3 \pi \kappa} := 0$$

$$u_{I,\pi\kappa} := 0$$

$$\mathbf{u}_{\mathbf{C}_{\mathbf{J}\mathbf{K}}} \coloneqq \mathbf{E}_1 - \mathbf{i}_{\mathbf{1}_{\mathbf{J}\mathbf{K}}} \cdot \mathbf{R}$$

$$u_{CJK} = 40$$

Усталений режим після комутації:

$$i'_1 := \frac{E_1 + E_2}{2 \cdot R}$$
  $i'_2 := i'_1$ 

$$i'_2 = 1.8$$

$$i'_3 := 0$$

$$u'_{T} := 0$$

$$u'_{C} := E_1 - i'_1 \cdot R$$
  $u'_{C} = 10$ 

$$u'_{C} = 10$$

Незалежні початкові умови

$$i_{30} := i_{3\pi K}$$

$$i_{30} = 0$$

$$u_{C0} := u_{C_{JK}}$$

$$u_{C0} = 40$$

Залежні початкові умови

Given

$$i_{20} = i_{10} - i_{30}$$

$$E_1 = u_{I,0} + u_{C0} + i_{30} \cdot R + i_{10} \cdot R$$

$$E_2 = i_{20} \cdot R - i_{30} \cdot R - u_{C0} - u_{L0}$$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := Find(i_{10}, i_{20}, u_{L0}) \text{ float, 7 } \rightarrow \begin{pmatrix} 1.800000 \\ 1.800000 \\ -30. \end{pmatrix}$$

$$i_{10} = 1.8$$

$$i_{20} = 1.8$$

$$i_{10} = 1.8$$
  $i_{20} = 1.8$   $u_{L0} = -30$ 

Незалежні початкові умови

$$di_{30} := \frac{^{u}L0}{L}$$

$$di_{30} = -300$$

$$du_{C0} := \frac{i_{30}}{C}$$

$$du_{C0} = 0$$

#### Залежні початкові умови

Given

$$\begin{split} & \operatorname{di}_{10} = \operatorname{di}_{20} + \operatorname{di}_{30} \\ & 0 = \operatorname{du}_{L0} + \operatorname{du}_{C0} + \operatorname{di}_{30} \cdot R + \operatorname{di}_{10} \cdot R \\ & 0 = \operatorname{di}_{20} \cdot R - \operatorname{di}_{30} \cdot R - \operatorname{du}_{C0} - \operatorname{du}_{L0} \\ & \begin{pmatrix} \operatorname{di}_{10} \\ \operatorname{di}_{20} \\ \operatorname{du}_{L0} \end{pmatrix} \coloneqq \operatorname{Find} \! \left( \operatorname{di}_{10}, \operatorname{di}_{20}, \operatorname{du}_{L0} \right) \\ & \operatorname{di}_{10} = -150 \qquad \operatorname{di}_{20} = 150 \qquad \operatorname{du}_{L0} = 2.25 \times 10^4 \end{split}$$

Вільний режим після комутайії: t = 0

Складемо характерестичне рівняння схеми

$$Z(p) := \frac{R \cdot \left(R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right)}{2 \cdot R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}} + R \qquad Z(p) := \frac{R \cdot \left(R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) + \left(2 \cdot R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot R}{2 \cdot R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}}$$

$$\left(\frac{p_1}{p_2}\right) := R \cdot \left(R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) + \left(2 \cdot R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot R \quad \begin{vmatrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{vmatrix} \leftarrow \begin{pmatrix} -676.04 \\ -73.960 \end{pmatrix}$$

Одже корні характеристичного рівняння мають вигляд:

$$p_1 = -676.04$$
  $p_2 = -73.96$ 

Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$$\begin{split} i"_{1}(t) &= A_{1} \cdot e^{p_{1} \cdot t} + A_{2} \cdot e^{p_{2} \cdot t} \\ i"_{2}(t) &= B_{1} \cdot e^{p_{1} \cdot t} + B_{2} \cdot e^{p_{2} \cdot t} \\ i"_{3}(t) &= C_{1} \cdot e^{p_{1} \cdot t} + C_{2} \cdot e^{p_{2} \cdot t} \\ u"_{C}(t) &= D_{1} \cdot e^{p_{1} \cdot t} + D_{2} \cdot e^{p_{2} \cdot t} \\ u"_{L}(t) &= F_{1} \cdot e^{p_{1} \cdot t} + F_{2} \cdot e^{p_{2} \cdot t} \end{split}$$

Визначення сталих інтегрування:

Given

$$i_{10} - i'_{1} = A_{1} + A_{2}$$

$$di_{10} - 0 = p_{1} \cdot A_{1} + p_{2} \cdot A_{2}$$

$$\begin{pmatrix} A_{1} \\ A_{2} \end{pmatrix} := Find(A_{1}, A_{2})$$

$$A_{1} = 0.249$$

$$A_{2} = -0.249$$

Отже вільна складова струму i1(t) буде мати вигляд:

$$\begin{split} i"_1(t) &:= A_1 \cdot e^{p_1 \cdot t} + A_2 \cdot e^{p_2 \cdot t} \\ i_1(t) &:= i'_1 + i"_1(t) \text{ float, } 7 \ \to 1.800000 + .2491363 \cdot \exp(-676.04 \cdot t) - .2491363 \cdot \exp(-73.960 \cdot t) i_1(0) = 1.8 \\ & \text{Given} \\ i_{20} - i'_2 &= B_1 + B_2 \\ di_{20} - 0 &= p_1 \cdot B_1 + p_2 \cdot B_2 \end{split}$$

$$\begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix} := Find(B_1, B_2)$$
 $B_1 = -0.249$ 
 $B_2 = 0.249$ 

Отже вільна складова струму i2(t) буде мати вигляд:

$$\begin{split} i"_2(t) &:= B_1 \cdot e^{p_1 \cdot t} + B_2 \cdot e^{p_2 \cdot t} \\ i_2(t) &:= i'_2 + i"_2(t) \text{ float, } 7 \ \to 1.800000 - .2491363 \cdot \exp(-676.04 \cdot t) + .2491363 \cdot \exp(-73.960 \cdot i_2(0) = 1.800000) \end{split}$$

Given

$$i_{30} - i'_{3} = C_{1} + C_{2}$$
  
 $di_{30} - 0 = p_{1} \cdot C_{1} + p_{2} \cdot C_{2}$ 

$$\begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix}$$
 := Find $\begin{pmatrix} C_1, C_2 \end{pmatrix}$   $C_1 = 0.498$   $C_2 = -0.498$ 

Отже вільна складова струму i3(t) буде мати вигляд:

$$\begin{split} i"_3(t) &:= C_1 \cdot e^{p_1 \cdot t} + C_2 \cdot e^{p_2 \cdot t} \\ i_3(t) &:= i'_3 + i"_3(t) \text{ float, } 7 \ \rightarrow .4982727 \cdot \exp(-676.04 \cdot t) - .4982727 \cdot \exp(-73.960 \cdot t) \\ i_3(0) &= 0 \end{split}$$

Giver

$$\mathbf{u}_{C0} - \mathbf{u'}_{C} = \mathbf{D}_{1} + \mathbf{D}_{2}$$
  
 $\mathbf{d}\mathbf{u}_{C0} - \mathbf{0} = \mathbf{p}_{1} \cdot \mathbf{D}_{1} + \mathbf{p}_{2} \cdot \mathbf{D}_{2}$ 

$$\begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \end{pmatrix} := Find(D_1, D_2)$$
 $D_1 = -3.685$ 
 $D_2 = 33.685$ 

Отже вільна складова напруга на конденсаторі буде мати вигляд:

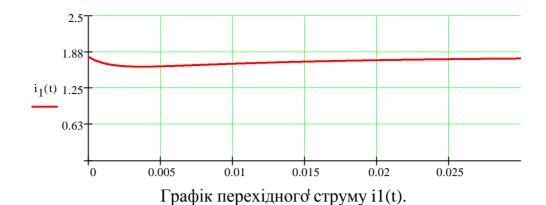
$$\begin{split} \mathbf{u''}_{\mathbf{C}}(t) &:= \mathbf{D}_{1} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{p}_{1} \cdot \mathbf{t}} + \mathbf{D}_{2} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{p}_{2} \cdot \mathbf{t}} \\ \mathbf{u}_{\mathbf{C}}(t) &:= \mathbf{u'}_{\mathbf{C}} + \mathbf{u''}_{\mathbf{C}}(t) \text{ float, } 7 \rightarrow 10. - 3.685225 \cdot \exp(-676.04 \cdot \mathbf{t}) + 33.68522 \cdot \exp(-73.960 \cdot \mathbf{t}) \quad \mathbf{u}_{\mathbf{C}}(0) = 40 \end{split}$$

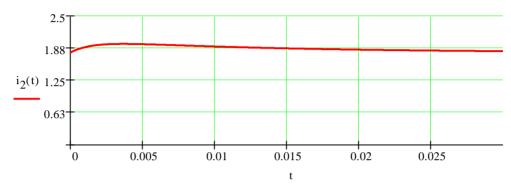
Given

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{L0} - \mathbf{u'}_{L} &= \mathbf{F}_{1} + \mathbf{F}_{2} \\ \mathbf{d}\mathbf{u}_{L0} - \mathbf{0} &= \mathbf{p}_{1} \cdot \mathbf{F}_{1} + \mathbf{p}_{2} \cdot \mathbf{F}_{2} \end{aligned}$$

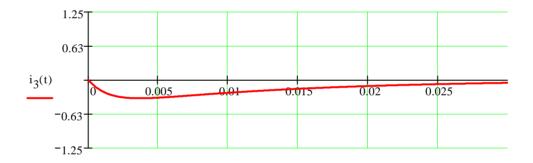
$$\binom{F_1}{F_2}$$
:= Find $(F_1, F_2)$   $F_1 = -33.685$   $F_2 = 3.685$ 

Отже вільна складова напруга на індуктивності буде мати вигляд:

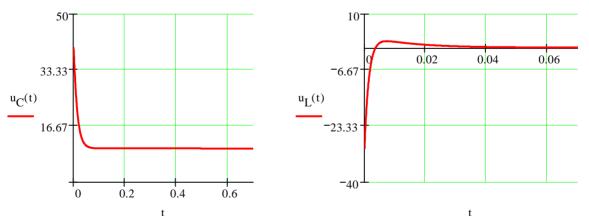




Графік перехідного струму i2(t).

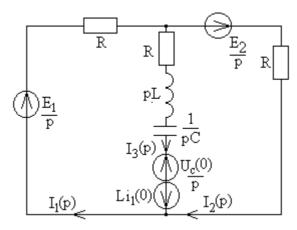


Графік перехідного струму i3(t).



Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

## Операторний метод



#### Операторна схема

Усталений режим до комутації: t < 0

$$i_{1 \text{ дK}} := \frac{E_1 + E_2}{3 \cdot R}$$
  $i_{2 \text{ дK}} := i_{1 \text{ дK}}$   $i_{2 \text{ дK}} = 1.2$   $i_{3 \text{ дK}} := 0$   $u_{\text{L} \text{ дK}} := 0$   $u_{\text{C} \text{ JK}} := 40$ 

Початкові умови:

$$i_{L0} := i_{3 \text{дк}}$$
  $i_{L0} =$   $u_{C0} = 40$ 

$$I_{k1}(p) \cdot \left(R + R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) - I_{k2}(p) \cdot \left(R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) = \frac{E_1}{p} - \frac{u_{C0}}{p} + L \cdot i_{L0}$$
$$-I_{k1}(p) \cdot \left(R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) + I_{k2}(p) \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + 2 \cdot R\right) = \frac{E_2}{p} + \frac{u_{C0}}{p} - L \cdot i_{L0}$$

$$\Delta(p) := \begin{bmatrix} R + R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C} & -\left(R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) \\ -\left(R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) & \frac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + 2 \cdot R \end{bmatrix} \Delta(p) \text{ float, } 5 \rightarrow \frac{1}{p^{1}} \cdot \left(7500.0 \cdot p + 10.0 \cdot p^{2} + 5.0000 \cdot 10^{5}\right)$$

$$\Delta_{1}(p) := \begin{bmatrix} \frac{E_{1}}{p} - \frac{u_{C0}}{p} + L \cdot i_{L0} & -\left(R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) \\ \frac{E_{2}}{p} + \frac{u_{C0}}{p} - L \cdot i_{L0} & \frac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + 2 \cdot R \end{bmatrix} \\ \Delta_{1}(p) \text{ float, 5} \rightarrow \frac{\left(12000. \cdot p + 18.0 \cdot p^{2} \cdot + 9.0000 \cdot 10^{5}\right)}{p^{2}.}$$

$$\Delta_{2}(p) := \begin{bmatrix} R + R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C} & \frac{E_{1}}{p} - \frac{u_{C0}}{p} + L \cdot i_{L0} \\ -\left(R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) & \frac{E_{2}}{p} + \frac{u_{C0}}{p} - L \cdot i_{L0} \end{bmatrix} \Delta_{2}(p) \text{ float, 5} \rightarrow \frac{\left(15000 \cdot p + 18.0 \cdot p^{2} + 9.0000 \cdot 10^{5}\right)}{p^{2}}$$

Контурні струми та напруга на конденсаторі будуть мати вигляд:

$$\begin{split} &I_{k1}(p) \coloneqq \frac{\Delta_{1}(p)}{\Delta(p)} \qquad I_{1}(p) \coloneqq I_{k1}(p) \; \text{float}, 5 \; \to \frac{\left(12000. \cdot p + 18.0 \cdot p^{2.} + 9.0000 \cdot 10^{5}\right)}{p^{1.} \cdot \left(7500.0 \cdot p + 10.0 \cdot p^{2.} + 5.0000 \cdot 10^{5}\right)^{1.}} \\ &I_{k2}(p) \coloneqq \frac{\Delta_{2}(p)}{\Delta(p)} \qquad I_{2}(p) \coloneqq I_{k2}(p) \; \text{float}, 5 \; \to \frac{\left(15000. \cdot p + 18.0 \cdot p^{2.} + 9.0000 \cdot 10^{5}\right)}{p^{1.} \cdot \left(7500.0 \cdot p + 10.0 \cdot p^{2.} + 5.0000 \cdot 10^{5}\right)^{1.}} \\ &I_{3}(p) \coloneqq I_{k1}(p) - I_{k2}(p) \; \begin{vmatrix} \text{float}, 5 \\ \text{simplify} \end{vmatrix} \to \frac{-300.}{\left(750. \cdot p + p^{2} + 50000.\right)} \\ &u_{C}(p) \coloneqq \frac{u_{C0}}{p} + \frac{I_{3}(p)}{p \cdot C} \\ &u_{C}(p) \; \text{factor} \; \to 40 \cdot \frac{\left(750 \cdot p + p^{2} + 12500\right)}{\left(750 \cdot p + p^{2} + 50000\right) \cdot p} \\ &u_{L}(p) \coloneqq L \cdot p \cdot I_{3}(p) - L \cdot i_{3,JK} \\ &u_{L}(p) \; \text{factor} \; \to -30 \cdot \frac{p}{\left(750 \cdot p + p^{2} + 50000\right)} \end{aligned}$$

Перейдемо тепер від зображення до функції часу за формулою розкладу: Для струму I1(p):

$$\begin{split} N_1(p) &:= 12000. \cdot p + 18.0 \cdot p^2 + 9.0000 \cdot 10^5 & M_1(p) := p^1 \cdot \left(7500.0 \cdot p + 10.0 \cdot p^2 + 5.0000 \cdot 10^5\right)^1 \cdot \\ \begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} &:= M_1(p) \mid \begin{array}{l} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -676.04 \\ -73.960 \end{pmatrix} \\ p_0 &= 0 & p_1 = -676.04 & p_2 = -73.96 \\ N_1(p_0) &= 9 \times 10^5 & N_1(p_1) = 1.014 \times 10^6 & N_1(p_2) = 1.109 \times 10^5 \\ dM_1(p) &:= \frac{d}{dp} M_1(p) \mid \begin{array}{l} \text{factor} \\ \text{float}, 5 \end{array} \rightarrow 15000. \cdot p + 30. \cdot p^2 + 5.0000 \cdot 10^5 \\ dM_1(p_0) &= 5 \times 10^5 & dM_1(p_1) = 4.07 \times 10^6 & dM_1(p_2) = -4.453 \times 10^5 \end{split}$$

Отже струм як функція часу буде мати вигляд:

$$\mathrm{i}_1(t) := \frac{\mathrm{N}_1\!\left(p_0\right)}{\mathrm{d}\mathrm{M}_1\!\left(p_0\right)} + \frac{\mathrm{N}_1\!\left(p_1\right)}{\mathrm{d}\mathrm{M}_1\!\left(p_1\right)} \cdot \mathrm{e}^{p_1 \cdot t} + \frac{\mathrm{N}_1\!\left(p_2\right)}{\mathrm{d}\mathrm{M}_1\!\left(p_2\right)} \cdot \mathrm{e}^{p_2 \cdot t} \; \mathrm{float}, \\ 3 \; \to \; 1.80 + .249 \cdot \exp(-676. \cdot t) - .249 \cdot \exp(-74.0 \cdot t) + .249 \cdot \exp(-676. \cdot t) + .2$$

 $M_{\rm u}(p) := p \cdot \left(750 \cdot p + p^2 + 50000\right)$ 

Для напруги на конденсаторі Uc(р):

 $N_{yy}(p) := 40 \cdot \left(750 \cdot p + p^2 + 12500\right)$ 

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_{\mathbf{u}}(\mathbf{p}) \mid \begin{array}{c} \text{solve, p} \\ \text{float, 5} \end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -73.95 \\ -676.05 \end{pmatrix}$$

$$p_0 = 0 \qquad p_1 = -73.95 \qquad p_2 = -676.05$$

$$\begin{split} N_u\!\!\left(p_0\right) &= 5 \times 10^5 & N_u\!\!\left(p_1\right) = -1.5 \times 10^6 & N_u\!\!\left(p_2\right) = -1.5 \times 10^6 \\ dM_u\!\!\left(p\right) &:= \frac{d}{dp} M_u\!\!\left(p\right) \text{ factor } \to 1500 \cdot p + 3 \cdot p^2 + 50000 \\ dM_u\!\!\left(p_0\right) &= 5 \times 10^4 & dM_u\!\!\left(p_1\right) = -4.452 \times 10^4 & dM_u\!\!\left(p_2\right) = 4.071 \times 10^5 \end{split}$$

Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$\begin{split} u_{C}(t) &:= \frac{N_{u}(p_{0})}{dM_{u}(p_{0})} + \frac{N_{u}(p_{1})}{dM_{u}(p_{1})} \cdot e^{p_{1} \cdot t} + \frac{N_{u}(p_{2})}{dM_{u}(p_{2})} \cdot e^{p_{2} \cdot t} \\ u_{C}(t) \text{ float, } 5 &\to 10. + 33.688 \cdot \exp(-73.95 \cdot t) - 3.6844 \cdot \exp(-676.05 \cdot t) \end{split}$$

Для напруги на індуктивності:

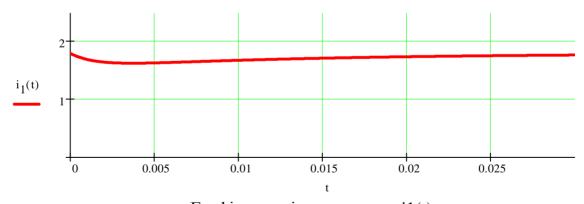
$$\begin{split} N_L(p) &:= -30 \cdot p & M_L(p) := 750 \cdot p + p^2 + 50000 \\ \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} &:= M_L(p) \ \, \bigg| \begin{array}{l} solve, p \\ float, 5 \end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} -73.95 \\ -676.05 \end{pmatrix} & p_1 = -73.95 \\ N_L(p_1) &= 2.219 \times 10^3 & N_L(p_2) &= 2.028 \times 10^4 \\ dM_L(p) &:= \frac{d}{dp} M_L(p) \ \, factor \ \, \rightarrow 750 + 2 \cdot p \\ dM_L(p_1) &= 602.1 & dM_L(p_2) &= -602.1 \end{split}$$

Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

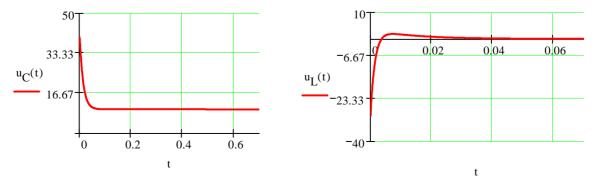
$$\mathbf{u}_{L}(t) := \frac{N_{L}(\mathbf{p}_{1})}{dM_{L}(\mathbf{p}_{1})} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{p}_{1} \cdot \mathbf{t}} + \frac{N_{L}(\mathbf{p}_{2})}{dM_{L}(\mathbf{p}_{2})} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{p}_{2} \cdot \mathbf{t}}$$

$$\mathbf{u}_{L}(0) = -30$$

 $u_{I}(t) \text{ float}, 5 \rightarrow 3.6846 \cdot \exp(-73.95 \cdot t) - 33.685 \cdot \exp(-676.05 \cdot t)$ 



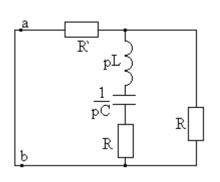
Графік перехідного струму i1(t).



Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

## Дослідити чому повинен дорівнювати активний опір вітки с джерелом ЕРС Е1 щоб аперіодичний процес переходив у коливальний

$$\begin{split} Z_{ab}(p) &:= \mathbf{R'} + \frac{\left(R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot R}{\frac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + R + R} \\ Z_{ab}(p) &:= \frac{\left(\frac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + R + R\right) \cdot \mathbf{R'} + \left(R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot R}{\frac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + R + R} \\ (R' \cdot L + R \cdot L) \cdot p^2 + \left(2 \cdot R \cdot R' + R^2\right) \cdot p + \left(\frac{R'}{C} + \frac{R}{C}\right) = 0 \\ D &= 0 \end{split}$$

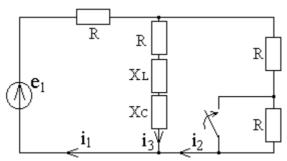


 $\left(2 \cdot R \cdot R' + R^2\right)^2 - 4 \cdot (R' \cdot L + R \cdot L) \cdot \left(\frac{R'}{C} + \frac{R}{C}\right) = 0$ 

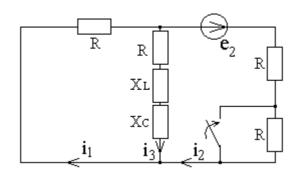
$$\left(2 \cdot R \cdot R' + R^2\right)^2 - 4 \cdot (R' \cdot L + R \cdot L) \cdot \left(\frac{R'}{C} + \frac{R}{C}\right) \begin{vmatrix} \text{solve}, R' \\ \text{float}, 5 \end{vmatrix} \xrightarrow{-32.725} -4.7746$$

Визначити струми віток і напруги на реактивних елементах у момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійної напруги E1 і E2 у колі діють джерела синусоідної напруги:

$$\begin{split} e_1(t) &:= \sqrt{2} \cdot E_1 \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi) \\ X_C &:= \frac{1}{\omega \cdot C} \\ E_1 &:= E_1 \cdot e^{\psi \cdot i} \\ E_2 &:= E_2 \cdot e^{\psi \cdot i} \\ E_2 &:= 69.282 + 40i \end{split} \qquad \begin{aligned} e_2(t) &:= \sqrt{2} \cdot E_2 \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi) \\ E_2 &:= \sqrt{2} \cdot E_2 \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi) \\ E_1 &:= \sqrt{2} \cdot E_2 \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi) \\ E_2 &:= \sqrt{2} \cdot E_2 \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi) \\ E_1 &:= \sqrt{2} \cdot E_2 \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi) \\ E_2 &:= (100 - 30) \\ E_3 &:= (100 - 30) \\ E_4 &:= (100 - 30) \\ E_4 &:= (100 - 30) \\ E_5 &:= (100 - 30) \\ E_7 &:= (100 - 30) \\ E_9 &:= (100 - 30)$$



$$\begin{split} Z'_{\text{VX}} &\coloneqq R + \frac{2 \cdot R \cdot \left(R + X_{\text{L}} \cdot i - i \cdot X_{\text{C}}\right)}{2 \cdot R + R + X_{\text{L}} \cdot i - i \cdot X_{\text{C}}} \\ I'_{1\text{JK}} &\coloneqq \frac{E_1}{Z'_{\text{VX}}} \\ I'_{2\text{JK}} &\coloneqq I'_{1\text{JK}} = 0.849 + 0.73i \\ I'_{2\text{JK}} &\coloneqq I'_{1\text{JK}} \cdot \frac{\left(R + X_{\text{L}} \cdot i - i \cdot X_{\text{C}}\right)}{2 \cdot R + R + X_{\text{L}} \cdot i - i \cdot X_{\text{C}}} \\ I'_{2\text{JK}} &\coloneqq I'_{1\text{JK}} - I'_{2\text{JK}} \\ I'_{3\text{JK}} &\coloneqq I'_{1\text{JK}} - I'_{2\text{JK}} \\ I'_{3\text{JK}} &\coloneqq 0.407 + 0.595i \\ I'_{3\text{JK}} &\coloneqq 0.721 \cdot 55.641 \end{split}$$



$$\begin{split} Z''_{\text{VX}} &\coloneqq R + R + \frac{\left(R + i \cdot X_{\text{L}} - X_{\text{C}} \cdot i\right) \cdot R}{R + i \cdot X_{\text{L}} - X_{\text{C}} \cdot i + R} \\ I''_{2\text{JK}} &\coloneqq \frac{E_2}{Z''_{\text{VX}}} \\ I''_{1\text{JK}} &\coloneqq I''_{2\text{JK}} \cdot \frac{\left(R + X_{\text{L}} \cdot i - X_{\text{C}} \cdot i\right)}{R + i \cdot X_{\text{L}} - X_{\text{C}} \cdot i + R} \end{split} \qquad \qquad \\ I''_{1\text{JK}} &= 0.516 + 0.346i \\ I''_{1\text{JK}} &= 0.353 + 0.108i \end{split}$$

$$I''_{1 \text{ДK}} := I''_{2 \text{ДK}} \cdot \frac{\left(R + X_{\text{L}} \cdot i - X_{\text{C}} \cdot i\right)}{R + i \cdot X_{\text{L}} - X_{\text{C}} \cdot i + R} \qquad \qquad I''_{1 \text{ДK}} = 0.353 + 0.108i \qquad \qquad F\left(I''_{1 \text{ДK}}\right) = (0.369 - 16.981)$$

 $F(I''_{2\pi K}) = (0.621 \ 33.84)$ 

$$I''_{3\mu\kappa} := I''_{2\mu\kappa} - I''_{1\mu\kappa} \qquad \qquad I''_{3\mu\kappa} = 0.163 + 0.238i \qquad \qquad F(I''_{3\mu\kappa}) = (0.288 - 55.641)$$

$$I_{1_{\textrm{ДK}}} := I'_{1_{\textrm{ДK}}} + I''_{1_{\textrm{ДK}}} \qquad \qquad I_{1_{\textrm{ДK}}} = 1.202 + 0.838i \qquad \qquad F \Big( I_{1_{\textrm{ДK}}} \Big) = (1.465 - 34.887)$$

$$I_{2 \mu \kappa} := I'_{2 \mu \kappa} + I''_{2 \mu \kappa} \qquad \qquad I_{2 \mu \kappa} = 0.958 + 0.481i \qquad \qquad F(I_{2 \mu \kappa}) = (1.072 - 26.661)$$

$$I_{3\mu K} := I'_{3\mu K} - I''_{3\mu K}$$
  $I_{3\mu K} = 0.244 + 0.357i$   $F(I_{3\mu K}) = (0.433 - 55.641)$ 

$$\mathbf{u}_{\text{C}_{\text{J}\text{K}}} \coloneqq \mathbf{I}_{3_{\text{J}\text{K}}} \cdot \left( -\mathbf{i} \cdot \mathbf{X}_{\text{C}} \right) \qquad \qquad \mathbf{u}_{\text{C}_{\text{J}\text{K}}} = 17.861 - 12.211\mathbf{i} \qquad \qquad \mathbf{F} \left( \mathbf{u}_{\text{C}_{\text{J}\text{K}}} \right) = (21.637 - 34.359)$$

$$\mathbf{u}_{\text{L}\text{Д}\text{K}} \coloneqq \mathbf{I}_{3\text{Д}\text{K}} \cdot \mathbf{i} \cdot \mathbf{X}_{\text{L}} \qquad \qquad \mathbf{u}_{\text{L}\text{Д}\text{K}} = -3.572 + 2.442\mathbf{i} \qquad \qquad \mathbf{F} \left( \mathbf{u}_{\text{L}\text{Д}\text{K}} \right) = (4.327 \ 145.641)$$

$$i_{1_{\mathcal{J}K}}(t) := \left| I_{1_{\mathcal{J}K}} \right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{1_{\mathcal{J}K}}))$$

$$i_{2 \text{JK}}(t) := \left| I_{2 \text{JK}} \right| \cdot \sqrt{2} \cdot \text{sin} \big( \omega \cdot t + \text{arg} \big( I_{2 \text{JK}} \big) \big)$$

$$i_{3\pi K}(t) := \left| I_{3\pi K} \right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{3\pi K}))$$

$$u_{C,\!J\!K}(t) := \left| u_{C,\!J\!K} \right| \cdot \sqrt{2} \cdot \text{sin} \! \left( \omega \cdot t + \text{arg} \! \left( u_{C,\!J\!K} \! \right) \! \right)$$

#### Початкові умови:

$$u_{\text{C}_{\text{ДK}}}(0) = -17.269$$

$$i_{L_{JK}}(0) = 0.505$$

$$i_{20} = i_{10} - i_{30}$$

$$e_1(0) = u_{L0} + i_{10} \cdot R + u_{C0} + i_{30} \cdot R$$

$$e_2(0) = i_{20} \cdot R - i_{30} \cdot R - u_{C0} - u_{L0}$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{i}_{10} \\ \mathbf{i}_{20} \\ \mathbf{u}_{L0} \end{pmatrix} \coloneqq \mathsf{Find} \! \left( \mathbf{i}_{10}, \mathbf{i}_{20}, \mathbf{u}_{L0} \right)$$

$$i_{10} = 1.525$$
  $i_{20} = 1.02$   $i_{30} = 0.505$   $u_{L0} = -13.549$   $u_{C0} = -17.269$ 

# Інтеграл Дюамеля

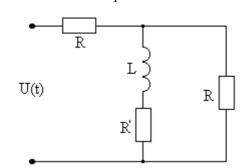
T := 1.0

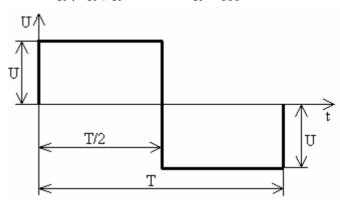
 $E_1 := 100$ 

E := 1

R' := R + R

R' = 100





Усталений режим до комутації: t < 0

$$i_{1 \text{ДK}} \coloneqq \frac{0}{\left(\frac{R \cdot R'}{R + R'}\right) + R}$$

$$i_{1$$
дк =  $0$ 

$$i_{3\mu \kappa} := i_{1\mu \kappa} \cdot \frac{R}{R + R'}$$

$$i_{3\pi\nu} = 0$$

$$i_{3\mu\kappa} = 0$$
  $i_{2\mu\kappa} := i_{1\mu\kappa} \cdot \frac{R'}{R + R'}$   $i_{2\mu\kappa} = 0$ 

$$i_{2\pi K} = 0$$

$$u_{L_{\mathcal{I}K}} := 0$$

Усталений режим після комутації:  $t = \infty$ 

$${i'}_1 := \frac{E}{\left(\frac{R \cdot R'}{R + R'}\right) + R}$$

$$i'_1 = 0.012$$

$$i'_3 := i'_1 \cdot \frac{R}{R + R'}$$

$$i'_3 = 4 \times 10^{-3}$$

$$i'_2 := i'_1 \cdot \frac{R'}{R + R'}$$
  $i'_2 = 8 \times 10^{-3}$ 

$$i'_2 = 8 \times 10^{-3}$$

$$\mathbf{u'_L} \coloneqq \mathbf{0}$$

Незалежні початкові умови

$$i_{30} := i_{3\pi K}$$

$$i_{30} = 0$$

Залежні початкові умови

$$i_{10} = i_{20} + i_{30}$$

$$E = i_{20} \cdot R + i_{10} \cdot R$$

$$0 = i_{20} \cdot R - i_{30} \cdot R' - u_{L0}$$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \operatorname{Find} \! \begin{pmatrix} i_{10}, i_{20}, u_{L0} \end{pmatrix} \qquad \qquad i_{10} = 0.01 \qquad \qquad i_{20} = 0.01 \qquad \qquad i_{30} = 0 \qquad \qquad u_{L0} = 0.5$$

$$i_{10} = 0.03$$

$$i_{20} = 0.0$$

$$i_{30} = 0$$

$$u_{L0} = 0.5$$

Вільний режим після комутайії:

Складемо характерестичне рівняння схеми

$$Z_{VX}(p) := R + \frac{R \cdot (p \cdot L + R')}{p \cdot L + R' + R}$$

$$Z_{VX}(p) := R + \frac{R \cdot (p \cdot L + R')}{p \cdot L + R' + R} \qquad \qquad Zvx(p) := \frac{R \cdot (p \cdot L + R' + R) + R \cdot (p \cdot L + R')}{p \cdot L + R + R}$$

$$p := R \cdot (p \cdot L + R' + R) + R \cdot (p \cdot L + R') \begin{vmatrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{vmatrix} \rightarrow -1250.$$

$$T := \frac{1}{|p|} \cdot T \qquad T = 8 \times 10^{-4}$$

$$T := \frac{1}{|p|} \cdot T$$
  $T = 8 \times 10^{-4}$ 

Одже корень характеристичного рівняння має вигляд:

$$p = -1.25 \times 10^3$$

#### Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$$i''_1(t) = A_1 \cdot e^{p \cdot t}$$

$$i''_{2}(t) = B_{1} \cdot e^{p \cdot t}$$

#### Визначення сталих інтегрування:

$$A_1 := i_{10} - i'_1$$

$$A_1 = -2 \times 10^{-3}$$

$$B_1 := i_{30} - i'_3$$

$$A_1 := i_{10} - i'_1$$
  $A_1 = -2 \times 10^{-3}$   
 $B_1 := i_{30} - i'_3$   $B_1 = -4 \times 10^{-3}$ 

#### Отже вільна складова струму i1(t) та i3(t) будуть мати вигляд:

$$i''_1(t) := A_1 \cdot e^{p \cdot t}$$

$$i''_3(t) := B_1 \cdot e^{p \cdot t}$$

#### Повні значення цих струмів:

$$i_1(t) := i'_1 + i''_1(t)$$

$$i_1(t) := i'_1 + i''_1(t) \qquad \qquad i_1(t) \text{ float}, 5 \ \to \ 1.2000 \cdot \ 10^{-2} - \ 2.0000 \cdot \ 10^{-3} \cdot \exp(-1250. \cdot \ t)$$

$$i_3(t) := i'_3 + i''_3(t)$$

$$i_3(t) := i'_3 + i''_3(t)$$
  $i_3(t) \text{ float, 5 } \rightarrow 4.0000 \cdot 10^{-3} - 4.0000 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(-1250. \cdot t)$ 

$$g_{11}(t) := i_1(t)$$

$$g_{11}(t) \text{ float, 5} \rightarrow 1.2000 \cdot 10^{-2} - 2.0000 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(-1250. \cdot t)$$

$$U_L(t) := L \cdot \frac{d}{dt} i_3(t)$$

$$h_{\mathbf{u}\mathbf{I}}(t) := U_{\mathbf{I}}(t) \text{ float}, 5 \rightarrow .50000 \cdot \exp(-1250. \cdot t)$$

#### Визначимо закони зміни напруги на всіх проміжках часу:

$$U_0 := E_1$$

$$U_0 = 100$$

$$U_1 := E_1$$

$$U_1 = 100$$

$$0 < t < \frac{T}{2}$$

$$U_2 := -E_1$$

$$U_2 = -100$$

$$\frac{T}{2} < t < T$$

 $T < t < \infty$ 

$$U_3 := 0$$

 $U'_1 := 0$ 

$$U'_2 := 0$$

## Струм на цих проміжках буде мати вигляд:

$$i_1(t) := U_0 \cdot g_{11}(t)$$

$$i_1(t)$$
  $\begin{vmatrix} factor \\ float, 3 \end{vmatrix} \rightarrow 1.20 - .200 \cdot exp(-1.25 \cdot 10^3 \cdot t)$ 

$$\mathbf{i}_2(t) \coloneqq \mathbf{U}_0 \cdot \mathbf{g}_{11}(t) + \left(\mathbf{U}_2 - \mathbf{U}_1\right) \cdot \mathbf{g}_{11}\!\!\left(t - \frac{\mathbf{T}}{2}\right)$$

$$i_2(t) \mid \substack{factor \\ float, \, 5} \rightarrow -1.2000 - .20000 \cdot \exp(-1250. \cdot t) + .40000 \cdot \exp(-1250. \cdot t + .50000)$$

$$\mathbf{i}_{3}(t) \coloneqq \mathbf{U}_{0} \cdot \mathbf{g}_{11}(t) + \left(\mathbf{U}_{2} - \mathbf{U}_{1}\right) \cdot \mathbf{g}_{11}\!\!\left(t - \frac{\mathsf{T}}{2}\right) + \left(\mathbf{U}_{3} - \mathbf{U}_{2}\right) \cdot \mathbf{g}_{11}(t - \mathsf{T})$$

$$i_3(t)$$
  $\begin{vmatrix} factor \\ float, 3 \end{vmatrix}$   $-.200 \cdot exp(-1.25 \cdot 10^3 \cdot t) + .400 \cdot exp(-1.25 \cdot 10^3 \cdot t + .500) - .200 \cdot exp(-1.25 \cdot 10^3 \cdot t + 1.)$ 

#### Напруга на індуктивності на цих проміжках буде мати вигляд:

$$\mathbf{u}_{\mathrm{L}1}(t) := \mathbf{U}_0 \cdot \mathbf{h}_{\mathrm{uL}}(t) \text{ float, 5 } \rightarrow 50.000 \cdot \exp(-1250. \cdot t)$$

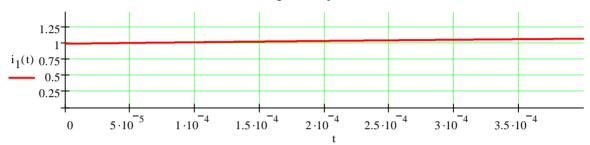
$$\mathbf{u}_{L2}(t) := \mathbf{U}_0 \cdot \mathbf{h}_{\mathbf{u}L}(t) + \left(\mathbf{U}_2 - \mathbf{U}_1\right) \cdot \mathbf{h}_{\mathbf{u}L}\left(t - \frac{\mathsf{T}}{2}\right)$$

 $\mathbf{u_{L2}(t) \ float, 5} \ \rightarrow 50.000 \cdot \exp(-1250. \cdot t) - 100.00 \cdot \exp(-1250. \cdot t + .50000)$ 

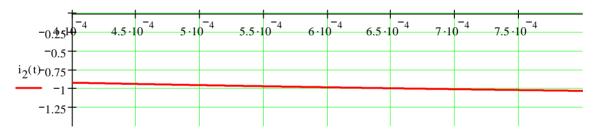
$$\mathbf{u}_{L3}(t) := \mathbf{U}_0 \cdot \mathbf{h}_{uL}(t) + \left(\mathbf{U}_2 - \mathbf{U}_1\right) \cdot \mathbf{h}_{uL}\!\!\left(t - \frac{\mathsf{T}}{2}\right) + \left(\mathbf{U}_3 - \mathbf{U}_2\right) \cdot \mathbf{h}_{uL}(t - \mathsf{T})$$

 $\mathbf{u_{L3}(t)\ float, 5}\ \to 50.000 \cdot \exp(-1250. \cdot t) - 100.00 \cdot \exp(-1250. \cdot t + .50000) + 50.000 \cdot \exp(-1250. \cdot t + 1.0000)$ 

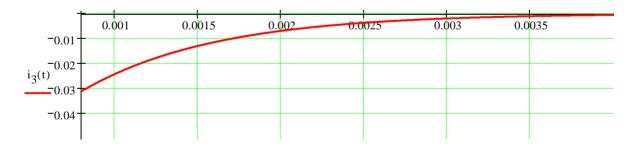
#### На промежутке от 0 до 1/2Т



## На промежутке от 1/2Т до Т

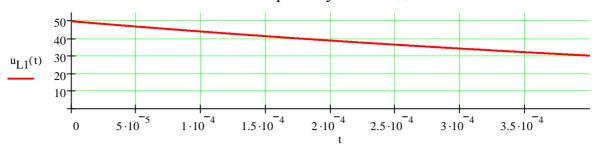


#### На промежутке от Т до 5Т

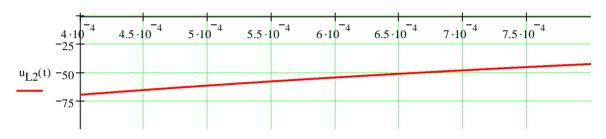


t

# На промежутке от 0 до 1/2Т



## На промежутке от 1/2Т до Т



## На промежутке от Т до 10Т

t

