

Вариант № = 219

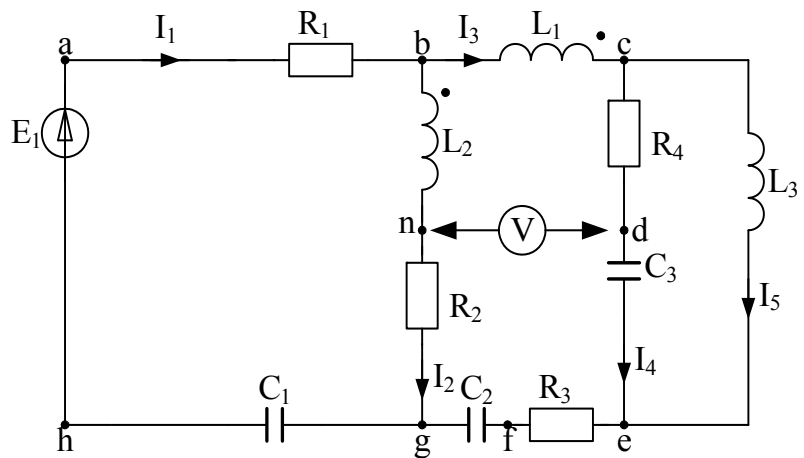
В электрической цепи действует источник синусоидальной ЭДС $e(\omega t) = E\sqrt{2}\sin(\omega t + \psi)$.
 Схема цепи приведенные на рис. 1. Действующее значение ЭДС E источника, начальная фаза ψ и значение параметров цепи заданы.

Исходные данные:

$E = 120(\text{В})$	$x_{L1} = 30(\text{Ом})$
$\psi = -30^\circ$	$x_{L2} = 35(\text{Ом})$
$R_1 = 7(\text{Ом})$	$x_{L3} = 40(\text{Ом})$
$R_2 = 9(\text{Ом})$	$x_{C1} = 10(\text{Ом})$
$R_3 = 11(\text{Ом})$	$x_{C2} = 15(\text{Ом})$
$R_4 = 13(\text{Ом})$	$x_{C3} = 20(\text{Ом})$
$f = 50(\text{Гц})$	$x_m = 20(\text{Ом})$

Тип схемы = "Т"

$$\omega = 2\pi f = 2\pi 50 = 314.159 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right)$$



I. Для электрической цепи без взаимной индукции:

- рассчитать все токи комплексным методом, определить показание вольтметра;
- составить баланс активных P и реактивных Q мощностей цепи;
- построить совмещенные: векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений;
- принять сопротивление $R_2=0$ и считая сопротивление этой ветви неизвестным определить его из условия резонанса токов. Найти эквивалентную индуктивность или емкость для заданной частоты;
- рассчитать токи для резонансного состояния, определить показания вольтметра, проверить правильность расчетов по балансу мощностей;
- рассчитать (найти нули и полюса) и построить частотную характеристику входного сопротивления цепи. Активные сопротивления не учитывать.

II. При наличии магнитной связи между индуктивными элементами L_1 и L_2

(одноименные концы элементов отмечены на схеме точками):

- преобразовав схему до двух независимых контуров, рассчитать токи во всех ветках методом контурных токов, определить показания вольтметра;
- проверить правильность расчетов по балансу мощностей, определить активную P_m и реактивную Q_m мощности магнитной связи;
- построить совмещенные: векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений (на диаграмме показать напряжения взаимной индукции U_m).

III. Отбросив крайнюю ветку между полюсами 2, 2' устранить магнитную связь.

Полученную схему рассматривать как четырехполюсник и полюсами 1,1' и 2, 2':

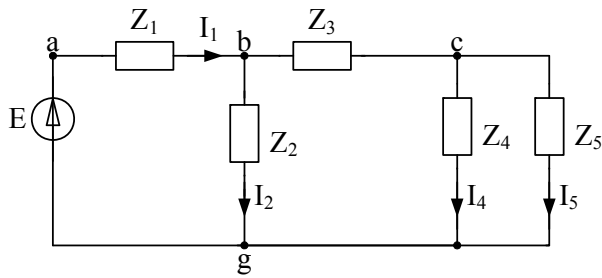
- рассчитать коэффициенты четырехполюсника (в форме А);
- найти ЭДС E и ток I_1 на входе четырехполюсника при которых на выходе $U_2=100(\text{В})$, $I_2=1(\text{А})$, а угол сдвига фаз между синусоидами напряжения и тока $f_2=30^\circ$. Сделать проверку, нагрузив 4-полюсник на соответствующее сопротивление.
- рассчитать параметры R, L, C ветвей схемы замещения («Т» или «П»)
- определить вторичные параметры четырехполюсника (характеристические сопротивления Z_{C1} , Z_{C2} и постоянную передачи g ;
- в согласованном режиме четырехполюсника по вторичными параметрами определить комплексы напряжения U_2 и тока I_2 (на выходе четырехполюсника) при заданной ЭДС на входе. Сделать проверку для схемы замещения.

I. Для электрической цепи без взаимной индукции:

а) рассчитать все токи комплексным методом, определить показание вольтметра: значение Э.Д.С. в комплексной форме:

$$E = E e^{j\psi} = 103.923 - 60j = 120e^{-30j}$$

сопротивление ветвей



$$z_1 = R_1 - j x_{c1} = 7 - 10j = 12.2066e^{-55.008j}$$

$$z_2 = R_2 + j x_{L2} = 9 + 35j = 36.1386e^{75.5792j}$$

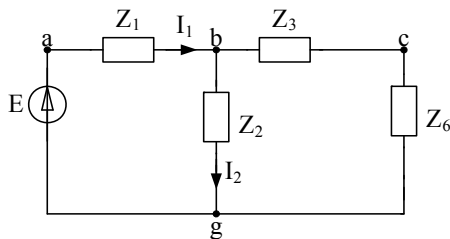
$$z_3 = R_3 + j(x_{L1} - x_{c2}) = 11 + j(30 - 15) = 11 + 15j = 18.6011e^{53.7462j}$$

$$z_4 = R_4 - j x_{c3} = 13 - 20j = 23.8537e^{-56.9761j}$$

$$z_5 = j x_{L3} = 40j = 40e^{90j}$$

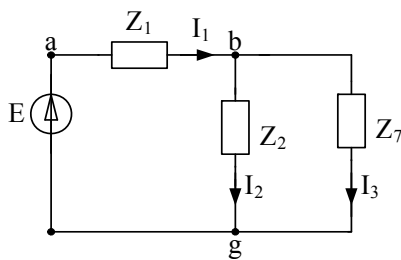
Определение эквивалентного сопротивления:

эквивалентное сопротивление параллельно соединенных ветвей с сопротивлениями Z_4 и Z_5



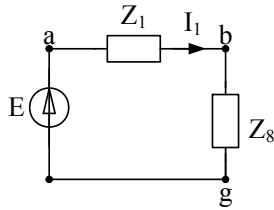
$$z_6 = \frac{z_4 z_5}{z_4 + z_5} = \frac{23.8537e^{-56.9761j} 40e^{90j}}{13 - 20j + 40j} = 36.555 - 16.239j = 40e^{-23.9523j}$$

эквивалентное сопротивление последовательно соединенных сопротивлений Z_3 и Z_6



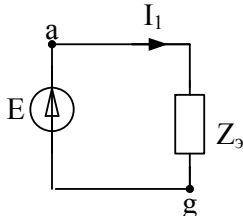
$$z_7 = z_3 + z_6 = 11 + 15j + 36.5554 - 16.239j = 47.5554 - 1.239j = 47.5715e^{-1.4925j}$$

эквивалентное сопротивление параллельно соединенных ветвей с сопротивлениями Z_2 и Z_7



$$z_8 = \frac{z_7 z_2}{z_7 + z_2} = \frac{47.5715e^{-14.925j} \cdot 36.1386e^{75.5792j}}{47.5554 - 1239j + 9 + 35j} = 19.011 + 17.884j = 26.1011e^{43.2515j}$$

Эквивалентное сопротивление цепи относительно зажимов источника ЭДС E



$$z_9 = z_1 + z_8 = 7 - 10j + 19.0108 + 17.8845j = 26.0108 + 7.8845j = 27.1795e^{16.8633j}$$

По закону Ома определяем ток на входе цепи.

$$I_1 = \frac{E}{z_9} = \frac{120e^{-30j}}{27.1795e^{16.8633j}} = 3.0188 - 3.2218j = 4.4151e^{-46.863j}$$

Расчет действующие значений токов в параллельных ветвях:

$$I_2 = \frac{I_1 z_7}{z_2 + z_7} = \frac{4.4151e^{-46.863j} \cdot 47.5715e^{-14.925j}}{9 + 35j + 47.5554 - 1239j} = 0.598 - 3.1322j = 3.1888e^{-79.191j}$$

$$I_3 = \frac{I_1 z_2}{z_2 + z_7} = \frac{4.4151e^{-46.863j} \cdot 36.1386e^{75.5792j}}{9 + 35j + 47.5554 - 1239j} = 2.4208 - 0.0896j = 2.4224e^{-2.1194j}$$

$$I_4 = \frac{I_3 z_5}{z_4 + z_5} = \frac{2.4224e^{-2.1194j} \cdot 40e^{90j}}{13 - 20j + 40j} = 3.4854 + 2.0863j = 4.0621e^{30.905j}$$

$$I_5 = \frac{I_3 z_4}{z_4 + z_5} = \frac{2.4224e^{-2.1194j} \cdot 23.8537e^{-56.976j}}{13 - 20j + 40j} = -1.0646 - 2.1759j = 2.4224e^{-116.07j}$$

б) Составим баланс активных и реактивных мощностей

Полная мощность генератора:

*

$$S = E I_1 = 120e^{-30j} \cdot 4.4151e^{46.863j} = 507.03 + 153.69j \text{ (ВА)}$$

Потребляемая активная мощность:

$$P = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 = 4.4151^2 \times 7 + 3.1888^2 \times 9 + 2.4224^2 \times 11 + 4.0621^2 \times 13 = 507.0292 \text{ Вт}$$

Реактивная мощность цепи:

$$Q = I_1^2(-x_{c1}) + I_2^2(x_{L2}) + I_3^2(x_{L1} - x_{c2}) + I_4^2(-x_{c3}) + I_5^2 x_{L3} = 4.4151^2 \times -10 + 3.1888^2 \times 35 + 2.4224^2(30 - 15) + 4.0621^2 \times -20 + 2.4224^2 \times 40 = 153.693 \text{ ВАР}$$

Погрешность расчета:

$$\eta_P = \left| \frac{S_P - P}{S_P} \right| 100\% = \left| \frac{507.03 - 507.0292}{507.03} \right| 100\% = 1.6389 \times 10^{-4} \%$$

$$\eta_Q = \left| \frac{S_Q - Q}{S_Q} \right| 100\% = \left| \frac{153.69 - 153.6927}{153.69} \right| 100\% = 1.7726 \times 10^{-3} \%$$

Действующие значения напряжений на каждом элементе

$$\begin{aligned}
 U_{R1} &= I_1 R_1 = 4.4151e^{-46.863j} \cdot 7 = 21.131 - 22.553j = 30.906e^{-46.863j} \\
 U_{R2} &= I_2 R_2 = 3.1888e^{-79.191j} \cdot 9 = 5.3821 - 28.19j = 28.699e^{-79.191j} \\
 U_{R3} &= I_3 R_3 = 2.4224e^{-2.1194j} \cdot 11 = 26.628 - 0.9854j = 26.647e^{-2.1194j} \\
 U_{R4} &= I_4 R_4 = 4.0621e^{30.9045j} \cdot 13 = 45.31 + 27.123j = 52.808e^{30.905j} \\
 U_{L1} &= I_3 j X_{L1} = 2.4224e^{-2.1194j} \cdot j \times 30 = 2.6875 + 72.623j = 72.673e^{87.881j} \\
 U_{L2} &= I_2 j X_{L2} = 3.1888e^{-79.191j} \cdot j \times 35 = 109.63 + 20.93j = 111.61e^{10.809j} \\
 U_{L3} &= I_5 j X_{L3} = 2.4224e^{-116.0716j} \cdot j \times 40 = 87.037 - 42.586j = 96.897e^{-26.072j} \\
 U_{C1} &= I_1 \cdot -j X_{C1} = 4.4151e^{-46.863j} \cdot -j \times 10 = -32.218 - 30.188j = 44.151e^{-136.86j} \\
 U_{C2} &= I_3 \cdot -j X_{C2} = 2.4224e^{-2.1194j} \cdot -j \times 15 = -134.38 - 36.312j = 36.336e^{-92.119j} \\
 U_{C3} &= I_4 \cdot -j X_{C3} = 4.0621e^{30.9045j} \cdot -j \times 20 = 41.727 - 69.708j = 81.243e^{-59.095j}
 \end{aligned}$$

напряжение на зажимах вольтметра рассчитаем по двум путям:

$$\begin{aligned}
 U_{nd} &= U_{L2} - U_{L1} - U_{R4} = 109.63 + 20.93j - (2.69 + 72.62j) - (45.31 + 27.12j) = 61.63 - 78.82j \\
 &= 100.0503e^{-51.9764j} \\
 U_{nd} &= U_{C2} + U_{R3} + U_{C3} - U_{R2} = -134 - 36.31j + 26.63 - 0.99j + 41.73 - 69.71j - (5.38 - 28.19j) = 61.63 - 78.82j \\
 &= 100.0503e^{-51.9764j}
 \end{aligned}$$

Показания вольтметра равно действующему напряжению на его зажимах:

$$V = |U_{nd}| = 100.0503(\text{В})$$

в) построим совмещенные: векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений;

Определим потенциалы всех точек, пусть $\phi_h = 0$:

$$\begin{aligned}
 \phi_g &= \phi_h + U_{C1} = 0 + -32.218 - 30.1878j = -32.218 - 30.1878j = 44.1509e^{-136.863j} \\
 \phi_n &= \phi_g + U_{R2} = -32.218 - 30.1878j + 5.3821 - 28.1899j = -26.8359 - 58.3777j = 64.2505e^{-114.688j} \\
 \phi_f &= \phi_g + U_{C2} = -32.218 - 30.1878j + -134.38 - 36.3115j = -33.5618 - 66.4993j = 74.4886e^{-116.7798j} \\
 \phi_e &= \phi_f + U_{R3} = -33.5618 - 66.4993j + 26.6285 - 0.9854j = -6.9333 - 67.4848j = 67.84e^{-95.8659j} \\
 \phi_d &= \phi_e + U_{C3} = -6.9333 - 67.4848j + 41.727 - 69.7083j = 34.7937 - 137.193j = 141.5363e^{-75.7692j} \\
 \phi_c &= \phi_d + U_{R4} = 34.7937 - 137.193j + 45.3104 + 27.1225j = 80.104 - 110.0705j = 136.1329e^{-53.9547j} \\
 \phi_b &= \phi_c + U_{L1} = 80.104 - 110.0705j + 2.6875 + 72.6231j = 82.7916 - 37.4474j = 90.8667e^{-24.3377j} \\
 \phi_a &= \phi_b + U_{R1} = 82.7916 - 37.4474j + 21.1315 - 22.5526j = 103.923 - 60j = 120e^{-30j}
 \end{aligned}$$

г) принять сопротивление $R_2=0$ и считая сопротивление этой ветви неизвестным определить его из условия резонанса токов. Найти эквивалентную индуктивность или емкость для заданной частоты;

воспользуемся значением сопротивления z_7 , которое рассчитано в пункте а

$$z_7 = 47.5554 - 1239j = 47.5715e^{-14925j}$$

Полная, активная и реактивная проводимость ветвей между точками b:g по пути bсg

$$Y_7 = \frac{1}{z_7} = \frac{1}{47.5554 - 1239j} = (0.021 + 5.475j \times 10^{-4})(\text{См})$$

$$G_7 = \text{Re}(Y_7) = 0.021(\text{См}); B_7 = \text{Im}(Y_7) = 5.475 \times 10^{-4}(\text{См})$$

В схеме возможен резонанс токов на участке b:g цепи при равенстве нулю реактивной проводимости этого участка

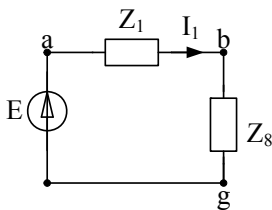
$$\frac{1}{j x_2} + j B_7 = 0$$

отсюда выразим x_2

$$x_2 = \frac{1}{B_7} = \frac{1}{5.475 \times 10^{-4}} = 18265 \times 10^3(\text{Ом}) \Rightarrow L_2 = \frac{x_2}{\omega} = \frac{1826 \times 10^3}{314.159} = 5.814(\text{Гн})$$

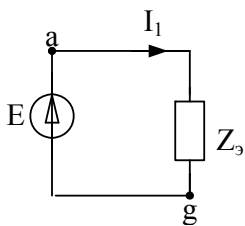
$$z_2 = j x_2 = 18265j \times 10^3 = 18265 \times 10^3 e^{90j}$$

эквивалентное сопротивление параллельно соединенных ветвей с сопротивлениями Z_2 и Z_7



$$z_8 = \frac{z_7 z_2}{z_7 + z_2} = \frac{47.5715e^{-14925j} 18265 \times 10^3 e^{90j}}{47.5554 - 1239j + 18265j \times 10^3} = 36.555 - 16.239j = 47.5876e^{-0j}$$

Эквивалентное сопротивление цепи относительно зажимов источника ЭДС E



$$z_9 = z_1 + z_8 = 7 - 10j + 47.5876 = 54.5876 - 10j = 55.496e^{-10.381j}$$

д) рассчитать токи для резонансного состояния, определить показания вольтметра, проверить правильность расчетов по балансу мощностей;

По закону Ома определяем ток на входе цепи.

$$I_1 = \frac{E}{z_9} = \frac{120e^{-30j}}{55.496e^{-10.381j}} = 2.0368 - 0.726j = 2.1623e^{-19.619j}$$

Расчет действующие значений токов в параллельных ветвях:

$$I_2 = \frac{I_1 z_7}{z_2 + z_7} = \frac{2.1623e^{-19.619j} 47.5715e^{-14.925j}}{1.8265j \times 10^3 + 47.5554 - 1.239j} = -0.0189 - 0.0531j = 0.0563e^{-109.62j}$$

$$I_3 = \frac{I_1 z_2}{z_2 + z_7} = \frac{2.1623e^{-19.619j} 1.8265 \times 10^3 e^{90j}}{1.8265j \times 10^3 + 47.5554 - 1.239j} = 2.0557 - 0.673j = 2.1631e^{-18.127j}$$

$$I_4 = \frac{I_3 z_5}{z_4 + z_5} = \frac{2.1631e^{-18.1265j} 40e^{90j}}{13 - 20j + 40j} = 3.5053 + 0.9325j = 3.6272e^{14.897j}$$

$$I_5 = \frac{I_3 z_4}{z_4 + z_5} = \frac{2.1631e^{-18.1265j} 23.8537e^{-56.9761j}}{13 - 20j + 40j} = -1.4496 - 1.6055j = 2.1631e^{-132.08j}$$

Действующие значения напряжений на каждом элементе

$$U_{R3} = I_3 R_3 = 2.1631e^{-18.1265j} 11 = 22.613 - 7.4026j = 23.794e^{-18.127j}$$

$$U_{R4} = I_4 R_4 = 3.6272e^{14.8973j} 13 = 45.569 + 12.123j = 47.153e^{14.897j}$$

$$U_{L1} = I_3 j x_{L1} = 2.1631e^{-18.1265j} j \times 30 = 20.189 + 61.671j = 64.892e^{71.873j}$$

$$U_{x2} = I_2 j x_2 = 0.0563e^{-109.619j} j 1.8265 \times 10^3 = 109.63 + 20.93j = 111.61e^{10.809j}$$

$$U_{c2} = I_3 \cdot -j x_{c2} = 2.1631e^{-18.1265j} \cdot -j \times 15 = -10.094 - 30.836j = 32.446e^{-108.13j}$$

$$U_{c3} = I_4 \cdot -j x_{c3} = 3.6272e^{14.8973j} \cdot -j \times 20 = 18.65 - 70.105j = 72.544e^{-75.103j}$$

напряжение на зажимах вольтметра рассчитаем по двум путям:

$$U_{nd} = U_{x2} - U_{L1} - U_{R4} = 96.93 - 34.55j - (20.19 + 61.67j) - (45.57 + 12.12j) = 31.17 - 108.34j$$

$$U_{nd} = U_{c2} + U_{R3} + U_{c3} = -10.09 - 30.84j + 22.61 - 7.4j + 18.65 - 70.11j = 31.17 - 108.34j = 112.74e^{-73.95j}$$

Показания вольтметра равно действующему напряжению на его зажимах:

$$V = |U_{nd}| = 112.7378(V)$$

Составим баланс активных и реактивных мощностей

Полная мощность генератора:

*

$$S = E I_1 = 120e^{-30j} 2.1623e^{19.619j} = 255.23 - 46.756j (VA)$$

Потребляемая активная мощность:

$$P = I_1^2 R_1 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 = 2.1623^2 \times 7 + 2.1631^2 \times 11 + 3.6272^2 \times 13 = 255.2306 \text{ Вт}$$

Реактивная мощность цепи:

$$Q = I_1^2 (-x_{c1}) + I_2^2 x_2 + I_3^2 (x_{L1} - x_{c2}) + I_4^2 (-x_{c3}) + I_5^2 x_{L3} = 2.162^2 \times -10 + 0.056^2 1.826 \times 10^3 + 2.163^2 (30 - 15) + 3.627^2 \times -20 + 2.163^2 \times 40 = -46.756 \text{ ВАР}$$

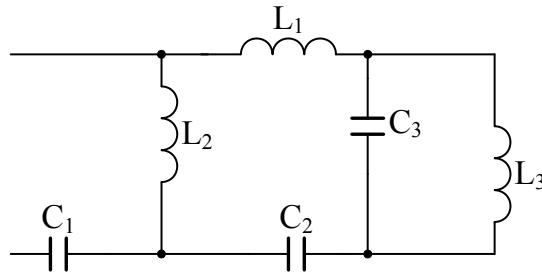
Погрешность расчёта:

$$\eta_P = \left| \frac{S_P - P}{S_P} \right| 100\% = \left| \frac{255.23 - 255.2306}{255.23} \right| 100\% = 2.4592 \times 10^{-4} \%$$

$$\eta_Q = \left| \frac{S_Q - Q}{S_Q} \right| 100\% = \left| \frac{-46.756 - -46.7556}{-46.756} \right| 100\% = 8.5098 \times 10^{-4} \%$$

ж) рассчитать (найти нули и полюса) и построить частотную характеристику входного сопротивления цепи. Активные сопротивления не учитывать.

Параметры реактивных элементов находятся из условия, что индуктивные и емкостные сопротивления заданы для частоты 50 (Гц).



$$L_1 = \frac{x_{L1}}{\omega} = \frac{30}{314.1593} = 95.493(\text{мГн}) ; c_1 = \frac{1}{x_{c1} \omega} = \frac{1}{10 \times 314.1593} = 318.3099(\text{мкФ})$$

$$L_2 = \frac{x_{L2}}{\omega} = \frac{35}{314.1593} = 111.4085(\text{мГн}) ; c_2 = \frac{1}{x_{c2} \omega} = \frac{1}{15 \times 314.1593} = 212.2066(\text{мкФ})$$

$$L_3 = \frac{x_{L3}}{\omega} = \frac{40}{314.1593} = 127.324(\text{мГн}) ; c_3 = \frac{1}{x_{c3} \omega} = \frac{1}{20 \times 314.1593} = 159.1549(\text{мкФ})$$

$$z_{\text{вх}}(\omega) = \frac{-1}{\omega c_1} + \frac{\left[\frac{\left(\frac{-1}{\omega c_3} \right) (\omega L_3)}{\omega L_3 - \frac{1}{\omega c_3}} + \omega L_1 - \frac{1}{\omega c_2} \right] \omega L_2}{\left(\frac{-1}{\omega c_3} \right) (\omega L_3) + \omega L_2 + \omega L_1 - \frac{1}{\omega c_2}} = \frac{F_1(\omega)}{F_2(\omega)}$$

$$F_1(\omega) = L_1 L_2 L_3 c_1 c_2 c_3 \omega^6 - (L_1 L_2 c_1 c_2 + L_2 L_3 c_1 c_2 + L_1 L_3 c_2 c_3 + L_2 L_3 c_1 c_3 + L_2 L_3 c_2 c_3) \omega^4 \dots$$

$$+ (L_1 c_2 + L_2 c_1 + L_2 c_2 + L_3 c_2 + L_3 c_3) \omega^2 - 1$$

$$F_2(\omega) = [(L_1 L_3 c_2 c_3 + L_2 L_3 c_2 c_3) \omega^4 + (-L_1 c_2 - L_2 c_2 - L_3 c_2 - L_3 c_3) \omega^2 + 1] \omega c_1$$

определим полюса входного сопротивления

$$F_2(\omega) = 0$$

обозначим

$$a = (L_1 + L_2) L_3 c_2 c_3 = (0.1 + 0.11) 0.13 2.12 \times 10^{-4} 159 \times 10^{-4} = 8.9 \times 10^{-10}$$

$$b = (-L_1 - L_2 - L_3) c_2 - L_3 c_3 = (-0.095 - 0.111 - 0.127) 2.122 \times 10^{-4} - 0.127 1.592 \times 10^{-4} = -9.119 \times 10^{-5}$$

$$F_2(\omega) = (a \omega^4 + b \omega^2 + 1) \omega c_1 = 0$$

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4a}}{a}}$$

$$\omega_{p1} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{-[-2 \cdot -9.1189 \times 10^{-5} + 2 \sqrt{(-9.1189 \times 10^{-5})^2 - 4 \cdot 8.8972 \times 10^{-10}}]}{8.8972 \times 10^{-10}}} = 111.7486$$

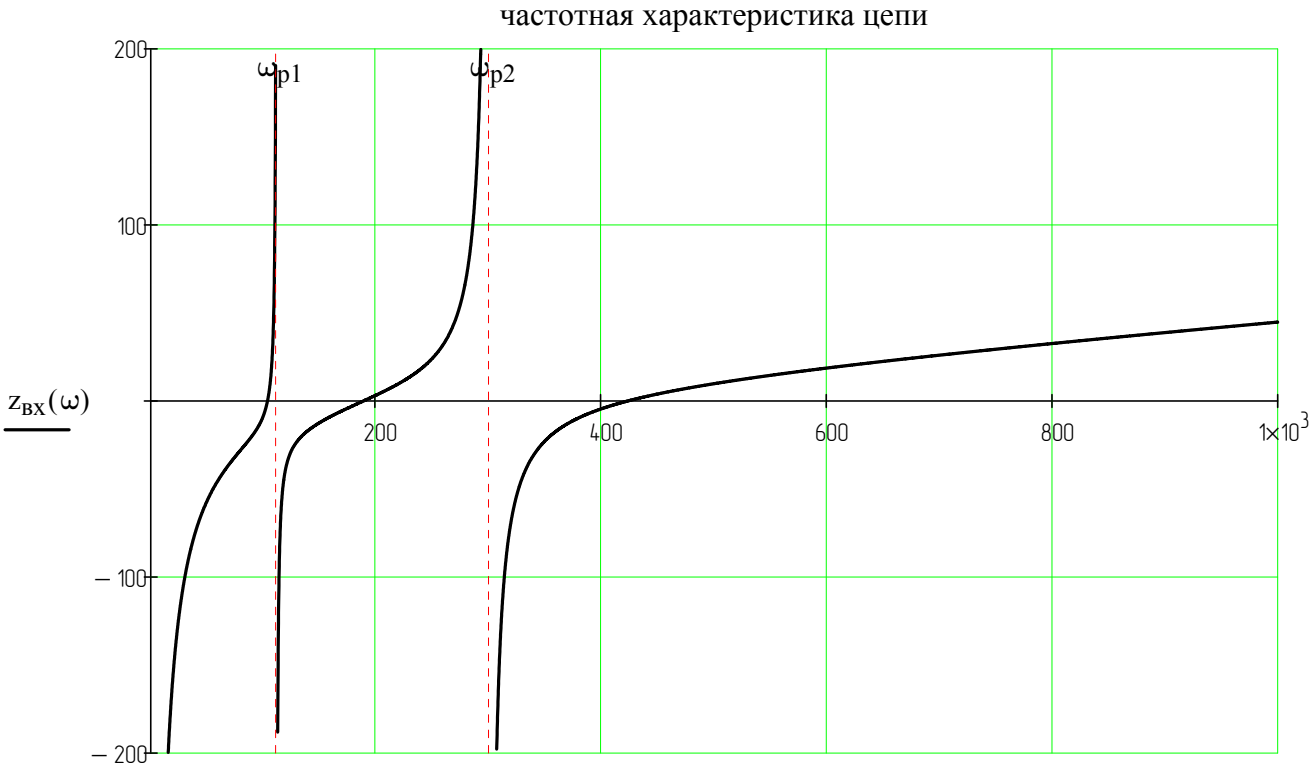
$$\omega_{p2} = \frac{1}{2} \sqrt{2} \sqrt{\frac{-[-9.1189 \times 10^{-5} + \sqrt{(-9.1189 \times 10^{-5})^2 - 4 \cdot 8.8972 \times 10^{-10}}]}{8.8972 \times 10^{-10}}} = 300.0072$$

$$\omega_{p3} = 0$$

определим нули входного сопротивления

$F_1(\omega) = 0$

$\omega_1 = 102.9 \qquad \qquad \omega_2 = 188.1 \qquad \qquad \omega_3 = 419.1$



		ω																			
Z_{BX}	ω	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700	750	800	850	900	950	1000
		-56.9	-8.4	-12.3	3.3	24.2	210 ⁵	-22.6	-4.4	4	9.8	14.6	18.7	22.5	26	29.4	32.6	35.8	38.8	41.9	44.8

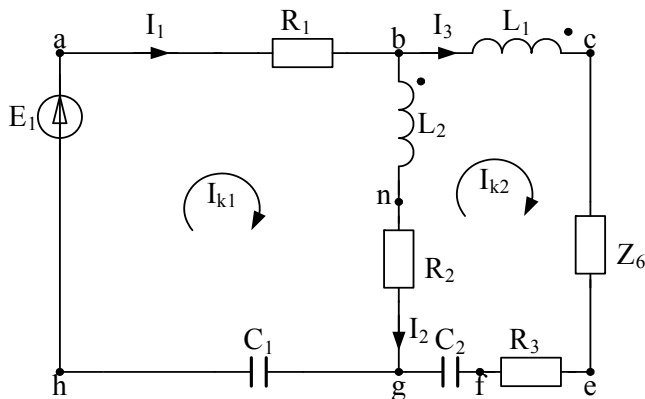
таблица =

II. При наличии магнитной связи между индуктивными элементами L_1, L_2

(одноименные концы элементов отмечены на схеме точками):

а) превратив схему до двух независимых контуров, рассчитать токи в всех ветках схемы методом контурных токов, определить показы вольтметра;

эквивалентное сопротивление параллельно соединенных ветвей с сопротивлениями Z_4 и Z_5



$$Z_6 = \frac{Z_4 Z_5}{Z_4 + Z_5} = \frac{23.8537e^{-56.9761j} 40e^{90j}}{13 - 20j + 40j} = 36.555 - 16.239j = 40e^{-23.9523j}$$

собственное сопротивление первого контура

$$Z_{11} = R_2 + R_1 + j(x_{L2} - x_{C1}) = 9 + 7 + j(35 - 10) = 16 + 25j = 29.682e^{57.381j}$$

собственное сопротивление второго контура

$$\begin{aligned} Z_{22} &= Z_6 + j(x_{L1} + x_{L2} + 2x_m - x_{C2}) + R_2 + R_3 = 36.555 - 16.239j + j(30 + 35 + 2 \times 20 - 15) + 9 + 11 = \\ &= 56.555 + 73.761j = 92.947e^{52.521j} \end{aligned}$$

общее сопротивление первого и второго контура

$$Z_{12} = -R_2 - j(x_{L2} + x_m) = -9 - 55j = 55.731e^{-99.293j}$$

Уравнения цепи через контурные токи:

$$I_{k1} Z_{11} + I_{k2} Z_{12} = E$$

$$I_{k1} Z_{21} + I_{k2} Z_{22} = 0$$

вычислим определители системы

$$\Delta = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 + 25j & -9 - 55j \\ -9 - 55j & 56.5554 + 73.761j \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \Delta &= Z_{11} Z_{22} - Z_{12} Z_{21} = 29.6816e^{57.3808j} 92.9473e^{52.5212j} - 55.7315e^{-99.2933j} 55.7315e^{-99.2933j} = \\ &= 2.0049 \times 10^3 + 1.6041j \times 10^3 = 2.5676 \times 10^3 e^{38.663j} \end{aligned}$$

$$\Delta_1 = \begin{pmatrix} E & Z_{12} \\ 0 & Z_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 103.923 - 60j & -9 - 55j \\ 0 & 56.5554 + 73.761j \end{pmatrix}$$

$$\Delta_1 = E Z_{22} = 120e^{-30j} 92.9473e^{52.5212j} = 10303 \times 10^4 + 4.2721j \times 10^3 = 1.1154 \times 10^4 e^{22.521j}$$

$$\Delta_2 = \begin{pmatrix} Z_{11} & E \\ Z_{21} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 + 25j & 103.923 - 60j \\ -9 - 55j & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Delta_2 = E Z_{21} = 120e^{-30j} 55.7315e^{-99.2933j} = 4.2353 \times 10^3 + 5.1758j \times 10^3 = 6.6878 \times 10^3 e^{50.707j}$$

Найдем неизвестные контурные токи:

$$I_1 = I_{k1} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{1.1154 \times 10^4 e^{22.5212j}}{2.5676 \times 10^3 e^{38.6628j}} = 4.1728 - 1.2077j = 4.344 e^{-16.142j}$$

$$I_3 = I_{k2} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{6.6878 \times 10^3 e^{50.7067j}}{2.5676 \times 10^3 e^{38.6628j}} = 2.5474 + 0.5435j = 2.6047 e^{12.044j}$$

Ток I_2 найдем по первому закону Кирхгофа.

$$I_2 = I_1 - I_3 = 4.1728 - 1.2077j - (2.5474 + 0.5435j) = 1.6254 - 1.7512j = 2.3893 e^{-47.133j}$$

Токи в параллельных ветвях определим по правилу "чужого сопротивления"

$$I_4 = \frac{I_3 z_5}{z_4 + z_5} = \frac{2.6047 e^{12.0439j} 40 e^{90j}}{13 - 20j + 40j} = 1.6254 - 1.7512j = 4.3678 e^{45.068j}$$

$$I_5 = \frac{I_3 z_4}{z_4 + z_5} = \frac{2.6047 e^{12.0439j} 23.8537 e^{-56.9761j}}{13 - 20j + 40j} = 2.5474 + 0.5435j = 2.6047 e^{-101.91j}$$

Действующие значения напряжений на каждом элементе

$$U_{R1} = I_1 R_1 = 4.344 e^{-16.1415j} 7 = 29.209 - 8.4538j = 30.408 e^{-16.142j}$$

$$U_{R2} = I_2 R_2 = 2.3893 e^{-47.1331j} 9 = 14.629 - 15.761j = 21.504 e^{-47.133j}$$

$$U_{R3} = I_3 R_3 = 2.6047 e^{12.0439j} 11 = 28.021 + 5.9785j = 28.652 e^{12.044j}$$

$$U_{R4} = I_4 R_4 = 4.3678 e^{45.0678j} 13 = 40.103 + 40.198j = 56.781 e^{45.068j}$$

$$U_{L1} = I_3 j x_{L1} - I_2 j x_m = 2.605 e^{12.044j} j \times 30 - 2.389 e^{-47.133j} j \times 20 = -51.329 + 43.913j = 67.55 e^{139.45j}$$

$$U_{L2} = I_2 j x_{L2} - I_3 j x_m = 2.389 e^{-47.133j} j \times 35 - 2.605 e^{12.044j} j \times 20 = 72.162 + 5.9424j = 72.406 e^{4.7076j}$$

$$U_{L3} = I_5 j x_{L3} = 2.6047 e^{-101.9084j} j \times 40 = 101.95 - 21.499j = 104.19 e^{-11.908j}$$

$$U_{C1} = I_1 \cdot -j x_{C1} = 4.344 e^{-16.1415j} \cdot -j \times 10 = -12.077 - 41.728j = 43.44 e^{-106.14j}$$

$$U_{C2} = I_3 \cdot -j x_{C2} = 2.6047 e^{12.0439j} \cdot -j \times 15 = 8.1525 - 38.21j = 39.07 e^{-77.956j}$$

$$U_{C3} = I_4 \cdot -j x_{C3} = 4.3678 e^{45.0678j} \cdot -j \times 20 = 61.843 - 61.697j = 87.356 e^{-44.932j}$$

Вольтметр, включенный между точками n:d, покажет модуль комплекса напряжения что определяется по рассчитанным токам и заданными параметрами.

Правильность расчетов проверяется за двумя независимыми путями.

$$U_{nd} = U_{L2} - U_{L1} - U_{R4} = 72.16 + 5.94j - (-51.33 + 43.91j) - (40.1 + 40.2j) = 83.39 - 78.17j = 114.2967 e^{-43.1495j}$$

$$U_{nd} = U_{C2} + U_{R3} + U_{C3} - U_{R2} = 8.15 - 38.21j + 28.02 + 5.98j + 61.84 - 61.7j - (14.63 - 15.76j) = 83.39 - 78.17j = 114.2967 e^{-43.1495j}$$

Показания вольтметра равно действующему напряжению на его зажимах:

$$V = |U_{nd}| = 114.2967(V)$$

2.3. Баланс мощностей:

Полная мощность генератора:

*

$$S = E I_1 = 120e^{-30j} 4.344e^{16.1415j} = 506.11 - 124.86j \text{ (ВА)}$$

4.3.2 мощность взаимной индукции:

$$S_{m1} = I_2(-j x_m) I_3 = 23893e^{-47.1331j} (-j) 20.26047e^{-12.0439j} = -106.89 - 63.775j \text{ (ВА)}$$

$$S_{m2} = I_3(-j x_m) I_2 = 26047e^{12.0439j} (-j) 20.23893e^{47.1331j} = -106.89 - 63.775j \text{ (ВА)}$$

Потребляемая активная мощность:

$$P = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 = 4.344^2 \times 7 + 23893^2 \times 9 + 26047^2 \times 11 + 4.3678^2 \times 13 = 506.1101 \text{ Вт}$$

Реактивная мощность цепи:

$$Q = I_1^2(-x_{c1}) + I_2^2(x_{L2}) + I_3^2(x_{L1} - x_{c2}) + I_4^2(-x_{c3}) + I_5^2 x_{L3} + 2Q_m = \\ = 4.344^2 \times -10 + 2389^2 \times 35 + 2605^2(30 - 15) + 4.368^2 \times -20 + 2605^2 \times 40 + 2 \times -63.775 = -124.86 \text{ ВАР}$$

Погрешность расчета:

$$\eta_P = \left| \frac{S_P - P}{S_P} \right| 100\% = \left| \frac{506.11 - 506.1101}{506.11} \right| 100\% = 1.3694 \times 10^{-5} \%$$

$$\eta_Q = \left| \frac{S_Q - Q}{S_Q} \right| 100\% = \left| \frac{-124.86 - -124.8602}{-124.86} \right| 100\% = 1.6561 \times 10^{-4} \%$$

При определении мощностей было получено:

активная мощность взаимной индукции катушки L_1 $P_{m1} = \text{Re}(S_{m1}) = -106.8868 \text{ (Вт)}$

активная мощность взаимной индукции катушки L_2 $P_{m2} = \text{Re}(S_{m2}) = 106.8868 \text{ (Вт)}$

Принимая во внимание, что $P_{m1} < 0$, а $P_{m2} > 0$, приходим к заключению, что магнитным потоком энергия передается из второй катушки в первую

в) построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений:

Определим потенциалы всех точек, пусть $\phi_h = 0$:

$$\phi_g = \phi_h + U_{c1} = 0 - 12.0769 - 41.7279j = -12.0769 - 41.7279j = 43.4404e^{-106.1415j}$$

$$\phi_n = \phi_g + U_{R2} = -12.0769 - 41.7279j + 14.6288 - 15.7607j = 2.5519 - 57.4886j = 57.5452e^{-87.4584j}$$

$$\phi_f = \phi_g + U_{c2} = -12.0769 - 41.7279j + 8.1525 - 38.2105j = -3.9244 - 79.9383j = 80.0346e^{-92.8106j}$$

$$\phi_e = \phi_f + U_{R3} = -3.9244 - 79.9383j + 28.021 + 5.9785j = 24.0966 - 73.9598j = 77.7863e^{-71.954j}$$

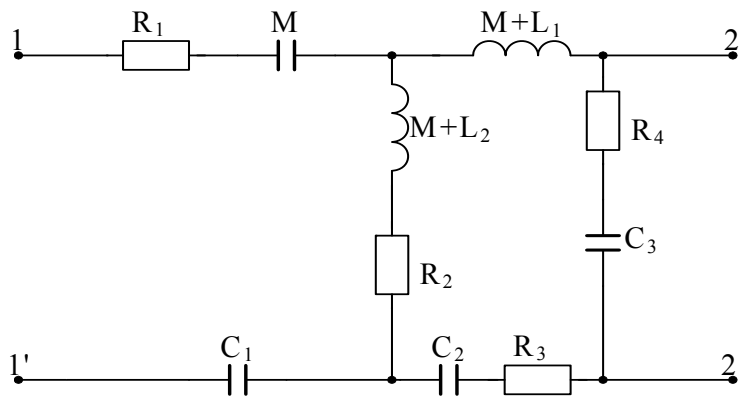
$$\phi_d = \phi_e + U_{c3} = 24.0966 - 73.9598j + 61.8429 - 61.6967j = 85.9395 - 135.6566j = 160.5874e^{-57.6454j}$$

$$\phi_c = \phi_d + U_{R4} = 85.9395 - 135.6566j + 40.1029 + 40.1979j = 126.0424 - 95.4587j = 158.1109e^{-37.1386j}$$

$$\phi_b = \phi_c + U_{L1} = 126.0424 - 95.4587j + -51.3288 + 43.9125j = 74.7135 - 51.5462j = 90.7696e^{-34.6025j}$$

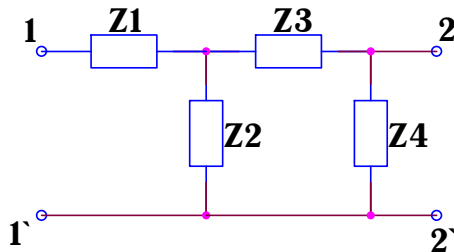
$$\phi_a = \phi_b + U_{R1} = 74.7135 - 51.5462j + 29.2095 - 8.4538j = 103.923 - 60j = 120e^{-30j}$$

III. Отбросив крайнюю ветку между полюсами 2, 2' устранить магнитную связь. Полученную схему рассматривать как четырехполюсник и полюсами 1,1' и 2, 2':
а) рассчитать коэффициенты четырехполюсника (в форме А);



Используя эквивалентные преобразования пассивных участков электрической схемы, определяем сопротивления х.х. и к.з.

эквивалентное сопротивление последовательно соединенных сопротивлений



$$z_1 = R_1 - j(x_{c1} + x_m) = 7 - 30j = 30.8058e^{-76.866j}$$

$$z_2 = R_2 + j(x_{L2} + x_m) = 9 + 55j = 55.7315e^{80.7067j}$$

$$z_3 = R_3 + j(x_{L1} + x_m - x_{c2}) = 11 + j(30 + 20 - 15) = 11 + 35j = 36.6879e^{72.5528j}$$

$$z_4 = R_4 - jx_{c3} = 13 - 20j = 23.8537e^{-56.9761j}$$

Используя эквивалентные преобразования пассивных участков электрической схемы, определяем сопротивления х.х. и к.з.

сопротивление холостого хода относительно зажимов 1-1'

$$z_{10} = z_1 + \frac{(z_3 + z_4)z_2}{z_3 + z_4 + z_2} = 7 - 30j + \frac{(9 + 55j)(11 + 35j + 13 - 20j)}{11 + 35j + 13 - 20j + 9 + 55j} = 20.651 - 14.865j = 25.44e^{-35.75j}$$

сопротивление холостого хода относительно зажимов 2-2'

$$z_{20} = \frac{(z_3 + z_2)z_4}{z_3 + z_4 + z_2} = \frac{(13 - 20j)(11 + 35j + 9 + 55j)}{11 + 35j + 13 - 20j + 9 + 55j} = 20.3506 - 19.8347j = 28.4177e^{-44.2644j}$$

сопротивление короткого замыкания относительно зажимов 2-2'

$$z_{2k} = \frac{\left(\frac{z_1 z_2}{z_1 + z_2} + z_3\right)z_4}{\frac{z_1 z_2}{z_1 + z_2} + z_3 + z_4} = \frac{(13 - 20j)\left[\frac{(9 + 55j)(7 - 30j)}{7 - 30j + 9 + 55j} + 11 + 35j\right]}{\frac{(9 + 55j)(7 - 30j)}{7 - 30j + 9 + 55j} + 11 + 35j + 13 - 20j} = 12.34 - 11.45j = 16.832e^{-42.855j}$$

Коэффициенты четырехполюсника

$$A = \sqrt{\frac{z_{10}}{z_{20} - z_{2k}}} = \sqrt{\frac{20.6505 - 14.8648j}{20.3506 - 19.8347j - (12.3396 - 11.4485j)}} = 1.4749 + 0.1363j = 1.4812e^{5.2817j}$$

$$B = A \cdot z_{2k} = 1.4812e^{5.2817j} \cdot 16.8325e^{-4.28548j} = 19.76 - 15.203j = 24.932e^{-37.573j}$$

$$C = \frac{A}{z_{10}} = \frac{1.4812e^{5.2817j}}{25.4442e^{-35.7473j}} = 0.0439 + 0.0382j = 0.0582e^{4.1029j}$$

$$D = C \cdot z_{20} = 0.0582e^{4.10289j} \cdot 28.4177e^{-44.2644j} = 1.6516 - 0.0934j = 1.6543e^{-3.2355j}$$

в) Параметры сосредоточенной Т-образной схемы замещения линии:

$$Z_T = \frac{1}{C} = \frac{1}{0.0582e^{4.10289j}} = 12.959 - 11.277j = 17.178e^{-4.1029j}$$

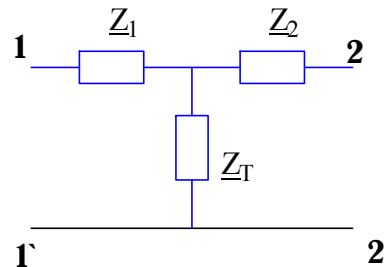
$$Z_1 = \frac{A - 1}{C} = \frac{1.4749 + 0.1363j - 1}{0.0582e^{4.10289j}} = 7.6916 - 3.5882j = 8.4874e^{-25.01j}$$

$$Z_2 = \frac{D - 1}{C} = \frac{1.6516 - 0.0934j - 1}{0.0582e^{4.10289j}} = 7.3917 - 8.5582j = 11.308e^{-49.183j}$$

$$R_T = \operatorname{Re}(Z_T) = 12.9589 \text{ Ом}$$

$$R_1 = \operatorname{Re}(Z_1) = 7.6916 \text{ Ом}$$

$$R_2 = \operatorname{Re}(Z_2) = 7.3917 \text{ Ом}$$



$$X_T = \operatorname{Im}(Z_T) = -11.2765 \text{ Ом} \Rightarrow C_T = \frac{-1}{\omega X_T} = \frac{-1}{314.159 \times -11.277} = 282.277 (\text{мкФ})$$

$$X_1 = \operatorname{Im}(Z_1) = -3.5882 \text{ Ом} \Rightarrow C_1 = \frac{-1}{\omega X_1} = \frac{-1}{314.159 \times -3.588} = 887.089 (\text{мкФ})$$

$$X_2 = \operatorname{Im}(Z_2) = -8.5582 \text{ Ом} \Rightarrow C_2 = \frac{-1}{\omega X_2} = \frac{-1}{314.159 \times -8.558} = 371.936 (\text{мкФ})$$

б) найти ЭДС E и ток I_1 на входе четырехполюсника при которых на выходе $U_2 = 100$ (В), $I_2=1$ (А), а угол сдвига фаз между синусоидами напряжения и тока $\phi_2=30^\circ$. Сделать проверку нагрузив 4-полюсник на соответствующее сопротивление.

$$E = A \cdot U_2 + B \cdot I_2 = 148e^{5.28j} 100 + 24.93e^{-37.57j} 1e^{-30j} = 157.001 - 9.412j = 157.28e^{-3.43j}$$

$$I_1 = C \cdot U_2 + D \cdot I_2 = 0.058e^{41.029j} 100 + 1.654e^{-3.235j} 1e^{-30j} = 5.78 + 2.91j = 6.47e^{26.78j}$$

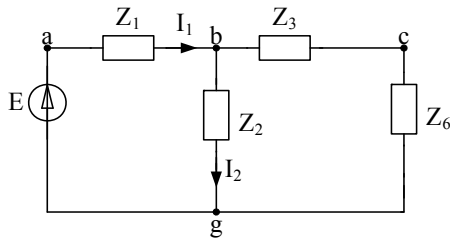
ПРОВЕРКА:

сопротивление нагрузки соответствующее заданным значениям напряжения и тока на выходе четырехполюсника

$$Z_H = \frac{U_2}{I_2} = \frac{100}{1e^{-30j}} = 86.603 + 50j = 100e^{30j}$$

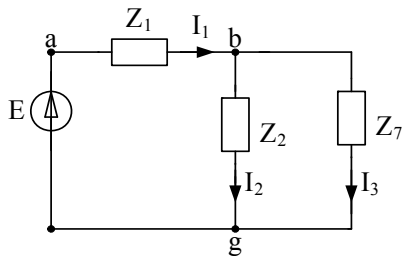
Определение эквивалентного сопротивления:

эквивалентное сопротивление параллельно соединенных ветвей с сопротивлениями Z_4 и Z_H



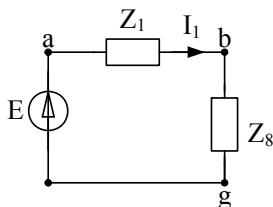
$$Z_6 = \frac{Z_4 \cdot Z_H}{Z_4 + Z_H} = \frac{23.8537e^{-56.9761j} 100e^{30j}}{13 + -20 \times j + 86.6025 + 50j} = 16.568 - 15.854j = 22.9313e^{-43.7383j}$$

эквивалентное сопротивление последовательно соединенных сопротивлений Z_3 и Z_6



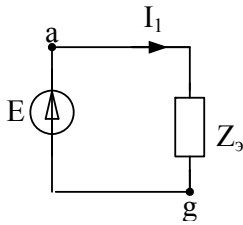
$$Z_7 = Z_3 + Z_6 = 11 + 35j + 16.568 - 15.8539j = 27.568 + 19.1461j = 33.5644e^{34.7801j}$$

эквивалентное сопротивление параллельно соединенных ветвей с сопротивлениями Z_2 и Z_7



$$Z_8 = \frac{Z_7 \cdot Z_2}{Z_7 + Z_2} = \frac{33.5644e^{34.7801j} 55.7315e^{80.7067j}}{27.568 + 19.1461j + 9 + 55 \times j} = 14.011 + 17.766j = 22.6263e^{51.7388j}$$

Эквивалентное сопротивление цепи относительно зажимов источника ЭДС E



$$Z_3 = Z_1 + Z_8 = 7 - 30j + 14.0113 + 17.7661j = 21.0113 - 12.2339j = 24.3134e^{-30.2102j}$$

По закону Ома определяем ток на входе цепи.

$$I_1 = \frac{E}{Z_3} = \frac{157.2828e^{-34.306j}}{24.3134e^{-30.2102j}} = 5.7751 + 2.9147j = 6.469e^{26.78j}$$

Расчет действующие значений токов в параллельных ветвях:

$$I_3 = \frac{I_1 Z_2}{Z_2 + Z_7} = \frac{6.469e^{26.7796j} 55.7315e^{80.7067j}}{9 + 55 \times j + 27.568 + 19.1461j} = 3.1507 + 3.0149j = 4.3608e^{43.738j}$$

$$I_H = \frac{I_3 Z_4}{Z_4 + Z_H} = \frac{4.3608e^{43.738j} 23.8537e^{-56.9761j}}{13 + -20 \times j + 86.6025 + 50j} = 0.866 - 0.5j = 1e^{-30j}$$

$$U_H = I_H Z_H = 1e^{-30j} 100e^{30j} = 100$$

г) определить вторичные параметры четырехполюсника (характеристические сопротивления Z_{c1} , Z_{c2} и постоянную передачи g ;

Характеристические сопротивления

$$Z_{c1} = \sqrt{\frac{AB}{CD}} = \sqrt{\frac{1.4812e^{5.2817j} 24.9319e^{-37.5731j}}{0.0582e^{4.10289j} 1.6543e^{-3.2355j}}} = 16.0327 - 11.2439j = 19.582e^{-35.042j}$$

$$Z_{c2} = \sqrt{\frac{DB}{CA}} = \sqrt{\frac{1.6543e^{-3.2355j} 24.9319e^{-37.5731j}}{0.0582e^{4.10289j} 1.4812e^{5.2817j}}} = 15.849 - 15.0715j = 21.871e^{-43.56j}$$

Коэффициент распространения

$$\gamma = \ln(\sqrt{AD} + \sqrt{BC}) = \ln\left(\sqrt{1.4812e^{5.2817j} 1.6543e^{-3.2355j}} + \sqrt{24.9319e^{-37.5731j} 0.0582e^{4.10289j}}\right) = 1.0189 + 0.0232j = 1.0191e^{130.48j}$$

Коэффициент ослабления

$$\alpha = \operatorname{Re}(\gamma) = 1.0189$$

Коэффициент фазы

$$\beta = \operatorname{Im}(\gamma) = 0.0232$$

д) в согласованном режиме четырехполюсника по вторичными параметрами определить комплексы напряжения U_2 и тока I_2 (на выходе четырехполюсника) при заданной ЕДС на входе. Сделать проверку для схемы замещения.

Напряжение и ток на выходе при согласованном режиме

$$U_2 = U_1 \sqrt{\frac{Z_{c2}}{Z_{c1}}} e^{-\gamma} = 120e^{-30j} \sqrt{\frac{2187e^{-43.56j}}{19.58e^{-35.04j}}} e^{-(1.02+0.02j)} = 37.23 - 26.64j = 45.78e^{-35.59j}$$

$$I_2 = \frac{U_2}{Z_{c2}} = \frac{45.7825e^{-35.5882j}}{21.871e^{-43.5596j}} = 2.0731 + 0.2903j = 2.0933e^{7.9714j}$$

ПРОВЕРКА:

По закону Ома определяем ток на входе цепи при согласованном режиме.

$$I_1 = \frac{U_1}{Z_{c1}} = \frac{120e^{-30j}}{16.0327 - 11.2439j} = 6.1042 + 0.5386j = 6.1279e^{5.0424j}$$

ток на выходе цепи при согласованном режиме.

$$I_2 = \frac{I_1 Z_T}{Z_T + Z_2 + Z_{c2}} = \frac{2.0933e^{7.9714j} 17.1783e^{-41.0289j}}{12.9589 - 11.2765j + 7.3917 - 8.5582j + 15.849 - 15.0715j} = 2.0731 + 0.2903j$$

$$= 2.0933e^{7.9714j}$$

напряжение на выходе цепи при согласованном режиме.

$$U_2 = I_2 Z_{c2} = 2.0933e^{7.9714j} 21.871e^{-43.5596j} = 37.2313 - 26.6434j = 45.7825e^{-35.5882j}$$

$$U_1 = A U_2 + B I_2 = 14.8e^{5.28j} 45.78e^{-35.59j} + 24.93e^{-37.57j} 2.09e^{7.97j} = 103.92 - 60j = 120e^{-30j}$$

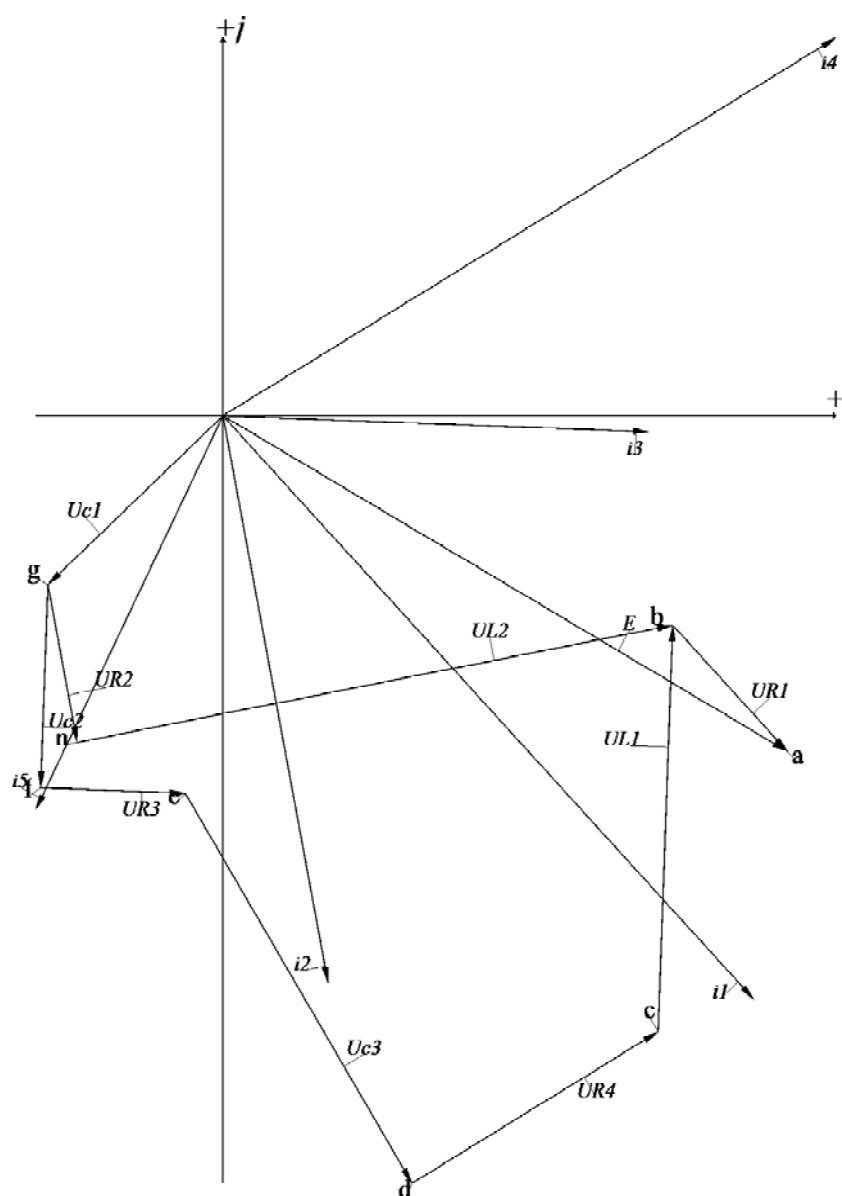
масштаб по току и напряжению

$$m_i = 0.5, A/cm$$

$$m_u = 20., V/cm$$

Совмещенная векторная диаграмма токов и топографическая диаграмма напряжений

(без учета магнитной связи)



масштаб по току и напряжению

$$m_i = 0.5, A/cm$$

$$m_u = 20, V/cm$$

Совмещенная векторная диаграмма токов и топографическая диаграмма напряжений
(с учетом магнитной связи)

