

Національний технічний університет України  
«Київський Політехнічний Інститут імені Ігоря Сікорського»

Факультет інформатики і обчислювальної техніки  
Кафедра обчислювальної техніки

Лабораторна робота №4  
з дисципліни «Комп'ютерна логіка»

Тема: «Мінімізація частково визначених функцій»

Підготував: студент групи ІО-61  
Лисенко Дмитро Вадимович

Перевірів:  
Верба Олександр Андрійович

Київ 2016

## Короткі теоретичні відомості

На заборонених наборах функція вважається невизначеною, що дає додаткові можливості для спрощення комбінаційної схеми. В таблиці істинності значення функції на таких наборах відзначаються символом, відмінним від 0 і 1, наприклад – прочерком. Довизначення функції на заборонених наборах необхідно робити таким чином, щоб забезпечити найбільш ефективну мінімізацію.

При використанні для мінімізації методу діаграм Вейча прочерки розглядають як одиниці в тих випадках, коли це приводить до збільшення розміру прямокутника, що відповідає імпліканті. В протилежному випадку вони розглядаються як нулі.

Для визначення покриття (для однієї функції чи системи функцій) як можливий варіант можна використовувати метод Петрика, що складається з виконання наступних етапів:

- визначення умов покриття імплікантами кожної константи одиниці окремо, використовуючи функцію АБО;
- складання умови одночасного покриття всіх конститuent одиниці з використанням функції І;
- розкриття дужок в отриманому логічному вираженні за правилами булевої алгебри.

Кон'юнктивні терми, отримані в результаті виконання зазначених етапів, відповідають множинам імплікант, кожне з яких визначає можливе покриття. З отриманих варіантів покриття вибирають один відповідно до цільової функції проектування (мінімальні апаратні витрати, максимальна швидкодія і т. ін.).

## Отримані формули, таблиці, малюнки

Таблиця істинності

$x_4$	$x_3$	$x_2$	$x_1$	$f_1$	$f_2$	$f_3$
0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	1	1	1	0
0	0	1	0	1	1	1
0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	0	-	0	1
0	1	0	1	0	0	0
0	1	1	0	1	-	-
0	1	1	1	-	-	1
1	0	0	0	1	0	1
1	0	0	1	0	0	1
1	0	1	0	0	0	1
1	0	1	1	0	0	0
1	1	0	0	1	-	1
1	1	0	1	0	0	0
1	1	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1	1

Окрема мінімізація кожної функції методом Вейча

$f_1$

	$x_3$			
	1	0	0	1
$x_4$	1	1	0	0
	1	-	0	1
	-	0	1	1
	$x_1$			

$x_2$

$$f_1 = \overline{x_2} \overline{x_1} \vee x_3 x_2 \vee \overline{x_4} \overline{x_1} \vee \overline{x_4} \overline{x_3} \overline{x_2}$$

$f_2$

	$x_3$			
	-	0	0	0
$x_4$	1	1	0	0
	-	-	0	1
	0	0	1	1
	$x_1$			

$x_2$

$$f_2 = x_3 x_2 \vee \overline{x_4} \overline{x_3} \overline{x_2} \vee \overline{x_4} \overline{x_3} \overline{x_1}$$

$f_3$

	$x_3$			
	1	0	1	1
$x_4$	0	1	0	1
	-	1	0	1
	1	0	0	1
	$x_1$			

$x_2$

$$f_3 = \overline{x_3} \overline{x_1} \vee \overline{x_2} \overline{x_1} \vee x_3 x_2 x_1 \vee x_4 \overline{x_3} \overline{x_2}$$

## Спільна мінімізація функцій методом Квайна

$$\begin{aligned} \text{ДДН}\Phi_1 = & \overline{x_4} \overline{x_3} \overline{x_2} \overline{x_1} \vee \overline{x_4} \overline{x_3} \overline{x_2} x_1 \vee \overline{x_4} \overline{x_3} x_2 \overline{x_1} \vee \overline{x_4} x_3 x_2 \overline{x_1} \vee x_4 \overline{x_3} \overline{x_2} \overline{x_1} \vee \\ & \vee x_4 x_3 \overline{x_2} \overline{x_1} \vee x_4 x_3 x_2 \overline{x_1} \vee x_4 x_3 x_2 x_1 \vee \overline{x_4} x_3 \overline{x_2} \overline{x_1} (*) \vee \overline{x_4} x_3 x_2 x_1 (*) \end{aligned}$$

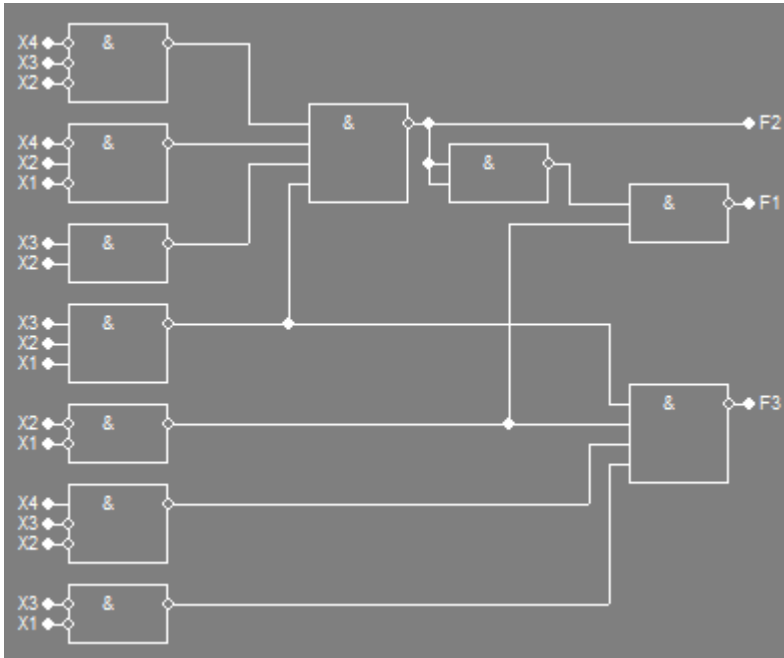
$$\begin{aligned} \text{ДДН}\Phi_2 = & \overline{x_4} \overline{x_3} \overline{x_2} \overline{x_1} \vee \overline{x_4} \overline{x_3} \overline{x_2} x_1 \vee \overline{x_4} \overline{x_3} x_2 \overline{x_1} \vee x_4 x_3 x_2 \overline{x_1} \vee x_4 x_3 x_2 x_1 \vee \\ & \vee \overline{x_4} x_3 x_2 \overline{x_1} (*) \vee \overline{x_4} x_3 x_2 x_1 (*) \vee x_4 x_3 \overline{x_2} \overline{x_1} (*) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ДДН}\Phi_3 = & \overline{x_4} \overline{x_3} \overline{x_2} \overline{x_1} \vee \overline{x_4} \overline{x_3} x_2 \overline{x_1} \vee \overline{x_4} x_3 \overline{x_2} \overline{x_1} \vee \overline{x_4} x_3 x_2 \overline{x_1} \vee x_4 \overline{x_3} \overline{x_2} \overline{x_1} \vee \\ & \vee x_4 \overline{x_3} \overline{x_2} x_1 \vee x_4 \overline{x_3} x_2 \overline{x_1} \vee x_4 x_3 \overline{x_2} \overline{x_1} \vee x_4 x_3 x_2 \overline{x_1} \vee \overline{x_4} x_3 x_2 \overline{x_1} (*) \end{aligned}$$

$\neg \bar{x}_4 \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1$	$\{1,2,3\}$	$\cdot \bar{x}_4 \bar{x}_3 \bar{x}_2$	$\{1,2\}$	$\bar{x}_4 \bar{x}_1$	$\{1,3\}$
$\neg \bar{x}_4 \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_1$	$\{1,2\}$	$\cdot \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_1$	$\{1,2,3\}$	$\bar{x}_3 \bar{x}_1$	$\{3\}$
$\neg \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1$	$\{1,2,3\}$	$\neg \bar{x}_4 \bar{x}_2 \bar{x}_1$	$\{1,3\}$	$\bar{x}_4 \bar{x}_1$	$\{1,3\}$
$\neg \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_2 x_1$	$\{1,3\}$	$\neg \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1$	$\{1,3\}$	$\bar{x}_2 \bar{x}_1$	$\{1,3\}$
$\neg \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1$	$\{1,2,3\}$	$\cdot \bar{x}_4 x_2 \bar{x}_1$	$\{1,2,3\}$	$\bar{x}_3 \bar{x}_1$	$\{3\}$
$\neg \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_2 x_1$	$\{1,2,3\}$	$\neg \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1$	$\{3\}$	$\bar{x}_2 \bar{x}_1$	$\{1,3\}$
$\neg x_4 \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1$	$\{1,3\}$	$\neg \bar{x}_4 \bar{x}_3 \bar{x}_1$	$\{1,3\}$	$x_2 \bar{x}_1$	$\{1\}$
$\neg x_4 \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_1$	$\{3\}$	$\neg x_2 \bar{x}_2 \bar{x}_1$	$\{1,3\}$	$x_3 \bar{x}_1$	$\{1\}$
$\neg x_4 \bar{x}_2 x_2 \bar{x}_1$	$\{3\}$	$\cdot \bar{x}_4 x_3 x_2$	$\{1,2,3\}$	$\bar{x}_2 x_2$	$\{1,2\}$
$\cdot x_4 x_3 x_2 \bar{x}_1$	$\{1,2,3\}$	$\neg x_2 x_2 \bar{x}_1$	$\{1,2\}$	$x_3 x_2$	$\{1,2\}$
$\neg x_4 \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1$	$\{1,2\}$	$\cdot x_3 x_2 x_1$	$\{1,2,3\}$		
$\neg x_4 \bar{x}_3 x_2 x_1$	$\{1,2,3\}$	$\cdot x_4 \bar{x}_3 \bar{x}_2$	$\{3\}$		
		$\neg x_4 \bar{x}_3 \bar{x}_1$	$\{3\}$		
		$\neg x_4 \bar{x}_2 \bar{x}_1$	$\{1,3\}$		
		$\cdot x_4 x_3 \bar{x}_1$	$\{1,2\}$		
		$\neg x_4 \bar{x}_3 x_2$	$\{1,2\}$		

[illegible]

$$\begin{aligned}
 f_1 &= \overline{x_4} \overline{x_3} \overline{x_2} \vee \overline{x_4} x_2 \overline{x_1} \vee x_3 x_2 x_1 \vee \overline{x_2} \overline{x_1} \vee x_3 x_2 = \\
 &= (\overline{\overline{x_4} \overline{x_3} \overline{x_2}} \cdot \overline{\overline{x_4} x_2 \overline{x_1}} \cdot \overline{x_3 x_2 x_1} \cdot \overline{x_2 \overline{x_1}}) \cdot \overline{\overline{x_2} \overline{x_1}} \\
 f_2 &= \overline{x_4} \overline{x_3} \overline{x_2} \vee \overline{x_4} x_2 \overline{x_1} \vee x_3 x_2 x_1 \vee x_3 x_2 = \\
 &= \overline{\overline{x_4} \overline{x_3} \overline{x_2}} \cdot \overline{\overline{x_4} x_2 \overline{x_1}} \cdot \overline{x_3 x_2 x_1} \cdot \overline{x_3 x_2} \\
 f_3 &= x_3 x_2 x_1 \vee x_4 \overline{x_3} \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \overline{x_1} \vee \overline{x_2} \overline{x_1} = \\
 &= \overline{x_3 x_2 x_1} \cdot \overline{x_4 \overline{x_3} \overline{x_2}} \cdot \overline{\overline{x_3} \overline{x_1}} \cdot \overline{\overline{x_2} \overline{x_1}}
 \end{aligned}$$



I-HE/I-HE

K=30

### Спільна мінімізація заперечення функцій методом Квайна – Мак-Класки

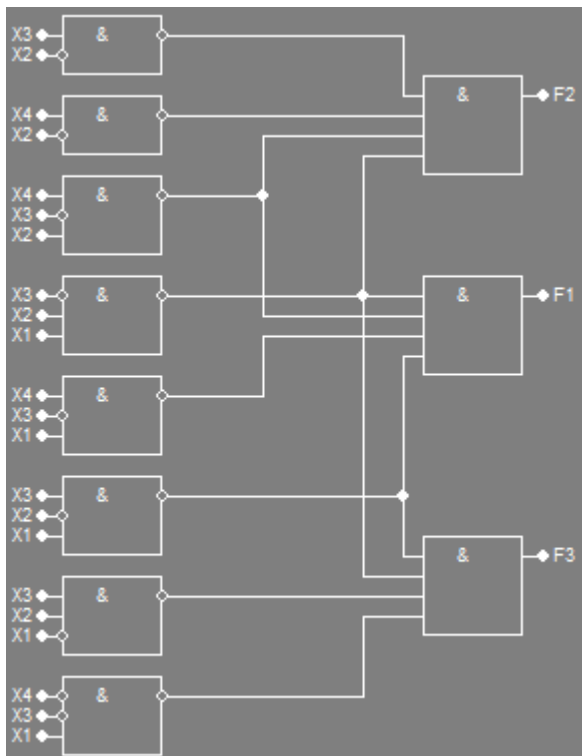
$$\begin{aligned}
 \text{ДКН}\Phi_1 &= (1 \vee 1 \vee 0 \vee 0) \cdot (1 \vee 0 \vee 1 \vee 0) \cdot (0 \vee 1 \vee 1 \vee 0) \cdot (0 \vee 1 \vee 0 \vee 1) \& \\
 &\quad \&(0 \vee 1 \vee 0 \vee 0) \cdot (0 \vee 0 \vee 1 \vee 0) \cdot (1 \vee 0 \vee 1 \vee 1)(*) \cdot (1 \vee 0 \vee 0 \vee 0)(*) \\
 \text{ДКН}\Phi_2 &= (1 \vee 1 \vee 0 \vee 0) \cdot (1 \vee 0 \vee 1 \vee 1) \cdot (1 \vee 0 \vee 1 \vee 0) \cdot (0 \vee 1 \vee 1 \vee 1) \& \\
 &\quad \&(0 \vee 1 \vee 1 \vee 0) \cdot (0 \vee 1 \vee 0 \vee 1) \cdot (0 \vee 1 \vee 0 \vee 0) \cdot (0 \vee 0 \vee 1 \vee 0) \& \\
 &\quad \&(1 \vee 0 \vee 0 \vee 1)(*) \cdot (1 \vee 0 \vee 0 \vee 0)(*) \cdot (0 \vee 0 \vee 1 \vee 1)(*) \\
 \text{ДДН}\Phi_3 &= (1 \vee 1 \vee 1 \vee 0) \cdot (1 \vee 1 \vee 0 \vee 0) \cdot (1 \vee 0 \vee 1 \vee 0) \cdot (0 \vee 1 \vee 0 \vee 0) \& \\
 &\quad \&(0 \vee 0 \vee 1 \vee 0) \cdot (0 \vee 0 \vee 0 \vee 1) \cdot (1 \vee 0 \vee 0 \vee 1)(*)
 \end{aligned}$$

$$K^0 = \left\{ \begin{array}{l} \cdot \cancel{0 \vee 0 \vee 0 \vee 1\{3\}} \\ \cdot \cancel{1 \vee 0 \vee 0 \vee 0\{1,2\}} \\ \cdot \cancel{0 \vee 1 \vee 0 \vee 0\{1,2,3\}} \\ \cdot \cancel{0 \vee 0 \vee 1 \vee 0\{1,2,3\}} \\ - \\ \cdot 1 \vee 0 \vee 0 \vee 1\{2,3\} \\ \cdot \cancel{1 \vee 1 \vee 0 \vee 0\{1,2,3\}} \\ \cdot \cancel{1 \vee 0 \vee 1 \vee 0\{1,2,3\}} \\ \cdot \cancel{0 \vee 1 \vee 1 \vee 0\{1,2\}} \\ \cdot \cancel{0 \vee 1 \vee 0 \vee 1\{1,2\}} \\ \cdot \cancel{0 \vee 0 \vee 1 \vee 1\{2\}} \\ - \\ 1 \vee 0 \vee 1 \vee 1\{1,2\} \\ 0 \vee 1 \vee 1 \vee 1\{2\} \\ 1 \vee 1 \vee 1 \vee 0\{3\} \end{array} \right\}; K^1 = \left\{ \begin{array}{l} \cdot X \vee 0 \vee 0 \vee 1\{3\} \\ \cdot \cancel{1 \vee 0 \vee 0 \vee X\{2\}} \\ \cdot 1 \vee X \vee 0 \vee 0\{1,2\} \\ \cdot 1 \vee 0 \vee X \vee 0\{1,2\} \\ \cdot X \vee 1 \vee 0 \vee 0\{1,2,3\} \\ \cdot 0 \vee 1 \vee X \vee 0\{1,2\} \\ \cdot 0 \vee 1 \vee 0 \vee X\{1,2\} \\ \cdot X \vee 0 \vee 1 \vee 0\{1,2,3\} \\ \cdot 0 \vee X \vee 1 \vee 0\{1,2\} \\ \cdot \cancel{0 \vee 0 \vee 1 \vee X\{2\}} \\ - \\ \cancel{1 \vee 0 \vee X \vee 1\{2\}} \\ 1 \vee 1 \vee X \vee 0\{3\} \\ 1 \vee 0 \vee 1 \vee X\{1,2\} \\ 1 \vee X \vee 1 \vee 0\{3\} \\ \cancel{0 \vee 1 \vee 1 \vee X\{2\}} \\ \cancel{0 \vee 1 \vee X \vee 1\{2\}} \\ X \vee 0 \vee 1 \vee 1\{2\} \\ \cancel{0 \vee X \vee 1 \vee 1\{2\}} \end{array} \right\}; K^2 = \left\{ \begin{array}{l} \cancel{1 \vee 0 \vee X \vee X\{2\}} \\ 1 \vee 0 \vee X \vee X\{2\} \\ \cancel{0 \vee 1 \vee X \vee X\{2\}} \\ 0 \vee 1 \vee X \vee X\{2\} \\ \cancel{X \vee 0 \vee 1 \vee X\{2\}} \\ \cancel{0 \vee X \vee 1 \vee X\{2\}} \\ X \vee 0 \vee 1 \vee X\{2\} \\ 0 \vee X \vee 1 \vee X\{2\} \end{array} \right\}$$

$$Z = \left\{ \begin{array}{l} 1 \vee 0 \vee 0 \vee 1\{2,3\} \\ X \vee 0 \vee 0 \vee 1\{3\} \\ 1 \vee X \vee 0 \vee 0\{1,2\} \\ 1 \vee 0 \vee X \vee 0\{1,2\} \\ X \vee 1 \vee 0 \vee 0\{1,2,3\} \\ 0 \vee 1 \vee X \vee 0\{1,2\} \\ 0 \vee 1 \vee 0 \vee X\{1,2\} \\ X \vee 0 \vee 1 \vee 0\{1,2,3\} \\ 0 \vee X \vee 1 \vee 0\{1,2\} \\ 1 \vee 1 \vee X \vee 0\{3\} \\ 1 \vee 0 \vee 1 \vee X\{1,2\} \\ 1 \vee X \vee 1 \vee 0\{3\} \\ 1 \vee 0 \vee X \vee X\{2\} \\ 0 \vee 1 \vee X \vee X\{2\} \\ X \vee 0 \vee 1 \vee X\{2\} \\ 0 \vee X \vee 1 \vee X\{2\} \end{array} \right\}$$

	$f_1$						$f_2$								$f_3$					
	1v1v0v0	1v0v1v0	0v1v1v0	0v1v0v1	0v1v0v0	0v0v1v0	1v1v0v0	1v0v1v1	1v0v1v0	0v1v1v1	0v1v1v0	0v1v0v1	0v1v0v0	0v0v1v0	1v1v1v0	1v1v0v0	1v0v1v0	0v1v0v0	0v0v1v0	0v0v0v1
1v0v0v1{2,3}																				
$\oplus X \vee 0 \vee 0 \vee 1\{3\}$																				$\odot$
1vXv0v0{1,2}	v						v													
1v0vXv0{1,2}		v						v												
$\oplus X \vee 1 \vee 0 \vee 0\{1,2,3\}$	$\odot$				$\odot$		$\odot$						$\odot$			$\odot$	$\odot$			
$\oplus 0 \vee 1 \vee X \vee 0\{1,2\}$			$\odot$		v						v		v			$\odot$		$\odot$		
$\oplus 0 \vee 1 \vee 0 \vee X\{1,2\}$				$\odot$	v							$\odot$	v							
$\oplus X \vee 0 \vee 1 \vee 0\{1,2,3\}$		$\odot$				$\odot$			v					v			$\odot$		$\odot$	
0vXv1v0{1,2}			v			v					v			v						
$\oplus 1 \vee 1 \vee X \vee 0\{3\}$															$\odot$	v				
1v0v1vX{1,2}		v						v	v											
1vXv1v0{3}															v		v			
1v0vXvX{2}								v	v											
0v1vXvX{2}										v	v	v	v							
$\oplus X \vee 0 \vee 1 \vee X\{2\}$								$\odot$	$\odot$					$\odot$						
$\oplus 0 \vee X \vee 1 \vee X\{2\}$										$\odot$	$\odot$			v						

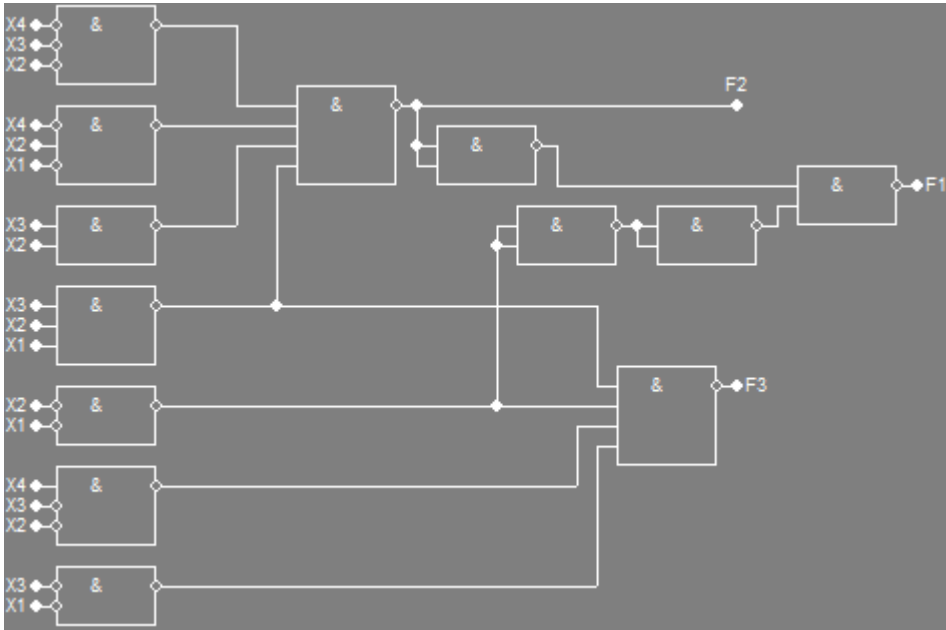
$$\begin{aligned} f_1 &= (\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1}) \cdot (\overline{x_4} \vee x_3 \vee \overline{x_1}) \cdot (\overline{x_4} \vee x_3 \vee \overline{x_2}) \cdot (\overline{x_3} \vee x_2 \vee \overline{x_1}) = \\ &= (\overline{x_3} \overline{x_2} \overline{x_1}) \cdot (\overline{x_4} \overline{x_3} \overline{x_1}) \cdot (\overline{x_4} \overline{x_3} \overline{x_2}) \cdot (\overline{x_3} \overline{x_2} \overline{x_1}) \\ f_2 &= (\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1}) \cdot (\overline{x_4} \vee x_3 \vee \overline{x_2}) \cdot (\overline{x_3} \vee x_2) \cdot (\overline{x_4} \vee x_2) = \\ &= (\overline{x_3} \overline{x_2} \overline{x_1}) \cdot (\overline{x_4} \overline{x_3} \overline{x_2}) \cdot (\overline{x_3} \overline{x_2}) \cdot (\overline{x_4} \overline{x_2}) \\ f_3 &= (\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee x_1) \cdot (\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1}) \cdot (\overline{x_3} \vee x_2 \vee \overline{x_1}) \cdot (\overline{x_4} \vee x_3 \vee \overline{x_1}) = \\ &= (\overline{x_3} \overline{x_2} \overline{x_1}) \cdot (\overline{x_3} \overline{x_2} \overline{x_1}) \cdot (\overline{x_3} \overline{x_2} \overline{x_1}) \cdot (\overline{x_4} \overline{x_3} \overline{x_1}) \end{aligned}$$



I-HE/I

K=34

У першій схемі можливе формування короточасних помилкових сигналів. Один із способів усунення – додавання елементів, які затримують сигнал:



**Висновок:** Я навчився мінімізувати системи частково визначених функцій методами Квайна і Квайна - Мак-Класки та робити для них схеми. Дізнався про короточасні помилкові сигнали та способи їх усунення.

### Контрольні питання

1. Особливість мінімізації частково визначених функцій складається у тому, що на невизначених наборах значення функції вважається одиничним, але на етапі вибору покриття конституенти, що відповідають забороненим наборам, не включається в таблицю покриття.
2. 1) Виписуються конституенти одиниці та конституенти, які відповідають невизначеним наборам. До конституент дописується множина міток.  
2) Виконуються всі можливі склеювання, до отриманих термів приписується перетин множин міток.  
3) Виконуються всі можливі поглинання, при чому множини міток повинні повністю співпадати.  
4) Складається таблиця покриття і вибирається мінімальне покриття системи.  
5) Запис операторної форми для кожної функції та побудова схеми для системи функцій.
3. Для одержання операторної форми необхідно розставити дужки та заперечення залежно від заданого базису. При необхідності використати правило де Моргана.
4. Комбінаційні схеми за перехідного процесу можуть формувати короточасні вихідні сигнали, не передбачені таблицею істинності. Якщо на двох наборах в таблиці істинності задані однакові значення функції, то за зміни цих наборів на короткий час може виникати протилежний за значенням сигнал. Це обумовлено наявністю в схемі шляхів з різною тривалістю проходження сигналів від входів схеми до виходів.



5. Для оцінки швидкодії комбінаційної схеми рахується час найдовшого проходження сигналу. Апаратурні витрати оцінюються кількістю логічних елементів або кількістю умовних корпусів.
7. Для усунення збою використовується синхронний принцип передачі сигналів від однієї схеми в іншу. При цьому інформаційний сигнал тактується синхросигналом, який забезпечує прийом інформаційного сигналу в подальших пристроях після закінчення перехідних процесів у схемі, що формує цей сигнал.  
Другий спосіб пов'язаний зі встановленням фільтрів для вихідних сигналів на тих виходах комбінаційної схеми, де можуть виникати помилкові сигнали.
8. Метод Петрика:
  - визначення умов покриття імплікантами кожної конституенти одиниці окремо, використовуючи функцію АБО;  
Для кожної конституенти одиниці виписуються всі імпліканти через функцію АБО, які можуть покрити цю конституенту.
  - складання умови одночасного покриття всіх конституент одиниці з використанням функції І;  
Виписані групи імплікант записуються через функцію І.
  - розкриття дужок в отриманому логічному вираженні за правилами булевої алгебри.  
Дужки розкриваються для зменшення ціни.Кон'юнктивні терми, отримані в результаті виконання зазначених етапів, відповідають множинам імплікант, кожне з яких визначає можливе покриття. З отриманих варіантів покриття вибирають один відповідно до цільової функції проектування (мінімальні апаратурні витрати, максимальна швидкодія і т. ін.).