

Министерство образования и науки Украины
Национальный технический университет Украины
“Киевский Политехнический Институт”
Кафедра ТОЭ

Расчетно-графическая работа
“Трёхфазные цепи”
Вариант № 215

Выполнил: _____

Проверил: _____

Киев 2007

Условие задания

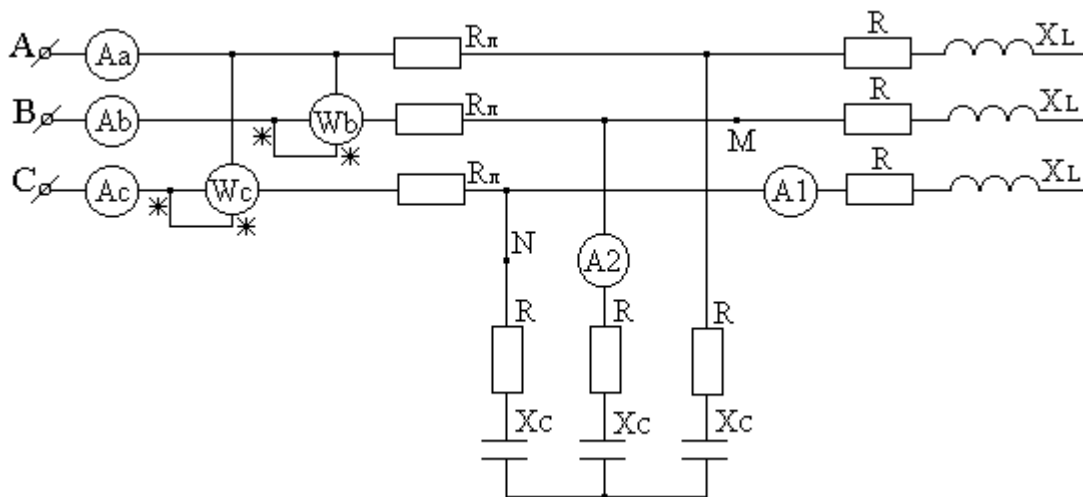
Симметричный трёхфазный генератор с обмотками, соединёнными в звезду, питает через трехпроводную линию электропередачи нагрузку с элементами, соединёнными звездой и треугольником.

Требуется:

1. Определить показания включенных в цепь измерительных приборов, полагая нагрузки симметричной.
2. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
3. По результатам расчета п.1 построить для симметричной нагрузки совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.
4. Провести расчет токов во всех ветвях напряжений на всех участках цепи, определить показания измерительных приборов в аварийном режиме, делая обрыв в указанной точке.
5. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
6. По результатам расчета п.4 построить совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.

$$U_A := 110 \quad U_B := U_A \quad U_C := U_B \quad \psi_A := 45 \quad R_1 := 14.6 \quad R := 56 \quad X_L := 33 \quad X_C := 84$$

Обрыв проводится в точке N.



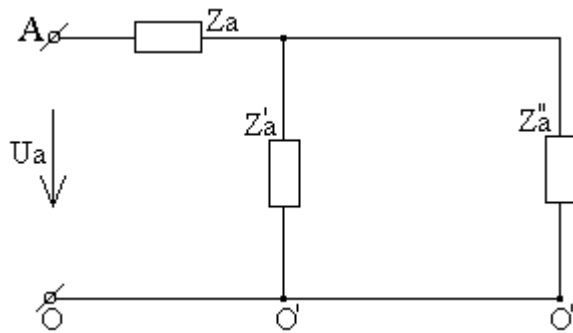
Общая схема трёхфазной цепи

Определение показаний измерительных приборов при симметричной нагрузке

Так как нагрузка симметрическая, то будем проводить расчет только по одной фазе. Токи в остальных фазах будут такими же, только будут отличаться углы.

За опорную примем фазу А. Фазные напряжения генератора и сопротивления элементов нагрузки в комплексной форме равны:

$$\begin{aligned}
 E_A &:= U_A \cdot e^{i \cdot \psi_A \cdot \frac{\pi}{180}} & E_B &:= U_B \cdot e^{i(\psi_A - 120) \cdot \frac{\pi}{180}} & E_C &:= U_C \cdot e^{i(\psi_A + 120) \cdot \frac{\pi}{180}} \\
 F(E_A) &= (110 \quad 45) & F(E_B) &= (110 \quad -75) & F(E_C) &= (110 \quad 165) \\
 Z_a &:= R_l & Z_b &:= Z_a & Z_c &:= Z_b & Z_a &= 14.6 \\
 Z'_a &:= R - X_C \cdot i & Z'_b &:= Z'_a & Z'_c &:= Z'_b & Z'_a &= 56 - 84i \\
 Z''_a &:= R + X_L \cdot i & Z''_b &:= Z''_a & Z''_c &:= Z''_b & Z''_a &= 56 + 33i
 \end{aligned}$$



Преобразованная схема (фаза А)

Эквивалентное сопротивление данной схемы равно:

$$Z_{ea} := Z_a + \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea} = 67.908 - 1.226i$$

Ток в фазе А, согласно закону Ома, равен:

$$I_A := \frac{E_A}{Z_{ea}} \quad I_A = 1.124 + 1.166i \quad F(I_A) = (1.62 \quad 46.034)$$

Соответственно в фазах В и С:

$$\begin{aligned}
 I_B &:= I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} & I_B &= 0.447 - 1.557i & F(I_B) &= (1.62 \quad -73.966) \\
 I_C &:= I_A \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} & I_C &= -1.572 + 0.391i & F(I_C) &= (1.62 \quad 166.034)
 \end{aligned}$$

Фазное напряжение на параллельном участке А'О равно:

$$\begin{aligned}
 Z_{ea'} &:= \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} & Z_{ea'} &= 53.308 - 1.226i \\
 U_{A'O} &:= I_A \cdot Z_{ea'} & U_{A'O} &= 61.366 + 60.763i
 \end{aligned}$$

Остальные токи равны:

$$I'_A := \frac{U_{A'O}}{Z'_a} \quad I'_A = -0.164 + 0.84i \quad F(I'_A) = (0.855 \quad 101.027)$$

$$\begin{aligned}
I_B &:= I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} & I_B &= 0.809 - 0.278i & F(I_B) &= (0.855 \quad -18.973) \\
I_C &:= I_A \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} & I_C &= -0.645 - 0.562i & F(I_C) &= (0.855 \quad -138.973) \\
I''_A &:= \frac{U_{A'O}}{Z''_a} & I''_A &= 1.288 + 0.326i & F(I''_A) &= (1.329 \quad 14.207) \\
I''_B &:= I''_A \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} & I''_B &= -0.362 - 1.278i & F(I''_B) &= (1.329 \quad -105.793) \\
I''_C &:= I''_A \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} & I''_C &= -0.926 + 0.952i & F(I''_C) &= (1.329 \quad 134.207)
\end{aligned}$$

На основании выполненных расчетов, показания амперметров будут равны:

$$A_1 = 1.329 \text{ (A)} \quad A_2 = 0.855 \text{ (A)} \quad A_a = 1.62 \text{ (A)} \quad A_b = 1.62 \text{ (A)} \quad A_c = 1.62 \text{ (A)}$$

Находим показания ваттметров. Ваттметры показывают вещественную часть произведения комплекса напряжения, приложенного к обмотке напряжения (его отсчитывают от начала обмотки к концу), на сопряженный комплекс тока, протекающего через обмотку тока:

Показание ваттметра W_a :

$$\begin{aligned}
E_{CA} &:= E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} & E_{CA} &= -184.034 - 49.312i \\
W_a &:= \operatorname{Re}(E_{CA} \cdot \overline{I_C}) & W_a &= 269.97
\end{aligned}$$

Показание ваттметра W_b :

$$\begin{aligned}
E_{BA} &:= E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} & E_{BA} &= -49.312 - 184.034i \\
W_b &:= \operatorname{Re}(E_{BA} \cdot \overline{I_B}) & W_b &= 264.401
\end{aligned}$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 534.371$$

Баланс активной и реактивной мощностей

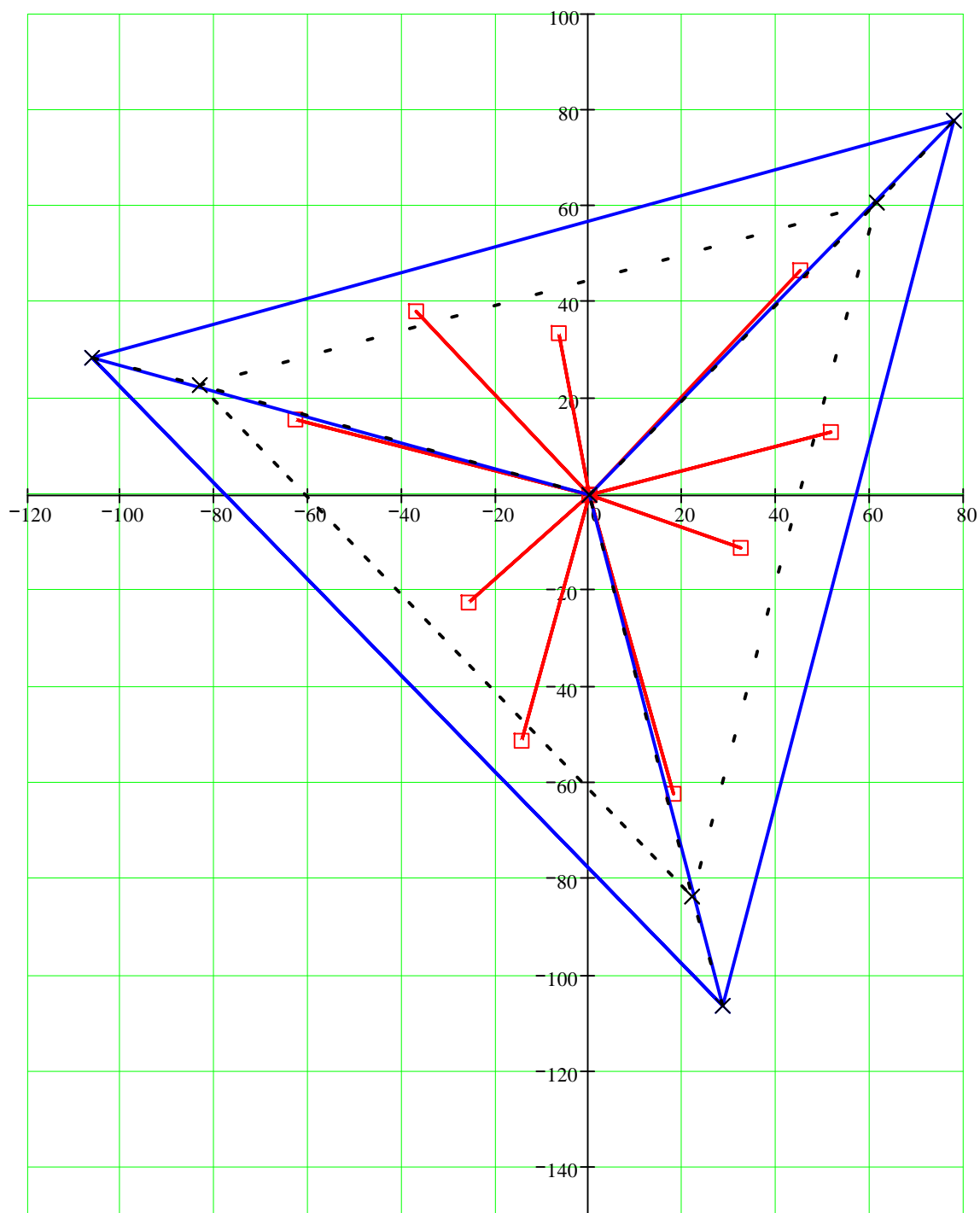
Правильность расчетов проверим, составив баланс активных и реактивных мощностей. Мощность источника энергии определяют в виде суммы произведений комплексов фазных ЭДС (напряжений) на сопряженные комплексы токов соответствующих фаз. В симметричной трёхфазной системе мощность, отдаваемая в нагрузку источником, равна утроенной мощности одной фазы.

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C} \quad S_r = 534.371 - 9.645i$$

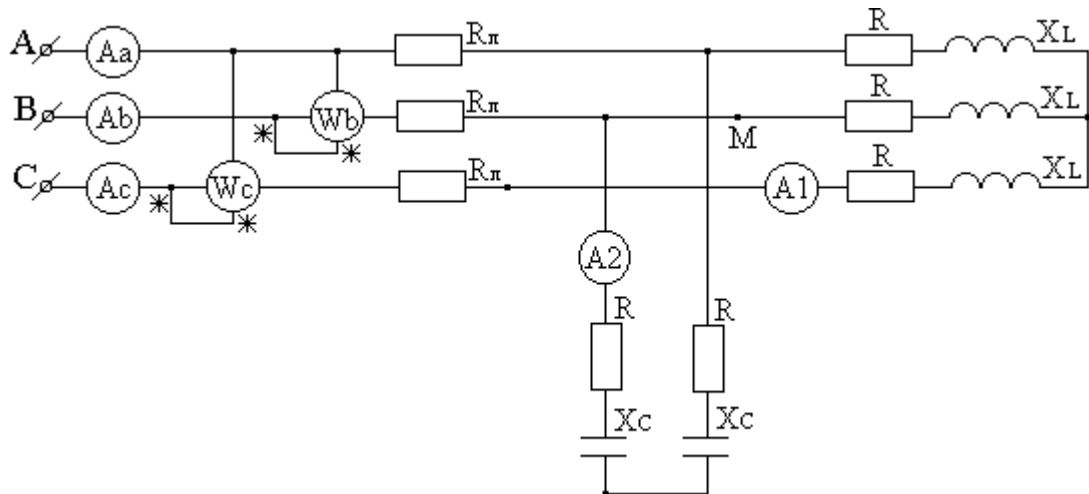
Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$\begin{aligned}
P_{Pr} &:= \left[(|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R_1 + \left[(|I'_A|)^2 + (|I'_B|)^2 + (|I'_C|)^2 \right] \cdot R \\
P_{Pr} &:= P_{Pr} + \left[(|I''_A|)^2 + (|I''_B|)^2 + (|I''_C|)^2 \right] \cdot R & P_{Pr} &= 534.371 \\
Q_{Pr} &:= \left[(|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot (-X_C \cdot i) + \left[(|I'_A|)^2 + (|I'_B|)^2 + (|I'_C|)^2 \right] \cdot (X_L \cdot i) & Q_{Pr} &= -9.645i
\end{aligned}$$

Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.



Определение показаний измерительных приборов в аварийном режиме.

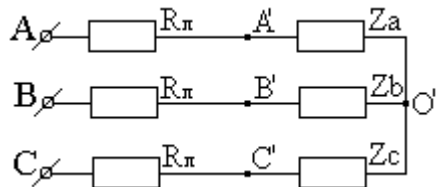


Несимметричная трёхфазная система.

С целью упрощения схемы несимметричной трёхфазной системы нагрузки с элементами, соединенными звездой, следует заменить эквивалентным треугольником.

$$Z' := (R + X_L \cdot i) + (R + X_L \cdot i) + \frac{(R + X_L \cdot i) \cdot (R + X_L \cdot i)}{(R + X_L \cdot i)} \quad Z' = 168 + 99i$$

Параллельно включенные сопротивления нагрузки можно заменить эквивалентными, в результате чего образуется несимметричный треугольник. Заменяв его эквивалентной звездой, рассчитываемую цепь приводят к виду:



Несимметричная звезда.

Сопротивления несимметричного треугольника равны:

$$Z_{A'B'} := \frac{2 \cdot (R - X_C \cdot i) \cdot Z'}{Z' + 2 \cdot (R - X_C \cdot i)} \quad Z_{A'B'} = 133.57 - 28.285i$$

$$Z_{B'C'} := Z' \quad Z_{C'A'} := Z'$$

Сопротивление эквивалентной звезды:

$$Z_a := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_a = 53.308 - 1.226i$$

$$Z_b := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{B'C'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_b = 53.308 - 1.226i$$

$$Z_c := \frac{Z_{B'C'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_c = 57.346 + 50.113i$$

Полные комплексные сопротивления в каждой фазе цепи:

$$\begin{aligned} Z_{ea} &:= Z_a + Z_a & Z_{ea} &= 67.908 - 1.226i \\ Z_{eb} &:= Z_b + Z_b & Z_{eb} &= 67.908 - 1.226i \\ Z_{ec} &:= Z_c + Z_c & Z_{ec} &= 71.946 + 50.113i \end{aligned}$$

Фазные напряжения на нагрузке в цепи удобно определять, вычислив предварительно смещение нейтрали:

$$\begin{aligned} Y_A &:= \frac{1}{Z_{ea}} & Y_B &:= \frac{1}{Z_{eb}} & Y_C &:= \frac{1}{Z_{ec}} \\ Y_A &= 0.015 + 2.657i \times 10^{-4} & Y_B &= 0.015 + 2.657i \times 10^{-4} & Y_C &= 9.359 \times 10^{-3} - 6.519i \times 10^{-3} \\ U_{O''O} &:= \frac{E_A \cdot Y_A + E_B \cdot Y_B + E_C \cdot Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} & U_{O''O} &= 16.997 + 17.267i \end{aligned}$$

Фазные напряжения на элементах нагрузки цепи (рис.5) равны:

$$\begin{aligned} U_{AO''} &:= E_A - U_{O''O} & U_{AO''} &= 60.784 + 60.515i & F(U_{AO''}) &= (85.772 \quad 44.873) \\ U_{BO''} &:= E_B - U_{O''O} & U_{BO''} &= 11.473 - 123.519i & F(U_{BO''}) &= (124.05 \quad -84.693) \\ U_{CO''} &:= E_C - U_{O''O} & U_{CO''} &= -123.249 + 11.203i & F(U_{CO''}) &= (123.757 \quad 174.806) \end{aligned}$$

Токи в фазах, равные фазным токам генератора и линейным токам исходной системы (рис.3), определяют по закону Ома:

$$\begin{aligned} I_A &:= \frac{U_{AO''}}{Z_{ea}} & I_A &= 0.879 + 0.907i & F(I_A) &= (1.263 \quad 45.907) \\ I_B &:= \frac{U_{BO''}}{Z_{eb}} & I_B &= 0.202 - 1.815i & F(I_B) &= (1.826 \quad -83.659) \\ I_C &:= \frac{U_{CO''}}{Z_{ec}} & I_C &= -1.08 + 0.908i & F(I_C) &= (1.411 \quad 139.948) \\ U_{AB} &:= E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} & U_{AB} &= 49.312 + 184.034i & F(U_{AB}) &= (190.526 \quad 75) \\ U_{AA'} &:= I_A \cdot Z_a & U_{AA'} &= 12.829 + 13.242i & F(U_{AA'}) &= (18.438 \quad 45.907) \\ U_{BC} &:= E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} & U_{BC} &= 134.722 - 134.722i & F(U_{BC}) &= (190.526 \quad -45) \\ U_{BB'} &:= I_B \cdot Z_b & U_{BB'} &= 2.945 - 26.503i & F(U_{BB'}) &= (26.666 \quad -83.659) \\ U_{CA} &:= E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} & U_{CA} &= -184.034 - 49.312i & F(U_{CA}) &= (190.526 \quad -165) \\ U_{CC'} &:= I_C \cdot Z_c & U_{CC'} &= -15.774 + 13.261i & F(U_{CC'}) &= (20.608 \quad 139.948) \end{aligned}$$

Для определения токов во всех ветвях рассчитываемой схемы необходимо определить напряжение между точками А', В' и С'.

Согласно второму закону Кирхгофа:

$$U_{AB} := U_{AA'} + U_{A'B'} - U_{BB'}$$

отсюда:

$$U_{A'B'} := U_{AB} - U_{AA'} + U_{BB'} \quad U_{A'B'} = 39.427 + 144.289i \quad F(U_{A'B'}) = (149.578 \quad 74.717)$$

аналогично вычисляют

$$\begin{aligned} U_{B'C'} &:= U_{BC} - U_{BB'} + U_{CC'} & U_{B'C'} &= 116.003 - 94.958i & F(U_{B'C'}) &= (149.912 \quad -39.303) \\ U_{C'A'} &:= U_{CA} - U_{CC'} + U_{AA'} & U_{C'A'} &= -155.43 - 49.33i & F(U_{C'A'}) &= (163.07 \quad -162.392) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Gamma_A &:= \frac{U_{AB'}}{2(R - X_C \cdot i)} & \Gamma_A &= -0.486 + 0.559i & F(\Gamma_A) &= (0.741 \quad 131.027) \\ \Gamma_B &:= \Gamma_A & \Gamma_B &= -0.486 + 0.559i & F(\Gamma_B) &= (0.741 \quad 131.027) \\ \Gamma'_A &:= I_A - \Gamma_A & \Gamma'_A &= -0.486 + 0.559i & F(\Gamma'_A) &= (0.741 \quad 131.027) \\ \Gamma'_C &:= I_C & \Gamma'_B &= -0.486 + 0.559i & F(\Gamma'_B) &= (0.741 \quad 131.027) \\ \Gamma''_B &:= I_B + \Gamma'_B & \Gamma'_C &= -0.645 - 0.562i & F(\Gamma'_C) &= (0.855 \quad -138.973) \end{aligned}$$

Согласно выполненным расчетам, показания включенных в цепь амперметров равны:

$$A_1 = 1.411 \text{ (A)} \quad A_2 = 0.741 \text{ (A)} \quad A_a = 1.263 \text{ (A)} \quad A_b = 1.826 \text{ (A)} \quad A_c = 1.411 \text{ (A)}$$

Расчет показаний ваттметров выполняется так же, как и в случае симметричной системы:

Показание ваттметра W_a :

$$\begin{aligned} E_{CA} &:= E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} & E_{CA} &= -184.034 - 49.312i \\ W_a &:= \operatorname{Re}(E_{CA} \cdot \overline{I_C}) & W_a &= 154.048 \end{aligned}$$

Показание ваттметра W_b :

$$\begin{aligned} E_{BA} &:= E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} & E_{BA} &= -49.312 - 184.034i \\ W_b &:= \operatorname{Re}(E_{BA} \cdot \overline{I_B}) & W_b &= 324.124 \end{aligned}$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 478.171$$

Баланс активной и реактивной мощностей

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C} \quad S_r = 478.171 + 93.796i$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$\begin{aligned} P_{pr} &:= \left[(|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R_1 + \left[(|\Gamma_A|)^2 + (|\Gamma_B|)^2 \right] \cdot R \\ P_{pr} &:= P_{pr} + \left[(|\Gamma'_A|)^2 + (|\Gamma'_B|)^2 + (|\Gamma'_C|)^2 \right] \cdot R & P_{pr} &= 478.171 \\ Q_{pr} &:= \left[(|\Gamma_A|)^2 + (|\Gamma_B|)^2 + (|\Gamma'_C|)^2 \right] \cdot (X_L \cdot i) + \left[(|\Gamma'_A|)^2 + (|\Gamma'_B|)^2 \right] \cdot (-X_C \cdot i) & Q_{pr} &= 93.796i \end{aligned}$$

Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.

