

**Міністерство освіти України**  
**Національний технічний університет України**  
**“Київський політехнічний інститут”**  
*Кафедра ТОЕ*

***Розрахунково-графічна робота***  
“Розрахунок перехідних процесів у лінійних колах”  
*Варіант № 115*

Виконав: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Перевірив: \_\_\_\_\_

### Умова завдання

1. В колі з джерелом постійної ЕДС необхідно:

- 1) класичним методом розрахувати напруги на реактивних елементах та струми перехідного процесу;
- 2) розрахувати струм в колі з джерелом ЕДС  $E_1$  та напругу на реактивному елементі операторним методом;
- 3) побудувати в одному часовому масштабі діаграми струму та напруги на реактивних елементах.

2. Дослідити, яким повинен бути активний опір у вітці з джерелом  $E_1$ , щоб перехідний процес проходив в граничному режимі.

3. Визначити струми в вітках та напруги на реактивних елементах в момент комутації ( $t=0$ ), якщо замість джерел постійних ЕДС  $E_1$  і  $E_2$  в колі діють синусоїдні джерела.

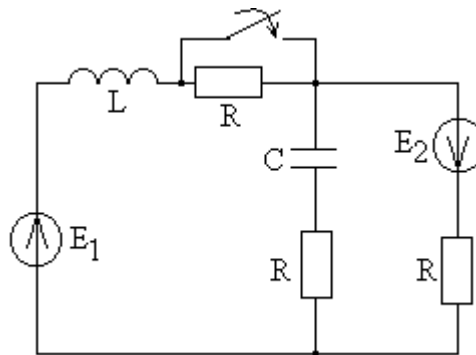
3. В післякомутаційній схемі закортити джерело ЕДС  $E_2$ .

а) виключити катушку індуктивності чи ємність, замінивши останню опором  $R$ ;

б) вважаючи, що замість джерела постійної ЕДС  $E_1$  до отриманного кола подається напруга, форма якої показана на малюнку;

в) розрахувати вхідний струм та напругу на реактивному елементі методом інтеграла Дюамеля при періоді  $T$ , заданому в долях від  $\tau$ ;

г) побудувати в одному часовому масштабі діаграми напруги на вході, вхідного струму і напруги на реактивних елементах.



Основна схема

Вхідні данні:

$$L := 0.2 \quad \text{Гн} \quad C := 170 \cdot 10^{-6} \quad \text{Ф}$$

$$R := 80 \quad \text{Ом}$$

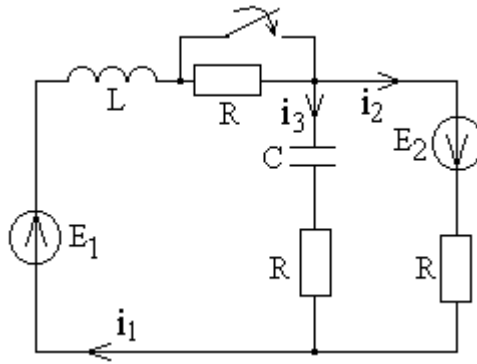
$$E_1 := 90 \quad \text{В} \quad E_2 := 60 \quad \text{В}$$

$$\psi := 45 \cdot \text{deg} \quad \text{C}^0$$

$$\omega := 200 \quad \text{с}^{-1}$$

## Класичний метод

Оберемо додатній напрямок струмів у вітках схеми:



Знайдемо значення струмів та напруг безпосередньо до комутації:

Усталений режим до комутації:  $t < 0$

$$i_{1\text{ДК}} := \frac{E_1 + E_2}{2 \cdot R} \quad i_{2\text{ДК}} := i_{1\text{ДК}} \quad i_{2\text{ДК}} = 0.938$$

$$i_{3\text{ДК}} := 0 \quad u_{L\text{ДК}} := 0$$

$$u_{C\text{ДК}} := E_1 - i_{1\text{ДК}} \cdot R \quad u_{C\text{ДК}} = 15$$

Усталений режим після комутації:  $t = \infty$

$$i'_1 := \frac{E_1 + E_2}{R} \quad i'_2 := i'_1 \quad i'_2 = 1.875$$

$$i'_3 := 0 \quad u'_L := 0$$

$$u'_C := E_1 \quad u'_C = 90$$

Незалежні початкові умови

$$i_{10} := i_{1\text{ДК}} \quad i_{10} = 0.938$$

$$u_{C0} := u_{C\text{ДК}} \quad u_{C0} = 15$$

Залежні початкові умови

Given

$$i_{20} = i_{10} - i_{30}$$

$$E_1 = u_{L0} + u_{C0} + i_{30} \cdot R$$

$$E_2 = i_{20} \cdot R - i_{30} \cdot R - u_{C0}$$

$$\begin{pmatrix} i_{30} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \text{Find}(i_{30}, i_{20}, u_{L0}) \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{15}{16} \\ 75 \end{pmatrix}$$

$$i_{30} = 0 \quad i_{20} = 0.938 \quad u_{L0} = 75$$

Незалежні початкові умови

$$di_{10} := \frac{u_{L0}}{L} \quad di_{10} = 375$$

$$du_{C0} := \frac{i_{30}}{C} \quad du_{C0} = 0$$

## Залежні початкові умови

Given

$$di_{10} = di_{20} + di_{30}$$

$$0 = du_{L0} + du_{C0} + di_{30} \cdot R$$

$$0 = di_{20} \cdot R - di_{30} \cdot R - du_{C0}$$

$$\begin{pmatrix} di_{20} \\ di_{30} \\ du_{L0} \end{pmatrix} := \text{Find}(di_{20}, di_{30}, du_{L0})$$

$$di_{20} = 187.5 \quad di_{30} = 187.5 \quad du_{L0} = -1.5 \times 10^4$$

Вільний режим після комутайії:  $t = 0$

Складемо характеристичне рівняння схеми

$$Z(p) := \frac{R \cdot \left( R + \frac{1}{p \cdot C} \right)}{2 \cdot R + \frac{1}{p \cdot C}} + p \cdot L \quad Z(p) := \frac{R \cdot \left( R + \frac{1}{p \cdot C} \right) + \left( 2 \cdot R + \frac{1}{p \cdot C} \right) \cdot p \cdot L}{2 \cdot R + \frac{1}{p \cdot C}}$$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := R \cdot \left( R + \frac{1}{p \cdot C} \right) + \left( 2 \cdot R + \frac{1}{p \cdot C} \right) \cdot p \cdot L \quad \left| \begin{array}{l} \text{solve, } p \\ \text{float, } 5 \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -118.38 - 26.296 \cdot i \\ -118.38 + 26.296 \cdot i \end{pmatrix}$$

Одже корні характеристичного рівняння мають вигляд:

$$p_1 = -118.38 - 26.296i \quad p_2 = -118.38 + 26.296i$$

Коефіцієнт затухання та кутова частота вільних коливань:

$$\delta := |\text{Re}(p_1)| \quad \delta = 118.38 \quad \omega_0 := |\text{Im}(p_2)| \quad \omega_0 = 26.296$$

Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$$i''_1(t) = A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_1)$$

$$i''_2(t) = B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_2)$$

$$i''_3(t) = C \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_3)$$

$$u''_C(t) = D \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_C)$$

$$u''_L(t) = F \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_L)$$

Визначення сталих інтегрування:

Для струму  $i_1(t)$ :

Given

$$i_{10} - i'_1 = A \cdot \sin(v_1)$$

$$di_{10} = -A \cdot \delta \cdot \sin(v_1) + A \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_1)$$

$$\begin{pmatrix} A \\ v_1 \end{pmatrix} := \text{Find}(A, v_1) \quad \text{float, } 5 \rightarrow \begin{pmatrix} -10.084 & 10.084 \\ 3.0485 & -9.3104 \cdot 10^{-2} \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$$A = -10.084 \quad v_1 = 3.049$$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i''_1(t) := A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_1) \quad \text{float, } 5 \rightarrow -10.084 \cdot \exp(-118.38 \cdot t) \cdot \sin(26.296 \cdot t + 3.0485)$$

$$i_1(t) := i'_1 + i''_1(t) \quad \text{float, } 4 \rightarrow 1.875 - 10.08 \cdot \exp(-118.4 \cdot t) \cdot \sin(26.30 \cdot t + 3.049)$$

Для струму  $i_2(t)$ :

$$i_{20} - i'_2 = B \cdot \sin(v_2)$$

$$di_{20} = -B \cdot \delta \cdot \sin(v_2) + B \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_2)$$

$$\begin{pmatrix} B \\ v_2 \end{pmatrix} := \text{Find}(B, v_2) \text{ float}, 5 \rightarrow \begin{pmatrix} -3.0572 & 3.0572 \\ 2.8299 & -3.1168 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$$B = -3.057 \quad v_2 = 2.83$$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i''_2(t) := B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_2) \text{ float}, 5 \rightarrow -3.0572 \cdot \exp(-118.38 \cdot t) \cdot \sin(26.296 \cdot t + 2.8299)$$

$$i_2(t) := i'_2 + i''_2(t) \text{ float}, 4 \rightarrow 1.875 - 3.057 \cdot \exp(-118.4 \cdot t) \cdot \sin(26.30 \cdot t + 2.830)$$

Для струму  $i_3(t)$ :

$$i_{30} - i'_3 = C \cdot \sin(v_3)$$

$$di_{30} = -C \cdot \delta \cdot \sin(v_3) + C \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_3)$$

$$\begin{pmatrix} C \\ v_3 \end{pmatrix} := \text{Find}(C, v_3) \text{ float}, 5 \rightarrow \begin{pmatrix} 7.1304 & -7.1304 \\ 0 & 3.1416 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$$C = 7.13 \quad v_3 = 0$$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i''_3(t) := C \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_3) \text{ float}, 5 \rightarrow 7.1304 \cdot \exp(-118.38 \cdot t) \cdot \sin(26.296 \cdot t)$$

$$i_3(t) := i'_3 + i''_3(t) \text{ float}, 4 \rightarrow 7.130 \cdot \exp(-118.4 \cdot t) \cdot \sin(26.30 \cdot t)$$

Для напруги  $U_C(t)$ :

$$u_{C0} - u'_C = D \cdot \sin(v_C)$$

$$du_{C0} = -D \cdot \delta \cdot \sin(v_C) + D \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_C)$$

$$\begin{pmatrix} D \\ v_C \end{pmatrix} := \text{Find}(D, v_C) \begin{matrix} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 345.87 & -345.87 \\ -2.9230 & .21858 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$$D = 345.87 \quad v_C = -2.923$$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$u''_C(t) := D \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_C) \text{ float}, 5 \rightarrow 345.87 \cdot \exp(-118.38 \cdot t) \cdot \sin(26.296 \cdot t - 2.9230)$$

$$u_C(t) := u'_C + u''_C(t) \text{ float}, 4 \rightarrow 90. + 345.9 \cdot \exp(-118.4 \cdot t) \cdot \sin(26.30 \cdot t - 2.923)$$

Для напруги  $U_L(t)$ :

$$u_{L0} - u'_L = F \cdot \sin(v_L)$$

$$du_{L0} = -F \cdot \delta \cdot \sin(v_L) + F \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_L)$$

$$\begin{pmatrix} F \\ v_L \end{pmatrix} := \text{Find}(F, v_L) \begin{matrix} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -244.58 & 244.58 \\ -3.1168 & 2.8299 \end{pmatrix}$$

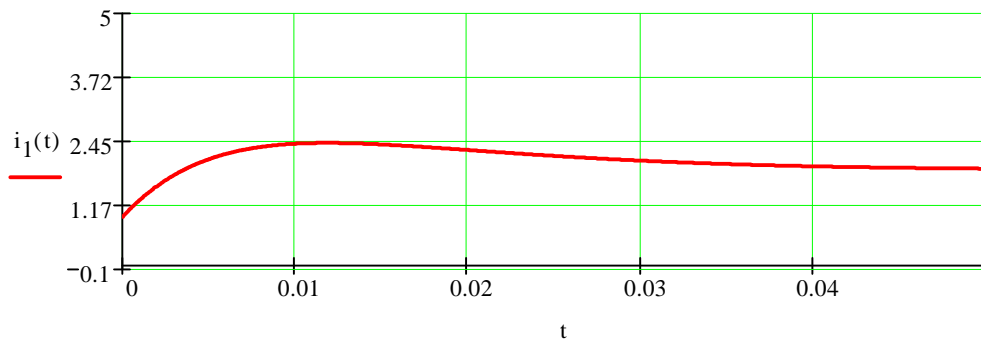
Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$$F = -244.58 \quad v_L = -0.312$$

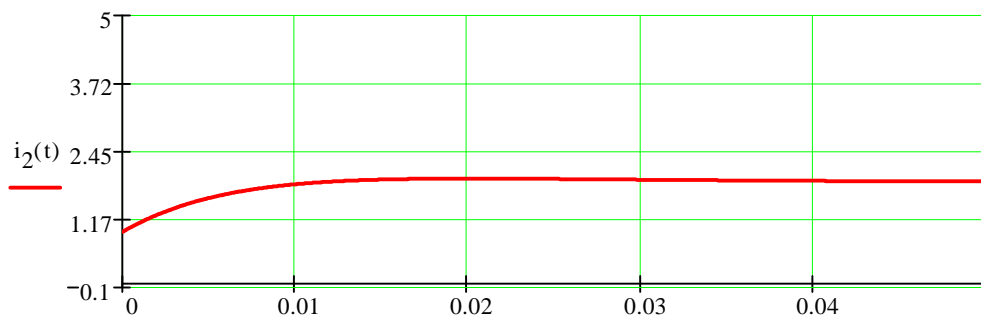
Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$u''_L(t) := F \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_L) \text{ float}, 5 \rightarrow -244.58 \cdot \exp(-118.38 \cdot t) \cdot \sin(26.296 \cdot t - .31168)$$

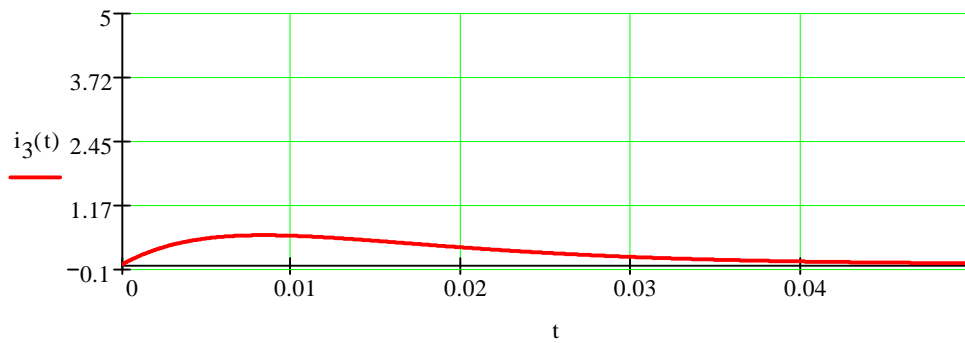
$$u_L(t) := u'_L + u''_L(t) \text{ float}, 4 \rightarrow -244.6 \cdot \exp(-118.4 \cdot t) \cdot \sin(26.30 \cdot t - .3117)$$



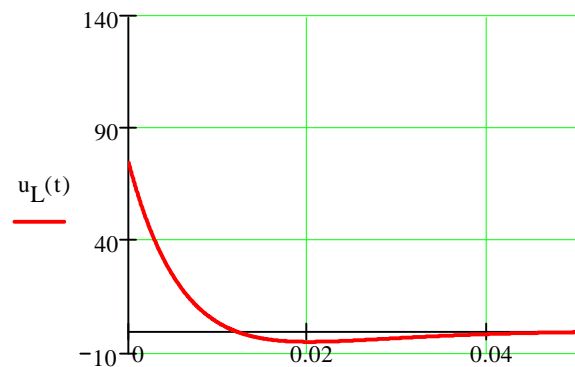
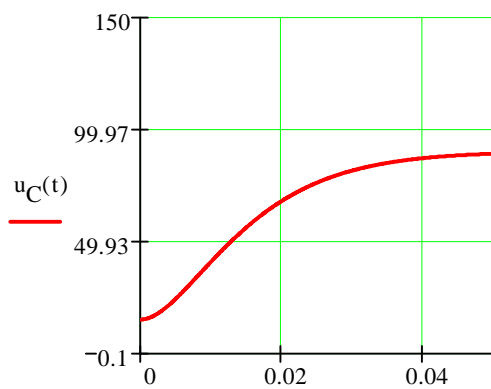
Графік перехідного струму  $i_1(t)$ .



Графік перехідного струму  $i_2(t)$ .

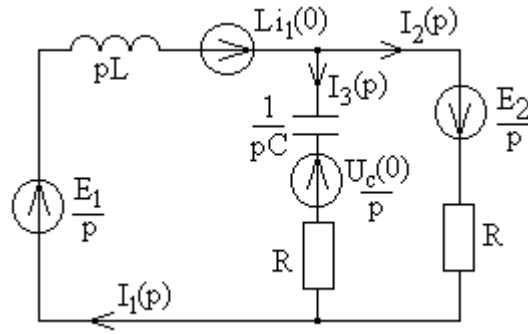


Графік перехідного струму  $i_3(t)$ .



Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

## Операторний метод



Операторна схема

Усталений режим до комутації:  $t < 0$

$$i_{1\text{ДК}} := \frac{E_1 + E_2}{2 \cdot R} \quad i_{2\text{ДК}} := i_{1\text{ДК}} \quad i_{2\text{ДК}} = 0.938$$

$$i_{3\text{ДК}} := 0 \quad u_{\text{ЛДК}} := 0$$

$$u_{\text{СДК}} := E_1 - i_{1\text{ДК}} \cdot R \quad u_{\text{СДК}} = 15$$

Початкові умови:

$$i_{\text{L0}} := i_{1\text{ДК}} \quad i_{\text{L0}} = 0.938$$

$$u_{\text{C0}} = 15$$

$$I_{k1}(p) \cdot \left( R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C} \right) - I_{k2}(p) \cdot \left( R + \frac{1}{p \cdot C} \right) = \frac{E_1}{p} - \frac{u_{\text{C0}}}{p} + L \cdot i_{10}$$

$$-I_{k1}(p) \cdot \left( R + \frac{1}{p \cdot C} \right) + I_{k2}(p) \cdot \left( \frac{1}{p \cdot C} + 2 \cdot R \right) = \frac{E_2}{p} + \frac{u_{\text{C0}}}{p}$$

$$\Delta(p) := \begin{vmatrix} R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C} & -\left( R + \frac{1}{p \cdot C} \right) \\ -\left( R + \frac{1}{p \cdot C} \right) & \frac{1}{p \cdot C} + 2 \cdot R \end{vmatrix}$$

$$\Delta(p) \text{ float,5} \rightarrow \frac{1}{p^1} \cdot (7576.5 \cdot p + 4.7059 \cdot 10^5 + 32.000 \cdot p^2)$$

$$\Delta_1(p) := \begin{vmatrix} \frac{E_1}{p} - \frac{u_{\text{C0}}}{p} + L \cdot i_{10} & -\left( R + \frac{1}{p \cdot C} \right) \\ \frac{E_2}{p} + \frac{u_{\text{C0}}}{p} & \frac{1}{p \cdot C} + 2 \cdot R \end{vmatrix}$$

$$\Delta_1(p) \text{ float,5} \rightarrow \frac{(19103. \cdot p + 8.8235 \cdot 10^5 + 30.000 \cdot p^2)}{p^2}$$

$$\Delta_2(p) := \begin{vmatrix} R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C} & \frac{E_1}{p} - \frac{u_{\text{C0}}}{p} + L \cdot i_{10} \\ -\left( R + \frac{1}{p \cdot C} \right) & \frac{E_2}{p} + \frac{u_{\text{C0}}}{p} \end{vmatrix}$$

$$\Delta_2(p) \text{ float,5} \rightarrow \frac{(13103. \cdot p + 30.000 \cdot p^2 + 8.8235 \cdot 10^5)}{p^2}$$

Контурні струми та напруга на конденсаторі будуть мати вигляд:

$$I_{k1}(p) := \frac{\Delta_1(p)}{\Delta(p)} \quad I_1(p) := I_{k1}(p) \text{ float,5} \rightarrow \frac{(19103 \cdot p + 8.8235 \cdot 10^5 + 30.000 \cdot p^2)}{p^1 \cdot (7576.5 \cdot p + 4.7059 \cdot 10^5 + 32.000 \cdot p^2)^1}$$

$$I_{k2}(p) := \frac{\Delta_2(p)}{\Delta(p)} \quad I_2(p) := I_{k2}(p) \text{ float,5} \rightarrow \frac{(13103 \cdot p + 30.000 \cdot p^2 + 8.8235 \cdot 10^5)}{p^1 \cdot (7576.5 \cdot p + 4.7059 \cdot 10^5 + 32.000 \cdot p^2)^1}$$

$$I_3(p) := I_{k1}(p) - I_{k2}(p) \left| \begin{array}{l} \text{float,5} \\ \text{simplify} \end{array} \right. \rightarrow \frac{12000}{(15153 \cdot p + 941180 + 64 \cdot p^2)}$$

$$u_C(p) := \frac{u_{C0}}{p} + \frac{I_3(p)}{p \cdot C}$$

$$u_C(p) \text{ factor} \rightarrow \frac{15}{17} \cdot \frac{(257601 \cdot p + 96000060 + 1088 \cdot p^2)}{(15153 \cdot p + 941180 + 64 \cdot p^2) \cdot p}$$

$$u_L(p) := L \cdot p \cdot I_1(p) - L \cdot i_{1\text{дк}}$$

$$u_L(p) \text{ factor} \rightarrow \frac{1}{80} \cdot \frac{(384001 \cdot p + 14117500)}{(15153 \cdot p + 941180 + 64 \cdot p^2)}$$

Перейдемо тепер від зображення до функції часу за формулою розкладу:  
Для струму  $I_1(p)$ :

$$N_1(p) := 19103 \cdot p + 8.8235 \cdot 10^5 + 30.000 \cdot p^2 \quad M_1(p) := p \cdot (7576.5 \cdot p + 4.7059 \cdot 10^5 + 32.000 \cdot p^2)$$

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_1(p) \left| \begin{array}{l} \text{solve,p} \\ \text{float,5} \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -118.38 - 26.295 \cdot i \\ -118.38 + 26.295 \cdot i \end{pmatrix} \quad p_0 = 0 \quad p_1 = -118.38 - 26.295i \quad p_2 = -118.38 + 26.295i$$

$$N_1(p_0) = 8.823 \times 10^5 \quad N_1(p_1) = -9.794 \times 10^5 - 3.155i \times 10^5 \quad N_1(p_2) = -9.794 \times 10^5 + 3.155i \times 10^5$$

$$dM_1(p) := \frac{d}{dp} M_1(p) \text{ factor} \rightarrow 15153 \cdot p + 470590 + 96 \cdot p^2$$

$$dM_1(p_0) = 4.706 \times 10^5 \quad dM_1(p_1) = -4.427 \times 10^4 + 1.992i \times 10^5 \quad dM_1(p_2) = -4.427 \times 10^4 - 1.992i \times 10^5$$

Отже струм як функція часу буде мати вигляд:

$$i_1(t) := \frac{N_1(p_0)}{dM_1(p_0)} + \frac{N_1(p_1)}{dM_1(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_1(p_2)}{dM_1(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t}$$

$$i_1(t) \left| \begin{array}{l} \text{float,3} \\ \text{complex} \end{array} \right. \rightarrow 1.87 - .936 \cdot \exp(-118 \cdot t) \cdot \cos(26.3 \cdot t) + 10.04 \cdot \exp(-118 \cdot t) \cdot \sin(26.3 \cdot t)$$

Для напруги на конденсаторі  $U_c(p)$ :

$$N_u(p) := \frac{15}{17} \cdot (257601 \cdot p + 96000060 + 1088 \cdot p^2) \quad M_u(p) := p \cdot (15153 \cdot p + 941180 + 64 \cdot p^2)$$

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_u(p) \left| \begin{array}{l} \text{solve,p} \\ \text{float,5} \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -118.38 + 26.296 \cdot i \\ -118.38 - 26.296 \cdot i \end{pmatrix}$$

$$p_0 = 0 \quad p_1 = -118.38 + 26.296i \quad p_2 = -118.38 - 26.296i$$

$$N_u(p_0) = 8.471 \times 10^7 \quad N_u(p_1) = 7.059 \times 10^7 + 141.998i \quad N_u(p_2) = 7.059 \times 10^7 - 141.998i$$



$$dM_u(p) := \frac{d}{dp} M_u(p) \text{ factor} \rightarrow 30306 \cdot p + 941180 + 192 \cdot p^2$$

$$dM_u(p_0) = 9.412 \times 10^5 \quad dM_u(p_1) = -8.855 \times 10^4 - 3.984i \times 10^5 \quad dM_u(p_2) = -8.855 \times 10^4 + 3.984i \times 10^5$$

Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$u_C(t) := \frac{N_u(p_0)}{dM_u(p_0)} + \frac{N_u(p_1)}{dM_u(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_u(p_2)}{dM_u(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \quad u_C(0) = 14.955$$

$$u_C(t) \left| \begin{array}{l} \text{float, 5} \\ \text{complex} \end{array} \right. \rightarrow 90.000 - 75.044 \cdot \exp(-118.38 \cdot t) \cdot \cos(26.296 \cdot t) - 337.64 \cdot \exp(-118.38 \cdot t) \cdot \sin(26.296 \cdot t)$$

Для напруги на індуктивності:

$$N_L(p) := \frac{1}{80} \cdot (384001 \cdot p + 14117500)$$

$$M_L(p) := (15153 \cdot p + 941180 + 64 \cdot p^2)$$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_L(p) \left| \begin{array}{l} \text{solve, p} \\ \text{float, 5} \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -118.38 + 26.296 \cdot i \\ -118.38 - 26.296 \cdot i \end{pmatrix} \quad p_1 = -118.38 + 26.296i \quad p_2 = -118.38 - 26.296i$$

$$N_L(p_1) = -3.918 \times 10^5 + 1.262i \times 10^5 \quad N_L(p_2) = -3.918 \times 10^5 - 1.262i \times 10^5$$

$$dM_L(p) := \frac{d}{dp} M_L(p) \text{ factor} \rightarrow 15153 + 128 \cdot p$$

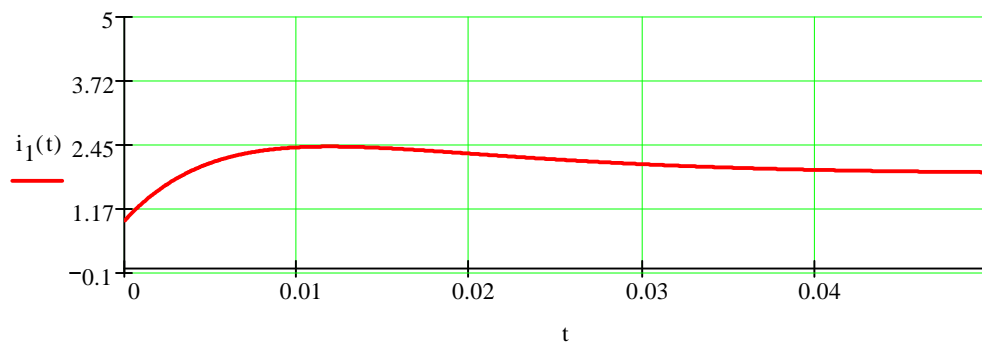
$$dM_L(p_1) = 0.36 + 3.366i \times 10^3$$

$$dM_L(p_2) = 0.36 - 3.366i \times 10^3$$

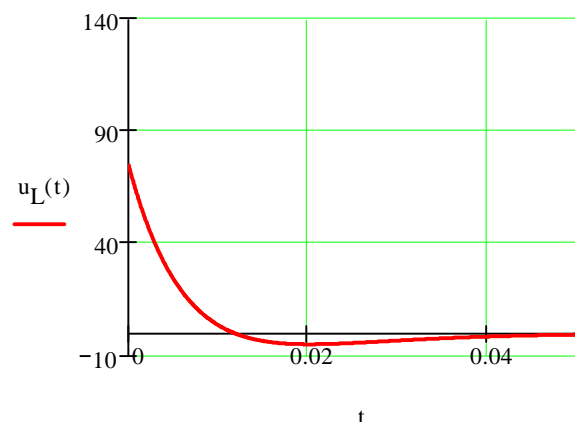
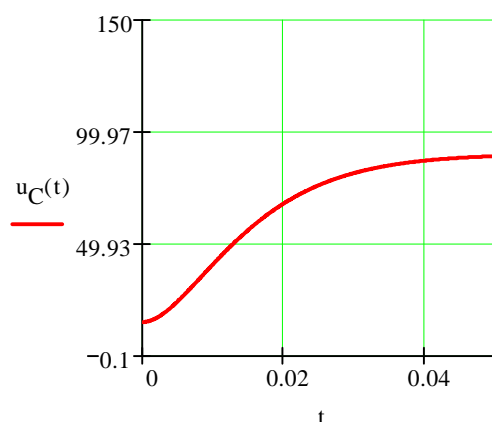
Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$u_L(t) := \frac{N_L(p_1)}{dM_L(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_L(p_2)}{dM_L(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \quad u_L(0) = 74.975$$

$$u_L(t) \left| \begin{array}{l} \text{float, 5} \\ \text{complex} \end{array} \right. \rightarrow 74.976 \cdot \exp(-118.38 \cdot t) \cdot \cos(26.296 \cdot t) - 232.78 \cdot \exp(-118.38 \cdot t) \cdot \sin(26.296 \cdot t)$$



Графік перехідного струму  $i_1(t)$ .



Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

**Дослідити чому повинен дорівнювати активний опір вітки с джерелом ЕРС Е1 щоб аперіодичний процес переходив у коливальний**

$$Z_{ab}(p) := \mathbf{R}' + p \cdot L + \frac{\left(R + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot R}{\frac{1}{p \cdot C} + R + R}$$

$$Z_{ab}(p) := \frac{\left(\frac{1}{p \cdot C} + R + R\right) \cdot (\mathbf{R}' + p \cdot L) + \left(R + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot R}{\frac{1}{p \cdot C} + R + R}$$

$$(2 \cdot R \cdot L) \cdot p^2 + \left(2 \cdot R \cdot R' + \frac{L}{C} + R^2\right) \cdot p + \left(\frac{R'}{C} + \frac{R}{C}\right) = 0$$

$$D = 0$$

$$\left(2 \cdot R \cdot R' + \frac{L}{C} + R^2\right)^2 - 4 \cdot (2 \cdot R \cdot L) \cdot \left(\frac{R'}{C} + \frac{R}{C}\right) = 0$$

$$\left(2 \cdot R \cdot R' + \frac{L}{C} + R^2\right)^2 - 4 \cdot (2 \cdot R \cdot L) \cdot \left(\frac{R'}{C} + \frac{R}{C}\right) \Big|_{\text{solve}, R'} \rightarrow \begin{pmatrix} -66.947 \\ 1.6527 \end{pmatrix}$$

$$R' := 1.6527$$

Отже при такому значенні активного опору у вітці з джерелом напруги Е1 аперіодичний процес перейде в коливальний.

**Визначити струми віток і напруги на реактивних елементах у момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійної напруги Е1 і Е2 у колі діють джерела синусоїдної напруги:**

$$e_1(t) := \sqrt{2} \cdot E_1 \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi)$$

$$e_2(t) := \sqrt{2} \cdot E_2 \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi)$$

$$X_C := \frac{1}{\omega \cdot C}$$

$$X_C = 29.412$$

$$X_L := \omega \cdot L$$

$$X_L = 40$$

$$E_1 := E_1 \cdot e^{\psi \cdot i}$$

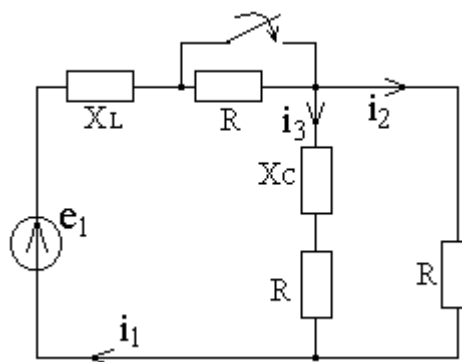
$$E_1 = 63.64 + 63.64i$$

$$F(E_1) = (90 \ 45)$$

$$E_2 := E_2 \cdot e^{\psi \cdot i}$$

$$E_2 = 42.426 + 42.426i$$

$$F(E_2) = (60 \ 45)$$



$$Z'_{vx} := R + i \cdot X_L + \frac{R \cdot (R - i \cdot X_C)}{R + R - i \cdot X_C}$$

$$Z'_{vx} = 121.307 + 32.887i$$

$$\Gamma'_{1дк} := \frac{E_1}{Z'_{vx}}$$

$$\Gamma'_{1дк} = 0.621 + 0.356i$$

$$F(\Gamma'_{1дк}) = (0.716 \ 29.831)$$

$$\Gamma'_{2дк} := \Gamma'_{1дк} \cdot \frac{(R - i \cdot X_C)}{R + R - i \cdot X_C}$$

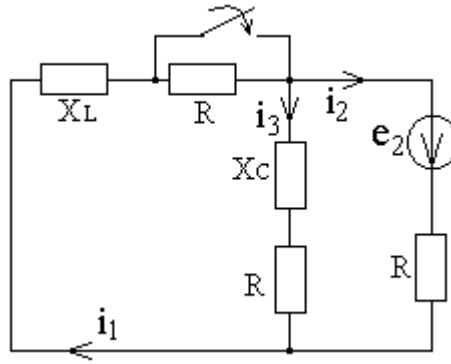
$$\Gamma'_{2дк} = 0.352 + 0.129i$$

$$F(\Gamma'_{2дк}) = (0.375 \ 20.062)$$

$$\Gamma'_{3дк} := \Gamma'_{1дк} - \Gamma'_{2дк}$$

$$\Gamma'_{3дк} = 0.269 + 0.228i$$

$$F(\Gamma'_{3дк}) = (0.352 \ 40.247)$$



$$Z''_{vx} := R + \frac{(R + i \cdot X_L) \cdot (R - i \cdot X_C)}{R + i \cdot X_L + R - i \cdot X_C} \quad Z''_{vx} = 127.495 + 2.151i$$

$$I''_{2DK} := \frac{E_2}{Z''_{vx}} \quad I''_{2DK} = 0.338 + 0.327i \quad F(I''_{2DK}) = (0.471 \quad 44.033)$$

$$I''_{1DK} := I''_{2DK} \cdot \frac{(R - i \cdot X_C)}{R + i \cdot X_L + R - i \cdot X_C} \quad I''_{1DK} = 0.235 + 0.086i \quad F(I''_{1DK}) = (0.25 \quad 20.062)$$

$$I''_{3DK} := I''_{2DK} - I''_{1DK} \quad I''_{3DK} = 0.103 + 0.241i \quad F(I''_{3DK}) = (0.262 \quad 66.812)$$

$$I_{1DK} := I'_{1DK} + I''_{1DK} \quad I_{1DK} = 0.856 + 0.442i \quad F(I_{1DK}) = (0.963 \quad 27.307)$$

$$I_{2DK} := I'_{2DK} + I''_{2DK} \quad I_{2DK} = 0.691 + 0.456i \quad F(I_{2DK}) = (0.828 \quad 33.419)$$

$$I_{3DK} := I'_{3DK} - I''_{3DK} \quad I_{3DK} = 0.165 - 0.014i \quad F(I_{3DK}) = (0.166 \quad -4.753)$$

$$u_{CDK} := I_{3DK} \cdot (-i \cdot X_C) \quad u_{CDK} = -0.405 - 4.865i \quad F(u_{CDK}) = (4.882 \quad -94.753)$$

$$u_{LDK} := I_{1DK} \cdot i \cdot X_L \quad u_{LDK} = -17.68 + 34.245i \quad F(u_{LDK}) = (38.54 \quad 117.307)$$

$$i_{1DK}(t) := |I_{1DK}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{1DK}))$$

$$i_{2DK}(t) := |I_{2DK}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{2DK}))$$

$$i_{3DK}(t) := |I_{3DK}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{3DK}))$$

$$u_{CDK}(t) := |u_{CDK}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(u_{CDK}))$$

$$u_{LDK}(t) := |u_{LDK}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(u_{LDK}))$$

i

Початкові умови:

$$u_{CDK}(0) = -6.881$$

$$i_{LDK}(0) = 0.625$$

Given

$$i_{20} = i_{10} - i_{30}$$

$$e_1(0) = u_{L0} + u_{C0} + i_{30} \cdot R$$

$$e_2(0) = i_{20} \cdot R - i_{30} \cdot R - u_{C0}$$

$$\begin{pmatrix} i_{30} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \text{Find}(i_{30}, i_{20}, u_{L0})$$

$$i_{10} = 0.625$$

$$i_{20} = 0.645$$

$$i_{30} = -0.019$$

$$u_{L0} = 98.437$$

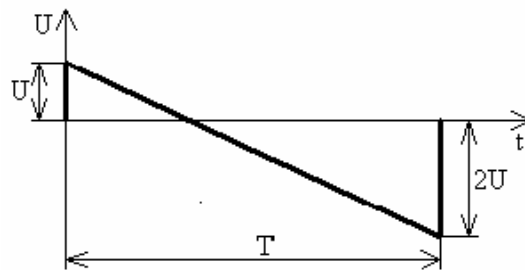
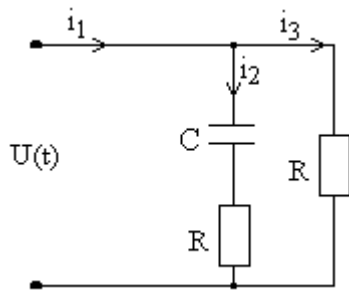
$$u_{C0} = -6.881$$

## Інтеграл Дюамеля

$$T := 0.9$$

$$E_1 := 90$$

$$E := 1$$



Усталений режим до комутації:  $t < 0$

$$i_{1\text{дк}} := \frac{0}{R}$$

$$i_{1\text{дк}} = 0$$

$$i_{3\text{дк}} := i_{1\text{дк}}$$

$$i_{3\text{дк}} = 0$$

$$i_{2\text{дк}} := 0$$

$$i_{2\text{дк}} = 0$$

$$u_{\text{Cдк}} := 0 - i_{1\text{дк}} \cdot R$$

$$u_{\text{Cдк}} = 0$$

Усталений режим після комутації:  $t = \infty$

$$i'_1 := \frac{E}{R}$$

$$i'_1 = 0.013$$

$$i'_3 := i'_1$$

$$i'_3 = 0.013$$

$$i'_2 := 0$$

$$i'_2 = 0$$

$$u'_C := E - i'_2 \cdot R$$

$$u'_C = 1$$

Незалежні початкові умови

$$u_{C0} := u_{\text{Cдк}}$$

$$u_{C0} = 0$$

Залежні початкові умови

Given

$$i_{20} = i_{10} - i_{30}$$

$$E = -u_{C0} + i_{20} \cdot R$$

$$0 = u_{C0} - i_{20} \cdot R + i_{30} \cdot R$$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ i_{30} \end{pmatrix} := \text{Find}(i_{10}, i_{20}, i_{30})$$

$$i_{10} = 0.025$$

$$i_{20} = 0.013$$

$$i_{30} = 0.013$$

Вільний режим після комутації:  $t = 0$

Складемо характеристичне рівняння схеми

$$Z_{\text{vx}}(p) := \frac{R \cdot \left( \frac{1}{p \cdot C} + R \right)}{R + R + \frac{1}{p \cdot C}}$$

$$p := R \cdot \left( \frac{1}{p \cdot C} + R \right) \Bigg|_{\text{solve}, p}^{\text{float}, 5} \rightarrow -73.529$$

$$T := \frac{1}{|p|} \cdot T$$

$$T = 0.012$$

Одже корень характеристичного рівняння має вигляд:

$$p = -73.529$$

Вільна складова струма буде мати вигляд:

$$i''_1(t) = A_1 \cdot e^{pt}$$

Визначення сталих інтегрування:

$$A_1 := i_{10} - i'_1 \quad A_1 = 0.013$$

Отже:  $i''_1(t) := A_1 \cdot e^{pt}$

Повні значення цих струмів:

$$g_{11}(t) := i'_1 + i''_1(t) \quad g_{11}(t) \text{ float,5} \rightarrow 1.2500 \cdot 10^{-2} + 1.2500 \cdot 10^{-2} \cdot \exp(-73.529 \cdot t)$$

$$h_{cU}(t) := A_1 \cdot R - A_1 \cdot R \cdot e^{pt} \text{ float,5} \rightarrow 1. - 1. \cdot \exp(-73.529 \cdot t)$$

Визначимо закони зміни напруги на всіх проміжках часу:

$$U_0 := E_1 \quad U_0 = 90$$

$$U_1(t) := U_0 - \frac{3E_1}{T} \cdot t \quad U_1(t) \text{ float,5} \rightarrow 90. - 22059. \cdot t \quad 0 < t < T$$

$$U_2 := 0 \quad U_2 = 0 \quad T < t < \infty$$

$$U'_1 := \frac{d}{dt} U_1(t) \text{ float,5} \rightarrow -22059.$$

Струм на цих проміжках буде мати вигляд:

$$i_1(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + \int_0^t U'_1 \cdot g_{11}(t - \tau) d\tau \quad i_1(t) \left| \begin{array}{l} \text{factor} \\ \text{float,2} \end{array} \right. \rightarrow -2.6 + 4.9 \cdot \exp(-74. \cdot t) - 2.8 \cdot 10^2 \cdot t$$

$$i_2(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + \int_0^T U'_1 \cdot g_{11}(t - \tau) d\tau + (U_2 + 2E_1) \cdot g_{11}(t - T)$$

$$i_2(t) \left| \begin{array}{l} \text{factor} \\ \text{float,3} \end{array} \right. \rightarrow -4.59 \cdot 10^{-5} + 4.88 \cdot \exp(-73.5 \cdot t) - 1.50 \cdot \exp(-73.5 \cdot t + .900)$$

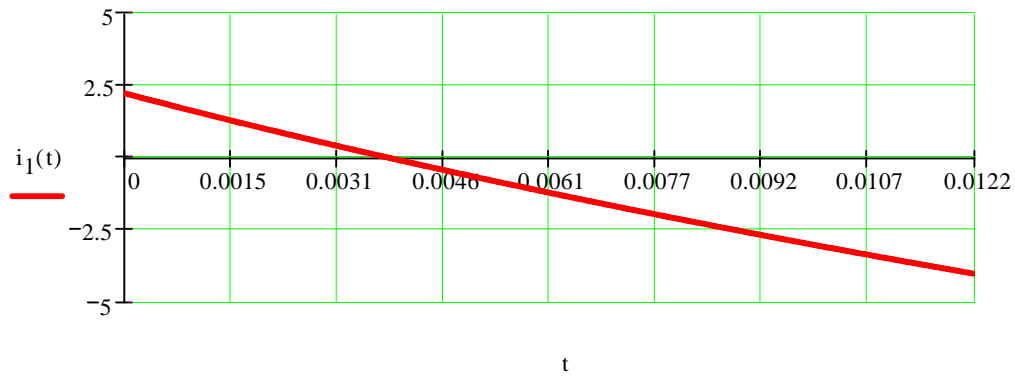
Напруга на ємності на цих проміжках буде мати вигляд:

$$u_{C1}(t) := U_0 \cdot h_{cU}(t) + \int_0^t U'_1 \cdot h_{cU}(t - \tau) d\tau \text{ float,5} \rightarrow 390.00 - 390.00 \cdot \exp(-73.529 \cdot t) - 22059. \cdot t$$

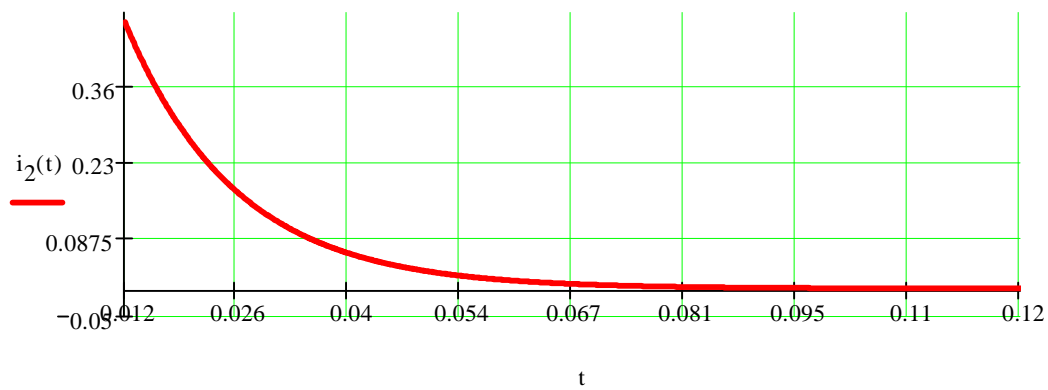
$$u_{C2}(t) := U_0 \cdot h_{cU}(t) + \int_0^T U'_1 \cdot h_{cU}(t - \tau) d\tau + (U_2 + 2E_1) \cdot h_{cU}(t - T)$$

$$u_{C2}(t) \text{ float,3} \rightarrow -3.67 \cdot 10^{-3} - 390. \cdot \exp(-73.5 \cdot t) + 120. \cdot \exp(-73.5 \cdot t + .900)$$

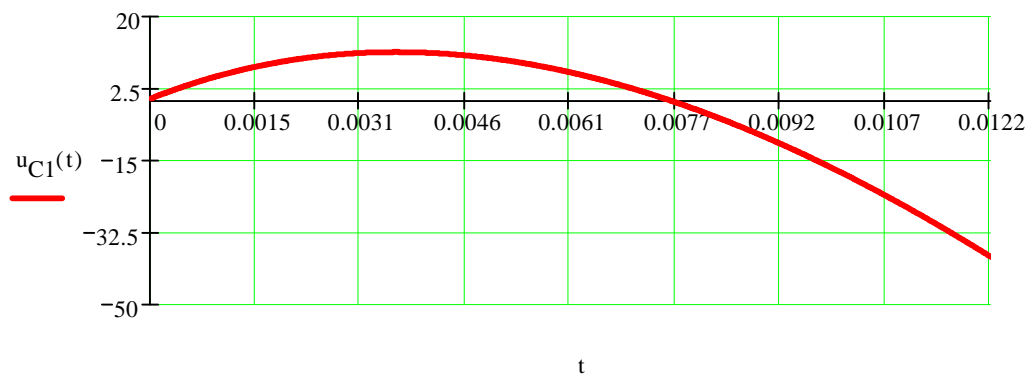
Графік вхідного струму на проміжку:  $0 \leq t \leq T$



Графік вхідного струму на проміжку:  $T \leq t \leq \infty$



Графік наруги на реактивному елементі на проміжку:  $0 \leq t \leq T$



Графік наруги на реактивному елементі на проміжку:  $T \leq t \leq \infty$

