Министерство образования и науки Украины Национальный технический университет Украины "Киевский Политехнический Институт" Кафедра ТОЭ

Расчетно-графическая работа "Трёхфазные цепи"

Вариант № 689

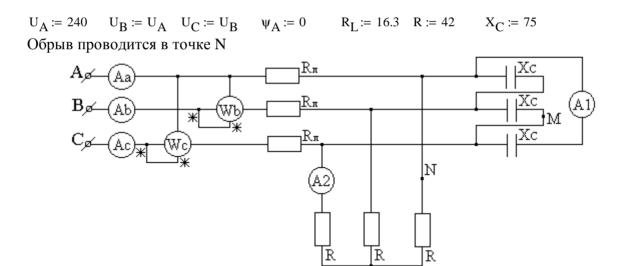
Выполнил:	
Проверил:	

Условие задания

Симметричны трёхфазный генератор с обмотками, соединёнными в звезду, питает через трехпроводную линию электропередачи нагрузку с элементами, соединёнными звездой и треугольником.

Требуется:

- 1. Определить показания включенных в цепь измерительных приборов, полагая нагрузки симметричной.
- 2. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
- 3. По результатам расчета п.1 построить для симметричной нагрузки совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.
- 4. Провести расчет токов во всех ветвях напряжений на всех участках цепи, определить показания измерительных приборов в аварийном режиме, делая обрыв в указанной точке.
- 5. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
- 6. По результатам расчета п.4 построить совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.



Общая схема трёхфазной цепи

Определение показаний измерительных приборов при симметричной нагрузке.

Так как нагрузка симметрическая, то будем проводить расчет только по одной фазе. Токи в остальных фазах будут такими же, только будут отличаться углы.

Для определения токов в ветвях цепи (рис.1) необходимо первоначально произвести упрощение схемы, сведя её к схеме с элементами, соединенными звездой.

$$X'_{C} := \frac{\left(-X_{C} \cdot i\right) \cdot \left(-X_{C} \cdot i\right)}{3 \cdot \left(-X_{C} \cdot i\right)} \qquad X'_{C} = -25i$$

За опорную примем фазу А. Фазные напряжения генератора и сопротивления элементов нагрузки в комплексной форме равны:

$$\begin{split} E_A &:= U_A \cdot e & E_B := U_B \cdot e & E_C := U_C \cdot e \\ E_B &:= U_B \cdot e & E_C := U_C \cdot e \\ E_C &:= U_C \cdot e \\ E_C := U_C \cdot e & E_C := U_C \cdot e \\ E_C &:= U_C \cdot e \\ E_C := U_C \cdot e & E_C := U_C \cdot e \\ E_C := U_C \cdot e$$

Преобразованая схема (фаза А)

Эквивалентное сопротивление данной схемы равно:

$$Z_{ea} := Z_a + \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a}$$
 $Z_{ea} = 27.288 - 18.46i$

Ток в фазе А, согласно закону Ома, равен:

$$I_A := \frac{E_A}{Z_{ea}}$$
 $I_A = 6.034 + 4.082i$ $F(I_A) = (7.285 \ 34.077)$

Соответственно в фазах В и С:

$$I_{\rm B} \coloneqq I_{\rm A} \cdot {\rm e} \qquad \qquad I_{\rm B} = 0.518 - 7.266i \qquad \qquad {\rm F} \big(I_{\rm B} \big) = (7.285 - 85.923)$$

$$I_{\rm C} \coloneqq I_{\rm A} \cdot {\rm e} \qquad \qquad I_{\rm C} = -6.552 + 3.185i \qquad \qquad {\rm F} \big(I_{\rm C} \big) = (7.285 - 154.077)$$

Фазное напряжение на параллельном участке А'О равно:

$$Z_{ea'} := \frac{Z'_{a} \cdot Z''_{a}}{Z'_{a} + Z''_{a}}$$
 $Z_{ea'} = 10.988 - 18.46i$
 $U_{A'O} := I_{A} \cdot Z_{ea'}$
 $U_{A'O} = 141.648 - 66.533i$

Токи звезды равны:

$$\begin{split} \Gamma_{A} &:= \frac{U_{A'O}}{Z'_{a}} & \Gamma_{A} = 3.373 - 1.584i & F(\Gamma_{A}) = (3.726 - 25.16) \\ \Gamma_{B} &:= \Gamma_{A} \cdot e & \Gamma_{B} = -3.058 - 2.129i & F(\Gamma_{B}) = (3.726 - 145.16) \\ \Gamma_{C} &:= \Gamma_{A} \cdot e & \Gamma_{C} = -0.314 + 3.713i & F(\Gamma_{C}) = (3.726 - 94.84) \end{split}$$

Линейное напряжение равно:

$$U_{A'B'} := U_{A'O} \cdot \sqrt{3} \cdot e \qquad \qquad U_{A'B'} = 154.852 - 222.47i \qquad F(U_{A'B'}) = (271.057 -55.16)$$

Остальные токи равны:

$$I''_{A} := \frac{U_{A'B'}}{\left(-X_{C} \cdot i\right)} \qquad I''_{A} = 2.966 + 2.065i \qquad F\left(I''_{A}\right) = (3.614 \ 34.84)$$

$$I''_{B} := I''_{A} \cdot e \qquad I''_{B} = 0.305 - 3.601i \qquad F\left(I''_{B}\right) = (3.614 \ -85.16)$$

$$I''_{C} := I''_{A} \cdot e \qquad I''_{C} = -3.271 + 1.537i \qquad F\left(I''_{C}\right) = (3.614 \ 154.84)$$

На основании выполненых расчетов, показания амперметров будут равны:

$$A_1 = 3.614(A)$$
 $A_2 = 3.726(A)$ $A_a = 7.285(A)$ $A_b = 7.285(A)$ $A_c = 7.285(A)$

Находим показания ваттметров. Ваттметры показывают вещественную часть произведения комплекса напряжения, приложеного к обмотке напряжения (его отсчитывают от начала обмотки к концу), на сопряженный комплекс тока, протекающего через обмотку тока:

Показание ваттметра Wa:

$$E_{CA} := E_{C} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}}$$
 $E_{CA} = -360 + 207.846i$
 $E_{CA} = -360 + 207.846i$
 $E_{CA} = -360 + 207.846i$

Показание ваттметра Wb:

$$E_{BA} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e$$

$$E_{BA} = -360 - 207.846i$$

$$Wb := Re(E_{BA} \cdot \overline{I_B})$$

$$Wb = 1.324 \times 10^3$$

Полная мощность равна:

$$W := Wa + Wb$$
 $W = 4.344 \times 10^3$

Баланс активной и реактивной мощностей

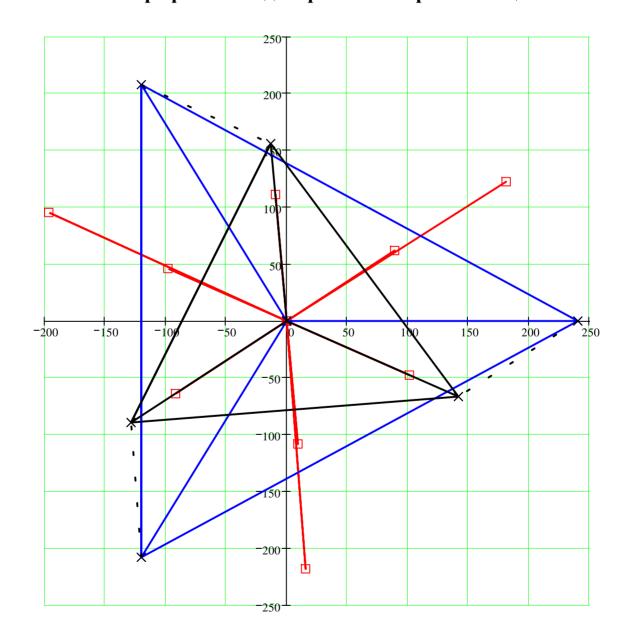
Правильность расчетов проверим, составив баланс активных и реактивный мощностей. Мощность источника энергии определяют в виде суммы произведений комплексов фазных ЭДС (напряжений) на сопряженные комплексы токов соответствующих фаз. В симметричной трёхфазной системе мощность, отдаваемая в нагрузку источником, равна утроенной мощности одной фазы.

$$Sr := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C}$$
 $Sr = 4.344 \times 10^3 - 2.939i \times 10^3$

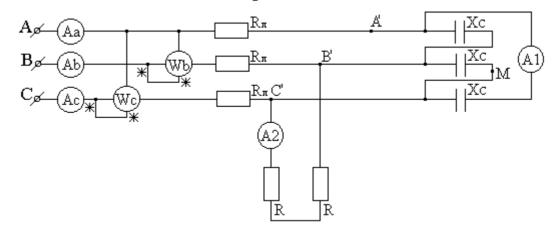
Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$\begin{split} \operatorname{Ppr} &:= \left[\left(\left| I_{A} \right| \right)^{2} + \left(\left| I_{B} \right| \right)^{2} + \left(\left| I_{C} \right| \right)^{2} \right] \cdot R_{L} + \left[\left(\left| I'_{A} \right| \right)^{2} + \left(\left| I'_{B} \right| \right)^{2} + \left(\left| I'_{C} \right| \right)^{2} \right] \cdot R \\ \operatorname{Qpr} &:= \left[\left(\left| I''_{A} \right| \right)^{2} + \left(\left| I''_{B} \right| \right)^{2} + \left(\left| I''_{C} \right| \right)^{2} \right] \cdot \left(-X_{C} \cdot i \right) \\ \operatorname{Qpr} &:= \left[\left(\left| I''_{A} \right| \right)^{2} + \left(\left| I''_{B} \right| \right)^{2} + \left(\left| I''_{C} \right| \right)^{2} \right] \cdot \left(-X_{C} \cdot i \right) \\ \end{split}$$

Построение совмещененной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.

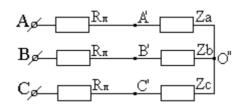


Определение показаний измерительных приборов в аварийном режиме.



Несимметричная трёхфазная система.

Параллельно включенные сопротивления нагрузки можно заменить эквивалентными, в результате чего образуется несимметричный треугольник. Заменив его эквивалентной звездой, рассчитываемую цепь приводят к виду:



Несимметричная звезда.

Сопротивления несимметричного треугольника равны:

$$\begin{split} R' &:= R + R & R' = 84 \\ Z_{B'C'} &:= \frac{-X_C \cdot i \cdot R'}{R' - X_C \cdot i} & Z_{B'C'} = 37.26 - 41.732i \\ Z_{A'B'} &:= -X_C \cdot i & Z_{C'A'} &:= -X_C \cdot i \end{split}$$

Сопротивление эквивалентной звезды:

$$\begin{split} Za &\coloneqq \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} & Za = -5.494 - 28.27i \\ Zb &\coloneqq \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{B'C'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} & Zb = 10.988 - 18.46i \\ Zc &\coloneqq \frac{Z_{B'C'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} & Zc = 10.988 - 18.46i \end{split}$$

Полные комплексные сопротивления в каждой фазе цепи:

$$\begin{aligned} \text{Zea} &:= \text{Z}_{\text{a}} + \text{Za} & \text{Zea} &= 10.806 - 28.27 \text{i} \\ \text{Zeb} &:= \text{Z}_{\text{b}} + \text{Zb} & \text{Zeb} &= 27.288 - 18.46 \text{i} \\ \text{Zec} &:= \text{Z}_{\text{c}} + \text{Zc} & \text{Zec} &= 27.288 - 18.46 \text{i} \end{aligned}$$

Фазные напряжения на нагрузке в цепи удобно определять, вычислив предварительно смещение нейтрали:

$$\begin{split} \mathbf{Y}_{A} &\coloneqq \frac{1}{Zea} & \mathbf{Y}_{B} \coloneqq \frac{1}{Zeb} & \mathbf{Y}_{C} \coloneqq \frac{1}{Zec} \\ \mathbf{Y}_{A} &= 0.012 + 0.031i & \mathbf{Y}_{B} = 0.025 + 0.017i & \mathbf{Y}_{C} = 0.025 + 0.017i \\ \mathbf{U}_{O"O} &\coloneqq \frac{\mathbf{E}_{A} \cdot \mathbf{Y}_{A} + \mathbf{E}_{B} \cdot \mathbf{Y}_{B} + \mathbf{E}_{C} \cdot \mathbf{Y}_{C}}{\mathbf{Y}_{A} + \mathbf{Y}_{B} + \mathbf{Y}_{C}} & \mathbf{U}_{O"O} &= 2.101 + 51.372i \end{split}$$

Фазные напряжения на элементах нагрузки цепи равны:

$$\begin{array}{lll} U_{\text{AO"}} \coloneqq E_{\text{A}} - U_{\text{O"O}} & U_{\text{AO"}} = 237.899 - 51.372\mathrm{i} & F\left(U_{\text{AO"}}\right) = (243.383 - 12.185) \\ U_{\text{BO"}} \coloneqq E_{\text{B}} - U_{\text{O"O}} & U_{\text{BO"}} = -122.101 - 259.218\mathrm{i} & F\left(U_{\text{BO"}}\right) = (286.536 - 115.222) \\ U_{\text{CO"}} \coloneqq E_{\text{C}} - U_{\text{O"O}} & U_{\text{CO"}} = -122.101 + 156.474\mathrm{i} & F\left(U_{\text{CO"}}\right) = (198.476 - 127.966) \end{array}$$

Токи в фазах, равные фазным токам генератора и линейным токам исходной системы, определяют по закону Ома:

$$\begin{split} & I_A \coloneqq \frac{U_AO''}{Zea} & I_A = 4.392 + 6.736i & F\big(I_A\big) = (8.042 \ 56.896) \\ & I_B \coloneqq \frac{U_BO''}{Zeb} & I_B = 1.339 - 8.594i & F\big(I_B\big) = (8.697 \ -81.145) \\ & I_C \coloneqq \frac{U_{CO''}}{Zec} & I_C = -5.731 + 1.857i & F\big(I_C\big) = (6.024 \ 162.043) \\ & U_{AB} \coloneqq E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e & U_{AB} = 360 + 207.846i & F\big(U_{AB}\big) = (415.692 \ 30) \\ & U_{AA'} \coloneqq I_A \cdot Z_a & U_{AA'} = 71.591 + 109.803i & F\big(U_{AA'}\big) = (131.08 \ 56.896) \\ & U_{BC} \coloneqq E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e & U_{BC} = -415.692i & F\big(U_{BC}\big) = (415.692 \ -90) \\ & U_{BB'} \coloneqq I_B \cdot Z_b & U_{BB'} = 21.824 - 140.077i & F\big(U_{BB'}\big) = (141.767 \ -81.145) \\ & U_{CA} \coloneqq E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e & U_{CA} = -360 + 207.846i & F\big(U_{CA}\big) = (415.692 \ 150) \\ & U_{CC'} \coloneqq I_C \cdot Z_c & U_{CC'} = -93.415 + 30.274i & F\big(U_{CC'}\big) = (98.198 \ 162.043) \\ \end{split}$$

Для определения токов во всех ветвях рассчитываемой схемы необходимо определить напряжение между точками А', В' и С'.

Согласно второму закону Кирхгофа:

отсюда:
$$U_{AB} \coloneqq U_{AA'} + U_{A'B'} - U_{BB}$$
 отсюда:
$$U_{A'B'} \coloneqq U_{AB} - U_{AA'} + U_{BB'} \qquad U_{A'B'} = 310.232 - 42.033i \qquad F\big(U_{A'B'}\big) = (313.067 - 7.716)$$
 аналогично вычисляют
$$U_{B'C'} \coloneqq U_{BC} - U_{BB'} + U_{CC'} \qquad U_{B'C'} = -115.239 - 245.341i \qquad F\big(U_{B'C'}\big) = (271.057 - 115.16)$$

$$U_{C'A'} \coloneqq U_{CA} - U_{CC'} + U_{AA'} \qquad U_{C'A'} = -194.994 + 287.374i \qquad F\big(U_{C'A'}\big) = (347.285 - 124.158)$$

Токи, проходящие через активную нагрузку, согласно закону Ома, равны:

$$\Gamma_{C} := \frac{U_{B'C'}}{R + R}$$
 $\Gamma_{C} = -1.372 - 2.921i$
 $\Gamma_{C} = 1.372 - 2.921i$
 $\Gamma_{C} = -1.372 - 2.921i$
 $\Gamma_{C} = -1.372 - 2.921i$

Токи в нагрузке, соединенной звездой в системе могут быть вычислены по первому закону Кирхгофа.

$$I''_{A'B'} := \frac{U_{A'B'}}{-X_{C} \cdot i} \qquad I''_{A'B'} = 0.56 + 4.136i \qquad F(I''_{A'B'}) = (4.174 - 82.284)$$

$$I''_{B'C'} := \frac{U_{B'C'}}{-X_{C} \cdot i} \qquad I''_{B'C'} = 3.271 - 1.537i \qquad F(I''_{B'C'}) = (3.614 - 25.16)$$

$$I''_{C'A'} := \frac{U_{C'A'}}{-X_{C} \cdot i} \qquad I''_{C'A'} = -3.832 - 2.6i \qquad F(I''_{C'A}) = (4.63 - 145.842)$$

На основании выполненых расчетов, показания амперметров будут равны:

$$A_1 = 4.63(A)$$
 $A_2 = 3.227(A)$ $A_3 = 8.042(A)$ $A_b = 8.697(A)$ $A_c = 6.024(A)$

Расчет показаний ваттметров выполняется так же, как и в случае симметричной системы:

Показание ваттметра Wa:

$$E_{CA} := E_{C} \cdot \sqrt{3} \cdot e$$
 $E_{CA} = -360 + 207.846i$
 $E_{CA} = -360 + 207.846i$
 $E_{CA} = -360 + 207.846i$
 $E_{CA} = -360 + 207.846i$

Показание ваттметра Wb:

$$E_{BA} := E_{B} \cdot \sqrt{3} \cdot e$$

$$E_{BA} = -360 - 207.846i$$

$$Wb := Re(E_{BA} \cdot \overline{I_{B}})$$

$$Wb = 1.304 \times 10^{3}$$

Полная мощность равна:

$$W := Wa + Wb$$
 $W = 3.753 \times 10^3$

Баланс активной и реактивной мощностей

$$Sr := E_{\Delta} \cdot \overline{I_{\Delta}} + E_{R} \cdot \overline{I_{R}} + E_{C} \cdot \overline{I_{C}}$$

$$Sr = 3.753 \times 10^{3} - 3.895i \times 10^{3}$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$\begin{aligned} & \text{Ppr} := \left[\left(\left| I_{A} \right| \right)^{2} + \left(\left| I_{B} \right| \right)^{2} + \left(\left| I_{C} \right| \right)^{2} \right] \cdot R_{L} + \left[\left(\left| I'_{B} \right| \right)^{2} + \left(\left| I'_{C} \right| \right)^{2} \right] \cdot R & \text{Ppr} = 3.753 \times 10^{3} \\ & \text{Qpr} := \left[\left(\left| I''_{A'B'} \right| \right)^{2} + \left(\left| I''_{B'C'} \right| \right)^{2} + \left(\left| I''_{C'A'} \right| \right)^{2} \right] \cdot \left(-X_{C} \cdot i \right) & \text{Qpr} = -3.895i \times 10^{3} \end{aligned}$$

Построение совмещененной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.

