Министерство образования и науки Украины Национальный технический университет Украины "Киевский Политехнический Институт" Кафедра ТОЭ

Расчетно-графическая работа

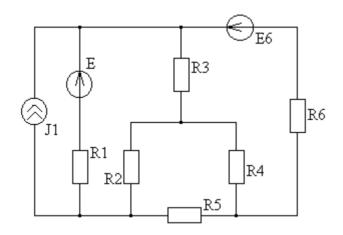
"Расчёт цепей постоянного тока" Вариант № 220

Выполнил:		
Проверил:		

Задание:

- 1. Найти токи в ветках данной электрической цепи методом узловых потенциалов и контурных токов. Проверить расчёт цепи при помощи законов Кирхгофа для каждого узла и независимого контура. Сложить и проверить уравнение баланса мощностей.
- 2. Построить потенциальную диаграмму для контура данной цепи.
- 3. Преобразовать данную цепь к трём независимым контурам. В полученной цепи найти токи в ветках методом наложения. Проверить расчеты цепи за законами Кирхгофа
- 4. Найти токи в ветвях данной цепи методом эквивалентного генератора.

$$R_1 := 20$$
 $R_2 := 25$ $R_3 := 40$ $R_4 := 50$ $R_5 := 5$ $R_6 := 0$ $E := 150$ $E_6 := 300$ $J_1 := 15$



Метод контурных токов

За вторым законом Кирхгофа составляем систему уравнений. Решая полученную систему уравнений, находим контурные токи.

$$I_{K1} := 1 \hspace{1cm} I_{K2} := 1 \hspace{1cm} I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_3 + R_2) - I_{K2} \cdot R_3 - I_{K3} \cdot R_2 - J_1 \cdot R_1 = E$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 + I_{K2} \cdot (R_3 + R_4 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 = -E_6$$

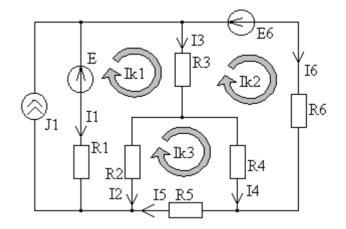
$$-I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_4 + R_5) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := Find(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = 6.768 \qquad I_{K2} = 1.302 \qquad I_{K3} = 2.928$$

Токи ветвей схемы равны:

$$\begin{split} I_1 &\coloneqq J_1 - I_{K1} & I_1 = 8.232 \\ I_2 &\coloneqq I_{K1} - I_{K3} & I_2 = 3.839 \\ I_3 &\coloneqq I_{K1} - I_{K2} & I_3 = 5.466 \\ I_4 &\coloneqq I_{K3} - I_{K2} & I_4 = 1.627 \\ I_5 &\coloneqq I_{K3} & I_5 = 2.928 \\ I_6 &\coloneqq I_{K2} & I_6 = 1.302 \end{split}$$



Метод узловых потенциалов

Примем потенциал точки 1 равным 0: $\phi_1 := 0$ тогда потенциал точки 3 будет равен: $\phi_3 := \phi_1 + E_6$ $\phi_3 = 300$

Найдем узловые и межузловые проводимости и узловые токи:

$$G_{22} := \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_3} \qquad G_{22} = 0.085$$

$$G_{21} := \frac{1}{R_4} \qquad \qquad G_{21} = 0.02$$

$$G_{13} := 0 \qquad \qquad G_{13} = 0$$

$$G_{32} := \frac{1}{R_3} \qquad \qquad G_{32} = 0.025$$

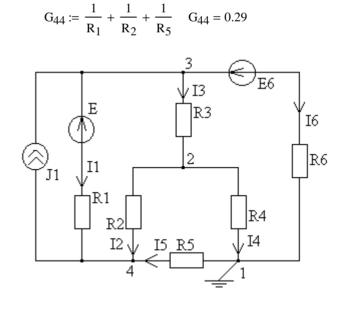
$$G_{41} := \frac{1}{R_5} \qquad \qquad G_{41} = 0.2$$

$$G_{43} := \frac{1}{R_1} \qquad \qquad G_{43} = 0.05$$

$$G_{42} := \frac{1}{R_2} \qquad \qquad G_{42} = 0.04$$

$$J_{B2} := 0 \qquad \qquad J_{B2} = 0$$

 $J_{B4} := -J_1 - \frac{E}{R_1}$ $J_{B4} = -22.5$



Подставив найденые значения проводимостей и узловых токов в расчетную систему уравнений и найдем искомые потенциалы узлов 2 и 4:

$$\begin{split} \phi_2 &:= 1 & \phi_4 := 1 \\ \text{Given} \\ &-G_{21} \cdot \phi_1 + G_{22} \cdot \phi_2 - G_{32} \cdot \phi_3 - G_{42} \cdot \phi_4 = J_{B2} \\ &-G_{41} \cdot \phi_1 - G_{42} \cdot \phi_2 - G_{43} \cdot \phi_3 + G_{44} \cdot \phi_4 = J_{B4} \\ \begin{pmatrix} \phi_2 \\ \phi_4 \end{pmatrix} &:= \text{Find} \big(\phi_2, \phi_4 \big) \end{split}$$

 $\phi_2 = 81.345$

Токи ветвей схемы находим за законом Ома:

 $\phi_4 = -14.642$

$$I_{1} := \frac{\phi_{3} - \phi_{4} - E}{R_{1}}$$

$$I_{2} := \frac{\phi_{2} - \phi_{4}}{R_{2}}$$

$$I_{3} := \frac{\phi_{3} - \phi_{2}}{R_{3}}$$

$$I_{4} := \frac{\phi_{2} - \phi_{1}}{R_{4}}$$

$$I_{5} := \frac{\phi_{1} - \phi_{4}}{R_{5}}$$

$$I_{6} := I_{5} - I_{4}$$

$$I_{1} = 8.232$$

$$I_{2} = 3.839$$

$$I_{3} = 5.466$$

$$I_{4} := 1.627$$

$$I_{5} := \frac{\phi_{1} - \phi_{4}}{R_{5}}$$

$$I_{6} := 1.302$$

Проверка:

За 1-м законом Кирхгофа:

$$-I_6 - I_4 + I_5 = 0$$
 $I_1 + I_3 + I_6 - J_1 = 8.171 \times 10^{-14}$ $I_4 + I_2 - I_3 = 1.776 \times 10^{-15}$ $I_1 + I_2 + I_5 - J_1 = 8.349 \times 10^{-14}$

За 2-м законом Кирхгофа:

$$E_6 - E = 150 \qquad I_1 \cdot R_1 - I_5 \cdot R_5 = 150$$

$$-I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3 = 150 \qquad E = 150$$

$$-I_2 \cdot R_2 + I_5 \cdot R_5 + I_4 \cdot R_4 = 0$$

$$I_3 \cdot R_3 + I_4 \cdot R_4 = 300 \qquad E_6 = 300$$

Баланс мощностей:

$$-E \cdot I_1 - E_6 \cdot I_6 + J_1 \cdot (I_1 \cdot R_1 + E) = 3.094 \times 10^3$$

$$I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6 = 3.094 \times 10^3$$

Потенциальная диаграмма

$$\phi_1 = 0$$

$$\phi_3 := \phi_1 + E_6$$

 $\phi_3 = 300$

$$\phi_5 := \phi_3 - E$$

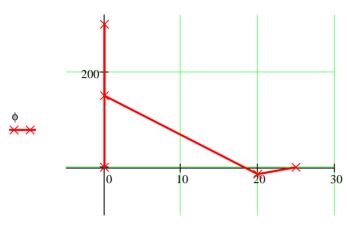
 $\phi_5 = 150$

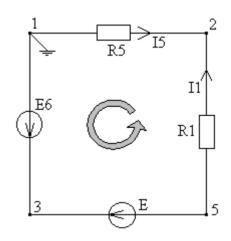
$$\phi_2 := \phi_5 - I_1 \cdot R_1$$

 $\phi_2 = -14.642$

$$\phi_1 := \phi_2 + I_5 \cdot R_5$$

 $\phi_1 = 0$





R

 $I_{K3} := 1$

Метод наложения

В цепи действует только Е:

$$I_{K1} := 1 \qquad I_{K2} := 1$$

$$\begin{split} & \text{Given} \\ & I_{K1} \cdot \left(R_1 + R_3 + R_2 \right) - I_{K2} \cdot R_3 - I_{K3} \cdot R_2 = E \\ & - I_{K1} \cdot R_3 + I_{K2} \cdot \left(R_3 + R_4 + R_6 \right) - I_{K3} \cdot R_4 = 0 \\ & - I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot \left(R_2 + R_4 + R_5 \right) = 0 \\ & \left(\begin{matrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{matrix} \right) & \coloneqq \text{Find} \left(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3} \right) \end{split}$$

$$I_{K1} = 6.117$$
 $I_{K2} = 5.792$ $I_{K3} = 5.531$

$$I_{1E} := I_{K1}$$

$$I_{1E} = 6.117$$

$$I_{2E} := I_{K1} - I_{K3}$$

$$I_{2E} = 0.586$$

$$I_{3E} := I_{K1} - I_{K2}$$

$$I_{3E} = 0.325$$

$$I_{4E} := I_{K2} - I_{K3}$$

$$I_{4E} = 0.26$$

$$I_{5E} := I_{K3}$$

$$I_{5E} = 5.531$$

$$I_{6E}\coloneqq I_{K2}$$

$$I_{6E} = 5.792$$

В цепи действует только Е6:

$$I_{K1} := 1$$

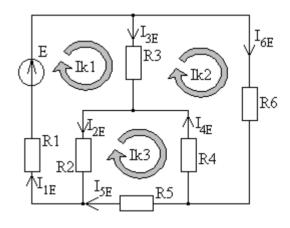
$$I_{K2} := 1$$

$$I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_3 + R_2) - I_{K2} \cdot R_3 - I_{K3} \cdot R_2 = 0$$
$$-I_{K1} \cdot R_3 + I_{K2} \cdot (R_3 + R_4 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 = -E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_4 + R_5) = 0$$



$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := Find \begin{pmatrix} I_{K1}, I_{K2}, I_{K3} \end{pmatrix}$$

$$I_{K1} = -11.584 \quad I_{K2} = -16.074 \quad I_{K3} = -13.666$$

$$I_{1E6} := -I_{K1} \qquad I_{1E6} = 11.584$$

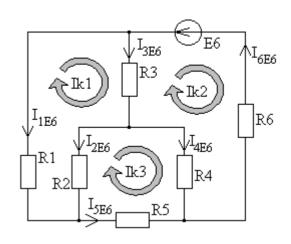
$$I_{2E6} := I_{K1} - I_{K3} \qquad I_{2E6} = 2.082$$

$$I_{3E6} := I_{K1} - I_{K2} \qquad I_{3E6} = 4.49$$

$$I_{4E6} := I_{K3} - I_{K2} \qquad I_{4E6} = 2.408$$

$$I_{5E6} := -I_{K3} \qquad I_{5E6} = 13.666$$

$$I_{6E6} := -I_{K2} \qquad I_{6E6} = 16.074$$



В цепи действует только Ј1:

$$\begin{split} I_{K1} &:= 1 \qquad I_{K2} := 1 \qquad I_{K3} := 1 \\ \text{Given} \\ I_{K1} \cdot \left(R_1 + R_3 + R_2\right) - I_{K2} \cdot R_3 - I_{K3} \cdot R_2 - J_1 \cdot R_1 = 0 \\ -I_{K1} \cdot R_3 + I_{K2} \cdot \left(R_3 + R_4 + R_6\right) - I_{K3} \cdot R_4 = 0 \\ -I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot \left(R_2 + R_4 + R_5\right) = 0 \end{split}$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := Find \begin{pmatrix} I_{K1}, I_{K2}, I_{K3} \end{pmatrix}$$

$$I_{K1} = 12.234 \quad I_{K2} = 11.584 \quad I_{K3} = 11.063$$

$$I_{1J1} := I_{1} - I_{K1} \quad I_{1J1} = 2.766$$

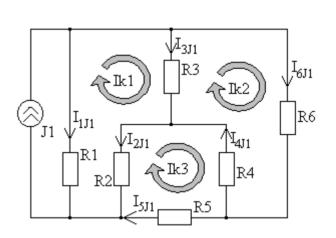
$$I_{2J1} := I_{K1} - I_{K3} \quad I_{2J1} = 1.171$$

$$I_{3J1} := I_{K1} - I_{K2} \quad I_{3J1} = 0.651$$

$$I_{4J1} := I_{K2} - I_{K3} \quad I_{4J1} = 0.521$$

$$I_{5J1} := I_{K3} \quad I_{5J1} = 11.063$$

$$I_{6J1} := I_{K2} \quad I_{6J1} = 11.584$$



В основной цепи действуют токи:

$I_1 := -I_{1E} + I_{1E6} + I_{1J1}$	$I_1 = 8.232$
$I_2 := I_{2E} + I_{2E6} + I_{2J1}$	$I_2 = 3.839$
$I_3 := I_{3E} + I_{3E6} + I_{3J1}$	$I_3 = 5.466$
$I_4 := -I_{4E} + I_{4E6} - I_{4J1}$	$I_4 = 1.627$
$I_5 := I_{5E} - I_{5E6} + I_{5J1}$	$I_5 = 2.928$
$I_6 := I_{6E} - I_{6E6} + I_{6J1}$	$I_6 = 1.302$

Проверка:

За 1-м законом Кирхгофа:

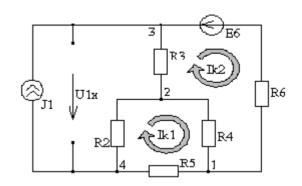
$$-I_6 - I_4 + I_5 = 0$$
 $I_1 + I_3 + I_6 - J_1 = 0$ $I_4 + I_2 - I_3 = 0$ $I_1 + I_2 + I_5 - J_1 = -1.776 \times 10^{-15}$

Метод эквивалентного генератора

Вырезавши из выходной схемы ветку с сопротивлением R1 и источником питания E, получаем схему. В выходной схеме ток I1 направленый от узла 3 к узлу 4, такое же направление выберем и для напряжения холостого хода U1х.

Для нахождения напряжения U1x сначала надо найти токи в ветвях с сопротивлениями R2 и R3. Для этого воспользуемся методом контурных токов:

$$\begin{split} I_{K1} &:= 1 & I_{K2} := 1 \\ Given & \\ I_{K1} \cdot \left(R_2 + R_4 + R_5\right) - I_{K2} \cdot R_4 - J_1 \cdot R_2 = 0 \\ -I_{K1} \cdot R_4 + I_{K2} \cdot \left(R_4 + R_3 + R_6\right) - J_1 \cdot R_3 = -E_6 \\ \left(\begin{matrix} I_{K1} \\ I_{K2} \end{matrix}\right) &:= Find \left(I_{K1}, I_{K2}\right) \\ I_{K1} &= 10.372 & I_{K2} = 9.096 \end{split}$$



Искомое напряжение холостого хода равно:

$$U_{1X} := -I_{K2} \cdot R_3 - I_{K1} \cdot R_2 + J_1 \cdot (R_3 + R_2)$$

$$U_{1X} = 351.862$$

Нахождение эквивалентного сопротивления цепи.

$$R_{234} := \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} + R_2$$
 $R_E := \frac{R_{234} \cdot R_5}{R_{234} + R_5}$ $R_E = 4.521$

Искомый ток, вырезаной ветки, равен:

$$I_1 := \frac{-E + U_{1X}}{R_E + R_1}$$
 $I_1 = 8.232$