

Министерство образования и науки Украины  
Национальный технический университет Украины  
“Киевский Политехнический Институт”  
Кафедра ТОЭ

***Расчетно-графическая работа***  
***“Трёхфазные цепи”***  
*Вариант 502*

Выполнил:\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Проверил:\_\_\_\_\_

**Киев 2007**

## Условие задания

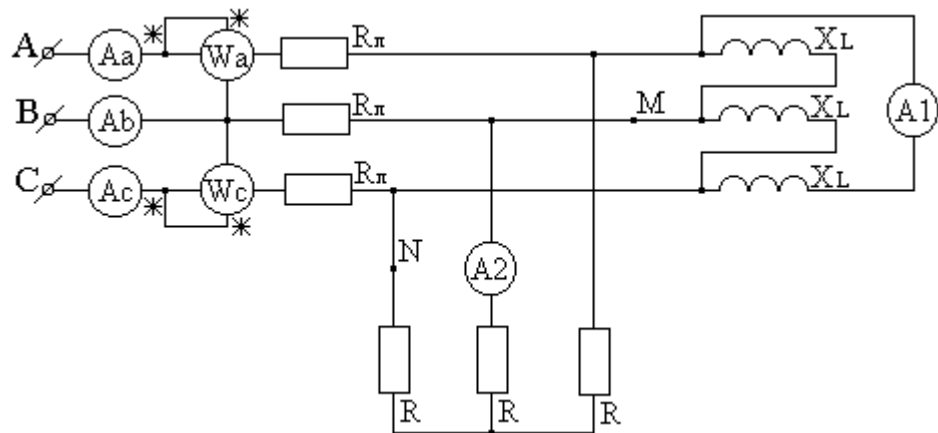
Симметричный трёхфазный генератор с обмотками, соединёнными в звезду, питает через трехпроводную линию электропередачи нагрузку с элементами, соединёнными звездой и треугольником.

### Требуется:

1. Определить показания включенных в цепь измерительных приборов, полагая нагрузки симметричной.
2. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
3. По результатам расчета п.1 построить для симметричной нагрузки совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.
4. Провести расчет токов во всех ветвях напряжений на всех участках цепи, определить показания измерительных приборов в аварийном режиме, делая обрыв в указанной точке.
5. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
6. По результатам расчета п.4 построить совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.

$$U_A := 300 \quad U_B := U_A \quad U_C := U_B \quad \psi_A := 0 \quad R_L := 22 \quad R := 80 \quad X_L := 27$$

Обрыв проводится в точке М.



Общая схема трёхфазной цепи

### Определение показаний измерительных приборов при симметричной нагрузке.

Так как нагрузка симметрическая, то будем проводить расчет только по одной

фазе. Токи в остальных фазах будут такими же, только будут отличаться углы.

Для определения токов в ветвях цепи необходимо первоначально произвести упрощение схемы, сведя её к схеме с элементами, соединенными звездой.

$$X'_L := \frac{X_L \cdot i \cdot X_L \cdot i}{3 \cdot X_L \cdot i} \quad X'_L = 9i$$

За опорную примем фазу А. Фазные напряжения генератора и сопротивления элементов нагрузки в комплексной форме равны:

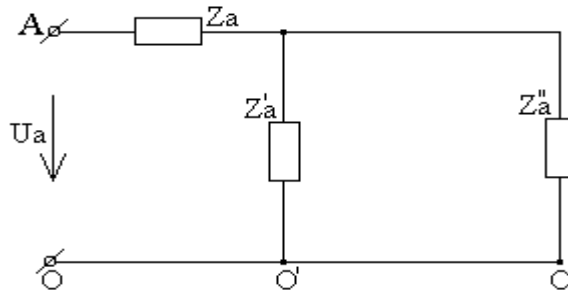
$$E_A := U_A \cdot e^{i \cdot \psi_A \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_B := U_B \cdot e^{i(\psi_A - 120) \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_C := U_C \cdot e^{i(\psi_A + 120) \cdot \frac{\pi}{180}}$$

$$F(E_A) = (300 \ 0) \quad F(E_B) = (300 \ -120) \quad F(E_C) = (300 \ 120)$$

$$Z_a := R_L \quad Z_b := Z_a \quad Z_c := Z_b \quad Z_a = 22$$

$$Z'_a := R \quad Z'_b := Z'_a \quad Z'_c := Z'_b \quad Z'_a = 80$$

$$Z''_a := X'_L \quad Z''_b := Z''_a \quad Z''_c := Z''_b \quad Z''_a = 9i$$



Преобразованная схема (фаза А)

Эквивалентное сопротивление данной схемы равно:

$$Z_{ea} := Z_a + \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea} = 23 + 8.888i$$

Ток в фазе А, согласно закону Ома, равен:

$$I_A := \frac{E_A}{Z_{ea}} \quad I_A = 11.349 - 4.385i \quad F(I_A) = (12.167 \ -21.127)$$

Соответственно в фазах В и С:

$$I_B := I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_B = -9.472 - 7.636i \quad F(I_B) = (12.167 \ -141.127)$$

$$I_C := I_A \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_C = -1.877 + 12.021i \quad F(I_C) = (12.167 \ 98.873)$$

Фазное напряжение на параллельном участке А'О равно:

$$Z_{ea'} := \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea'} = 1 + 8.888i$$

$$U_{A'O} := I_A \cdot Z_{ea'} \quad U_{A'O} = 50.323 + 96.479i$$

Токи звезды равны:

$$I_A := \frac{U_{A'O}}{Z'_a} \quad I_A = 0.629 + 1.206i \quad F(I_A) = (1.36 \ 62.454)$$

$$I_B := I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_B = 0.73 - 1.148i \quad F(I_B) = (1.36 \quad -57.546)$$

$$I_C := I_A \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_C = -1.359 - 0.058i \quad F(I_C) = (1.36 \quad -177.546)$$

Линейное напряжение равно:

$$U_{A'B'} := U_{A'O} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad U_{A'B'} = 159.038 + 101.138i \quad F(U_{A'B'}) = (188.473 \quad 32.454)$$

Остальные токи равны:

$$I''_{A'B'} := \frac{U_{A'B'}}{X_L \cdot i} \quad I''_{A'B'} = 3.746 - 5.89i \quad F(I''_{A'B'}) = (6.98 \quad -57.546)$$

$$I''_{B'C'} := I''_{A'B'} \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I''_{B'C'} = -6.974 - 0.299i \quad F(I''_{B'C'}) = (6.98 \quad -177.546)$$

$$I''_{C'A'} := I''_{A'B'} \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I''_{C'A'} = 3.228 + 6.189i \quad F(I''_{C'A'}) = (6.98 \quad 62.454)$$

На основании выполненных расчетов, показания амперметров будут равны:

$$A_1 = 6.98(A) \quad A_2 = 1.36(A) \quad A_a = 12.167(A) \quad A_b = 12.167(A) \quad A_c = 12.167(A)$$

Находим показания ваттметров. Ваттметры показывают вещественную часть произведения комплекса напряжения, приложенного к обмотке напряжения (его отсчитывают от начала обмотки к концу), на сопряженный комплекс тока, протекающего через обмотку тока:

Показание ваттметра  $W_a$ :

$$E_{AB} := E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_{AB} = 450 + 259.808i$$

$$W_a := \operatorname{Re}(E_{AB} \cdot \overline{I_A}) \quad W_a = 3.968 \times 10^3$$

Показание ваттметра  $W_b$ :

$$E_{CB} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot (30+180) \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_{CB} = 519.615i$$

$$W_c := \operatorname{Re}(E_{CB} \cdot \overline{I_C}) \quad W_c = 6.246 \times 10^3$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_c \quad W = 1.021 \times 10^4$$

### ***Баланс активной и реактивной мощностей***

Правильность расчетов проверим, составив баланс активных и реактивных мощностей. Мощность источника энергии определяют в виде суммы произведений комплексов фазных ЭДС (напряжений) на сопряженные комплексы токов соответствующих фаз. В симметричной трёхфазной системе мощность, отдаваемая в нагрузку источником, равна утроенной мощности одной фазы.

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C}$$

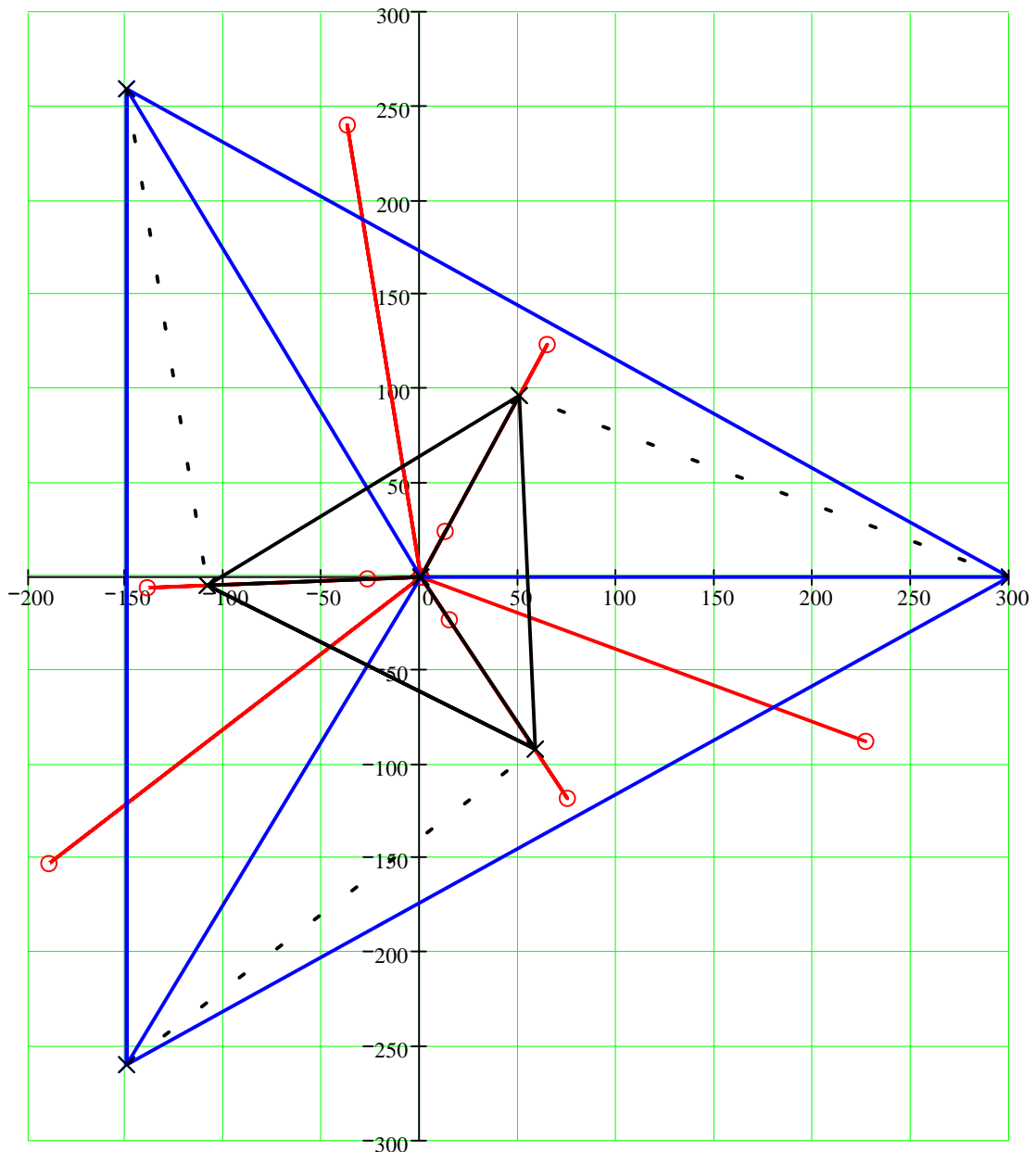
$$S_r = 1.021 \times 10^4 + 3.947i \times 10^3$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

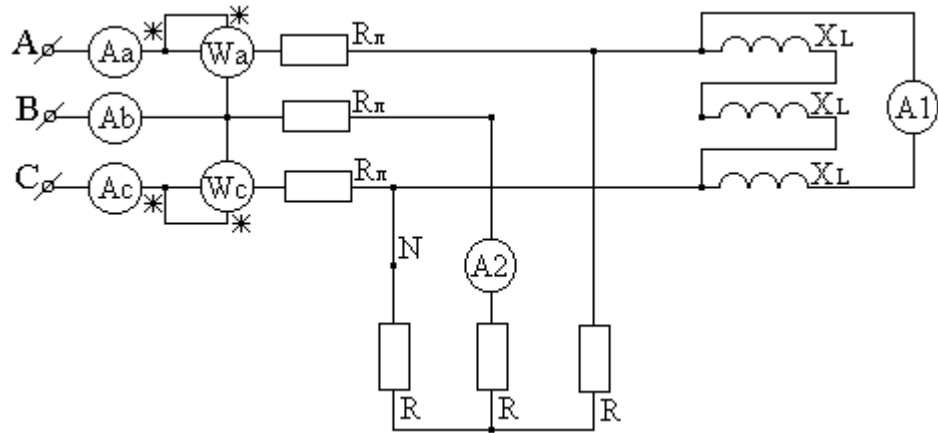
$$P_{pr} := \left[ (|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R_L + \left[ (|I'_A|)^2 + (|I'_B|)^2 + (|I'_C|)^2 \right] \cdot R \quad P_{pr} = 1.021 \times 10^4$$

$$Q_{pr} := \left[ (|I''_{A'B'}|)^2 + (|I''_{B'C'}|)^2 + (|I''_{C'A'}|)^2 \right] \cdot X_L \cdot i \quad Q_{pr} = 3.947i \times 10^3$$

***Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.***



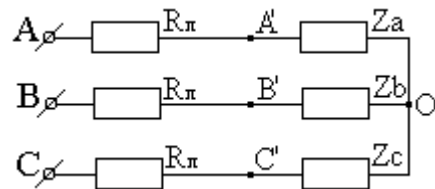
## Определение показаний измерительных приборов в аварийном режиме.



Несимметричная трёхфазная система.

$$R' := R + R + \frac{R \cdot R}{R} \quad R' = 240 \quad X' := \frac{2X_L \cdot i \cdot X_L \cdot i}{3X_L \cdot i} \quad X' = 18i$$

Параллельно включенные сопротивления нагрузки можно заменить эквивалентными, в результате чего образуется несимметричный треугольник. Заменяв его эквивалентной звездой, рассчитываемую цепь приводят к виду:



Несимметричная звезда.

Сопротивления несимметричного треугольника равны:

$$Z_{C'A'} := \frac{X' \cdot R'}{R' + X'} \quad Z_{C'A'} = 1.342 + 17.899i$$

$$Z_{A'B'} := R' \quad Z_{B'C'} := R'$$

Сопротивление эквивалентной звезды:

$$Z_a := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_a = 1 + 8.888i$$

$$Z_b := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{B'C'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_b = 119.5 - 4.444i$$

$$Z_c := \frac{Z_{B'C'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_c = 1 + 8.888i$$

Полные комплексные сопротивления в каждой фазе цепи:

$$Z_{ea} := Z_a + Z_a \quad Z_{ea} = 23 + 8.888i$$

$$Z_{eb} := Z_b + Z_b \quad Z_{eb} = 141.5 - 4.444i$$

$$Z_{ec} := Z_c + Z_c \quad Z_{ec} = 23 + 8.888i$$

Фазные напряжения на нагрузке в цепи удобно определять, вычислив предварительно смещение нейтрали (О - потенциал узла генератора, который на схеме на показан):

$$Y_A := \frac{1}{Z_{ea}} \quad Y_B := \frac{1}{Z_{eb}} \quad Y_C := \frac{1}{Z_{ec}}$$

$$Y_A = 0.038 - 0.015i \quad Y_B = 7.06 \times 10^{-3} + 2.217i \times 10^{-4} \quad Y_C = 0.038 - 0.015i$$

$$U_{O''O} := \frac{E_A \cdot Y_A + E_B \cdot Y_B + E_C \cdot Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C}$$

$$U_{O''O} = 69.407 + 94.077i$$

Фазные напряжения на элементах нагрузки цепи равны:

$$U_{AO''} := E_A - U_{O''O} \quad U_{AO''} = 230.593 - 94.077i \quad F(U_{AO''}) = (249.045 \quad -22.194)$$

$$U_{BO''} := E_B - U_{O''O} \quad U_{BO''} = -219.407 - 353.885i \quad F(U_{BO''}) = (416.382 \quad -121.799)$$

$$U_{CO''} := E_C - U_{O''O} \quad U_{CO''} = -219.407 + 165.731i \quad F(U_{CO''}) = (274.966 \quad 142.934)$$

Токи в фазах, равные фазным токам генератора и линейным токам исходной системы, определяют по закону Ома:

$$I_A := \frac{U_{AO''}}{Z_{ea}}$$

$$I_A = 7.348 - 6.93i$$

$$F(I_A) = (10.1 \quad -43.322)$$

$$I_B := \frac{U_{BO''}}{Z_{eb}}$$

$$I_B = -1.471 - 2.547i$$

$$F(I_B) = (2.941 \quad -120)$$

$$I_C := \frac{U_{CO''}}{Z_{ec}}$$

$$I_C = -5.877 + 9.477i$$

$$F(I_C) = (11.152 \quad 121.807)$$

$$U_{AB} := E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}}$$

$$U_{AB} = 450 + 259.808i$$

$$F(U_{AB}) = (519.615 \quad 30)$$

$$U_{AA'} := I_A \cdot Z_a$$

$$U_{AA'} = 161.658 - 152.454i$$

$$F(U_{AA'}) = (222.206 \quad -43.322)$$

$$U_{BC} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}}$$

$$U_{BC} = -519.615i$$

$$F(U_{BC}) = (519.615 \quad -90)$$

$$U_{BB'} := I_B \cdot Z_b$$

$$U_{BB'} = -32.353 - 56.037i$$

$$F(U_{BB'}) = (64.706 \quad -120)$$

$$U_{CA} := E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}}$$

$$U_{CA} = -450 + 259.808i$$

$$F(U_{CA}) = (519.615 \quad 150)$$

$$U_{CC'} := I_C \cdot Z_c$$

$$U_{CC'} = -129.305 + 208.491i$$

$$F(U_{CC'}) = (245.333 \quad 121.807)$$

Для определения токов во всех ветвях рассчитываемой схемы необходимо определить напряжение между точками A', B' и C'.

Согласно второму закону Кирхгофа:

$$U_{AB} := U_{AA'} + U_{A'B'} - U_{BB'}$$

отсюда:

$$U_{A'B'} := U_{AB} - U_{AA'} + U_{BB'}$$

$$U_{A'B'} = 255.989 + 356.225i$$

$$F(U_{A'B'}) = (438.665 \quad 54.298)$$

аналогично вычисляют

$$U_{B'C'} := U_{BC} - U_{BB'} + U_{CC'}$$

$$U_{B'C'} = -96.952 - 255.087i$$

$$F(U_{B'C'}) = (272.89 \quad -110.81)$$

$$U_{C'A'} := U_{CA} - U_{CC'} + U_{AA'}$$

$$U_{C'A'} = -159.038 - 101.138i$$

$$F(U_{C'A'}) = (188.473 \quad -147.546)$$

$$I_{C''A''} := \frac{U_{C'A'}}{2X_L \cdot i}$$

$$I_{C''A''} = -1.873 + 2.945i$$

$$F(I_{C''A''}) = (3.49 \quad 122.454)$$

$$I_{C'A'} := \frac{U_{C'A'}}{X_L \cdot i}$$

$$I_{C'A'} = -3.746 + 5.89i$$

$$F(I_{C'A'}) = (6.98 \quad 122.454)$$

$$I_B := I_B$$

$$I_B = -1.471 - 2.547i$$

$$F(I_B) = (2.941 \quad -120)$$

$$I_A := \frac{1}{R} \cdot (I_B \cdot R + U_{A'B'})$$

$$I_A = 1.729 + 1.906i$$

$$F(I_A) = (2.573 \quad 47.778)$$

$$I_C := -I_A - I_B$$

$$I_C = -0.259 + 0.641i$$

$$F(I_C) = (0.692 \quad 111.964)$$

Согласно выполненным расчетам, показания включенных в цепь амперметров равны:

$$A_1 = 6.98 \text{ (A)} \quad A_2 = 2.941 \text{ (A)} \quad A_a = 10.1 \text{ (A)} \quad A_b = 2.941 \text{ (A)} \quad A_c = 11.152 \text{ (A)}$$

Расчет показаний ваттметров выполняется так же, как и в случае симметричной системы:

Показание ваттметра  $W_a$ :

$$E_{CA} := E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} \quad E_{CA} = -450 + 259.808i$$

$$W_a := \operatorname{Re}(E_{CA} \cdot \overline{I_C}) \quad W_a = 5.107 \times 10^3$$

Показание ваттметра  $W_b$ :

$$E_{BA} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} \quad E_{BA} = -450 - 259.808i$$

$$W_b := \operatorname{Re}(E_{BA} \cdot \overline{I_B}) \quad W_b = 1.324 \times 10^3$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 6.431 \times 10^3$$

### ***Баланс активной и реактивной мощностей***

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C} \quad S_r = 6.431 \times 10^3 + 1.973i \times 10^3$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$P_{pr} := \left[ (|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R_L + \left[ (|I'_A|)^2 + (|I'_B|)^2 + (|I'_C|)^2 \right] \cdot R \quad P_{pr} = 6.431 \times 10^3$$

$$Q_{pr} := \left( |I''_{CA}| \right)^2 \cdot 2 \cdot (X_L \cdot i) + \left( |I''_{CA}| \right)^2 \cdot (X_L \cdot i) \quad Q_{pr} = 1.973i \times 10^3$$



***Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.***

