

**Министерство образования и науки Украины
Национальный технический университет Украины
“Киевский Политехнический Институт”
Кафедра ТОЭ**

Расчетно-графическая работа

“Расчёт цепей постоянного тока”

Вариант № 209

Выполнил: _____

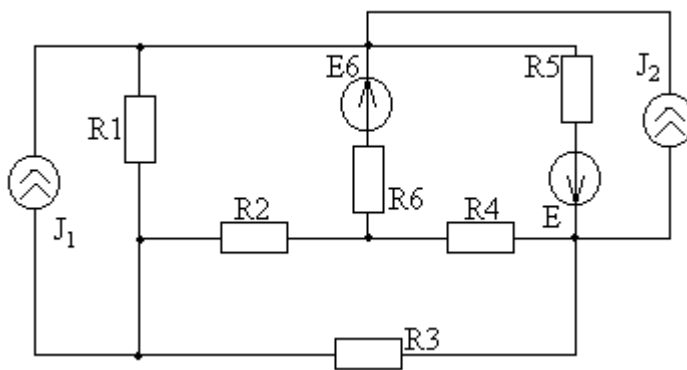
Проверил: _____

Киев 2006

Задание:

1. Найти токи в ветках данной электрической цепи методом узловых потенциалов и контурных токов. Проверить расчёт цепи при помощи законов Кирхгофа для каждого узла и независимого контура. Сложить и проверить уравнение баланса мощностей.
2. Построить потенциальную диаграмму для контура данной цепи.
3. Преобразовать данную цепь к трём независимым контурам. В полученной цепи найти токи в ветках методом наложения. Проверить расчеты цепи за законами Кирхгофа
4. Найти токи в ветках данной цепи методом эквивалентного генератора.

$$\begin{array}{llllll} R_1 := 20 & R_2 := 25 & R_3 := 40 & R_4 := 50 & R_5 := 5 & R_6 := 100 \\ E := 50 & E_6 := 100 & J_1 := 5 & J_2 := 25 & & \end{array}$$



Метод контурных токов

За вторым законом Кирхгофа составляем систему уравнений. Решая полученную систему уравнений, находим контурные токи.

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_6) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_2 - J_1 \cdot R_1 = -E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot (R_5 + R_4 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 + J_2 \cdot R_5 = E_6 + E$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = 0.44$$

$$I_{K2} = 0.553$$

$$I_{K3} = 0.336$$

Токи ветвей схемы равны:

$$I_1 := J_1 - I_{K1} \quad I_1 = 4.56$$

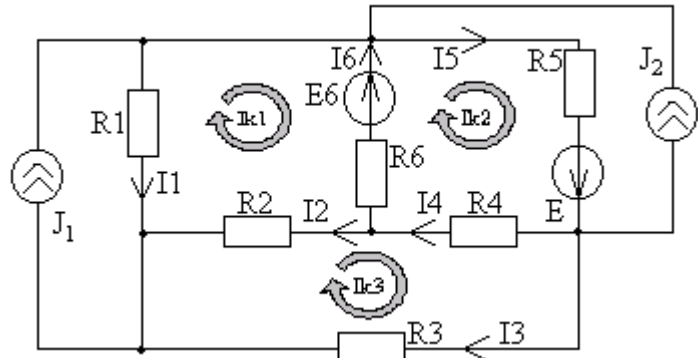
$$I_2 := I_{K1} - I_{K3} \quad I_2 = 0.103$$

$$I_3 := I_{K3} \quad I_3 = 0.336$$

$$I_4 := I_{K2} - I_{K3} \quad I_4 = 0.217$$

$$I_5 := I_{K2} + J_2 \quad I_5 = 25.553$$

$$I_6 := I_{K2} - I_{K1} \quad I_6 = 0.114$$



Метод узловых потенциалов

Примем потенциал точки 1 равным 0: $\phi_1 := 0$

Найдем узловые и межузловые проводимости и узловые токи:

$$G_{22} := \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad G_{22} = 0.115$$

$$G_{33} := \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_5} \quad G_{33} = 0.26$$

$$G_{44} := \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \quad G_{44} = 0.245$$

$$G_{21} := \frac{1}{R_2} \quad G_{21} = 0.04$$

$$G_{23} := \frac{1}{R_1} \quad G_{23} = 0.05$$

$$G_{24} := \frac{1}{R_3} \quad G_{24} = 0.025$$

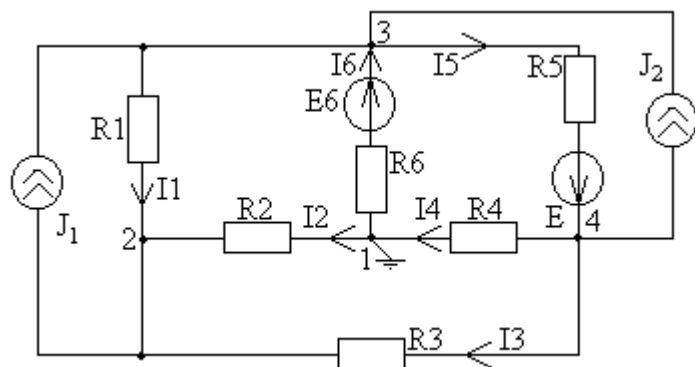
$$G_{31} := \frac{1}{R_6} \quad G_{31} = 0.01$$

$$G_{32} := G_{23} \quad G_{32} = 0.05$$

$$G_{34} := \frac{1}{R_5} \quad G_{34} = 0.2$$

$$G_{41} := \frac{1}{R_4} \quad G_{41} = 0.02$$

$$J_{B4} := \frac{E}{R_5} - J_2 \quad J_{B4} = -15$$



$$G_{42} := G_{24} \quad G_{42} = 0.025$$

$$G_{43} := G_{34} \quad G_{43} = 0.2$$

$$J_{B2} := -J_1 \quad J_{B2} = -5$$

$$J_{B3} := J_1 + J_2 + \frac{E_6}{R_6} - \frac{E}{R_5} \quad J_{B3} = 21$$

Подставив найденные значения проводимостей и узловых токов в расчетную систему уравнений и найдем искомые потенциалы узлов 2 и 4:

$$\phi_2 := 1 \quad \phi_3 := 1 \quad \phi_4 := 1$$

Given

$$-G_{21} \cdot \phi_1 + G_{22} \cdot \phi_2 - G_{23} \cdot \phi_3 - G_{24} \cdot \phi_4 = J_{B2}$$

$$-G_{31} \cdot \phi_1 - G_{32} \cdot \phi_2 + G_{33} \cdot \phi_3 - G_{34} \cdot \phi_4 = J_{B3}$$

$$-G_{41} \cdot \phi_1 - G_{42} \cdot \phi_2 - G_{43} \cdot \phi_3 + G_{44} \cdot \phi_4 = J_{B4}$$

$$\begin{pmatrix} \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{pmatrix} := \text{Find}(\phi_2, \phi_3, \phi_4) \quad \phi_2 = -2.585 \quad \phi_3 = 88.625 \quad \phi_4 = 10.858$$

Токи ветвей схемы находим за законом Ома:

$$I_1 := \frac{\phi_3 - \phi_2}{R_1} \quad I_1 = 4.56$$

$$I_2 := \frac{\phi_1 - \phi_2}{R_2} \quad I_2 = 0.103$$

$$I_3 := \frac{\phi_4 - \phi_2}{R_3} \quad I_3 = 0.336$$

$$I_4 := \frac{\phi_4 - \phi_1}{R_4} \quad I_4 = 0.217$$

$$I_5 := \frac{\phi_3 - \phi_4 + E}{R_5} \quad I_5 = 25.553$$

$$I_6 := I_4 - I_2 \quad I_6 = 0.114$$

Проверка:

За 1-м законом Кирхгофа:

$$-I_6 + I_4 - I_2 = 0$$

$$-I_5 + I_4 + I_3 + J_2 = -5.684 \times 10^{-14}$$

$$I_1 + I_2 + I_3 - J_1 = 1.066 \times 10^{-14}$$

$$I_1 + I_5 - I_6 - J_1 - J_2 = 6.75 \times 10^{-14}$$

За 2-м законом Кирхгофа:

$$E_6 + E = 150$$

$$I_4 \cdot R_4 + I_5 \cdot R_5 + I_6 \cdot R_6 = 150$$

$$I_5 \cdot R_5 + I_4 \cdot R_4 + I_2 \cdot R_2 - I_1 \cdot R_1 = 50$$

$$E = 50$$

$$I_2 \cdot R_2 + I_4 \cdot R_4 - I_3 \cdot R_3 = 0$$

$$-I_2 \cdot R_2 + I_1 \cdot R_1 + I_6 \cdot R_6 = 100$$

$$E_6 = 100$$

Баланс мощностей:

$$E \cdot I_5 + E_6 \cdot I_6 + J_1 \cdot (I_1 \cdot R_1) + J_2 \cdot (I_5 \cdot R_5 - E) = 3.689 \times 10^3$$

$$I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6 = 3.689 \times 10^3$$

Потенциальная диаграмма

$$\phi_1 = 0$$

$$\phi_4 := \phi_1 - I_5 \cdot R_5$$

$$\phi_4 = -127.766$$

$$\phi_3 := \phi_4 + E$$

$$\phi_3 = -77.766$$

$$\phi_2 := \phi_3 - I_4 \cdot R_4$$

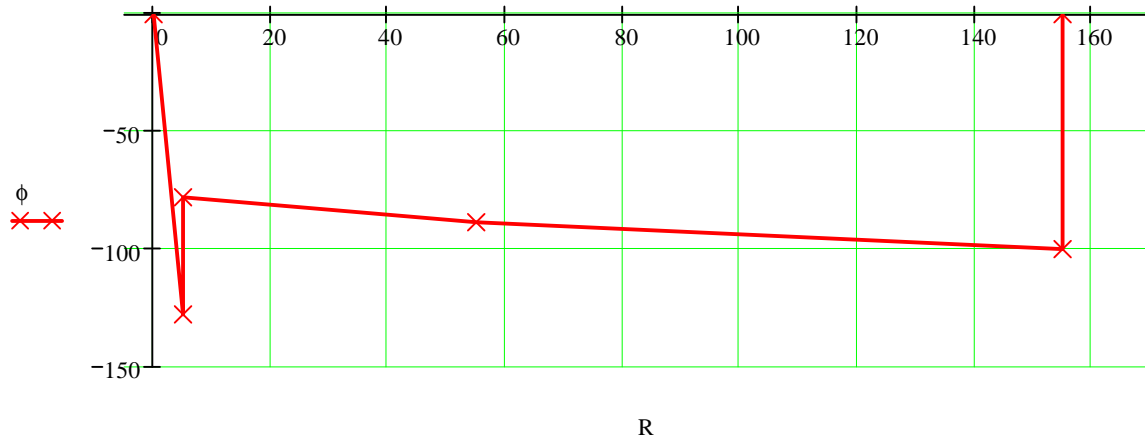
$$\phi_2 = -88.625$$

$$\phi_7 := \phi_2 - I_6 \cdot R_6$$

$$\phi_7 = -100$$

$$\phi_1 := \phi_7 + E_6$$

$$\phi_1 = 2.142 \times 10^{-11}$$



Метод эквивалентного генератора

Вырезавши из выходной схемы ветку с сопротивлением R_1 и источником питания E , получаем схему. В выходной схеме ток I_1 направленный от узла 2 к узлу 1, такое же направление выберем и для напряжения холостого хода U_{1x} .

Для нахождения напряжения U_{1x} сначала надо найти токи в ветвях с сопротивлениями R_6 и R_3 . Для этого воспользуемся методом контурных токов:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_6) - I_{K2} \cdot R_2 - J_1 \cdot R_1 - J_2 \cdot R_1 = -E_6$$

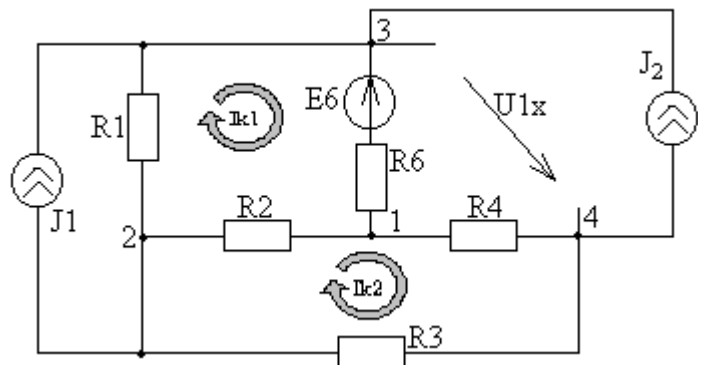
$$-I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) - J_2 \cdot R_3 = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2})$$

$$I_{K1} = 5.14 \quad I_{K2} = 9.813$$

Искомое напряжение холостого хода равно:

$$U_{1X} := I_{K2} \cdot R_4 + I_{K1} \cdot R_6 + E_6 \quad U_{1X} = 1.105 \times$$



Эквивалентное сопротивление цепи равно:

$$R_E := \frac{\left(R_3 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_6} \right) \cdot \left(R_4 + \frac{R_2 \cdot R_6}{R_1 + R_2 + R_6} \right)}{R_3 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_6} + R_4 + \frac{R_2 \cdot R_6}{R_1 + R_2 + R_6}} + \frac{R_1 \cdot R_6}{R_1 + R_2 + R_6} \quad R_E = 40.187$$

Искомый ток, вырезаной ветки, равен:

$$I_5 := \frac{E + U_{1X}}{R_E + R_5} \quad I_5 = 25.553$$

Метод наложения

В цепи действует только E:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_6) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_2 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot (R_4 + R_5 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 = E$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = 0.879 \quad I_{K2} = 1.107 \quad I_{K3} = 0.672$$

$$I_{1E} := I_{K1} \quad I_{1E} = 0.879$$

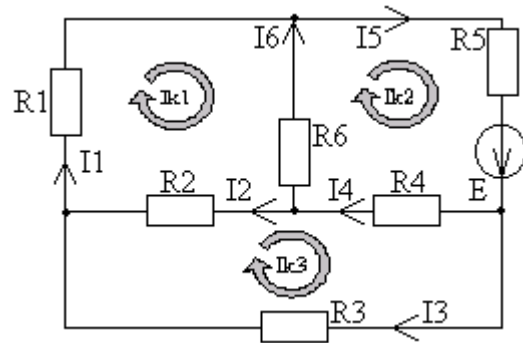
$$I_{2E} := I_{K1} - I_{K3} \quad I_{2E} = 0.207$$

$$I_{3E} := I_{K3} \quad I_{3E} = 0.672$$

$$I_{4E} := I_{K2} - I_{K3} \quad I_{4E} = 0.434$$

$$I_{5E} := I_{K2} \quad I_{5E} = 1.107$$

$$I_{6E} := I_{K2} - I_{K1} \quad I_{6E} = 0.228$$



В цепи действует только E6:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_6) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_2 = -E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot (R_4 + R_5 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 = E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -0.355 \quad I_{K2} = 0.455 \quad I_{K3} = 0.121$$

$$I_{1E6} := -I_{K1} \quad I_{1E6} = 0.355$$

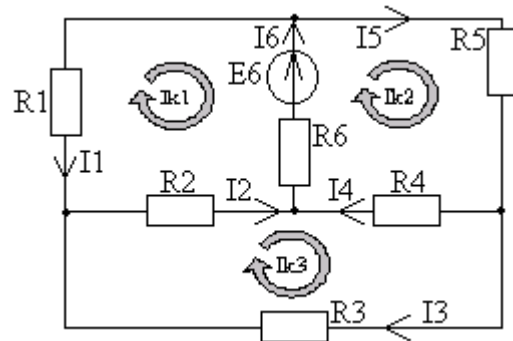
$$I_{2E6} := I_{K3} - I_{K1} \quad I_{2E6} = 0.476$$

$$I_{3E6} := I_{K3} \quad I_{3E6} = 0.121$$

$$I_{4E6} := I_{K2} - I_{K3} \quad I_{4E6} = 0.334$$

$$I_{5E6} := I_{K2} \quad I_{5E6} = 0.455$$

$$I_{6E6} := I_{K2} - I_{K1} \quad I_{6E6} = 0.81$$



В цепи действует только J1:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_6) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_2 - J_1 \cdot R_1 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot (R_4 + R_5 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = 2.113 \quad I_{K2} = 1.758 \quad I_{K3} = 1.224$$

$$I_{1J1} := J_1 - I_{K1} \quad I_{1J1} = 2.887$$

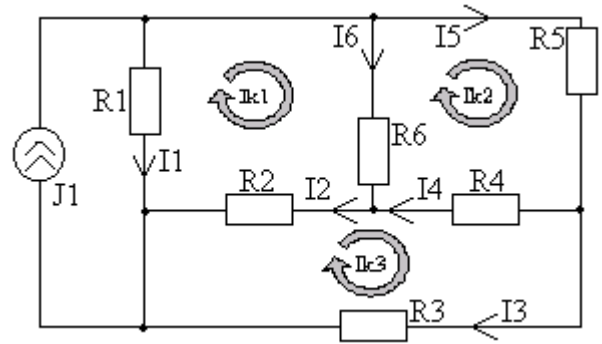
$$I_{2J1} := I_{K1} - I_{K3} \quad I_{2J1} = 0.889$$

$$I_{3J1} := I_{K3} \quad I_{3J1} = 1.224$$

$$I_{4J1} := I_{K2} - I_{K3} \quad I_{4J1} = 0.534$$

$$I_{5J1} := I_{K2} \quad I_{5J1} = 1.758$$

$$I_{6J1} := I_{K1} - I_{K2} \quad I_{6J1} = 0.355$$



В цепи действует только J2:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_6) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_2 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot (R_4 + R_5 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 + J_2 \cdot R_5 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -2.198 \quad I_{K2} = -2.766 \quad I_{K3} = -1.68$$

$$I_{1J2} := -I_{K1} \quad I_{1J2} = 2.198$$

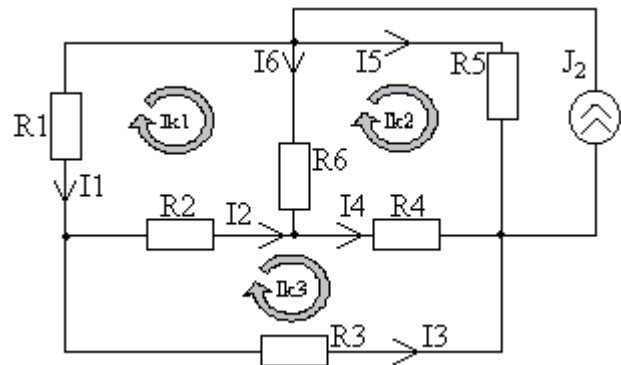
$$I_{2J2} := I_{K3} - I_{K1} \quad I_{2J2} = 0.517$$

$$I_{3J2} := -I_{K3} \quad I_{3J2} = 1.68$$

$$I_{4J2} := I_{K3} - I_{K2} \quad I_{4J2} = 1.086$$

$$I_{5J2} := I_{K2} + J_2 \quad I_{5J2} = 22.234$$

$$I_{6J2} := I_{K1} - I_{K2} \quad I_{6J2} = 0.569$$



В основной цепи действуют токи:

$$I_1 := -I_{1E} + I_{1E6} + I_{1J1} + I_{1J2}$$

$$I_1 = 4.56$$

$$I_2 := I_{2E} - I_{2E6} + I_{2J1} - I_{2J2}$$

$$I_2 = 0.103$$

$$I_3 := I_{3E} + I_{3E6} + I_{3J1} - I_{3J2}$$

$$I_3 = 0.336$$

$$I_4 := I_{4E} + I_{4E6} + I_{4J1} - I_{4J2}$$

$$I_4 = 0.217$$

$$I_5 := I_{5E} + I_{5E6} + I_{5J1} + I_{5J2}$$

$$I_5 = 25.553$$

$$I_6 := I_{6E} + I_{6E6} - I_{6J1} - I_{6J2}$$

$$I_6 = 0.114$$