

Министерство образования и науки Украины  
Национальный технический университет Украины  
“Киевский Политехнический Институт”  
Кафедра ТОЭ

***Расчетно-графическая работа***  
***“Трёхфазные цепи”***  
*Вариант № 181*

Выполнил:\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Проверил:\_\_\_\_\_

**Киев 2007**

## Условие задания

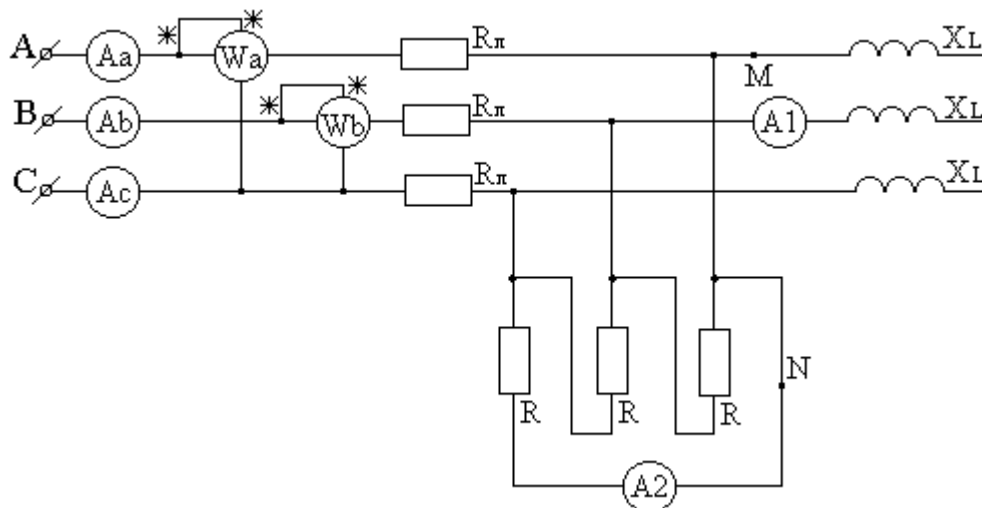
Симметричный трёхфазный генератор с обмотками, соединёнными в звезду, питает через трехпроводную линию электропередачи нагрузку с элементами, соединёнными звездой и треугольником.

### Требуется:

1. Определить показания включенных в цепь измерительных приборов, полагая нагрузки симметричной.
2. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
3. По результатам расчета п.1 построить для симметричной нагрузки совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.
4. Провести расчет токов во всех ветвях напряжений на всех участках цепи, определить показания измерительных приборов в аварийном режиме, делая обрыв в указанной точке.
5. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
6. По результатам расчета п.4 построить совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.

$$U_A := 220 \quad U_B := U_A \quad U_C := U_B \quad \psi_A := 0 \quad R_L := 14.6 \quad R := 42 \quad X_L := 21$$

Обрыв проводится в точке N.



Общая схема трёхфазной цепи

## Определение показаний измерительных приборов при симметричной нагрузке.

Так как нагрузка симметрическая, то будем проводить расчет только по одной фазе. Токи в остальных фазах будут такими же, только будут отличаться углы.

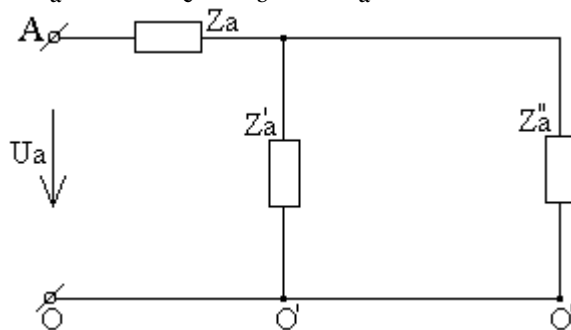
За опорную примем фазу А. Фазные напряжения генератора и сопротивления элементов нагрузки в комплексной форме равны:

$$E_A := U_A \cdot e^{i \cdot \psi_A \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_B := U_B \cdot e^{i(\psi_A - 120) \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_C := U_C \cdot e^{i(\psi_A + 120) \cdot \frac{\pi}{180}}$$

$$F(E_A) = (220 \ 0) \quad F(E_B) = (220 \ -120) \quad F(E_C) = (220 \ 120)$$

$$R' := \frac{R^2}{3R} \quad R' = 14$$

$$\begin{array}{llll} Z_a := R_L & Z_b := Z_a & Z_c := Z_b & Z_a = 14.6 \\ Z'_a := R' & Z'_b := Z'_a & Z'_c := Z'_b & Z'_a = 14 \\ Z''_a := X_L \cdot i & Z''_b := Z''_a & Z''_c := Z''_b & Z''_a = 21i \end{array}$$



Преобразованная схема (фаза А)

Эквивалентное сопротивление данной схемы равно:

$$Z_{ea} := Z_a + \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea} = 24.292 + 6.462i$$

Ток в фазе А, согласно закону Ома, равен:

$$I_A := \frac{E_A}{Z_{ea}} \quad I_A = 8.458 - 2.25i \quad F(I_A) = (8.752 \ -14.895)$$

Соответственно в фазах В и С:

$$I_B := I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_B = -6.177 - 6.2i \quad F(I_B) = (8.752 \ -134.895)$$

$$I_C := I_A \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_C = -2.281 + 8.45i \quad F(I_C) = (8.752 \ 105.105)$$

Фазное напряжение на параллельном участке А'О равно:

$$Z_{ea'} := \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea'} = 9.692 + 6.462i$$

$$U_{A'O} := I_A \cdot Z_{ea'} \quad U_{A'O} = 96.514 + 32.846i$$

Остальные токи равны:

$$I'_A := \frac{U_{A'O}}{Z'_a} \quad I'_A = 6.894 + 2.346i \quad F(I'_A) = (7.282 \ 18.795)$$

$$I_B := I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I_B = -1.415 - 7.143i \quad F(I_B) = (7.282 \quad -101.205)$$

$$I_C := I_A \cdot e^{i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I_C = -5.479 + 4.797i \quad F(I_C) = (7.282 \quad 138.795)$$

$$I''_A := \frac{U_{A'O}}{Z_a} \quad I''_A = 1.564 - 4.596i \quad F(I''_A) = (4.855 \quad -71.205)$$

$$I''_B := I''_A \cdot e^{-i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I''_B = -4.762 + 0.943i \quad F(I''_B) = (4.855 \quad 168.795)$$

$$I''_C := I''_A \cdot e^{i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I''_C = 3.198 + 3.653i \quad F(I''_C) = (4.855 \quad 48.795)$$

$$I'_A := \frac{U_{A'O}}{Z_a} \quad I'_A = 6.894 + 2.346i \quad F(I'_A) = (7.282 \quad 18.795)$$

$$I'_B := I'_A \cdot e^{-i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I'_B = -1.415 - 7.143i \quad F(I'_B) = (7.282 \quad -101.205)$$

$$I'_C := I'_A \cdot e^{i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I'_C = -5.479 + 4.797i \quad F(I'_C) = (7.282 \quad 138.795)$$

Линейное напряжение равно:

$$U_{A'B'} := U_{A'O} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} \quad U_{A'B'} = 116.325 + 132.853i \quad F(U_{A'B'}) = (176.583 \quad 48.795)$$

$$I_{A'B'} := \frac{U_{A'B'}}{R} \quad I_{A'B'} = 2.77 + 3.163i \quad F(I_{A'B'}) = (4.204 \quad 48.795)$$

$$I_{B'C'} := I_{A'B'} \cdot e^{-i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I_{B'C'} = 1.355 - 3.98i \quad F(I_{B'C'}) = (4.204 \quad -71.205)$$

$$I_{C'A'} := I_{A'B'} \cdot e^{i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I_{C'A'} = -4.124 + 0.817i \quad F(I_{C'A'}) = (4.204 \quad 168.795)$$

На основании выполненных расчетов, показания амперметров будут равны:

$$A_1 = 4.855 \quad A_2 = 4.204 \quad A_a = 8.752 \quad A_b = 8.752 \quad A_c = 8.752$$

Находим показания ваттметров. Ваттметры показывают вещественную часть произведения комплекса напряжения, приложенного к обмотке напряжения (его отсчитывают от начала обмотки к концу), на сопряженный комплекс тока, протекающего через обмотку тока:

Показание ваттметра  $W_a$ :

$$E_{AC} := E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} \quad E_{AC} = 330 - 190.526i$$

$$W_a := \operatorname{Re}(E_{AC} \cdot \overline{I_A}) \quad W_a = 3.22 \times 10^3$$

Показание ваттметра  $W_b$ :

$$E_{BC} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} \quad E_{AC} = 330 - 190.526i$$

$$W_b := \operatorname{Re}(E_{BC} \cdot \overline{I_B}) \quad W_b = 2.362 \times 10^3$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b$$

$$W = 5.582 \times 10^3$$

### Баланс активной и реактивной мощностей

Правильность расчетов проверим, составив баланс активных и реактивных мощностей. Мощность источника энергии определяют в виде суммы произведений комплексов фазных ЭДС (напряжений) на сопряженные комплексы токов соответствующих фаз. В симметричной трёхфазной системе мощность, отдаваемая в нагрузку источником, равна утроенной мощности одной фазы.

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C}$$

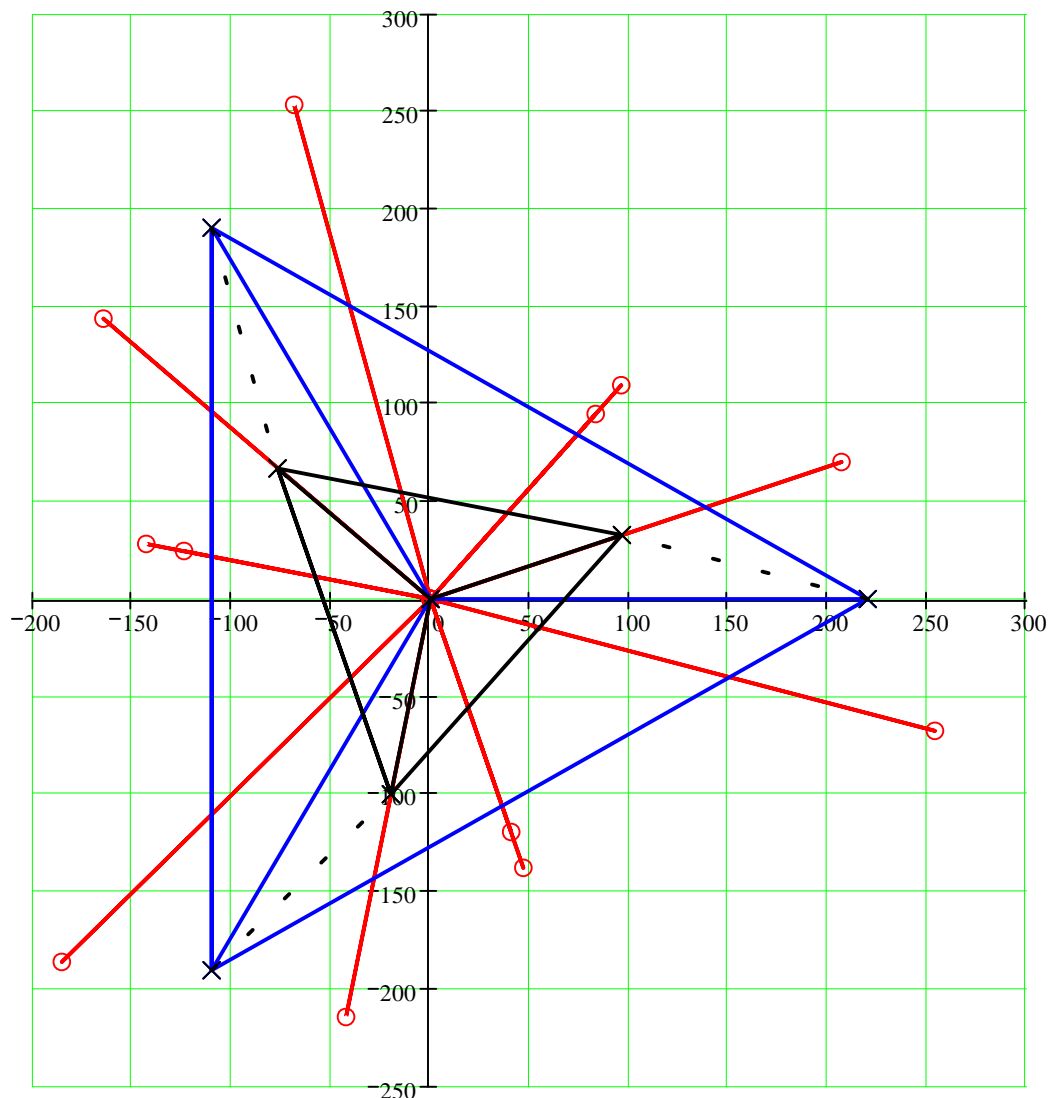
$$S_r = 5.582 \times 10^3 + 1.485i \times 10^3$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

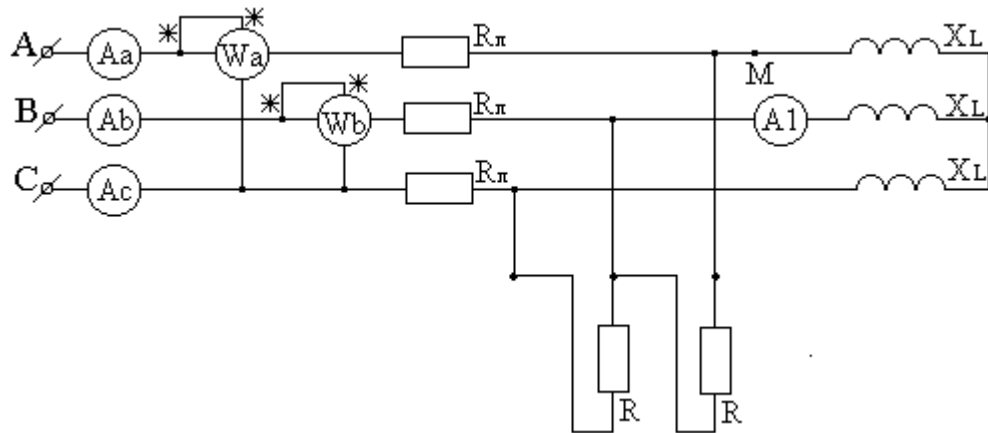
$$P_{pr} := \left[ (|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R_L + \left[ (|I'_{AB}|)^2 + (|I'_{BC}|)^2 + (|I'_{CA}|)^2 \right] \cdot R \quad P_{pr} = 5.582 \times 10^3$$

$$Q_{pr} := \left[ (|I''_A|)^2 + (|I''_B|)^2 + (|I''_C|)^2 \right] \cdot X_L \cdot i \quad Q_{pr} = 1.485i \times 10^3$$

### Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.



## Определение показаний измерительных приборов в аварийном режиме.

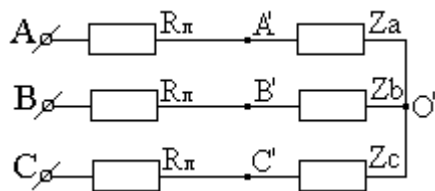


Несимметричная трёхфазная система.

С целью упрощения схемы несимметричной трёхфазной системы нагрузки с элементами, соединенными звездой, следует заменить эквивалентным треугольником.

$$X'_L := X_L + X_L + \frac{X_L \cdot X_L}{X_L} \quad X'_L = 63$$

Параллельно включенные сопротивления нагрузки можно заменить эквивалентными, в результате чего образуется несимметричный треугольник. Заменяв его эквивалентной звездой, рассчитываемую цепь приводят к виду:



Несимметричная звезда.

Сопротивления несимметричного треугольника равны:

$$Z_{C'A'} := X'_L \cdot i \quad Z_{C'A'} = 63i$$

$$Z_{A'B'} := \frac{X'_L \cdot i \cdot R}{R + X'_L \cdot i} \quad Z_{B'C'} := Z_{A'B'} \quad Z_{C'A'} = 63i$$

Сопротивление эквивалентной звезды:

$$Z_a := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_a = 8.4 + 16.8i$$

$$Z_b := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{B'C'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_b = 10.338 + 1.292i$$

$$Z_c := \frac{Z_{B'C'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_c = 8.4 + 16.8i$$

Полные комплексные сопротивления в каждой фазе цепи:

$$Z_{ea} := Z_a + Z_a \quad Z_{ea} = 23 + 16.8i$$

$$Z_{eb} := Z_b + Z_b \quad Z_{eb} = 24.938 + 1.292i$$

$$Z_{ec} := Z_c + Z_c \quad Z_{ec} = 23 + 16.8i$$

Фазные напряжения на нагрузке в цепи удобно определять, вычислив предварительно смещение нейтрали:

$$Y_A := \frac{1}{Z_{ea}} \quad Y_B := \frac{1}{Z_{eb}} \quad Y_C := \frac{1}{Z_{ec}}$$

$$Y_A = 0.028 - 0.021i \quad Y_B = 0.04 - 2.072i \times 10^{-3} \quad Y_C = 0.028 - 0.021i$$

$$U_{O''O} := \frac{E_A \cdot Y_A + E_B \cdot Y_B + E_C \cdot Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} \quad U_{O''O} = 36.04 - 27.926i$$

Фазные напряжения на элементах нагрузки цепи (рис.5) равны:

$$U_{AO''} := E_A - U_{O''O} \quad U_{AO''} = 183.96 + 27.926i \quad F(U_{AO''}) = (186.067 \quad 8.632)$$

$$U_{BO''} := E_B - U_{O''O} \quad U_{BO''} = -146.04 - 162.6i \quad F(U_{BO''}) = (218.555 \quad -131.929)$$

$$U_{CO''} := E_C - U_{O''O} \quad U_{CO''} = -146.04 + 218.451i \quad F(U_{CO''}) = (262.771 \quad 123.764)$$

Токи в фазах, равные фазным токам генератора и линейным токам исходной системы, определяют по закону Ома:

$$I_A := \frac{U_{AO''}}{Z_{ea}} \quad I_A = 5.794 - 3.018i \quad F(I_A) = (6.533 \quad -27.514)$$

$$I_B := \frac{U_{BO''}}{Z_{eb}} \quad I_B = -6.177 - 6.2i \quad F(I_B) = (8.752 \quad -134.895)$$

$$I_C := \frac{U_{CO''}}{Z_{ec}} \quad I_C = 0.383 + 9.218i \quad F(I_C) = (9.226 \quad 87.618)$$

$$U_{AB} := E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad U_{AB} = 330 + 190.526i \quad F(U_{AB}) = (381.051 \quad 30)$$

$$U_{AA'} := I_A \cdot Z_a \quad U_{AA'} = 84.591 - 44.061i \quad F(U_{AA'}) = (95.378 \quad -27.514)$$

$$U_{BC} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad U_{BC} = -381.051i \quad F(U_{BC}) = (381.051 \quad -90)$$

$$U_{BB'} := I_B \cdot Z_b \quad U_{BB'} = -90.189 - 90.519i \quad F(U_{BB'}) = (127.78 \quad -134.895)$$

$$U_{CA} := E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad U_{CA} = -330 + 190.526i \quad F(U_{CA}) = (381.051 \quad 150)$$

$$U_{CC'} := I_C \cdot Z_c \quad U_{CC'} = 5.598 + 134.58i \quad F(U_{CC'}) = (134.696 \quad 87.618)$$

Для определения токов во всех ветвях рассчитываемой схемы необходимо определить напряжение между точками A', B' и C'.

Согласно второму закону Кирхгофа:

$$U_{AB} := U_{AA'} + U_{A'B'} - U_{BB'} \quad U_{A'B'} := U_{AB} - U_{AA'} + U_{BB'} \quad U_{A'B'} = 155.221 + 144.068i \quad F(U_{A'B'}) = (211.776 \quad 42.866)$$

аналогично вычисляют

$$U_{B'C'} := U_{BC} - U_{BB'} + U_{CC'} \quad U_{B'C'} = 95.787 - 155.952i \quad F(U_{B'C'}) = (183.02 \quad -58.441)$$

$$U_{C'A'} := U_{CA} - U_{CC'} + U_{AA'} \quad U_{C'A'} = -251.007 + 11.884i \quad F(U_{C'A'}) = (251.289 \quad 177.289)$$

Токи, проходящие через реактивную нагрузку, согласно закону Ома, равны:

$$I_{A'B'} := \frac{U_{A'B'}}{R} \quad I_{A'B'} = 3.696 + 3.43i \quad F(I_{A'B'}) = (5.042 \quad 42.866)$$

$$I_{B'C'} := \frac{U_{B'C'}}{R} \quad I_{B'C'} = 2.281 - 3.713i \quad F(I_{B'C'}) = (4.358 \quad -58.441)$$

Токи в нагрузке, соединенной звездой в системе могут быть вычислены по первому закону Кирхгофа.

$$\begin{aligned} I''_A &:= I_A - I'_{A'B'} & I''_A &= 2.098 - 6.448i & F(I''_A) &= (6.781 \quad -71.976) \\ I''_C &:= I_C + I'_{B'C'} & I''_C &= 2.664 + 5.505i & F(I''_C) &= (6.115 \quad 64.175) \\ I''_B &:= I''_A + I''_C & I''_B &= 4.762 - 0.943i & F(I''_B) &= (4.855 \quad -11.205) \end{aligned}$$

На основании выполненных расчетов, показания амперметров будут равны:

$$A_1 = 4.855 (A) \quad A_2 = 0 (A) \quad A_a = 6.533 (A) \quad A_b = 8.752 (A) \quad A_c = 9.226 (A)$$

Расчет показаний ваттметров выполняется так же, как и в случае симметричной системы:

Показание ваттметра  $W_a$ :

$$\begin{aligned} E_{AC} &:= E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} & E_{AC} &= 330 - 190.526i \\ W_a &:= \operatorname{Re}(E_{AC} \cdot \overline{I_A}) & W_a &= 2.487 \times 10^3 \end{aligned}$$

Показание ваттметра  $W_b$ :

$$\begin{aligned} E_{BC} &:= E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} & E_{AC} &= 330 - 190.526i \\ W_b &:= \operatorname{Re}(E_{BC} \cdot \overline{I_B}) & W_b &= 2.362 \times 10^3 \end{aligned}$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 4.849 \times 10^3$$

### Баланс активной и реактивной мощностей

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C} \quad S_r = 4.849 \times 10^3 + 2.246i \times 10^3$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$\begin{aligned} P_{pr} &:= \left[ (|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R_L + \left[ (|I'_{A'B'}|)^2 + (|I'_{B'C'}|)^2 \right] \cdot R & P_{pr} &= 4.849 \times 10^3 \\ Q_{pr} &:= \left[ (|I''_A|)^2 + (|I''_B|)^2 + (|I''_C|)^2 \right] \cdot X_L \cdot i & Q_{pr} &= 2.246i \times 10^3 \end{aligned}$$



## Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.

