

Цепной метод поиска булевой производной.

Цепной метод вычисления булевых производных

$Y = y(x_1 \dots x_i \dots x_n)$ Чтобы выделить функцию, зависящую от x_i $y = y(x_1 \dots x_k; y_1(x_{k+1} \dots x_i \dots x_n))$, $dy/dx_i = dy/dy_1 * dy_1/dx_i$ Если y_1 - сложная функция, $y = y(x_1 \dots x_k; y_1(x_{k+1} \dots x_i \dots x_n) * y_2(x_{k+1} \dots x_i \dots x_n) * y_3(x_{k+1} \dots x_i \dots x_n))$, то $dy/dx_i = dy/dy_1 * dy_1/dx_i * dy_2/dy_3 * \dots * dy_n/dx_i$ тогда все вычисления булевых производных сводятся к правилам.

Цепной метод поиска частной булевой производной:

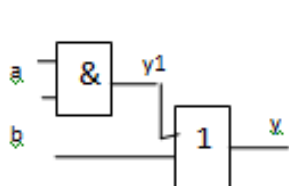
$$\frac{dy}{dx_i} = y(x_1, \dots, x_{i-1}, 0, x_{i+1}, \dots, x_n) \oplus y(x_1, \dots, x_{i-1}, 1, x_{i+1}, \dots, x_n)$$

Выполнив суперпозицию можно записать

$$Y = y(x_1, \dots, x_{k-1} * y_1(x_k, \dots, x_i, \dots, x_n)); \quad \frac{dy}{dx_i} = \frac{dy}{dy_1} \cdot \frac{dy_1}{dx_i}; \quad \frac{dy}{dx_i} = \frac{dy}{dy_1} \cdot \frac{dy_1}{dy_2} \cdot \dots \cdot \frac{dy_m}{dx_i}$$

Идея метода – при разумном выборе функции $y_1 \dots y_m$ все производные в правой части берутся достаточно просто, например по правилам 7 и 8. Но это справедливо в том случае, если при каждой суперпозиции находится единственная функция $y_1 \dots y_m$ которая зависит от x_i . Это соответствует комбинационной схеме без разветвлений.

Пример:



$$y = ab \vee c$$

$$y_1 = ab$$

$$\frac{dy}{db} = \frac{dy}{dy_1} * \frac{dy_1}{db}$$

$$\frac{dy}{dy_1} = \frac{d(ab \vee c)}{d(ab)} \stackrel{(8)}{=} \bar{c}$$

$$\frac{dy_1}{db} = \frac{d(ab)}{db} = a$$

$$\frac{dy}{db} = a\bar{c}$$

	a	b	c	y
b=0	1	1	0	1
b=1	1	0	0	0

Вычисления можно упростить используя префиксную форму

$$y = (((x1 + x2)_1 x3 x4)_3 (x5 + x6)_2)_4$$

$$y = ({}_4 \wedge ({}_3 \wedge ({}_1 \vee (x1 x2)_1) x3 x4)_3 ({}_2 \vee x5 x6)_2)_4$$

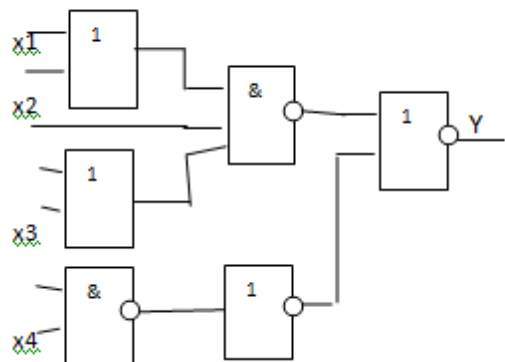
Аргументы в скобках называются списком аргументов

Правило интерпретируется

$$\frac{d(\wedge \text{список_аргументов})}{d(\text{аргумент_из_списка})} = \wedge \text{список_аргументов_без_аргумента из_списка}$$

$$\frac{d(\vee \text{список_аргументов})}{d(\text{аргумент_из_списка})} = \vee \text{список_аргументов_без_аргумента из_списка}$$

Пример



$$y = ({}_6 \nabla ({}_4 \wedge ({}_1 \vee x_1 x_2) x_3 ({}_2 \vee x_4 x_5) {}_2) {}_4 ({}_5 \nabla ({}_3 \wedge x_6 x_7) {}_3) {}_5) {}_6$$

$$y_1 = \vee x_1 x_2$$

$$y_2 = \vee x_4 x_5$$

$$y_3 = \wedge x_6 x_7$$

$$y_4 = \wedge y_1 x_3 y_2$$

$$y_5 = \nabla y_3$$

$$y_6 = \nabla y_4 y_5$$

$$\frac{dy}{dx_1} = \frac{dy}{dy_4} \frac{dy_4}{dy_1} \frac{dy_1}{dx_1}$$

$$\frac{dy}{dy_4} = \frac{d(\nabla y_4 y_5)}{dy_4} = (\wedge y_5) = (\wedge \nabla y_3) = y_3 = \bar{x}_6 \vee \bar{x}_7$$

$$\frac{dy_4}{dy_1} = \frac{d(\wedge y_1 x_3 y_2)}{dy_1} = (\wedge x_3 y_2) = (\wedge x_3 (\vee x_4 x_5)) = x_3 x_4 \vee x_3 x_5$$

$$\frac{dy_1}{dx_1} = \frac{d(\vee x_1 x_2)}{dx_1} = \bar{x}_2$$

$$\frac{dy}{dx_1} = (\bar{x}_6 \vee \bar{x}_7)(x_3 x_4 \vee x_3 x_5) \bar{x}_2 = \bar{x}_2 x_3 x_4 \bar{x}_6 \vee \bar{x}_2 x_3 x_4 \bar{x}_7 \vee \bar{x}_2 x_3 x_5 \bar{x}_6 \vee \bar{x}_2 x_3 x_5 \bar{x}_7$$

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	Y
X1=0	1	0	1	1	x	0	x	1
	1	0	1	1	x	x	0	1
	1	0	1	x	1	0	x	1
	1	0	1	x	1	x	0	1
X1=1	0	0	1	1	x	0	x	0
	0	0	1	1	x	x	0	0
	0	0	1	x	1	0	x	0
	0	0	1	x	1	x	0	0