Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Факультет інформатики та обчислювальної техніки
Кафедра обчислювальної техніки

Дискретна математика

Лабораторна робота №1

«**Множини: основні властивості та операції над ними, діаграми Венна**»

Виконала:
студентка групи ІО-64
Бровченко А. В.
Перевірив Новотарський М. А.

Київ

2017 р.

Мета: вивчити основні аксіоми, закони і теореми теорії множин, навчитися застосовувати їх на практиці. Обчислити логічний вираз шляхом послідовного застосування операцій над множинами.

Загальне завдання:

1. Повторити матеріал: «Бібліотека tkinter (віджети)» та виконати лабораторну роботу з застосуванням графічного інтерфейсу.
2. Спростити логічний вираз з застосуванням тотожностей алгебри множин.
3. В окремому модулі написати функцію обчислення початкового логічного виразу, вибраного відповідно до індивідуального варіанта.
4. В окремому модулі написати функцію обчислення спрощеного логічного виразу.
5. В окремому модулі написати функцію виконання логічної операції, вибраної відповідно до індивідуального варіанта.
6. В окремому модулі виконати порівняння результатів:
   a. обчислення початкового та спрощеного виразу
   b. виконання логічної операції Вашою функцією та відповідною стандартною логічною операцією або функцією Python.

Теоретичні відомості:

Множина – є сукупність визначених об'єктів, різних між собою, об’єднаних за певною ознакою чи властивістю.

Множини позначають *великими* латинськими буквами. Об'єкти, що складають множини, називають елементами і позначають *малими* буквами латинського алфавіту.

Якщо множина не містить жодного елемента, її називають порожньою і позначають **Ø**.

Скінченна множина – це така множина, кількість елементів якої може бути виражена скінченним числом, причому не важливо, чи можемо ми порахувати це число в даний момент.

Нескінченна множина – це така множина, що не є скінченною.

Способи задавання множин:

- перерахуванням, тобто списком всіх елементів. Такий спосіб задавання прийнятний тільки при задаванні скінченних множин. Позначення списку – у фігурних дужках. Наприклад, множина, що з перших п'яти простих чисел A ={2,3,5,7,11}.

- процедурою, що породжує і описує спосіб одержання елементів множини із уже отриманих елементів або з інших об'єктів. Наприклад, множина усіх цілих
чисел, що є степенями двійки M_{2^n} ,n ∈ N , де N - множина натуральних чисел, може бути представлена породжуючою процедурою, заданою двома правилами, названими рекурсивними: а) 1 ∈ M_{2^n}; б) якщо m ∈ M_{2^n} , тоді 2m ∈ M_{2^n} ;

- описом характеристичних властивостей, які повинні мати елементи множини. Так, множину A, що складається з таких елементів x , які мають властивість P(x), позначимо в такий спосіб:

$$A = \{x \mid P(x)\}$$

Якщо елемент a належить множині A , то пишуть $a \in A$. Якщо a не є елементом множини A , то пишуть $a \notin A$.

Підмножина. Множину A називають підмножиною (або включенням) множини B ($A \subseteq B$), якщо кожен елемент множини A є елементом множини B , тобто, якщо $x \in A$, то $x \in B$. Якщо $A \subseteq B$ й $A \neq B$, то A називають строгою підмножиною й позначають $A \subseteq B$.

Рівність множин. Дві множини рівні (A = B), якщо всі їхні елементи збігаються. Множини A і B рівні, якщо $A \subseteq B$ і $B \subseteq A$.

Потужність множини. Кількість елементів у скінченній множині A називають *потужністю* множини A і позначають |A| .

Універсальна множина U є множина, що має таку властивість, що всі розглянуті множини є її підмножинами.

Булеан. Множину всіх підмножин, що складаються з елементів множини A, називають булеаном P(A).

Операції над множинами

Об’єднання. Об'єднанням множин A і B називають множину, що складається із
всіх тих елементів, які належать хоча б одній з множин A або B . Об'єднання множин A і B позначають $A \cup B$. Це визначення рівносильне наступному:
$A \cup B = \{x \mid x \in A$ або $x \in B\}$.

Перетин. Перетином множин A і B називають множину, що складається із всіх
тих елементів, які належать як множині A , так і множині B . Перетин множин A і B позначають $A \cap B$. Це визначення рівносильне наступному:
$A \cap B = \{x \mid x \in A$ і $x \in B\}$.

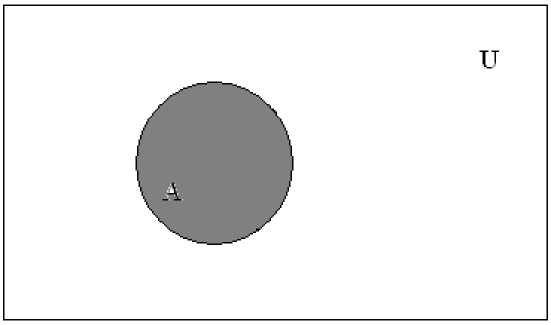
Доповнення. Доповненням (або абсолютним доповненням) множини A називають множину, що складається із всіх елементів універсальної множини, які не належать A . Доповнення множини A позначають A. Це визначення рівносильне наступному:
$\bar{A}$ =U – A = $\{x \mid x \in U$ и $x \notin A\}$.

Різниця. Різницею множин A й B (або відносним доповненням) називають множину, що складається із всіх елементів множини A , які не належать B . Різницю множин A і B позначають A – B або A\ B . Це визначення рівносильне наступному:
A – B = $\{x \mid x \in A$ и $x \notin B\}$.

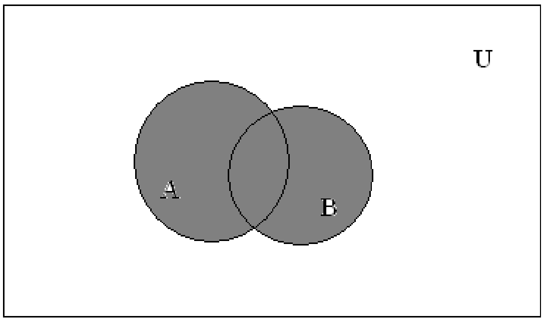
Симетрична різниця. Симетричною різницею множин A і B називають множину, що складається з об'єднання всіх елементів, що належать множині A і не містяться в B , і елементів, що належать множині B і не містяться в A . Симетричну різницю множин A і B позначають A + B або $A \vartriangle B$. Це визначення рівносильне наступному: $A \vartriangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$.

Діаграми Венна

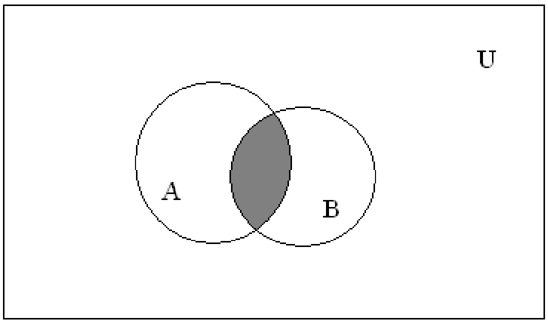
Для графічної ілюстрації операцій над множинами даної універсальної множини U використовують діаграми Венна. Діаграма Венна – це зображення множини у вигляді геометричної множини, наприклад, кола. При цьому універсальну множину зображують у вигляді прямокутника.



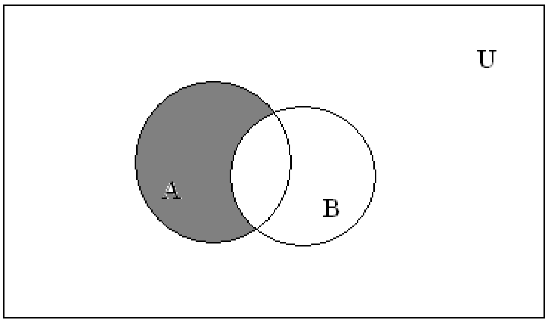
A



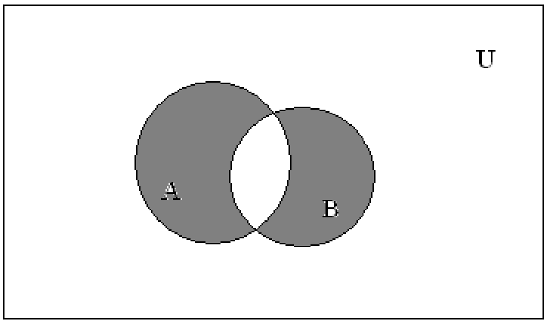
$A \cup B$



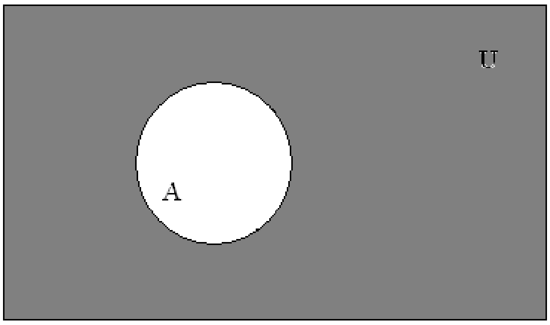
$A \cap B$



$A - B$ або $A \setminus B$



$A \vartriangle B$



$\overline{A}$

Тотожності алгебри множин

1. Комутативність об’єднання $A \cup B = B \cup A$	1. Комутативність претину $A \cap B = B \cap A$
2. Асоціативність об’єднання $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$	2. Асоціативність претину $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
3. Дистрибутивність об’єднання відносно перетину $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	3. Дистрибутивність перетину відносно об’єднання $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
4. Закони дій з пустою та універсальною множинами $A \cup \emptyset = A$ $A \cup \bar{A} = U$ $A \cup U = U$	4. Закони дій з пустою та універсальною множинами $A \cap U = A$ $A \cap \bar{A} = \emptyset$ $A \cap \emptyset = \emptyset$
5. Закон ідемпотентності об’єднання $A \cup A = A$	5. Закон ідемпотентності перетину $A \cap A = A$
6. Закон де Моргана $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$	6. Закон де Моргана $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$
7. Закон поглинання $A \cup (A \cap B) = A$	7. Закон поглинання $A \cap (A \cup B) = A$
8. Закон склеювання $(A \cap B) \cup (A \cap \bar{B}) = A$	8. Закон склеювання $(A \cup B) \cap (A \cup \bar{B}) = A$
9. Закон Порецького $A \cup (\bar{A} \cap B) = A \cup B$	9. Закон Порецького $A \cap (\bar{A} \cup B) = A \cap B$
10. Закон подвійного доповнення $\bar{\bar{A}} = A$	
11. Визначення операції «різниця»: $A \backslash B = A \cap \bar{B}$	
12. Визначення операції «симетрична різниця»: $A \Delta B = (A \backslash B) \cup (B \backslash A)$	

Хід роботи

1. **Визначення варіанту.**

Моя група: ІО – 64;
Мій номер у групі: 3
Мій варіант: (3+64%60)%30+1= **8**

```
def variant(g, n):
    return (n+g % 60) % 30+1
```

Варіант виразу відповідно до індивідуального завдання

(1) $D=((A \cap \bar{B}) \cup (B \cap \bar{A})) \cap (C \cup B) \cap C$

(2) $X=C,\ Y=A,\ Z=X \Delta Y$

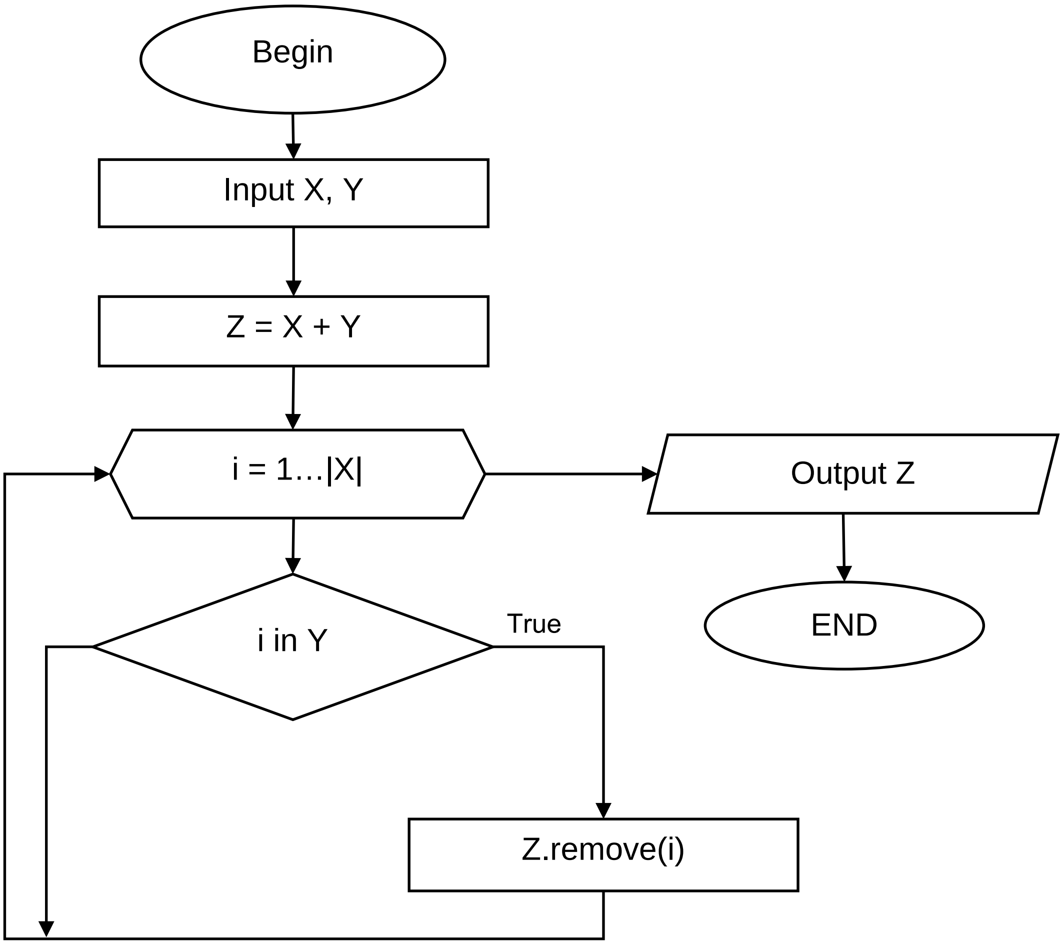
2. Спрощення логічного виразу.

1) $(A\cap\overline{B})\cup(B\cap\overline{A})=A\Delta B$ (за визначенням опреції ‘симетрична різниця’)

2) $(C\cup B)\cap C = C$ (за законом поглинання)

3) $D = A\Delta B\cap C$

3. Блок-схема, яка відповідає алгоритму виконання операції $Z=X\Delta Y$.



4. Код, що відповідає алгоритму виконання операції $Z=X\Delta Y$.

```
def sym_rizn(x, y):
    z = x.union(y)
    for elem in x:
        if elem in y:
            z.remove(elem)
    return z
```

5. Висновок.

Отже, виконуючи дану лабораторну роботу я закріпив знання про основні поняття про множини, повторів теорію щодо операцій над множинами, та про основні тотожності алгебри множин. В лабораторній роботі я виконав спрощення виразу з множинами та розробив алгоритм можливого обчислення операції «Різниця двох множин» для кращого сприйняття створив простий інтерфейс.