Міністерство освіти України
Національний технічний університет України
“Київський політехнічний інститут”
Кафедра ТОЕ

Розрахунково-графічна робота

“Розрахунок перехідних процесів у лінійних колах“

Варіант № 805

Виконав: ________________
____
____
____

Перевірив: ________________

Київ 2007

Умова задання

1. В колі з джерелом постійної ЕДС необхідно:

    1) класичним методом розрахзувати напруги на реактивних елементах та струми перехідного процесу;

    2) розрахувати струм в колі з джерелом ЕДС Е1 та напругу на реактивному елементі операторним методом;

    3) побудувати в одному часовому масштабі діаграми струму та напруги на реактивних елементах.

2. Дослідити, яким повинен бути активний опір у вітці з джерелом Е1, щоб перехідний процес проходив в граничному режимі.

3. Визначити струми в вітках та напруги на реактивних елементах в момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійних ЕДС Е1і Е2 в колі діють синусоїдні джерела.

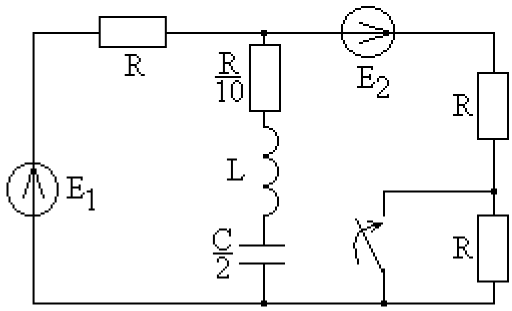
3. В післякомутаційній схемі закоротити джерело ЕДС Е2.

    а) виключити катушку індуктивності чи ємність, замінивши останню опором R;

    б) вважаючи, що замість ждерела постійної ЕДС Е1 до отриманного кола подається напруга, форма якої показана на малюнку;

    в) розрахувати вхідний струм та напругу на реактивном елементі методом інтеграла Дюамеля при періоді Т, заданому в долях від τ;

    г) побудувати в одному часовому масштабі діаграми напруги на вході, вхідного струму і напруги на реактивних елементі.



Основна схема

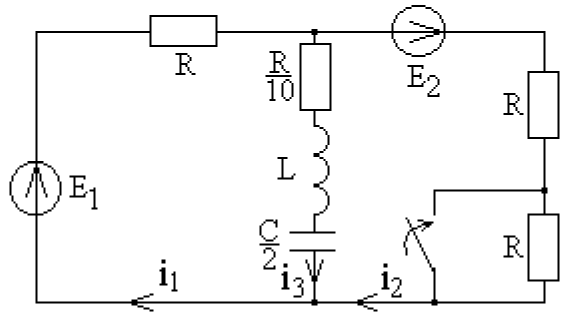
Вхідні данні:

$L := 0.2$ Гн $C := 180 \cdot 10^{-6}$ Ф $R := 50$ Ом

$E_1 := 100$ В $E_2 := 80$ В $\psi := 30 \cdot deg$ C^0 $\omega := 100$ c^{-1}

Класичний метод

Оберемо додатній напрямок струмів у вітках схеми:



Знайдемо значення струмів та напруг безпосередньо до комутації:

Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \frac{E_1 + E_2}{3 \cdot R}$ $\quad i_{2дк} := i_{1дк} \quad i_{2дк} = 1.2$

$i_{3дк} := 0$ $\quad u_{Lдк} := 0$

$u_{Cдк} := E_1 - i_{1дк} \cdot R$ $\quad u_{Cдк} = 40$

Усталений режим після комутації: $t = \infty$

$i'_1 := \frac{E_1 + E_2}{2 \cdot R}$ $\quad i'_2 := i'_1$ $\quad i'_2 = 1.8$

$i'_3 := 0$ $\quad u'_L := 0$

$u'_C := E_1 - i'_1 \cdot R$ $\quad u'_C = 10$

Незалежні початкові умови

$i_{30} := i_{3дк}$ $\quad i_{30} = 0$

$u_{C0} := u_{Cдк}$ $\quad u_{C0} = 40$

Залежні початкові умови

Given

$$i_{20} = i_{10} - i_{30}$$

$$E_1 = u_{L0} + u_{C0} + i_{30} \cdot \frac{R}{10} + i_{10} \cdot R$$

$$E_2 = i_{20} \cdot R - i_{30} \cdot \frac{R}{10} - u_{C0} - u_{L0}$$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{10}, i_{20}, u_{L0}) \text{ float}, 7 \rightarrow \begin{pmatrix} 1.800000 \\ 1.800000 \\ -30. \end{pmatrix}$$

$i_{10} = 1.8$ $\quad i_{20} = 1.8$ $\quad u_{L0} = -30$

Незалежні початкові умови

$di_{30} := \frac{u_{L0}}{L}$ $\quad di_{30} = -150$

$du_{C0} := \frac{2 \cdot i_{30}}{C}$ $\quad du_{C0} = 0$

Залежні початкові умови

Given

$$di_{10} = di_{20} + di_{30}$$

$$0 = du_{L0} + du_{C0} + di_{30} \cdot \frac{R}{10} + di_{10} \cdot R$$

$$0 = di_{20} \cdot R - di_{30} \cdot \frac{R}{10} - du_{C0} - du_{L0}$$

$$\begin{pmatrix} di_{10} \\ di_{20} \\ du_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(di_{10}, di_{20}, du_{L0}) \qquad di_{10} = -75 \qquad di_{20} = 75 \qquad du_{L0} = 4.5 \times 10^{3}$$

Вільний режим після комутайії: $t = 0$

Складемо характерестичне рівняння схеми

$$Z(p) := \frac{R \cdot \left(\frac{R}{10} + p \cdot L + \frac{2}{p \cdot C}\right)}{R + \frac{R}{10} + p \cdot L + \frac{2}{p \cdot C}} + R \qquad Z(p) := \frac{R \cdot \left(\frac{R}{10} + p \cdot L + \frac{2}{p \cdot C}\right) + \left(R + \frac{R}{10} + p \cdot L + \frac{2}{p \cdot C}\right) \cdot R}{R + \frac{R}{10} + p \cdot L + \frac{2}{p \cdot C}}$$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := R \cdot \left(\frac{R}{10} + p \cdot L + \frac{2}{p \cdot C}\right) + \left(R + \frac{R}{10} + p \cdot L + \frac{2}{p \cdot C}\right) \cdot R \ \Bigg| \begin{matrix} \mathrm{solve}, p \\ \mathrm{float}, 5 \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -75. - 223.45 \cdot i \\ -75. + 223.45 \cdot i \end{pmatrix}$$

Одже корні характеристичного рівняння мають вигляд:

$$p_1 = -75 - 223.45i \qquad p_2 = -75 + 223.45i$$

Коефіцієнт затухання та кутова частота вільних коливань:

$$\delta := \left|\mathrm{Re}(p_1)\right| \qquad \delta = 75 \qquad \omega_0 := \left|\mathrm{Im}(p_2)\right| \qquad \omega_0 = 223.45$$

Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$$i''_1(t) = A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_1)$$

$$i''_2(t) = B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_2)$$

$$i''_3(t) = C \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_3)$$

$$u''_C(t) = D \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_C)$$

$$u''_L(t) = F \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_L)$$

Визначення сталих інтегрування:

Для струму i1(t):

Given

$$i_{10} - i'_1 = A \cdot \sin(v_1)$$

$$di_{10} = -A \cdot \delta \cdot \sin(v_1) + A \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_1)$$

$$\begin{pmatrix} A \\ v_1 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(A, v_1)\ \mathrm{float}, 5 \ \rightarrow \begin{pmatrix} -.33565 & .33565 \\ 0 & 3.1416 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$$A = -0.336 \qquad v_1 = 0$$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i''_1(t) := A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_1)\ \mathrm{float}, 5 \ \rightarrow -.33565 \cdot \exp(-75.000 \cdot t) \cdot \sin(223.45 \cdot t)$$

$$i_1(t) := i'_1 + i''_1(t)\ \mathrm{float}, 4 \ \rightarrow 1.800 - .3357 \cdot \exp(-75.00 \cdot t) \cdot \sin(223.5 \cdot t)$$

Для струму i2(t):

$i_{20} - i'_2 = B \cdot \sin(v_2)$

$di_{20} = -B \cdot \delta \cdot \sin(v_2) + B \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_2)$

$\begin{pmatrix} B \\ v_2 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(B, v_2)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow \begin{pmatrix} .33565 & -.33565 \\ 0 & 3.1416 \end{pmatrix}$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$B = 0.336 \qquad v_2 = 0$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$i''_2(t) := B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_2)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow .33565 \cdot \exp(-75.000 \cdot t) \cdot \sin(223.45 \cdot t)$

$i_2(t) := i'_2 + i''_2(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow 1.800 + .3357 \cdot \exp(-75.00 \cdot t) \cdot \sin(223.5 \cdot t)$

Для струму i3(t):

$i_{30} - i'_3 = C \cdot \sin(v_3)$

$di_{30} = -C \cdot \delta \cdot \sin(v_3) + C \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_3)$

$\begin{pmatrix} C \\ v_3 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(C, v_3)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow \begin{pmatrix} -.67129 & .67129 \\ 0 & 3.1416 \end{pmatrix}$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$C = -0.671 \qquad v_3 = 0$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$i''_3(t) := C \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_3)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow -.67129 \cdot \exp(-75.000 \cdot t) \cdot \sin(223.45 \cdot t)$

$i_3(t) := i'_3 + i''_3(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow -.6713 \cdot \exp(-75.00 \cdot t) \cdot \sin(223.5 \cdot t)$

Для напруги Uc(t):

$u_{C0} - u'_C = D \cdot \sin(v_C)$

$du_{C0} = -D \cdot \delta \cdot \sin(v_C) + D \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_C)$

$\begin{pmatrix} D \\ v_C \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(D, v_C)\ \left|\begin{matrix} \mathrm{float}, 5 \\ \mathrm{complex} \end{matrix}\right. \rightarrow \begin{pmatrix} -31.645 & 31.645 \\ -1.8946 & 1.2470 \end{pmatrix}$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$D = -31.645 \qquad v_C = -1.895$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$u''_C(t) := D \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_C)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow -31.645 \cdot \exp(-75.000 \cdot t) \cdot \sin(223.45 \cdot t - 1.8946)$

$u_C(t) := u'_C + u''_C(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow 10. - 31.65 \cdot \exp(-75.00 \cdot t) \cdot \sin(223.5 \cdot t - 1.895)$

Для напруги Ul(t):

$u_{L0} - u'_L = F \cdot \sin(v_L)$

$du_{L0} = -F \cdot \delta \cdot \sin(v_L) + F \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_L)$

$\begin{pmatrix} F \\ v_L \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(F, v_L)\ \left|\begin{matrix} \mathrm{float}, 5 \\ \mathrm{complex} \end{matrix}\right. \rightarrow \begin{pmatrix} -31.645 & 31.645 \\ 1.8946 & -1.2470 \end{pmatrix}$

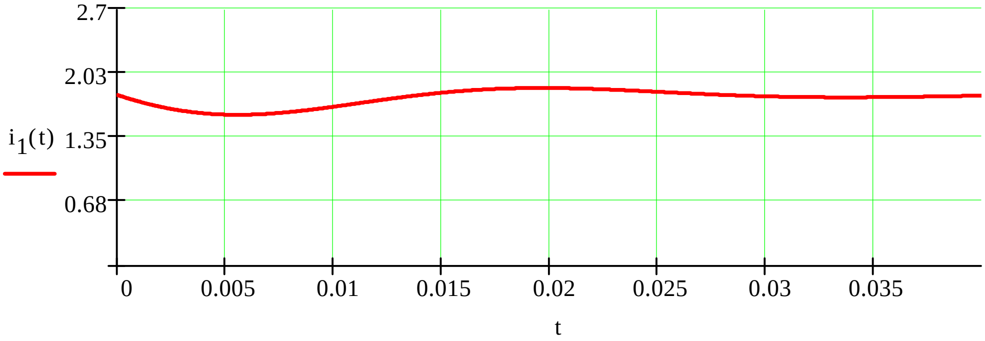
Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$F = -31.645 \qquad v_L = 1.895$

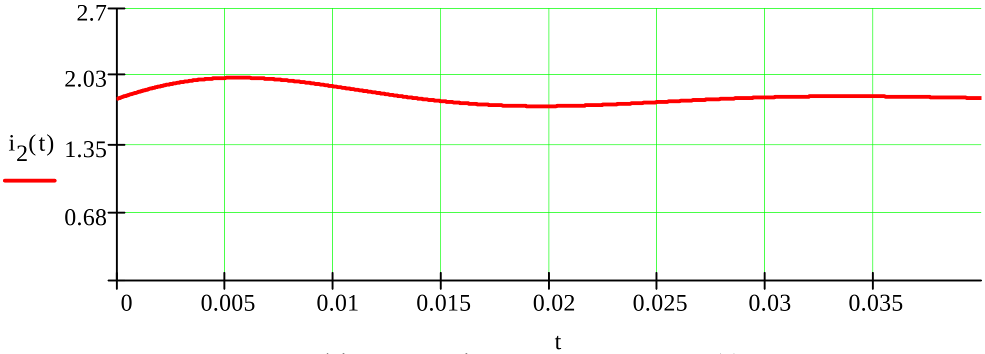
Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$u''_L(t) := F \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_L)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow -31.645 \cdot \exp(-75.000 \cdot t) \cdot \sin(223.45 \cdot t + 1.8946)$

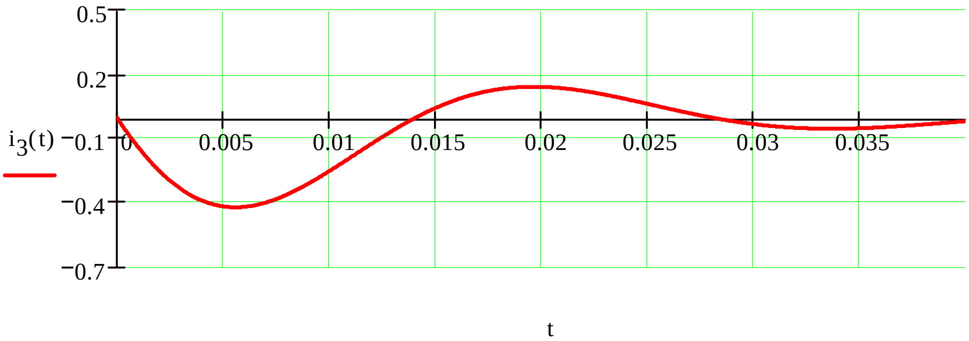
$u_L(t) := u'_L + u''_L(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow -31.65 \cdot \exp(-75.00 \cdot t) \cdot \sin(223.5 \cdot t + 1.895)$



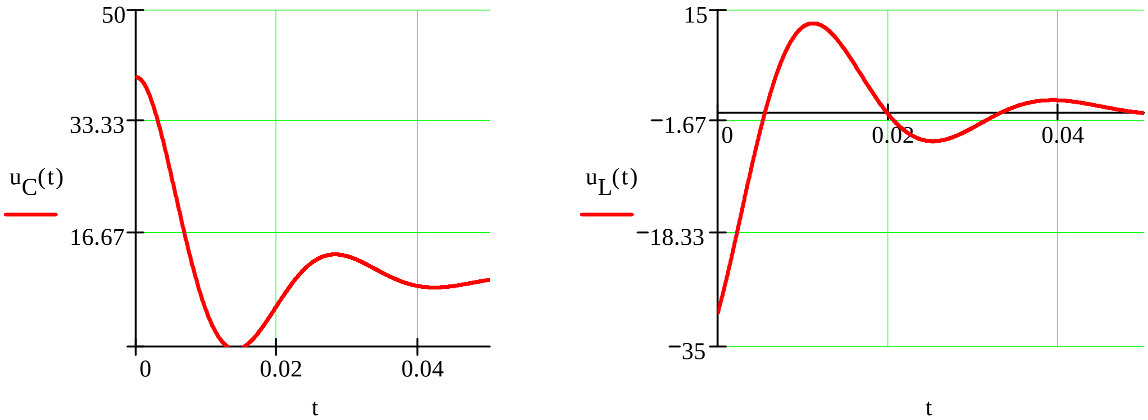
Графік перехідного струму i1(t).



Графік перехідного струму i2(t).

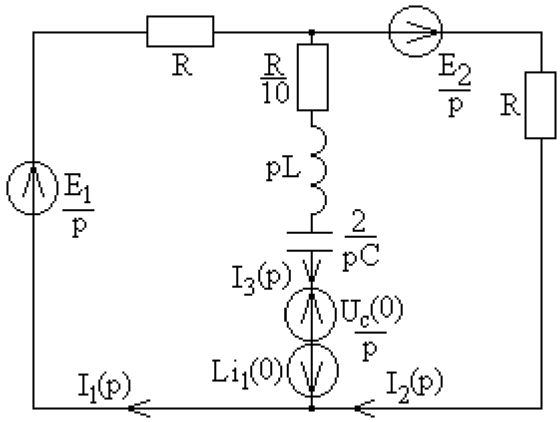


Графік перехідного струму i3(t).



Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

Операторний метод



Операторна схема

Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \frac{E_1 + E_2}{3 \cdot R}$ $\quad i_{2дк} := i_{1дк} \quad i_{2дк} = 1.2$

$i_{3дк} := 0 \qquad u_{Lдк} := 0$

$u_{Cдк} := E_1 - i_{1дк} \cdot R \qquad u_{Cдк} = 40$

Початкові умови:

$i_{L0} := i_{3дк} \qquad i_{L0} = 0$

$u_{C0} = 40$

$$I_{k1}(p) \cdot \left(R + \frac{R}{10} + p \cdot L + \frac{2}{p \cdot C}\right) - I_{k2}(p) \cdot \left(\frac{R}{10} + p \cdot L + \frac{2}{p \cdot C}\right) = \frac{E_1}{p} - \frac{u_{C0}}{p} + L \cdot i_{L0}$$

$$-I_{k1}(p) \cdot \left(\frac{R}{10} + p \cdot L + \frac{2}{p \cdot C}\right) + I_{k2}(p) \cdot \left(\frac{2}{p \cdot C} + p \cdot L + \frac{R}{10} + R\right) = \frac{E_2}{p} + \frac{u_{C0}}{p} - L \cdot i_{L0}$$

$$\Delta(p) := \left|\begin{bmatrix} R + \frac{R}{10} + p \cdot L + \frac{2}{p \cdot C} & -\left(\frac{R}{10} + p \cdot L + \frac{2}{p \cdot C}\right) \\ -\left(\frac{R}{10} + p \cdot L + \frac{2}{p \cdot C}\right) & \frac{2}{p \cdot C} + p \cdot L + \frac{R}{10} + R \end{bmatrix}\right|$$

$$\Delta(p) \text{ float}, 5 \rightarrow \frac{1}{p^{1.}} \cdot \left(3000.0 \cdot p + 1.1111 \cdot 10^6 + 20.0 \cdot p^{2.}\right)$$

$$\Delta_1(p) := \left|\begin{bmatrix} \frac{E_1}{p} - \frac{u_{C0}}{p} + L \cdot i_{L0} & -\left(\frac{R}{10} + p \cdot L + \frac{2}{p \cdot C}\right) \\ \frac{E_2}{p} + \frac{u_{C0}}{p} - L \cdot i_{L0} & \frac{2}{p \cdot C} + p \cdot L + \frac{R}{10} + R \end{bmatrix}\right| \quad \Delta_1(p) \text{ float}, 5 \rightarrow \frac{\left(2.0000 \cdot 10^6 + 36.0 \cdot p^{2.} + 3900. \cdot p\right)}{p^{2.}}$$

$$\Delta_2(p) := \left|\begin{bmatrix} R + \frac{R}{10} + p \cdot L + \frac{2}{p \cdot C} & \frac{E_1}{p} - \frac{u_{C0}}{p} + L \cdot i_{L0} \\ -\left(\frac{R}{10} + p \cdot L + \frac{2}{p \cdot C}\right) & \frac{E_2}{p} + \frac{u_{C0}}{p} - L \cdot i_{L0} \end{bmatrix}\right| \quad \Delta_2(p) \text{ float}, 5 \rightarrow \frac{\left(2.0000 \cdot 10^6 + 36.0 \cdot p^{2.} + 6900. \cdot p\right)}{p^{2.}}$$

Контурні струми та напруга на конденсаторі будуть мати вигляд:

$$I_{k1}(p) := \frac{\Delta_1(p)}{\Delta(p)} \qquad I_1(p) := I_{k1}(p) \text{ float}, 5 \;\rightarrow\; \frac{\left(2.0000 \cdot 10^6 + 36.0 \cdot p^{2.} + 3900. \cdot p\right)}{p^{1.} \cdot \left(3000.0 \cdot p + 1.1111 \cdot 10^6 + 20.0 \cdot p^{2.}\right)^{1.}}$$

$$I_{k2}(p) := \frac{\Delta_2(p)}{\Delta(p)} \qquad I_2(p) := I_{k2}(p) \text{ float}, 5 \;\rightarrow\; \frac{\left(2.0000 \cdot 10^6 + 36.0 \cdot p^{2.} + 6900. \cdot p\right)}{p^{1.} \cdot \left(3000.0 \cdot p + 1.1111 \cdot 10^6 + 20.0 \cdot p^{2.}\right)^{1.}}$$

$$I_3(p) := I_{k1}(p) - I_{k2}(p) \;\Bigg|\begin{array}{l}\text{float}, 5\\ \text{simplify}\end{array} \rightarrow \frac{-150.}{\left(150. \cdot p + 55555. + p^2\right)}$$

$$u_C(p) := \frac{u_{C0}}{p} + \frac{2 \cdot I_3(p)}{p \cdot C}$$

$$u_C(p) \text{ factor } \rightarrow \frac{40}{3} \cdot \frac{\left(450 \cdot p + 41665 + 3 \cdot p^2\right)}{\left(150 \cdot p + 55555 + p^2\right) \cdot p}$$

$$u_L(p) := L \cdot p \cdot I_3(p) - L \cdot i_{3дк}$$

$$u_L(p) \text{ factor } \rightarrow -30 \cdot \frac{p}{\left(150 \cdot p + 55555 + p^2\right)}$$

Перейдемо тепер від зображення до функції часу за формулою розкладу:
Для струму I1(p):

$$N_1(p) := \left(2.0000 \cdot 10^6 + 36.0 \cdot p^{2.} + 3900. \cdot p\right) \qquad M_1(p) := p \cdot \left(3000.0 \cdot p + 1.1111 \cdot 10^6 + 20.0 \cdot p^{2.}\right)$$

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_1(p) \;\Bigg|\begin{array}{l}\text{solve}, p\\ \text{float}, 5\end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -75. - 223.45 \cdot i \\ -75. + 223.45 \cdot i \end{pmatrix}$$

$$p_0 = 0 \qquad p_1 = -75 - 223.45i \qquad p_2 = -75 + 223.45i$$

$$N_1(p_0) = 2 \times 10^6 \qquad N_1(p_1) = 1.125 \times 10^5 + 3.352i \times 10^5 \qquad N_1(p_2) = 1.125 \times 10^5 - 3.352i \times 10^5$$

$$dM_1(p) := \frac{d}{dp} M_1(p) \;\Bigg|\begin{array}{l}\text{factor}\\ \text{float}, 5\end{array} \rightarrow 6000. \cdot p + 1.1111 \cdot 10^6 + 60. \cdot p^{2.}$$

$$dM_1(p_0) = 1.111 \times 10^6 \quad dM_1(p_1) = -1.997 \times 10^6 + 6.704i \times 10^5 \quad dM_1(p_2) = -1.997 \times 10^6 - 6.704i \times 10^5$$

Отже струм як функція часу буде мати вигляд:

$$i_1(t) := \frac{N_1(p_0)}{dM_1(p_0)} + \frac{N_1(p_1)}{dM_1(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_1(p_2)}{dM_1(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t}$$

$$i_1(t) \;\Bigg|\begin{array}{l}\text{float}, 5\\ \text{complex}\end{array} \rightarrow 1.8000 - 2.1060 \cdot 10^{-5} \cdot \exp(-75. \cdot t) \cdot \cos(223.45 \cdot t) - .33566 \cdot \exp(-75. \cdot t) \cdot \sin(223.45 \cdot t)$$

Для напруги на конденсаторі Uc(p):

$$N_u(p) := \frac{40}{3} \cdot \left(450 \cdot p + 41665 + 3 \cdot p^2\right) \qquad M_u(p) := p \cdot \left(150 \cdot p + 55555 + p^2\right)$$

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_u(p) \;\Bigg|\begin{array}{l}\text{solve}, p\\ \text{float}, 5\end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -75. + 223.45 \cdot i \\ -75. - 223.45 \cdot i \end{pmatrix} \quad p_0 = 0 \qquad p_1 = -75 + 223.45i \qquad p_2 = -75 - 223.45i$$

$N_u(p_0) = 5.555 \times 10^5$ $\quad N_u(p_1) = -1.667 \times 10^6$ $\quad N_u(p_2) = -1.667 \times 10^6$

$dM_u(p) := \frac{d}{dp} M_u(p) \text{ factor } \rightarrow 300 \cdot p + 55555 + 3 \cdot p^2$

$dM_u(p_0) = 5.556 \times 10^4$ $\quad dM_u(p_1) = -9.986 \times 10^4 - 3.352i \times 10^4$ $\quad dM_u(p_2) = -9.986 \times 10^4 + 3.352i \times 10^4$

Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$u_C(t) := \frac{N_u(p_0)}{dM_u(p_0)} + \frac{N_u(p_1)}{dM_u(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_u(p_2)}{dM_u(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \qquad u_C(0) = 40$$

$$u_C(t) \left| \begin{array}{l} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{array} \right. \rightarrow 9.9997 + 30.000 \cdot \exp(-75. \cdot t) \cdot \cos(223.45 \cdot t) + 10.0694 \cdot \exp(-75. \cdot t) \cdot \sin(223.45 \cdot t)$$

Для напруги на індуктивності:

$N_L(p) := -30 \cdot p$ $\qquad M_L(p) := (150 \cdot p + 55555 + p^2)$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_L(p) \left| \begin{array}{l} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -75. + 223.45 \cdot i \\ -75. - 223.45 \cdot i \end{pmatrix} \qquad p_1 = -75 + 223.45i \qquad p_2 = -75 - 223.45i$$

$N_L(p_1) = 2.25 \times 10^3 - 6.704i \times 10^3$ $\qquad N_L(p_2) = 2.25 \times 10^3 + 6.704i \times 10^3$

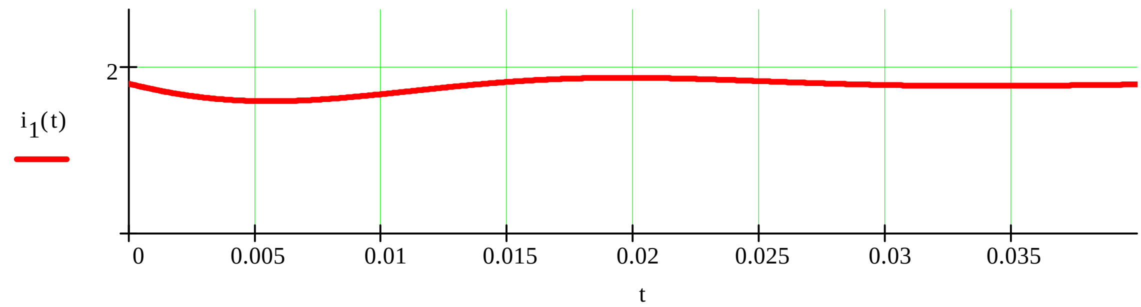
$dM_L(p) := \frac{d}{dp} M_L(p) \text{ factor } \rightarrow 150 + 2 \cdot p$

$dM_L(p_1) = 446.9i$ $\qquad dM_L(p_2) = -446.9i$

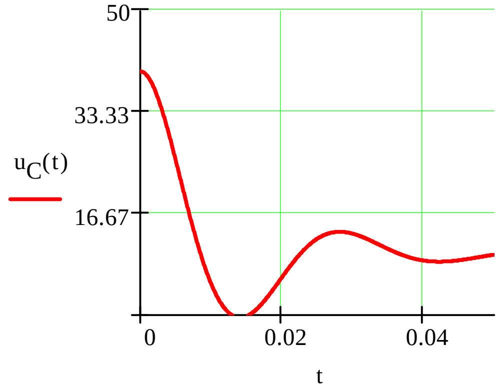
Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

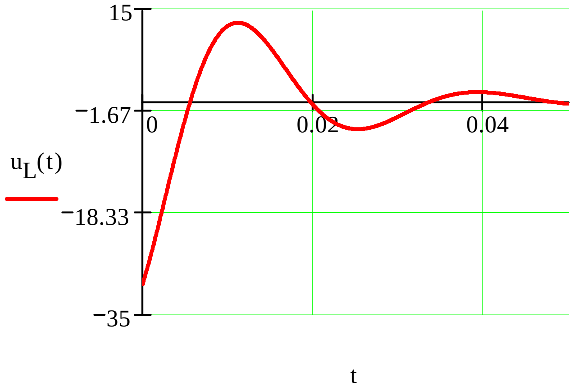
$$u_L(t) := \frac{N_L(p_1)}{dM_L(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_L(p_2)}{dM_L(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \qquad u_L(0) = -30$$

$$u_L(t) \left| \begin{array}{l} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{array} \right. \rightarrow -30.000 \cdot \exp(-75. \cdot t) \cdot \cos(223.45 \cdot t) + 10.0694 \cdot \exp(-75. \cdot t) \cdot \sin(223.45 \cdot t)$$



Графік перехідного струму i1(t).

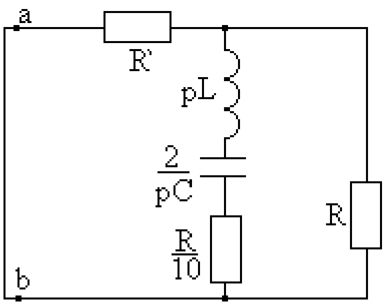




Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

Дослідити чому повинен дорівнювати активний опір вітки с джерелом ЕРС E1 щоб аперіодичний процес переходив у коливальний

$$Z_{ab}(p) := R' + \frac{\left(\frac{R}{10} + p\cdot L + \frac{2}{p\cdot C}\right)\cdot R}{\frac{2}{p\cdot C} + p\cdot L + \frac{R}{10} + R}$$



$$Z_{ab}(p) := \frac{\left(\frac{2}{p\cdot C} + p\cdot L + \frac{R}{10} + R\right)\cdot R' + \left(\frac{R}{10} + p\cdot L + \frac{2}{p\cdot C}\right)\cdot R}{\frac{2}{p\cdot C} + p\cdot L + \frac{R}{10} + R}$$

$$(R'\cdot L + R\cdot L)\cdot p^2 + \left[\frac{R\cdot(R+R')}{10} + R'\cdot R\right]\cdot p + \frac{2\cdot(R'+R)}{C} = 0$$

$$D = 0$$

$$\left[\frac{R\cdot(R+R')}{10} + R'\cdot R\right]^2 - 4\cdot(R'\cdot L + R\cdot L)\cdot\frac{2\cdot(R'+R)}{C} = 0$$

$$\left[\frac{R\cdot(R+R')}{10} + R'\cdot R\right]^2 - 4\cdot(R'\cdot L + R\cdot L)\cdot\frac{2\cdot(R'+R)}{C} \;\Bigg|\begin{matrix}\text{solve}, R' \\ \text{float}, 5\end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix}-113.64 \\ -33.253\end{pmatrix}$$

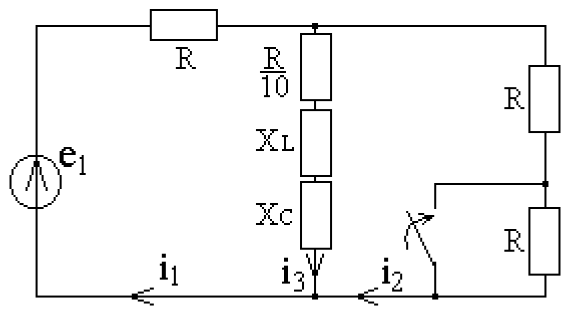
Визначити струми віток і напруги на реактивних елементах у момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійної напруги E1 і E2 у колі діють джерела синусоідної напруги:

$$e_1(t) := \sqrt{2}\cdot E_1\cdot\sin(\omega\cdot t + \psi) \qquad e_2(t) := \sqrt{2}\cdot E_2\cdot\sin(\omega\cdot t + \psi)$$

$$X_C := \frac{2}{\omega\cdot C} \qquad X_C = 111.111 \qquad X_L := \omega\cdot L \qquad X_L = 20$$

$$E_1 := E_1\cdot e^{\psi\cdot i} \qquad E_1 = 86.603 + 50i \qquad F(E_1) = (100\ \ 30)$$

$$E_2 := E_2\cdot e^{\psi\cdot i} \qquad E_2 = 69.282 + 40i \qquad F(E_2) = (80\ \ 30)$$

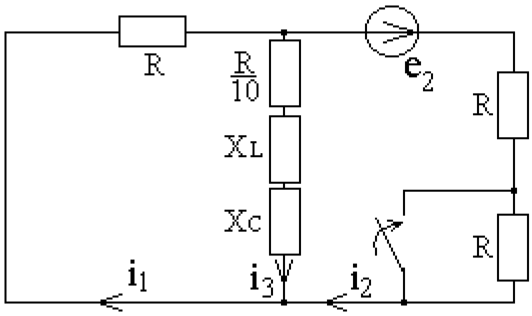


$$Z'_{vx} := R + \frac{2\cdot R\cdot\left(\frac{R}{10} + X_L\cdot i - i\cdot X_C\right)}{2\cdot R + \frac{R}{10} + X_L\cdot i - i\cdot X_C} \qquad Z'_{vx} = 95.67 - 47.144i$$

$$I'_{1дк} := \frac{E_1}{Z'_{vx}} \qquad I'_{1дк} = 0.521 + 0.779i \qquad F(I'_{1дк}) = (0.938\ \ 56.233)$$

$$I'_{2дк} := I'_{1дк}\cdot\frac{\frac{R}{10} + X_L\cdot i - i\cdot X_C}{2\cdot R + \frac{R}{10} + X_L\cdot i - i\cdot X_C} \qquad I'_{2дк} = 0.605 + 0.11i \qquad F(I'_{2дк}) = (0.615\ \ 10.323)$$

$$I'_{3дк} := I'_{1дк} - I'_{2дк} \qquad I'_{3дк} = -0.084 + 0.669i \qquad F(I'_{3дк}) = (0.674\ \ 97.182)$$



$$Z''_{vx} := R + R + \frac{\left(\frac{R}{10} + i \cdot X_L - X_C \cdot i\right) \cdot R}{\frac{R}{10} + i \cdot X_L - X_C \cdot i + R} \qquad Z''_{vx} = 137.86 - 20.111i$$

$$I''_{2дк} := \frac{E_2}{Z''_{vx}} \qquad I''_{2дк} = 0.451 + 0.356i \qquad F\left(I''_{2дк}\right) = (0.574 \quad 38.3)$$

$$I''_{1дк} := I''_{2дк} \cdot \frac{\left(\frac{R}{10} + X_L \cdot i - X_C \cdot i\right)}{\frac{R}{10} + i \cdot X_L - X_C \cdot i + R} \qquad I''_{1дк} = 0.484 + 0.088i \qquad F\left(I''_{1дк}\right) = (0.492 \quad 10.323)$$

$$I''_{3дк} := I''_{2дк} - I''_{1дк} \qquad I''_{3дк} = -0.034 + 0.268i \qquad F\left(I''_{3дк}\right) = (0.27 \quad 97.182)$$

$$I_{1дк} := I'_{1дк} + I''_{1дк} \qquad I_{1дк} = 1.006 + 0.868i \qquad F\left(I_{1дк}\right) = (1.328 \quad 40.791)$$

$$I_{2дк} := I'_{2дк} + I''_{2дк} \qquad I_{2дк} = 1.056 + 0.466i \qquad F\left(I_{2дк}\right) = (1.154 \quad 23.817)$$

$$I_{3дк} := I'_{3дк} - I''_{3дк} \qquad I_{3дк} = -0.051 + 0.401i \qquad F\left(I_{3дк}\right) = (0.405 \quad 97.182)$$

$$u_{Cдк} := I_{3дк} \cdot \left(-i \cdot X_C\right) \qquad u_{Cдк} = 44.61 + 5.621i \qquad F\left(u_{Cдк}\right) = (44.963 \quad 7.182)$$

$$u_{Lдк} := I_{3дк} \cdot i \cdot X_L \qquad u_{Lдк} = -8.03 - 1.012i \qquad F\left(u_{Lдк}\right) = (8.093 \quad -172.818)$$

$$i_{1дк}(t) := \left|I_{1дк}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(I_{1дк}\right)\right)$$

$$i_{2дк}(t) := \left|I_{2дк}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(I_{2дк}\right)\right)$$

$$i_{3дк}(t) := \left|I_{3дк}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(I_{3дк}\right)\right)$$

$$u_{Cдк}(t) := \left|u_{Cдк}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{Cдк}\right)\right)$$

$$u_{Lдк}(t) := \left|u_{Lдк}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{Lдк}\right)\right)$$

Початкові умови:

$$u_{Cдк}(0) = 7.95$$

$$i_{Lдк}(0) = 0.568$$

Given

$$i_{10} = i_{20} + i_{30}$$

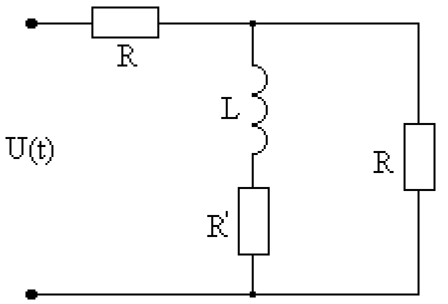
$$e_1(0) = u_{L0} + i_{10} \cdot R + u_{C0} + i_{30} \cdot \frac{R}{10}$$

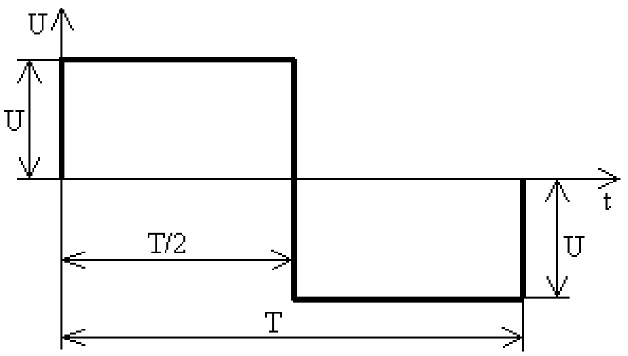
$$e_2(0) = i_{20} \cdot R - i_{30} \cdot \frac{R}{10} - u_{C0} - u_{L0}$$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}\left(i_{10}, i_{20}, u_{L0}\right) \qquad i_{10} = 1.557 \quad i_{20} = 0.989 \quad i_{30} = 0.568 \qquad u_{L0} = -17.913 \qquad u_{C0} = 7.95$$

Інтеграл Дюамеля

$T := 1.0$ $E_1 := 100$ $E := 1$ $R' := R + \frac{R}{10}$ $R' = 55$





Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \frac{0}{\left(\frac{R \cdot R'}{R + R'}\right) + R}$ $i_{1дк} = 0$

$i_{3дк} := i_{1дк} \cdot \frac{R}{R + R'}$ $i_{3дк} = 0$ $i_{2дк} := i_{1дк} \cdot \frac{R'}{R + R'}$ $i_{2дк} = 0$

$u_{Lдк} := 0$

Усталений режим після комутації: $t = \infty$

$i'_1 := \frac{E}{\left(\frac{R \cdot R'}{R + R'}\right) + R}$ $i'_1 = 0.013$

$i'_3 := i'_1 \cdot \frac{R}{R + R'}$ $i'_3 = 6.25 \times 10^{-3}$ $i'_2 := i'_1 \cdot \frac{R'}{R + R'}$ $i'_2 = 6.875 \times 10^{-3}$

$u'_L := 0$

Незалежні початкові умови

$i_{30} := i_{3дк}$ $i_{30} = 0$

Залежні початкові умови

Given

$i_{10} = i_{20} + i_{30}$

$E = i_{20} \cdot R + i_{10} \cdot R$

$0 = i_{20} \cdot R - i_{30} \cdot R' - u_{L0}$

$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \text{Find}(i_{10}, i_{20}, u_{L0})$ $i_{10} = 0.01$ $i_{20} = 0.01$ $i_{30} = 0$ $u_{L0} = 0.5$

Вільний режим після комутайії: $t = 0$

Складемо характерестичне рівняння схеми

$Z_{vx}(p) := R + \frac{R \cdot (p \cdot L + R')}{p \cdot L + R' + R}$ $Zvx(p) := \frac{R \cdot (p \cdot L + R' + R) + R \cdot (p \cdot L + R')}{p \cdot L + R + R}$

$p := R \cdot (p \cdot L + R' + R) + R \cdot (p \cdot L + R') \left|\begin{matrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{matrix}\right. \rightarrow -400.$ $T := \frac{1}{|p|} \cdot T$ $T = 2.5 \times 10^{-3}$

Одже корень характеристичного рівняння має вигляд:

$p = -400$

Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$i''_1(t) = A_1 \cdot e^{p \cdot t}$

$i''_2(t) = B_1 \cdot e^{p \cdot t}$

Визначення сталих інтегрування:

$A_1 := i_{10} - i'_1$ $\qquad A_1 = -3.125 \times 10^{-3}$

$B_1 := i_{30} - i'_3$ $\qquad B_1 = -6.25 \times 10^{-3}$

Отже вільна складова струму i1(t) та i3(t) будуть мати вигляд:

$i''_1(t) := A_1 \cdot e^{p \cdot t}$

$i''_3(t) := B_1 \cdot e^{p \cdot t}$

Повні значення цих струмів:

$i_1(t) := i'_1 + i''_1(t)$ $\qquad i_1(t)\ \text{float}, 5\ \rightarrow 1.3125 \cdot 10^{-2} - 3.1250 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(-400. \cdot t)$

$i_3(t) := i'_3 + i''_3(t)$ $\qquad i_3(t)\ \text{float}, 5\ \rightarrow 6.2500 \cdot 10^{-3} - 6.2500 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(-400. \cdot t)$

$g_{11}(t) := i_1(t)$ $\qquad g_{11}(t)\ \text{float}, 5\ \rightarrow 1.3125 \cdot 10^{-2} - 3.1250 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(-400. \cdot t)$

$U_L(t) := L \cdot \frac{d}{dt} i_3(t)$

$h_{uL}(t) := U_L(t)\ \text{float}, 5\ \rightarrow .50000 \cdot \exp(-400. \cdot t)$

Визначимо закони зміни напруги на всіх проміжках часу:

$U_0 := E_1$ $\qquad U_0 = 100$

$U_1 := E_1$ $\qquad U_1 = 100$ $\qquad 0 < t < \frac{T}{2}$

$U_2 := -E_1$ $\qquad U_2 = -100$ $\qquad \frac{T}{2} < t < T$

$U_3 := 0$ $\qquad T < t < \infty$

$U'_1 := 0$ $\qquad U'_2 := 0$

Струм на цих проміжках буде мати вигляд:

$i_1(t) := U_0 \cdot g_{11}(t)$

$i_1(t)\ \left|\begin{array}{l}\text{factor}\\ \text{float}, 3\end{array}\right. \rightarrow 1.31 - .313 \cdot \exp(-400. \cdot t)$

$i_2(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + (U_2 - U_1) \cdot g_{11}\left(t - \frac{T}{2}\right)$

$i_2(t)\ \left|\begin{array}{l}\text{factor}\\ \text{float}, 5\end{array}\right. \rightarrow -1.3125 - .31250 \cdot \exp(-400. \cdot t) + .62500 \cdot \exp(-400. \cdot t + .50000)$

$i_3(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + (U_2 - U_1) \cdot g_{11}\left(t - \frac{T}{2}\right) + (U_3 - U_2) \cdot g_{11}(t - T)$

$i_3(t)\ \left|\begin{array}{l}\text{factor}\\ \text{float}, 3\end{array}\right. \rightarrow -.313 \cdot \exp(-400. \cdot t) + .625 \cdot \exp(-400. \cdot t + .500) - .313 \cdot \exp(-400. \cdot t + 1.)$

Напруга на індуктивності на цих проміжках буде мати вигляд:

$u_{L1}(t) := U_0 \cdot h_{uL}(t)$ float, 5 $\rightarrow 50.000 \cdot \exp(-400. \cdot t)$

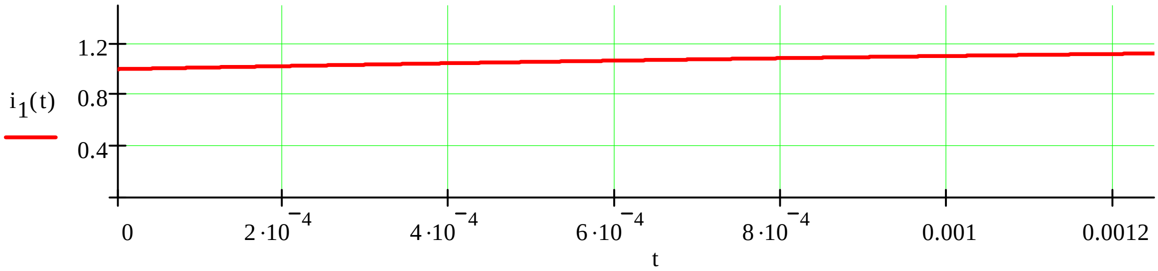
$$u_{L2}(t) := U_0 \cdot h_{uL}(t) + (U_2 - U_1) \cdot h_{uL}\left(t - \frac{T}{2}\right)$$

$u_{L2}(t)$ float, 5 $\rightarrow 50.000 \cdot \exp(-400. \cdot t) - 100.00 \cdot \exp(-400. \cdot t + .50000)$

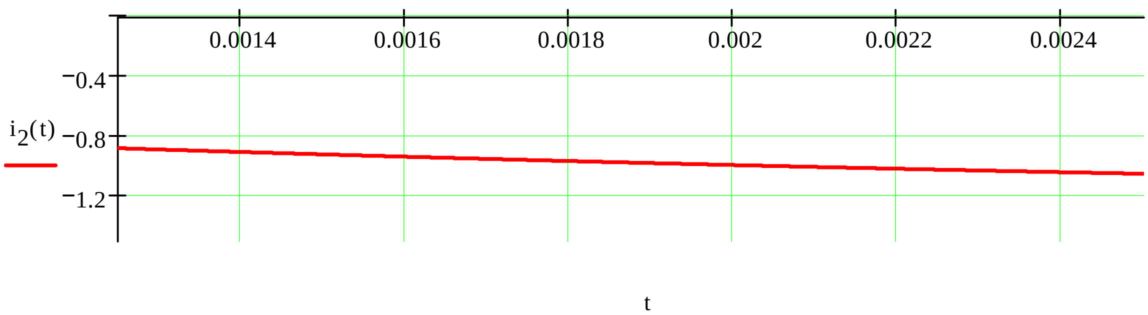
$$u_{L3}(t) := U_0 \cdot h_{uL}(t) + (U_2 - U_1) \cdot h_{uL}\left(t - \frac{T}{2}\right) + (U_3 - U_2) \cdot h_{uL}(t - T)$$

$u_{L3}(t)$ float, 5 $\rightarrow 50.000 \cdot \exp(-400. \cdot t) - 100.00 \cdot \exp(-400. \cdot t + .50000) + 50.000 \cdot \exp(-400. \cdot t + 1.0000)$

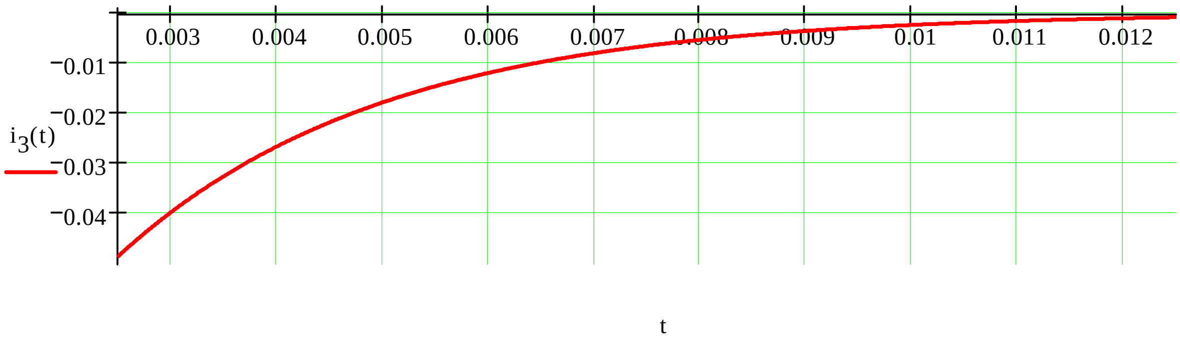
На промежутке от 0 до 1/2T



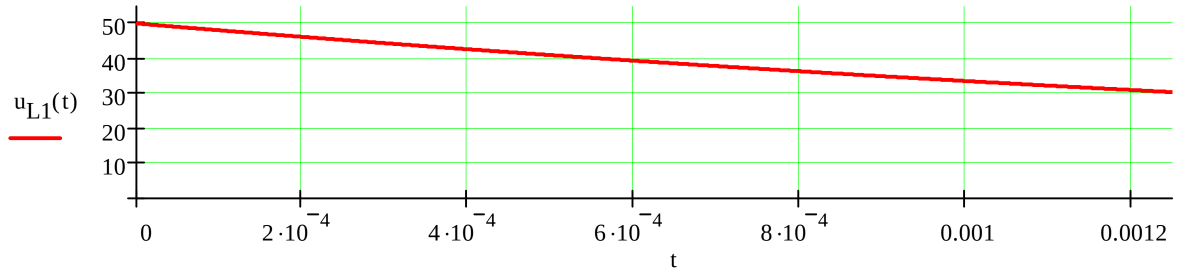
На промежутке от 1/2T до T



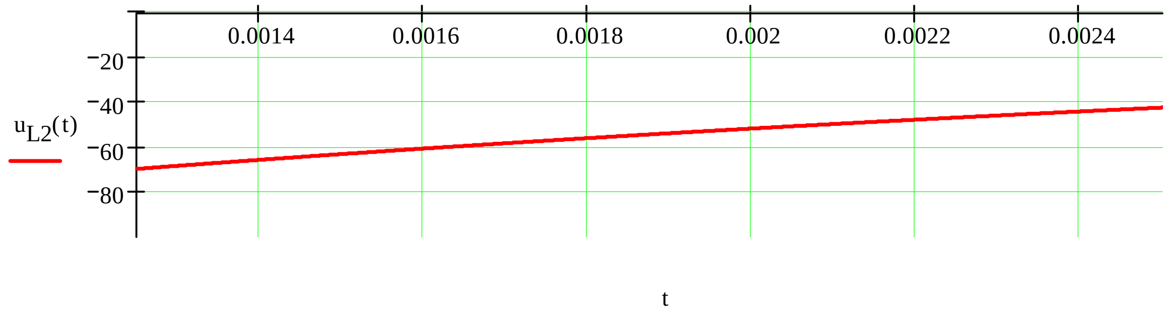
На промежутке от T до 5T



На промежутке от 0 до 1/2T



На промежутке от 1/2T до T



На промежутке от T до 10T