Министерство образования и науки Украины Национальный технический университет Украины "Киевский Политехнический Институт" Кафедра ТОЭ

1 1

Расчетно-графическая работа

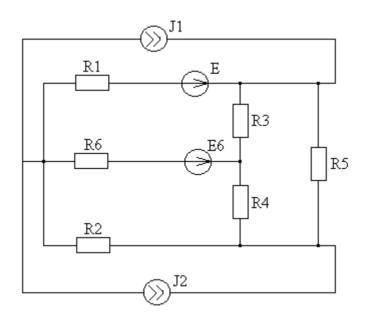
"Расчёт цепей постоянного тока" Вариант № 302

Выполнил:	 	
Проверил:		

Задание:

- 1. Найти токи в ветках данной электрической цепи методом узловых потенциалов и контурных токов. Проверить расчёт цепи при помощи законов Кирхгофа для каждого узла и независимого контура. Сложить и проверить уравнение баланса мощностей.
- 2. Построить потенциальную диаграмму для контура данной цепи.
- 3. Найти токи в ветвях данной цепи методом эквивалентного генератора.
- 4. Найти токи в ветках методом наложения. Проверить расчеты цепи за законами Кирхгофа.

$$\begin{aligned} & R_1 := 25 & & R_2 := 40 & & R_3 := 50 & & R_4 := 5 & & R_5 := 10 & & R_6 := 0 \\ & E := 50 & & E_6 := 100 & & J_1 := 5 & & J_2 := 25 & & \end{aligned}$$



Метод контурных токов

За вторым законом Кирхгофа составляем систему уравнений. Решая получиную систему уравнений, находим контурные токи.

$$\mathbf{I}_{\mathbf{K}1} := 1 \qquad \quad \mathbf{I}_{\mathbf{K}2} := 1 \qquad \quad \mathbf{I}_{\mathbf{K}3} := 1$$

Given

$$\begin{split} & I_{K1} \cdot \left(R_1 + R_3 + R_6 \right) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_3 - J_1 \cdot R_1 = E - E_6 \\ & - I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot \left(R_2 + R_4 + R_6 \right) - I_{K3} \cdot R_4 + J_2 \cdot R_2 = E_6 \\ & - I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot \left(R_3 + R_4 + R_5 \right) = 0 \end{split}$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := Find(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

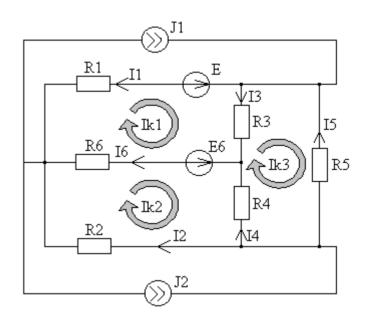
$$I_{K1} = -0.071$$

$$I_{K2} = -20.179$$

$$I_{K3} = -1.607$$

Токи ветвей схемы равны:

$$\begin{split} & I_1 := J_1 - I_{K1} & I_1 = 5.071 \\ & I_2 := J_2 + I_{K2} & I_2 = 4.821 \\ & I_3 := I_{K1} - I_{K3} & I_3 = 1.536 \\ & I_4 := I_{K3} - I_{K2} & I_4 = 18.571 \\ & I_5 := -I_{K3} & I_5 = 1.607 \\ & I_6 := I_{K1} - I_{K2} & I_6 = 20.107 \end{split}$$



Метод узловых потенциалов

Примем потенциал точки 1 равным 0: $\phi_1 := 0$ тогда потенциал точки 3 будет равен: $\phi_3 := \phi_1 + E_6$ $\phi_3 = 100$

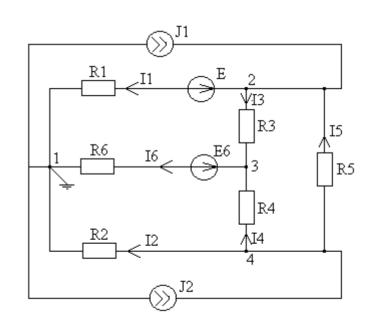
Найдем узловые и межузловые проводимости и узловые токи:

Наидем узловые и межузле
$$G_{22} := \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_3}$$
 $G_{22} = 0.16$ $G_{44} := \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}$ $G_{44} = 0.325$ $G_{21} := \frac{1}{R_1}$ $G_{21} = 0.04$ $G_{13} := 0$ $G_{13} = 0$ $G_{13} = 0$ $G_{32} := \frac{1}{R_3}$ $G_{32} = 0.02$ $G_{41} := \frac{1}{R_2}$ $G_{41} = 0.025$ $G_{43} := \frac{1}{R_4}$ $G_{43} = 0.2$ $G_{42} := \frac{1}{R_5}$ $G_{42} = 0.1$

 $J_{B2} := J_1 + \frac{E}{R_1}$ $J_{B2} = 7$

 $J_{B4} = 25$

 $J_{B4} := J_2$



Подставив найденые значения проводимостей и узловых токов в расчетную систему уравнений и найдем искомые потенциалы узлов 2 и 4:

$$\phi_2 := 1 \qquad \phi_4 := 1$$
 Given
$$-G_{21} \cdot \phi_1 + G_{22} \cdot \phi_2 - G_{32} \cdot \phi_3 - G_{42} \cdot \phi_4 = J_{B2}$$

$$-G_{41} \cdot \phi_1 - G_{42} \cdot \phi_2 - G_{43} \cdot \phi_3 + G_{44} \cdot \phi_4 = J_{B4}$$

$$\begin{pmatrix} \phi_2 \\ \phi_4 \end{pmatrix} := Find(\phi_2, \phi_4)$$

$$\phi_2 = 176.786 \qquad \phi_4 = 192.857$$

Токи ветвей схемы находим за законом Ома:

$$I_{1} := \frac{\phi_{2} - \phi_{1} - E}{R_{1}}$$

$$I_{2} := \frac{\phi_{4} - \phi_{1}}{R_{2}}$$

$$I_{3} := \frac{\phi_{2} - \phi_{3}}{R_{3}}$$

$$I_{4} := \frac{\phi_{4} - \phi_{3}}{R_{4}}$$

$$I_{5} := \frac{\phi_{4} - \phi_{2}}{R_{5}}$$

$$I_{6} := I_{3} + I_{4}$$

$$I_{1} = 5.071$$

$$I_{2} = 4.821$$

$$I_{3} = 1.536$$

$$I_{4} = 18.571$$

$$I_{5} := \frac{\phi_{4} - \phi_{2}}{R_{5}}$$

$$I_{6} = 20.107$$

Проверка:

За 1-м законом Кирхгофа:

$$I_6 - I_4 - I_3 = 0$$
 $-I_2 - I_4 - I_5 + J_2 = 2.984 \times 10^{-13}$ $-I_1 + I_5 - I_3 + J_1 = 9.237 \times 10^{-14}$ $I_1 + I_2 + I_6 - J_1 - J_2 = -3.908 \times 10^{-13}$

За 2-м законом Кирхгофа:

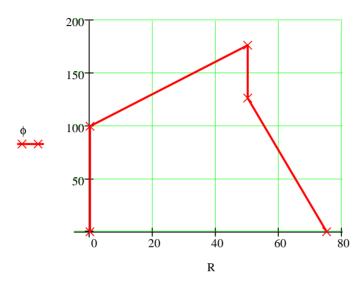
$$\begin{split} & E_6 - E = 50 & -I_3 \cdot R_3 + I_1 \cdot R_1 = 50 \\ & -I_1 \cdot R_1 - I_5 \cdot R_5 + I_2 \cdot R_2 = 50 & E = 50 \\ & I_4 \cdot R_4 - I_5 \cdot R_5 - I_3 \cdot R_3 = 0 \\ & I_2 \cdot R_2 - I_4 \cdot R_4 = 100 & E_6 = 100 \end{split}$$

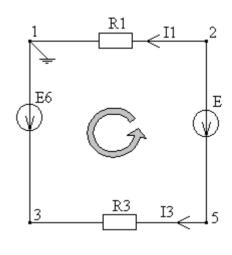
Баланс мощностей:

$$\begin{aligned} -\mathrm{E} \cdot \mathrm{I}_1 - \mathrm{E}_6 \cdot \mathrm{I}_6 + \mathrm{J}_2 \cdot \left(\mathrm{I}_2 \cdot \mathrm{R}_2 \right) + \mathrm{J}_1 \cdot \left(\mathrm{I}_1 \cdot \mathrm{R}_1 + \mathrm{E} \right) &= 3.441 \times 10^3 \\ \mathrm{I}_1^2 \cdot \mathrm{R}_1 + \mathrm{I}_2^2 \cdot \mathrm{R}_2 + \mathrm{I}_3^2 \cdot \mathrm{R}_3 + \mathrm{I}_4^2 \cdot \mathrm{R}_4 + \mathrm{I}_5^2 \cdot \mathrm{R}_5 + \mathrm{I}_6^2 \cdot \mathrm{R}_6 &= 3.441 \times 10^3 \end{aligned}$$

Потенциальная диаграмма

$$\begin{aligned} \phi_1 &= 0 \\ \phi_3 &\coloneqq \phi_1 + E_6 & \phi_3 &= 100 \\ \phi_5 &\coloneqq \phi_3 + I_3 \cdot R_3 & \phi_5 &= 176.786 \\ \phi_2 &\coloneqq \phi_5 - E & \phi_2 &= 126.786 \\ \phi_1 &\coloneqq \phi_2 - I_1 \cdot R_1 & \phi_1 &= 0 \end{aligned}$$





Метод эквивалентного генератора

Вырезавши из выходной схемы ветку с сопротивлением R1 и источником питания E, получаем схему. В выходной схеме ток I1 направленый от узла 2 к узлу 1, такое же направление выберем и для напряжения холостого хода U1х.

Для нахождения напряжения U1x сначала надо найти токи в ветвях с сопротивлениями R6 и R3. Для этого воспользуемся методом контурных токов:

$$I_{K1} := 1$$
 $I_{K2} := 1$ Given

$$\begin{split} &\mathbf{I}_{K1} \cdot \left(\mathbf{R}_6 + \mathbf{R}_4 + \mathbf{R}_2 \right) - \mathbf{I}_{K2} \cdot \mathbf{R}_4 + \mathbf{J}_1 \cdot \mathbf{R}_2 + \mathbf{J}_2 \cdot \mathbf{R}_2 = \mathbf{E}_6 \\ &- \mathbf{I}_{K1} \cdot \mathbf{R}_4 + \mathbf{I}_{K2} \cdot \left(\mathbf{R}_4 + \mathbf{R}_3 + \mathbf{R}_5 \right) + \mathbf{J}_1 \cdot \mathbf{R}_5 = 0 \\ & \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{K1} \\ \mathbf{I}_{K2} \end{pmatrix} := \mathrm{Find} \left(\mathbf{I}_{K1}, \mathbf{I}_{K2} \right) \\ &\mathbf{I}_{K1} = -24.741 \qquad \qquad \mathbf{I}_{K2} = -2.672 \end{split}$$

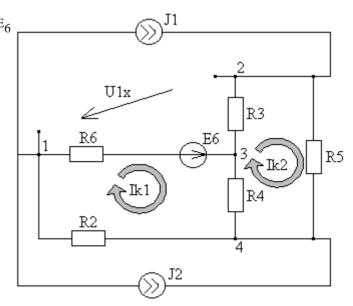
Искомое напряжение холостого хода равно:

$$U_{1X} := -I_{K2} \cdot R_3 + E_6$$
 $U_{1X} = 233.621$

Эквивалентное сопротивление цепи равно:

$$R_{245} := \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4} + R_5 \quad R_E := \frac{R_{245} \cdot R_3}{R_{245} + R_3}$$

$$R_E = 11.207$$



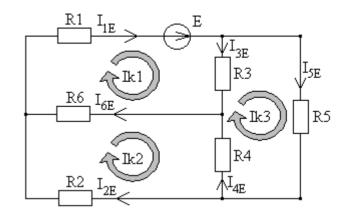
Искомый ток, вырезаной ветки, равен:

$$I_1 := \frac{-E + U_{1X}}{R_E + R_1} \qquad \qquad I_1 = 5.071$$

Метод наложения

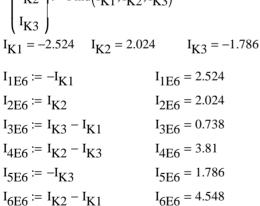
В цепи действует только Е:

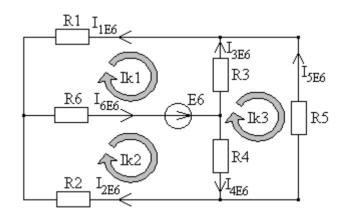
$$\begin{split} &\mathbf{I}_{K1} \coloneqq 1 & \mathbf{I}_{K2} \coloneqq 1 & \mathbf{I}_{K3} \coloneqq 1 \\ &\mathbf{Given} \\ &\mathbf{I}_{K1} \cdot \left(\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_3 + \mathbf{R}_6 \right) - \mathbf{I}_{K2} \cdot \mathbf{R}_6 - \mathbf{I}_{K3} \cdot \mathbf{R}_3 = \mathbf{E} \\ &- \mathbf{I}_{K1} \cdot \mathbf{R}_6 + \mathbf{I}_{K2} \cdot \left(\mathbf{R}_2 + \mathbf{R}_4 + \mathbf{R}_6 \right) - \mathbf{I}_{K3} \cdot \mathbf{R}_4 = 0 \\ &- \mathbf{I}_{K1} \cdot \mathbf{R}_3 - \mathbf{I}_{K2} \cdot \mathbf{R}_4 + \mathbf{I}_{K3} \cdot \left(\mathbf{R}_3 + \mathbf{R}_4 + \mathbf{R}_5 \right) = 0 \\ & \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{K1} \\ \mathbf{I}_{K2} \\ \mathbf{I}_{K3} \end{pmatrix} \coloneqq \mathbf{Find} \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{K1}, \mathbf{I}_{K2}, \mathbf{I}_{K3} \end{pmatrix} \\ &\mathbf{I}_{K3} = \mathbf{I}.381 & \mathbf{I}_{K2} = 0.119 & \mathbf{I}_{K3} = 1.071 \\ &\mathbf{I}_{1E} \coloneqq \mathbf{I}_{K1} & \mathbf{I}_{1E} = 1.381 \\ &\mathbf{I}_{2E} \coloneqq \mathbf{I}_{K2} & \mathbf{I}_{2E} = 0.119 \\ &\mathbf{I}_{3E} \coloneqq \mathbf{I}_{K1} - \mathbf{I}_{K3} & \mathbf{I}_{3E} = 0.31 \\ &\mathbf{I}_{4E} \coloneqq \mathbf{I}_{K3} - \mathbf{I}_{K2} & \mathbf{I}_{4E} = 0.952 \\ &\mathbf{I}_{5E} \coloneqq \mathbf{I}_{K3} & \mathbf{I}_{5E} = 1.071 \\ &\mathbf{I}_{6E} \coloneqq \mathbf{I}_{K1} - \mathbf{I}_{K2} & \mathbf{I}_{6E} = 1.262 \end{split}$$



В цепи действует только Е6:

$$\begin{split} & I_{K1} \coloneqq 1 & I_{K2} \coloneqq 1 & I_{K3} \coloneqq 1 \\ & \text{Given} \\ & I_{K1} \cdot \left(R_1 + R_3 + R_6 \right) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_3 = -E_6 \\ & -I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot \left(R_2 + R_4 + R_6 \right) - I_{K3} \cdot R_4 = E_6 \\ & -I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot \left(R_3 + R_4 + R_5 \right) = 0 \\ & \left(\begin{matrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{matrix} \right) \coloneqq \text{Find} \left(I_{K1} , I_{K2} , I_{K3} \right) \end{split}$$





В цепи действует только Ј1:

$$\mathbf{I}_{\mathbf{K}\mathbf{1}} \coloneqq \mathbf{1} \qquad \quad \mathbf{I}_{\mathbf{K}\mathbf{2}} \coloneqq \mathbf{1} \qquad \quad \mathbf{I}_{\mathbf{K}\mathbf{3}} \coloneqq \mathbf{1}$$

Given

$$\begin{split} & I_{K1} \cdot \left(R_1 + R_3 + R_6 \right) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_3 - J_1 \cdot R_1 = 0 \\ & - I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot \left(R_2 + R_4 + R_6 \right) - I_{K3} \cdot R_4 = 0 \\ & - I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot \left(R_3 + R_4 + R_5 \right) = 0 \end{split}$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := Find \begin{pmatrix} I_{K1}, I_{K2}, I_{K3} \end{pmatrix}$$

$$I_{K1} = 3.452 \qquad I_{K2} = 0.298 \qquad I_{K3} = 2.679$$

$$I_{1J1} := I_{1} - I_{K1} \qquad I_{1J1} = 1.548$$

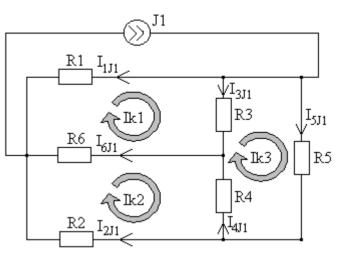
$$I_{2J1} := I_{K2} \qquad I_{2J1} = 0.298$$

$$I_{3J1} := I_{K1} - I_{K3} \qquad I_{3J1} = 0.774$$

$$I_{4J1} := I_{K3} - I_{K2} \qquad I_{4J1} = 2.381$$

$$I_{5J1} := I_{K3} \qquad I_{5J1} = 2.679$$

$$I_{6J1} := I_{K1} - I_{K2} \qquad I_{6J1} = 3.155$$



В цепи действует только Ј2:

$$\mathbf{I}_{\mathbf{K}1} \coloneqq 1 \qquad \quad \mathbf{I}_{\mathbf{K}2} \coloneqq 1 \qquad \quad \mathbf{I}_{\mathbf{K}3} \coloneqq 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_3 + R_6) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_3 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 + J_2 \cdot R_2 = 0$$

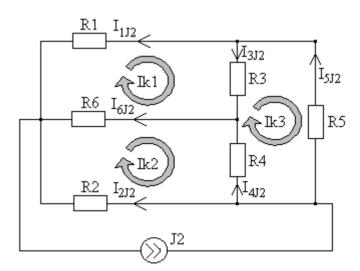
$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_4 + R_5) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \mathsf{Find} \big(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3} \big)$$

$$I_{K1} = -2.381$$
 $I_{K2} = -22.619$ $I_{K3} = -3.571$

$$\begin{split} & I_{1J2} \coloneqq -I_{K1} & I_{1J2} = 2.381 \\ & I_{2J2} \coloneqq I_2 + I_{K2} & I_{2J2} = 2.381 \\ & I_{3J2} \coloneqq I_{K1} - I_{K3} & I_{3J2} = 1.19 \\ & I_{4J2} \coloneqq I_{K3} - I_{K2} & I_{4J2} = 19.048 \\ & I_{5J2} \coloneqq -I_{K3} & I_{5J2} = 3.571 \\ & I_{6J2} \coloneqq I_{K1} - I_{K2} & I_{6J2} = 20.238 \end{split}$$

 $I_{6J2} := I_{K1} - I_{K2}$



В основной цепи действуют токи:

$$\begin{split} & I_1 \coloneqq -I_{1E} + I_{1E6} + I_{1J1} + I_{1J2} & I_1 = 5.071 \\ & I_2 \coloneqq I_{2E} + I_{2E6} + I_{2J1} + I_{2J2} & I_2 = 4.821 \\ & I_3 \coloneqq I_{3E} - I_{3E6} + I_{3J1} + I_{3J2} & I_3 = 1.536 \\ & I_4 \coloneqq I_{4E} - I_{4E6} + I_{4J1} + I_{4J2} & I_4 = 18.571 \\ & I_5 \coloneqq -I_{5E} + I_{5E6} - I_{5J1} + I_{5J2} & I_5 = 1.607 \\ & I_6 \coloneqq I_{6E} - I_{6E6} + I_{6J1} + I_{6J2} & I_6 = 20.107 \end{split}$$