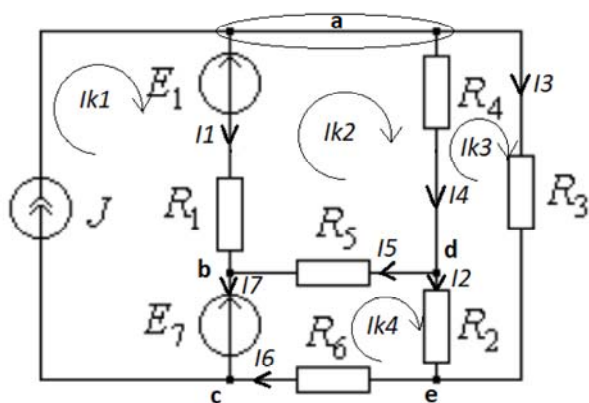


Розрахувати струми у всіх вітках кола методом контурних струмів.
Скласти баланс потужностей.

Параметри елементів схеми:

$E_1 := 225 \text{ V}$	$R_1 := 20 \text{ }\Omega$	$R_4 := 35 \text{ }\Omega$
$E_7 := 275 \text{ V}$	$R_2 := 25 \text{ }\Omega$	$R_5 := 40 \text{ }\Omega$
$J := 25 \text{ A}$	$R_3 := 30 \text{ }\Omega$	$R_6 := 45 \text{ }\Omega$

МЕТОД КОНТУРНИХ СТРУМІВ



Аналізуємо електричне коло і бачимо, що в ньому наявна вітка із джерелом струму. Обираємо незалежні контури так, щоб через джерело струму проходив тільки один контурний струм. Тоді цей контурний струм буде відомим і складати рівняння для цього контура буде непотрібно.

Система рівнянь за методом контурних струмів в загальному вигляді для цієї схеми виглядає так:

$$\begin{cases} I_{k1} = J \\ R_{21} \cdot I_{k1} + R_{22} \cdot I_{k2} + R_{23} \cdot I_{k3} + R_{24} \cdot I_{k4} = E_{k2} \\ R_{31} \cdot I_{k1} + R_{32} \cdot I_{k2} + R_{33} \cdot I_{k3} + R_{34} \cdot I_{k4} = E_{k3} \\ R_{41} \cdot I_{k1} + R_{42} \cdot I_{k2} + R_{43} \cdot I_{k3} + R_{44} \cdot I_{k4} = E_{k4} \end{cases}$$

Розшифруємо коефіцієнти рівнянь:

Власні контурні опори

(сума опорів віток, які утворюють цей контур)

$$R_{22} := R_4 + R_5 + R_1 = 95 \text{ }\Omega$$

$$R_{33} := R_2 + R_3 + R_4 = 90 \text{ }\Omega$$

$$R_{44} := R_2 + R_5 + R_6 = 110 \text{ }\Omega$$

Суміжні контурні опори

(сума опорів, через які проходять обидва контурні струми. "+" - в одну сторону, "-" - в різні)

$$\begin{array}{lll} R_{21} := -R_1 = -20 \, \Omega & R_{31} := 0 \, \Omega & R_{41} := 0 \, \Omega \\ R_{23} := -R_4 = -35 \, \Omega & R_{32} := -R_4 = -35 \, \Omega & R_{42} := -R_5 = -40 \, \Omega \\ R_{24} := -R_5 = -40 \, \Omega & R_{34} := -R_2 = -25 \, \Omega & R_{43} := -R_2 = -25 \, \Omega \end{array}$$

Контурні ЕРС (алгебраїчна сума ЕРС віток, що створюють незалежний контур)

$$Ek_2 := E_1 = 225 \, V$$

$$Ek_3 := 0 \, V$$

$$Ek_4 := E_7 = 275 \, V$$

Застосуємо **Метод Крамера** для розв'язання системи рівнянь

$$\Delta := \left\| \begin{bmatrix} R_{22} & R_{23} & R_{24} \\ R_{32} & R_{33} & R_{34} \\ R_{42} & R_{43} & R_{44} \end{bmatrix} \right\| = (5.324 \cdot 10^5) \, \Omega^3$$

$$\Delta_2 := \left\| \begin{bmatrix} Ek_2 - R_{21} \cdot J & R_{23} & R_{24} \\ Ek_3 - R_{31} \cdot J & R_{33} & R_{34} \\ Ek_4 - R_{41} \cdot J & R_{43} & R_{44} \end{bmatrix} \right\| = (7.955 \cdot 10^6) \frac{kg^3 \cdot m^6}{s^9 \cdot A^5}$$

$$\Delta_3 := \left\| \begin{bmatrix} R_{22} & Ek_2 - R_{21} \cdot J & R_{24} \\ R_{32} & Ek_3 - R_{31} \cdot J & R_{34} \\ R_{42} & Ek_4 - R_{41} \cdot J & R_{44} \end{bmatrix} \right\| = (4.554 \cdot 10^6) \frac{kg^3 \cdot m^6}{s^9 \cdot A^5}$$

$$\Delta_4 := \left\| \begin{bmatrix} R_{22} & R_{23} & Ek_2 - R_{21} \cdot J \\ R_{32} & R_{33} & Ek_3 - R_{31} \cdot J \\ R_{42} & R_{43} & Ek_4 - R_{41} \cdot J \end{bmatrix} \right\| = (5.259 \cdot 10^6) \frac{kg^3 \cdot m^6}{s^9 \cdot A^5}$$

$$Ik_1 := J = 25 \, A$$

$$Ik_3 := \frac{\Delta_3}{\Delta} = 8.555 \, A$$

$$Ik_2 := \frac{\Delta_2}{\Delta} = 14.942 \, A$$

$$Ik_4 := \frac{\Delta_4}{\Delta} = 9.878 \, A$$

Струми віток дорівнюють алгебраїчній сумі контурних струмів, що проходять через ці вітки.

$$I_1 := Ik_1 - Ik_2 = 10.058 \, A$$

$$I_2 := Ik_4 - Ik_3 = 1.323 \, A$$

$$I_3 := Ik_3 = 8.555 \, A$$

$$I_4 := Ik_2 - Ik_3 = 6.388 \, A$$

$$I_5 := Ik_2 - Ik_4 = 5.065 \, A$$

$$I_6 := Ik_4 = 9.878 \, A$$

$$I_7 := Ik_1 - Ik_4 = 15.122 \, A$$

Складемо баланс потужностей.

Потужність джерел: $P_{dg} := -E1 \cdot I1 - E7 \cdot I7 + J \cdot (I6 \cdot R6 + I3 \cdot R3) = (1.111 \cdot 10^4) \text{ W}$

Потужність споживачів:

$$P_{sp} := R1 \cdot I1^2 + R2 \cdot I2^2 + R3 \cdot I3^2 + R4 \cdot I4^2 + R5 \cdot I5^2 + R6 \cdot I6^2 = (1.111 \cdot 10^4) \text{ W}$$

Похибка складає: $\Delta P := \frac{|P_{dg} - P_{sp}|}{P_{dg}} \cdot 100\% = 0$

Складаємо рівняння за законами Кірхгофа для перевірки правильності одержаних результатів.

a) $J - I3 - I4 - I1 = 0 \text{ A}$

b) $I5 + I1 - I7 = 0 \text{ A}$

c) $J - I7 - I6 = 0 \text{ A}$

d) $I4 - I2 - I5 = 0 \text{ A}$

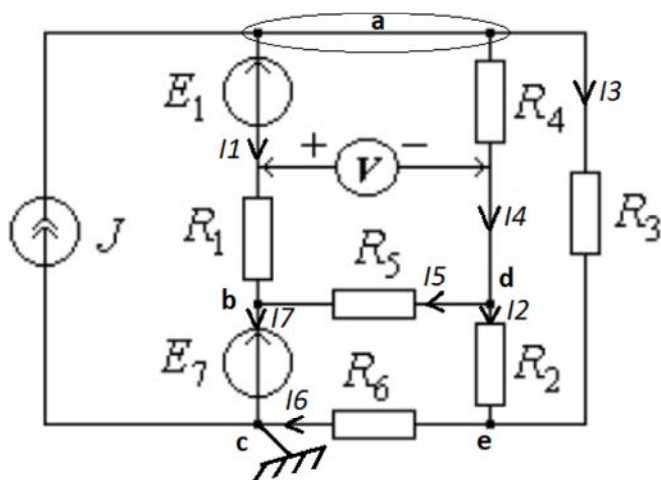
II) $I4 \cdot R4 + I5 \cdot R5 - I1 \cdot R1 - E1 = 0 \text{ V}$

III) $I4 \cdot R4 + R2 \cdot I2 - I3 \cdot R3 = 0 \text{ V}$

IV) $I2 \cdot R2 + I6 \cdot R6 - R5 \cdot I5 - E7 = 0 \text{ V}$

Отже розрахунки виконано правильно.

МЕТОД ВУЗЛОВИХ ПОТЕНЦІАЛІВ



Аналізуємо електричне коло і бачимо, що в ньому наявна вітка із джерелом ЕРС та R=0. Це вітка №7. Тому заземляємо один з прилеглих до цієї вітки вузлів. Інший прилеглий вузол буде відомим.

$$U_c := 0 \text{ V}$$

$$U_b := E_7 = 275 \text{ V}$$

Для цих вузлів складати рівняння не потрібно.

Система рівнянь за методом вузлових потенціалів у загальному вигляді для цієї схеми виглядає так:

$$\begin{cases} -G_{ba}U_a + G_{bb}U_b - G_{bc}U_c - G_{bd}U_d - G_{be}U_e = I_{bb} \\ -G_{da}U_a - G_{db}U_b - G_{dc}U_c + G_{dd}U_d - G_{de}U_e = I_{dd} \\ -G_{ea}U_a - G_{eb}U_b - G_{ec}U_c - G_{ed}U_d + G_{ee}U_e = I_{ee} \\ U_c = 0 \text{ V} \\ U_a = E_7 \end{cases}$$

Розшифруємо коефіцієнти рівнянь:

Власні провідності віток:

$$G_{aa} := \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_1} = 0.112 \text{ S}$$

$$G_{dd} := \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5} = 0.094 \text{ S}$$

$$G_{ee} := \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = 0.096 \text{ S}$$

Суміжні провідності віток:

$$G_{ab} := \frac{1}{R_1} = 0.05 \text{ S}$$

$$G_{db} := \frac{1}{R_5} = 0.025 \text{ S}$$

$$G_{ea} := \frac{1}{R_3} = 0.033 \text{ S}$$

$$G_{ac} := 0 \text{ S}$$

$$G_{da} := \frac{1}{R_4} = 0.029 \text{ S}$$

$$G_{eb} := 0 \text{ S}$$

$$G_{ad} := \frac{1}{R4} = 0.029 \text{ S}$$

$$G_{dc} := 0 \text{ S}$$

$$G_{ec} := \frac{1}{R6} = 0.022 \text{ S}$$

$$G_{ae} := \frac{1}{R3} = 0.033 \text{ S}$$

$$G_{de} := \frac{1}{R2} = 0.04 \text{ S}$$

$$G_{ed} := \frac{1}{R2} = 0.04 \text{ S}$$

Струми віток:

$$I_{aa} := J + \frac{E1}{R1} = 36.25 \text{ A}$$

$$I_{ee} := 0 \text{ A}$$

$$I_{dd} := 0 \text{ A}$$

Застосуємо **Метод Крамера** для розв'язання системи рівнянь

$$\Delta := \begin{vmatrix} G_{aa} & -G_{ad} & -G_{ae} \\ -G_{da} & G_{dd} & -G_{de} \\ -G_{ea} & -G_{ed} & G_{ee} \end{vmatrix} = (5.634 \cdot 10^{-4}) \text{ S}^3$$

$$\Delta_a := \begin{vmatrix} I_{aa} + G_{ab} \cdot U_b + G_{ac} \cdot U_c & -G_{ad} & -G_{ae} \\ I_{dd} + G_{db} \cdot U_b + G_{dc} \cdot U_c & G_{dd} & -G_{de} \\ I_{ee} + G_{eb} \cdot U_b + G_{ec} \cdot U_c & -G_{ed} & G_{ee} \end{vmatrix} = 0.395 \frac{\text{s}^6 \cdot \text{A}^5}{\text{kg}^2 \cdot \text{m}^4}$$

$$\Delta_d := \begin{vmatrix} G_{aa} & I_{aa} + G_{ab} \cdot U_b + G_{ac} \cdot U_c & -G_{ae} \\ -G_{da} & I_{dd} + G_{db} \cdot U_b + G_{dc} \cdot U_c & -G_{de} \\ -G_{ea} & I_{ee} + G_{eb} \cdot U_b + G_{ec} \cdot U_c & G_{ee} \end{vmatrix} = 0.269 \frac{\text{s}^6 \cdot \text{A}^5}{\text{kg}^2 \cdot \text{m}^4}$$

$$\Delta_e := \begin{vmatrix} G_{aa} & -G_{ad} & I_{aa} + G_{ab} \cdot U_b + G_{ac} \cdot U_c \\ -G_{da} & G_{dd} & I_{dd} + G_{db} \cdot U_b + G_{dc} \cdot U_c \\ -G_{ea} & -G_{ed} & I_{ee} + G_{eb} \cdot U_b + G_{ec} \cdot U_c \end{vmatrix} = 0.25 \frac{\text{s}^6 \cdot \text{A}^5}{\text{kg}^2 \cdot \text{m}^4}$$

$$U_a := \frac{\Delta_a}{\Delta} = 701.151 \text{ V}$$

$$U_d := \frac{\Delta_d}{\Delta} = 477.583 \text{ V}$$

$$U_e := \frac{\Delta_e}{\Delta} = 444.506 \text{ V}$$

Обчислюємо **струми віток** за законом Ома для ділянки кола.

$$I_1 := \frac{U_a - U_b - E1}{R1} = 10.058 \text{ A} \quad I_2 := \frac{U_d - U_e}{R2} = 1.323 \text{ A} \quad I_3 := \frac{U_a - U_e}{R3} = 8.555 \text{ A}$$

$$I_4 := \frac{U_a - U_d}{R4} = 6.388 \text{ A} \quad I_5 := \frac{U_d - U_b}{R5} = 5.065 \text{ A} \quad I_6 := \frac{U_e - U_c}{R6} = 9.878 \text{ A}$$

$$I_7 := J - I_6 = 15.122 \text{ A}$$

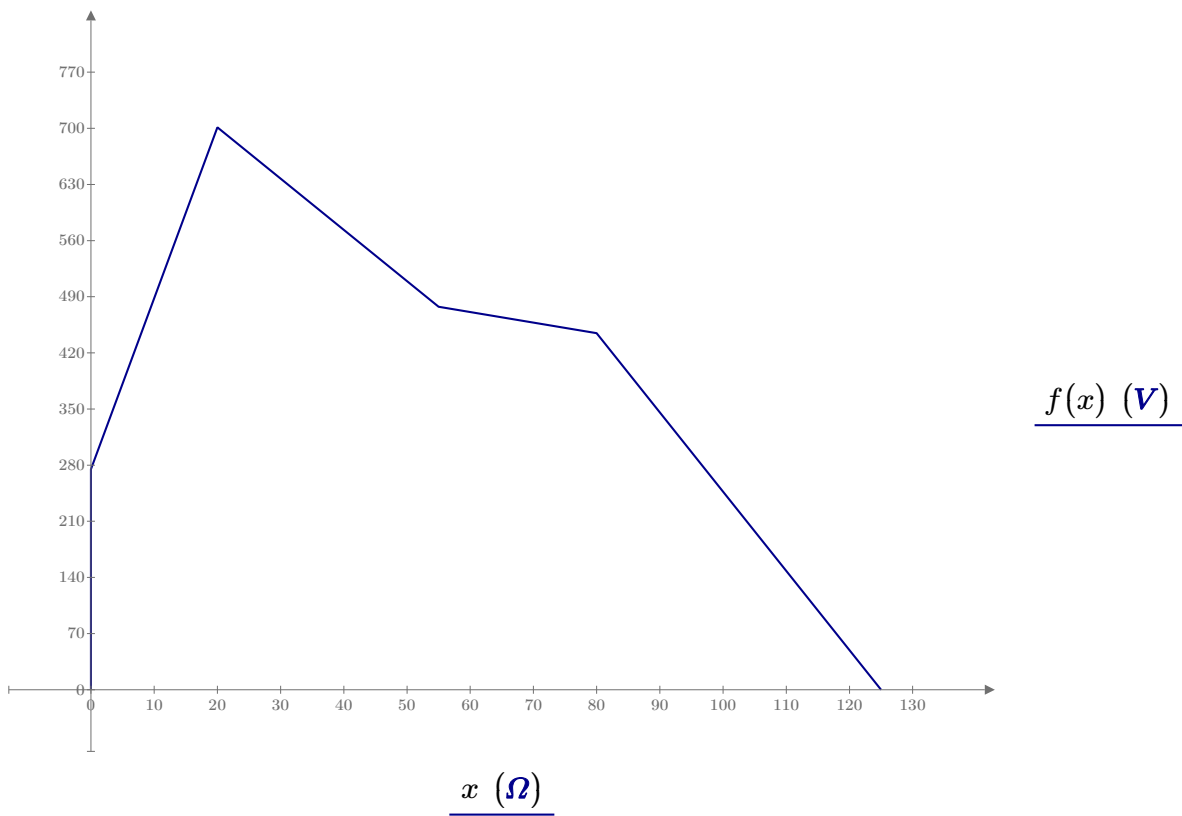
Напругу на вольтметрі U_v знайдемо за другим законом Кірхгофа.

$$U_v := I_1 \cdot R_1 - I_5 \cdot R_5 = -1.432 \text{ V}$$

Потенціальна діаграма.

$$f(x) := [U_c \ U_b \ U_a \ U_d \ U_e \ U_c]^T$$

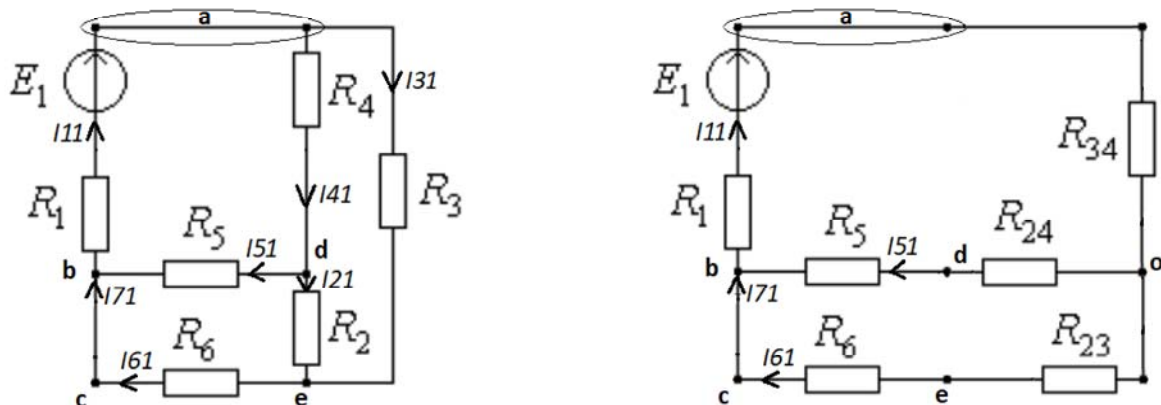
$$x := [0 \ 0 \ R_1 \ R_1 + R_4 \ R_1 + R_4 + R_2 \ R_6 + R_1 + R_4 + R_2]^T$$



МЕТОД НАКЛАДАННЯ

Розраховуємо 3 часткові схеми, які мають лише одне джерело струму чи напруги. Вилучаючи джерело ЕРС, залишаємо замість нього його внутрішній опір. Вилучаючи джерело струму, в схемі утворюється розрив, бо опір джерела струму нескінченно великий.

Схема 1



Застосовували еквівалентні перетворення, отримали нову схему з такими опорами:

$$R_{24} := \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4} = 9.722 \, \Omega$$

$$R_{34} := \frac{R_4 \cdot R_3}{R_2 + R_3 + R_4} = 11.667 \, \Omega$$

$$R_{23} := \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3 + R_4} = 8.333 \, \Omega$$

Обчислення:

$$R := R_1 + R_{34} + \frac{(R_6 + R_{23}) \cdot (R_5 + R_{24})}{R_5 + R_6 + R_{23} + R_{24}} = 57.399 \, \Omega$$

$$I_{11} := \frac{E_1}{R} = 3.92 \, \text{A}$$

$$I_{51} := I_{11} \cdot \frac{R_6 + R_{23}}{R_5 + R_6 + R_{23} + R_{24}} = 2.029 \, \text{A}$$

$$I_{61} := I_{11} - I_{51} = 1.891 \, \text{A}$$

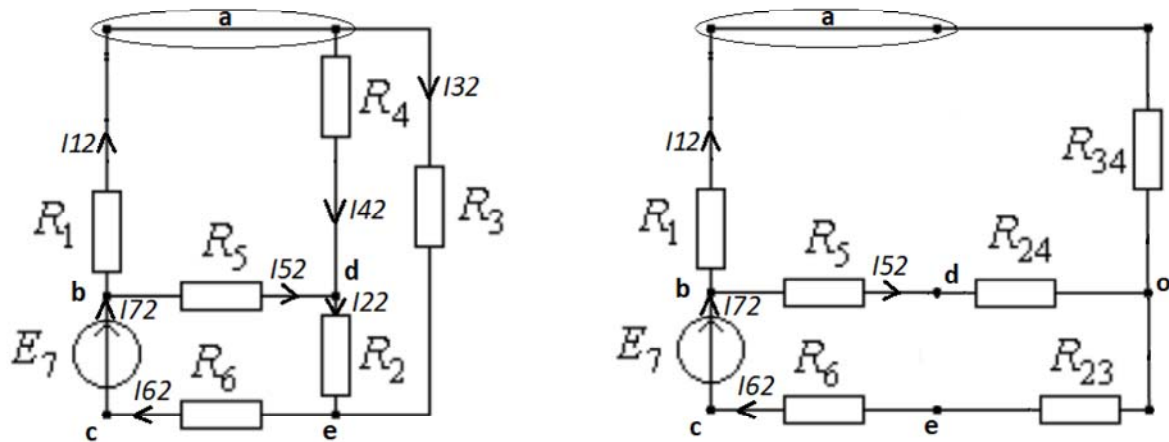
$$I_{71} := I_{61} = 1.891 \, \text{A}$$

$$I_{21} := \frac{R_5 \cdot I_{51} - R_6 \cdot I_{61}}{R_2} = -0.158 \, \text{A}$$

$$I_{31} := \frac{R_{34} \cdot I_{11} + R_{23} \cdot I_{61}}{R_3} = 2.05 \, \text{A}$$

$$I_{41} := \frac{R_{34} \cdot I_{11} + R_{24} \cdot I_{51}}{R_4} = 1.87 \, \text{A}$$

Схема 2



Застосувавши еквівалентні перетворення, отримали нову схему з такими опорами:

$$R_{24} := \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4} = 9.722 \, \Omega$$

$$R_{34} := \frac{R_4 \cdot R_3}{R_2 + R_3 + R_4} = 11.667 \, \Omega$$

$$R_{23} := \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3 + R_4} = 8.333 \, \Omega$$

Обчислення:

$$R := R_6 + R_{23} + \frac{(R_1 + R_{34}) \cdot (R_5 + R_{24})}{R_5 + R_1 + R_{34} + R_{24}} = 72.679 \, \Omega$$

$$I_{62} := \frac{E_7}{R} = 3.784 \, \text{A}$$

$$I_{72} := I_{62} = 3.784 \, \text{A}$$

$$I_{12} := I_{62} \cdot \frac{R_5 + R_{24}}{R_5 + R_1 + R_{34} + R_{24}} = 2.312 \, \text{A}$$

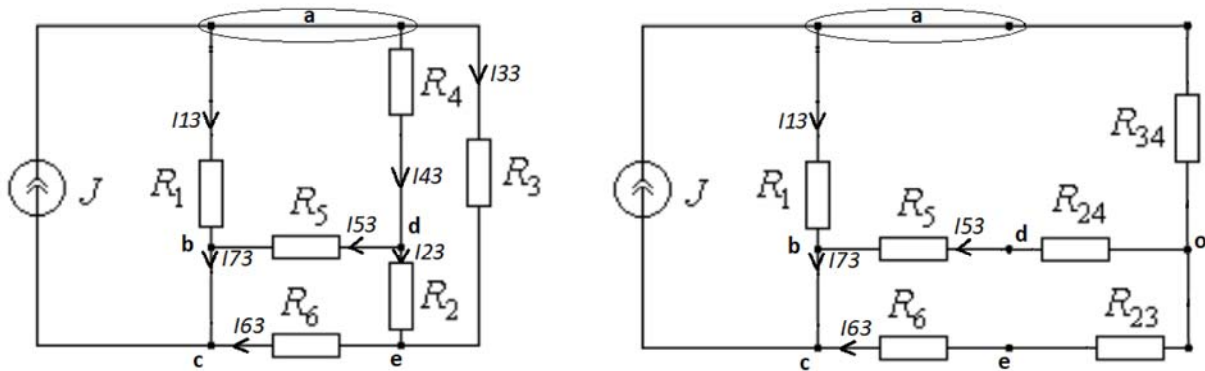
$$I_{52} := I_{62} - I_{12} = 1.472 \, \text{A}$$

$$I_{22} := \frac{R_{24} \cdot I_{52} + R_{23} \cdot I_{62}}{R_2} = 1.834 \, \text{A}$$

$$I_{32} := \frac{R_{34} \cdot I_{12} + R_{23} \cdot I_{62}}{R_3} = 1.95 \, \text{A}$$

$$I_{42} := \frac{R_5 \cdot I_{52} - R_1 \cdot I_{12}}{R_4} = 0.362 \, \text{A}$$

Схема 3



Застосувавши еквівалентні перетворення, отримали нову схему з такими опорами:

$$R_{24} := \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4} = 9.722 \, \Omega$$

$$R_{34} := \frac{R_4 \cdot R_3}{R_2 + R_3 + R_4} = 11.667 \, \Omega$$

$$R_{23} := \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3 + R_4} = 8.333 \, \Omega$$

Обчислення:

$$I_{13} := J \cdot \frac{R_{34} + \frac{(R_5 + R_{24}) \cdot (R_6 + R_{23})}{R_5 + R_6 + R_{24} + R_{23}}}{R_1 + R_{34} + \frac{(R_5 + R_{24}) \cdot (R_6 + R_{23})}{R_5 + R_6 + R_{24} + R_{23}}} = 16.289 \, A$$

$$I_{53} := (J - I_{13}) \frac{R_6 + R_{23}}{R_5 + R_6 + R_{23} + R_{24}} = 4.508 \, A$$

$$I_{63} := J - I_{13} - I_{53} = 4.203 \, A$$

$$I_{43} := \frac{R_1 \cdot I_{13} - R_5 \cdot I_{53}}{R_4} = 4.156 \, A$$

$$I_{33} := J - I_{13} - I_{43} = 4.555 \, A$$

$$I_{23} := I_{43} - I_{53} = -0.352 \, A$$

$$I_{73} := I_{13} + I_{53} = 20.797 \, A$$

Обчислюємо безпосередньо струми в початковій схемі:

$$I_1 := -I_{11} - I_{12} + I_{13} = 10.058 \text{ A}$$

$$I_2 := I_{21} + I_{22} + I_{23} = 1.323 \text{ A}$$

$$I_3 := I_{31} + I_{32} + I_{33} = 8.555 \text{ A}$$

$$I_4 := I_{41} + I_{42} + I_{43} = 6.388 \text{ A}$$

$$I_5 := I_{51} - I_{52} + I_{53} = 5.065 \text{ A}$$

$$I_6 := I_{61} + I_{62} + I_{63} = 9.878 \text{ A}$$

$$I_7 := -I_{71} - I_{72} + I_{73} = 15.122 \text{ A}$$

Виконаємо перевірку за I законом Кірхгофа:

$$\text{a) } J - I_3 - I_4 - I_1 = 0 \text{ A}$$

$$\text{b) } I_5 + I_1 - I_7 = 0 \text{ A}$$

$$\text{c) } J - I_7 - I_6 = 0 \text{ A}$$

$$\text{d) } I_4 - I_2 - I_5 = 0 \text{ A}$$

Визначення вхідних та взаємних провідностей віток, коефіцієнтів передачі струму.

Коло з джерелом напруги E_1 :

$$G_{11} := \frac{I_{11}}{E_1} = 0.017 \text{ S}$$

$$G_{51} := \frac{I_{51}}{E_1} = 0.009 \text{ S}$$

$$G_{21} := \frac{I_{21}}{E_1} = -7.044 \cdot 10^{-4} \text{ S}$$

$$G_{61} := \frac{I_{61}}{E_1} = 0.008 \text{ S}$$

$$G_{31} := \frac{I_{31}}{E_1} = 0.009 \text{ S}$$

$$G_{71} := \frac{I_{71}}{E_1} = 0.008 \text{ S}$$

$$G_{41} := \frac{I_{41}}{E_1} = 0.008 \text{ S}$$

$$G_{j1} := 0 \text{ S}$$

Коло з джерелом напруги E7:

$$G_{17} := \frac{I_{12}}{E_7} = 0.008 \text{ S}$$

$$G_{57} := \frac{I_{52}}{E_7} = 0.005 \text{ S}$$

$$G_{27} := \frac{I_{22}}{E_7} = 0.007 \text{ S}$$

$$G_{67} := \frac{I_{62}}{E_7} = 0.014 \text{ S}$$

$$G_{37} := \frac{I_{32}}{E_7} = 0.007 \text{ S}$$

$$G_{77} := \frac{I_{72}}{E_7} = 0.014 \text{ S}$$

$$G_{47} := \frac{I_{42}}{E_7} = 0.001 \text{ S}$$

$$G_{j7} := 0 \text{ S}$$

Коло з джерелом струму J:

$$K_1 := \frac{I_{13}}{J} = 0.652$$

$$K_5 := \frac{I_{53}}{J} = 0.18$$

$$K_2 := \frac{I_{23}}{J} = -0.014$$

$$K_6 := \frac{I_{63}}{J} = 0.168$$

$$K_3 := \frac{I_{33}}{J} = 0.182$$

$$K_7 := \frac{I_{73}}{J} = 0.832$$

$$K_4 := \frac{I_{43}}{J} = 0.166$$

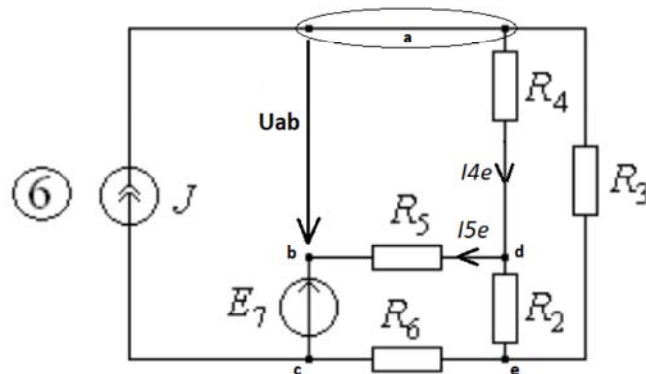
$$K_j := \frac{J}{J} = 1$$

Розрахуємо якою повинна бути ЕРС E1x, щоб $I_{5x} := 5 \text{ A}$

$$E_{1x} := \frac{I_{5x} - G_{57} \cdot E_7 - K_5 \cdot J}{G_{51}} = -108.724 \text{ V}$$

МЕТОД ЕКВІВАЛЕНТНОГО ГЕНЕРАТОРА

$$U_{ab} = I_{4e} \cdot R_4 + I_{5e} \cdot R_5$$



За методом контурних струмів:

$$I_{k1} = J$$

$$-R5 \cdot I_{k1} + (R2 + R5 + R6) \cdot I_{k2} - R2 \cdot I_{k3} = E7$$

$$-R4 \cdot I_{k1} - R2 \cdot I_{k2} + (R2 + R3 + R4) \cdot I_{k3} = 0 \text{ V}$$

$$\Delta := \begin{vmatrix} R2 + R5 + R6 & -R2 \\ -R2 & R2 + R3 + R4 \end{vmatrix} = (9.275 \cdot 10^3) \, \Omega^2$$

$$\Delta_1 := \begin{vmatrix} E7 + J \cdot R5 & -R2 \\ R4 \cdot J & R2 + R3 + R4 \end{vmatrix} = (1.366 \cdot 10^5) \frac{kg^2 \cdot m^4}{s^6 \cdot A^3}$$

$$\Delta_2 := \begin{vmatrix} R2 + R5 + R6 & E7 + J \cdot R5 \\ -R2 & R4 \cdot J \end{vmatrix} = (1.281 \cdot 10^5) \frac{kg^2 \cdot m^4}{s^6 \cdot A^3}$$

$$I_{k2} := \frac{\Delta_1}{\Delta} = 14.73 \text{ A}$$

$$I_{k3} := \frac{\Delta_2}{\Delta} = 13.814 \text{ A}$$

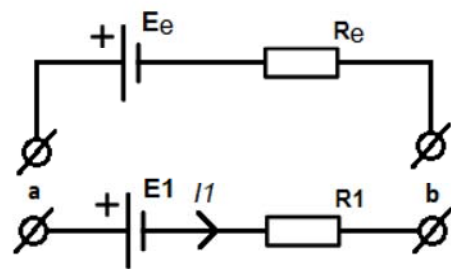
$$I_{4e} := J - I_{k3} = 11.186 \text{ A}$$

$$I_{5e} := J - I_{k2} = 10.27 \text{ A}$$

$$E_e := I_{4e} \cdot R4 + I_{5e} \cdot R5 = 802.291 \text{ V}$$

$$R_e := R34 + \frac{(R24 + R5) \cdot (R23 + R6)}{R24 + R5 + R23 + R6} = 37.399 \, \Omega$$

$$I_1 := \frac{-E1 + E_e}{R_e + R1} = 10.058 \text{ A}$$



Яку ЕРС (Ex) потрібно увімкнути в 1 вітку, щоб струм I1 збільшився в 5 разів і змінив напрямок?

$$I_{1x} := -5 \cdot I_1 = -50.288 \text{ A}$$

$$E_x := \frac{I_{1x} \cdot (R_e + R1)}{E1 + E_e} = -2.81$$