Міністерство освіти України
Національний технічний університет України
“Київський політехнічний інститут”
Кафедра ТОЕ

Розрахунково-графічна робота

“Розрахунок перехідних процесів у лінійних колах“
Варіант № 137

Виконав: ________________
____
____
____

Перевірив: ________________

Київ 2007

Умова задання

1. В колі з джерелом постійної ЕДС необхідно:

1) класичним методом розрахзувати напруги на реактивних елементах та струми перехідного процесу;

2) розрахувати струм в колі з джерелом ЕДС Е1 та напругу на реактивному елементі операторним методом;

3) побудувати в одному часовому масштабі діаграми струму та напруги на реактивних елементах.

2. Дослідити, яким повинен бути активний опір у вітці з джерелом Е1, щоб перехідний процес проходив в граничному режимі.

3. Визначити струми в вітках та напруги на реактивних елементах в момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійних ЕДС Е1і Е2 в колі діють синусоїдні джерела.

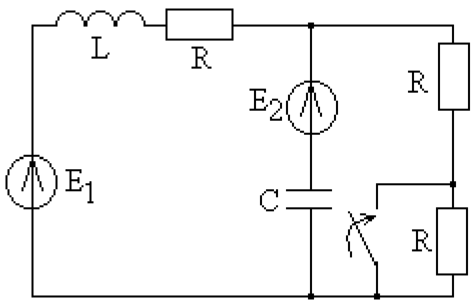
3. В післякомутаційній схемі закоротити джерело ЕДС Е2.

а) виключити катушку індуктивності чи ємність, замінивши останню опором R;

б) вважаючи, що замість ждерела постійної ЕДС Е1 до отриманного кола подається напруга, форма якої показана на малюнку;

в) розрахувати вхідний струм та напругу на реактивном елементі методом інтеграла Дюамеля при періоді T, заданому в долях від τ;

г) побудувати в одному часовому масштабі діаграми напруги на вході, вхідного струму і напруги на реактивних елементі.



Основна схема

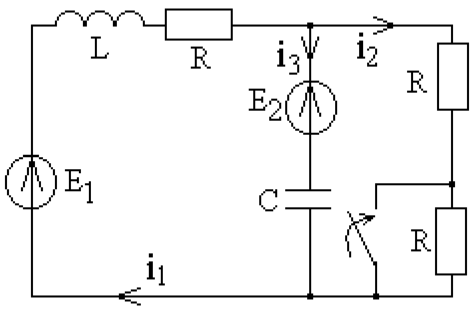
Вхідні данні:

$L := 0.2$ Гн $C := 170 \cdot 10^{-6}$ Ф $R := 80$ Ом

$E_1 := 110$ В $E_2 := 90$ В $\psi := 180 \cdot deg$ C^0 $\omega := 300$ c^{-1}

Класичний метод

Оберемо додатній напрямок струмів у вітках схеми:



Знайдемо значення струмів та напруг безпосередньо до комутації:

Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \dfrac{E_1}{3 \cdot R}$ $\quad i_{2дк} := i_{1дк} \quad i_{2дк} = 0.458$

$i_{3дк} := 0$ $\quad u_{Lдк} := 0$

$u_{Cдк} := E_1 - i_{1дк} \cdot R - E_2 \quad u_{Cдк} = -16.667$

Усталений режим після комутації: $t = \infty$

$i'_1 := \dfrac{E_1}{2 \cdot R} \quad i'_2 := i'_1 \quad i'_2 = 0.688$

$i'_3 := 0 \quad u'_L := 0$

$u'_C := E_1 - i'_1 \cdot R - E_2 \quad u'_C = -35$

Незалежні початкові умови

$i_{10} := i_{1дк} \quad i_{10} = 0.458$

$u_{C0} := u_{Cдк} \quad u_{C0} = -16.667$

Залежні початкові умови

Given

$i_{20} = i_{10} - i_{30}$

$E_1 - E_2 = u_{L0} + u_{C0} + i_{10} \cdot R$

$E_2 = i_{20} \cdot R - u_{C0}$

$$\begin{pmatrix} i_{30} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{30}, i_{20}, u_{L0})\ \mathrm{float}, 6 \ \rightarrow \begin{pmatrix} -.458333 \\ .916667 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$i_{30} = -0.458 \quad i_{20} = 0.917 \quad u_{L0} = 0$

Незалежні початкові умови

$di_{10} := \dfrac{u_{L0}}{L} \quad di_{10} = 0$

$du_{C0} := \dfrac{i_{30}}{C} \quad du_{C0} = -2.696 \times 10^3$

Залежні початкові умови

Given

$di_{10} = di_{20} + di_{30}$

$0 = du_{L0} + du_{C0} + di_{10} \cdot R$

$0 = di_{20} \cdot R - du_{C0}$

$$\begin{pmatrix} di_{20} \\ di_{30} \\ du_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(di_{20}, di_{30}, du_{L0})$$

$di_{20} = -33.701 \qquad di_{30} = 33.701 \qquad du_{L0} = 2.696 \times 10^{3}$

Вільний режим після комутайії: $t = 0$

Складемо характерестичне рівняння схеми

$$Z(p) := \frac{R \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C}\right)}{R + \frac{1}{p \cdot C}} + p \cdot L + R \qquad Z(p) := \frac{R \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C}\right) + \left(R + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot (p \cdot L + R)}{R + \frac{1}{p \cdot C}}$$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := R \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C}\right) + \left(R + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot (p \cdot L + R) \ \Bigg| \begin{array}{l} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} -236.76 - 52.593 \cdot i \\ -236.76 + 52.593 \cdot i \end{pmatrix}$$

Одже корні характеристичного рівняння мають вигляд:

$p_1 = -236.76 - 52.593i \qquad p_2 = -236.76 + 52.593i$

Коефіцієнт затухання та кутова частота вільних коливань:

$\delta := \left|\mathrm{Re}(p_1)\right| \qquad \delta = 236.76 \qquad \omega_0 := \left|\mathrm{Im}(p_2)\right| \qquad \omega_0 = 52.593$

Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$i''_1(t) = A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_1)$

$i''_2(t) = B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_2)$

$i''_3(t) = C \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_3)$

$u''_C(t) = D \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_C)$

$u''_L(t) = F \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_L)$

Визначення сталих інтегрування:

Для струму i1(t):

Given

$i_{10} - i'_1 = A \cdot \sin(v_1)$

$di_{10} = -A \cdot \delta \cdot \sin(v_1) + A \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_1)$

$$\begin{pmatrix} A \\ v_1 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(A, v_1) \ \text{float}, 5 \ \rightarrow \begin{pmatrix} 1.0568 & -1.0568 \\ -2.9230 & .21859 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$A = 1.057 \qquad v_1 = -2.923$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$i''_1(t) := A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_1) \ \text{float}, 5 \ \rightarrow 1.0568 \cdot \exp(-236.76 \cdot t) \cdot \sin(52.593 \cdot t - 2.9230)$

$i_1(t) := i'_1 + i''_1(t) \ \text{float}, 4 \ \rightarrow .6875 + 1.057 \cdot \exp(-236.8 \cdot t) \cdot \sin(52.59 \cdot t - 2.923)$

Для струму i2(t):

$i_{20} - i'_2 = B \cdot \sin(v_2)$

$di_{20} = -B \cdot \delta \cdot \sin(v_2) + B \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_2)$

$$\begin{pmatrix} B \\ v_2 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(B, v_2) \text{ float}, 5 \; \rightarrow \begin{pmatrix} -.45309 & .45309 \\ -2.6113 & .53029 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$B = -0.453$ $\qquad v_2 = -2.611$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$i''_2(t) := B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_2) \text{ float}, 5 \; \rightarrow -.45309 \cdot \exp(-236.76 \cdot t) \cdot \sin(52.593 \cdot t - 2.6113)$

$i_2(t) := i'_2 + i''_2(t) \text{ float}, 4 \; \rightarrow .6875 - .4531 \cdot \exp(-236.8 \cdot t) \cdot \sin(52.59 \cdot t - 2.611)$

Для струму i3(t):

$i_{30} - i'_3 = C \cdot \sin(v_3)$

$di_{30} = -C \cdot \delta \cdot \sin(v_3) + C \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_3)$

$$\begin{pmatrix} C \\ v_3 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(C, v_3) \text{ float}, 5 \; \rightarrow \begin{pmatrix} -1.4945 & 1.4945 \\ .31170 & -2.8299 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$C = -1.494$ $\qquad v_3 = 0.312$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$i''_3(t) := C \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_3) \text{ float}, 5 \; \rightarrow -1.4945 \cdot \exp(-236.76 \cdot t) \cdot \sin(52.593 \cdot t + .31170)$

$i_3(t) := i'_3 + i''_3(t) \text{ float}, 4 \; \rightarrow -1.495 \cdot \exp(-236.8 \cdot t) \cdot \sin(52.59 \cdot t + .3117)$

Для напруги Uc(t):

$u_{C0} - u'_C = D \cdot \sin(v_C)$

$du_{C0} = -D \cdot \delta \cdot \sin(v_C) + D \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_C)$

$$\begin{pmatrix} D \\ v_C \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(D, v_C) \;\Big|\begin{matrix} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -36.247 & 36.247 \\ -2.6113 & .53029 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$D = -36.247$ $\qquad v_C = -2.611$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$u''_C(t) := D \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_C) \text{ float}, 5 \; \rightarrow -36.247 \cdot \exp(-236.76 \cdot t) \cdot \sin(52.593 \cdot t - 2.6113)$

$u_C(t) := u'_C + u''_C(t) \text{ float}, 4 \; \rightarrow -35. - 36.25 \cdot \exp(-236.8 \cdot t) \cdot \sin(52.59 \cdot t - 2.611)$

Для напруги Ul(t):

$u_{L0} - u'_L = F \cdot \sin(v_L)$

$du_{L0} = -F \cdot \delta \cdot \sin(v_L) + F \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_L)$

$$\begin{pmatrix} F \\ v_L \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(F, v_L) \;\Big|\begin{matrix} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 51.263 & -51.263 \\ 0 & 3.1416 \end{pmatrix}$$

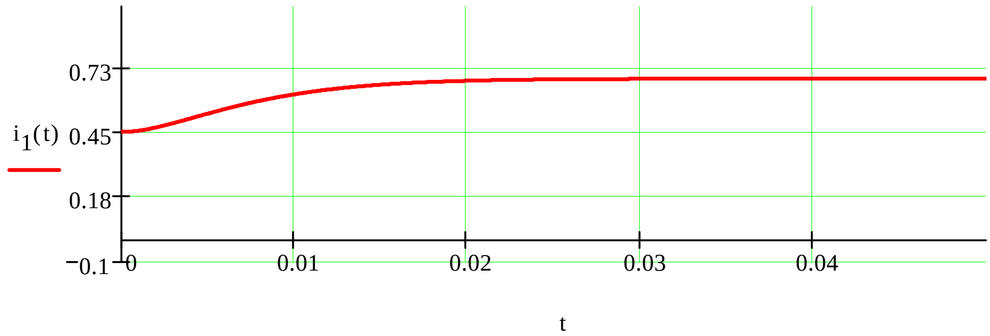
Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$F = 51.263$ $\qquad v_L = 0$

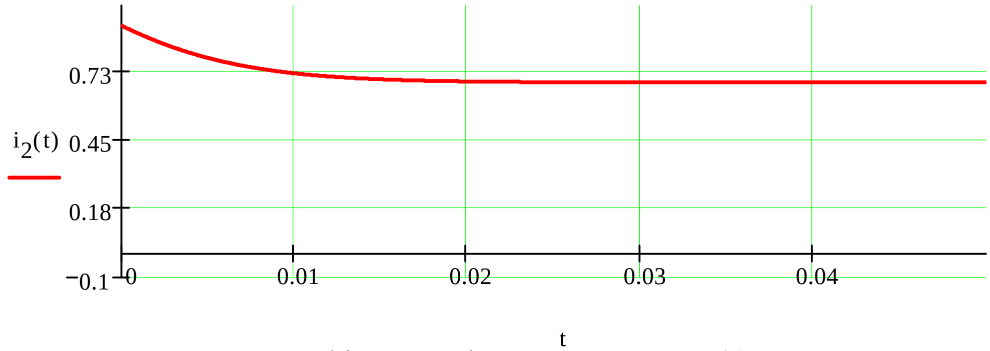
Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$u''_L(t) := F \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_L) \text{ float}, 5 \; \rightarrow 51.263 \cdot \exp(-236.76 \cdot t) \cdot \sin(52.593 \cdot t)$

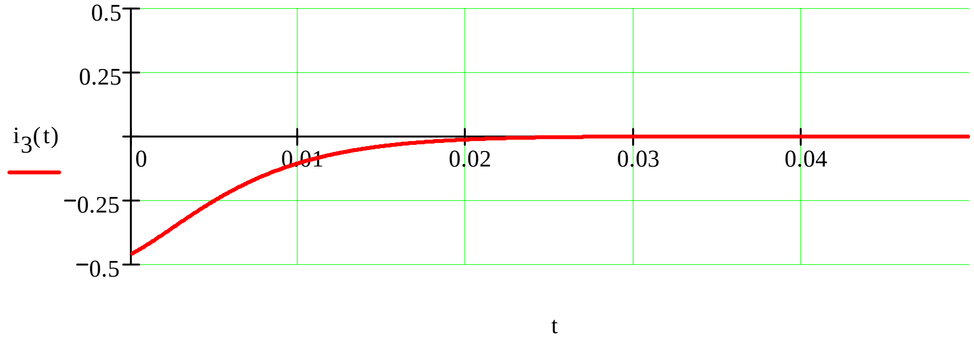
$u_L(t) := u'_L + u''_L(t) \text{ float}, 4 \; \rightarrow 51.26 \cdot \exp(-236.8 \cdot t) \cdot \sin(52.59 \cdot t)$



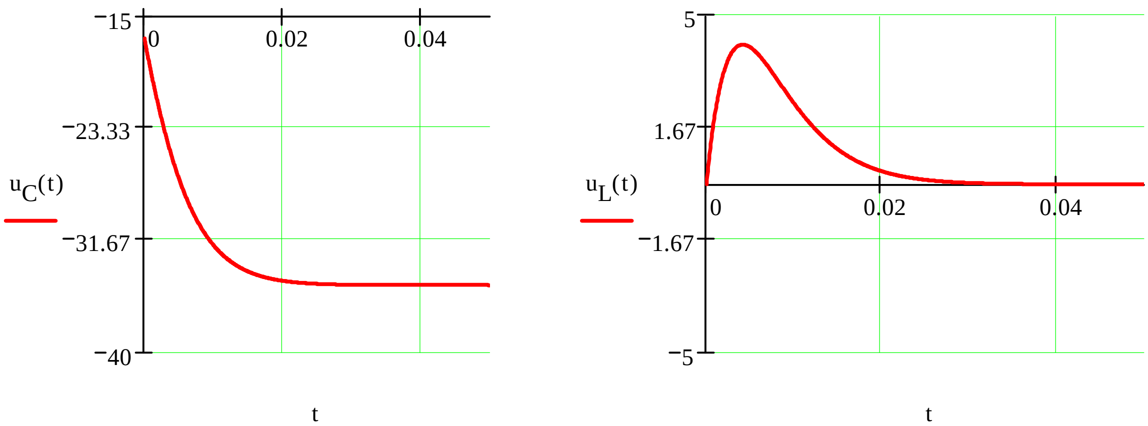
Графік перехідного струму i1(t).



Графік перехідного струму i2(t).

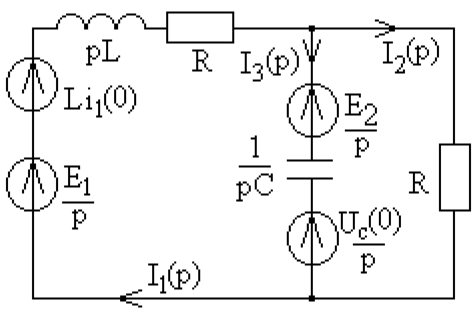


Графік перехідного струму i3(t).



Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

Операторний метод



Операторна схема

Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \frac{E_1}{3 \cdot R}$ $\quad$ $i_{2дк} := i_{1дк}$ $\quad$ $i_{2дк} = 0.458$

$i_{3дк} := 0$ $\quad$ $u_{Lдк} := 0$

$u_{Cдк} := E_1 - i_{1дк} \cdot R - E_2$ $\quad$ $u_{Cдк} = -16.667$

Початкові умови:

$i_{L0} := i_{1дк}$ $\quad$ $i_{L0} = 0.458$

$u_{C0} = -16.667$

$$I_{k1}(p) \cdot \left(R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) - I_{k2}(p) \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C}\right) = \frac{E_1}{p} - \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} + L \cdot i_{10}$$

$$-I_{k1}(p) \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C}\right) + I_{k2}(p) \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C} + R\right) = \frac{E_2}{p} + \frac{u_{C0}}{p}$$

$$\Delta(p) := \left\|\begin{bmatrix} R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C} & -\left(\frac{1}{p \cdot C}\right) \\ -\left(\frac{1}{p \cdot C}\right) & \frac{1}{p \cdot C} + R \end{bmatrix}\right\| \qquad \Delta(p) \text{ float}, 5 \ \rightarrow \frac{1}{p^{1.}} \cdot \left(16.000 \cdot p^{2.} + 7576.5 \cdot p + 9.4118 \cdot 10^5\right)$$

$$\Delta_1(p) := \left\|\begin{bmatrix} \frac{E_1}{p} - \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} + L \cdot i_{10} & -\left(\frac{1}{p \cdot C}\right) \\ \frac{E_2}{p} + \frac{u_{C0}}{p} & \frac{1}{p \cdot C} + R \end{bmatrix}\right\| \qquad \Delta_1(p) \text{ float}, 5 \ \rightarrow \frac{\left(3472.5 \cdot p + 6.4706 \cdot 10^5 + 7.3333 \cdot p^{2.}\right)}{p^{2.}}$$

$$\Delta_2(p) := \left\|\begin{bmatrix} R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C} & \frac{E_1}{p} - \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} + L \cdot i_{10} \\ -\left(\frac{1}{p \cdot C}\right) & \frac{E_2}{p} + \frac{u_{C0}}{p} \end{bmatrix}\right\| \qquad \Delta_2(p) \text{ float}, 5 \ \rightarrow \frac{\left(14.667 \cdot p^{2.} + 6405.9 \cdot p + 6.4706 \cdot 10^5\right)}{p^{2.}}$$

Контурні струми та напруга на конденсаторі будуть мати вигляд:

$$I_{k1}(p) := \frac{\Delta_1(p)}{\Delta(p)} \qquad I_{k1}(p) \text{ float}, 5 \ \rightarrow \frac{\left(3472.5 \cdot p + 6.4706 \cdot 10^5 + 7.3333 \cdot p^{2.}\right)}{p^{1.} \cdot \left(16.000 \cdot p^{2.} + 7576.5 \cdot p + 9.4118 \cdot 10^5\right)^{1.}}$$

$$I_{k2}(p) := \frac{\Delta_2(p)}{\Delta(p)} \qquad I_{k2}(p) \text{ float}, 5 \ \rightarrow \frac{\left(14.667 \cdot p^{2.} + 6405.9 \cdot p + 6.4706 \cdot 10^5\right)}{p^{1.} \cdot \left(16.000 \cdot p^{2.} + 7576.5 \cdot p + 9.4118 \cdot 10^5\right)^{1.}}$$

$$u_C(p) := \frac{u_{C0}}{p} + \frac{I_3(p)}{p \cdot C}$$

$$u_C(p) \left| \begin{matrix} \text{float}, 5 \\ \text{factor} \end{matrix} \right. \rightarrow \frac{-1}{25000 \cdot p} \cdot \frac{\left(13333600 \cdot p^2 + 8470864119 \cdot p + 1647103961000\right)}{\left(32 \cdot p^2 + 15153 \cdot p + 1882360\right)}$$

$$u_L(p) := L \cdot p \cdot I_{k1}(p) - L \cdot i_{1\text{дк}}$$

$$u_L(p) \text{ factor } \rightarrow \frac{137500}{3 \cdot \left(1000000 + 17 \cdot p^2 + 8050 \cdot p\right)}$$

Перейдемо тепер від зображення до функції часу за формулою розкладу:
Для струму I1(p):

$$N_1(p) := \left(3472.5 \cdot p + 6.4706 \cdot 10^5 + 7.3333 \cdot p^2\right) \qquad M_1(p) := p \cdot \left(16.000 \cdot p^2 + 7576.5 \cdot p + 9.4118 \cdot 10^5\right)$$

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_1(p) \left| \begin{matrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{matrix} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -236.77 - 52.591 \cdot i \\ -236.77 + 52.591 \cdot i \end{pmatrix}$$

$p_0 = 0 \qquad p_1 = -236.77 - 52.591i \qquad p_2 = -236.77 + 52.591i$

$N_1(p_0) = 6.471 \times 10^5 \qquad N_1(p_1) = 2.157 \times 10^5 + 5.831i \qquad N_1(p_2) = 2.157 \times 10^5 - 5.831i$

$$dM_1(p) := \frac{d}{dp} M_1(p) \text{ factor } \rightarrow 48 \cdot p^2 + 15153 \cdot p + 941180$$

$dM_1(p_0) = 9.412 \times 10^5 \qquad dM_1(p_1) = -8.847 \times 10^4 + 3.985i \times 10^5 \qquad dM_1(p_2) = -8.847 \times 10^4 - 3.985i \times 10^5$

Отже струм як функція часу буде мати вигляд:

$$i_1(t) := \frac{N_1(p_0)}{dM_1(p_0)} + \frac{N_1(p_1)}{dM_1(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_1(p_2)}{dM_1(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \qquad i_1(0) = 0.458$$

$$i_1(t) \left| \begin{matrix} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{matrix} \right. \rightarrow .68750 - .22904 \cdot \exp(-236.77 \cdot t) \cdot \cos(52.591 \cdot t) - 1.03176 \cdot \exp(-236.77 \cdot t) \cdot \sin(52.591 \cdot t)$$

Для напруги на конденсаторі Uc(p):

$$N_u(p) := \frac{-1}{25000} \cdot \left(13333600 \cdot p^2 + 8470864119 \cdot p + 1647103961000\right) \quad M_u(p) := p \cdot \left(32 \cdot p^2 + 15153 \cdot p + 1882360\right)$$

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_u(p) \left| \begin{matrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{matrix} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -236.77 + 52.592 \cdot i \\ -236.77 - 52.592 \cdot i \end{pmatrix}$$

$p_0 = 0 \qquad p_1 = -236.77 + 52.592i \qquad p_2 = -236.77 - 52.592i$

$N_u(p_0) = -6.588 \times 10^7 \qquad N_u(p_1) = -1.408 \times 10^7 - 4.537i \times 10^6 \qquad N_u(p_2) = -1.408 \times 10^7 + 4.537i \times 10^6$

$$dM_u(p) := \frac{d}{dp} M_u(p) \text{ factor } \rightarrow 96 \cdot p^2 + 30306 \cdot p + 1882360$$

$dM_u(p_0) = 1.882 \times 10^6 \qquad dM_u(p_1) = -1.77 \times 10^5 - 7.97i \times 10^5 \qquad dM_u(p_2) = -1.77 \times 10^5 + 7.97i \times 10^5$

Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$u_C(t) := \frac{N_u(p_0)}{dM_u(p_0)} + \frac{N_u(p_1)}{dM_u(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_u(p_2)}{dM_u(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \qquad u_C(0) = -16.671$$

$$u_C(t) \left| \begin{matrix} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{matrix} \right. \rightarrow -35.001 + 18.3296 \cdot \exp(-236.77 \cdot t) \cdot \cos(52.592 \cdot t) + 31.270 \cdot \exp(-236.77 \cdot t) \cdot \sin(52.592 \cdot t)$$

Для напруги на індуктивності:

$$N_L(p) := 137500 \qquad M_L(p) := 3 \cdot \left(1000000 + 17 \cdot p^2 + 8050 \cdot p\right)$$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_L(p) \left| \begin{matrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{matrix} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -236.76 + 52.593 \cdot i \\ -236.76 - 52.593 \cdot i \end{pmatrix}$$

$$p_1 = -236.76 + 52.593i \qquad p_2 = -236.76 - 52.593i$$

$$N_L(p_1) = 1.375 \times 10^5 \qquad N_L(p_2) = 1.375 \times 10^5$$

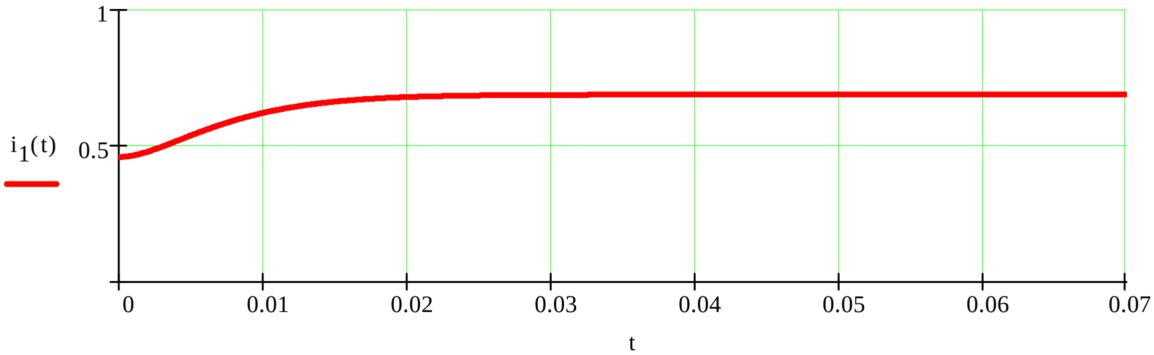
$$dM_L(p) := \frac{d}{dp} M_L(p) \text{ factor } \rightarrow 102 \cdot p + 24150$$

$$dM_L(p_1) = 0.48 + 5.364i \times 10^3 \qquad dM_L(p_2) = 0.48 - 5.364i \times 10^3$$

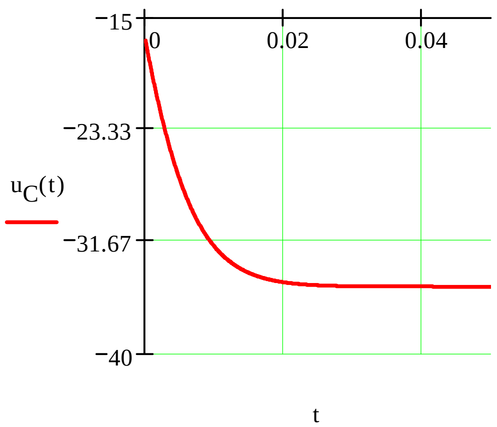
Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

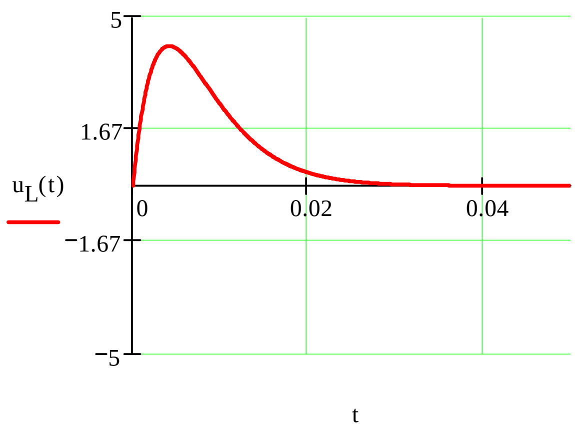
$$u_L(t) := \frac{N_L(p_1)}{dM_L(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_L(p_2)}{dM_L(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \qquad u_L(0) = 4.587 \times 10^{-3}$$

$$u_L(t) \left| \begin{matrix} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{matrix} \right. \rightarrow 4.5868 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(-236.76 \cdot t) \cdot \cos(52.593 \cdot t) + 51.264 \cdot \exp(-236.76 \cdot t) \cdot \sin(52.593 \cdot t)$$



Графік перехідного струму i1(t).

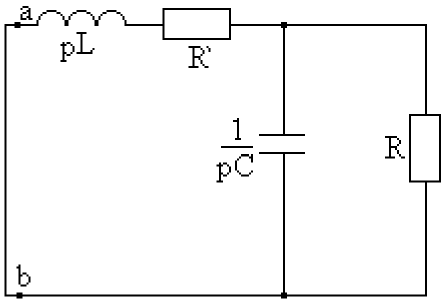




Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

Дослідити чому повинен дорівнювати активний опір вітки с джерелом ЕРС Е1 щоб перехідний процес переходив в граничний режим

$$Z_{ab}(p) := R' + p\cdot L + \frac{\left(\frac{1}{p\cdot C}\right)\cdot R}{\frac{1}{p\cdot C} + R}$$



$$Z_{ab}(p) := \frac{\left(\frac{1}{p\cdot C} + R\right)\cdot(R' + p\cdot L) + \left(\frac{1}{p\cdot C}\right)\cdot R}{\frac{1}{p\cdot C} + R}$$

$$(R\cdot L)\cdot p^2 + \left(R\cdot R' + \frac{L}{C}\right)\cdot p + \left(\frac{R'}{C} + \frac{R}{C}\right) = 0$$

$D = 0$

$$\left(R\cdot R' + \frac{L}{C}\right)^2 - 4\cdot(R\cdot L)\cdot\left(\frac{R'}{C} + \frac{R}{C}\right) = 0$$

$$\left(R\cdot R' + \frac{L}{C}\right)^2 - 4\cdot(R\cdot L)\cdot\left(\frac{R'}{C} + \frac{R}{C}\right) \Bigg|^{\text{solve}, R'}_{\text{float}, 5} \rightarrow \begin{pmatrix} -53.894 \\ 83.305 \end{pmatrix}$$

$R' := 83.305$

Отже при такому значенні активного опору у вітці з джерелом напруги Е1 аперіодичний процес перейде в коливальний.

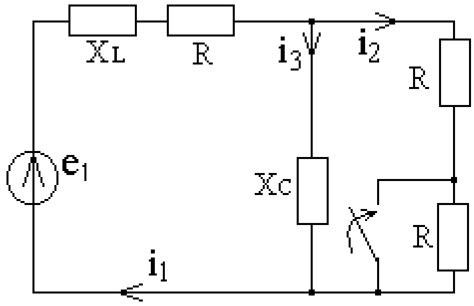
Визначити струми в вітках та напруги на реактивних елементах в момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійних ЕДС Е1і Е2 в колі діють синусоїдні джерела.

$e_1(t) := \sqrt{2}\cdot E_1\cdot \sin(\omega\cdot t + \psi)$ $\qquad$ $e_2(t) := \sqrt{2}\cdot E_2\cdot \sin(\omega\cdot t + \psi)$

$X_C := \frac{1}{\omega\cdot C}$ $\qquad$ $X_C = 19.608$ $\qquad$ $X_L := \omega\cdot L$ $\qquad$ $X_L = 60$

$E_1 := E_1\cdot e^{\psi\cdot i}$ $\qquad$ $E_1 = -110$ $\qquad$ $F(E_1) = (110\ \ -180)$

$E_2 := E_2\cdot e^{\psi\cdot i}$ $\qquad$ $E_2 = -90$ $\qquad$ $F(E_2) = (90\ \ -180)$

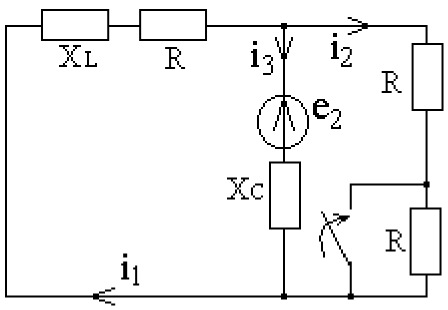


$Z'_{vx} := R + i\cdot X_L + \frac{2\cdot R\cdot(i\cdot X_C)}{R + R - i\cdot X_C}$ $\qquad$ $Z'_{vx} = 77.633 + 79.318i$

$I'_{1дк} := \frac{E_1}{Z'_{vx}}$ $\qquad$ $I'_{1дк} = -0.693 + 0.708i$ $\qquad$ $F(I'_{1дк}) = (0.991\ \ 134.385)$

$I'_{2дк} := I'_{1дк}\cdot\frac{(-i\cdot X_C)}{R + R - i\cdot X_C}$ $\qquad$ $I'_{2дк} = 0.075 + 0.094i$ $\qquad$ $F(I'_{2дк}) = (0.121\ \ 51.372)$

$I'_{3дк} := I'_{1дк}\cdot\frac{2\cdot R}{R + R - i\cdot X_C}$ $\qquad$ $I'_{3дк} = -0.769 + 0.614i$ $\qquad$ $F(I'_{3дк}) = (0.984\ \ 141.372)$



$$Z''_{vx} := -X_C \cdot i + \frac{(R + i \cdot X_L) \cdot 2 \cdot R}{R + i \cdot X_L + R + R} \qquad Z''_{vx} = 59.608 + 5.49i$$

$$I''_{3дк} := \frac{E_2}{Z''_{vx}} \qquad I''_{3дк} = -1.497 + 0.138i \qquad F(I''_{3дк}) = (1.504 \quad 174.738)$$

$$I''_{1дк} := I''_{3дк} \cdot \frac{2 \cdot R}{R + i \cdot X_L + 2 \cdot R} \qquad I''_{1дк} = -0.918 + 0.321i \qquad F(I''_{1дк}) = (0.972 \quad 160.701)$$

$$I''_{2дк} := I''_{3дк} \cdot \frac{R + i \cdot X_L}{R + i \cdot X_L + 2 \cdot R} \qquad I''_{3дк} = -1.497 + 0.138i \qquad F(I''_{3дк}) = (1.504 \quad 174.738)$$

$$I_{1дк} := I'_{1дк} + I''_{1дк} \qquad I_{1дк} = -1.611 + 1.03i \qquad F(I_{1дк}) = (1.912 \quad 147.416)$$

$$I_{2дк} := I'_{2дк} + I''_{2дк} \qquad I_{2дк} = -0.504 - 0.089i \qquad F(I_{2дк}) = (0.512 \quad -169.956)$$

$$I_{3дк} := I'_{3дк} - I''_{3дк} \qquad I_{3дк} = 0.729 + 0.476i \qquad F(I_{3дк}) = (0.87 \quad 33.167)$$

$$u_{Cдк} := I_{3дк} \cdot (-i \cdot X_C) \qquad u_{Cдк} = 9.338 - 14.287i \qquad F(u_{Cдк}) = (17.068 \quad -56.833)$$

$$u_{Lдк} := I_{1дк} \cdot i \cdot X_L \qquad u_{Lдк} = -61.781 - 96.661i \qquad F(u_{Lдк}) = (114.718 \quad -122.584)$$

$$i_{1дк}(t) := |I_{1дк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{1дк}))$$

$$i_{2дк}(t) := |I_{2дк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{2дк}))$$

$$i_{3дк}(t) := |I_{3дк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{3дк}))$$

$$u_{Cдк}(t) := |u_{Cдк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(u_{Cдк}))$$

$$u_{Lдк}(t) := |u_{Lдк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(u_{Lдк}))$$

Початкові умови:

$u_{Cдк}(0) = -20.205$

$i_{Lдк}(0) = 1.456$

Given

$$i_{20} = i_{10} - i_{30}$$

$$e_1(0) - e_2(0) = u_{L0} + u_{C0} + i_{10} \cdot R$$

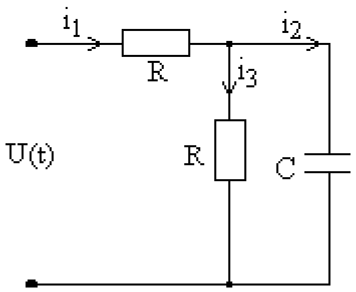
$$e_2(0) = i_{20} \cdot R - u_{C0}$$

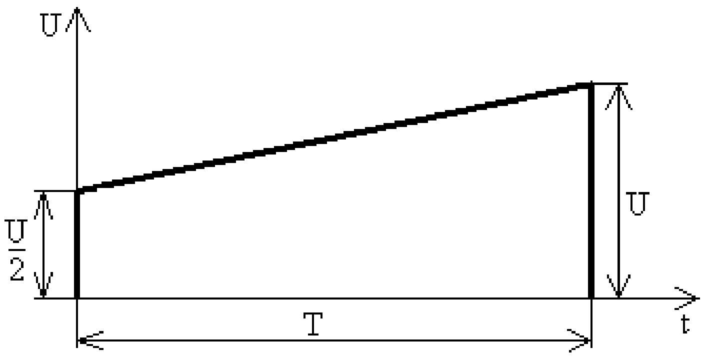
$$\begin{pmatrix} i_{30} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{30}, i_{20}, u_{L0})$$

$i_{10} = 1.456 \qquad i_{20} = -0.253 \qquad i_{30} = 1.709 \qquad u_{L0} = -96.289 \qquad u_{C0} = -20.205$

Інтеграл Дюамеля

$T := 0.8$ $\qquad E_1 := 110$ $\qquad E := 1$





Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \frac{0}{R + R}$ $\qquad i_{1дк} = 0$

$i_{3дк} := i_{1дк}$ $\qquad i_{3дк} = 0$ $\qquad i_{2дк} := 0$ $\qquad i_{2дк} = 0$

$u_{Cдк} := 0 - i_{1дк} \cdot R$ $\qquad u_{Cдк} = 0$

Усталений режим після комутації: $t = \infty$

$i'_1 := \frac{E}{R + R}$ $\qquad i'_1 = 6.25 \times 10^{-3}$

$i'_3 := i'_1$ $\qquad i'_3 = 6.25 \times 10^{-3}$ $\qquad i'_2 := 0$ $\qquad i'_2 = 0$

$u'_C := E - i'_1 \cdot R$ $\qquad u'_C = 0.5$

Незалежні початкові умови

$u_{C0} := u_{Cдк}$ $\qquad u_{C0} = 0$

Залежні початкові умови

Given

$i_{20} = i_{10} - i_{30}$

$E = i_{30} \cdot R + i_{10} \cdot R$

$0 = u_{C0} - i_{30} \cdot R$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ i_{30} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{10}, i_{20}, i_{30})$$

$i_{10} = 0.013$ $\qquad i_{20} = 0.013$ $\qquad i_{30} = 0$

Вільний режим після комутайії: $t = 0$

Складемо характерестичне рівняння схеми

$$Z_{vx}(p) := R + \frac{R \cdot \frac{1}{p \cdot C}}{R + \frac{1}{p \cdot C}} \qquad Zvx(p) := \frac{R \cdot \left(R + \frac{1}{p \cdot C}\right) + R \cdot \frac{1}{p \cdot C}}{R + \frac{1}{p \cdot C}}$$

$$p := R \cdot \left(R + \frac{1}{p \cdot C}\right) + R \cdot \frac{1}{p \cdot C} \;\Big|\begin{smallmatrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{smallmatrix} \rightarrow -147.06 \qquad T := \frac{1}{|p|} \cdot T \qquad T = 5.44 \times 10^{-3}$$

Одже корень характеристичного рівняння має вигляд: $p = -147.06$

Вільна складова струма буде мати вигляд:

$i''_1(t) = A_1 \cdot e^{p \cdot t}$

Визначення сталих інтегрування:

$A_1 := i_{10} - i'_1 \qquad A_1 = 6.25 \times 10^{-3}$

Отже: $\quad i''_1(t) := A_1 \cdot e^{p \cdot t}$

Повні значення цих струмів:

$g_{11}(t) := i'_1 + i''_1(t) \qquad g_{11}(t) \text{ float}, 5 \;\rightarrow 6.2500 \cdot 10^{-3} + 6.2500 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(-147.06 \cdot t)$

$h_{cU}(t) := E \cdot \dfrac{R}{R + R} \cdot \left(1 - e^{p \cdot t}\right) \text{ float}, 5 \;\rightarrow .50000 - .50000 \cdot \exp(-147.06 \cdot t)$

Визначимо закони зміни напруги на всіх проміжках часу:

$U_0 := \dfrac{E_1}{2} \qquad U_0 = 55$

$U_1(t) := U_0 + \dfrac{E_1}{2T} \cdot t \qquad U_1(t) \text{ float}, 5 \;\rightarrow 55. + 10110. \cdot t \qquad 0 < t < T$

$U_2 := 0 \qquad U_2 = 0 \qquad T < t < \infty$

$U'_1 := \dfrac{d}{dt} U_1(t) \text{ float}, 5 \;\rightarrow 10110.$

Струм на цих проміжках буде мати вигляд:

$i_1(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + \int_0^t U'_1 \cdot g_{11}(t - \tau)\, d\tau \qquad i_1(t) \left| \begin{array}{l} \text{factor} \\ \text{float}, 3 \end{array} \right. \rightarrow .773 - 8.59 \cdot 10^{-2} \cdot \exp(-147. \cdot t) + 63.2 \cdot t$

$i_2(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + \int_0^T U'_1 \cdot g_{11}(t - \tau)\, d\tau + \left(U_2 - E_1\right) \cdot g_{11}(t - T)$

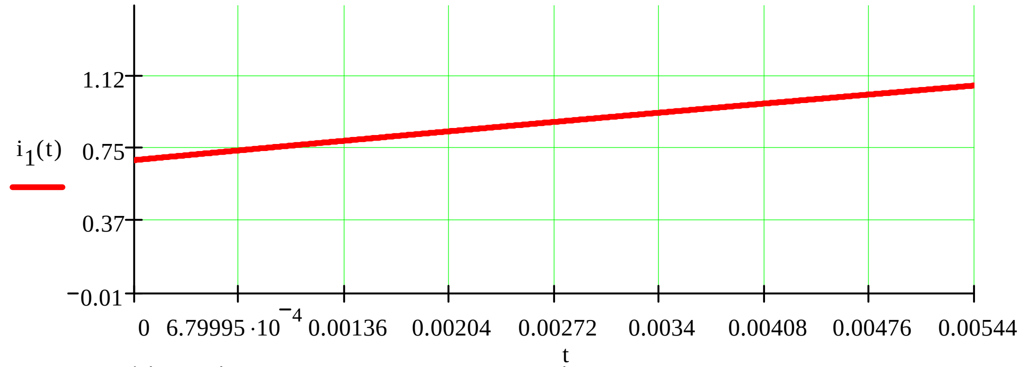
$i_2(t) \left| \begin{array}{l} \text{factor} \\ \text{float}, 3 \end{array} \right. \rightarrow -1.27 \cdot 10^{-5} - 8.59 \cdot 10^{-2} \cdot \exp(-147. \cdot t) - .258 \cdot \exp(-147. \cdot t + .800)$

Напруга на індуктивнисті на цих проміжках буде мати вигляд:

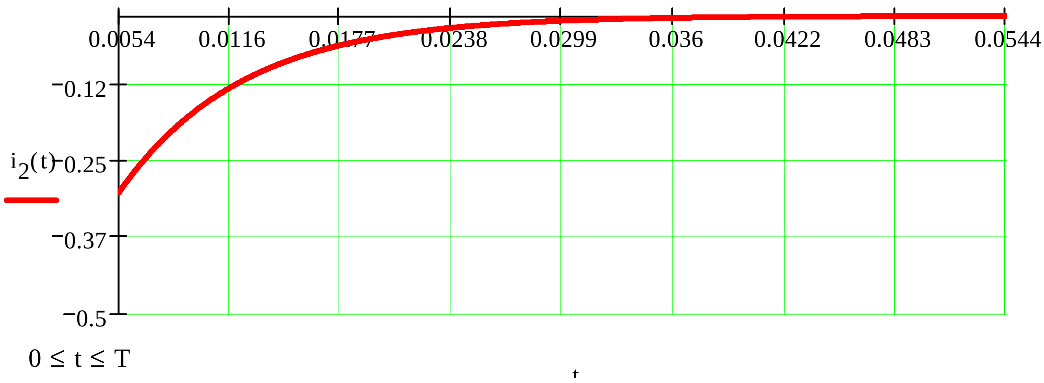
$u_{C1}(t) := U_0 \cdot h_{cU}(t) + \int_0^t U'_1 \cdot h_{cU}(t - \tau)\, d\tau \text{ float}, 4 \;\rightarrow -6.874 + 6.87 \cdot \exp(-147.1 \cdot t) + 5055. \cdot t$

$u_{C2}(t) := U_0 \cdot h_{cU}(t) + \int_0^T U'_1 \cdot h_{cU}(t - \tau)\, d\tau + \left(U_2 - E_1\right) \cdot h_{cU}(t - T)$

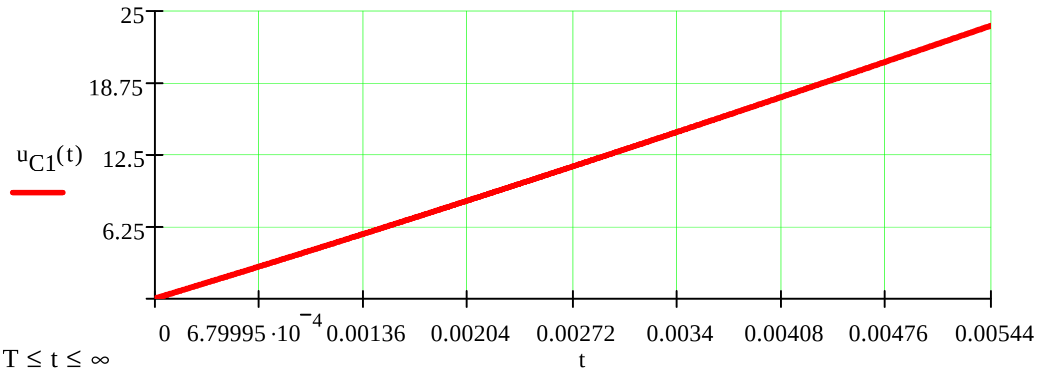
Графік вхідного струму на проміжку: $0 \le t \le T$



Графік вхідного струму на проміжку: $T \le t \le \infty$



$0 \le t \le T$



$T \le t \le \infty$