

Вариант № = 313

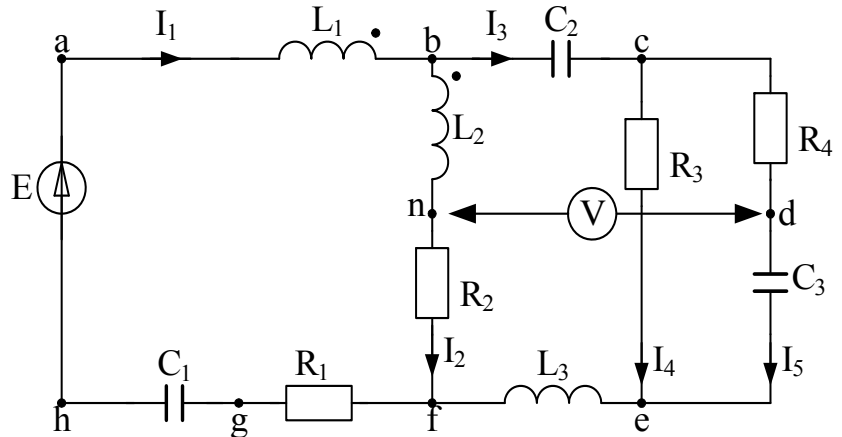
В электрической цепи действует источник синусоидальной ЭДС $e(\omega t) = E\sqrt{2} \sin(\omega t + \psi)$.
 Схема цепи приведенные на рис. 1. Действующее значение ЭДС E источника, начальная фаза ψ и значение параметров цепи заданы.

Исходные данные:

$E = 140(\text{В})$	$x_{L1} = 30(\text{Ом})$
$\psi = -45^\circ$	$x_{L2} = 35(\text{Ом})$
$R_1 = 9(\text{Ом})$	$x_{L3} = 40(\text{Ом})$
$R_2 = 11(\text{Ом})$	$x_{C1} = 10(\text{Ом})$
$R_3 = 13(\text{Ом})$	$x_{C2} = 15(\text{Ом})$
$R_4 = 15(\text{Ом})$	$x_{C3} = 20(\text{Ом})$
$f = 50(\text{Гц})$	$x_m = 20(\text{Ом})$

Тип схемы = "Т"

$$\omega = 2\pi f = 2\pi 50 = 314.159 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right)$$



I. Для электрической цепи без взаимной индукции:

- рассчитать все токи комплексным методом, определить показание вольтметра;
- составить баланс активных P и реактивных Q мощностей цепи;
- построить совмещенные: векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений;
- принять сопротивление $R_2=0$ и считая сопротивление этой ветви неизвестным определить его из условия резонанса токов. Найти эквивалентную индуктивность или емкость для заданной частоты;
- рассчитать токи для резонансного состояния, определить показания вольтметра, проверить правильность расчетов по балансу мощностей;
- рассчитать (найти нули и полюса) и построить частотную характеристику входного сопротивления цепи. Активные сопротивления не учитывать.

II. При наличии магнитной связи между индуктивными элементами L_1 и L_2

(одноименные концы элементов отмечены на схеме точками):

- преобразовав схему до двух независимых контуров, рассчитать токи во всех ветках методом контурных токов, определить показания вольтметра;
- проверить правильность расчетов по балансу мощностей, определить активную P_m и реактивную Q_m мощности магнитной связи;
- построить совмещенные: векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений (на диаграмме показать напряжения взаимной индукции U_m).

III. Отбросив крайнюю ветку между полюсами 2, 2' устранить магнитную связь.

Полученную схему рассматривать как четырехполюсник и полюсами 1,1' и 2, 2':

- рассчитать коэффициенты четырехполюсника (в форме A);
- найти ЭДС E и ток I_1 на входе четырехполюсника при которых на выходе $U_2=100(\text{В})$, $I_2=1(\text{А})$, а угол сдвига фаз между синусоидами напряжения и тока $f_2=30^\circ$. Сделать проверку, нагрузив 4-полюсник на соответствующее сопротивление.
- рассчитать параметры R, L, C ветвей схемы замещения («Т» или «П»)
- определить вторичные параметры четырехполюсника (характеристические сопротивления Z_{c1} , Z_{c2} и постоянную передачи g ;
- в согласованном режиме четырехполюсника по вторичными параметрами определить комплексы напряжения U_2 и тока I_2 (на выходе четырехполюсника) при заданной ЭДС на входе. Сделать проверку для схемы замещения.

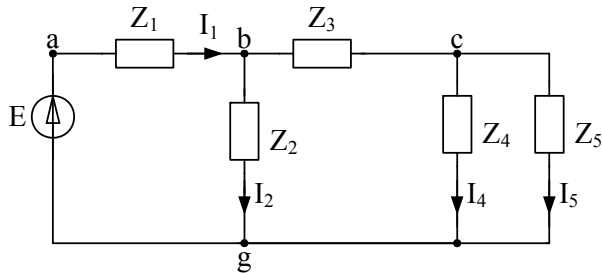
I. Для электрической цепи без взаимной индукции:

а) рассчитать все токи комплексным методом, определить показание вольтметра:

значение Э.Д.С. в комплексной форме:

$$E = E e^{j\psi} = 98.9949 - 98.9949j = 140e^{-45j}$$

сопротивление ветвей



$$z_1 = R_1 + j(x_{L1} - x_{c1}) = 9 + 20j = 21.9317e^{65.7723j}$$

$$z_2 = R_2 + j x_{L2} = 11 + 35j = 36.6879e^{72.5528j}$$

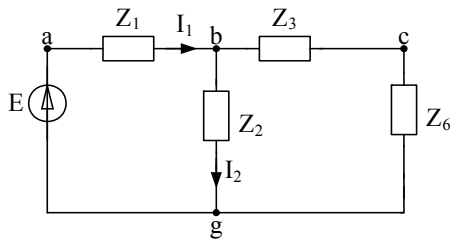
$$z_3 = j(x_{L3} - x_{c2}) = j(40 - 15) = 25j = 25e^{90j}$$

$$z_4 = R_3 = 13$$

$$z_5 = R_4 - j x_{c3} = 15 - 20j = 25e^{-53.1301j}$$

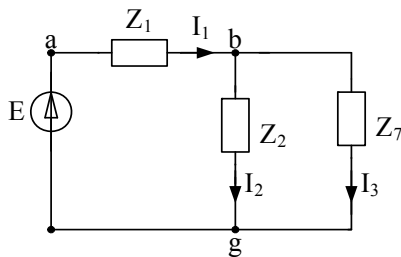
Определение эквивалентного сопротивления:

эквивалентное сопротивление параллельно соединенных ветвей с сопротивлениями Z_4 и Z_5



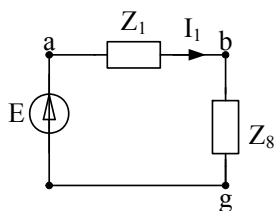
$$z_6 = \frac{z_4 \cdot z_5}{z_4 + z_5} = \frac{13 \cdot 25e^{-53.1301j}}{13 + 15 - 20j} = 9.0034 - 2.8547j = 9.4451e^{-17.5924j}$$

эквивалентное сопротивление последовательно соединенных сопротивлений Z_3 и Z_6



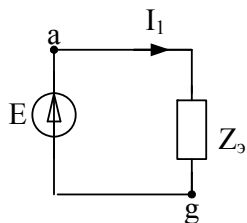
$$z_7 = z_3 + z_6 = 25j + 9.0034 - 2.8547j = 9.0034 + 22.1453j = 23.9055e^{67.8753j}$$

эквивалентное сопротивление параллельно соединенных ветвей с сопротивлениями Z_2 и Z_7



$$z_8 = \frac{z_7 \cdot z_2}{z_7 + z_2} = \frac{23.9055e^{67.8753j} \cdot 36.6879e^{72.5528j}}{9.0034 + 22.1453j + 11 + 35j} = 5.0208 + 13.588j = 14.4858e^{69.7204j}$$

Эквивалентное сопротивление цепи относительно зажимов источника ЭДС E



$$Z_3 = Z_1 + Z_8 = 9 + 20j + 5.0208 + 13.5878j = 14.0208 + 33.5878j = 36.3968e^{67.3426j}$$

По закону Ома определяем ток на входе цепи.

$$I_1 = \frac{E}{Z_3} = \frac{140e^{-45j}}{36.3968e^{67.3426j}} = -1.4622 - 3.5577j = 3.8465e^{-112.34j}$$

Расчет действующие значений токов в параллельных ветвях:

$$I_2 = \frac{I_1 \cdot Z_7}{Z_2 + Z_7} = \frac{3.8465e^{-112.3426j} \cdot 23.9055e^{67.8753j}}{11 + 35j + 9.0034 + 22.1453j} = -0.646 - 1.3745j = 1.5187e^{-115.17j}$$

$$I_3 = \frac{I_1 \cdot Z_2}{Z_2 + Z_7} = \frac{3.8465e^{-112.3426j} \cdot 36.6879e^{72.5528j}}{11 + 35j + 9.0034 + 22.1453j} = -0.8162 - 2.1832j = 2.3308e^{-110.5j}$$

$$I_4 = \frac{I_3 \cdot Z_5}{Z_4 + Z_5} = \frac{2.3308e^{-110.4974j} \cdot 25e^{-53.1301j}}{13 + 15 - 20j} = -1.0447 - 1.3328j = 1.6935e^{-128.09j}$$

$$I_5 = \frac{I_3 \cdot Z_4}{Z_4 + Z_5} = \frac{2.3308e^{-110.4974j} \cdot 13}{13 + 15 - 20j} = -1.0447 - 1.3328j = 0.8806e^{-74.96j}$$

1.3. Составим баланс активных и реактивных мощностей

Полная мощность генератора:

*

$$S = E I_1^* = 140e^{-45j} \cdot 3.8465e^{112.3426j} = 207.44 + 496.95j \text{ (ВА)}$$

Потребляемая активная мощность:

$$P = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_4^2 R_3 + I_5^2 R_4 = 3.8465^2 \times 9 + 1.5187^2 \times 11 + 1.6934^2 \times 13 + 0.8806^2 \times 15 = 207.445 \text{ Вт}$$

Реактивная мощность цепи:

$$Q = I_1^2 (x_{L1} - x_{c1}) + I_2^2 (x_{L2}) + I_3^2 (x_{L3} - x_{c2}) + I_5^2 (-x_{c3}) = \\ = 3.846^2 (30 - 10) + 1.519^2 \times 35 + 2.331^2 (40 - 15) + 0.881^2 \times -20 = 496.951 \text{ ВАР}$$

Погрешность расчета:

$$\eta_P = \left| \frac{S_P - P}{S_P} \right| 100\% = \left| \frac{207.44 - 207.445}{207.44} \right| 100\% = 2.397 \times 10^{-3} \%$$

$$\eta_Q = \left| \frac{S_Q - Q}{S_Q} \right| 100\% = \left| \frac{496.95 - 496.9505}{496.95} \right| 100\% = 1.0231 \times 10^{-4} \%$$

Действующие значения напряжений на каждом элементе

$$\begin{aligned}
 U_{R1} &= I_1 R_1 = 3.8465e^{-112.3426j} \cdot 9 = -13.16 - 32.02j = 34.618e^{-112.34j} \\
 U_{R2} &= I_2 R_2 = 15187e^{-115.1749j} \cdot 11 = -7.1065 - 15.119j = 16.706e^{-115.17j} \\
 U_{R3} &= I_4 R_3 = 16935e^{-128.0899j} \cdot 13 = -13.581 - 17.327j = 22.015e^{-128.09j} \\
 U_{R4} &= I_5 R_4 = 0.8806e^{-74.9598j} \cdot 15 = 3.4277 - 12.756j = 13.209e^{-74.96j} \\
 U_{L1} &= I_1 j x_{L1} = 3.8465e^{-112.3426j} \cdot j \times 30 = 106.73 - 43.867j = 115.39e^{-22.34j} \\
 U_{L2} &= I_2 j x_{L2} = 15187e^{-115.1749j} \cdot j \times 35 = 48.107 - 22.612j = 53.156e^{-25.175j} \\
 U_{L3} &= I_3 j x_{L3} = 2.3308e^{-110.4974j} \cdot j \times 40 = 87.33 - 32.647j = 93.233e^{-20.497j} \\
 U_{C1} &= I_1 \cdot -j x_{C1} = 3.8465e^{-112.3426j} \cdot -j \times 10 = -35.577 + 14.622j = 38.465e^{157.66j} \\
 U_{C2} &= I_3 \cdot -j x_{C2} = 2.3308e^{-110.4974j} \cdot -j \times 15 = -32.749 + 12.243j = 34.962e^{159.5j} \\
 U_{C3} &= I_5 \cdot -j x_{C3} = 0.8806e^{-74.9598j} \cdot -j \times 20 = -17.009 - 4.5702j = 17.612e^{-164.96j}
 \end{aligned}$$

напряжение на зажимах вольтметра рассчитаем по двум путям:

$$\begin{aligned}
 U_{nd} &= U_{C2} + U_{C3} - U_{L2} = -32.7487 + 12.2426j + -17.0086 - 4.5702j - (48.1069 - 22.6117j) = -97.8642 + 30.284j \\
 &= 102.4427e^{162.8053j} \\
 U_{nd} &= U_{R2} - U_{L3} - U_{R4} = -7.1065 - 15.1193j - (87.33 - 32.6469j) - (3.4277 - 12.7564j) = -97.8642 + 30.284j \\
 &= 102.4427e^{162.8053j}
 \end{aligned}$$

Показания вольтметра равно действующему напряжению на его зажимах:

$$V = |U_{nd}| = 102.4427(V)$$

1.4. построим совмещенные: векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений;

Определим потенциалы всех точек, пусть $\phi_h = 0$:

$$\begin{aligned}
 \phi_g &= \phi_h + U_{C1} = 0 + -35.5773 + 14.6222j = -35.5773 + 14.6222j = 38.465e^{157.6574j} \\
 \phi_f &= \phi_g + U_{R1} = -35.5773 + 14.6222j + -13.16 - 32.0196j = -48.7373 - 17.3974j = 51.7493e^{-160.3554j} \\
 \phi_n &= \phi_f + U_{R2} = -48.7373 - 17.3974j + -7.1065 - 15.1193j = -55.8438 - 32.5167j = 64.6209e^{-149.7887j} \\
 \phi_e &= \phi_f + U_{L3} = -48.7373 - 17.3974j + 87.33 - 32.6469j = 38.5927 - 50.0443j = 63.1967e^{-52.3616j} \\
 \phi_d &= \phi_e + U_{C3} = 38.5927 - 50.0443j + -17.0086 - 4.5702j = 21.5841 - 54.6145j = 58.7249e^{-68.4357j} \\
 \phi_c &= \phi_d + U_{R4} = 21.5841 - 54.6145j + 3.4277 - 12.7564j = 25.0118 - 67.3709j = 71.864e^{-69.6323j} \\
 \phi_b &= \phi_c + U_{C2} = 25.0118 - 67.3709j + -32.7487 + 12.2426j = -7.737 - 55.1283j = 55.6686e^{-97.989j} \\
 \phi_a &= \phi_b + U_{L1} = -7.737 - 55.1283j + 106.7319 - 43.8666j = 98.9949 - 98.9949j = 140e^{-45j}
 \end{aligned}$$

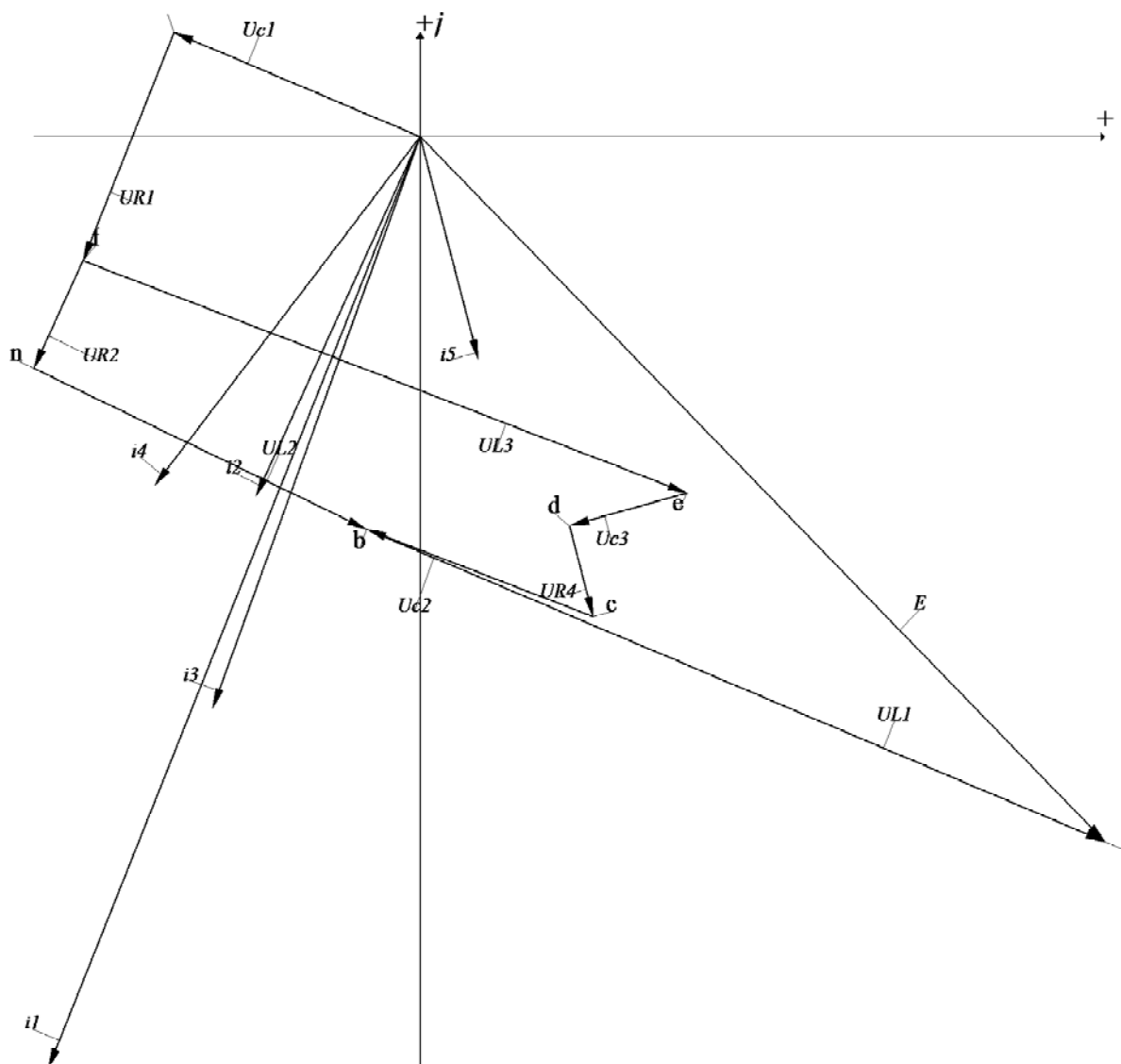
масштаб по току и напряжению

$$m_i = 0.44, A/cm$$

$$m_u = 16., V/cm$$

Совмещенная векторная диаграмма токов и топографическая диаграмма напряжений

(без учета магнитной связи)



г) принять сопротивление $R_2=0$ и считая сопротивление этой ветви неизвестным определить его из условия резонанса токов. Найти эквивалентную индуктивность или емкость для заданной частоты;

воспользуемся значением сопротивления z_7 , которое рассчитано в пункте а

$$z_7 = 9.0034 + 22.1453j = 23.9055e^{67.8753j}$$

Полная, активная и реактивная проводимость ветвей между точками b:g по пути bcg

$$Y_7 = \frac{1}{z_7} = \frac{1}{9.0034 + 22.1453j} = (0.0158 - 0.0388j)(\text{См})$$

$$G_7 = \text{Re}(Y_7) = 0.0158(\text{См}); B_7 = \text{Im}(Y_7) = -0.0388(\text{См})$$

В схеме возможен резонанс токов на участке b:g цепи при равенстве нулю реактивной проводимости этого участка

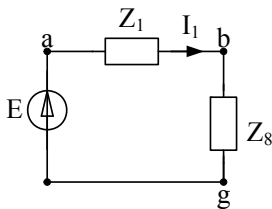
$$\frac{1}{j x_2} + j B_7 = 0$$

отсюда выразим x_2

$$x_2 = \frac{1}{B_7} = \frac{1}{-0.0388} = -25.8057(\text{Ом}) \Rightarrow c_2 = \frac{-1}{x_2 \omega} = \frac{-1}{-25.806 \times 314.159} = 1.233 \times 10^{-4}(\Phi)$$

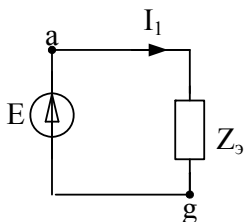
$$z_2 = j x_2 = -25.8057j = 25.8057e^{-90j}$$

эквивалентное сопротивление параллельно соединенных ветвей с сопротивлениями Z_2 и Z_7



$$z_8 = \frac{z_7 \cdot z_2}{z_7 + z_2} = \frac{23.9055e^{67.8753j} \cdot 25.8057e^{-90j}}{9.0034 + 22.1453j + -25.8057j} = 63.473 = 63.4733e^{1.193 \times 10^{-14}j}$$

Эквивалентное сопротивление цепи относительно зажимов источника ЭДС E



$$z_9 = z_1 + z_8 = 9 + 20j + 63.4733 = 72.4733 + 20j = 75.1823e^{15.4276j}$$

д) рассчитать токи для резонансного состояния, определить показания вольтметра, проверить правильность расчетов по балансу мощностей;

По закону Ома определяем ток на входе цепи.

$$I_1 = \frac{E}{z_9} = \frac{140e^{-45j}}{75.1823e^{15.4276j}} = 0.919 - 1.6196j = 1.8621e^{-60.428j}$$

Расчет действующие значений токов в параллельных ветвях:

$$I_2 = \frac{I_1 \cdot Z_7}{Z_2 + Z_7} = \frac{18621e^{-60.4276j} \cdot 23.9055e^{67.8753j}}{-25.8057j + 9.0034 + 22.1453j} = 3.9836 + 2.2605j = 4.5802e^{29.572j}$$

$$I_3 = \frac{I_1 \cdot Z_2}{Z_2 + Z_7} = \frac{18621e^{-60.4276j} \cdot 25.8057e^{-90j}}{-25.8057j + 9.0034 + 22.1453j} = -3.0646 - 3.88j = 4.9443e^{-128.3j}$$

$$I_4 = \frac{I_3 \cdot Z_5}{Z_4 + Z_5} = \frac{4.9443e^{-128.3029j} \cdot 25e^{-53.1301j}}{13 + 15 - 20j} = -2.9745 - 2.0142j = 3.5923e^{-145.9j}$$

$$I_5 = \frac{I_3 \cdot Z_4}{Z_4 + Z_5} = \frac{4.9443e^{-128.3029j} \cdot 13}{13 + 15 - 20j} = -0.0901 - 1.8658j = 1.868e^{-92.765j}$$

Действующие значения напряжений

$$U_{R4} = I_5 R_4 = 1.868e^{-92.7652j} \cdot 15 = -1.3518 - 27.987j = 28.02e^{-92.765j}$$

$$U_{x2} = I_2 j x_2 = 4.5802e^{29.5724j} \cdot j \times -25.8057 = 4.8107 - 22.612j = 53.156e^{-25.175j}$$

$$U_{L3} = I_3 j x_{L3} = 4.9443e^{-128.3029j} \cdot j \times 40 = 155.2 - 122.58j = 197.77e^{-38.303j}$$

$$U_{c1} = I_1 \cdot -j x_{c1} = 18621e^{-60.4276j} \cdot -j \times 10 = -16.196 - 9.1901j = 18.621e^{-150.43j}$$

$$U_{c2} = I_3 \cdot -j x_{c2} = 4.9443e^{-128.3029j} \cdot -j \times 15 = -58.2 + 45.969j = 74.165e^{14.17j}$$

$$U_{c3} = I_5 \cdot -j x_{c3} = 1.868e^{-92.7652j} \cdot -j \times 20 = -37.316 + 18.024j = 37.36e^{177.23j}$$

напряжение на зажимах вольтметра рассчитаем по двум путям:

$$U_{nd} = U_{c2} + U_{c3} - U_{x2} = -58.2 + 45.97j + -37.32 + 1.8j - (58.33 - 102.8j) = -153.85 + 150.57j = 215.27e^{135.62j}$$

$$U_{nd} = -U_{L3} - U_{R4} = -(155.2 - 122.58j) - (-1.35 - 27.99j) = -153.85 + 150.57j = 215.27e^{135.62j}$$

Показания вольтметра равно действующему напряжению на его зажимах:

$$V = |U_{nd}| = 215.2692(V)$$

Составим баланс активных и реактивных мощностей

Полная мощность генератора:

*

$$S = E I_1 = 140e^{-45j} \cdot 18621e^{60.4276j} = 251.31 + 69.351j (VA)$$

Потребляемая активная мощность:

$$P = I_1^2 R_1 + I_4^2 R_3 + I_5^2 R_4 = 18621^2 \times 9 + 3.5923^2 \times 13 + 1.868^2 \times 15 = 251.3056 \text{ Вт}$$

Реактивная мощность цепи:

$$Q = I_1^2 (x_{L1} - x_{c1}) + I_2^2 x_2 + I_3^2 (x_{L3} - x_{c2}) + I_5^2 (-x_{c3}) = 18621^2 (30 - 10) + 4.58^2 \times -25.806 + 4.944^2 (40 - 15) + 1.868^2 \times -20 = 69.352 \text{ ВАР}$$

Погрешность расчета:

$$\eta_P = \left| \frac{S_P - P}{S_P} \right| 100\% = \left| \frac{251.31 - 251.3056}{251.31} \right| 100\% = 1.7602 \times 10^{-3} \%$$

$$\eta_Q = \left| \frac{S_Q - Q}{S_Q} \right| 100\% = \left| \frac{69.351 - 69.3523}{69.351} \right| 100\% = 1.8766 \times 10^{-3} \%$$

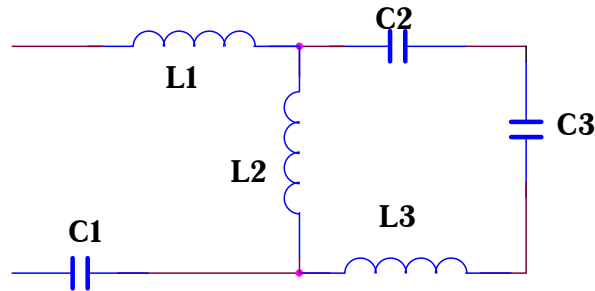
ж) рассчитать (найти нули и полюса) и построить частотную характеристику входного сопротивления цепи. Активные сопротивления не учитывать.

Параметры реактивных элементов находятся из условия, что индуктивные и емкостные сопротивления заданы для частоты 50 (Гц).

$$L_1 = \frac{x_{L1}}{\omega} = \frac{30}{314.1593} = 95.493(\text{мГн}) ; c_1 = \frac{1}{x_{c1} \omega} = \frac{1}{10 \times 314.1593} = 318.3099(\text{мкФ})$$

$$L_2 = \frac{x_{L2}}{\omega} = \frac{35}{314.1593} = 111.4085(\text{мГн}) ; c_2 = \frac{1}{x_{c2} \omega} = \frac{1}{15 \times 314.1593} = 212.2066(\text{мкФ})$$

$$L_3 = \frac{x_{L3}}{\omega} = \frac{40}{314.1593} = 127.324(\text{мГн}) ; c_3 = \frac{1}{x_{c3} \omega} = \frac{1}{20 \times 314.1593} = 159.1549(\text{мкФ})$$



$$z_{\text{BX}}(\omega) = \omega L_1 + \frac{-1}{\omega c_1} + \frac{\left(\omega L_3 - \frac{1}{\omega c_3} - \frac{1}{\omega c_2} \right) \omega L_2}{\omega L_3 - \frac{1}{\omega c_3} - \frac{1}{\omega c_2} + \omega L_2} = \frac{H(\omega)}{F(\omega)}$$

$$H(\omega) = (L_1 c_1 L_3 c_3 c_2 + L_1 c_1 L_2 c_3 c_2 + L_2 c_1 L_3 c_3 c_2) \omega^4 + (-L_3 c_3 c_2 - L_2 c_3 c_2 - L_1 c_1 c_2 - L_1 c_1 c_3 - L_2 c_1 c_2 - L_2 c_1 c_3) \omega^2 + c_2 + c_3$$

$$F(\omega) = \omega c_1 [(L_3 c_3 c_2 + L_2 c_3 c_2) \omega^2 - c_2 - c_3]$$

определим нули входного сопротивления

$$H(\omega) = 0$$

обозначим

$$a = L_1 c_1 L_3 c_3 c_2 + L_1 c_1 L_2 c_3 c_2 + L_2 c_1 L_3 c_3 c_2$$

$$b = -L_3 c_3 c_2 - L_2 c_3 c_2 - L_1 c_1 c_2 - L_1 c_1 c_3 - L_2 c_1 c_2 - L_2 c_1 c_3$$

$$F(\omega) = [a \omega^4 + b \omega^2 + (c_2 + c_3)] \omega c_1 = 0$$

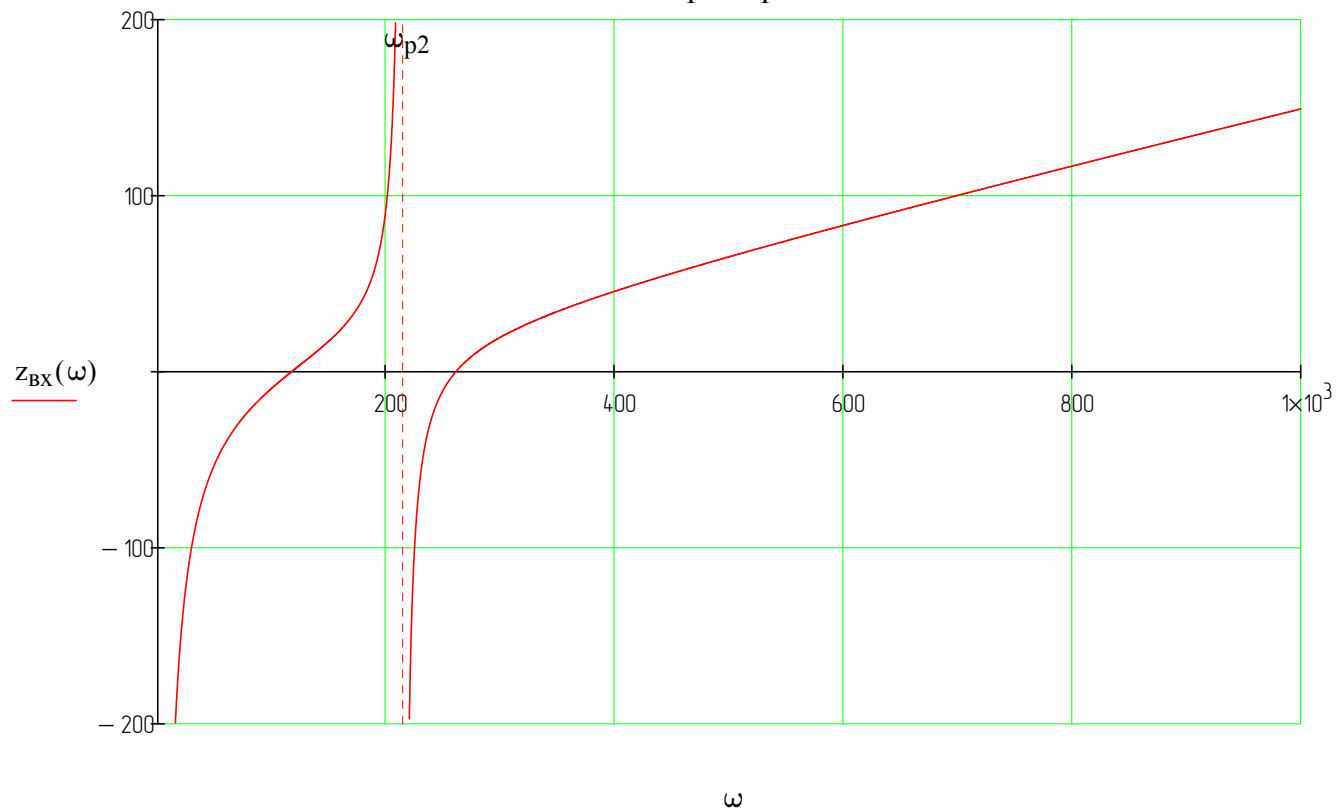
$$\omega_p = \sqrt{\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4a(c_2 + c_3)}}{2a}} \quad \begin{aligned} \omega_1 &= 117.1368 \\ \omega_2 &= 260.9119 \end{aligned}$$

определим полюса входного сопротивления

$$F_2(\omega) = \omega c_1 [(L_3 c_3 c_2 + L_2 c_3 c_2) \omega^2 - c_2 - c_3] = 0$$

$$\omega_{p2} = \sqrt{\frac{c_2 + c_3}{L_3 c_3 c_2 + L_2 c_3 c_2}} \quad \begin{aligned} \omega_{p2} &= 214.6116 \\ \omega_1 &= 0 \end{aligned}$$

частотная характеристика цепи



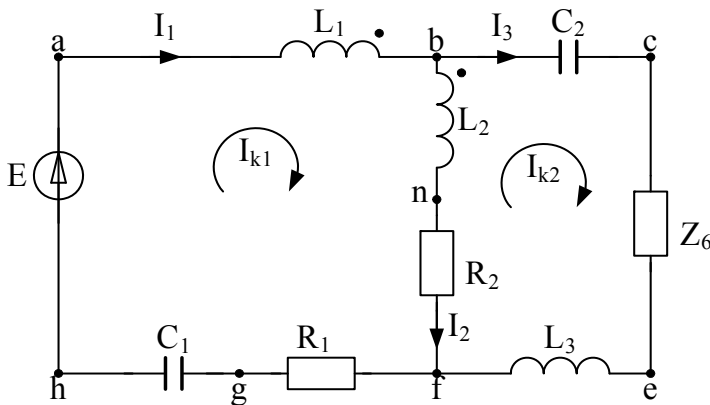
ω	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700	750	800	850	900	950	1000
Z_{BX}	-52.3	-9.3	17.5	94.3	-10.2	19.7	34.3	45.7	55.8	65.3	74.4	83.1	91.7	100.2	108.5	116.8	125	133.1	141.2	149.3

таблица =

II. При наличии магнитной связи между индуктивными элементами L_1, L_2 (одноименные концы элементов отмечены на схеме точками):

а) превратив схему до двух независимых контуров, рассчитать токи в всех ветках схемы методом контурных токов, определить показы вольтметра;

эквивалентное сопротивление параллельно соединенных ветвей с сопротивлениями Z_4 и Z_5



$$z_6 = \frac{z_4 \cdot z_5}{z_4 + z_5} = \frac{13 \cdot 25e^{-53.1301j}}{13 + 15 - 20j} = 9.0034 - 2.8547j = 9.4451e^{-17.5924j}$$

собственное сопротивление первого контура

$$z_{11} = R_2 + R_1 + j(x_{L1} + x_{L2} - 2x_m - x_{c1}) = 11 + 9 + j(30 + 35 - 2 \times 20 - 10) = 20 + 15j = 25e^{36.87j}$$

собственное сопротивление второго контура

$$z_{22} = z_6 + R_2 + j(x_{L3} + x_{L2} - x_{c2}) = 9.003 - 2.855j + 11 + j(40 + 35 - 15) = 20.003 + 57.145j = 60.545e^{70.708j}$$

общее сопротивление первого и второго контура

$$z_{12} = -R_2 - j(x_{L2} - x_m) = -11 - 15j = 18.601e^{-126.25j}$$

Уравнения цепи через контурные токи:

$$I_{k1} z_{11} + I_{k2} z_{12} = E$$

$$I_{k1} z_{21} + I_{k2} z_{22} = 0$$

вычислим определители системы

$$\Delta = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 + 15j & -11 - 15j \\ -11 - 15j & 20.0034 + 57.1453j \end{pmatrix}$$

$$\Delta = z_{11} \cdot z_{22} - z_{12} \cdot z_{21} = 25e^{36.8699j} \cdot 60.5452e^{70.7077j} - 18.6011e^{-126.2538j} \cdot 18.6011e^{-126.2538j} = -353.11 + 1.113j \times 10^3 = 1.1676 \times 10^3 e^{107.6j}$$

$$\Delta_1 = \begin{pmatrix} E & z_{12} \\ 0 & z_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 98.9949 - 98.9949j & -11 - 15j \\ 0 & 20.0034 + 57.1453j \end{pmatrix}$$

$$\Delta_1 = E \cdot z_{22} = 140e^{-45j} \cdot 60.5452e^{70.7077j} = 7.6373 \times 10^3 + 3.6769j \times 10^3 = 8.4763 \times 10^3 e^{25.708j}$$

$$\Delta_2 = \begin{pmatrix} z_{11} & E \\ z_{21} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 + 15j & 98.9949 - 98.9949j \\ -11 - 15j & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Delta_2 = E \cdot z_{21} = 140e^{-45j} \cdot 18.6011e^{-126.2538j} = 2.5739 \times 10^3 + 395.98j = 2.6042 \times 10^3 e^{8.7462j}$$

Найдем неизвестные контурные токи:

$$I_1 = I_{k1} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{8.4763 \times 10^3 e^{25.7077j}}{1.1676 \times 10^3 e^{107.6029j}} = 1.0235 - 7.1869j = 7.2594 e^{-81.895j}$$

$$I_3 = I_{k2} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{2.6042 \times 10^3 e^{8.7462j}}{1.1676 \times 10^3 e^{107.6029j}} = -0.3434 - 2.2037j = 2.2303 e^{-98.857j}$$

Ток I_2 найдем по первому закону Кирхгофа.

$$I_2 = I_1 - I_3 = 1.0235 - 7.1869j - (-0.3434 - 2.2037j) = 1.3669 - 4.9832j = 5.1673 e^{-74.662j}$$

Токи в параллельных ветвях определим по правилу "чужого сопротивления"

$$I_4 = \frac{I_3 \cdot z_5}{z_4 + z_5} = \frac{2.2303 e^{-98.8567j} \cdot 25 e^{-53.130j}}{13 + 15 - 20j} = -0.7217 - 1.4508j = 1.6204 e^{-116.45j}$$

$$I_5 = \frac{I_3 \cdot z_4}{z_4 + z_5} = \frac{2.2303 e^{-98.8567j} \cdot 13}{13 + 15 - 20j} = 0.3784 - 0.7529j = 0.8426 e^{-63.319j}$$

Действующие значения напряжений на каждом элементе

$$U_{R1} = I_1 R_1 = 7.2594 e^{-81.895j} \cdot 9 = 9.2112 - 64.682j = 65.335 e^{-81.895j}$$

$$U_{R2} = I_2 R_2 = 5.1673 e^{-74.6615j} \cdot 11 = 15.035 - 54.815j = 56.84 e^{-74.662j}$$

$$U_{R3} = I_4 R_3 = 1.6204 e^{-116.4491j} \cdot 13 = -9.3826 - 18.86j = 21.065 e^{-116.45j}$$

$$U_{R4} = I_5 R_4 = 0.8426 e^{-63.319j} \cdot 15 = 5.6753 - 11.293j = 12.639 e^{-63.319j}$$

$$U_{L1} = I_1 j x_{L1} - I_2 j x_m = 7.26 e^{-81.9j} j \times 30 - 5.17 e^{-74.66j} j \times 20 = 115.94 + 3.37j = 115.99 e^{1.6634j}$$

$$U_{L2} = I_2 j x_{L2} - I_1 j x_m = 5.167 e^{-74.662j} j \times 35 - 7.259 e^{-81.895j} j \times 20 = 30.67 + 27.37j = 41.11 e^{41.742j}$$

$$U_{L3} = I_3 j x_{L3} = 2.2303 e^{-98.8567j} j \times 40 = 88.148 - 13.735j = 89.212 e^{-8.8567j}$$

$$U_{c1} = I_1 \cdot -j x_{c1} = 7.2594 e^{-81.8952j} \cdot -j \times 10 = -71.869 - 10.235j = 72.594 e^{-171.9j}$$

$$U_{c2} = I_3 \cdot -j x_{c2} = 2.2303 e^{-98.8567j} \cdot -j \times 15 = -33.055 + 5.1507j = 33.454 e^{171.14j}$$

$$U_{c3} = I_5 \cdot -j x_{c3} = 0.8426 e^{-63.319j} \cdot -j \times 20 = -15.058 - 7.567j = 16.852 e^{-153.32j}$$

Вольтметр, включенный между точками n:d, покажет модуль комплекса напряжения что определяется по рассчитанным токам и заданными параметрами.

Правильность расчетов проверяется за двумя независимыми путями.

$$U_{nd} = U_{c2} + U_{c3} - U_{L2} = -33.0554 + 5.1507j + -15.0579 - 7.567j - (30.6744 + 27.3704j) = -78.7877 - 29.7867j = 84.2304 e^{-159.2902j}$$

$$U_{nd} = U_{R2} - U_{L3} - U_{R4} = 15.0354 - 54.8155j - (88.1478 - 13.7353j) - (5.6753 - 11.2934j) = -78.7877 - 29.7867j = 84.2304 e^{-159.2902j}$$

Показания вольтметра равно действующему напряжению на его зажимах:

$$V = |U_{nd}| = 84.2304(B)$$

б) Баланс мощностей:

Полная мощность генератора:

*

$$S = E I_1 = 140e^{-45j} 7.2594e^{81.8952j} = 812.79 + 610.15j \text{ (ВА)}$$

4.3.2 мощность взаимной индукции:

$$S_{m1} = I_2 (-j x_m) I_1 = 5.1673e^{-74.6615j} (-j) 20 7.2594e^{81.8952j} = 94.466 - 744.26j \text{ (ВА)}$$

$$S_{m2} = I_1 (-j x_m) I_2 = 7.2594e^{-81.8952j} (-j) 20 5.1673e^{74.6615j} = 94.466 - 744.26j \text{ (ВА)}$$

Потребляемая активная мощность:

$$P = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_4^2 R_3 + I_5^2 R_4 = 7.2594^2 \times 9 + 5.1673^2 \times 11 + 16204^2 \times 13 + 0.8426^2 \times 15 = 812.7869 \text{ Вт}$$

Реактивная мощность цепи:

$$Q = I_1^2 (x_{L1} - x_{c1}) + I_2^2 (x_{L2}) + I_3^2 (x_{L3} - x_{c2}) + I_5^2 (-x_{c3}) + 2Q_m = \\ = 7.259^2 (30 - 10) + 5.167^2 \times 35 + 2.23^2 (40 - 15) + 0.843^2 \times -20 + 2 \times -744.259 = 610.15 \text{ ВАР}$$

Погрешность расчета:

$$\eta_P = \left| \frac{S_P - P}{S_P} \right| 100\% = \left| \frac{812.79 - 812.7869}{812.79} \right| 100\% = 3.7569 \times 10^{-4} \%$$

$$\eta_Q = \left| \frac{S_Q - Q}{S_Q} \right| 100\% = \left| \frac{610.15 - 610.1504}{610.15} \right| 100\% = 6.924 \times 10^{-5} \%$$

При определении мощностей было получено:

$$\text{активная мощность взаимной индукции катушки } L_1 \quad P_{m1} = \operatorname{Re}(S_{m1}) = 94.4656 \text{ (Вт)}$$

$$\text{активная мощность взаимной индукции катушки } L_2 \quad P_{m2} = \operatorname{Re}(S_{m2}) = -94.4656 \text{ (Вт)}$$

Принимая во внимание, что $P_{m1} > 0$, а $P_{m2} < 0$, приходим к заключению, что магнитным потоком энергия передается из первой катушки во вторую

в) построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений:

Определим потенциалы всех точек, пусть $\phi_h = 0$:

$$\phi_g = \phi_h + U_{c1} = 0 + -71.8692 - 10.2347j = -71.8692 - 10.2347j = 72.5943e^{-171.8952j}$$

$$\phi_f = \phi_g + U_{R1} = -71.8692 - 10.2347j + 9.2112 - 64.6823j = -62.658 - 74.917j = 97.6656e^{-129.908j}$$

$$\phi_n = \phi_f + U_{R2} = -62.658 - 74.917j + 15.0354 - 54.8155j = -47.6226 - 129.7324j = 138.197e^{-110.1573j}$$

$$\phi_e = \phi_f + U_{L3} = -62.658 - 74.917j + 88.1478 - 13.7353j = 25.4898 - 88.6523j = 92.244e^{-73.9587j}$$

$$\phi_d = \phi_e + U_{c3} = 25.4898 - 88.6523j + -15.0579 - 7.567j = 10.432 - 96.2193j = 96.7832e^{-83.8122j}$$

$$\phi_c = \phi_d + U_{R4} = 10.432 - 96.2193j + 5.6753 - 11.2934j = 16.1073 - 107.5127j = 108.7126e^{-81.4795j}$$

$$\phi_b = \phi_c + U_{c2} = 16.1073 - 107.5127j + -33.0554 + 5.1507j = -16.9481 - 102.362j = 103.7555e^{-99.4012j}$$

$$\phi_a = \phi_b + U_{L1} = -16.9481 - 102.362j + 115.9431 + 3.367j = 98.9949 - 98.9949j = 140e^{-45j}$$

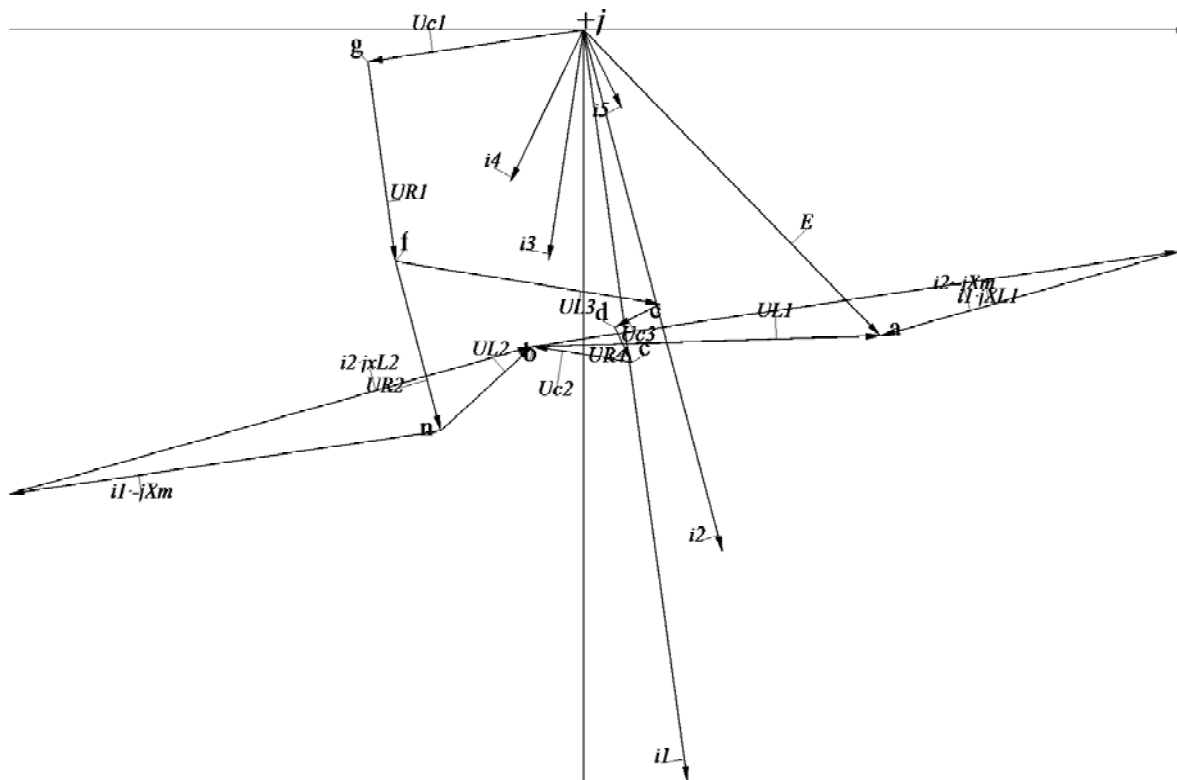
масштаб по току и напряжению

$$m_i = 1.2, A/cm$$

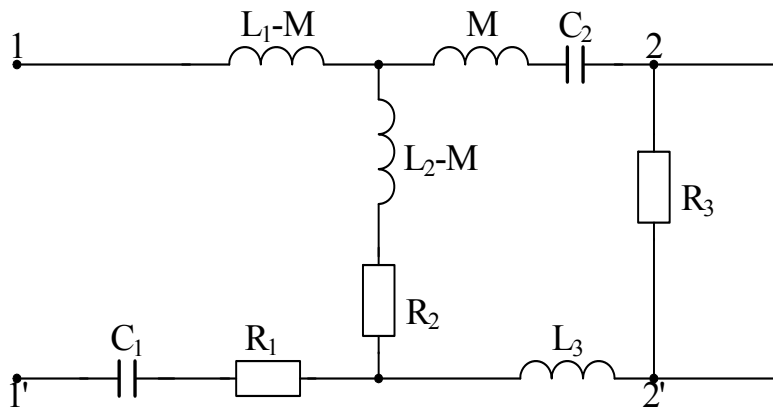
$$m_u = 41, B/cm$$

Совмещенная векторная диаграмма токов и топографическая диаграмма напряжений

(с учетом магнитной связи)

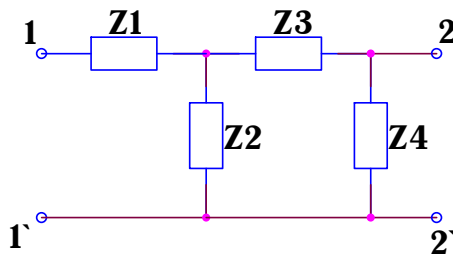


III. Отбросив крайнюю ветку между полюсами 2, 2' устранить магнитную связь. Полученную схему рассматривать как четырехполюсник и полюсами 1,1' и 2, 2': а) рассчитать коэффициенты четырехполюсника (в форме А);



Используя эквивалентные преобразования пассивных участков электрической схемы, определяем сопротивления х.х. и к.з.

эквивалентное сопротивление последовательно соединенных сопротивлений



$$z_1 = R_1 + j(x_{L1} - x_m - x_{c1}) = 9 = 9$$

$$z_2 = R_2 + j(x_{L2} - x_m) = 11 + 15j = 18.6011e^{53.7462j}$$

$$z_3 = j(x_{L3} + x_m - x_{c2}) = j(40 + 20 - 15) = 45j = 45e^{90j}$$

$$z_4 = R_3 = 13$$

Используя эквивалентные преобразования пассивных участков электрической схемы, определяем сопротивления х.х. и к.з.

сопротивление холостого хода относительно зажимов 1-1'

$$z_{10} = z_1 + \frac{(z_3 + z_4)z_2}{z_3 + z_4 + z_2} = 9 + \frac{(11 + 15j)(13 + 45j)}{13 + 45j + 11 + 15j} = 15.856 + 11.609j = 19.65e^{36.21j}$$

сопротивление холостого хода относительно зажимов 2-2'

$$z_{20} = \frac{(z_3 + z_2)z_4}{z_3 + z_4 + z_2} = \frac{(45j + 11 + 15j)13}{13 + 45j + 11 + 15j} = 12.0287 + 2.4282j = 12.2714e^{11.4126j}$$

сопротивление короткого замыкания относительно зажимов 2-2'

$$z_{2k} = \frac{\left(\frac{z_1 z_2}{z_1 + z_2} + z_3\right)z_4}{\frac{z_1 z_2}{z_1 + z_2} + z_3 + z_4} = \frac{\left[\frac{9(11 + 15j)}{9 + 11 + 15j} + 45j\right]13}{\frac{9(11 + 15j)}{9 + 11 + 15j} + 45j + 13} = 11.73 + 3.07j = 12.125e^{14.689j}$$

Коэффициенты четырехполюсника

$$A = \sqrt{\frac{Z_{10}}{Z_{20} - Z_{2k}}} = \sqrt{\frac{15.8563 + 11.6092j}{12.0287 + 2.4282j - (11.7289 + 3.0745j)}} = 3.329 + 4.0618j = 5.2517e^{50.6621j}$$

$$B = A \cdot Z_{2k} = 5.2517e^{50.6621j} \cdot 12.1252e^{14.6886j} = 26.558 + 57.876j = 63.678e^{65.351j}$$

$$C = \frac{A}{Z_{10}} = \frac{5.2517e^{50.6621j}}{19.6519e^{36.2097j}} = 0.2588 + 0.0667j = 0.2672e^{14.452j}$$

$$D = C \cdot Z_{20} = 0.2672e^{14.452j} \cdot 12.2714e^{11.4126j} = 2.9509 + 1.4306j = 3.2794e^{25.865j}$$

3.2. Параметры сосредоточенной Т-образной схемы замещения линии:

$$Z_T = \frac{1}{C} = \frac{1}{0.2672e^{14.4524j}} = 3.6236 - 0.9339j = 3.742e^{-14.452j}$$

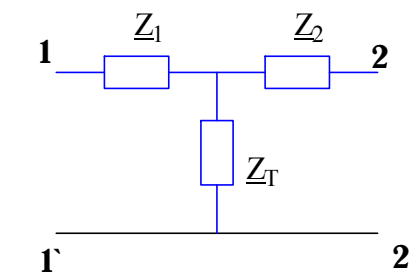
$$Z_1 = \frac{A - 1}{C} = \frac{3.329 + 4.0618j - 1}{0.2672e^{14.4524j}} = 12.233 + 12.543j = 17.521e^{45.718j}$$

$$Z_2 = \frac{D - 1}{C} = \frac{2.9509 + 1.4306j - 1}{0.2672e^{14.4524j}} = 8.4052 + 3.3621j = 9.0526e^{21.801j}$$

$$R_T = \operatorname{Re}(Z_T) = 3.6236 \text{ Ом}$$

$$R_1 = \operatorname{Re}(Z_1) = 12.2328 \text{ Ом}$$

$$R_2 = \operatorname{Re}(Z_2) = 8.4052 \text{ Ом}$$



$$X_T = \operatorname{Im}(Z_T) = -0.9339 \text{ Ом} \Rightarrow C_T = \frac{-1}{\omega X_T} = \frac{-1}{314.159 \times -0.934} = 3.408 \times 10^3 (\text{мкФ})$$

$$X_1 = \operatorname{Im}(Z_1) = 12.5431 \text{ Ом} \Rightarrow L_1 = \frac{X_1}{\omega} = \frac{12.543}{314.159} = 39.926 (\text{мГн})$$

$$X_2 = \operatorname{Im}(Z_2) = 3.3621 \text{ Ом} \Rightarrow L_2 = \frac{X_2}{\omega} = \frac{3.362}{314.159} = 10.702 (\text{мГн})$$

б) найти ЭДС E и ток I_1 на входе четырехполюсника при которых на выходе $U_2 = 100$ (В), $I_2=1$ (А), а угол сдвига фаз между синусоидами напряжения и тока $\phi_2=30^\circ$. Сделать проверку нагрузив 4-полюсник на соответствующее сопротивление.

$$E = A \cdot U_2 + B \cdot I_2 = 5.25e^{50.66j} 100 + 63.68e^{65.35j} 1e^{-30j} = 384.841 + 443.023j = 586.83e^{49.02j}$$

$$I_1 = C \cdot U_2 + D \cdot I_2 = 0.267e^{14.452j} 100 + 3.279e^{25.865j} 1e^{-30j} = 29.15 + 6.43j = 29.85e^{12.45j}$$

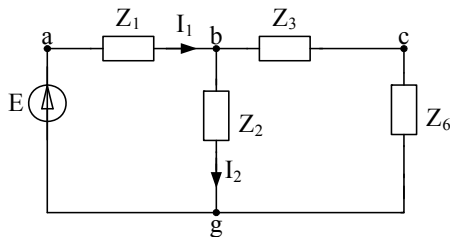
ПРОВЕРКА:

сопротивление нагрузки соответствующее заданным значениям напряжения и тока на выходе четырехполюсника

$$Z_H = \frac{U_2}{I_2} = \frac{100}{1e^{-30j}} = 86.603 + 50j = 100e^{30j}$$

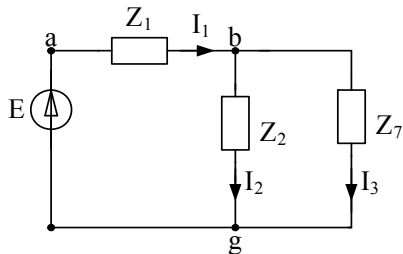
Определение эквивалентного сопротивления:

эквивалентное сопротивление параллельно соединенных ветвей с сопротивлениями Z_4 и Z_H



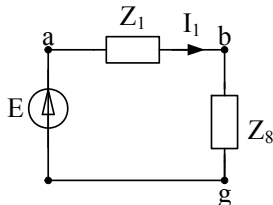
$$Z_6 = \frac{Z_4 \cdot Z_H}{Z_4 + Z_H} = \frac{13 \cdot 100e^{30j}}{13 + 86.6025 + 50j} = 11.645 + 0.6803j = 11.6646e^{3.3436j}$$

эквивалентное сопротивление последовательно соединенных сопротивлений Z_3 и Z_6



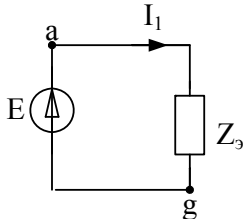
$$Z_7 = Z_3 + Z_6 = 45j + 11.6448 + 0.6803j = 11.6448 + 45.6803j = 47.1412e^{75.6988j}$$

эквивалентное сопротивление параллельно соединенных ветвей с сопротивлениями Z_2 и Z_7



$$Z_8 = \frac{Z_7 \cdot Z_2}{Z_7 + Z_2} = \frac{47.1412e^{75.6988j} \cdot 18.6011e^{53.7462j}}{11.6448 + 45.6803j + 11 + 15 \times j} = 6.7879 + 11.714j = 13.5387e^{59.9096j}$$

Эквивалентное сопротивление цепи относительно зажимов источника ЭДС E



$$Z_9 = z_1 + z_8 = 9 + 6.7879 + 11.7142j = 15.7879 + 11.7142j = 19.6591e^{36.5745j}$$

По закону Ома определяем ток на входе цепи.

$$I_1 = \frac{E}{Z_9} = \frac{586.8326e^{49.0201j}}{19.6591e^{36.5745j}} = 29.149 + 6.4332j = 29.85e^{12.446j}$$

Расчет действующие значений токов в параллельных ветвях:

$$I_3 = \frac{I_1 \cdot z_2}{z_2 + z_7} = \frac{29.8505e^{12.4456j} \cdot 18.6011e^{53.7462j}}{11 + 15 \times j + 11.6448 + 45.6803j} = 8.5583 - 0.5j = 8.5729e^{-3.3436j}$$

$$I_H = \frac{I_3 \cdot z_4}{z_4 + z_H} = \frac{8.5729e^{-3.3436j} \cdot 13}{13 + 86.6025 + 50j} = 0.866 - 0.5j = 1e^{-30j}$$

$$U_H = I_H \cdot z_H = 1e^{-30j} \cdot 100e^{30j} = 100$$

г) определить вторичные параметры четырехполюсника (характеристические сопротивления Z_{c1} , Z_{c2} и постоянную передачи g;

Характеристические сопротивления

$$Z_{c1} = \sqrt{\frac{AB}{CD}} = \sqrt{\frac{5.2517e^{50.6621j} \cdot 63.6782e^{65.3507j}}{0.2672e^{14.4524j} \cdot 3.2794e^{25.865j}}} = 15.4253 + 11.9857j = 19.534e^{37.848j}$$

$$Z_{c2} = \sqrt{\frac{DB}{CA}} = \sqrt{\frac{3.2794e^{25.865j} \cdot 63.6782e^{65.3507j}}{0.2672e^{14.4524j} \cdot 5.2517e^{50.6621j}}} = 11.883 + 2.7545j = 12.198e^{13.051j}$$

Коэффициент распространения

$$\gamma = \ln(\sqrt{AD} + \sqrt{BC}) = \ln\left(\sqrt{5.2517e^{50.6621j} \cdot 3.2794e^{25.865j}} + \sqrt{63.6782e^{65.3507j} \cdot 0.2672e^{14.4524j}}\right) = 2.1132 + 0.6821j = 2.2205e^{17.889j}$$

Коэффициент ослабления

$$\alpha = \operatorname{Re}(\gamma) = 2.1132$$

Коэффициент фазы

$$\beta = \operatorname{Im}(\gamma) = 0.6821$$

д) в согласованном режиме четырехполюсника по вторичными параметрами определить комплексы напряжения U_2 и тока I_2 (на выходе четырехполюсника) при заданной ЕДС на входе. Сделать проверку для схемы замещения.

Напряжение и ток на выходе при согласованном режиме

$$U_2 = U_1 \sqrt{\frac{Z_{c2}}{Z_{c1}}} e^{-\gamma} = 140e^{-45j} \sqrt{\frac{12.2e^{13.05j}}{19.53e^{37.85j}}} e^{-(2.11+0.68j)} = -1.51 - 13.28j = 13.37e^{-96.48j}$$

$$I_2 = \frac{U_2}{Z_{c2}} = \frac{13.3702e^{-96.4787j}}{12.1981e^{13.0506j}} = -0.3664 - 1.033j = 1.0961e^{-109.53j}$$

ПРОВЕРКА:

По закону Ома определяем ток на входе цепи при согласованном режиме.

$$I_1 = \frac{U_1}{Z_{c1}} = \frac{140e^{-45j}}{15.4253 + 11.9857j} = 0.8923 - 7.1111j = 7.1668e^{-82.848j}$$

ток на выходе цепи при согласованном режиме.

$$I_2 = \frac{I_1 Z_T}{Z_T + Z_2 + Z_{c2}} = \frac{1.0961e^{-109.5293j} \cdot 3.742e^{-14.4525j}}{3.6236 - 0.9339j + 8.4052 + 3.3621j + 11.883 + 2.7545j} = -0.3664 - 1.033j$$

$$= 1.0961e^{-109.53j}$$

напряжение на выходе цепи при согласованном режиме.

$$U_2 = I_2 Z_{c2} = 1.0961e^{-109.5293j} \cdot 12.1981e^{13.0506j} = -1.5086 - 13.2848j = 13.3702e^{-96.4787j}$$

$$U_1 = A \cdot U_2 + B \cdot I_2 = 5.25e^{50.66j} \cdot 13.37e^{-96.48j} + 63.68e^{65.35j} \cdot 1.1e^{-109.53j} = 98.99 - 98.99j$$

$$= 140e^{-45j}$$