Міністерство освіти та науки України

Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут”

Факультет інформатики та обчислювальної техніки

Кафедра обчислювальної техніки

Домашня контрольна робота №1

з предмету “Методи оптимізації та планування”

Виконав:

студент групи ІВ-71

Мазан Я. В.

№ залікової книжки - 7109

Перевірив:

доц. Селіванов В.Л.

Київ — 2019

Варіант — 99

x_{imin}	x_{imax}	k	y_{11}	y_{12}	y_{13}	y_{14}	y_{15}	y_{21}	y_{22}	y_{23}	y_{24}	y_{25}
-9	4	2	3.1	3.3	3.4	3.2	3.5	4.3	4.2	4.1	4.5	4.4

y_{31}	y_{32}	y_{33}	y_{34}	y_{35}	y_{41}	y_{42}	y_{43}	y_{44}	y_{45}	p	b $[10^{-2}]$	$S^2_{ад}$	d
5.5	5.2	5.1	5.4	5.3	6.1	6.4	6.2	6.3	6.5	0.94	0.325	0.225	3

Завдання №1

Визначити абсолютне значення x_{i0} та кодоване значення $\bar{x}_{i0}$ основного рівня фактора x_i при заданих значеннях x_{imin} та x_{imax}.

Значення x_{imin} та x_{imax} узяти із таблиці варіантів.

Абсолютні значення:

$x_{imin} = -9$

$x_{imax} = 4$

$$x_{i0}=\frac{x_{imin}+x_{imax}}{2}=-2.5$$

Кодовані значення:

$x_{imin} = -1$

$x_{imax} = 1$

$$\bar{x}_{i0}=0$$

Завдання №2

Визначити значення (розмір) зоряного плеча **l**, від’ємне кодоване значення $\bar{x}_{i1}$ та відповідне абсолютне значення x_{i1} фактора x_i для зоряної точки при використанні рототабельного композиційного плану для k факторів.

Значення k та x_{imax} узяти з таблиці варіантів, а значення x_{i0} – результат розрахунків по п.1.

$$l=\sqrt{k}=1.414$$

Кодоване значення: $\bar{x}_{ilK}=-l=-1.414$

Абсолютне значення знаходимо з формули: $x_{ilK}=\frac{x_{il}-x_{i0}}{\Delta X_i}, де\ \Delta X_i=x_{imax}-x_{i0}$

$$x_{il}=\bar{x}_{ilK}(x_{imax}-x_{i0})+x_{i0}=-1.414(4+2.5)-2.5=-11{,}691$$

Завдання №3

Визначити значення (розмір) зоряного плеча **l**, додатнє кодоване значення $\bar{x}_{i1}$ та відповідне абсолютне значення x_{il} фактора x_i для зоряної точки при використанні центрального ортогонального композиційного плану для двох факторів.

Значення x_{imax} узяти з таблиці варіантів, а значення x_{i0} – результат розрахунків по п.1.

Так, як план ортогональний, то l шукаємо із біквадратного рівняння

$$4l^2+4Nl^2+N(2k+1)=0$$

$$4l^4+16l^2+20=0$$

l = 1

Кодоване значення: $\bar{x_{ilK}}=l=1$

Абсолютне значення знаходимо з формули: $x_{ilK}=\frac{x_{il}-x_{i0}}{\Delta X_i}, де\, \Delta X_i=x_{imax}-x_{i0}$

$$x_{il}=\bar{x_{ilK}}(x_{imax}-x_{i0})+x_{i0}=1(4+2.5)-2.5=4$$

Завдання №4

Визначити середньоарифметичні значення y_m (m=1,4) для п'яти повторень вимірювань функції відгуку y_{ms} (m=1,4;s=1,5) у кожній m-ій точці факторного простору (m=5), значення статистичних оцінок дисперсій S^2_m (m=1,4) та середнє значення статистичної оцінки дисперсії S^2.

Значення y_{ms} (m=1,4;s=1,5) узяти з таблиці варіантів.

$$y_1=\frac{y_{11}+y_{12}+y_{13}+y_{14}+y_{15}}{5}=3.3 \qquad y_2=\frac{y_{21}+y_{22}+y_{23}+y_{24}+y_{25}}{5}=4.3$$

$$y_3=\frac{y_{31}+y_{32}+y_{33}+y_{34}+y_{35}}{5}=5.3 \qquad y_4=\frac{y_{41}+y_{42}+y_{43}+y_{44}+y_{45}}{5}=6.3$$

$$S_1^2=\frac{1}{5-1}((y_{11}-y_1)^2+(y_{12}-y_1)^2+(y_{13}-y_1)^2+(y_{14}-y_1)^2+(y_{15}-y_1)^2)=0.025$$

$$S_2^2=\frac{1}{5-1}((y_{21}-y_1)^2+(y_{22}-y_1)^2+(y_{23}-y_1)^2+(y_{24}-y_1)^2+(y_{25}-y_1)^2)=0.025$$

$$S_3^2=\frac{1}{5-1}((y_{31}-y_1)^2+(y_{32}-y_1)^2+(y_{33}-y_1)^2+(y_{34}-y_1)^2+(y_{35}-y_1)^2)=0.025$$

$$S_4^2=\frac{1}{5-1}((y_{41}-y_1)^2+(y_{42}-y_1)^2+(y_{43}-y_1)^2+(y_{44}-y_1)^2+(y_{45}-y_1)^2)=0.025$$

$$S^2=\frac{S_1^2+S_2^2+S_3^2+S_4^2}{4}=0.025$$

Завдання №5

Визначити значення параметра G, кількість ступенів свободи f_1 і f_2 та рівень значущості q, що використовуються для перевірки однорідності дисперсії

$\{\sigma^2[y_m]=\sigma^2=const(m=1,4)\}$ за критерієм Кохрена для заданих значень статистичних оцінок дисперсії $S^2_m(m=1,4)$ при m=5 для двох факторів (k=2). Підтвердити (чи не підтвердити) гіпотезу про однорідність дисперсії за критерієм Кохрена з ймовірністю p.

Значення ймовірності p підтвердження (чи не підтвердження) гіпотези про однорідність дисперсії за критерієм Кохрена взяти з таблиці варіантів, а значення $S^2_m(m=1,4)$ – результати розрахунків по п.4.

$$S^2_{max}\{y_i\}=max(S^2_i)=0.025$$

$$f_1=m-1=4\,;f_2=N=4\,;q=0.04$$

$$G_{кр}=0.6434$$

$$Gp<G_{кр}\rightarrow дисперсії\ однорідні$$

$$Gp=\frac{S^2_{max}}{\sum_{j=1}^{m}S^2_j}=\frac{0.025}{0.025\cdot 4}=0.25$$

Завдання №6

Визначити значення статистичної оцінки дисперсії похибки розрахунку будь-якого коефіцієнта рівняння регресії $S^2\{b\}$, значення параметра t та кількість ступенів свободи f_3, що використовуються при перевірці значущості коєфіцієнтів лінійної регресії за критерієм Стьюдента (повний факторний експеримент) при m=5 для двох факторів (k=2). Визначити з ймовірністю p незначущі коефіцієнти лінійної регресії та кількість значущих коефіцієнтів d лінійної регресії.

Значення b узяти з таблиці варіантів, значення розраховується за формулою $f_3 = f_1f_2$ (значення f_1 та f_2 узяти з п.5), а значення S^2 – результати розрахунків за п.4.

$$S^2_B=\sum_{j=1}^{4}\frac{S^2\{y_i\}}{4}=\frac{S^2\cdot 4}{4}=0.025 \qquad S^2\{\beta_s\}=\frac{S^2_B}{4\cdot 5}=\frac{0.025}{20}=0.00125$$

$$t=\frac{|\beta|}{S^2\{\beta\}}=\frac{0.325\cdot 10^{-2}}{0.00125}=2.6$$

З таблиці маємо $t_{кр}=2.2354$

Так, як $t > t_{кр}$, то маємо, що коефіцієнт b значимий із довірчою імовірністю p = 0.94.

$d_{коеф}$ = 3 -> кількість значущих коефіцієнтів лінійної регресії

Завдання №7

Визначити значення параметра F, кількість ступенів свободи f_4, що використовується при перевірці адекватності моделі (рівняння регресії) оригіналу (усім експериментальним даним) по критерію Фішера. Визначити, чи адекватна статистична математична модель оригіналу з ймовірністю p чи ні.
Значення статистичної оцінки дисперсії адекватності $S^2_{ад}$ та кількість значущих коефіцієнтів рівняння регресії узяти з таблиці варіантів.

$$F_p = \frac{S^2_{ад}}{S^2_B} = \frac{0.225}{0.025} = 9 \qquad f_3 = f_1 f_2 = (m-1)N = 16; f_4 = N - d = 1$$

У нас N = 4, d = 3, а m = 5. Із таблиці маємо $F_{кр}$ = 4.9968

$F_р > F_{кр}$ -> модель не адекватна оригіналу

Завдання №8

Для лінійної форми рівняння регресії (один фактор) $y = b_0 + b_1x$ визначити значення коефіцієнтів b_0 та b_1 і значення статистичних моментів $m_x = 1/n \sum x_i$ та $m_y = 1/n \sum y_i$ і значення статистичних коефіцієнтів $a_2 = 1/n \sum x_i^2$ та $a_{11} = 1/n \sum x_i y_i$.

Значення m_x, m_y, a_2 та a_{11} узяти з таблиці варіантів.

x_i	y_i
-9	3.1, 3.3, 3.4, 3.2, 3.5
4	4.3, 4.2, 4.1, 4.5, 4.4

$\bar{y}_1$ = 3.3

$\bar{y}_2$ = 4.3

m_y = 3.8

m_x = -2.5

a_{11} = 1/2 (-9 * 3.3 + 4*4.3) = -6.25

a_2 = 1/2 (81 + 16) = 48.5

$$b_0 = \frac{\begin{bmatrix} m_y & m_x \\ a_{11} & a_2 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 1 & m_x \\ m_x & a_2 \end{bmatrix}} = \frac{168.675}{42.25} = 3.99 \qquad b_1 = \frac{\begin{bmatrix} 1 & m_y \\ m_x & a_{11} \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 1 & m_x \\ m_x & a_2 \end{bmatrix}} = \frac{3.25}{42.25} = 0.077$$

В результаті маємо рівняння регресії: y = 3.99 + 0.077x