Міністерство освіти України
Національний технічний університет України
“Київський політехнічний інститут”
Кафедра ТОЕ

Розрахунково-графічна робота

“Розрахунок перехідних процесів у лінійних колах“

Варіант № 812

Виконав: ________________
____
____
____

Перевірив: ________________

Київ 2007

Умова задання

1. В колі з джерелом постійної ЕДС необхідно:

1) класичним методом розрахзувати напруги на реактивних елементах та струми перехідного процесу;

2) розрахувати струм в колі з джерелом ЕДС Е1 та напругу на реактивному елементі операторним методом;

3) побудувати в одному часовому масштабі діаграми струму та напруги на реактивних елементах.

2. Дослідити, яким повинен бути активний опір у вітці з джерелом Е1, щоб перехідний процес проходив в граничному режимі.

3. Визначити струми в вітках та напруги на реактивних елементах в момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійних ЕДС Е1і Е2 в колі діють синусоїдні джерела.

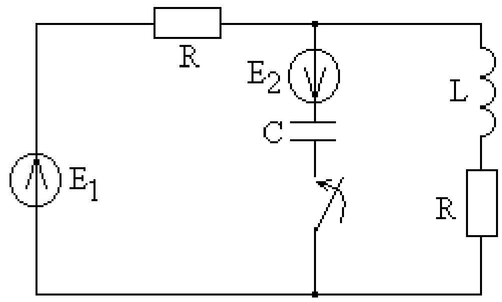
3. В післякомутаційній схемі закоротити джерело ЕДС Е2.

а) виключити катушку індуктивності чи ємність, замінивши останню опором R;

б) вважаючи, що замість ждерела постійної ЕДС Е1 до отриманного кола подається напруга, форма якої показана на малюнку;

в) розрахувати вхідний струм та напругу на реактивном елементі методом інтеграла Дюамеля при періоді T, заданому в долях від τ;

г) побудувати в одному часовому масштабі діаграми напруги на вході, вхідного струму і напруги на реактивних елементі.



Основна схема

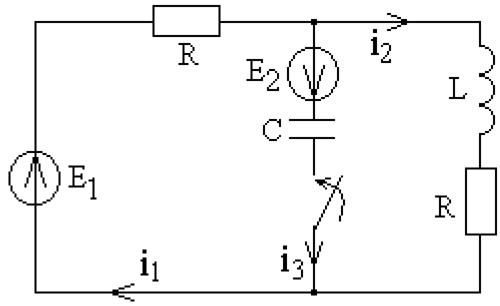
Вхідні данні:

$L := 0.2$ Гн $\quad C := 180 \cdot 10^{-6}$ Ф $\quad R := 50$ Ом

$E_1 := 90$ В $\quad E_2 := 60$ В $\quad \psi := 45 \cdot deg$ C^0 $\quad \omega := 200$ c^{-1}

Класичний метод

Оберемо додатній напрямок струмів у вітках схеми:



Знайдемо значення струмів та напруг безпосередньо до комутації:

Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \frac{E_1}{2 \cdot R}$ $\quad i_{2дк} := i_{1дк} \quad i_{2дк} = 0.9$

$i_{3дк} := 0$ $\quad u_{Lдк} := 0$

$u_{Cдк} := 0$ $\quad u_{Cдк} = 0$

Усталений режим після комутації: $t = \infty$

$i'_1 := \frac{E_1}{2 \cdot R}$ $\quad i'_2 := i'_1 \quad i'_2 = 0.9$

$i'_3 := 0$ $\quad u'_L := 0$

$u'_C := E_1 + E_2 - i'_1 \cdot R$ $\quad u'_C = 105$

Незалежні початкові умови

$i_{20} := i_{2дк}$ $\quad i_{20} = 0.9$

$u_{C0} := u_{Cдк}$ $\quad u_{C0} = 0$

Залежні початкові умови

Given

$i_{10} = i_{20} + i_{30}$

$E_1 + E_2 = i_{10} \cdot R + u_{C0}$

$-E_2 = i_{20} \cdot R + u_{L0} - u_{C0}$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{30} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{10}, i_{30}, u_{L0}) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ \frac{21}{10} \\ -105 \end{pmatrix}$$

$i_{10} = 3$ $\quad i_{30} = 2.1$ $\quad u_{L0} = -105$

Незалежні початкові умови

$di_{20} := \frac{u_{L0}}{L}$ $\quad di_{20} = -525$

$du_{C0} := \frac{i_{30}}{C}$ $\quad du_{C0} = 1.167 \times 10^4$

Залежні початкові умови

Given

$$di_{10} = di_{20} + di_{30}$$

$$0 = du_{C0} + di_{10} \cdot R$$

$$0 = di_{20} \cdot R + du_{L0} - du_{C0}$$

$$\begin{pmatrix} di_{10} \\ di_{30} \\ du_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(di_{10}, di_{30}, du_{L0})$$

$di_{10} = -233.333$ $\quad di_{30} = 291.667$ $\quad du_{L0} = 3.792 \times 10^4$

Вільний режим після комутайії: $t = 0$

Складемо характерестичне рівняння схеми

$$Z(p) := \frac{\frac{1}{p \cdot C} \cdot (R + p \cdot L)}{R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}} + R \qquad Z(p) := \frac{\frac{1}{p \cdot C} \cdot (R + p \cdot L) + R \cdot \left(R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right)}{R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}}$$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := \frac{1}{p \cdot C} \cdot (R + p \cdot L) + R \cdot \left(R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) \left| \begin{matrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 6 \end{matrix} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -180.556 - 151.510 \cdot i \\ -180.556 + 151.510 \cdot i \end{pmatrix}$$

Одже корні характеристичного рівняння мають вигляд:

$p_1 = -180.556 - 151.51i$ $\qquad p_2 = -180.556 + 151.51i$

Коефіцієнт затухання та кутова частота вільних коливань:

$\delta := \left|\mathrm{Re}(p_1)\right|$ $\quad \delta = 180.556$ $\qquad \omega_0 := \left|\mathrm{Im}(p_2)\right|$ $\quad \omega_0 = 151.51$

Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$$i''_1(t) = A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_1)$$

$$i''_2(t) = B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_2)$$

$$i''_3(t) = C \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_3)$$

$$u''_C(t) = D \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_C)$$

$$u''_L(t) = F \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_L)$$

Визначення сталих інтегрування:

Для струму i1(t):

Given

$$i_{10} - i'_1 = A \cdot \sin(v_1)$$

$$di_{10} = -A \cdot \delta \cdot \sin(v_1) + A \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_1)$$

$$\begin{pmatrix} A \\ v_1 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(A, v_1) \text{ float}, 5 \rightarrow \begin{pmatrix} -2.3101 & 2.3101 \\ -2.0006 & 1.1410 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$A = -2.31$ $\qquad v_1 = -2.001$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i''_1(t) := A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_1) \text{ float}, 5 \rightarrow -2.3101 \cdot \exp(-180.56 \cdot t) \cdot \sin(151.51 \cdot t - 2.0006)$$

$$i_1(t) := i'_1 + i''_1(t) \text{ float}, 4 \rightarrow .9000 - 2.310 \cdot \exp(-180.6 \cdot t) \cdot \sin(151.5 \cdot t - 2.001)$$

Для струму i2(t):

$$i_{20} - i'_2 = B \cdot \sin(v_2)$$
$$di_{20} = -B \cdot \delta \cdot \sin(v_2) + B \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_2)$$
$$\begin{pmatrix} B \\ v_2 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(B, v_2)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow \begin{pmatrix} -3.4651 & 3.4651 \\ 0 & 3.1416 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$B = -3.465$ $v_2 = 0$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i''_2(t) := B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_2)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow -3.4651 \cdot \exp(-180.56 \cdot t) \cdot \sin(151.51 \cdot t)$$
$$i_2(t) := i'_2 + i''_2(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow .9000 - 3.465 \cdot \exp(-180.6 \cdot t) \cdot \sin(151.5 \cdot t)$$

Для струму i3(t):

$$i_{30} - i'_3 = C \cdot \sin(v_3)$$
$$di_{30} = -C \cdot \delta \cdot \sin(v_3) + C \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_3)$$
$$\begin{pmatrix} C \\ v_3 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(C, v_3)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow \begin{pmatrix} -4.9004 & 4.9004 \\ -2.6987 & .44287 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$C = -4.9$ $v_3 = -2.699$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i''_3(t) := C \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_3)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow -4.9004 \cdot \exp(-180.56 \cdot t) \cdot \sin(151.51 \cdot t - 2.6987)$$
$$i_3(t) := i'_3 + i''_3(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow -4.900 \cdot \exp(-180.6 \cdot t) \cdot \sin(151.5 \cdot t - 2.699)$$

Для напруги Uc(t):

$$u_{C0} - u'_C = D \cdot \sin(v_C)$$
$$du_{C0} = -D \cdot \delta \cdot \sin(v_C) + D \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_C)$$
$$\begin{pmatrix} D \\ v_C \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(D, v_C)\ \left| \begin{matrix} \mathrm{float}, 5 \\ \mathrm{complex} \end{matrix} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -115.50 & 115.50 \\ 1.1410 & -2.0006 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$D = -115.5$ $v_C = 1.141$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$u''_C(t) := D \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_C)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow -115.50 \cdot \exp(-180.56 \cdot t) \cdot \sin(151.51 \cdot t + 1.1410)$$
$$u_C(t) := u'_C + u''_C(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow 105. - 115.5 \cdot \exp(-180.6 \cdot t) \cdot \sin(151.5 \cdot t + 1.141)$$

Для напруги Ul(t):

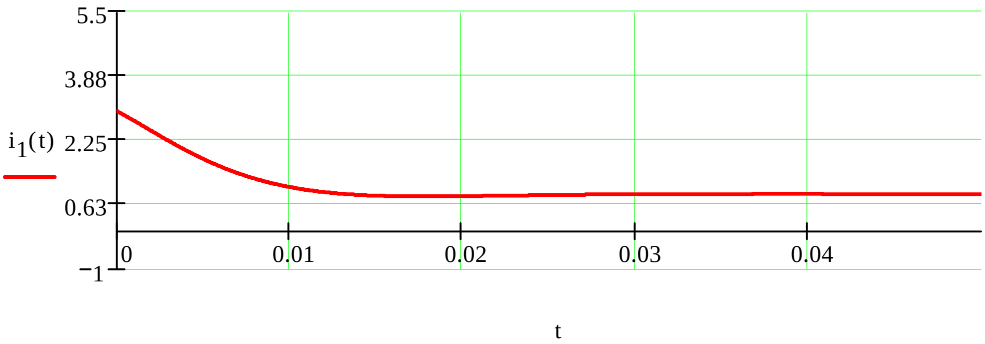
$$u_{L0} - u'_L = F \cdot \sin(v_L)$$
$$du_{L0} = -F \cdot \delta \cdot \sin(v_L) + F \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_L)$$
$$\begin{pmatrix} F \\ v_L \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(F, v_L)\ \left| \begin{matrix} \mathrm{float}, 5 \\ \mathrm{complex} \end{matrix} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -163.35 & 163.35 \\ 2.4434 & -.69815 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

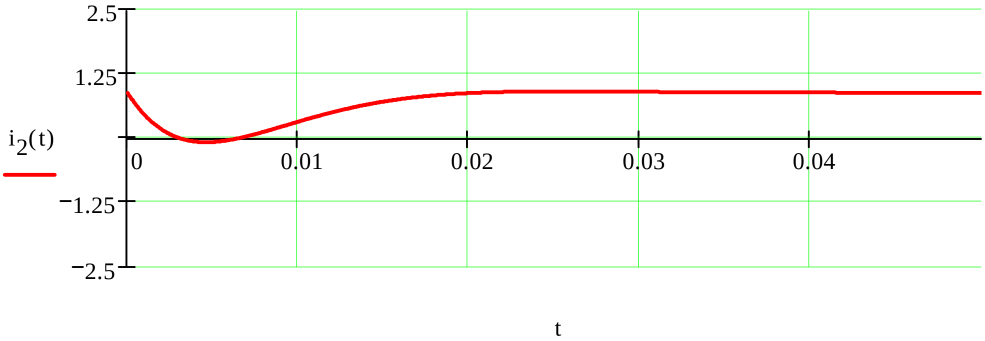
$F = -163.35$ $v_L = 2.443$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

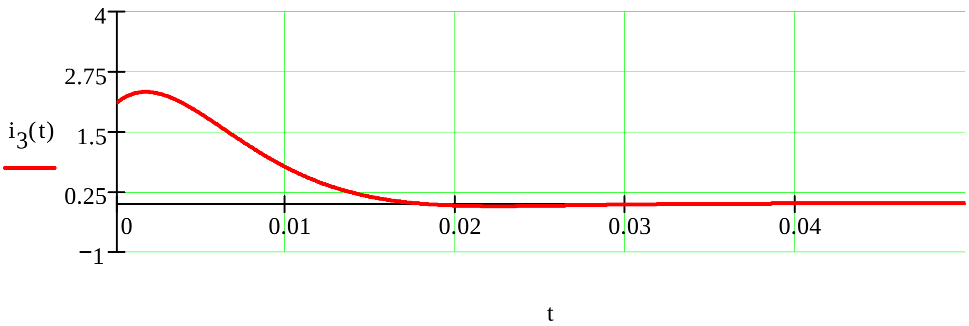
$$u''_L(t) := F \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_L)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow -163.35 \cdot \exp(-180.56 \cdot t) \cdot \sin(151.51 \cdot t + 2.4434)$$
$$u_L(t) := u'_L + u''_L(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow -163.4 \cdot \exp(-180.6 \cdot t) \cdot \sin(151.5 \cdot t + 2.443)$$



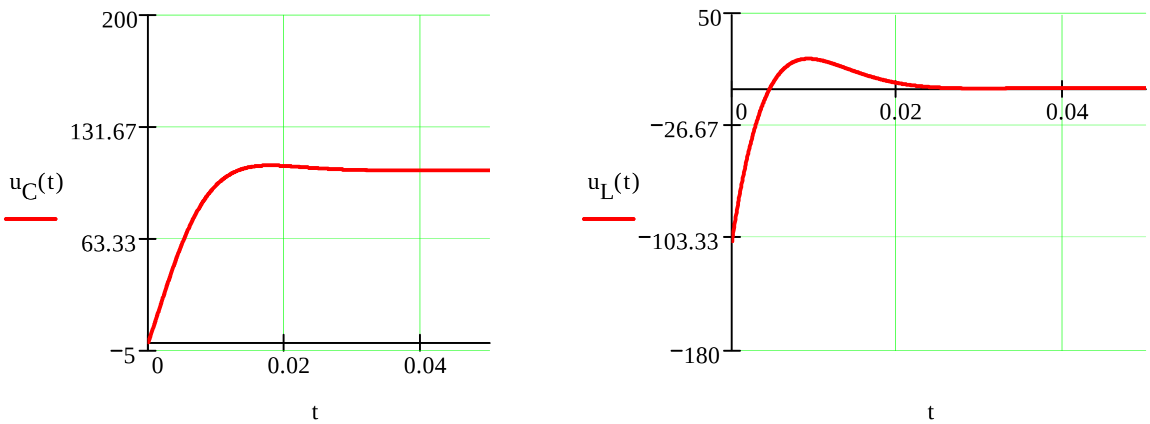
Графік перехідного струму i1(t).



Графік перехідного струму i2(t).

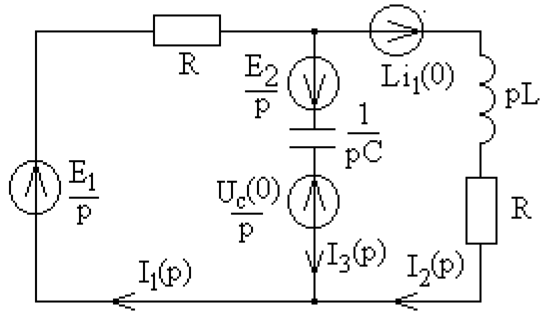


Графік перехідного струму i3(t).



Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

Операторний метод



Операторна схема

Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \frac{E_1}{2 \cdot R}$ $\quad$ $i_{2дк} := i_{1дк}$ $\quad$ $i_{2дк} = 0.9$

$i_{3дк} := 0$ $\quad$ $u_{Lдк} := 0$

$u_{Cдк} := E_1 + E_2 - i_{1дк} \cdot R$ $\quad$ $u_{Cдк} = 105$

Початкові умови:

$i_{L0} := i_{2дк}$ $\quad$ $i_{L0} = 0.9$

$u_{C0} = 0$

$$I_{k1}(p) \cdot \left(R + \frac{1}{p \cdot C}\right) - I_{k2}(p) \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C}\right) = \frac{E_1}{p} + \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p}$$

$$-I_{k1}(p) \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C}\right) + I_{k2}(p) \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C} + R + p \cdot L\right) = -\frac{E_2}{p} + \frac{u_{C0}}{p} + L \cdot i_{20}$$

$$\Delta(p) := \begin{vmatrix} R + \frac{1}{p \cdot C} & -\left(\frac{1}{p \cdot C}\right) \\ -\left(\frac{1}{p \cdot C}\right) & \frac{1}{p \cdot C} + R + p \cdot L \end{vmatrix} \qquad \Delta(p) \text{ float}, 5 \;\rightarrow \frac{1}{p^{1.}} \cdot \left(5.5556 \cdot 10^5 + 3611.1 \cdot p + 10.000 \cdot p^{2.}\right)$$

$$\Delta_1(p) := \begin{vmatrix} \frac{E_1}{p} + \frac{E_2}{p} + \frac{u_{C0}}{p} & -\left(\frac{1}{p \cdot C}\right) \\ -\frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} + L \cdot i_{20} & \frac{1}{p \cdot C} + R + p \cdot L \end{vmatrix} \qquad \Delta_1(p) \text{ float}, 5 \;\rightarrow \frac{\left(5.0000 \cdot 10^5 + 8500.0 \cdot p + 30.0 \cdot p^{2.}\right)}{p^{2.}}$$

$$\Delta_2(p) := \begin{vmatrix} R + \frac{1}{p \cdot C} & \frac{E_1}{p} + \frac{E_2}{p} + \frac{u_{C0}}{p} \\ -\left(\frac{1}{p \cdot C}\right) & -\frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} + L \cdot i_{20} \end{vmatrix} \qquad \Delta_2(p) \text{ float}, 5 \;\rightarrow \frac{\left(5.0000 \cdot 10^5 - 2000.0 \cdot p + 9.0000 \cdot p^{2.}\right)}{p^{2.}}$$

Контурні струми та напруга на індуктивності будуть мати вигляд:

$$I_{k1}(p) := \frac{\Delta_1(p)}{\Delta(p)} \qquad I_1(p) := I_{k1}(p)\ \text{float},5\ \rightarrow \frac{\left(5.0000 \cdot 10^5 + 8500.0 \cdot p + 30.0 \cdot p^{2.}\right)}{p^{1.} \cdot \left(5.5556 \cdot 10^5 + 3611.1 \cdot p + 10.000 \cdot p^{2.}\right)^{1.}}$$

$$I_{k2}(p) := \frac{\Delta_2(p)}{\Delta(p)} \qquad I_2(p) := I_{k2}(p)\ \text{float},5\ \rightarrow \frac{\left(5.0000 \cdot 10^5 - 2000.0 \cdot p + 9.0000 \cdot p^{2.}\right)}{p^{1.} \cdot \left(5.5556 \cdot 10^5 + 3611.1 \cdot p + 10.000 \cdot p^{2.}\right)^{1.}}$$

$$I_3(p) := I_{k1}(p) - I_{k2}(p)\ \Big|\begin{matrix}\text{float},5\\ \text{simplify}\end{matrix} \rightarrow 210. \cdot \frac{(500. + p)}{\left(5555600. + 36111. \cdot p + 100. \cdot p^2\right)}$$

$$u_L(p) := L \cdot p \cdot I_2(p) - L \cdot i_{2\text{дк}}\ \text{factor}\ \rightarrow \frac{-1}{50} \cdot \frac{(400 + 524999 \cdot p)}{\left(5555600 + 36111 \cdot p + 100 \cdot p^2\right)}$$

$$u_C(p) := \frac{u_{C0}}{p} + \frac{I_3(p)}{p \cdot C}\ \text{factor}\ \rightarrow \frac{3500000}{3} \cdot \frac{(500 + p)}{\left(5555600 + 36111 \cdot p + 100 \cdot p^2\right) \cdot p}$$

Перейдемо тепер від зображення до функції часу за формулою розкладу:
Для струму I1(p):

$$N_1(p) := 5.0000 \cdot 10^5 + 8500.0 \cdot p + 30.0 \cdot p^{2.} \qquad M_1(p) := p^{1.} \cdot \left(5.5556 \cdot 10^5 + 3611.1 \cdot p + 10.000 \cdot p^{2.}\right)^{1.}$$

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_1(p)\ \Big|\begin{matrix}\text{solve}, p\\ \text{float},5\end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -180.56 - 151.51 \cdot i \\ -180.56 + 151.51 \cdot i \end{pmatrix}$$

$p_0 = 0 \qquad p_1 = -180.56 - 151.51i \qquad p_2 = -180.56 + 151.51i$

$N_1(p_0) = 5 \times 10^5 \qquad N_1(p_1) = -7.454 \times 10^5 + 3.536i \times 10^5 \qquad N_1(p_2) = -7.454 \times 10^5 - 3.536i \times 10^5$

$$dM_1(p) := \frac{d}{dp} M_1(p)\ \Big|\begin{matrix}\text{factor}\\ \text{float},5\end{matrix} \rightarrow 5.5556 \cdot 10^5 + 7222.2 \cdot p + 30. \cdot p^{2.}$$

$dM_1(p_0) = 5.556 \times 10^5 \quad dM_1(p_1) = -4.591 \times 10^5 + 5.472i \times 10^5 \qquad dM_1(p_2) = -4.591 \times 10^5 - 5.472i \times 10^5$

Отже струм як функція часу буде мати вигляд:

$$i_1(t) := \frac{N_1(p_0)}{dM_1(p_0)} + \frac{N_1(p_1)}{dM_1(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_1(p_2)}{dM_1(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \qquad i_1(0) = 3$$

$$i_1(t)\ \Big|\begin{matrix}\text{float},5\\ \text{complex}\end{matrix} \rightarrow .89999 + 2.1000 \cdot \exp(-180.56 \cdot t) \cdot \cos(151.51 \cdot t) + .96256 \cdot \exp(-180.56 \cdot t) \cdot \sin(151.51 \cdot t)$$

Для напруги на конденсаторі Uc(p):

$$N_u(p) := \frac{3500000}{3} \cdot (500 + p) \qquad M_u(p) := p \cdot \left(5555600 + 36111 \cdot p + 100 \cdot p^2\right)$$

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_u(p)\ \Big|\begin{matrix}\text{solve}, p\\ \text{float},5\end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -180.56 + 151.51 \cdot i \\ -180.56 - 151.51 \cdot i \end{pmatrix}$$

$p_0 = 0 \qquad p_1 = -180.56 + 151.51i \qquad p_2 = -180.56 - 151.51i$

$N_u(p_0) = 5.833 \times 10^{8}$ $\quad N_u(p_1) = 3.727 \times 10^{8} + 1.768i \times 10^{8}$ $\quad N_u(p_2) = 3.727 \times 10^{8} - 1.768i \times 10^{8}$

$$dM_u(p) := \frac{d}{dp}M_u(p) \text{ factor } \rightarrow 5555600 + 72222 \cdot p + 300 \cdot p^2$$

$dM_u(p_0) = 5.556 \times 10^{6}$ $\quad dM_u(p_1) = -4.591 \times 10^{6} - 5.472i \times 10^{6}$ $\quad dM_u(p_2) = -4.591 \times 10^{6} + 5.472i \times 10^{6}$

Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$u_C(t) := \frac{N_u(p_0)}{dM_u(p_0)} + \frac{N_u(p_1)}{dM_u(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_u(p_2)}{dM_u(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \qquad u_C(0) = 5.944 \times 10^{-3}$$

$$u_C(t) \left| \begin{array}{l} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{array} \right. \rightarrow 105.00 - 104.994 \cdot \exp(-180.56 \cdot t) \cdot \cos(151.51 \cdot t) - 48.132 \cdot \exp(-180.56 \cdot t) \cdot \sin(151.51 \cdot t)$$

Для напруги на індуктивності:

$$N_L(p) := \frac{-1}{50}(400 + 524999 \cdot p) \qquad M_L(p) := \left(5555600 + 36111 \cdot p + 100 \cdot p^2\right)$$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_L(p) \left| \begin{array}{l} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -180.56 + 151.51 \cdot i \\ -180.56 - 151.51 \cdot i \end{pmatrix}$$

$p_1 = -180.56 + 151.51i$ $\quad p_2 = -180.56 - 151.51i$

$N_L(p_1) = 1.896 \times 10^{6} - 1.591i \times 10^{6}$ $\quad N_L(p_2) = 1.896 \times 10^{6} + 1.591i \times 10^{6}$

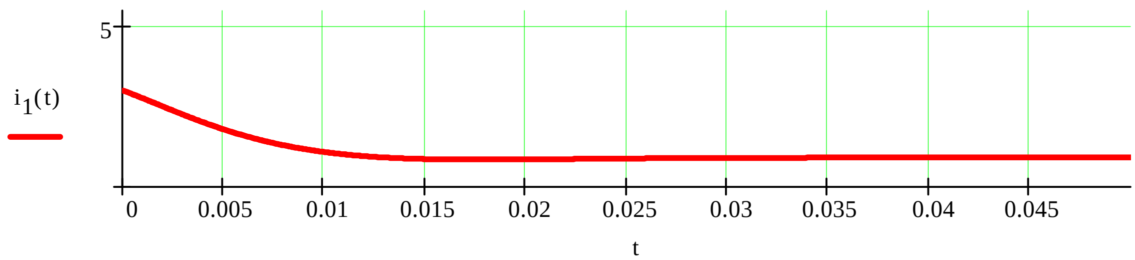
$$dM_L(p) := \frac{d}{dp}M_L(p) \text{ factor } \rightarrow 36111 + 200 \cdot p$$

$dM_L(p_1) = -1 + 3.03i \times 10^{4}$ $\quad dM_L(p_2) = -1 - 3.03i \times 10^{4}$

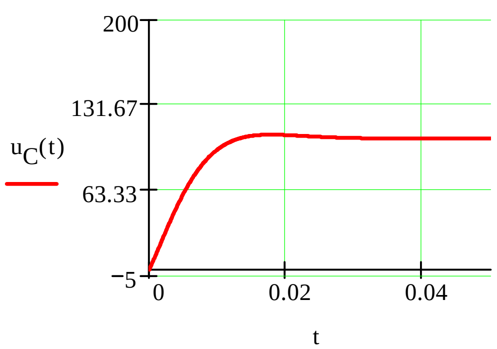
Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

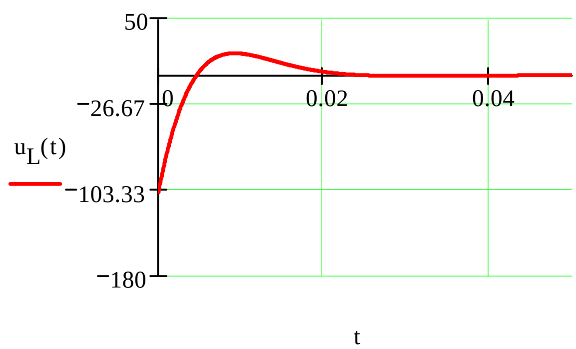
$$u_L(t) := \frac{N_L(p_1)}{dM_L(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_L(p_2)}{dM_L(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \qquad u_L(0) = -105.004$$

$$u_L(t) \left| \begin{array}{l} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{array} \right. \rightarrow -105.004 \cdot \exp(-180.56 \cdot t) \cdot \cos(151.51 \cdot t) + 125.128 \cdot \exp(-180.56 \cdot t) \cdot \sin(151.51 \cdot t)$$



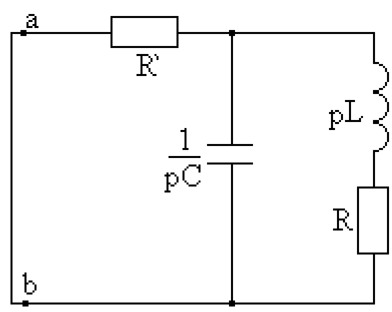
Графік перехідного струму i1(t).





Дослідити чому повинен дорівнювати активний опір вітки с джерелом ЕРС Е1 щоб аперіодичний процес переходив у коливальний

$$Z_{ab}(p) := R' + \frac{(R + p \cdot L) \cdot \frac{1}{p \cdot C}}{\frac{1}{p \cdot C} + R + p \cdot L}$$



$$Z_{ab}(p) := \frac{R' \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C} + R + p \cdot L\right) + (R + p \cdot L) \cdot \frac{1}{p \cdot C}}{\frac{1}{p \cdot C} + R + p \cdot L}$$

$$(R' \cdot L) \cdot p^2 + \left(R \cdot R' + \frac{L}{C}\right) \cdot p + \left(\frac{R'}{C} + \frac{R}{C}\right) = 0$$

$$D = 0$$

$$\left(R \cdot R' + \frac{L}{C}\right)^2 - 4 \cdot (R' \cdot L) \cdot \left(\frac{R'}{C} + \frac{R}{C}\right) = 0$$

$$\left(R \cdot R' + \frac{L}{C}\right)^2 - 4 \cdot (R' \cdot L) \cdot \left(\frac{R'}{C} + \frac{R}{C}\right) \Bigg| \begin{array}{l} \text{solve}, R' \\ \text{float}, 5 \end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} -66.667 \\ 9.5238 \end{pmatrix}$$

$$R'_1 := 9.5238$$

Отже при такому значенні активного опору у вітці з джерелом напруги Е1 аперіодичний процес перейде в коливальний.

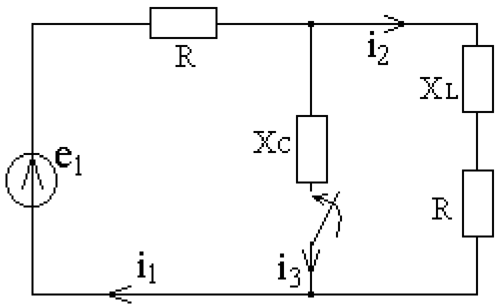
Визначити струми віток і напруги на реактивних елементах у момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійної напруги Е1 і Е2 у колі діють джерела синусоїдної напруги:

$$e_1(t) := \sqrt{2} \cdot E_1 \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi) \qquad e_2(t) := \sqrt{2} \cdot E_2 \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi)$$

$$X_C := \frac{1}{\omega \cdot C} \qquad X_C = 27.778 \qquad X_L := \omega \cdot L \qquad X_L = 40$$

$$E_1 := E_1 \cdot e^{\psi \cdot i} \qquad E_1 = 63.64 + 63.64i \qquad F(E_1) = (90 \;\; 45)$$

$$E_2 := E_2 \cdot e^{\psi \cdot i} \qquad E_2 = 42.426 + 42.426i \qquad F(E_2) = (60 \;\; 45)$$

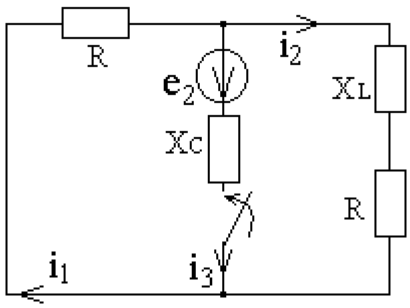


$$Z'_{vx} := 2 \cdot R + X_L \cdot i \qquad Z'_{vx} = 100 + 40i$$

$$I'_{1дк} := \frac{E_1}{Z'_{vx}} \qquad I'_{1дк} = 0.768 + 0.329i \qquad F(I'_{1дк}) = (0.836 \;\; 23.199)$$

$$I'_{2дк} := I'_{1дк} \qquad I'_{2дк} = 0.768 + 0.329i \qquad F(I'_{2дк}) = (0.836 \;\; 23.199)$$

$$I'_{3дк} := 0$$



$I''_{2дк} := 0$ $\qquad I''_{2дк} = 0$

$I''_{1дк} := 0$ $\qquad I''_{1дк} = 0$

$I''_{3дк} := 0$ $\qquad I''_{3дк} = 0$

$I_{1дк} := I'_{1дк} + I''_{1дк}$ $\qquad I_{1дк} = 0.768 + 0.329i$ $\qquad F(I_{1дк}) = (0.836 \quad 23.199)$

$I_{2дк} := I'_{2дк} + I''_{2дк}$ $\qquad I_{2дк} = 0.768 + 0.329i$ $\qquad F(I_{2дк}) = (0.836 \quad 23.199)$

$I_{3дк} := I'_{3дк} - I''_{3дк}$ $\qquad I_{3дк} = 0$

$u_{Cдк} := E_1 + E_2 - I_{1дк} \cdot R$ $\qquad u_{Cдк} = 67.663 + 89.607i$ $\qquad F(u_{Cдк}) = (112.284 \quad 52.943)$

$u_{Lдк} := I_{1дк} \cdot i \cdot X_L$ $\qquad u_{Lдк} = -13.167 + 30.723i$ $\qquad F(u_{Lдк}) = (33.425 \quad 113.199)$

$$i_{1дк}(t) := \left|I_{1дк}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(I_{1дк}\right)\right)$$

$$i_{2дк}(t) := \left|I_{2дк}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(I_{2дк}\right)\right)$$

$$i_{3дк}(t) := \left|I_{3дк}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(I_{3дк}\right)\right)$$

$$u_{Cдк}(t) := \left|u_{Cдк}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{Cдк}\right)\right)$$

$$u_{Lдк}(t) := \left|u_{Lдк}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{Lдк}\right)\right)$$

Початкові умови:

$u_{Cдк}(0) = 126.724$

$i_{Lдк}(0) = 0.466$

Given

$$i_{20} = i_{10} - i_{30}$$

$$e_1(0) = -u_{C0} + i_{10} \cdot R$$

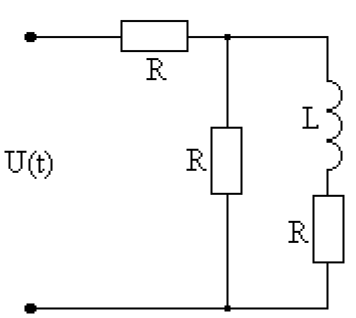
$$-e_2(0) = i_{20} \cdot R - u_{C0} + u_{L0}$$

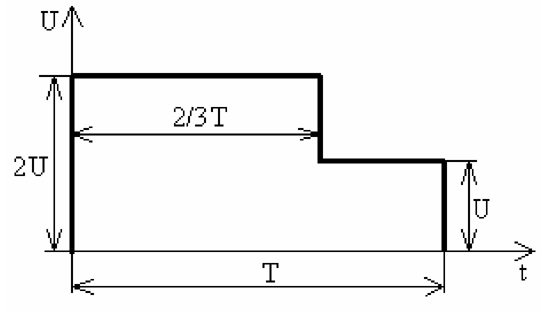
$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{30} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}\left(i_{10}, i_{30}, u_{L0}\right)$$

$i_{10} = 4.334$ $\qquad i_{20} = 0.466$ $\qquad i_{30} = 3.869$ $\qquad u_{L0} = 43.448$ $\qquad u_{C0} = 126.724$

Інтеграл Дюамеля

$T := 0.9$ $\qquad E_1 := 90$ $\qquad E := 1$





Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \dfrac{0}{1.5 \cdot R}$ $\qquad i_{1дк} = 0$ $\qquad u_{Lдк} := 0$

$i_{3дк} := i_{1дк} \cdot \dfrac{R}{R + R}$ $\qquad i_{3дк} = 0$ $\qquad i_{2дк} := i_{1дк} \cdot \dfrac{R}{R + R}$ $\qquad i_{2дк} = 0$

Усталений режим після комутації: $t = \infty$

$i'_1 := \dfrac{E}{1.5 \cdot R}$ $\qquad i'_1 = 0.013$

$i'_3 := i'_1 \cdot \dfrac{R}{R + R}$ $\qquad i'_3 = 6.667 \times 10^{-3}$ $\qquad i'_2 := i'_1 \cdot \dfrac{R}{R + R}$ $\qquad i'_2 = 6.667 \times 10^{-3}$

$u'_L := 0$

Незалежні початкові умови $\qquad i_{30} := i_{3дк}$ $\qquad i_{30} = 0$

Залежні початкові умови

Given

$i_{20} = i_{10} - i_{30}$

$E = i_{20} \cdot R + i_{10} \cdot R$

$0 = -i_{20} \cdot R + i_{30} \cdot R + u_{L0}$

$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{10}, i_{20}, u_{L0})$ $\qquad i_{10} = 0.01$ $\qquad i_{20} = 0.01$ $\qquad i_{30} = 0$ $\qquad u_{L0} = 0.5$

Вільний режим після комутайії: $t = 0$

Складемо характерестичне рівняння схеми

$Z_{vx}(p) := R + \dfrac{R \cdot (p \cdot L + R)}{p \cdot L + R + R}$ $\qquad Zvx(p) := \dfrac{R \cdot (p \cdot L + R + R) + R \cdot (p \cdot L + R)}{p \cdot L + R + R}$

$p := R \cdot (p \cdot L + R + R) + R \cdot (p \cdot L + R) \left|\begin{array}{l} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{array}\right. \to -375.$ $\qquad T := \dfrac{1}{|p|}$ $\qquad T = 2.667 \times 10^{-3}$

Одже корень характеристичного рівняння має вигляд:

$p = -375$

Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$i''_1(t) = A_1 \cdot e^{p \cdot t}$

$i''_2(t) = B_1 \cdot e^{p \cdot t}$

Визначення сталих інтегрування:

$A_1 := i_{10} - i'_1$ $\qquad A_1 = -3.333\times 10^{-3}$

$B_1 := i_{30} - i'_3$ $\qquad B_1 = -6.667\times 10^{-3}$

Отже вільна складова струму i1(t) та i3(t) будуть мати вигляд:

$i''_1(t) := A_1 \cdot e^{p\cdot t}$

$i''_3(t) := B_1 \cdot e^{p\cdot t}$

Повні значення цих струмів:

$i_1(t) := i'_1 + i''_1(t)$ $\qquad i_1(t)\ \text{float},5\ \rightarrow 1.3333\cdot 10^{-2} - 3.3333\cdot 10^{-3}\cdot \exp(-375.\cdot t)$

$i_3(t) := i'_3 + i''_3(t)$ $\qquad i_3(t)\ \text{float},5\ \rightarrow 6.6667\cdot 10^{-3} - 6.6667\cdot 10^{-3}\cdot \exp(-375.\cdot t)$

$g_{11}(t) := i_1(t)$ $\qquad g_{11}(t)\ \text{float},5\ \rightarrow 1.3333\cdot 10^{-2} - 3.3333\cdot 10^{-3}\cdot \exp(-375.\cdot t)$

$U_L(t) := L\cdot \frac{d}{dt} i_3(t)$

$h_{uL}(t) := U_L(t)\ \text{float},5\ \rightarrow .50000\cdot \exp(-375.\cdot t)$

Визначимо закони зміни напруги на всіх проміжках часу:

$U_0 := 2E_1$ $\qquad U_0 = 180$

$U_1 := 2E_1$ $\qquad U_1 = 180$ $\qquad 0 < t < \frac{2T}{3}$

$U_2 := E_1$ $\qquad U_2 = 90$ $\qquad \frac{2T}{3} < t < T$

$U_3 := 0$ $\qquad T < t < \infty$

$U'_1 := 0$ $\qquad U'_2 := 0$

Струм на цих проміжках буде мати вигляд:

$i_1(t) := U_0 \cdot g_{11}(t)$

$i_1(t)\ \left|\begin{array}{l}\text{factor}\\ \text{float},3\end{array}\right. \rightarrow 2.40 - .600\cdot \exp(-375.\cdot t)$

$i_2(t) := U_0\cdot g_{11}(t) + (U_2 - U_1)\cdot g_{11}\left(t - \frac{2T}{3}\right)$

$i_2(t)\ \left|\begin{array}{l}\text{factor}\\ \text{float},5\end{array}\right. \rightarrow 1.2000 - .60000\cdot \exp(-375.\cdot t) + .30000\cdot \exp(-375.\cdot t + .66667)$

$i_3(t) := U_0\cdot g_{11}(t) + (U_2 - U_1)\cdot g_{11}\left(t - \frac{2T}{3}\right) + (U_3 - U_2)\cdot g_{11}(t - T)$

$i_3(t)\ \left|\begin{array}{l}\text{factor}\\ \text{float},3\end{array}\right. \rightarrow -1.00\cdot 10^{-19} - .600\cdot \exp(-375.\cdot t) + .300\cdot \exp(-375.\cdot t + .667) + .300\cdot \exp(-375.\cdot t + 1.)$

Напруга на індуктивності на цих проміжках буде мати вигляд:

$u_{L1}(t) := U_0\cdot h_{uL}(t)\ \text{float},5\ \rightarrow 90.000\cdot \exp(-375.\cdot t)$

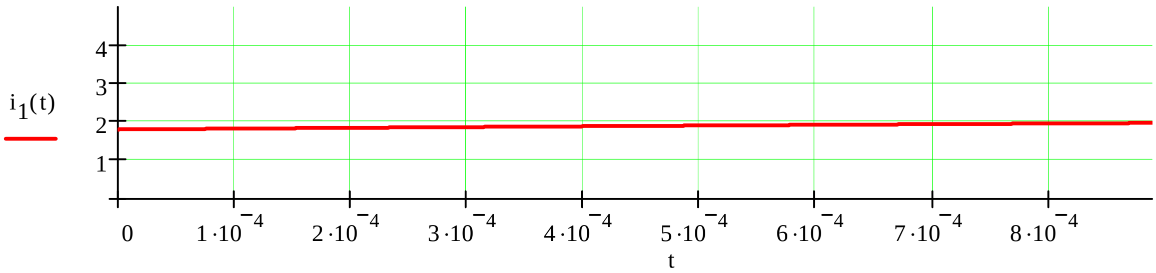
$u_{L2}(t) := U_0\cdot h_{uL}(t) + (U_2 - U_1)\cdot h_{uL}\left(t - \frac{2T}{3}\right)$

$u_{L2}(t)\ \text{float},5\ \rightarrow 90.000\cdot \exp(-375.\cdot t) - 45.000\cdot \exp(-375.\cdot t + .66667)$

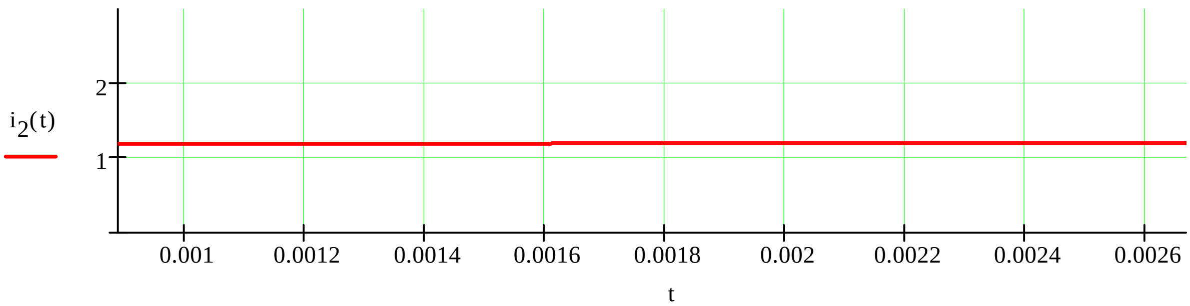
$u_{L3}(t) := U_0\cdot h_{uL}(t) + (U_2 - U_1)\cdot h_{uL}\left(t - \frac{2T}{3}\right) + (U_3 - U_2)\cdot h_{uL}(t - T)$

$u_{L3}(t)\ \text{float},5\ \rightarrow 90.000\cdot \exp(-375.\cdot t) - 45.000\cdot \exp(-375.\cdot t + .66667) - 45.000\cdot \exp(-375.\cdot t + 1.0000)$

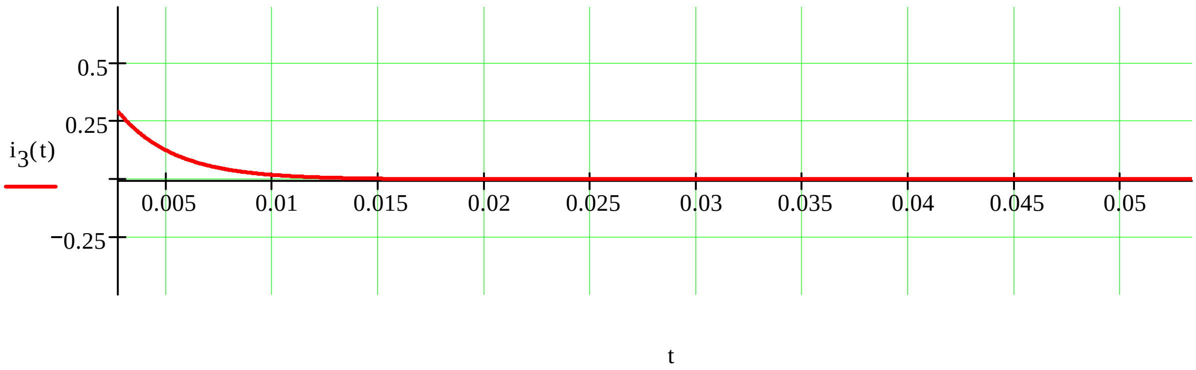
На промежутке от 0 до 2/3T



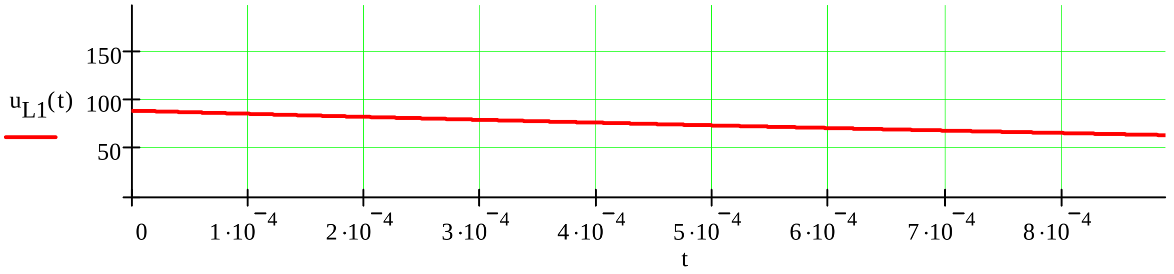
На промежутке от 2/3T до T



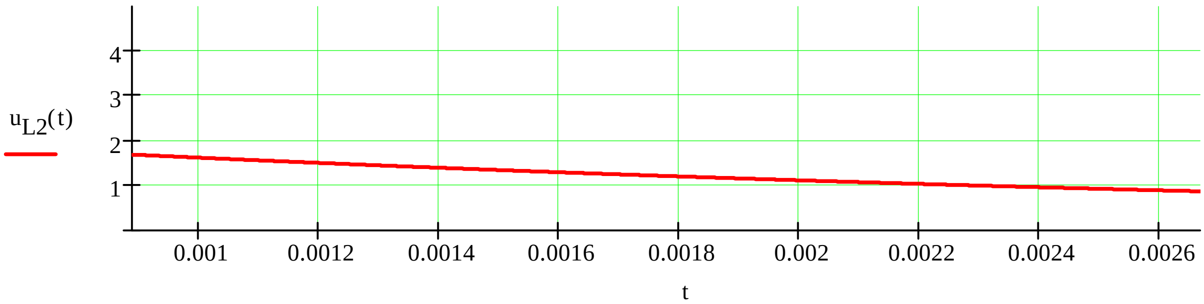
На промежутке от T до 20T



Графік напруги на реактивному елементі на проміжку: от 0 до 2/3Т



Графік напруги на реактивному елементі на проміжку: от 2/3Т до Т



Графік напруги на реактивному елементі на проміжку: от Т до 20Т