

Министерство образования и науки Украины  
Национальный технический университет Украины  
“Киевский Политехнический Институт”  
Кафедра ТОЭ

***Расчетно-графическая работа***  
***“Трёхфазные цепи”***  
*Вариант № 804*

Выполнил:\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Проверил:\_\_\_\_\_

**Киев 2007**

### *Условие задания*

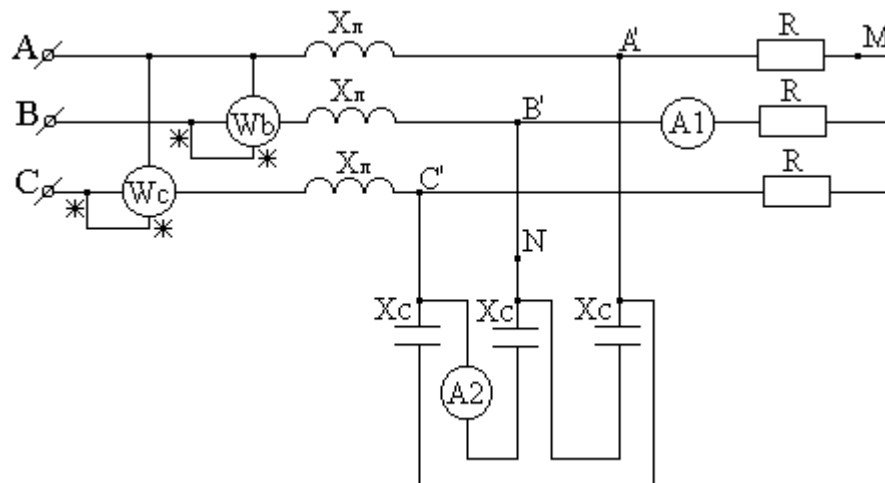
Симметричный трёхфазный генератор с обмотками, соединёнными в звезду, питает через трехпроводную линию электропередачи нагрузку с элементами, соединёнными звездой и треугольником.

**Требуется:**

1. Определить показания включенных в цепь измерительных приборов, полагая нагрузки симметричной.
2. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
3. По результатам расчета п.1 построить для симметричной нагрузки совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.
4. Провести расчет токов во всех ветвях напряжений на всех участках цепи, определить показания измерительных приборов в аварийном режиме, делая обрыв в указанной точке.
5. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
6. По результатам расчета п.4 построить совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.

$$U_A := 135 \quad U_B := U_A \quad U_C := U_B \quad \psi_A := 0 \quad X_L := 5.8 \quad R := 80 \quad X_C := 93$$

Обрыв проводится в точке М.



## Общая схема трёхфазной цепи

## Определение показаний измерительных приборов при симметричной нагрузке.

Так как нагрузка симметрическая, то будем проводить расчет только по одной фазе. Токи в остальных фазах будут такими же, только будут отличаться углы.

Для определения токов в ветвях цепи необходимо первоначально произвести упрощение схемы, сведя её к схеме с элементами, соединенными звездой.

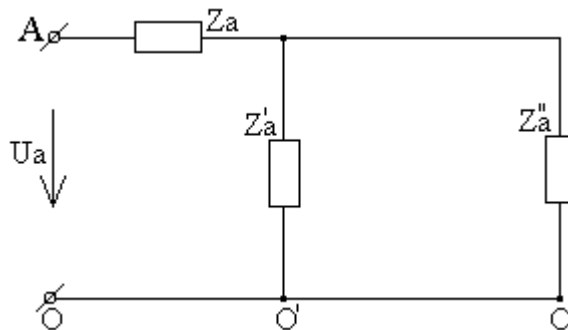
$$X'_C := \frac{(-X_C \cdot i) \cdot (-X_C \cdot i)}{3 \cdot (-X_C \cdot i)} \quad X'_C = -31i$$

За опорную примем фазу А. Фазные напряжения генератора и сопротивления элементов нагрузки в комплексной форме равны:

$$E_A := U_A \cdot e^{i \cdot \psi_A \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_B := U_B \cdot e^{i(\psi_A - 120) \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_C := U_C \cdot e^{i(\psi_A + 120) \cdot \frac{\pi}{180}}$$

$$F(E_A) = (135 \ 0) \quad F(E_B) = (135 \ -120) \quad F(E_C) = (135 \ 120)$$

$$\begin{aligned} Z_a &:= X_L \cdot i & Z_b &:= Z_a & Z_c &:= Z_b & Z_a &= 5.8i \\ Z'_a &:= X'_C & Z'_b &:= Z'_a & Z'_c &:= Z'_b & Z'_a &= -31i \\ Z''_a &:= R & Z''_b &:= Z''_a & Z''_c &:= Z''_b & Z''_a &= 80 \end{aligned}$$



Преобразованная схема (фаза А)

Эквивалентное сопротивление данной схемы равно:

$$Z_{ea} := Z_a + \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea} = 10.444 - 21.153i$$

Ток в фазе А, согласно закону Ома, равен:

$$I_A := \frac{E_A}{Z_{ea}} \quad I_A = 2.534 + 5.131i \quad F(I_A) = (5.723 \ 63.722)$$

Соответственно в фазах В и С:

$$I_B := I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_B = 3.177 - 4.76i \quad F(I_B) = (5.723 \ -56.278)$$

$$I_C := I_A \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_C = -5.711 - 0.371i \quad F(I_C) = (5.723 \ -176.278)$$

Фазное напряжение на параллельном участке А'О равно:

$$Z_{ea'} := \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea'} = 10.444 - 26.953i$$

$$U_{A'O} := I_A \cdot Z_{ea'} \quad U_{A'O} = 164.761 - 14.694i$$

Остальные токи равны:

$$I''_A := \frac{U_{A'O}}{Z''_a} \quad I''_A = 2.06 - 0.184i \quad F(I''_A) = (2.068 \quad -5.097)$$

$$I''_B := I''_A \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I''_B = -1.189 - 1.692i \quad F(I''_B) = (2.068 \quad -125.097)$$

$$I''_C := I''_A \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I''_C = -0.871 + 1.875i \quad F(I''_C) = (2.068 \quad 114.903)$$

Линейное напряжение равно:

$$U_{A'B'} := U_{A'O} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad U_{A'B'} = 234.416 - 164.729i \quad F(U_{A'B'}) = (286.507 \quad -35.097)$$

Остальные токи равны:

$$I'_{A'B'} := \frac{U_{A'B'}}{X_C \cdot i} \quad I'_{A'B'} = -1.771 - 2.521i \quad F(I'_{A'B'}) = (3.081 \quad -125.097)$$

$$I'_{B'C'} := I'_{A'B'} \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I'_{B'C'} = -1.297 + 2.794i \quad F(I'_{B'C'}) = (3.081 \quad 114.903)$$

$$I'_{C'A'} := I'_{A'B'} \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I'_{C'A'} = 3.069 - 0.274i \quad F(I'_{C'A'}) = (3.081 \quad -5.097)$$

На основании выполненных расчетов, показания амперметров будут равны:

$$A_1 = 2.068 (A) \quad A_2 = 3.081 (A) \quad A_a = 5.723 (A) \quad A_b = 5.723 (A) \quad A_c = 5.723 (A)$$

Находим показания ваттметров. Ваттметры показывают вещественную часть произведения комплекса напряжения, приложенного к обмотке напряжения (его отсчитывают от начала обмотки к концу), на сопряженный комплекс тока, протекающего через обмотку тока:

Показание ваттметра  $W_a$ :

$$E_{CA} := E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_{CA} = -202.5 + 116.913i$$

$$W_a := \operatorname{Re}(E_{CA} \cdot \overline{I_C}) \quad W_a = 1.113 \times 10^3$$

Показание ваттметра  $W_b$ :

$$E_{BA} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_{BA} = -202.5 - 116.913i$$

$$W_b := \operatorname{Re}(E_{BA} \cdot \overline{I_B}) \quad W_b = -86.866$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 1.026 \times 10^3$$

### Баланс активной и реактивной мощностей

Правильность расчетов проверим, составив баланс активных и реактивных мощностей. Мощность источника энергии определяют в виде суммы произведений комплексов фазных ЭДС (напряжений) на сопряженные комплексы токов соответствующих фаз. В симметричной трёхфазной системе мощность, отдаваемая в нагрузку источником, равна утроенной мощности одной фазы.

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C} \quad S_r = 1.026 \times 10^3 - 2.078i \times 10^3$$

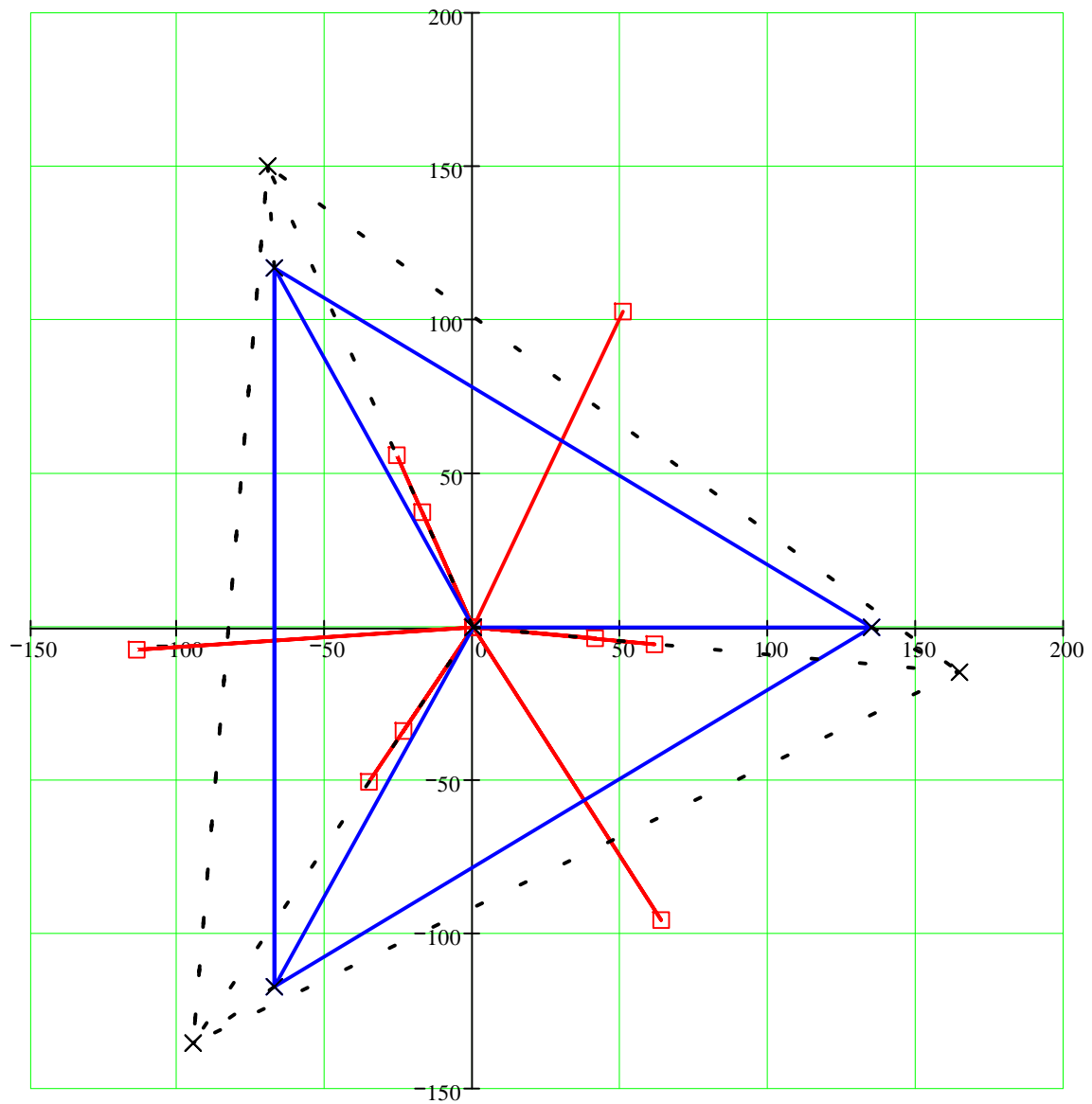
Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$P_{\text{pr}} := \left[ (|I''_A|)^2 + (|I''_B|)^2 + (|I''_C|)^2 \right] \cdot R$$

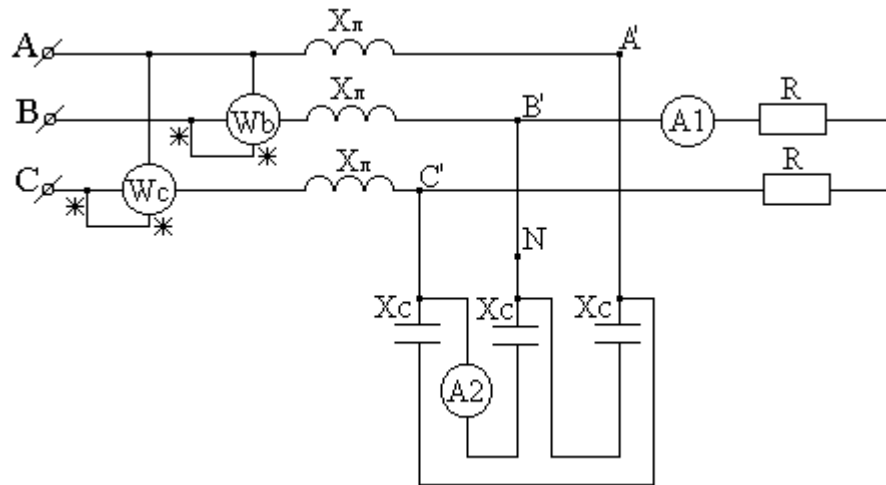
$$P_{\text{pr}} = 1.026 \times 10^3$$

$$Q_{\text{pr}} := \left[ (|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot X_L \cdot i + \left[ (|I'_{AB}|)^2 + (|I'_{BC}|)^2 + (|I'_{CA}|)^2 \right] \cdot (-X_C \cdot i), Q_{\text{pr}} = -2.078i \times 10^3$$

### Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.

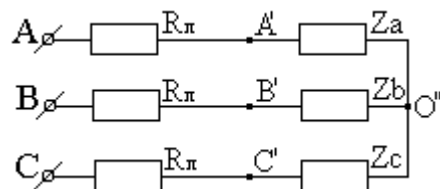


## Определение показаний измерительных приборов в аварийном режиме.



Несимметричная трёхфазная система.

Параллельно включенные сопротивления нагрузки можно заменить эквивалентными, в результате чего образуется несимметричный треугольник. Заменяв его эквивалентной звездой, рассчитываемую цепь приводят к виду:



Несимметричная звезда.

Сопротивления несимметричного треугольника равны:

$$Z_{B'C'} := \frac{-X_C \cdot i \cdot 2R}{2R - X_C \cdot i} \quad Z_{B'C'} = 40.405 - 69.514i$$

$$Z_{A'B'} := -X_C \cdot i \quad Z_{C'A'} := Z_{A'B'} \quad Z_{C'A'} = -93i$$

Сопротивление эквивалентной звезды:

$$Z_a := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_a = -5.222 - 33.024i$$

$$Z_b := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{B'C'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_b = 10.444 - 26.953i$$

$$Z_c := \frac{Z_{B'C'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_c = 10.444 - 26.953i$$

Полные комплексные сопротивления в каждой фазе цепи:

$$Z_{ea} := Z_a + Z_a \quad Z_{ea} = -5.222 - 27.224i$$

$$Z_{eb} := Z_b + Z_b \quad Z_{eb} = 10.444 - 21.153i$$

$$Z_{ec} := Z_c + Z_c \quad Z_{ec} = 10.444 - 21.153i$$

Фазные напряжения на нагрузке в цепи удобно определять, вычислив предварительно смещение нейтрали:

$$Y_A := \frac{1}{Z_{ea}} \quad Y_B := \frac{1}{Z_{eb}} \quad Y_C := \frac{1}{Z_{ec}}$$

$$Y_A = -6.796 \times 10^{-3} + 0.035i \quad Y_B = 0.019 + 0.038i \quad Y_C = 0.019 + 0.038i$$

$$U_{O''O} := \frac{E_A \cdot Y_A + E_B \cdot Y_B + E_C \cdot Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C}$$

$$U_{O''O} = -10.841 + 27.976i$$

Фазные напряжения на элементах нагрузки цепи равны:

$$U_{AO''} := E_A - U_{O''O} \quad U_{AO''} = 145.841 - 27.976i \quad F(U_{AO''}) = (148.5 \quad -10.859)$$

$$U_{BO''} := E_B - U_{O''O} \quad U_{BO''} = -56.659 - 144.889i \quad F(U_{BO''}) = (155.574 \quad -111.358)$$

$$U_{CO''} := E_C - U_{O''O} \quad U_{CO''} = -56.659 + 88.938i \quad F(U_{CO''}) = (105.452 \quad 122.5)$$

Токи в фазах, равные фазным токам генератора и линейным токам исходной системы, определяют по закону Ома:

$$I_A := \frac{U_{AO''}}{Z_{ea}} \quad I_A = 5.357i \quad F(I_A) = (5.357 \quad 90)$$

$$I_B := \frac{U_{BO''}}{Z_{eb}} \quad I_B = 4.444 - 4.873i \quad F(I_B) = (6.595 \quad -47.636)$$

$$I_C := \frac{U_{CO''}}{Z_{ec}} \quad I_C = -4.444 - 0.484i \quad F(I_C) = (4.47 \quad -173.778)$$

$$U_{AB} := E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad U_{AB} = 202.5 + 116.913i \quad F(U_{AB}) = (233.827 \quad 30)$$

$$U_{AA'} := I_A \cdot Z_a \quad U_{AA'} = -31.071 \quad F(U_{AA'}) = (31.071 \quad -180)$$

$$U_{BC} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad U_{BC} = -233.827i \quad F(U_{BC}) = (233.827 \quad -90)$$

$$U_{BB'} := I_B \cdot Z_b \quad U_{BB'} = 28.261 + 25.774i \quad F(U_{BB'}) = (38.249 \quad 42.364)$$

$$U_{CA} := E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad U_{CA} = -202.5 + 116.913i \quad F(U_{CA}) = (233.827 \quad 150)$$

$$U_{CC'} := I_C \cdot Z_c \quad U_{CC'} = 2.81 - 25.774i \quad F(U_{CC'}) = (25.926 \quad -83.778)$$

Для определения токов во всех ветвях рассчитываемой схемы необходимо определить напряжение между точками A', B' и C'.

Согласно второму закону Кирхгофа:

$$U_{AB} := U_{AA'} + U_{A'B'} - U_{BB'}$$

отсюда:

$$U_{A'B'} := U_{AB} - U_{AA'} + U_{BB'} \quad U_{A'B'} = 261.833 + 142.687i \quad F(U_{A'B'}) = (298.188 \quad 28.588)$$

$$U_{B'C'} := U_{BC} - U_{BB'} + U_{CC'} \quad U_{B'C'} = -25.452 - 285.374i \quad F(U_{B'C'}) = (286.507 \quad -95.097)$$

$$U_{C'A'} := U_{CA} - U_{CC'} + U_{AA'} \quad U_{C'A'} = -236.381 + 142.687i \quad F(U_{C'A'}) = (276.108 \quad 148.884)$$

Остальные токи:

$$I_{A'B'} := \frac{U_{A'B'}}{-X_C \cdot i} \quad I_{A'B'} = -1.534 + 2.815i \quad F(I_{A'B'}) = (3.206 \quad 118.588)$$

$$I_{B'C'} := \frac{U_{B'C'}}{-X_C \cdot i} \quad I_{B'C'} = 3.069 - 0.274i \quad F(I_{B'C'}) = (3.081 \quad -5.097)$$

$$I_{C'A'} := \frac{U_{C'A'}}{-X_C \cdot i} \quad I_{C'A'} = -1.534 - 2.542i \quad F(I_{C'A'}) = (2.969 \quad -121.116)$$

$$I''_B := I_B + I_{A'B'} - I_{B'C'} \quad I''_B = -0.159 - 1.784i \quad F(I''_B) = (1.791 \quad -95.097)$$

$$I''_C := I_C + I_{B'C'} - I_{C'A'} \quad I''_C = 0.159 + 1.784i \quad F(I''_C) = (1.791 \quad 84.903)$$

Согласно выполненным расчетам, показания включенных в цепь амперметров равны:

$$A_1 = 1.791 \text{ (A)} \quad A_2 = 3.081 \text{ (A)} \quad A_a = 5.357 \text{ (A)} \quad A_b = 6.595 \text{ (A)} \quad A_c = 4.47 \text{ (A)}$$

Расчет показаний ваттметров выполняется так же, как и в случае симметричной системы:

Показание ваттметра  $W_a$ :

$$E_{CA} := E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_{CA} = -202.5 + 116.913i$$

$$W_a := \operatorname{Re}(E_{CA} \cdot \overline{I_C}) \quad W_a = 843.215$$

Показание ваттметра  $W_b$ :

$$E_{BA} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_{BA} = -202.5 - 116.913i$$

$$W_b := \operatorname{Re}(E_{BA} \cdot \overline{I_B}) \quad W_b = -330.177$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 513.039$$

### Баланс активной и реактивной мощностей

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C} \quad S_r = 513.039 - 2.124i \times 10^3$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$P_{pr} := \left[ (|I_B'|)^2 + (|I_C'|)^2 \right] \cdot R \quad P_{pr} = 513.039$$

$$Q_{pr} := \left[ (|I_A'B|)^2 + (|I_B'C'|)^2 + (|I_C'A'|)^2 \right] \cdot (-X_C \cdot i) + \left[ (|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot X_L \cdot i$$

$$Q_{pr} = -2.124i \times 10^3$$



## Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.

