# Министерство образования и науки Украины Национальный технический университет Украины "Киевский Политехнический Институт" Кафедра ТОЭ

### Расчетно-графическая работа "Трёхфазные цепи"

Вариант 162

Выполнил:	 	
Проверил		

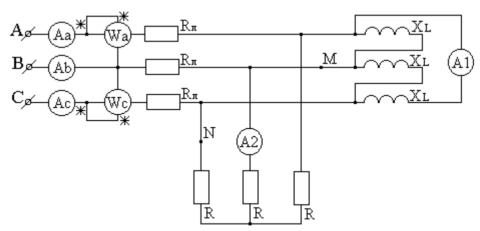
#### Условие задания

Симметричны трёхфазный генератор с обмотками, соединёнными в звезду, питает через трехпроводную линию электропередачи нагрузку с элементами, соединёнными звездой и треугольником.

#### Требуется:

- 1. Определить показания включенных в цепь измерительных приборов, полагая нагрузки симметричной.
- 2. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
- 3. По результатам расчета п.1 построить для симметричной нагрузки совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.
- 4. Провести расчет токов во всех ветвях напряжений на всех участках цепи, определить показания измерительных приборов в аварийном режиме, делая обрыв в указанной точке.
- 5. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
- 6. По результатам расчета п.4 построить совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.

$$U_A \coloneqq 220$$
  $U_B \coloneqq U_A$   $U_C \coloneqq U_B$   $\psi_A \coloneqq 0$   $R_L \coloneqq 14.6$   $R \coloneqq 51$   $X_L \coloneqq 42$  Обрыв проводится в точке  $N$ .



Общая схема трёхфазной цепи

#### Определение показаний измерительных приборов при симметричной нагрузке.

Так как нагрузка симметрическая, то будем проводить расчет только по одной фазе. Токи в остальных фазах будут такими же, только будут отличаться углы.

Для определения токов в ветвях цепи необходимо первоначально произвести упрощение схемы, сведя её к схеме с элементами, соединенными звездой.

$$X'_{L} := \frac{X_{L} \cdot i \cdot X_{L} \cdot i}{3 \cdot X_{I} \cdot i} \qquad X'_{L} = 14$$

За опорную примем фазу А. Фазные напряжения генератора и сопротивления элементов нагрузки в комплексной форме равны:

Преобразованая схема (фаза А)

Эквивалентное сопротивление данной схемы равно:

$$Z_{ea} := Z_a + \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a}$$
  $Z_{ea} = 18.174 + 13.019i$ 

Ток в фазе А, согласно закону Ома, равен:

$$I_A := \frac{E_A}{Z_{ea}}$$
  $I_A = 8 - 5.731i$   $F(I_A) = (9.841 - 35.616)$ 

Соответственно в фазах В и С:

$$I_{B} := I_{A} \cdot e$$

$$I_{B} = -8.963 - 4.063i$$

$$I_{C} := I_{A} \cdot e$$

$$I_{C} := I_{C} \cdot e$$

Фазное напряжение на параллельном участке А'О равно:

$$Z_{ea'} := \frac{Z'_{a} \cdot Z''_{a}}{Z'_{a} + Z''_{a}}$$
 $Z_{ea'} = 3.574 + 13.019i$ 
 $U_{\Delta'O} := I_{\Delta} \cdot Z_{ea'}$ 
 $U_{\Delta'O} = 103.2 + 83.67i$ 

Токи звезды равны:

$$I'_{A} := \frac{U_{A'O}}{Z'_{a}} \qquad \qquad I'_{A} = 2.024 + 1.641i \qquad \qquad F(I'_{A}) = (2.605 39.034)$$

$$I'_{B} := I'_{A} \cdot e \qquad \qquad I'_{B} = 0.409 - 2.573i \qquad \qquad F(I'_{B}) = (2.605 -80.966)$$

$$I'_{C} := I'_{A} \cdot e \qquad \qquad I'_{C} = -2.433 + 0.932i \qquad \qquad F(I'_{C}) = (2.605 159.034)$$

Линейное напряжение равно:

$$U_{A'B'} := U_{A'O} \cdot \sqrt{3} \cdot e \qquad \qquad U_{A'B'} = 227.261 + 36.132i \qquad F(U_{A'B'}) = (230.115 - 9.034)$$

Остальные токи равны:

$$\begin{split} I^{"}{}_{A} &:= \frac{U_{A'B'}}{X_{L} \cdot i} & I^{"}{}_{A} = 0.86 - 5.411i & F(I^{"}{}_{A}) = (5.479 - 80.966) \\ I^{"}{}_{B} &:= I^{"}{}_{A} \cdot e & I^{"}{}_{B} = -5.116 + 1.96i & F(I^{"}{}_{B}) = (5.479 - 159.034) \\ I^{"}{}_{C} &:= I^{"}{}_{A} \cdot e & I^{"}{}_{C} = 4.256 + 3.451i & F(I^{"}{}_{C}) = (5.479 - 39.034) \end{split}$$

На основании выполненых расчетов, показания амперметров будут равны:

$$A_1 = 5.479 (A)$$
  $A_2 = 2.605 (A)$   $A_a = 9.841 (A)$   $A_b = 9.841 (A)$   $A_c = 9.841 (A)$ 

Находим показания ваттметров. Ваттметры показывают вещественную часть произведения комплекса напряжения, приложеного к обмотке напряжения (его отсчитывают от начала обмотки к концу), на сопряженный комплекс тока, протекающего через обмотку тока:

Показание ваттметра Wa:

$$E_{AB} := E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e$$
 $E_{AB} = 330 + 190.526i$ 
 $E_{AB} = Re(E_{AB} \cdot \overline{I_A})$ 
 $E_{AB} = 330 + 190.526i$ 
 $E_{AB} = 330 + 190.526i$ 

Показание ваттметра Wb:

$$\begin{aligned} E_{CB} &:= E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e \end{aligned} \qquad \begin{aligned} E_{CB} &:= 381.051i \\ Wc &:= Re \Big( E_{CB} \cdot \overline{I_C} \Big) \end{aligned} \qquad Wc = 3.732 \times 10^3 \end{aligned}$$

Полная мощность равна:

$$W := Wa + Wc$$
  $W = 5.28 \times 10^3$ 

#### Баланс активной и реактивной мощностей

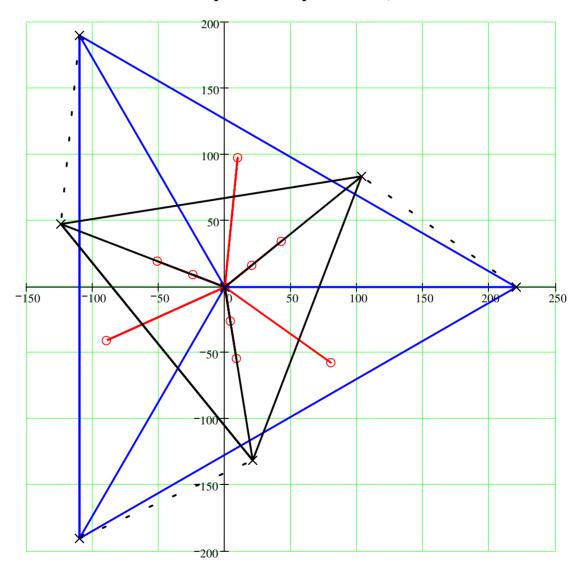
Правильность расчетов проверим, составив баланс активных и реактивный мощностей. Мощность источника энергии определяют в виде суммы произведений комплексов фазных ЭДС (напряжений) на сопряженные комплексы токов соответствующих фаз. В симметричной трёхфазной системе мощность, отдаваемая в нагрузку источником, равна утроенной мощности одной фазы.

$$Sr := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C}$$
  $Sr = 5.28 \times 10^3 + 3.782i \times 10^3$ 

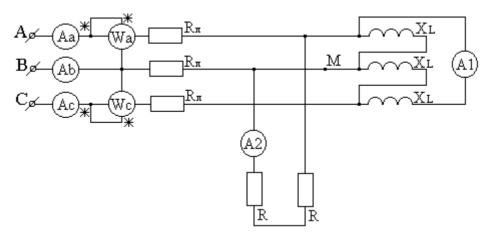
Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$\begin{split} \operatorname{Ppr} &:= \left[ \left( \left| \operatorname{I}_{A} \right| \right)^{2} + \left( \left| \operatorname{I}_{B} \right| \right)^{2} + \left( \left| \operatorname{I}_{C} \right| \right)^{2} \right] \cdot \operatorname{R}_{L} + \left[ \left( \left| \operatorname{I}_{A} \right| \right)^{2} + \left( \left| \operatorname{I}_{C} \right| \right)^{2} \right] \cdot \operatorname{R} \qquad \operatorname{Ppr} = 5.28 \times 10^{3} \\ \operatorname{Qpr} &:= \left[ \left( \left| \operatorname{I'}_{A} \right| \right)^{2} + \left( \left| \operatorname{I'}_{B} \right| \right)^{2} + \left( \left| \operatorname{I'}_{C} \right| \right)^{2} \right] \cdot \operatorname{X}_{L} \cdot \operatorname{i} \end{aligned} \qquad \qquad \operatorname{Qpr} = 3.782 \operatorname{i} \times 10^{3} \end{split}$$

## Построение совмещененной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.



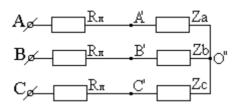
#### Определение показаний измерительных приборов в аварийном режиме.



Несимметричная трёхфазная система.

$$R' := R + R$$
  $R' = 102$ 

Параллельно включенные сопротивления нагрузки можно заменить эквивалентными, в результате чего образуется несимметричный треугольник. Заменив его эквивалентной звездой, рассчитываемую цепь приводят к виду:



Несимметричная звезда.

Сопротивления несимметричного треугольника равны:

$$\begin{split} Z_{B'C'} &:= \frac{X_L \cdot \mathbf{i} \cdot R'}{R' + X_L \cdot \mathbf{i}} \\ Z_{A'B'} &:= X_L \cdot \mathbf{i} \\ \end{split} \qquad \begin{aligned} Z_{B'C'} &= 14.787 + 35.911\mathbf{i} \\ Z_{C'A'} &:= X_L \cdot \mathbf{i} \end{aligned}$$

Сопротивление эквивалентной звезды:

$$\begin{split} Za &\coloneqq \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} & Za = -1.787 + 14.491i \\ Zb &\coloneqq \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{B'C'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} & Zb = 3.574 + 13.019i \\ Zc &\coloneqq \frac{Z_{B'C'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} & Zc = 3.574 + 13.019i \end{split}$$

Полные комплексные сопротивления в каждой фазе цепи:

$$\begin{aligned} \text{Zea} &\coloneqq Z_{\text{a}} + \text{Za} & \text{Zea} &= 12.813 + 14.491 \mathrm{i} \\ \text{Zeb} &\coloneqq Z_{\text{b}} + \text{Zb} & \text{Zeb} &= 18.174 + 13.019 \mathrm{i} \\ \text{Zec} &\coloneqq Z_{\text{c}} + \text{Zc} & \text{Zec} &= 18.174 + 13.019 \mathrm{i} \end{aligned}$$

Фазные напряжения на нагрузке в цепи удобно определять, вычислив предварительно смещение нейтрали:

$$\begin{split} \mathbf{Y}_{\mathbf{A}} &\coloneqq \frac{1}{\mathsf{Zea}} & \mathbf{Y}_{\mathbf{B}} &\coloneqq \frac{1}{\mathsf{Zeb}} & \mathbf{Y}_{\mathbf{C}} &\coloneqq \frac{1}{\mathsf{Zec}} \\ \mathbf{Y}_{\mathbf{A}} &= 0.034 - 0.039 \mathbf{i} & \mathbf{Y}_{\mathbf{B}} &= 0.036 - 0.026 \mathbf{i} & \mathbf{Y}_{\mathbf{C}} &= 0.036 - 0.026 \mathbf{i} \\ \mathbf{U}_{\mathbf{O}''\mathbf{O}} &\coloneqq \frac{\mathbf{E}_{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{Y}_{\mathbf{A}} + \mathbf{E}_{\mathbf{B}} \cdot \mathbf{Y}_{\mathbf{B}} + \mathbf{E}_{\mathbf{C}} \cdot \mathbf{Y}_{\mathbf{C}}}{\mathbf{Y}_{\mathbf{A}} + \mathbf{Y}_{\mathbf{B}} + \mathbf{Y}_{\mathbf{C}}} & \mathbf{U}_{\mathbf{O}''\mathbf{O}} &= 10.335 - 17.302 \mathbf{i} \end{split}$$

Фазные напряжения на элементах нагрузки цепи равны:

$$U_{AO"} := E_A - U_{O"O}$$
  $U_{AO"} = 209.665 + 17.302i$   $F(U_{AO"}) = (210.377 \ 4.717)$   $U_{BO"} := E_B - U_{O"O}$   $U_{BO"} = -120.335 - 173.224i$   $F(U_{BO"}) = (210.919 \ -124.787)$   $U_{CO"} := E_C - U_{O"O}$   $U_{CO"} = -120.335 + 207.828i$   $F(U_{CO"}) = (240.152 \ 120.071)$ 

Токи в фазах, равные фазным токам генератора и линейным токам исходной системы, определяют по закону Ома:

$$\begin{split} I_A &\coloneqq \frac{U_{AO''}}{Zea} & I_A = 7.85 - 7.528i & F\big(I_A\big) = (10.876 \ -43.798) \\ I_B &\coloneqq \frac{U_{BO''}}{Zeb} & I_B = -8.888 - 3.164i & F\big(I_B\big) = (9.435 \ -160.403) \\ I_C &\coloneqq \frac{U_{CO''}}{Zec} & I_C = 1.038 + 10.692i & F\big(I_C\big) = (10.742 \ 84.455) \\ U_{AB} &\coloneqq E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} & U_{AB} = 330 + 190.526i & F\big(U_{AB}\big) = (381.051 \ 30) \\ U_{AA'} &\coloneqq I_A \cdot Z_a & U_{AA'} = 114.613 - 109.903i & F\big(U_{AA'}\big) = (158.792 \ -43.798) \\ U_{BC} &\coloneqq E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} & U_{BC} = -381.051i & F\big(U_{BC}\big) = (381.051 \ -90) \\ U_{BB'} &\coloneqq I_B \cdot Z_b & U_{BB'} = -129.767 - 46.2i & F\big(U_{BB'}\big) = (137.746 \ -160.403) \\ U_{CA} &\coloneqq E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} & U_{CA} = -330 + 190.526i & F\big(U_{CA}\big) = (381.051 \ 150) \\ U_{CC} &\coloneqq I_C \cdot Z_c & U_{CC'} = 15.154 + 156.103i & F\big(U_{CC'}\big) = (156.837 \ 84.455) \\ \end{split}$$

Для определения токов во всех ветвях рассчитываемой схемы необходимо определить напряжение между точками А', В' и С'.

Согласно второму закону Кирхгофа:

$$U_{AB} := U_{AA'} + U_{A'B'} - U_{BB}$$

отсюда:

$$U_{A'B'} \coloneqq U_{AB} - U_{AA'} + U_{BB'}$$
  $U_{A'B'} = 85.619 + 254.229i$   $F(U_{A'B'}) = (268.259 \ 71.387)$  аналогично вычисляют

$$\begin{split} &U_{B'C'} \coloneqq U_{BC} - U_{BB'} + U_{CC'} & U_{B'C'} = 144.921 - 178.748i & F \Big( U_{B'C'} \Big) = (230.115 - 50.966) \\ &U_{C'A'} \coloneqq U_{CA} - U_{CC'} + U_{AA'} & U_{C'A'} = -230.541 - 75.481i & F \Big( U_{C'A'} \Big) = (242.583 - 161.871) \end{split}$$

$$Z'_{b'c'} := Z'_b + Z'_c$$
  $Z'_{b'c'} = 102$ 

$$Z"_{a'b'} := X_{\text{$L$}} \cdot i \qquad \qquad Z"_{b'c'} := Z"_{a'b'} \qquad Z"_{c'a'} := Z"_{b'c'} \qquad Z"_{a'b'} = 42i$$

Ток в нагрузке Z'b'c', согласно закону Ома, равен:

$$I'_{C} := \frac{U_{B'C'}}{Z'_{b'c'}}$$
  $I'_{C} = 1.421 - 1.752i$   $F(I'_{C}) = (2.256 -50.966)$   $I'_{B} := I'_{C}$ 

Токи в нагрузке, соединенной треугольником в системе могут быть вычислены по закону Ома.

$$I''_{A'B'} := \frac{U_{A'B'}}{Z''_{a'b'}} \qquad I''_{A'B'} = 6.053 - 2.039i \qquad F(I''_{A'B}) = (6.387 - 18.613)$$

$$I''_{B'C'} := \frac{U_{B'C'}}{Z''_{b'c'}} \qquad I''_{B'C'} = -4.256 - 3.451i \qquad F(I''_{B'C}) = (5.479 - 140.966)$$

$$I''_{C'A'} := \frac{U_{C'A'}}{Z''_{c'a'}} \qquad I''_{C'A'} = -1.797 + 5.489i \qquad F(I''_{C'A}) = (5.776 - 108.129)$$

Согласно выполненным расчетам, показания включенных в цепь амперметров равны:

$$A_1 = 5.776(A)$$
  $A_2 = 2.256(A)$   $A_a = 10.876(A)$   $A_b = 9.435(A)$   $A_c = 10.742(A)$ 

Расчет показаний ваттметров выполняется так же, как и в случае симметричной системы:

Показание ваттметра Wa:

$$E_{AB} := E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e$$
 $E_{AB} = 330 + 190.526i$ 
 $E_{AB} = Re(E_{AB} \cdot \overline{I_A})$ 
 $E_{AB} = 330 + 190.526i$ 
 $E_{AB} = 330 + 190.526i$ 

Показание ваттметра Wb:

$$\begin{aligned} & \text{E}_{\text{CB}} \coloneqq \text{E}_{\text{B}} \cdot \sqrt{3} \cdot \text{e} \\ & \text{E}_{\text{CB}} = 381.051i \\ & \text{Wc} \coloneqq \text{Re} \Big( \text{E}_{\text{CB}} \cdot \overline{\text{I}_{\text{C}}} \Big) \end{aligned} \qquad \text{Wc} = 4.074 \times 10^3$$

Полная мощность равна:

$$W := Wa + Wc$$
  $W = 5.231 \times 10^3$ 

#### Баланс активной и реактивной мощностей

$$Sr := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C}$$

$$Sr = 5.231 \times 10^3 + 4.375i \times 10^3$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$\begin{split} \operatorname{Ppr} &:= \left[ \left( \left| \operatorname{I}_{A} \right| \right)^{2} + \left( \left| \operatorname{I}_{B} \right| \right)^{2} + \left( \left| \operatorname{I}_{C} \right| \right)^{2} \right] \cdot \operatorname{R}_{L} + \left[ \left( \left| \operatorname{I'}_{B} \right| \right)^{2} + \left( \left| \operatorname{I'}_{C} \right| \right)^{2} \right] \cdot \operatorname{R} \qquad \operatorname{Ppr} = 5.231 \times 10^{3} \\ \operatorname{Qpr} &:= \left[ \left( \left| \operatorname{I''}_{A'B'} \right| \right)^{2} + \left( \left| \operatorname{I''}_{B'C'} \right| \right)^{2} + \left( \left| \operatorname{I''}_{C'A'} \right| \right)^{2} \right] \cdot \left( \operatorname{X}_{L} \cdot i \right) \qquad \operatorname{Qpr} = 4.375i \times 10^{3} \end{split}$$

## Построение совмещененной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.

