

***Министерство образования и науки Украины
Национальный технический университет Украины
“Киевский Политехнический Институт”
Кафедра ТОЭ***

***Расчетно-графическая работа
“Периодические несинусоидальные токи в линейных
электрических цепях”
Вариант № 420***

Выполнил: _____

Проверил: _____

Киев 2007

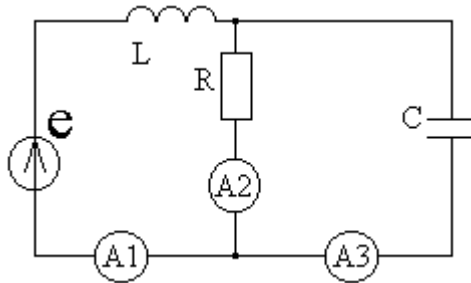
Задание

В электрической цепи, схема которой изображена на рисунке, действует источник периодической несинусоидальной ЭДС. График ЭДС задан кривой. Нелинейный отрезок кривой представляют собой участки синусоиды. Угловая частота изменения ЭДС $\omega = 1000$ рад/с.

Требуется:

1. Разложить заданную ЭДС в ряд Фурье (ограничиться 1-ой, 3-ей и 5-ой гармониками).
2. Построить в одной системе координат временные графики составляющих и суммарную кривую ЭДС, последнюю сравнить с заданной.
3. Рассчитать мгновенные значения токов всех ветвей заданной схемы.
4. Определить показания амперметров электромагнитной системы, включенных в цепь.
5. Вычислить мощность P , Q , S , T и коэффициент мощности источника. Составить баланс активных мощностей цепи.
6. Считая заданную схему одной из фаз симметричной трехфазной цепи при соединении генератора и нагрузки звездой с нулевым проводом, необходимо:
 - а) Записать выражения мгновенных значений ЭДС во всех фазах трехфазного источника (принять заданную ЭДС в качестве ЭДС фазы А),
 - б) Определить действующие значения линейного напряжения источника и тока в нейтральном проводе,
 - в) Вычислить действующие значения напряжения между нейтральными точками генератора и приемника и токов в линейных проводах при обрыве нейтрального провода.

$$E_m := 110 \quad R := 35 \quad L := 10 \quad C := 8 \quad \omega := 1000$$



Общая схема цепи

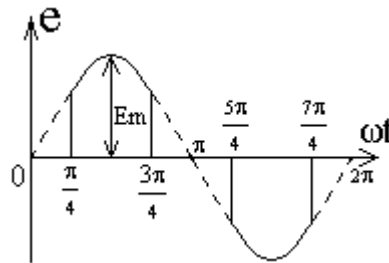


График ЭДС

Разложение заданной ЭДС в ряд Фурье.

Данная функция является симметричной относительно начала координат.

Ряд Фурье такой функции не содержит косинусных членов и постоянной составляющей. А так как функция симметрична относительно и оси абсцисс, то в разложении этой функции содержатся только нечетные синусоиды:

$$f(\omega t) = \sum_{k=1,3,5\dots}^{\infty} B_{m_k} \cdot \sin(k \cdot \omega t) \quad x = \omega t$$

Нахождение коэффициента для 1-ой гармоники

$$B_{m_1} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} (E_m \cdot \sin(x)) \cdot \sin(x) \, d(x) \quad B_{m_1} = 90.014$$

$$B_{m1}(x) := B_{m_1} \cdot \sin(x)$$

Нахождение коэффициентов для 3-ой гармоники

$$B_{m_3} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} (E_m \cdot \sin(x)) \cdot \sin(x \cdot 3) \, d(x) \quad B_{m_3} = -35.014$$

$$B_{m3}(x) := B_{m_3} \cdot \sin(3 \cdot x)$$

Нахождение коэффициентов для 5-ой гармоники

$$B_{m_5} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} (E_m \cdot \sin(x)) \cdot \sin(x \cdot 5) \, d(x) \quad B_{m_5} = -11.671$$

$$B_{m5}(x) := B_{m_5} \cdot \sin(5 \cdot x)$$

Искомое разложение функции можно представить в виде:

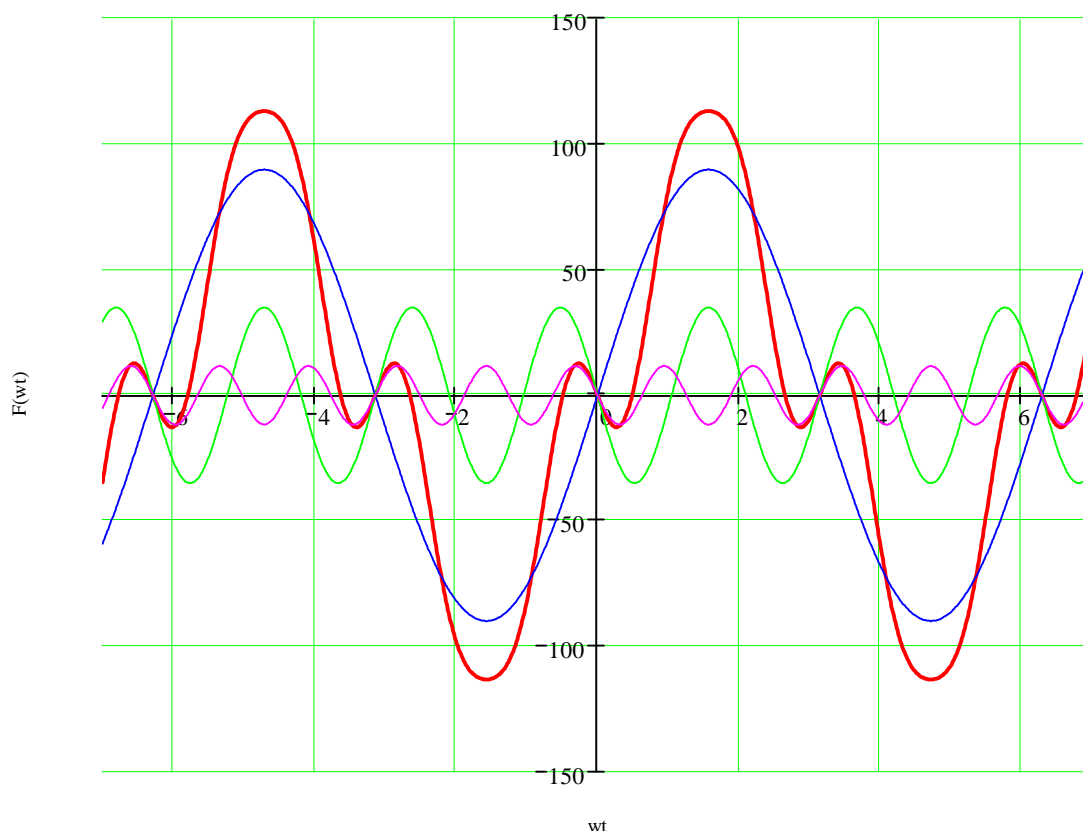
$$F(\omega t) = B_{m_1} \cdot \sin(\omega t) + B_{m_3} \cdot \sin(3\omega t) + B_{m_5} \cdot \sin(5\omega t)$$

$$F(\omega t) = 90.014 \cdot \sin(\omega t) - 35.014 \cdot \sin(3 \cdot \omega t) - 11.671 \cdot \sin(5 \cdot \omega t)$$

$$C_{m_1} := 0 \quad C_{m_3} := 0 \quad C_{m_5} := 0$$

$$\psi_1 := 0 \quad \psi_3 := 0 \quad \psi_5 := 0$$

Графики составляющих и суммарной ЭДС



Временные графики 1-ой, 3-ей, 5-ой гармоник ЭДС и их суммарная кривая

Нахождение мгновенных значений токов всех ветвей заданной схемы.

Выполнив разложение периодической несинусоидальной ЭДС в ряд Фурье, заменяем её приближенно суммой нескольких составляющих.

Обозначим реактивные сопротивления цепи для К-ой гармоники:

$$X_C := \frac{1}{\omega \cdot C \cdot k \cdot 10^{-6}} \quad X_L := \omega \cdot L \cdot k \cdot 10^{-3}$$

Расчет токов, обусловленных каждой из составляющих ЭДС, выполним в комплексной форме. Комплексное сопротивление цепи для К-ой гармоники равно:

$$Z_k = i \cdot X_L \cdot k + \frac{-i \cdot X_C \cdot k \cdot (-i \cdot X_C \cdot k)}{-i \cdot X_C \cdot k + (-i \cdot X_C \cdot k)}$$

Для основной гармоники ЭДС (K=1):

$$E_1 := \frac{Bm_1}{\sqrt{2}} \cdot e^{i \cdot \psi_1} \quad E_1 = 63.65 \quad F(E_1) = (63.65 \ 0)$$

Комплексное сопротивление цепи для 1-ой гармоники равно:

$$Z_1 := i \cdot X_L + \frac{R \cdot (-i \cdot X_C)}{R + (-i \cdot X_C)} \quad Z_1 = 32.455 + 0.912i$$

За законом Ома находим ток I₁:

$$I_{1_1} := \frac{E_1}{Z_1} \quad I_{1_1} = 1.96 - 0.055i \quad F(I_{1_1}) = (1.96 \ -1.61)$$

Остальные токи находим за формулами чужого сопротивления:

$$I_{21} := I_{11} \cdot \frac{-i \cdot X_C}{R + (-i \cdot X_C)} \quad I_{21} = 1.803 - 0.56i \quad F(I_{21}) = (1.888 \quad -17.253)$$

$$I_{31} := I_{11} \cdot \frac{R}{R + (-i \cdot X_C)} \quad I_{31} = 0.157 + 0.505i \quad F(I_{31}) = (0.529 \quad 72.747)$$

Для основной гармоники ЭДС (K=3):

$$E_3 := \frac{Bm_3}{\sqrt{2}} \cdot e^{i \cdot \psi_3} \quad E_3 = -24.759 \quad F(E_3) = (24.759 \quad 180)$$

Комплексное сопротивление цепи для 3-ой гармоники равно:

$$Z_3 := i \cdot X_L + \frac{R \cdot (-i \cdot X_C)}{R + (-i \cdot X_C)} \quad Z_3 = 20.521 + 12.763i$$

За законом Ома находим ток I1:

$$I_{13} := \frac{E_3}{Z_3} \quad I_{13} = -0.87 + 0.541i \quad F(I_{13}) = (1.025 \quad 148.121)$$

Остальные токи находим за формулами чужого сопротивления:

$$I_{23} := I_{13} \cdot \frac{-i \cdot X_C}{R + (-i \cdot X_C)} \quad I_{23} = -0.244 + 0.746i \quad F(I_{23}) = (0.784 \quad 108.09)$$

$$I_{33} := I_{13} \cdot \frac{R}{R + (-i \cdot X_C)} \quad I_{33} = -0.626 - 0.205i \quad F(I_{33}) = (0.659 \quad -161.91)$$

Для пятой гармоники ЭДС(K=5):

$$E_5 := \frac{Bm_5}{\sqrt{2}} \cdot e^{i \cdot \psi_5} \quad E_5 = -8.253 \quad F(E_5) = (8.253 \quad 180)$$

Комплексное сопротивление цепи для 5-ой гармоники равно:

$$Z_5 := i \cdot X_L + \frac{R \cdot (-i \cdot X_C)}{R + (-i \cdot X_C)} \quad Z_5 = 11.824 + 33.446i$$

За законом Ома находим ток I1:

$$I_{15} := \frac{E_5}{Z_5} \quad I_{15} = -0.078 + 0.219i \quad F(I_{15}) = (0.233 \quad 109.47)$$

Остальные токи находим за формулами чужого сопротивления:

$$I_{25} := I_{15} \cdot \frac{-i \cdot X_C}{R + (-i \cdot X_C)} \quad I_{25} = 0.078 + 0.111i \quad F(I_{25}) = (0.135 \quad 55.008)$$

$$I_{35} := I_{15} \cdot \frac{R}{R + (-i \cdot X_C)} \quad I_{35} = -0.155 + 0.109i \quad F(I_{35}) = (0.189 \quad 145.008)$$

Мгновенные значения токов ветвей:

$$i_2 = 1.96 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 1.61) + 1.025 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(3 \cdot \omega t + 148.121) + 0.233 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(5 \cdot \omega t + 109.47)$$

$$i_2 = 1.888 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 17.253) + 0.784 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(3 \cdot \omega t + 108.09) + 0.135 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(5 \cdot \omega t + 55.008)$$

$$i_3 = 0.529 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 72.747) + 0.659 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(3 \cdot \omega t - 161.91) + 0.189 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(5 \cdot \omega t + 145.008)$$

Определение показаний амперметров электромагнитной системы, включенных в цепь.

$$\Gamma_1 := \sqrt{\left(\left|I_{11}\right|\right)^2 + \left(\left|I_{13}\right|\right)^2 + \left(\left|I_{15}\right|\right)^2} \quad \Gamma_1 = 2.224$$

$$\Gamma_2 := \sqrt{\left(\left|I_{21}\right|\right)^2 + \left(\left|I_{23}\right|\right)^2 + \left(\left|I_{25}\right|\right)^2} \quad \Gamma_2 = 2.049$$

$$\Gamma_3 := \sqrt{\left(\left|I_{31}\right|\right)^2 + \left(\left|I_{33}\right|\right)^2 + \left(\left|I_{35}\right|\right)^2} \quad \Gamma_3 = 0.866$$

Вычисление мощности P, Q, S, T и коэффициента мощности источника. Баланс активных мощностей цепи.

Активная мощность источника (на входе цепи):

$$P := \left|E_1\right| \cdot \left|I_{11}\right| \cdot \cos\left(\arg\left(I_{11}\right) - \arg\left(E_1\right)\right) + \left|E_3\right| \cdot \left|I_{13}\right| \cdot \cos\left(\arg\left(I_{13}\right) - \arg\left(E_3\right)\right)$$

$$P := P + \left|E_5\right| \cdot \left|I_{15}\right| \cdot \cos\left(\arg\left(I_{15}\right) - \arg\left(E_5\right)\right) \quad P = 146.907$$

Реактивная мощность источника:

$$Q := \left|E_1\right| \cdot \left|I_{11}\right| \cdot \sin\left[-\left(\arg\left(I_{11}\right) - \arg\left(E_1\right)\right)\right] + \left|E_3\right| \cdot \left|I_{13}\right| \cdot \sin\left[-\left(\arg\left(I_{13}\right) - \arg\left(E_3\right)\right)\right]$$

$$Q := Q + \left|E_5\right| \cdot \left|I_{15}\right| \cdot \sin\left[-\left(\arg\left(I_{15}\right) - \arg\left(E_5\right)\right)\right] \quad Q = 18.713$$

Полная мощность источника:

$$E := \sqrt{\left(\left|E_1\right|\right)^2 + \left(\left|E_3\right|\right)^2 + \left(\left|E_5\right|\right)^2} \quad S := E \cdot \Gamma_1 \quad S = 153.004$$

Мощность искажения на входе цепи:

$$T := \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} \quad T = 38.449$$

Мощность, поступающая в активные сопротивления цепи:

$$P_a := \Gamma_2^2 \cdot R \quad P_a = 146.907$$

Считем заданную схему одной из фаз симметричной трехфазной цепи при соединении генератора и нагрузки звездой с нулевым проводом.

Выражения мгновенных значений ЭДС во всех фазах трехфазного источника (принимая заданную ЭДС в качестве ЭДС фазы А).

В симметричных трёхфазных электрических цепях кривые напряжения (тока) во второй и третьей фазах аналогичны кривой напряжения (тока) первой фазы со сдвигом на треть периода:

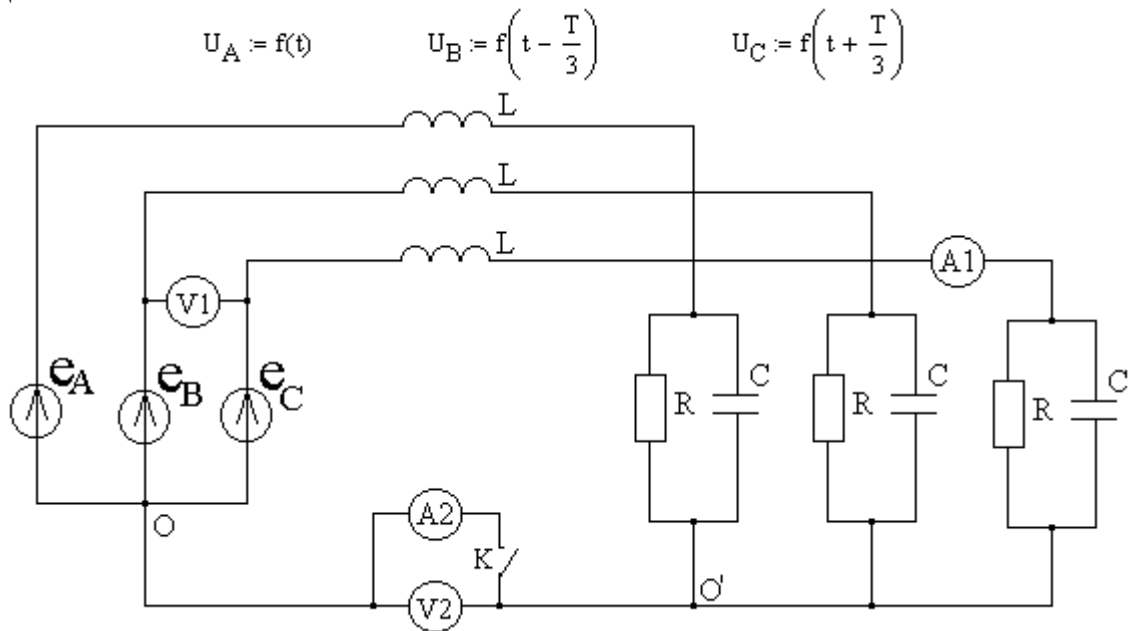


Схема трехфазной цепи

$$e_A = 90.014 \cdot \sin(\omega t) - 35.014 \cdot \sin(3 \cdot \omega t) - 11.671 \cdot \sin(5 \cdot \omega t)$$

$$e_B = 90.014 \cdot \sin(\omega t - 120) - 35.014 \cdot \sin(3 \cdot \omega t) - 11.671 \cdot \sin(5 \cdot \omega t - 240)$$

$$e_C = 90.014 \cdot \sin(\omega t + 120) - 35.014 \cdot \sin(3 \cdot \omega t) - 11.671 \cdot \sin(5 \cdot \omega t + 240)$$

Определение действующего значения линейного напряжения источника и тока в нейтральном проводе.

Действующее значение линейного напряжения источника (показание вольтметра V1):

$$U_L := \sqrt{3} \cdot \sqrt{(|E_1|)^2 + (|E_5|)^2} \quad U_L = 111.167$$

Действующее значение тока в линейном проводе (показания амперметра A2 при замкнутом ключе K):

$$I_N := 3 \cdot \sqrt{(|I_{13}|)^2} \quad I_N = 3.074$$

Определение действующего значения напряжения между нейтральными точками генератора и приемника и токов в линейных проводах при обрыве нейтрального провода.

Действующее значение напряжения между нейтральными точками генератора O и приемника O' при размыкании ключа K (показания вольтметра V2):

$$U_N := |E_3| \quad U_N = 24.759$$

Действующее значение токов в линейных проводах при обрыве нейтрального провода (показание амперметра A1):

$$I_1 := \sqrt{(|I_{11}|)^2 + (|I_{15}|)^2} \quad I_1 = 1.974$$