Міністерство освіти України
Національний технічний університет України
“Київський політехнічний інститут”
Кафедра ТОЕ

Розрахунково-графічна робота

“Розрахунок перехідних процесів у лінійних колах“

Варіант № 508

Виконав: ________________
____
____
____

Перевірив: ________________

Київ 2007

Умова задання

1. В колі з джерелом постійної ЕДС необхідно:

1) класичним методом розрахзувати напруги на реактивних елементах та струми перехідного процесу;

2) розрахувати струм в колі з джерелом ЕДС Е1 та напругу на реактивному елементі операторним методом;

3) побудувати в одному часовому масштабі діаграми струму та напруги на реактивних елементах.

2. Дослідити, яким повинен бути активний опір у вітці з джерелом Е1, щоб перехідний процес проходив в граничному режимі.

3. Визначити струми в вітках та напруги на реактивних елементах в момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійних ЕДС Е1і Е2 в колі діють синусоїдні джерела.

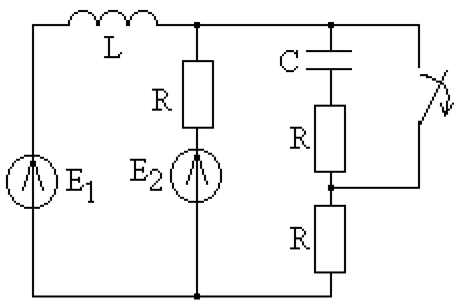
3. В післякомутаційній схемі закоротити джерело ЕДС Е2.

а) виключити катушку індуктивності чи ємність, замінивши останню опором R;

б) вважаючи, що замість ждерела постійної ЕДС Е1 до отриманного кола подається напруга, форма якої показана на малюнку;

в) розрахувати вхідний струм та напругу на реактивном елементі методом інтеграла Дюамеля при періоді Т, заданому в долях від τ;

г) побудувати в одному часовому масштабі діаграми напруги на вході, вхідного струму і напруги на реактивних елементі.



Основна схема

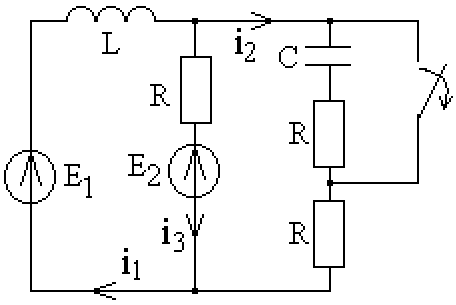
Вхідні данні:

$L := 0.15$ Гн $\quad C := 60 \cdot 10^{-6}$ Ф $\quad R := 30$ Ом

$E_1 := 100$ В $\quad E_2 := 80$ В $\quad \psi := 30 \cdot deg$ C^0 $\quad \omega := 100$ c^{-1}

Класичний метод

Оберемо додатній напрямок струмів у вітках схеми:



Знайдемо значення струмів та напруг безпосередньо до комутації:

Усталений режим до комутації: $t < 0$

Given

$i_{1дк} = i_{2дк} + i_{3дк}$

$E_1 - E_2 = i_{3дк} \cdot R$

$E_2 = -i_{3дк} \cdot R + i_{2дк} \cdot R$

$$\begin{pmatrix} i_{1дк} \\ i_{2дк} \\ i_{3дк} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{1дк}, i_{2дк}, i_{3дк}) \text{ float}, 5 \rightarrow \begin{pmatrix} 4. \\ 3.3333 \\ .66667 \end{pmatrix}$$

$i_{1дк} = 4$ $\quad i_{2дк} = 3.333$ $\quad i_{3дк} = 0.667$

$u_{Cдк} := 0$ $\quad u_{Lдк} := 0$

Усталений режим після комутації: $t = \infty$

$i'_1 := \dfrac{E_1 - E_2}{R}$ $\quad i'_3 := i'_1$ $\quad i'_3 = 0.667$

$i'_2 := 0$ $\quad u'_L := 0$

$u'_C := E_1$ $\quad u'_C = 100$

Незалежні початкові умови

$i_{10} := i_{1дк}$ $\quad i_{10} = 4$

$u_{C0} := u_{Cдк}$ $\quad u_{C0} = 0$

Залежні початкові умови

Given

$i_{20} = i_{10} - i_{30}$

$E_1 - E_2 = u_{L0} + i_{30} \cdot R$

$E_2 = i_{20} \cdot 2 \cdot R - i_{30} \cdot R + u_{C0}$

$$\begin{pmatrix} i_{30} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{30}, i_{20}, u_{L0})$$

$i_{30} = 1.778$ $\quad i_{20} = 2.222$ $\quad u_{L0} = -33.333$

Незалежні початкові умови

$di_{10} := \frac{u_{L0}}{L}$ $\qquad$ $di_{10} = -222.222$

$du_{C0} := \frac{i_{20}}{C}$ $\qquad$ $du_{C0} = 3.704 \times 10^4$

Залежні початкові умови

Given

$di_{10} = di_{20} + di_{30}$

$0 = du_{L0} + di_{30} \cdot R$

$0 = di_{20} \cdot 2 \cdot R - di_{30} \cdot R + du_{C0}$

$$\begin{pmatrix} di_{20} \\ di_{30} \\ du_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(di_{20}, di_{30}, du_{L0})$$

$di_{20} = -485.597$ $\quad$ $di_{30} = 263.374$ $\quad$ $du_{L0} = -7.901 \times 10^3$

Вільний режим після комутайії: $t = 0$

Складемо характерестичне рівняння схеми

$$Z(p) := \frac{R \cdot \left(2 \cdot R + \frac{1}{p \cdot C}\right)}{3 \cdot R + \frac{1}{p \cdot C}} + p \cdot L \qquad Z(p) := \frac{R \cdot \left(2 \cdot R + \frac{1}{p \cdot C}\right) + \left(3 \cdot R + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot p \cdot L}{3 \cdot R + \frac{1}{p \cdot C}}$$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := R \cdot \left(2 \cdot R + \frac{1}{p \cdot C}\right) + \left(3 \cdot R + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot p \cdot L \ \Bigg|\begin{matrix} \mathrm{solve}, p \\ \mathrm{float}, 5 \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -159.26 - 108.04 \cdot i \\ -159.26 + 108.04 \cdot i \end{pmatrix}$$

Одже корні характеристичного рівняння мають вигляд:

$p_1 = -159.26 - 108.04i$ $\qquad$ $p_2 = -159.26 + 108.04i$

Коефіцієнт затухання та кутова частота вільних коливань:

$\delta := |\mathrm{Re}(p_1)|$ $\quad$ $\delta = 159.26$ $\qquad$ $\omega_0 := |\mathrm{Im}(p_2)|$ $\quad$ $\omega_0 = 108.04$

Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$i''_1(t) = A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_1)$

$i''_2(t) = B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_2)$

$i''_3(t) = C \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_3)$

$u''_C(t) = D \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_C)$

$u''_L(t) = F \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_L)$

Визначення сталих інтегрування:

Для струму i1(t):

$i_{10} - i'_1 = A \cdot \sin(v_1)$

$di_{10} = -A \cdot \delta \cdot \sin(v_1) + A \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_1)$

$$\begin{pmatrix} A \\ v_1 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(A, v_1) \ \mathrm{float}, 5 \ \rightarrow \begin{pmatrix} -4.3900 & 4.3900 \\ -2.2794 & .86224 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$A = -4.39$ $\qquad$ $v_1 = -2.279$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$i''_1(t) := A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_1)$ float, 5 $\rightarrow -4.3900 \cdot \exp(-159.26 \cdot t) \cdot \sin(108.04 \cdot t - 2.2794)$

$i_1(t) := i'_1 + i''_1(t)$ float, 4 $\rightarrow .6667 - 4.390 \cdot \exp(-159.3 \cdot t) \cdot \sin(108.0 \cdot t - 2.279)$

Для струму i2(t):

$i_{20} - i'_2 = B \cdot \sin(v_2)$

$di_{20} = -B \cdot \delta \cdot \sin(v_2) + B \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_2)$

$\begin{pmatrix} B \\ v_2 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(B, v_2)$ float, 5 $\rightarrow \begin{pmatrix} -2.5345 & 2.5345 \\ -1.0691 & 2.0725 \end{pmatrix}$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$B = -2.534$ $\qquad v_2 = -1.069$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$i''_2(t) := B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_2)$ float, 5 $\rightarrow -2.5345 \cdot \exp(-159.26 \cdot t) \cdot \sin(108.04 \cdot t - 1.0691)$

$i_2(t) := i'_2 + i''_2(t)$ float, 4 $\rightarrow -2.535 \cdot \exp(-159.3 \cdot t) \cdot \sin(108.0 \cdot t - 1.069)$

Для струму i3(t):

$i_{30} - i'_3 = C \cdot \sin(v_3)$

$di_{30} = -C \cdot \delta \cdot \sin(v_3) + C \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_3)$

$\begin{pmatrix} C \\ v_3 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(C, v_3)$ float, 5 $\rightarrow \begin{pmatrix} -4.2244 & 4.2244 \\ -2.8754 & .26616 \end{pmatrix}$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$C = -4.224$ $\qquad v_3 = -2.875$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$i''_3(t) := C \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_3)$ float, 5 $\rightarrow -4.2244 \cdot \exp(-159.26 \cdot t) \cdot \sin(108.04 \cdot t - 2.8754)$

$i_3(t) := i'_3 + i''_3(t)$ float, 4 $\rightarrow .6667 - 4.224 \cdot \exp(-159.3 \cdot t) \cdot \sin(108.0 \cdot t - 2.875)$

Для напруги Uc(t):

$u_{C0} - u'_C = D \cdot \sin(v_C)$

$du_{C0} = -D \cdot \delta \cdot \sin(v_C) + D \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_C)$

$\begin{pmatrix} D \\ v_C \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(D, v_C) \Bigg| \begin{matrix} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -219.50 & 219.50 \\ 2.6686 & -.47302 \end{pmatrix}$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$D = -219.5$ $\qquad v_C = 2.669$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$u''_C(t) := D \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_C)$ float, 5 $\rightarrow -219.50 \cdot \exp(-159.26 \cdot t) \cdot \sin(108.04 \cdot t + 2.6686)$

$u_C(t) := u'_C + u''_C(t)$ float, 4 $\rightarrow 100. - 219.5 \cdot \exp(-159.3 \cdot t) \cdot \sin(108.0 \cdot t + 2.669)$

Для напруги Ul(t):

$u_{L0} - u'_L = F \cdot \sin(v_L)$

$du_{L0} = -F \cdot \delta \cdot \sin(v_L) + F \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_L)$

$\begin{pmatrix} F \\ v_L \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(F, v_L) \Bigg| \begin{matrix} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -126.73 & 126.73 \\ .26616 & -2.8754 \end{pmatrix}$

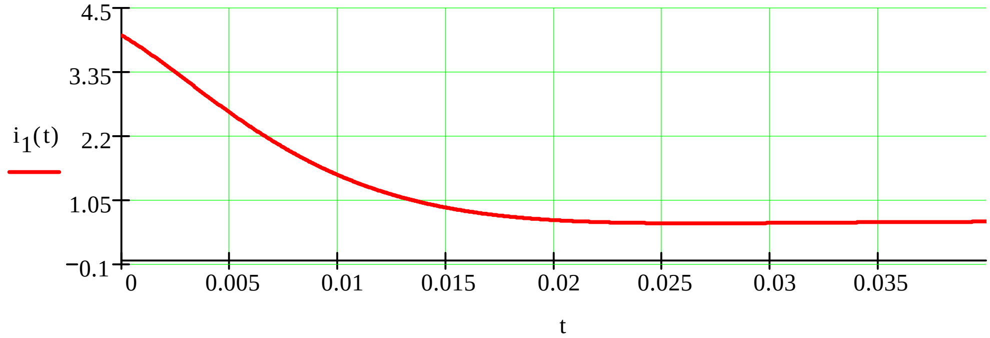
Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$F = -126.73$ $\qquad v_L = 0.266$

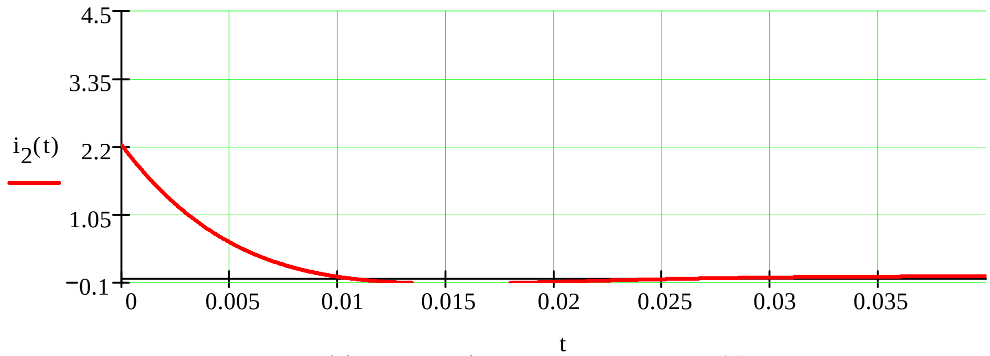
Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$u''_L(t) := F \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin\left(\omega_0 \cdot t + v_L\right) \text{ float}, 5 \rightarrow -126.73 \cdot \exp(-159.26 \cdot t) \cdot \sin(108.04 \cdot t + .26616)$$

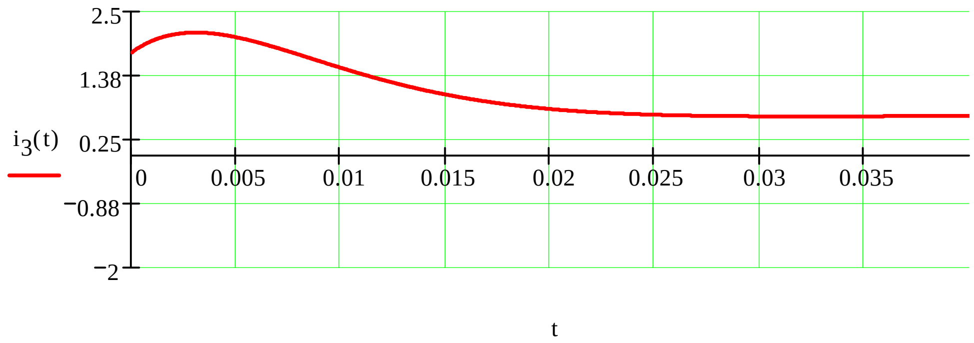
$$u_L(t) := u'_L + u''_L(t) \text{ float}, 4 \rightarrow -126.7 \cdot \exp(-159.3 \cdot t) \cdot \sin(108.0 \cdot t + .2662)$$



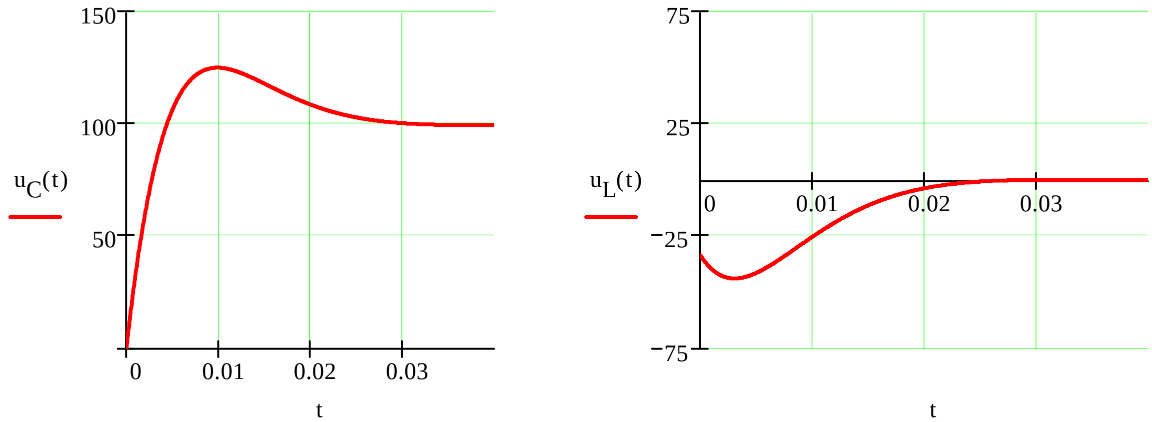
Графік перехідного струму i1(t).



Графік перехідного струму i2(t).

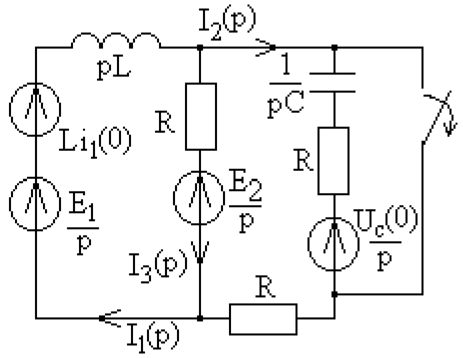


Графік перехідного струму i3(t).



Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

Операторний метод



Операторна схема

Усталений режим до комутації: $t < 0$

Given

$i_{1дк} = i_{2дк} + i_{3дк}$

$E_1 - E_2 = i_{3дк} \cdot R$

$E_2 = -i_{3дк} \cdot R + i_{2дк} \cdot R$

$$\begin{pmatrix} i_{1дк} \\ i_{2дк} \\ i_{3дк} \end{pmatrix} := \text{Find}(i_{1дк}, i_{2дк}, i_{3дк}) \text{ float}, 4 \rightarrow \begin{pmatrix} 4. \\ 3.333 \\ .6667 \end{pmatrix}$$

$i_{1дк} = 4$ $\quad i_{2дк} = 3.333$ $\quad i_{3дк} = 0.667$

$u_{Cдк} := 0$ $\quad u_{Lдк} := 0$

Початкові умови:

$i_{L0} := i_{1дк}$ $\quad i_{L0} = 4$

$u_{C0} = 0$

$$I_{k1}(p) \cdot (R + p \cdot L) - I_{k2}(p) \cdot (R) = \frac{E_1}{p} - \frac{E_2}{p} + L \cdot i_{L0}$$

$$-I_{k1}(p) \cdot (R) + I_{k2}(p) \cdot \left(3 \cdot R + \frac{1}{p \cdot C}\right) = \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p}$$

$$\Delta(p) := \left|\begin{bmatrix} R + p \cdot L & -(R) \\ -(R) & 3 \cdot R + \frac{1}{p \cdot C} \end{bmatrix}\right| \qquad \Delta(p) \text{ float}, 5 \rightarrow \frac{\left(4300.0 \cdot p + 5.0000 \cdot 10^5 + 13.500 \cdot p^{2.}\right)}{p^{1.}}$$

$$\Delta_1(p) := \left|\begin{bmatrix} \frac{E_1}{p} - \frac{E_2}{p} + L \cdot i_{L0} & -(R) \\ \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} & 3 \cdot R + \frac{1}{p \cdot C} \end{bmatrix}\right| \qquad \Delta_1(p) \text{ float}, 5 \rightarrow \frac{\left(14200. \cdot p + 3.3333 \cdot 10^5 + 54.000 \cdot p^{2.}\right)}{p^{2.}}$$

$$\Delta_2(p) := \left|\begin{bmatrix} R + p \cdot L & \frac{E_1}{p} - \frac{E_2}{p} + L \cdot i_{L0} \\ -(R) & \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} \end{bmatrix}\right| \qquad \Delta_2(p) \text{ float}, 5 \rightarrow \frac{(3000. + 30.00 \cdot p)}{p^{1.}}$$

Контурні струми та напруга на конденсаторі будуть мати вигляд:

$$I_{k1}(p) := \frac{\Delta_1(p)}{\Delta(p)} \qquad I_1(p) := I_{k1}(p)\ \text{float}, 5 \ \rightarrow \frac{\left(14200.\cdot p + 3.3333\cdot 10^5 + 54.000\cdot p^{2.}\right)}{p^{1.}\cdot\left(4300.0\cdot p + 5.0000\cdot 10^5 + 13.500\cdot p^{2.}\right)^{1.}}$$

$$I_{k2}(p) := \frac{\Delta_2(p)}{\Delta(p)} \qquad I_2(p) := I_{k2}(p)\ \text{float}, 5 \ \rightarrow \frac{(3000. + 30.00\cdot p)}{\left(4300.0\cdot p + 5.0000\cdot 10^5 + 13.500\cdot p^{2.}\right)^{1.}}$$

$$I_3(p) := I_{k1}(p) - I_{k2}(p) \ \Big|\begin{matrix}\text{float}, 5\\ \text{simplify}\end{matrix} \rightarrow 4.\cdot\frac{\left(5600.\cdot p + 166665. + 12.\cdot p^2\right)}{p\cdot\left(8600.\cdot p + 1000000. + 27.\cdot p^2\right)}$$

$$u_C(p) := \frac{u_{C0}}{p} + \frac{I_2(p)}{p\cdot C}$$

$$u_C(p) \ \Big|\begin{matrix}\text{factor}\\ \text{float}, 5\end{matrix} \rightarrow 1.0000\cdot 10^6\cdot\frac{(100. + p)}{\left(8600.\cdot p + 1.0000\cdot 10^6 + 27.\cdot p^{2.}\right)^{1.}\cdot p^{1.}}$$

$$u_L(p) := L\cdot p\cdot I_1(p) - L\cdot i_{1\text{дк}}$$

$$u_L(p) \ \Big|\begin{matrix}\text{factor}\\ \text{float}, 5\end{matrix} \rightarrow -3.\cdot\frac{\left(300.\cdot p + 1.6667\cdot 10^5\right)}{\left(8600.\cdot p + 1.0000\cdot 10^6 + 27.\cdot p^{2.}\right)^{1.}}$$

Перейдемо тепер від зображення до функції часу за формулою розкладу:

Для струму I1(p):

$$N_1(p) := 14200.\cdot p + 3.3333\cdot 10^5 + 54.000\cdot p^{2.} \qquad M_1(p) := p\cdot\left(4300.0\cdot p + 5.0000\cdot 10^5 + 13.500\cdot p^{2.}\right)$$

$$\begin{pmatrix} p_0\\ p_1\\ p_2\end{pmatrix} := M_1(p) \ \Big|\begin{matrix}\text{solve}, p\\ \text{float}, 10\end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0\\ -159.2592593 - 108.0440900\cdot i\\ -159.2592593 + 108.0440900\cdot i\end{pmatrix}$$

$$p_0 = 0 \qquad p_1 = -159.259 - 108.044i \qquad p_2 = -159.259 + 108.044i$$

$$N_1(p_0) = 3.333\times 10^5 \qquad N_1(p_1) = -1.189\times 10^6 + 3.241i\times 10^5 \qquad N_1(p_2) = -1.189\times 10^6 - 3.241i\times 10^5$$

$$dM_1(p) := \frac{d}{dp}M_1(p) \ \Big|\begin{matrix}\text{factor}\\ \text{float}, 5\end{matrix} \rightarrow 8600.\cdot p + 5.0000\cdot 10^5 + 40.500\cdot p^{2.}$$

$$dM_1(p_0) = 5\times 10^5 \qquad dM_1(p_1) = -3.152\times 10^5 + 4.646i\times 10^5 \qquad dM_1(p_2) = -3.152\times 10^5 - 4.646i\times 10^5$$

Отже струм як функція часу буде мати вигляд:

$$i_1(t) := \frac{N_1(p_0)}{dM_1(p_0)} + \frac{N_1(p_1)}{dM_1(p_1)}\cdot e^{p_1\cdot t} + \frac{N_1(p_2)}{dM_1(p_2)}\cdot e^{p_2\cdot t}$$

$$i_1(t)\ \text{float}, 3 \ \rightarrow .667 + (1.67 + 1.43\cdot i)\cdot\exp[(-159. - 108.\cdot i)\cdot t] + (1.67 - 1.43\cdot i)\cdot\exp[(-159. + 108.\cdot i)\cdot t]$$

Для напруги на конденсаторі Uc(p):

$$N_u(p) := 1.0000\cdot 10^6\cdot(100. + p) \qquad M_u(p) := p\cdot\left(8600.\cdot p + 1.0000\cdot 10^6 + 27.\cdot p^{2.}\right)$$

$$\begin{pmatrix} p_0\\ p_1\\ p_2\end{pmatrix} := M_u(p) \ \Big|\begin{matrix}\text{solve}, p\\ \text{float}, 10\end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0\\ -159.2592593 - 108.0440900\cdot i\\ -159.2592593 + 108.0440900\cdot i\end{pmatrix}$$

$$p_0 = 0$$

$$p_1 = -159.259 - 108.044i$$

$$p_2 = -159.259 + 108.044i$$

$N_u(p_0) = 1\times10^{8}$ $\quad N_u(p_1) = -5.926\times10^{7} - 1.08i\times10^{8}$ $\quad N_u(p_2) = -5.926\times10^{7} + 1.08i\times10^{8}$

$$dM_u(p) := \frac{d}{dp}M_u(p)\ \text{factor}\ \rightarrow 17200\cdot p + 1000000 + 81\cdot p^{2}$$

$dM_u(p_0) = 1\times10^{6}$ $\quad dM_u(p_1) = -6.304\times10^{5} + 9.292i\times10^{5}$ $\quad dM_u(p_2) = -6.304\times10^{5} - 9.292i\times10^{5}$

Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$u_C(t) := \frac{N_u(p_0)}{dM_u(p_0)} + \frac{N_u(p_1)}{dM_u(p_1)}\cdot e^{p_1\cdot t} + \frac{N_u(p_2)}{dM_u(p_2)}\cdot e^{p_2\cdot t} \qquad u_C(0) = 8.833\times10^{-9}$$

$$u_C(t)\ \text{float},3\ \rightarrow 100. + (-50.0 + 97.7\cdot i)\cdot \exp[(-159. - 108.\cdot i)\cdot t] + (-50.0 - 97.7\cdot i)\cdot \exp[(-159. + 108.\cdot i)\cdot t]$$

Для напруги на індуктивності:

$N_L(p) := -3\cdot\left(300.\cdot p + 1.6667\cdot10^{5}\right)$ $\qquad M_L(p) := \left(8600.\cdot p + 1.0000\cdot10^{6} + 27.\cdot p^{2.}\right)$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_L(p)\ \left|\begin{matrix}\text{solve}, p \\ \text{float}, 10\end{matrix}\right. \rightarrow \begin{pmatrix} -159.2592593 - 108.0440900\cdot i \\ -159.2592593 + 108.0440900\cdot i \end{pmatrix} - 108.044i \qquad p_2 = -159.259 + 108.044i$$

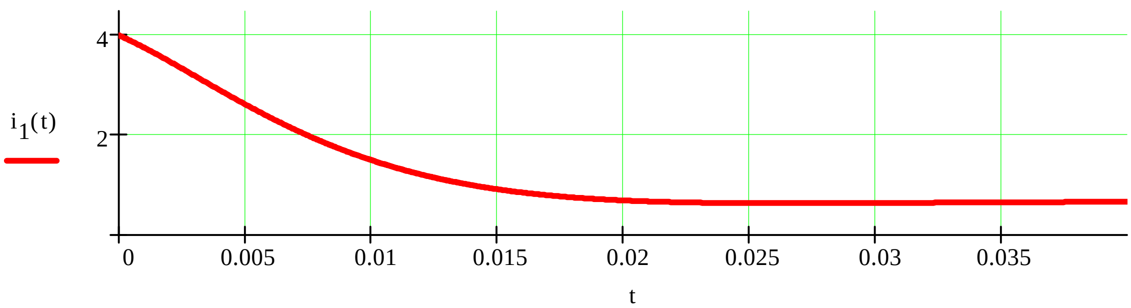
$N_L(p_1) = -3.567\times10^{5} + 9.724i\times10^{4}$ $\qquad N_L(p_2) = -3.567\times10^{5} - 9.724i\times10^{4}$

$$dM_L(p) := \frac{d}{dp}M_L(p)\ \text{factor}\ \rightarrow 8600 + 54\cdot p$$

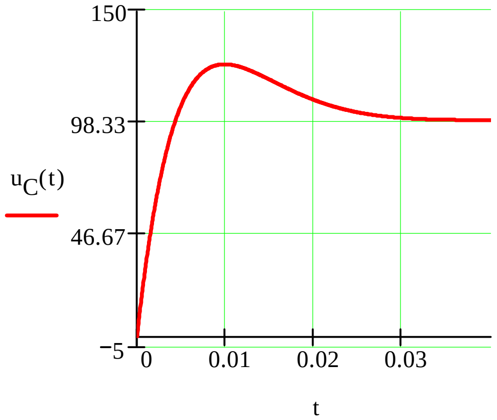
$dM_L(p_1) = -2.2\times10^{-6} - 5.834i\times10^{3}$ $\qquad dM_L(p_2) = -2.2\times10^{-6} + 5.834i\times10^{3}$

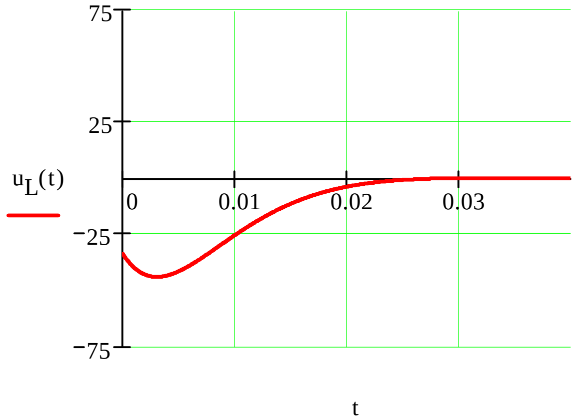
Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$u_L(t) := \frac{N_L(p_1)}{dM_L(p_1)}\cdot e^{p_1\cdot t} + \frac{N_L(p_2)}{dM_L(p_2)}\cdot e^{p_2\cdot t} \qquad u_L(0) = -33.333$$



Графік перехідного струму i1(t).

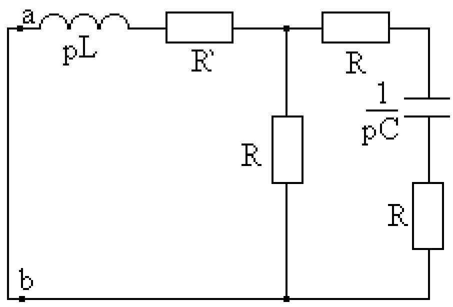




Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

Дослідити чому повинен дорівнювати активний опір вітки с джерелом ЕРС Е1 щоб аперіодичний процес переходив у коливальний

$$Z_{ab}(p) := R' + p \cdot L + \frac{\left(2 \cdot R + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot R}{\frac{1}{p \cdot C} + 2 \cdot R + R}$$



$$Z_{ab}(p) := \frac{\left(\frac{1}{p \cdot C} + 2 \cdot R + R\right) \cdot (R' + p \cdot L) + \left(2 \cdot R + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot R}{\frac{1}{p \cdot C} + 2 \cdot R + R}$$

$$(3 \cdot R \cdot L) \cdot p^2 + \left(3 \cdot R \cdot R' + \frac{L}{C} + 2 \cdot R^2\right) \cdot p + \left(\frac{R'}{C} + \frac{R}{C}\right) = 0$$

$$\left(3 \cdot R \cdot R' + \frac{L}{C} + 2 \cdot R^2\right)^2 - 4 \cdot (3 \cdot R \cdot L) \cdot \left(\frac{R'}{C} + \frac{R}{C}\right) = 0 \qquad D = 0$$

$$\left(3 \cdot R \cdot R' + \frac{L}{C} + 2 \cdot R^2\right)^2 - 4 \cdot (3 \cdot R \cdot L) \cdot \left(\frac{R'}{C} + \frac{R}{C}\right) \left| \begin{array}{l} \text{solve}, R' \\ \text{float}, 5 \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -25.556 \\ 41.111 \end{pmatrix}$$

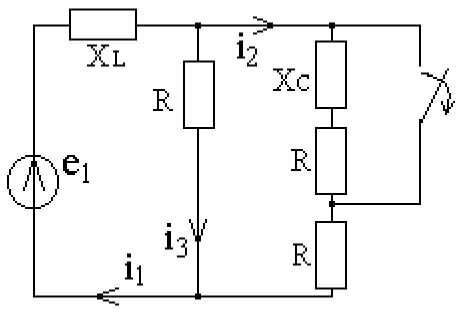
Визначити струми віток і напруги на реактивних елементах у момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійної напруги Е1 і Е2 у колі діють джерела синусоїдної напруги:

$$e_1(t) := \sqrt{2} \cdot E_1 \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi) \qquad e_2(t) := \sqrt{2} \cdot E_2 \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi)$$

$$X_C := \frac{1}{\omega \cdot C} \qquad X_C = 166.667 \qquad X_L := \omega \cdot L \qquad X_L = 15$$

$$E_1 := E_1 \cdot e^{\psi \cdot i} \qquad E_1 = 86.603 + 50i \qquad F(E_1) = (100 \;\; 30)$$

$$E_2 := E_2 \cdot e^{\psi \cdot i} \qquad E_2 = 69.282 + 40i \qquad F(E_2) = (80 \;\; 30)$$

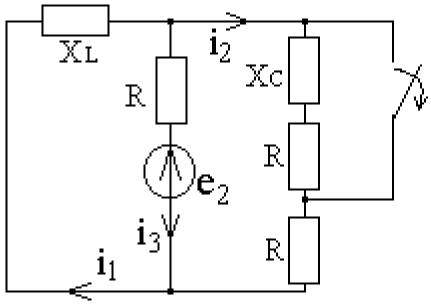


$$Z'_{vx} := i \cdot X_L + \frac{R \cdot R}{R + R} \qquad Z'_{vx} = 15 + 15i$$

$$I'_{1дк} := \frac{E_1}{Z'_{vx}} \qquad I'_{1дк} = 4.553 - 1.22i \qquad F(I'_{1дк}) = (4.714 \;\; -15)$$

$$I'_{2дк} := I'_{1дк} \cdot \frac{R}{R + R} \qquad I'_{2дк} = 2.277 - 0.61i \qquad F(I'_{2дк}) = (2.357 \;\; -15)$$

$$I'_{3дк} := I'_{1дк} - I'_{2дк} \qquad I'_{3дк} = 2.277 - 0.61i \qquad F(I'_{3дк}) = (2.357 \;\; -15)$$



$$Z''_{vx} := R + \frac{i \cdot X_L \cdot R}{R + i \cdot X_L} \qquad Z''_{vx} = 36 + 12i$$

$$I''_{3дк} := \frac{E_2}{Z''_{vx}} \qquad I''_{3дк} = 2.065 + 0.423i \qquad F(I''_{3дк}) = (2.108 \;\; 11.565)$$

$$I''_{1дк} := I''_{3дк} \cdot \frac{R}{R + i \cdot X_L} \qquad I''_{1дк} = 1.821 - 0.488i \qquad F(I''_{1дк}) = (1.886 \;\; -15)$$

$$I''_{2дк} := I''_{3дк} - I''_{1дк} \qquad I''_{2дк} = 0.244 + 0.911i \qquad F(I''_{2дк}) = (0.943 \;\; 75)$$

$$I_{1дк} := I'_{1дк} + I''_{1дк} \qquad I_{1дк} = 6.375 - 1.708i \qquad F(I_{1дк}) = (6.6 \;\; -15)$$

$$I_{2дк} := I'_{2дк} + I''_{2дк} \qquad I_{2дк} = 2.521 + 0.301i \qquad F(I_{2дк}) = (2.539 \;\; 6.801)$$

$$I_{3дк} := I'_{3дк} - I''_{3дк} \qquad I_{3дк} = 0.211 - 1.033i \qquad F(I_{3дк}) = (1.054 \;\; -78.435)$$

$$u_{Cдк} := I_{3дк} \cdot (-i \cdot X_C) \qquad u_{Cдк} = -172.115 - 35.221i \qquad F(u_{Cдк}) = (175.682 \;\; -168.435)$$

$$u_{Lдк} := I_{1дк} \cdot i \cdot X_L \qquad u_{Lдк} = 25.622 + 95.622i \qquad F(u_{Lдк}) = (98.995 \;\; 75)$$

$$i_{1дк}(t) := |I_{1дк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{1дк}))$$

$$i_{2дк}(t) := |I_{2дк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{2дк}))$$

$$i_{3дк}(t) := |I_{3дк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{3дк}))$$

$$u_{Cдк}(t) := |u_{Cдк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(u_{Cдк}))$$

$$u_{Lдк}(t) := |u_{Lдк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(u_{Lдк}))$$

Початкові умови:

$$u_{Cдк}(0) = -49.81$$

$$i_{Lдк}(0) = -2.416$$

Given

$$i_{20} = i_{10} - i_{30}$$

$$e_1(0) - e_2(0) = u_{L0} + i_{30} \cdot R$$

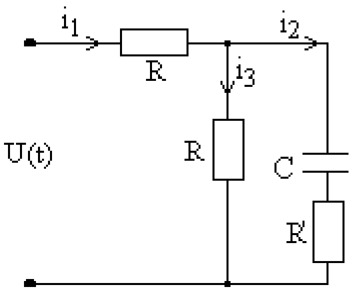
$$e_2(0) = i_{20} \cdot 2 \cdot R - i_{30} \cdot R + u_{C0}$$

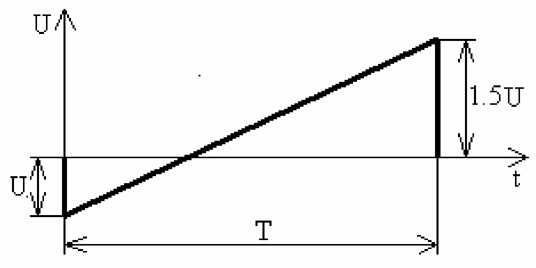
$$\begin{pmatrix} i_{30} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{30}, i_{20}, u_{L0})$$

$i_{10} = -2.416$ $\quad i_{20} = 0.377$ $\quad i_{30} = -2.792$ $\quad u_{L0} = 97.914$ $\quad u_{C0} = -49.81$

Інтеграл Дюамеля

$T := 1.0$ $E_1 := 100$ $E := 1$ $R' := 2R$





Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \dfrac{0}{R + R}$ $i_{1дк} = 0$

$i_{3дк} := i_{1дк}$ $i_{3дк} = 0$ $i_{2дк} := 0$ $i_{2дк} = 0$

$u_{Cдк} := 0 - i_{1дк} \cdot R$ $u_{Cдк} = 0$

Усталений режим після комутації: $t = \infty$

$i'_1 := \dfrac{E}{R + R}$ $i'_1 = 0.017$

$i'_3 := i'_1$ $i'_3 = 0.017$ $i'_2 := 0$ $i'_2 = 0$

$u'_C := E - i'_1 \cdot R$ $u'_C = 0.5$

Незалежні початкові умови

$u_{C0} := u_{Cдк}$ $u_{C0} = 0$

Залежні початкові умови

Given

$i_{20} = i_{10} - i_{30}$

$E = i_{30} \cdot R + i_{10} \cdot R$

$0 = u_{C0} - i_{30} \cdot R + i_{20} \cdot R'$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ i_{30} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{10}, i_{20}, i_{30})$$

$i_{10} = 0.02$ $i_{20} = 6.667 \times 10^{-3}$ $i_{30} = 0.013$

Вільний режим після комутайії: $t = 0$

Складемо характерестичне рівняння схеми

$$Z_{vx}(p) := R + \frac{R \cdot \left(\dfrac{1}{p \cdot C} + R'\right)}{R + R' + \dfrac{1}{p \cdot C}} \qquad Zvx(p) := \frac{R \cdot \left(R + R' + \dfrac{1}{p \cdot C}\right) + R \cdot \left(\dfrac{1}{p \cdot C} + R'\right)}{R + R' + \dfrac{1}{p \cdot C}}$$

$$p := R \cdot \left(R + R' + \frac{1}{p \cdot C}\right) + R \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C} + R'\right) \ \Bigg|\begin{matrix}\text{solve}, p \\ \text{float}, 5\end{matrix} \rightarrow -222.22 \qquad T := \frac{1}{|p|} \cdot T \qquad T = 4.5 \times 10^{-3}$$

Одже корень характеристичного рівняння має вигляд: $p = -222.22$

Вільна складова струма буде мати вигляд:

$i''_1(t) = A_1 \cdot e^{p \cdot t}$

Визначення сталих інтегрування:

$A_1 := i_{10} - i'_1 \qquad A_1 = 3.333 \times 10^{-3}$

Отже: $i''_1(t) := A_1 \cdot e^{p \cdot t}$

Повні значення цих струмів:

$g_{11}(t) := i'_1 + i''_1(t) \qquad g_{11}(t) \text{ float}, 5 \ \rightarrow 1.6667 \cdot 10^{-2} + 3.3333 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(-222.22 \cdot t)$

$h_{cU}(t) := E \cdot \frac{R}{R+R} \cdot \left(1 - e^{p \cdot t}\right) \text{ float}, 5 \ \rightarrow .50000 - .50000 \cdot \exp(-222.22 \cdot t)$

Визначимо закони зміни напруги на всіх проміжках часу:

$U_0 := -E_1 \qquad U_0 = -100$

$U_1(t) := U_0 + \frac{2.5E_1}{T} \cdot t \qquad U_1(t) \text{ float}, 5 \ \rightarrow -100. + 55555. \cdot t \qquad 0 < t < T$

$U_2 := 0 \qquad U_2 = 0 \qquad T < t < \infty$

$U'_1 := \frac{d}{dt} U_1(t) \text{ float}, 5 \ \rightarrow 55555.$

Струм на цих проміжках буде мати вигляд:

$i_1(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + \int_0^t U'_1 \cdot g_{11}(t - \tau)\, d\tau \qquad i_1(t) \left| \begin{array}{l} \text{factor} \\ \text{float}, 3 \end{array} \right. \rightarrow -.833 - 1.17 \cdot \exp(-222. \cdot t) + 926. \cdot t$

$i_2(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + \int_0^T U'_1 \cdot g_{11}(t - \tau)\, d\tau + \left(U_2 - 1.5E_1\right) \cdot g_{11}(t - T)$

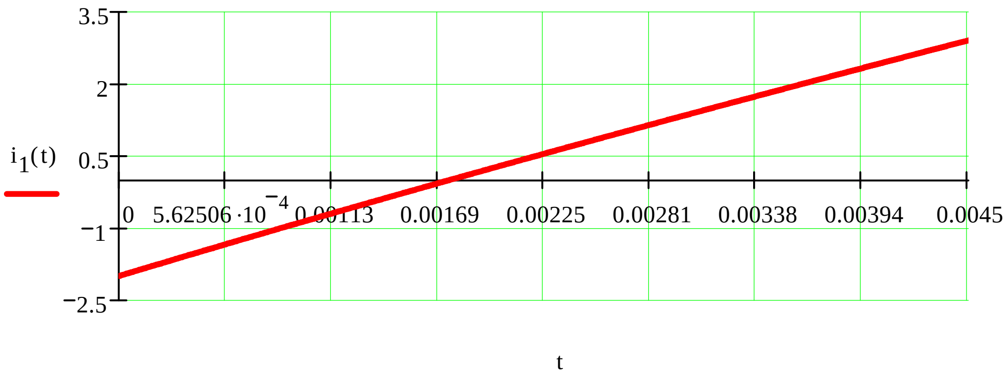
$i_2(t) \left| \begin{array}{l} \text{factor} \\ \text{float}, 3 \end{array} \right. \rightarrow -1.00 \cdot 10^{-19} - 1.17 \cdot \exp(-222. \cdot t) + .333 \cdot \exp(-222. \cdot t + 1.)$

Напруга на індуктивнисті на цих проміжках буде мати вигляд:

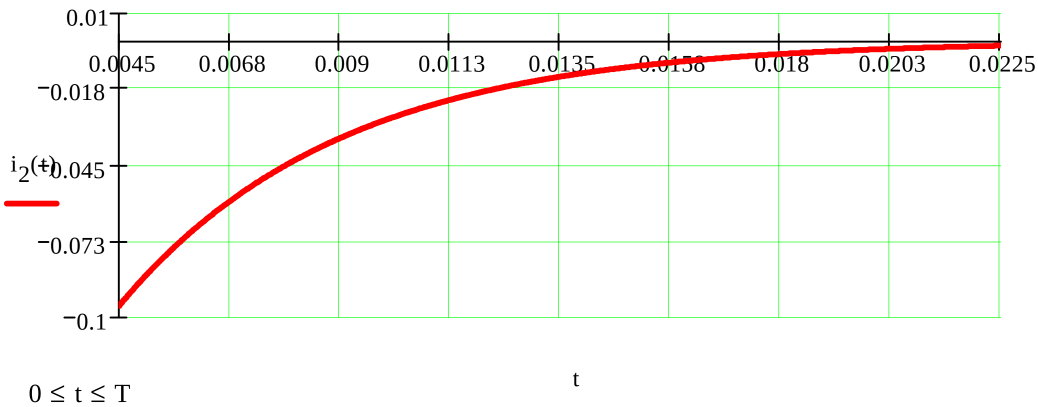
$u_{C1}(t) := U_0 \cdot h_{cU}(t) + \int_0^t U'_1 \cdot h_{cU}(t - \tau)\, d\tau \text{ float}, 4 \ \rightarrow -175.0 + 175.0 \cdot \exp(-222.2 \cdot t) + 2.778 \cdot 10^4 \cdot t$

$u_{C2}(t) := U_0 \cdot h_{cU}(t) + \int_0^T U'_1 \cdot h_{cU}(t - \tau)\, d\tau + \left(U_2 - 1.5E_1\right) \cdot h_{cU}(t - T)$

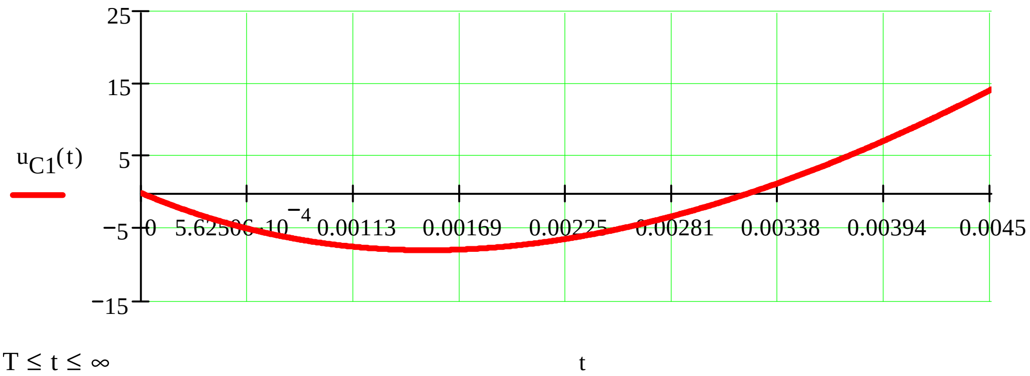
Графік вхідного струму на проміжку: $0 \le t \le T$



Графік вхідного струму на проміжку: $T \le t \le \infty$



$0 \le t \le T$



$T \le t \le \infty$