

**Министерство образования и науки Украины  
Национальный технический университет Украины  
“Киевский Политехнический Институт”  
Кафедра ТОЭ**

***Расчетно-графическая работа***  
***“Трёхфазные цепи”***  
*Вариант № 353*

Выполнил: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Проверил: \_\_\_\_\_

**Киев 2007**

## Условие задания

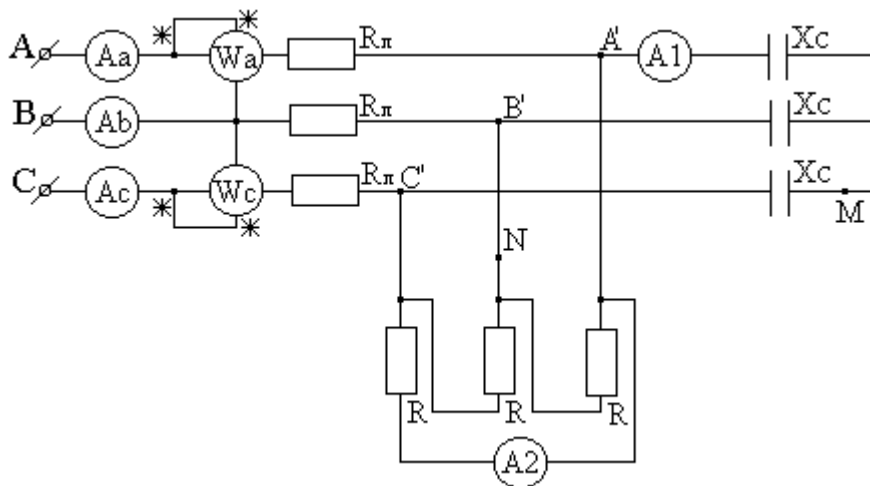
Симметричный трёхфазный генератор с обмотками, соединёнными в звезду, питает через трехпроводную линию электропередачи нагрузку с элементами, соединёнными звездой и треугольником.

### Требуется:

1. Определить показания включенных в цепь измерительных приборов, полагая нагрузки симметричной.
2. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
3. По результатам расчета п.1 построить для симметричной нагрузки совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.
4. Провести расчет токов во всех ветвях напряжений на всех участках цепи, определить показания измерительных приборов в аварийном режиме, делая обрыв в указанной точке.
5. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
6. По результатам расчета п.4 построить совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.

$$U_A := 200 \quad U_B := U_A \quad U_C := U_B \quad \psi_A := 0 \quad R_L := 10 \quad R := 60 \quad X_C := 57$$

Обрыв проводится в точке М.



Общая схема трёхфазной цепи

## Определение показаний измерительных приборов при симметричной нагрузке

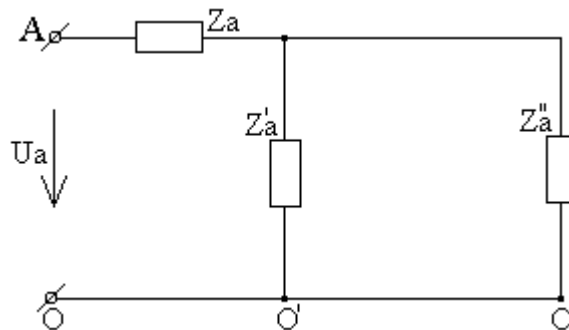
Так как нагрузка симметрическая, то будем проводить расчет только по одной фазе. Токи в остальных фазах будут такими же, только будут отличаться углы.

Для определения токов в ветвях цепи (рис.1) необходимо первоначально произвести упрощение схемы, сведя её к схеме с элементами, соединенными звездой.

$$R' := \frac{R \cdot R}{3 \cdot R} \quad R' = 20$$

За опорную примем фазу А. Фазные напряжения генератора и сопротивления элементов нагрузки в комплексной форме равны:

$$\begin{aligned} E_A &:= U_A \cdot e^{i \cdot \psi_A \cdot \frac{\pi}{180}} & E_B &:= U_B \cdot e^{i(\psi_A - 120) \cdot \frac{\pi}{180}} & E_C &:= U_C \cdot e^{i(\psi_A + 120) \cdot \frac{\pi}{180}} \\ F(E_A) &= (200 \ 0) & F(E_B) &= (200 \ -120) & F(E_C) &= (200 \ 120) \\ Z_a &:= R_L & Z_b &:= Z_a & Z_c &:= Z_b & Z_a &= 10 \\ Z'_a &:= R' & Z'_b &:= Z'_a & Z'_c &:= Z'_b & Z'_a &= 20 \\ Z''_a &:= -X_C \cdot i & Z''_b &:= Z''_a & Z''_c &:= Z''_b & Z''_a &= -57i \end{aligned}$$



Преобразованная схема (фаза А)

Эквивалентное сопротивление данной схемы равно:

$$Z_{ea} := Z_a + \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea} = 27.808 - 6.248i$$

Ток в фазе А, согласно закону Ома, равен:

$$I_A := \frac{E_A}{Z_{ea}} \quad I_A = 6.847 + 1.538i \quad F(I_A) = (7.017 \ 12.664)$$

Соответственно в фазах В и С:

$$I_B := I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_B = -2.091 - 6.699i \quad F(I_B) = (7.017 \ -107.336)$$

$$I_C := I_A \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_C = -4.756 + 5.16i \quad F(I_C) = (7.017 \ 132.664)$$

Фазное напряжение на параллельном участке А'О равно:

$$\begin{aligned} Z_{ea'} &:= \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} & Z_{ea'} &= 17.808 - 6.248i \\ U_{A'O} &:= I_A \cdot Z_{ea'} & U_{A'O} &= 131.534 - 15.384i \end{aligned}$$

Остальные токи равны:

$$I''_A := \frac{U_{A'O}}{Z''_a} \quad I''_A = 0.27 + 2.308i \quad F(I''_A) = (2.323 \ 83.329)$$

$$I''_B := I''_A \cdot e^{-i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I''_B = 1.864 - 1.388i \quad F(I''_B) = (2.323 \quad -36.671)$$

$$I''_C := I''_A \cdot e^{i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I''_C = -2.133 - 0.92i \quad F(I''_C) = (2.323 \quad -156.671)$$

Линейное напряжение равно:

$$U_{A'B'} := U_{A'O} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} \quad U_{A'B'} = 183.978 - 136.988i \quad F(U_{A'B'}) = (229.377 \quad -36.671)$$

Остальные токи равны:

$$I'_A := \frac{U_{A'B'}}{R} \quad I'_A = 3.066 - 2.283i \quad F(I'_A) = (3.823 \quad -36.671)$$

$$I'_B := I'_A \cdot e^{-i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I'_B = -3.51 - 1.514i \quad F(I'_B) = (3.823 \quad -156.671)$$

$$I'_C := I'_A \cdot e^{i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I'_C = 0.444 + 3.797i \quad F(I'_C) = (3.823 \quad 83.329)$$

На основании выполненных расчетов, показания амперметров будут равны:

$$A_1 = 2.323 \quad A_2 = 3.823 \quad A_a = 7.017 \quad A_b = 7.017 \quad A_c = 7.017$$

Находим показания ваттметров. Ваттметры показывают вещественную часть произведения комплекса напряжения, приложенного к обмотке напряжения (его отсчитывают от начала обмотки к концу), на сопряженный комплекс тока, протекающего через обмотку тока:

Показание ваттметра  $W_a$ :

$$E_{AC} := E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} \quad E_{AC} = 300 - 173.205i$$

$$W_a := \operatorname{Re}(E_{AC} \cdot \overline{I'_A}) \quad W_a = 1.788 \times 10^3$$

Показание ваттметра  $W_b$ :

$$E_{BC} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} \quad E_{AC} = 300 - 173.205i$$

$$W_b := \operatorname{Re}(E_{BC} \cdot \overline{I'_B}) \quad W_b = 2.32 \times 10^3$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 4.108 \times 10^3$$

## Баланс активной и реактивной мощностей

Правильность расчетов проверим, составив баланс активных и реактивных мощностей. Мощность источника энергии определяют в виде суммы произведений комплексных фазных ЭДС (напряжений) на сопряженные комплексы токов соответствующих фаз. В симметричной трёхфазной системе мощность, отдаваемая в нагрузку источником, равна утроенной мощности одной фазы.

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C}$$

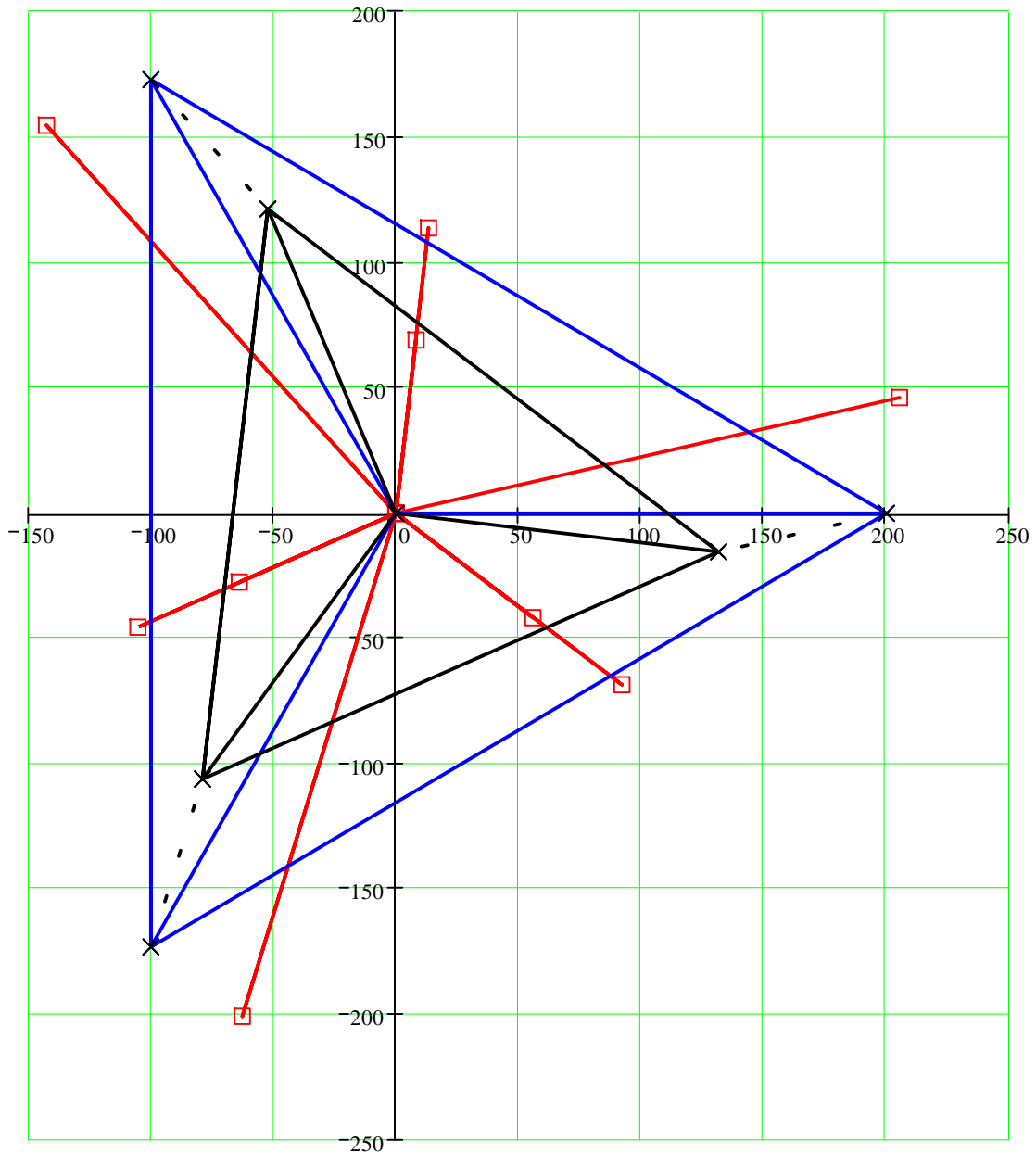
$$S_r = 4.108 \times 10^3 - 923.046i$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

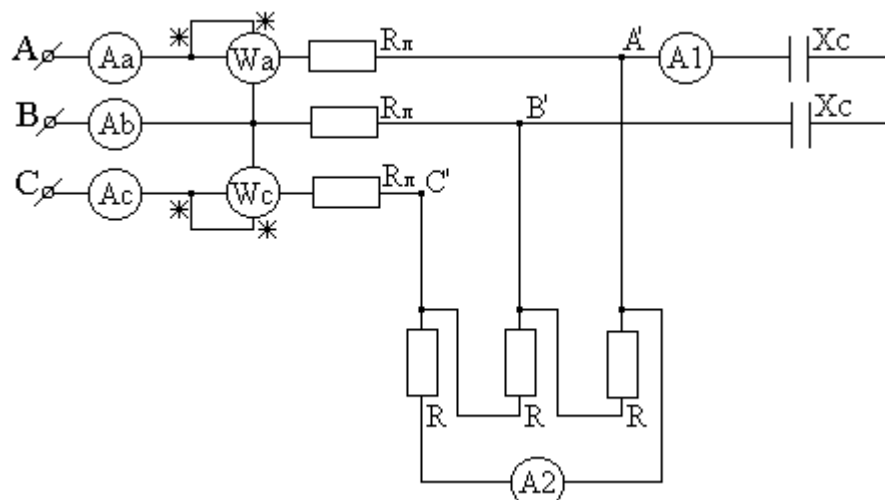
$$P_{pr} := \left[ (|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R_L + \left[ (|I'_A|)^2 + (|I'_B|)^2 + (|I'_C|)^2 \right] \cdot R \quad P_{pr} = 4.108 \times 10^3$$

$$Q_{pr} := \left[ (|I''_A|)^2 + (|I''_B|)^2 + (|I''_C|)^2 \right] \cdot (-X_C \cdot i) \quad Q_{pr} = -923.046i$$

## Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи

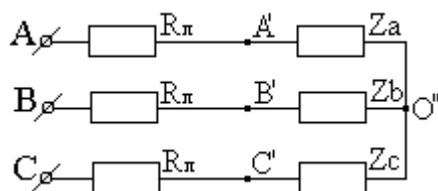


## Определение показаний измерительных приборов в аварийном режиме



Несимметричная трёхфазная система.

Параллельно включенные сопротивления нагрузки можно заменить эквивалентными, в результате чего образуется несимметричный треугольник. Заменяв его эквивалентной звездой, рассчитываемую цепь приводят к виду:



Несимметричная звезда.

Сопротивления несимметричного треугольника равны:

$$Z_{A'B'} := \frac{-2 \cdot X_C \cdot i \cdot R}{R - 2 \cdot X_C \cdot i} \quad Z_{A'B'} = 46.985 - 24.729i$$

$$Z_{B'C'} := R \quad Z_{C'A'} := R$$

Сопротивление эквивалентной звезды:

$$Z_a := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_a = 17.808 - 6.248i$$

$$Z_b := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{B'C'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_b = 17.808 - 6.248i$$

$$Z_c := \frac{Z_{B'C'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_c = 21.096 + 3.124i$$

Полные комплексные сопротивления в каждой фазе цепи:

$$Z_{ea} := Z_a + Z_a \quad Z_{ea} = 27.808 - 6.248i$$

$$Z_{eb} := Z_b + Z_b \quad Z_{eb} = 27.808 - 6.248i$$

$$Z_{ec} := Z_c + Z_c \quad Z_{ec} = 31.096 + 3.124i$$

Фазные напряжения на нагрузке в цепи удобно определять, вычислив предварительно смещение нейтрали:

$$Y_A := \frac{1}{Z_{ea}} \quad Y_B := \frac{1}{Z_{eb}} \quad Y_C := \frac{1}{Z_{ec}}$$

$$Y_A = 0.034 + 7.692i \times 10^{-3} \quad Y_B = 0.034 + 7.692i \times 10^{-3} \quad Y_C = 0.032 - 3.199i \times 10^{-3}$$

$$U_{O''O} := \frac{E_A \cdot Y_A + E_B \cdot Y_B + E_C \cdot Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} \quad U_{O''O} = 21.691 + 4.085i$$

Фазные напряжения на элементах нагрузки цепи равны:

$$U_{AO''} := E_A - U_{O''O} \quad U_{AO''} = 178.309 - 4.085i \quad F(U_{AO''}) = (178.356 \quad -1.312)$$

$$U_{BO''} := E_B - U_{O''O} \quad U_{BO''} = -121.691 - 177.29i \quad F(U_{BO''}) = (215.036 \quad -124.466)$$

$$U_{CO''} := E_C - U_{O''O} \quad U_{CO''} = -121.691 + 169.12i \quad F(U_{CO''}) = (208.352 \quad 125.737)$$

Токи в фазах, равные фазным токам генератора и линейным токам исходной системы, определяют по закону Ома:

$$I_A := \frac{U_{AO''}}{Z_{ea}} \quad I_A = 6.135 + 1.232i \quad F(I_A) = (6.258 \quad 11.351)$$

$$I_B := \frac{U_{BO''}}{Z_{eb}} \quad I_B = -2.802 - 7.005i \quad F(I_B) = (7.545 \quad -111.802)$$

$$I_C := \frac{U_{CO''}}{Z_{ec}} \quad I_C = -3.333 + 5.774i \quad F(I_C) = (6.667 \quad 120)$$

$$U_{AB} := E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 - \frac{\pi}{180}} \quad U_{AB} = 300 + 173.205i \quad F(U_{AB}) = (346.41 \quad 30)$$

$$U_{AA'} := I_A \cdot Z_a \quad U_{AA'} = 61.355 + 12.317i \quad F(U_{AA'}) = (62.579 \quad 11.351)$$

$$U_{BC} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 - \frac{\pi}{180}} \quad U_{BC} = -346.41i \quad F(U_{BC}) = (346.41 \quad -90)$$

$$U_{BB'} := I_B \cdot Z_b \quad U_{BB'} = -28.021 - 70.052i \quad F(U_{BB'}) = (75.449 \quad -111.802)$$

$$U_{CA} := E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 - \frac{\pi}{180}} \quad U_{CA} = -300 + 173.205i \quad F(U_{CA}) = (346.41 \quad 150)$$

$$U_{CC'} := I_C \cdot Z_c \quad U_{CC'} = -33.333 + 57.735i \quad F(U_{CC'}) = (66.667 \quad 120)$$

Для определения токов во всех ветвях рассчитываемой схемы необходимо определить напряжение между точками A', B' и C'.

Согласно второму закону Кирхгофа:

$$U_{AB} := U_{AA'} + U_{A'B'} - U_{BB'}$$

отсюда:

$$U_{A'B'} := U_{AB} - U_{AA'} + U_{BB'} \quad U_{A'B'} = 210.624 + 90.836i \quad F(U_{A'B'}) = (229.377 \quad 23.329)$$

аналогично вычисляют

$$U_{B'C'} := U_{BC} - U_{BB'} + U_{CC'} \quad U_{B'C'} = -5.312 - 218.623i \quad F(U_{B'C'}) = (218.687 \quad -91.392)$$

$$U_{C'A'} := U_{CA} - U_{CC'} + U_{AA'} \quad U_{C'A'} = -205.312 + 127.787i \quad F(U_{C'A'}) = (241.832 \quad 148.102)$$

$$Z''_{a'b'} := Z''_a + Z''_b \quad Z''_{a'b'} = -114i$$

$$Z'_{a'b'} := R \quad Z'_{b'c'} := Z'_{a'b'} \quad Z'_{c'a'} := Z'_{b'c'} \quad Z'_{a'b'} = 60$$

Ток в нагрузке  $Z''_{a'b'}$ , согласно закону Ома, равен:

$$I''_A := \frac{U_{A'B'}}{Z''_{a'b'}} \quad I''_A = -0.797 + 1.848i \quad F(I''_A) = (2.012 \quad 113.329)$$

$$I''_B := I''_A$$

Ток в нагрузке  $R$ , согласно закону Ома, равен:

$$I_A := \frac{U_{A'B'}}{R} \quad I_A = 3.51 + 1.514i \quad F(I_A) = (3.823 \quad 23.329)$$

$$I_B := \frac{U_{B'C'}}{R} \quad I_B = -0.089 - 3.644i \quad F(I_B) = (3.645 \quad -91.392)$$

$$I_C := \frac{U_{C'A'}}{R} \quad I_C = -3.422 + 2.13i \quad F(I_C) = (4.031 \quad 148.102)$$

Согласно выполненным расчетам, показания включенных в цепь амперметров равны:

$$A_1 = 2.012 \quad A_2 = 3.823 \quad A_a = 6.258 \quad A_b = 7.545 \quad A_c = 6.667$$

Расчет показаний ваттметров выполняется так же, как и в случае симметричной системы:

Показание ваттметра  $W_a$ :

$$E_{AC} := E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} \quad E_{AC} = 300 - 173.205i$$

$$W_a := \operatorname{Re}(E_{AC} \cdot \overline{I_A}) \quad W_a = 1.627 \times 10^3$$

Показание ваттметра  $W_b$ :

$$E_{BC} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} \quad E_{AC} = 300 - 173.205i$$

$$W_b := \operatorname{Re}(E_{BC} \cdot \overline{I_B}) \quad W_b = 2.427 \times 10^3$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 4.054 \times 10^3$$



## Баланс активной и реактивной мощностей

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C}$$

$$S_r = 4.054 \times 10^3 - 461.523i$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$P_{pr} := \left[ (|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R_L + \left[ (|I'_A|)^2 + (|I'_B|)^2 + (|I'_C|)^2 \right] \cdot R \quad P_{pr} = 4.054 \times 10^3$$

$$Q_{pr} := \left[ (|I''_A|)^2 + (|I''_B|)^2 \right] \cdot (-X_C \cdot i) \quad Q_{pr} = -461.523i$$

## Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи

