

Министерство образования и науки Украины  
Национальный технический университет Украины  
“Киевский Политехнический Институт”  
Кафедра ТОЭ

## ***Расчетно-графическая работа***

*“Расчёт цепей постоянного тока”*

*Вариант № 216*

Выполнил: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Проверил: \_\_\_\_\_

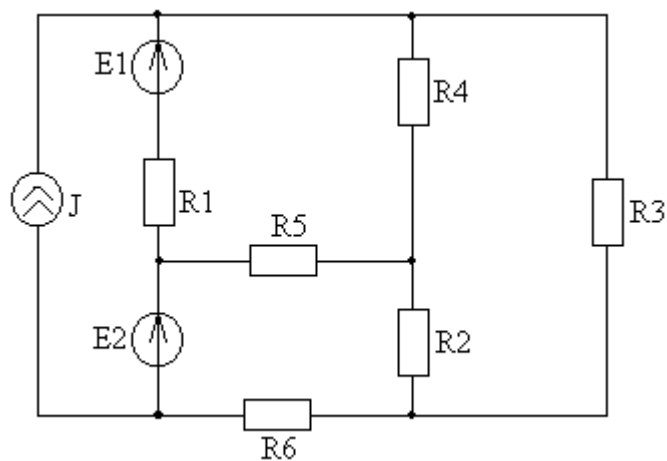
Киев 2006

В электрической цепи действуют источники напряжения ЭРС  $E_1$  и  $E_2$  и источник тока  $J$ . Параметры схемы и значения источников приведены в таблицах.

**Необходимо:**

1. Рассчитать токи во всех ветвях заданной схемы **методом контурных токов:**
  - Ø Составить баланс мощностей для заданной схемы,
  - Ø На основании законов Кирхгофа составить систему уравнений для заданного контура, подставить в эти уравнения значения токов и убедиться в правильности полученных расчетов.
2. Рассчитать токи во всех ветвях заданной схемы **методом узловых потенциалов:**
  - Ø Построить потенциальную диаграмму для всех элементов замкнутого контура, который проходит через обе ЭРС,
  - Ø Убедиться, что показания вольтметра  $V$  не зависит от способа, по которому находится напряжение между клеммами вольтметра.
3. Рассчитать токи во всех ветвях заданной схемы **методом наложения:**
  - Ø Для расчета схемы с источником напряжения  $E_1$  использовать эквивалентные преобразования, для схем с  $E_2$  и  $J$  любые другие методы.
4. Рассчитать токи во всех ветвях заданной схемы **методом эквивалентного генератора:**
  - Ø Найти какую надо включить ЭРС в первую ветку чтобы ток  $I_1$  изменил направление и увеличился в 5 раз.
  - Ø Найти зависимость между током в первой ветви  $I_1$  и сопротивлением в третьей ветке  $R_3$  ( $I_1=f(R_3)$ ) при постоянстве всех остальных параметров. Рассчитать ток  $I_1$  при  $R_3 = 5$  (Ом).

$R_1 := 15$	$R_2 := 20$	$R_3 := 25$	$R_4 := 30$	$R_5 := 35$	$R_6 := 40$
$E_1 := 75$	$E_2 := 125$	$J := 7$			



## Метод контурных токов

За вторым законом Кирхгофа составляем систему уравнений. Решая полученную систему уравнений, находим контурные токи.

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_4 + R_5) - I_{K2} \cdot R_4 - I_{K3} \cdot R_5 - J \cdot R_1 = E_1$$

$$-I_{K1} \cdot R_4 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) - I_{K3} \cdot R_2 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_5 - I_{K2} \cdot R_2 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_5 + R_6) = E_2$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = 5.064 \text{ A} \quad I_{K2} = 3.045 \text{ A} \quad I_{K3} = 3.823 \text{ A}$$

Токи ветвей схемы равны:

$$I_1 := J - I_{K1} \quad I_1 = 1.936 \text{ (A)}$$

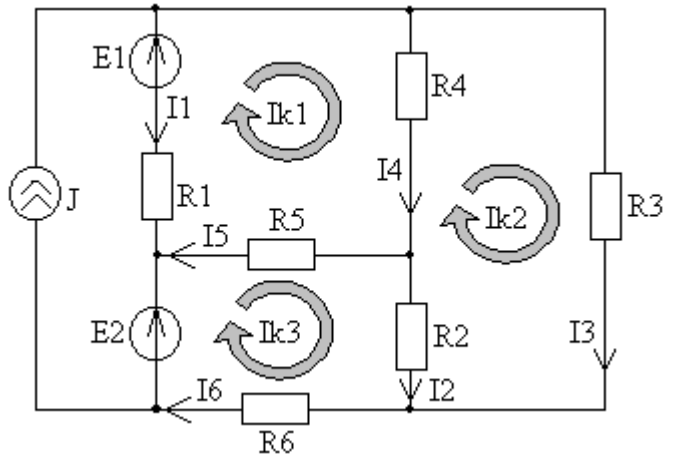
$$I_2 := I_{K3} - I_{K2} \quad I_2 = 0.778 \text{ (A)}$$

$$I_3 := I_{K2} \quad I_3 = 3.045 \text{ (A)}$$

$$I_4 := I_{K1} - I_{K2} \quad I_4 = 2.019 \text{ (A)}$$

$$I_5 := I_{K1} - I_{K3} \quad I_5 = 1.242 \text{ (A)}$$

$$I_6 := I_{K3} \quad I_6 = 3.823 \text{ (A)}$$



## Проверка:

За 1-м законом Кирхгофа:

$$I_6 - I_2 - I_3 = 0$$

$$I_2 + I_5 - I_4 = 0$$

$$I_1 + I_4 + I_3 - J = 0$$

$$I_1 + I_5 + I_6 - J = 0$$

За 2-м законом Кирхгофа:

$$E_1 + E_2 = 200 \text{ (B)}$$

$$-I_1 \cdot R_1 + I_4 \cdot R_4 + I_2 \cdot R_2 + I_6 \cdot R_6 = 200 \text{ (B)}$$

$$-I_1 \cdot R_1 + I_4 \cdot R_4 + I_5 \cdot R_5 = 75 \text{ (B)}$$

$$E_1 = 75 \text{ (B)}$$

$$I_4 \cdot R_4 + I_2 \cdot R_2 - I_3 \cdot R_3 = 4.263 \times 10^{-14} \text{ (B)}$$

$$I_2 \cdot R_2 + I_6 \cdot R_6 - I_5 \cdot R_5 = 125 \text{ (B)}$$

$$E_2 = 125 \text{ (B)}$$

Баланс мощностей:

$$-E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_6 + J \cdot (I_1 \cdot R_1 + E_1) = 1.061 \times 10^3 \text{ (Bt)}$$

$$I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6 = 1.061 \times 10^3 \text{ (Bt)}$$

## Метод узловых потенциалов

Примем потенциал точки 1 равным 0:  $\phi_1 := 0$  тогда потенциал точки 3 будет равен:

$$\phi_3 := \phi_1 + E_2 \quad \phi_3 = 125$$

Найдем узловые и межузловые проводимости и узловые токи:

$$G_{22} := \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \quad G_{22} = 0.112$$

$$G_{44} := \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \quad G_{44} = 0.14$$

$$G_{55} := \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_6} \quad G_{55} = 0.115$$

$$G_{21} := 0 \quad G_{21} = 0$$

$$G_{23} := \frac{1}{R_5} \quad G_{23} = 0.029$$

$$G_{24} := \frac{1}{R_4}$$

$$G_{24} = 0.033$$

$$G_{25} := \frac{1}{R_2}$$

$$G_{25} = 0.05$$

$$G_{41} := 0$$

$$G_{41} = 0$$

$$G_{43} := \frac{1}{R_1}$$

$$G_{42} := G_{24}$$

$$G_{45} := \frac{1}{R_3}$$

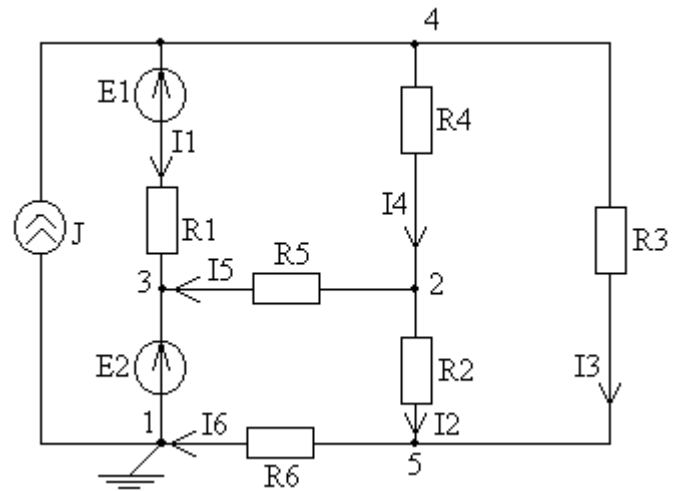
$$G_{45} = 0.04$$

$$G_{51} := \frac{1}{R_6}$$

$$G_{52} := G_{25}$$

$$G_{53} := 0$$

$$G_{54} := G_{45}$$



$$J_{B2} := 0$$

$$J_{B4} := J + \frac{E_1}{R_1}$$

$$J_{B4} = 12$$

$$J_{B5} := 0$$

Подставив найденные значения проводимостей и узловых токов в расчетную систему уравнений и найдем искомые потенциалы узлов 2 и 4:

$$\phi_2 := 1$$

$$\phi_4 := 1$$

$$\phi_5 := 1$$

Given

$$-G_{21} \cdot \phi_1 + G_{22} \cdot \phi_2 - G_{23} \cdot \phi_3 - G_{24} \cdot \phi_4 - G_{25} \cdot \phi_5 = J_{B2}$$

$$-G_{41} \cdot \phi_1 - G_{42} \cdot \phi_2 - G_{43} \cdot \phi_3 + G_{44} \cdot \phi_4 - G_{45} \cdot \phi_5 = J_{B4}$$

$$-G_{51} \cdot \phi_1 - G_{52} \cdot \phi_2 - G_{53} \cdot \phi_3 - G_{54} \cdot \phi_4 + G_{55} \cdot \phi_5 = J_{B5}$$

$$\begin{pmatrix} \phi_2 \\ \phi_4 \\ \phi_5 \end{pmatrix} := \text{Find}(\phi_2, \phi_4, \phi_5)$$

$$\phi_2 = 168.458 \text{ (B)}$$

$$\phi_4 = 229.035 \text{ (B)}$$

$$\phi_5 = 152.907 \text{ (B)}$$

Токи ветвей схемы находим за законом Ома:

$$I_1 := \frac{\phi_4 - \phi_3 - E_1}{R_1}$$

$$I_1 = 1.936 \text{ (A)}$$

$$I_2 := \frac{\phi_2 - \phi_5}{R_2}$$

$$I_2 = 0.778 \text{ (A)}$$

$$I_3 := \frac{\phi_4 - \phi_5}{R_3}$$

$$I_3 = 3.045 \text{ (A)}$$

$$I_4 := \frac{\phi_4 - \phi_2}{R_4}$$

$$I_4 = 2.019 \text{ (A)}$$

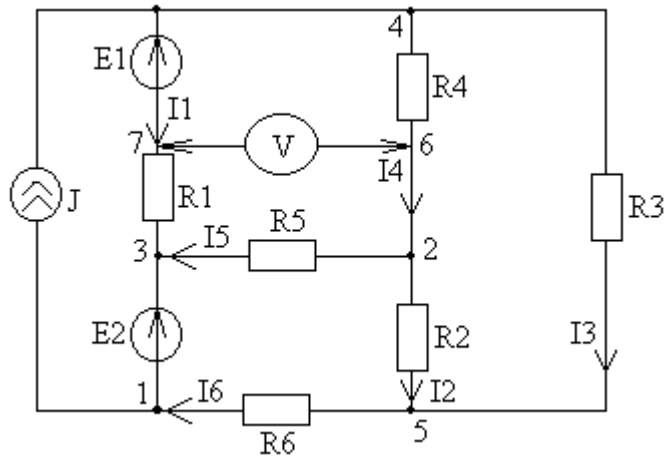
$$I_5 := \frac{\phi_2 - \phi_3}{R_5}$$

$$I_5 = 1.242 \text{ (A)}$$

$$I_6 := \frac{\phi_5 - \phi_1}{R_6}$$

$$I_6 = 3.823 \text{ (A)}$$

### Показание вольтметра



$$\phi_1 = 0 \text{ (B)} \quad \phi_2 = 168.458 \text{ (B)} \quad \phi_3 = 125 \text{ (B)} \quad \phi_4 = 229.035 \text{ (B)} \quad \phi_5 = 152.907 \text{ (B)}$$

Первый способ:

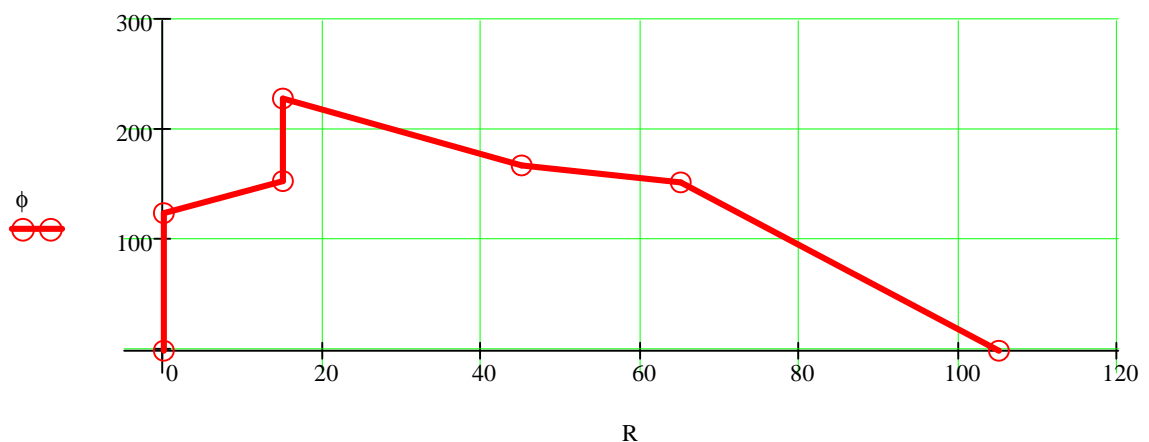
$$\begin{aligned} \phi_6 &:= \phi_2 & \phi_6 &= 168.458 \text{ (B)} \\ \phi_7 &:= \phi_3 + I_1 \cdot R_1 & \phi_7 &= 154.035 \text{ (B)} \\ V &:= \phi_6 - \phi_7 & V &= 14.423 \text{ (B)} \end{aligned}$$

Второй способ:

$$\begin{aligned} \phi_6 &:= \phi_4 - I_4 \cdot R_4 & \phi_6 &= 168.458 \text{ (B)} \\ \phi_7 &:= \phi_4 - E_1 & \phi_7 &= 154.035 \text{ (B)} \\ V &:= \phi_6 - \phi_7 & V &= 14.423 \text{ (B)} \end{aligned}$$

### Потенциальная диаграмма

$$\begin{aligned} \phi_1 &= 0 \\ \phi_3 &:= \phi_1 + E_2 & \phi_3 &= 125 \text{ (B)} \\ \phi_7 &:= \phi_3 + I_1 \cdot R_1 & \phi_7 &= 154.035 \text{ (B)} \\ \phi_4 &:= \phi_7 + E_1 & \phi_4 &= 229.035 \text{ (B)} \\ \phi_2 &:= \phi_4 - I_4 \cdot R_4 & \phi_2 &= 168.458 \text{ (B)} \\ \phi_5 &:= \phi_2 - I_2 \cdot R_2 & \phi_5 &= 152.907 \text{ (B)} \\ \phi_1 &:= \phi_5 - I_6 \cdot R_6 & \phi_1 &= 0 \text{ (B)} \end{aligned}$$



## Метод наложения

### В цепи действует только E1:

$$R_{25} := \frac{R_2 \cdot R_5}{R_2 + R_5 + R_6} \quad R_{65} := \frac{R_6 \cdot R_5}{R_2 + R_5 + R_6}$$

$$R_{25} = 7.368 (\text{Om}) \quad R_{65} = 14.737 (\text{Om})$$

$$R_{E1} := \frac{(R_{26} + R_3) \cdot (R_{25} + R_4)}{R_{26} + R_3 + R_{25} + R_4} + R_{65} + R_1$$

$$I_{1E1} := \frac{E_1}{R_{E1}} \quad I_{1E1} = 1.583 (\text{A})$$

$$I_{3E1} := I_{1E1} \cdot \frac{R_4 + R_{25}}{R_4 + R_{25} + R_{26} + R_3} \quad I_{3E1} = 0.836 (\text{A})$$

$$I_{4E1} := I_{1E1} \cdot \frac{R_3 + R_{26}}{R_4 + R_{25} + R_{26} + R_3} \quad I_{4E1} = 0.747 (\text{A})$$

$$R_{24} := \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4 + R_3} \quad R_{23} := \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3 + R_4}$$

$$R_{24} = 8 (\text{Om}) \quad R_{23} = 6.667 (\text{Om})$$

$$I_{5E1} := I_{1E1} \cdot \frac{R_6 + R_{23}}{R_6 + R_{23} + R_{24} + R_5} \quad I_{5E1} = 0.824 (\text{A})$$

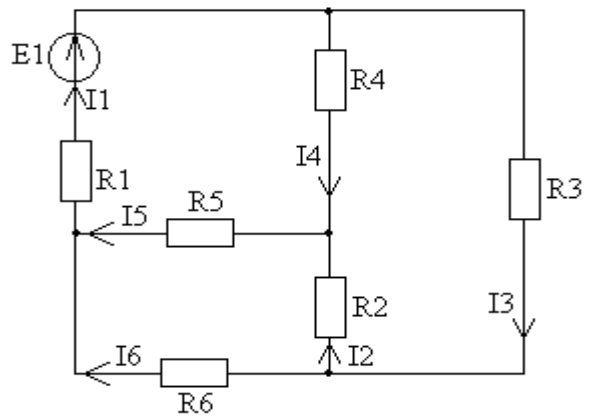
$$I_{6E1} := I_{1E1} \cdot \frac{R_5 + R_{24}}{R_6 + R_{23} + R_{24} + R_5} \quad I_{6E1} = 0.759 (\text{A})$$

$$I_{2E1} := I_{3E1} - I_{6E1} \quad I_{2E1} = 0.077 (\text{A})$$

$$R_{26} := \frac{R_2 \cdot R_6}{R_2 + R_5 + R_6}$$

$$R_{26} = 8.421 (\text{Om})$$

$$R_{E1} = 47.379 (\text{Om})$$



$$R_{34} := \frac{R_3 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4}$$

$$R_{34} = 10 (\text{Om})$$

### В цепи действует только E2:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

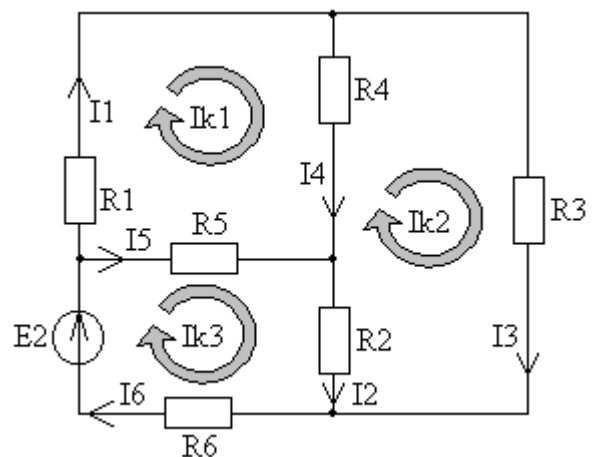
$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_4 + R_5) - I_{K2} \cdot R_4 - I_{K3} \cdot R_5 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_4 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) - I_{K3} \cdot R_2 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_5 - I_{K2} \cdot R_2 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_5 + R_6) = E_2$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = 1.265 (\text{A}) \quad I_{K2} = 1.04 (\text{A}) \quad I_{K3} = 2.001 (\text{A})$$



Токи ветвей схемы равны:

$$I_{1E2} := I_{K1} \quad I_{1E2} = 1.265 (\text{A})$$

$$I_{2E2} := I_{K3} - I_{K2} \quad I_{2E2} = 0.961 (\text{A})$$

$$I_{3E2} := I_{K2} \quad I_{3E2} = 1.04 (\text{A})$$

$$I_{4E2} := I_{K1} - I_{K2} \quad I_{4E2} = 0.226 (\text{A})$$

$$I_{5E2} := I_{K3} - I_{K1} \quad I_{5E2} = 0.736 (\text{A})$$

$$I_{6E2} := I_{K3} \quad I_{6E2} = 2.001 (\text{A})$$

**В цепи действует только J:**

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_4 + R_5) - I_{K2} \cdot R_4 - I_{K3} \cdot R_5 - J \cdot R_1 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_4 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) - I_{K3} \cdot R_2 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_5 - I_{K2} \cdot R_2 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_5 + R_6) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = 2.216(\text{A}) \quad I_{K2} = 1.17(\text{A}) \quad I_{K3} = 1.063(\text{A})$$

Токи ветвей схемы равны:

$$I_{1J} := J - I_{K1} \quad I_{1J} = 4.784(\text{A})$$

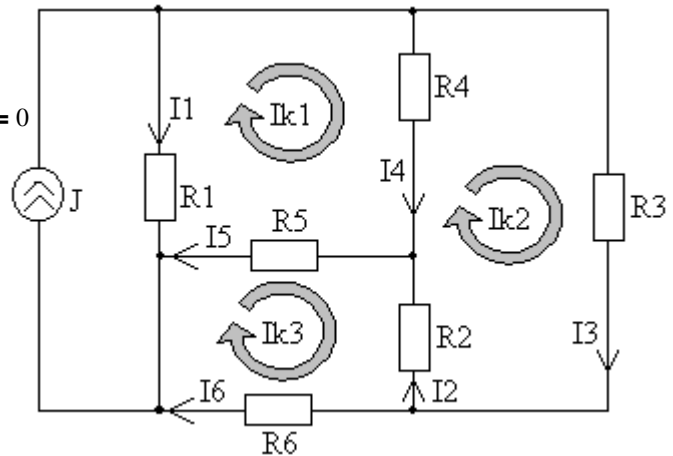
$$I_{2J} := I_{K2} - I_{K3} \quad I_{2J} = 0.107(\text{A})$$

$$I_{3J} := I_{K2} \quad I_{3J} = 1.17(\text{A})$$

$$I_{4J} := I_{K1} - I_{K2} \quad I_{4J} = 1.046(\text{A})$$

$$I_{5J} := I_{K1} - I_{K3} \quad I_{5J} = 1.153(\text{A})$$

$$I_{6J} := I_{K3} \quad I_{6J} = 1.063(\text{A})$$



**В основной цепи действуют токи:**

$$I_1 := -I_{1E1} - I_{1E2} + I_{1J} \quad I_1 = 1.936(\text{A})$$

$$I_2 := -I_{2E1} + I_{2E2} - I_{2J} \quad I_2 = 0.778(\text{A})$$

$$I_3 := I_{3E1} + I_{3E2} + I_{3J} \quad I_3 = 3.045(\text{A})$$

$$I_4 := I_{4E1} + I_{4E2} + I_{4J} \quad I_4 = 2.019(\text{A})$$

$$I_5 := I_{5E1} - I_{5E2} + I_{5J} \quad I_5 = 1.242(\text{A})$$

$$I_6 := I_{6E1} + I_{6E2} + I_{6J} \quad I_6 = 3.823(\text{A})$$

**Проверка:**

За 1-м законом Кирхгофа:

$$I_6 - I_2 - I_3 = 0$$

$$I_2 + I_5 - I_4 = 0$$

$$I_1 + I_4 + I_3 - J = 0$$

$$I_1 + I_5 + I_6 - J = 0$$

**Метод эквивалентного генератора**

Вырезавши из выходной схемы ветку с сопротивлением R1 и источником питания E1, получаем схему. В выходной схеме ток I1 направленный от узла 5 к узлу 4, такое же направление выберем и для напряжения холостого хода U1х.

Для нахождения напряжения U1х сначала надо найти токи в ветвях с сопротивлениями R6, R5 и R4. Для этого воспользуемся методом контурных токов:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_2 + R_5 + R_6) - I_{K2} \cdot R_2 + J \cdot R_6 = E_2$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) + J \cdot R_3 = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2})$$

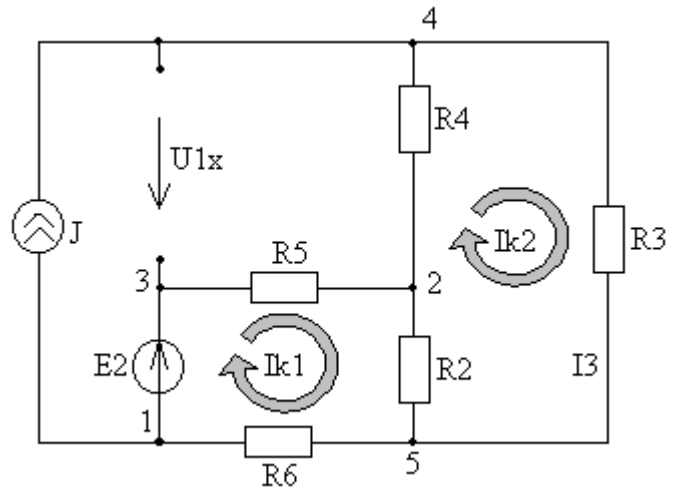
$$I_{K1} = -2.249 \text{ (A)} \quad I_{K2} = -2.933 \text{ (A)}$$

Искомое напряжение холостого хода равно:

$$U_{1X} := -I_{K1} \cdot R_5 - I_{K2} \cdot R_4$$

$$U_{1X} = 166.71 \text{ (В)}$$

Эквивалентное сопротивление цепи равно:



$$R_{25} := \frac{R_2 \cdot R_5}{R_2 + R_5 + R_6} \quad R_{56} := \frac{R_6 \cdot R_5}{R_2 + R_5 + R_6} \quad R_{26} := \frac{R_2 \cdot R_6}{R_2 + R_5 + R_6}$$

$$R_{25} = 7.368 \text{ (Om)} \quad R_{56} = 14.737 \text{ (Om)} \quad R_{26} = 8.421 \text{ (Om)}$$

$$R_E := \frac{(R_{25} + R_4) \cdot (R_{26} + R_3)}{R_{25} + R_4 + R_{26} + R_3} + R_{56} \quad R_E = 32.379 \text{ (Om)}$$

Искомый ток, вырезаной ветки, равен:

$$I_1 := -\frac{E_1 - U_{1X}}{R_E + R_1} \quad I_1 = 1.936 \text{ (A)}$$

Найдем E'1 если ток в первой ветке меняет направление и увеличивается в 5 раз:

$$I'_1 := -I_1 \cdot 5 \quad I'_1 = -9.678 \text{ (A)}$$

$$E'_1 := -I'_1 \cdot (R_E + R_1) + U_{1X} \quad E'_1 = 625.26 \text{ (В)}$$

При  $R_3 = 5 \text{ Om}$ :

$$I_{1E1}(R_3) := \frac{E_1}{R_1 + \frac{R_6 \cdot R_5}{R_2 + R_5 + R_6} + \frac{\left(\frac{R_2 \cdot R_5}{R_2 + R_5 + R_6} + R_4\right) \cdot \left(R_3 + \frac{R_2 \cdot R_6}{R_2 + R_5 + R_6}\right)}{\frac{R_2 \cdot R_5}{R_2 + R_5 + R_6} + R_4 + R_3 + \frac{R_2 \cdot R_6}{R_2 + R_5 + R_6}} \quad I_{1E1}(R_3) = 1.893 \text{ (A)}$$