

***Министерство образования и науки Украины
Национальный технический университет Украины
“Киевский Политехнический Институт”
Кафедра ТОЭ***

***Расчетно-графическая работа
“Периодические несинусоидальные токи в линейных
электрических цепях”
Вариант № 151***

Выполнил: _____

Проверил: _____

Киев 2007

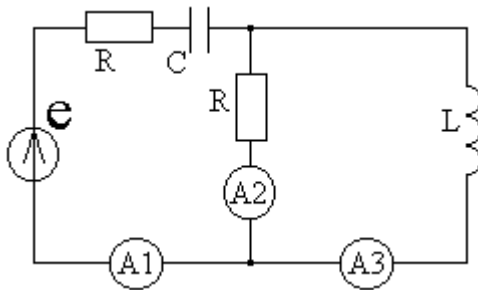
Задание

В электрической цепи, схема которой изображена на рисунке, действует источник периодической несинусоидальной ЭДС. График ЭДС задан кривой. Нелинейный отрезок кривой представляют собой участки синусоиды. Угловая частота изменения ЭДС $\omega = 1000$ рад/с.

Требуется:

1. Разложить заданную ЭДС в ряд Фурье (ограничиться 1-ой, 3-ей и 5-ой гармониками).
2. Построить в одной системе координат временные графики составляющих и суммарную кривую ЭДС, последнюю сравнить с заданной.
3. Рассчитать мгновенные значения токов всех ветвей заданной схемы.
4. Определить показания амперметров электромагнитной системы, включенных в цепь.
5. Вычислить мощность P , Q , S , T и коэффициент мощности источника. Составить баланс активных мощностей цепи.
6. Считая заданную схему одной из фаз симметричной трехфазной цепи при соединении генератора и нагрузки звездой с нулевым проводом, необходимо:
 - а) Записать выражения мгновенных значений ЭДС во всех фазах трехфазного источника (принять заданную ЭДС в качестве ЭДС фазы А),
 - б) Определить действующие значения линейного напряжения источника и тока в нейтральном проводе,
 - в) Вычислить действующие значения напряжения между нейтральными точками генератора и приемника и токов в линейных проводах при обрыве нейтрального провода.

$$E_m := 80 \text{ В} \quad R := 20 \text{ Ом} \quad L := 4 \text{ мГн} \quad C := 14 \text{ мкФ} \quad \omega := 1000 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$



Общая схема цепи

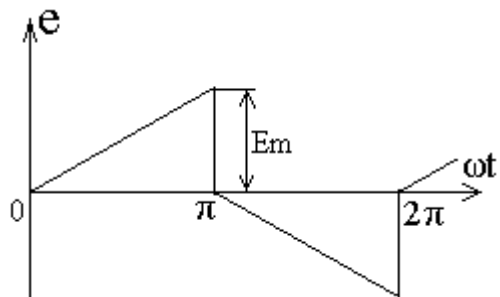


График ЭДС

Разложение заданной ЭДС в ряд Фурье.

Данная функция является симметричной относительно оси абсцисс при совмещении двух полупериодов во времени.

Ряд Фурье такой функции не содержит четных гармоник и постоянной составляющей:

$$f(\omega t) := \sum_{k=1,3,5}^{\infty} (B_{mk} \cdot \sin(k\omega t) + C_{mk} \cdot \cos(k\omega t)) \quad x = \omega t$$

Нахождение коэффициентов для 1-ой гармоники

$$\begin{aligned} B_{m1} &:= \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} \left(\frac{E_m}{\pi} \cdot x \right) \cdot \sin(x) \, d(x) & B_{m1} &\rightarrow \frac{160}{\pi} \\ C_{m1} &:= \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} \left(\frac{E_m}{\pi} \cdot x \right) \cdot \cos(x) \, d(x) & C_{m1} &\rightarrow \frac{-320}{\pi^2} \\ F_1(x) &:= (B_{m1} \cdot \sin(x) + C_{m1} \cdot \cos(x)) & F_1(x) &\rightarrow \frac{160}{\pi} \cdot \sin(x) - \frac{320}{\pi^2} \cdot \cos(x) \\ A_{m1} &:= \sqrt{B_{m1}^2 + C_{m1}^2} & A_{m1} &= 60.374 \quad \psi_1 := \operatorname{atan}\left(\frac{C_{m1}}{B_{m1}}\right) & \psi_1 &= -0.567 \end{aligned}$$

Нахождение коэффициентов для 3-ой гармоники

$$\begin{aligned} B_{m3} &:= \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} \left(\frac{E_m}{\pi} \cdot x \right) \cdot \sin(x \cdot 3) \, d(x) & B_{m3} &\rightarrow \frac{160}{3 \cdot \pi} \\ C_{m3} &:= \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} \left(\frac{E_m}{\pi} \cdot x \right) \cdot \cos(x \cdot 3) \, d(x) & C_{m3} &\rightarrow \frac{-320}{9 \cdot \pi^2} \\ F_3(x) &:= (B_{m3} \cdot \sin(x \cdot 3) + C_{m3} \cdot \cos(x \cdot 3)) & F_3(x) &\rightarrow \frac{160}{3 \cdot \pi} \cdot \sin(3 \cdot x) - \frac{320}{9 \cdot \pi^2} \cdot \cos(3 \cdot x) \\ A_{m3} &:= \sqrt{B_{m3}^2 + C_{m3}^2} & A_{m3} &= 17.355 \quad \psi_3 := \operatorname{atan}\left(\frac{C_{m3}}{B_{m3}}\right) & \psi_3 &= -0.209 \end{aligned}$$

Нахождение коэффициентов для 5-ой гармоники

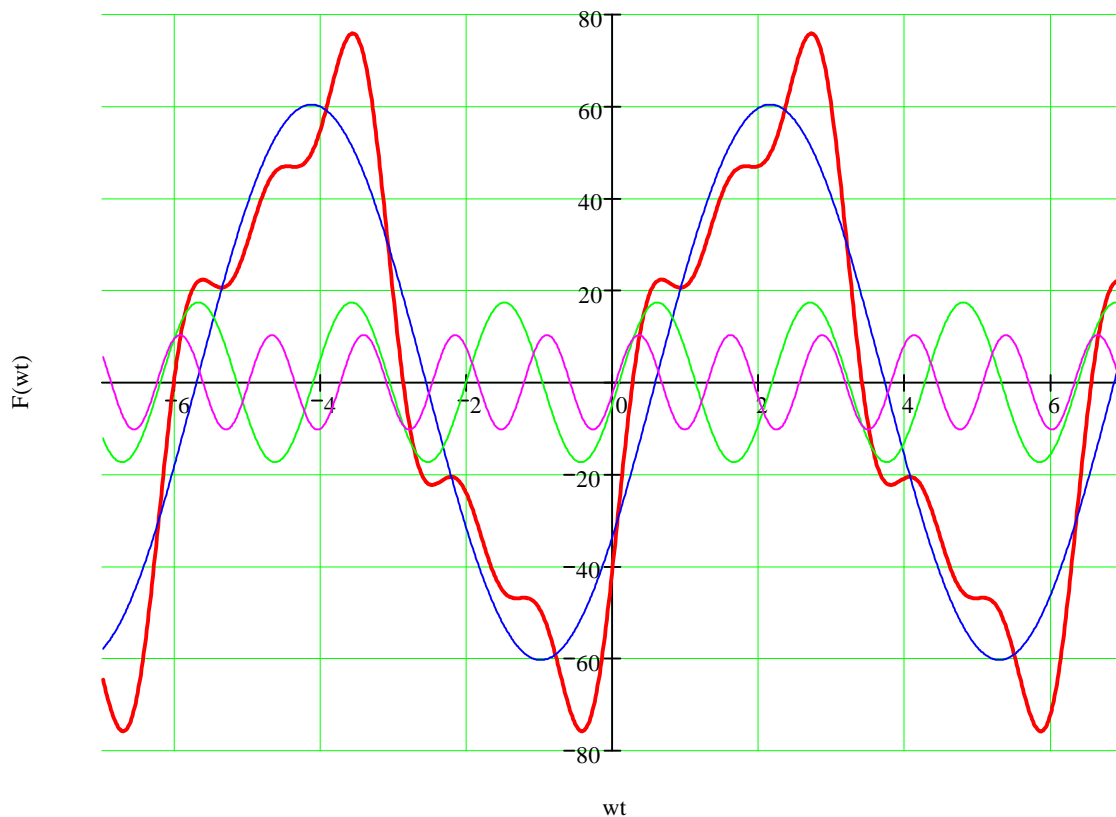
$$\begin{aligned} B_{m5} &:= \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} \left(\frac{E_m}{\pi} \cdot x \right) \cdot \sin(x \cdot 5) \, d(x) & B_{m5} &\rightarrow \frac{32}{\pi} \\ C_{m5} &:= \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} \left(\frac{E_m}{\pi} \cdot x \right) \cdot \cos(x \cdot 5) \, d(x) & C_{m5} &\rightarrow \frac{-64}{5 \cdot \pi^2} \\ F_5(x) &:= (B_{m5} \cdot \sin(x \cdot 5) + C_{m5} \cdot \cos(x \cdot 5)) & F_5(x) &\rightarrow \frac{32}{\pi} \cdot \sin(5 \cdot x) - \frac{64}{5 \cdot \pi^2} \cdot \cos(5 \cdot x) \\ A_{m5} &:= \sqrt{B_{m5}^2 + C_{m5}^2} & A_{m5} &= 10.268 \quad \psi_5 := \operatorname{atan}\left(\frac{C_{m5}}{B_{m5}}\right) & \psi_5 &= -0.127 \end{aligned}$$

Искомое разложение функции можно представить в виде:

$$f(\omega t) := A_{m1} \cdot \sin(\omega t + \psi_1) + A_{m3} \cdot \sin(3\omega t + \psi_3) + A_{m5} \cdot \sin(5\omega t + \psi_5)$$

$$f(\omega t) = 60.374 \cdot \sin(\omega t - 32.482) + 17.355 \cdot \sin(3\omega t - 11.981) + 10.268 \cdot \sin(5\omega t - 7.256)$$

Графики составляющих и суммарной ЭДС



Временные графики 1-ой, 3-ей, 5-ой гармоник ЭДС и их суммарная кривая

Нахождение мгновенных значений токов всех ветвей заданной схемы.

Выполнив разложение периодической несинусоидальной ЭДС в ряд Фурье, заменяем её приближенно суммой нескольких составляющих.

Обозначим реактивные сопротивления цепи для К-ой гармоники:

$$X_C := \frac{1}{\omega \cdot C \cdot k \cdot 10^{-6}} \quad X_L := \omega \cdot L \cdot k \cdot 10^{-3}$$

Расчет токов, обусловленных каждой из составляющих ЭДС, выполним в комплексной форме. Комплексное сопротивление цепи для К-ой гармоники равно:

$$Z_k = -i \cdot X_C \cdot k + R + \frac{R \cdot (i \cdot X_L \cdot k)}{R + (i \cdot X_L \cdot k)}$$

Для основной гармоники ЭДС (K=1):

$$E_1 := \frac{Am_1}{\sqrt{2}} \cdot e^{i \cdot \psi_1} \quad E_1 = 36.013 - 22.926i \quad F(E_1) = (42.691 \quad -32.482)$$

Комплексное сопротивление цепи для 1-ой гармоники равно:

$$Z_1 := -i \cdot X_C + R + \frac{R \cdot (i \cdot X_L)}{R + (i \cdot X_L)} \quad Z_1 = 20.769 - 67.582i$$

За законом Ома находим ток I1:

$$I_{1_1} := \frac{E_1}{Z_1} \quad I_{1_1} = 0.46 + 0.392i \quad F(I_{1_1}) = (0.604 \quad 40.435)$$

Остальные токи находим за формулами чужого сопротивления:

$$I_{2_1} := I_{1_1} \cdot \frac{i \cdot X_L}{R + (i \cdot X_L)} \quad I_{2_1} = -0.058 + 0.103i \quad F(I_{2_1}) = (0.118 \quad 119.125)$$

$$I_{3_1} := I_{1_1} \cdot \frac{R}{R + (i \cdot X_L)} \quad I_{3_1} = 0.517 + 0.288i \quad F(I_{3_1}) = (0.592 \quad 29.125)$$

Для третьей гармоники ЭДС(K=3):

$$E_3 := \frac{Am_3}{\sqrt{2}} \cdot e^{i \cdot \psi_3} \quad E_3 = 12.004 - 2.547i \quad F(E_3) = (12.272 \quad -11.981)$$

Комплексное сопротивление цепи для 3-ой гармоники равно:

$$Z_3 := -i \cdot X_C + R + \frac{R \cdot (i \cdot X_L)}{R + (i \cdot X_L)} \quad Z_3 = 25.294 - 14.986i$$

За законом Ома находим ток I1:

$$I_{1_3} := \frac{E_3}{Z_3} \quad I_{1_3} = 0.395 + 0.134i \quad F(I_{1_3}) = (0.417 \quad 18.665)$$

Остальные токи находим за формулами чужого сопротивления:

$$I_{2_3} := I_{1_3} \cdot \frac{i \cdot X_L}{R + (i \cdot X_L)} \quad I_{2_3} = 0.046 + 0.21i \quad F(I_{2_3}) = (0.215 \quad 77.701)$$

$$I_{3_3} := I_{1_3} \cdot \frac{R}{R + (i \cdot X_L)} \quad I_{3_3} = 0.35 - 0.076i \quad F(I_{3_3}) = (0.358 \quad -12.299)$$

Для пятой гармоники ЭДС(K=5):

$$E_5 := \frac{Am_5}{\sqrt{2}} \cdot e^{i \cdot \psi_5} \quad E_5 = 7.203 - 0.917i \quad F(E_5) = (7.261 \quad -7.256)$$

Комплексное сопротивление цепи для 3-ой гармоники равно:

$$Z_5 := -i \cdot X_C + R + \frac{R \cdot (i \cdot X_L)}{R + (i \cdot X_L)} \quad Z_5 = 30 - 4.286i$$

За законом Ома находим ток I1:

$$I_{1_5} := \frac{E_5}{Z_5} \quad I_{1_5} = 0.24 + 3.655i \times 10^{-3} \quad F(I_{1_5}) = (0.24 \quad 0.874)$$

Остальные токи находим за формулами чужого сопротивления:

$$I_{2_5} := I_{1_5} \cdot \frac{i \cdot X_L}{R + (i \cdot X_L)} \quad I_{2_5} = 0.118 + 0.122i \quad F(I_{2_5}) = (0.169 \quad 45.874)$$

$$I_{3_5} := I_{1_5} \cdot \frac{R}{R + (i \cdot X_L)} \quad I_{3_5} = 0.122 - 0.118i \quad F(I_{3_5}) = (0.169 \quad -44.126)$$

Мгновенные значения токов ветвей:

$$i_1 = 0.604 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 40.435) + 0.417 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(3 \cdot \omega t + 18.665) + 0.24 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(5 \cdot \omega t + 0.874)$$

$$i_2 = 0.118 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 119.125) + 0.215 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(3 \cdot \omega t + 77.701) + 0.169 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(5 \cdot \omega t + 45.874)$$

$$i_3 = 0.592 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 29.125) + 0.358 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(3 \cdot \omega t - 12.299) + 0.169 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(5 \cdot \omega t - 44.126)$$

Определение показаний амперметров электромагнитной системы, включенных в цепь.

$$\Gamma_1 := \sqrt{\left(|I_{11}|\right)^2 + \left(|I_{13}|\right)^2 + \left(|I_{15}|\right)^2} \quad \Gamma_1 = 0.772$$

$$\Gamma_2 := \sqrt{\left(|I_{21}|\right)^2 + \left(|I_{23}|\right)^2 + \left(|I_{25}|\right)^2} \quad \Gamma_2 = 0.298$$

$$\Gamma_3 := \sqrt{\left(|I_{31}|\right)^2 + \left(|I_{33}|\right)^2 + \left(|I_{35}|\right)^2} \quad \Gamma_3 = 0.712$$

Вычисление мощности Р, Q, S, Т и коэффициента мощности источника. Баланс активных мощностей цепи.

Активная мощность источника (на входе цепи):

$$P := |E_1| \cdot |I_{11}| \cdot \cos\left[-\left(\arg(I_{11}) - \arg(E_1)\right)\right] + |E_3| \cdot |I_{13}| \cdot \cos\left[-\left(\arg(I_{13}) - \arg(E_3)\right)\right]$$

$$P := P + |E_5| \cdot |I_{15}| \cdot \cos\left[-\left(\arg(I_{15}) - \arg(E_5)\right)\right] \quad P = 13.701$$

Реактивная мощность источника:

$$Q := |E_1| \cdot |I_{11}| \cdot \sin\left[-\left(\arg(I_{11}) - \arg(E_1)\right)\right] + |E_3| \cdot |I_{13}| \cdot \sin\left[-\left(\arg(I_{13}) - \arg(E_3)\right)\right]$$

$$Q := Q + |E_5| \cdot |I_{15}| \cdot \sin\left[-\left(\arg(I_{15}) - \arg(E_5)\right)\right] \quad Q = -27.497$$

Полная мощность источника:

$$E := \sqrt{\left(|E_1|\right)^2 + \left(|E_3|\right)^2 + \left(|E_5|\right)^2} \quad S := E \cdot \Gamma_1 \quad S = 34.754$$

Мощность искажения на входе цепи:

$$T := \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} \quad T = 16.249$$

Мощность, поступающая в активные сопротивления цепи:

$$P_a := \left(\Gamma_1^2 + \Gamma_2^2\right) \cdot R \quad P_a = 13.701$$

Считем заданную схему одной из фаз симметричной трехфазной цепи при соединении генератора и нагрузки звездой с нулевым проводом.

Выражения мгновенных значений ЭДС во всех фазах трехфазного источника (принимая заданную ЭДС в качестве ЭДС фазы А).

В симметричных трёхфазных электрических цепях кривые напряжения (тока) во второй и третьей фазах аналогичны кривой напряжения (тока) первой фазы со сдвигом на треть периода:

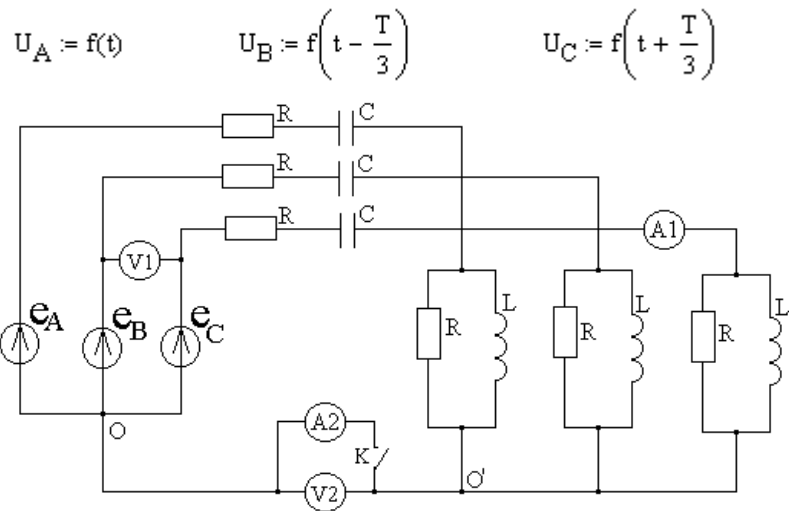


Схема трехфазной цепи

$$e_A = 60.374 \cdot \sin(\omega t - 32.482) + 17.355 \cdot \sin(3 \cdot \omega t - 11.981) + 10.268 \cdot \sin(5 \cdot \omega t - 7.256)$$

$$e_B = 60.374 \cdot \sin(\omega t - 152.482) + 17.355 \cdot \sin(3 \cdot \omega t - 11.981) + 10.268 \cdot \sin(5 \cdot \omega t - 247.256)$$

$$e_C = 60.374 \cdot \sin(\omega t + 87.518) + 17.355 \cdot \sin(3 \cdot \omega t - 11.981) + 10.268 \cdot \sin(5 \cdot \omega t + 232.744)$$

Определение действующего значения линейного напряжения источника и тока в нейтральном проводе.

Действующее значение линейного напряжения источника (показание вольтметра V1):

$$U_L := \sqrt{3} \cdot \sqrt{(|E_1|)^2 + (|E_5|)^2} \quad U_L = 75.005$$

Действующее значение тока в линейном проводе (показания амперметра A2 при замкнутом ключе K):

$$I_N := 3 \cdot \sqrt{(|I_3|)^2} \quad I_N = 1.252$$

Определение действующего значения напряжения между нейтральными точками генератора и приемника и токов в линейных проводах при обрыве нейтрального провода.

Действующее значение напряжения между нейтральными точками генератора O и приемника O' при размыкании ключа K (показания вольтметра V2):

$$U_N := |E_3| \quad U_N = 12.272$$

Действующее значение токов в линейных проводах при обрыве нейтрального провода (показание амперметра A1):

$$I_1 := \sqrt{(|I_1|)^2 + (|I_5|)^2} \quad I_1 = 0.65$$