

**Министерство образования и науки Украины
Национальный технический университет Украины
“Киевский Политехнический Институт”
Кафедра ТОЭ**

Расчетно-графическая работа

“Расчёт цепей постоянного тока”

Вариант № 802

Выполнил: _____

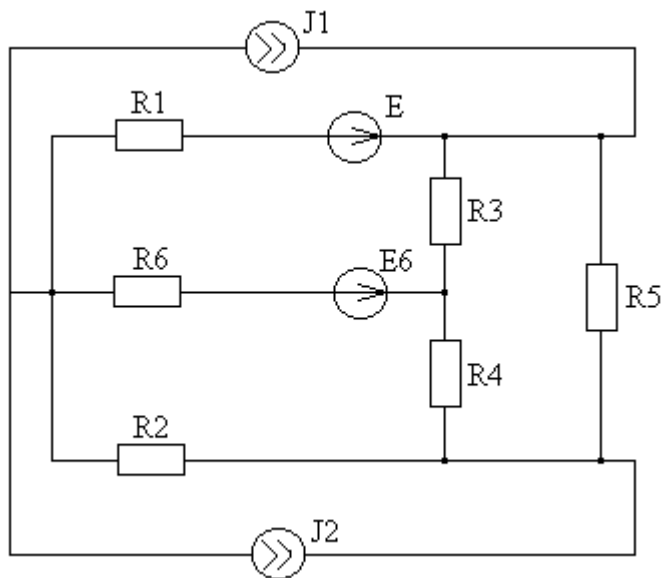
Проверил: _____

Киев 2006

Задание:

1. Найти токи в ветках данной электрической цепи методом узловых потенциалов и контурных токов. Проверить расчёт цепи при помощи законов Кирхгофа для каждого узла и независимого контура. Сложить и проверить уравнение баланса мощностей.
2. Построить потенциальную диаграмму для контура данной цепи.
3. Найти токи в ветвях данной цепи методом эквивалентного генератора.
4. Найти токи в ветках методом наложения. Проверить расчеты цепи за законами Кирхгофа.

$$\begin{array}{llllll} R_1 := 5 & R_2 := 50 & R_3 := 40 & R_4 := 25 & R_5 := 20 & R_6 := 25 \\ E := 50 & E_6 := 100 & J_1 := 5 & J_2 := 25 & & \end{array}$$



Метод контурных токов

За вторым законом Кирхгофа составляем систему уравнений. Решая полученную систему уравнений, находим контурные токи.

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_3 + R_6) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_3 - J_1 \cdot R_1 = E - E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 + J_2 \cdot R_2 = E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_4 + R_5) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -13.156$$

$$I_{K2} = -17.633$$

$$I_{K3} = -11.377$$

Токи ветвей схемы равны:

$$I_1 := J_1 - I_{K1} \quad I_1 = 18.156$$

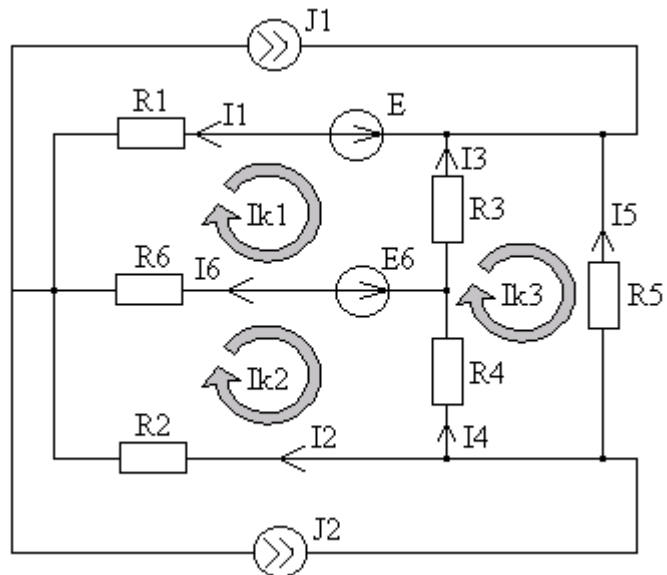
$$I_2 := J_2 + I_{K2} \quad I_2 = 7.367$$

$$I_3 := I_{K3} - I_{K1} \quad I_3 = 1.779$$

$$I_4 := I_{K3} - I_{K2} \quad I_4 = 6.256$$

$$I_5 := -I_{K3} \quad I_5 = 11.377$$

$$I_6 := I_{K1} - I_{K2} \quad I_6 = 4.477$$



Метод узловых потенциалов

Примем потенциал точки 1 равным 0: $\phi_1 := 0$

Найдем узловые и межузловые проводимости и узловые токи:

$$G_{22} := \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} \quad G_{22} = 0.275$$

$$G_{33} := \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6} \quad G_{33} = 0.105$$

$$G_{44} := \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \quad G_{44} = 0.11$$

$$G_{21} := \frac{1}{R_1} \quad G_{21} = 0.2$$

$$G_{23} := \frac{1}{R_3} \quad G_{23} = 0.025$$

$$G_{24} := \frac{1}{R_5} \quad G_{24} = 0.05$$

$$G_{31} := \frac{1}{R_6} \quad G_{31} = 0.04$$

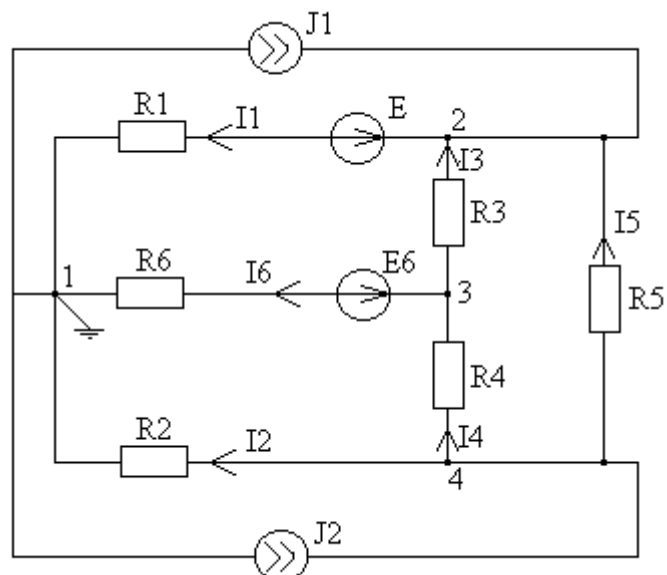
$$G_{32} := G_{23} \quad G_{32} = 0.025$$

$$G_{34} := \frac{1}{R_4} \quad G_{34} = 0.04$$

$$G_{41} := \frac{1}{R_2} \quad G_{41} = 0.02$$

$$G_{42} := G_{24} \quad G_{42} = 0.05$$

$$G_{43} := G_{34} \quad G_{43} = 0.04$$



$$J_{B2} := J_1 + \frac{E}{R_1}$$

$$J_{B2} = 15$$

$$J_{B4} := J_2$$

$$J_{B4} = 25$$

$$J_{B3} := \frac{E_6}{R_6}$$

$$J_{B3} = 4$$

Подставив найденные значения проводимостей и узловых токов в расчетную систему уравнений и найдем искомые потенциалы узлов 2 и 4:

$$\phi_2 := 1$$

$$\phi_3 := 1$$

$$\phi_4 := 1$$

Given

$$-G_{21} \cdot \phi_1 + G_{22} \cdot \phi_2 - G_{23} \cdot \phi_3 - G_{24} \cdot \phi_4 = J_{B2}$$

$$-G_{31} \cdot \phi_1 - G_{32} \cdot \phi_2 + G_{33} \cdot \phi_3 - G_{34} \cdot \phi_4 = J_{B3}$$

$$-G_{41} \cdot \phi_1 - G_{42} \cdot \phi_2 - G_{43} \cdot \phi_3 + G_{44} \cdot \phi_4 = J_{B4}$$

$$\begin{pmatrix} \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{pmatrix} := \text{Find}(\phi_2, \phi_3, \phi_4)$$

$$\phi_2 = 140.781 \quad \phi_3 = 211.931 \quad \phi_4 = 368.33$$

Токи ветвей схемы находим за законом Ома:

$$I_1 := \frac{\phi_2 - \phi_1 - E}{R_1}$$

$$I_1 = 18.156$$

$$I_2 := \frac{\phi_4 - \phi_1}{R_2}$$

$$I_2 = 7.367$$

$$I_3 := \frac{\phi_3 - \phi_2}{R_3}$$

$$I_3 = 1.779$$

$$I_4 := \frac{\phi_4 - \phi_3}{R_4}$$

$$I_4 = 6.256$$

$$I_5 := \frac{\phi_4 - \phi_2}{R_5}$$

$$I_5 = 11.377$$

$$I_6 := I_4 - I_3$$

$$I_6 = 4.477$$

Проверка:

За 1-м законом Кирхгофа:

$$I_6 - I_4 + I_3 = 0$$

$$-I_2 - I_4 - I_5 + J_2 = -1.279 \times 10^{-13}$$

$$-I_1 + I_5 + I_3 + J_1 = -2.878 \times 10^{-13}$$

$$I_1 + I_2 + I_6 - J_1 - J_2 = 4.157 \times 10^{-13}$$

За 2-м законом Кирхгофа:

$$E_6 - E = 50$$

$$I_3 \cdot R_3 + I_1 \cdot R_1 - I_6 \cdot R_6 = 50$$

$$-I_1 \cdot R_1 - I_5 \cdot R_5 + I_2 \cdot R_2 = 50$$

$$E = 50$$

$$-I_4 \cdot R_4 + I_5 \cdot R_5 - I_3 \cdot R_3 = 0$$

$$I_2 \cdot R_2 - I_4 \cdot R_4 - I_6 \cdot R_6 = 100$$

$$E_6 = 100$$

Баланс мощностей:

$$-E \cdot I_1 - E_6 \cdot I_6 + J_2 \cdot (I_2 \cdot R_2) + J_1 \cdot (I_1 \cdot R_1 + E) = 8.557 \times 10^3$$

$$I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6 = 8.557 \times 10^3$$

Потенциальная диаграмма

$$\phi_1 = 0$$

$$\phi_{3'} := \phi_1 + E_6$$

$$\phi_3 := \phi_{3'} + I_6 \cdot R_6$$

$$\phi_5 := \phi_3 - I_3 \cdot R_3$$

$$\phi_2 := \phi_5 - E$$

$$\phi_1 := \phi_2 - I_1 \cdot R_1$$

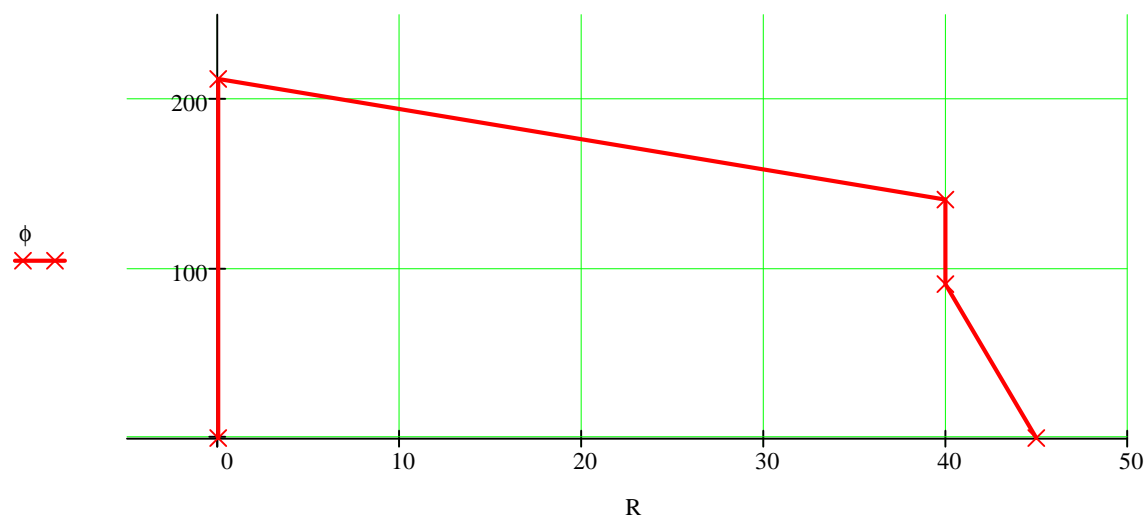
$$\phi_{3'} = 100$$

$$\phi_3 = 211.931$$

$$\phi_5 = 140.781$$

$$\phi_2 = 90.781$$

$$\phi_1 = -1.677 \times 10^{-12}$$



Метод эквивалентного генератора

Вырезавши из выходной схемы ветку с сопротивлением R_1 и источником питания E , получаем схему. В выходной схеме ток I_1 направленный от узла 2 к узлу 1, такое же направление выберем и для напряжения холостого хода U_{1X} .

Для нахождения напряжения U_{1X} сначала надо найти токи в ветвях с сопротивлениями R_6 и R_3 . Для этого воспользуемся методом контурных токов:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_6 + R_4 + R_2) - I_{K2} \cdot R_4 + J_1 \cdot R_2 + J_2 \cdot R_2 = E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_4 + I_{K2} \cdot (R_4 + R_3 + R_5) + J_1 \cdot R_5 = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2})$$

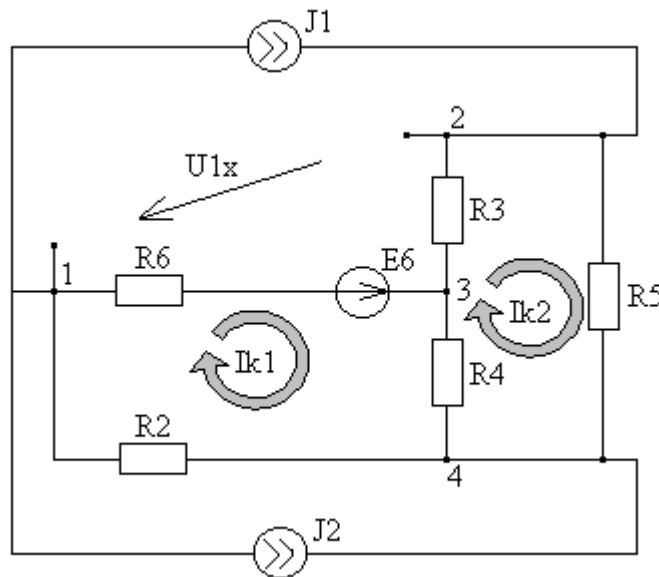
$$I_{K1} = -15.429 \quad I_{K2} = -5.714$$

Искомое напряжение холостого хода равно:

$$U_{1X} := -I_{K2} \cdot R_3 - I_{K1} \cdot R_6 + E_6 \quad U_{1X} = 714.286$$

Эквивалентное сопротивление цепи равно:

$$R_E := \frac{\left(R_6 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4 + R_5} \right) \cdot \left(R_2 + \frac{R_4 \cdot R_5}{R_3 + R_4 + R_5} \right)}{\left(R_6 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4 + R_5} \right) + \left(R_2 + \frac{R_4 \cdot R_5}{R_3 + R_4 + R_5} \right)} + \frac{R_3 \cdot R_5}{R_3 + R_4 + R_5} \quad R_E = 31.587$$



Искомый ток, вырезаной ветки, равен:

$$I_1 := \frac{-E + U_{1X}}{R_E + R_1} \quad I_1 = 18.156$$

Метод наложения

В цепи действует только E:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_3 + R_6) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_3 = E$$

$$-I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_4 + R_5) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = 1.367 \quad I_{K2} = 0.542 \quad I_{K3} = 0.803$$

$$I_{1E} := I_{K1} \quad I_{1E} = 1.367$$

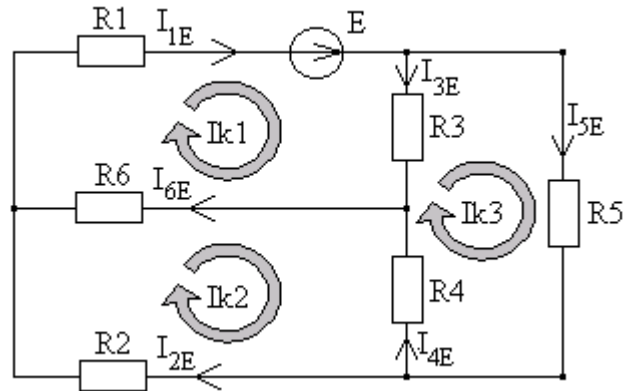
$$I_{2E} := I_{K2} \quad I_{2E} = 0.542$$

$$I_{3E} := I_{K1} - I_{K3} \quad I_{3E} = 0.564$$

$$I_{4E} := I_{K3} - I_{K2} \quad I_{4E} = 0.26$$

$$I_{5E} := I_{K3} \quad I_{5E} = 0.803$$

$$I_{6E} := I_{K1} - I_{K2} \quad I_{6E} = 0.824$$



В цепи действует только E6:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_3 + R_6) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_3 = -E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 = E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_4 + R_5) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -1.649 \quad I_{K2} = 0.425 \quad I_{K3} = -0.651$$

$$I_{1E6} := -I_{K1} \quad I_{1E6} = 1.649$$

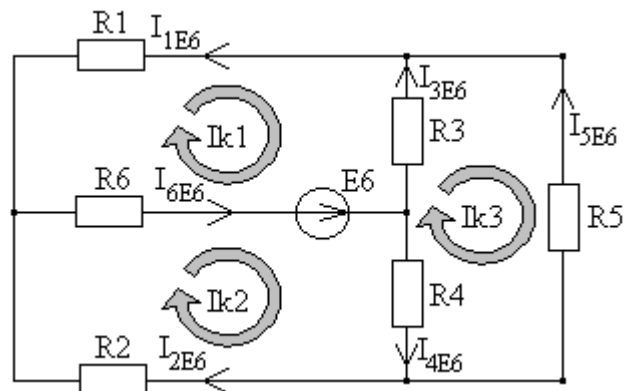
$$I_{2E6} := I_{K2} \quad I_{2E6} = 0.425$$

$$I_{3E6} := I_{K3} - I_{K1} \quad I_{3E6} = 0.998$$

$$I_{4E6} := I_{K2} - I_{K3} \quad I_{4E6} = 1.076$$

$$I_{5E6} := -I_{K3} \quad I_{5E6} = 0.651$$

$$I_{6E6} := I_{K2} - I_{K1} \quad I_{6E6} = 2.074$$



В цепи действует только J1:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_3 + R_6) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_3 - J_1 \cdot R_1 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_4 + R_5) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = 0.683 \quad I_{K2} = 0.271 \quad I_{K3} = 0.401$$

$$I_{1J1} := J_1 - I_{K1} \quad I_{1J1} = 4.317$$

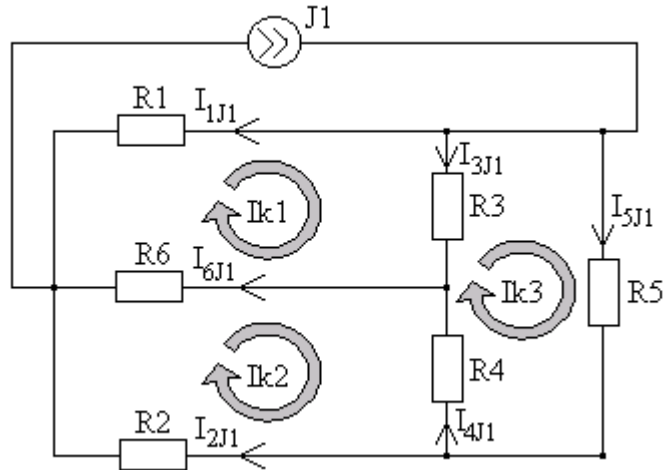
$$I_{2J1} := I_{K2} \quad I_{2J1} = 0.271$$

$$I_{3J1} := I_{K1} - I_{K3} \quad I_{3J1} = 0.282$$

$$I_{4J1} := I_{K3} - I_{K2} \quad I_{4J1} = 0.13$$

$$I_{5J1} := I_{K3} \quad I_{5J1} = 0.401$$

$$I_{6J1} := I_{K1} - I_{K2} \quad I_{6J1} = 0.412$$



В цепи действует только J2:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_3 + R_6) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_3 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 + J_2 \cdot R_2 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_4 + R_5) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -13.557 \quad I_{K2} = -18.872 \quad I_{K3} = -11.931$$

$$I_{1J2} := -I_{K1} \quad I_{1J2} = 13.557$$

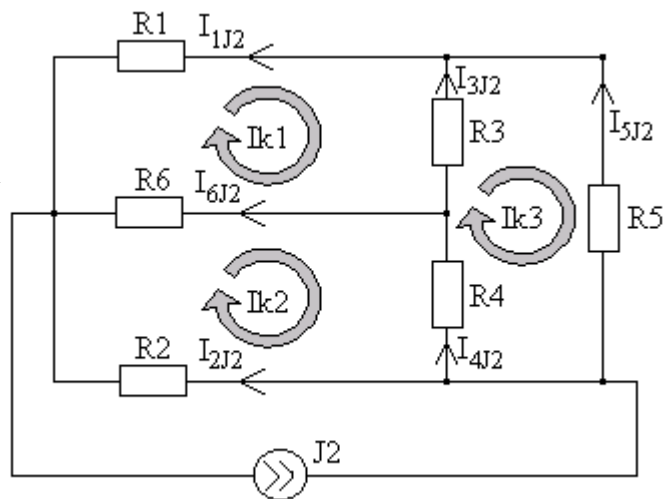
$$I_{2J2} := J_2 + I_{K2} \quad I_{2J2} = 6.128$$

$$I_{3J2} := I_{K3} - I_{K1} \quad I_{3J2} = 1.627$$

$$I_{4J2} := I_{K3} - I_{K2} \quad I_{4J2} = 6.941$$

$$I_{5J2} := -I_{K3} \quad I_{5J2} = 11.931$$

$$I_{6J2} := I_{K1} - I_{K2} \quad I_{6J2} = 5.315$$



В основной цепи действуют токи:

$$I_1 := -I_{1E} + I_{1E6} + I_{1J1} + I_{1J2}$$

$$I_1 = 18.156$$

$$I_2 := I_{2E} + I_{2E6} + I_{2J1} + I_{2J2}$$

$$I_2 = 7.367$$

$$I_3 := -I_{3E} + I_{3E6} - I_{3J1} + I_{3J2}$$

$$I_3 = 1.779$$

$$I_4 := I_{4E} - I_{4E6} + I_{4J1} + I_{4J2}$$

$$I_4 = 6.256$$

$$I_5 := -I_{5E} + I_{5E6} - I_{5J1} + I_{5J2}$$

$$I_5 = 11.377$$

$$I_6 := I_{6E} - I_{6E6} + I_{6J1} + I_{6J2}$$

$$I_6 = 4.477$$