Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
"Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського"

Розрахунково-графічна робота
"Виконання кусочно-лінійної апроксимації"

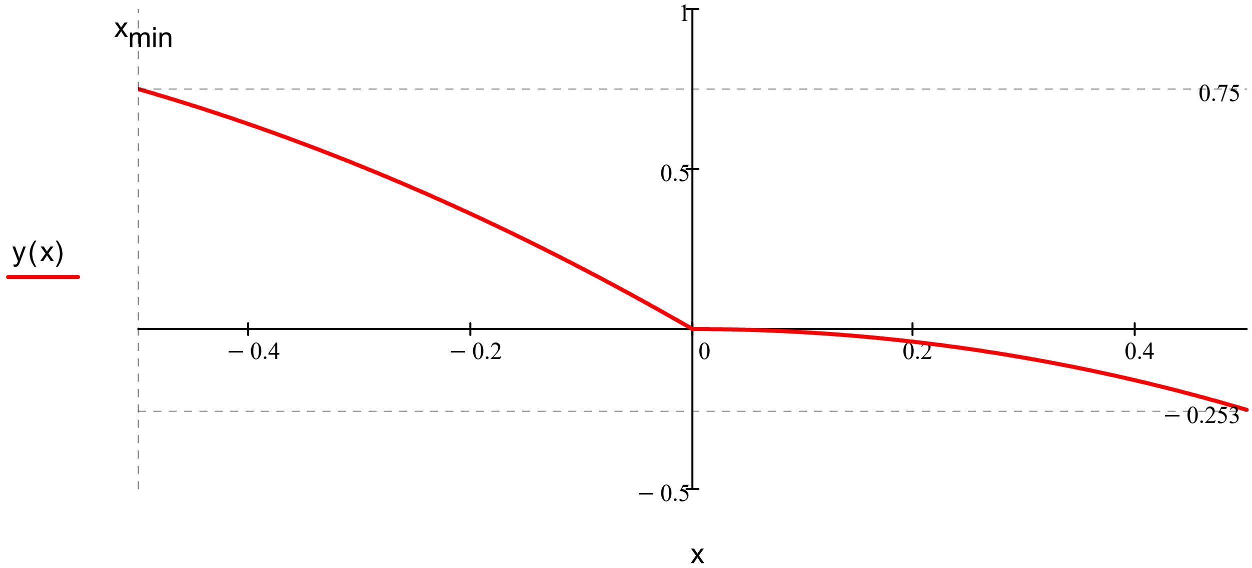
Виконала
студентка II курсу
групи ІО-64
ФІОТ
Бровченко Анастасія
Варіант №93

Київ - 2018

Побудуємо графік функції y(x) для діапазону значень x_{min}<=x<=x_{max}

$$y(x) := \begin{cases} -\left(x^2 + 2\cdot x\right) & \text{if } x < 0 \\ \left(-\operatorname{asin}\left(x^2\right)\right) & \text{if } x \ge 0 \end{cases}$$

$$x_{min} := -0.5$$
$$x_{max} := 0.5$$



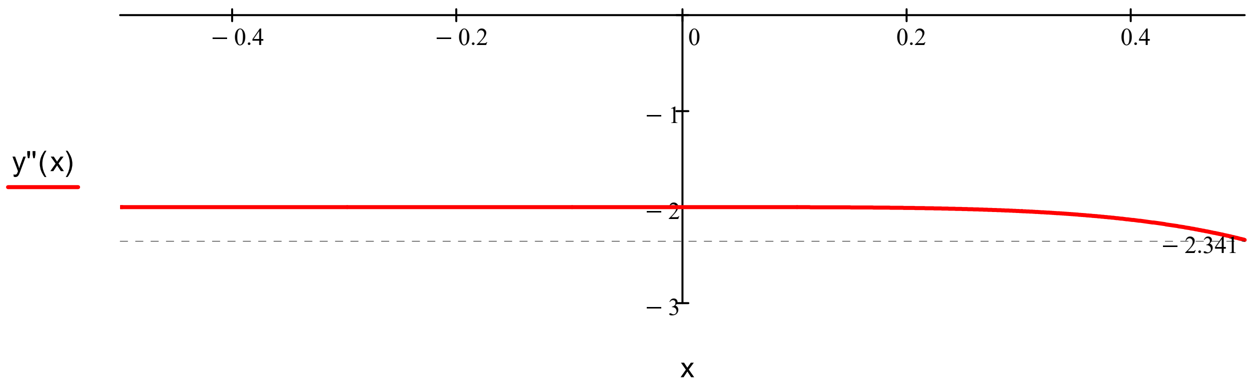
Визначимо другу похідну функції $\frac{d^2y}{dx^2}$ та побудуємо її графік для діапазону зміни аргументу x_{min}<=x<=x_{max}

.

$$y1''(x) := \frac{d^2}{dx^2}-\left(x^2 + 2\cdot x\right) \rightarrow -2$$

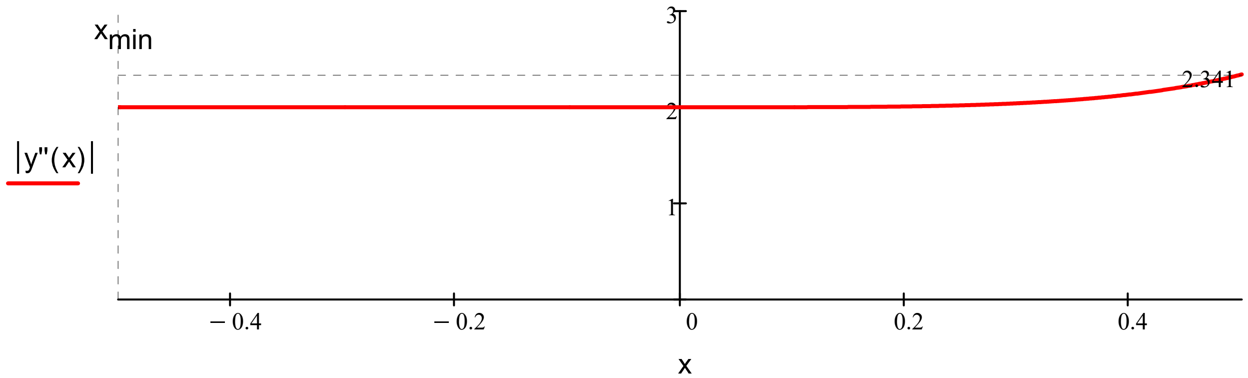
$$y2''(x) := \frac{d^2}{dx^2}-\operatorname{asin}\left(x^2\right) \rightarrow -\frac{4\cdot x^4}{\left(1 - x^4\right)^{\frac{3}{2}}} - \frac{2}{\sqrt{1 - x^4}}$$

$$y''(x) := \begin{cases} y1''(x) & \text{if } x < 0 \\ y2''(x) & \text{if } x \ge 0 \end{cases}$$



Побудуємо графік модулю другої похідної функції $\left|\frac{d^2y}{dx^2}\right|$ для діапазону зміни аргументу $x_{min}<=x<=x_{max}$

.



Аналіз функції y(x)

Функція y(x) опукла на двох інтервалах: (-0.5; 0), (0; 0.5) так як її друга похідна на цих інтервалах приймає від'ємні значення. Не має точок перегину та точок розриву.

Підбираємо значення Δf_{max}, щоб n = 9, обравши початкову точку апроксимації $x_0 := x_{max}$, тому що у обраному напрямку функція спадає і ми знатимемо максимальне значення другої похідної на і-ій частині ломаної лінії, що розраховується для подальших розрахунків.

$\Delta f_{max} := 0.001583$ $\quad X_0 := x_{max} = 0.5$ $\quad A_1 := |y''(X_0)| = 2.341$

$h_1 := \sqrt{\frac{16\Delta f_{max}}{A_1}} = 0.104$ $\quad X_1 := X_0 - h_1 = 0.396$ $\quad A_2 := |y''(X_1)| = 2.127$

$h_2 := \sqrt{\frac{16\Delta f_{max}}{A_2}} = 0.109$ $\quad X_2 := X_1 - h_2 = 0.287$ $\quad A_3 := |y''(X_2)| = 2.034$

$h_3 := \sqrt{\frac{16\Delta f_{max}}{A_3}} = 0.112$ $\quad X_3 := X_2 - h_3 = 0.175$ $\quad A_4 := |y''(X_3)| = 2.005$

$h_4 := \sqrt{\frac{16\Delta f_{max}}{A_4}} = 0.112$ $\quad X_4 := X_3 - h_4 = 0.063$ $\quad A_5 := |y''(X_4)| = 2$

$h_5 := \sqrt{\frac{16\Delta f_{max}}{A_5}} = 0.113$ $\quad X_5 := X_4 - h_5 = -0.05$ $\quad A_6 := |y''(X_5)| = 2$

$h_6 := \sqrt{\frac{16\Delta f_{max}}{A_6}} = 0.113$ $\quad X_6 := X_5 - h_6 = -0.162$ $\quad A_7 := |y''(X_6)| = 2$

$h_7 := \sqrt{\frac{16\Delta f_{max}}{A_7}} = 0.113$ $\quad X_7 := X_6 - h_7 = -0.275$ $\quad A_8 := |y''(X_7)| = 2$

$h_8 := \sqrt{\frac{16\Delta f_{max}}{A_8}} = 0.113$ $\quad X_8 := X_7 - h_8 = -0.387$ $\quad A_9 := |y''(X_8)| = 2$

$h_9 := \sqrt{\frac{16\Delta f_{max}}{A_9}} = 0.113$ $\quad X_9 := X_8 - h_9 = -0.5$ $\quad A_9 := |y''(X_9)| = 2$

Виходячи з 8-го завдання, шукаємо ординати вершин ломаної лінії:

$j := 0 .. 9$ $\qquad Yp_j := y(X_j)$ $\qquad Yk_j := Yp_j + \Delta f_{max}$

$X_0 = 0.5$ $\qquad Yp_0 = -0.253$ $\qquad Yk_0 = -0.251$

$X_1 = 0.396$ $\qquad Yp_1 = -0.157$ $\qquad Yk_1 = -0.156$

$X_2 = 0.287$ $\qquad Yp_2 = -0.082$ $\qquad Yk_2 = -0.081$

$X_3 = 0.175$ $\qquad Yp_3 = -0.031$ $\qquad Yk_3 = -0.029$

$X_4 = 0.063$ $\qquad Yp_4 = -3.954 \times 10^{-3}$ $\qquad Yk_4 = -2.371 \times 10^{-3}$

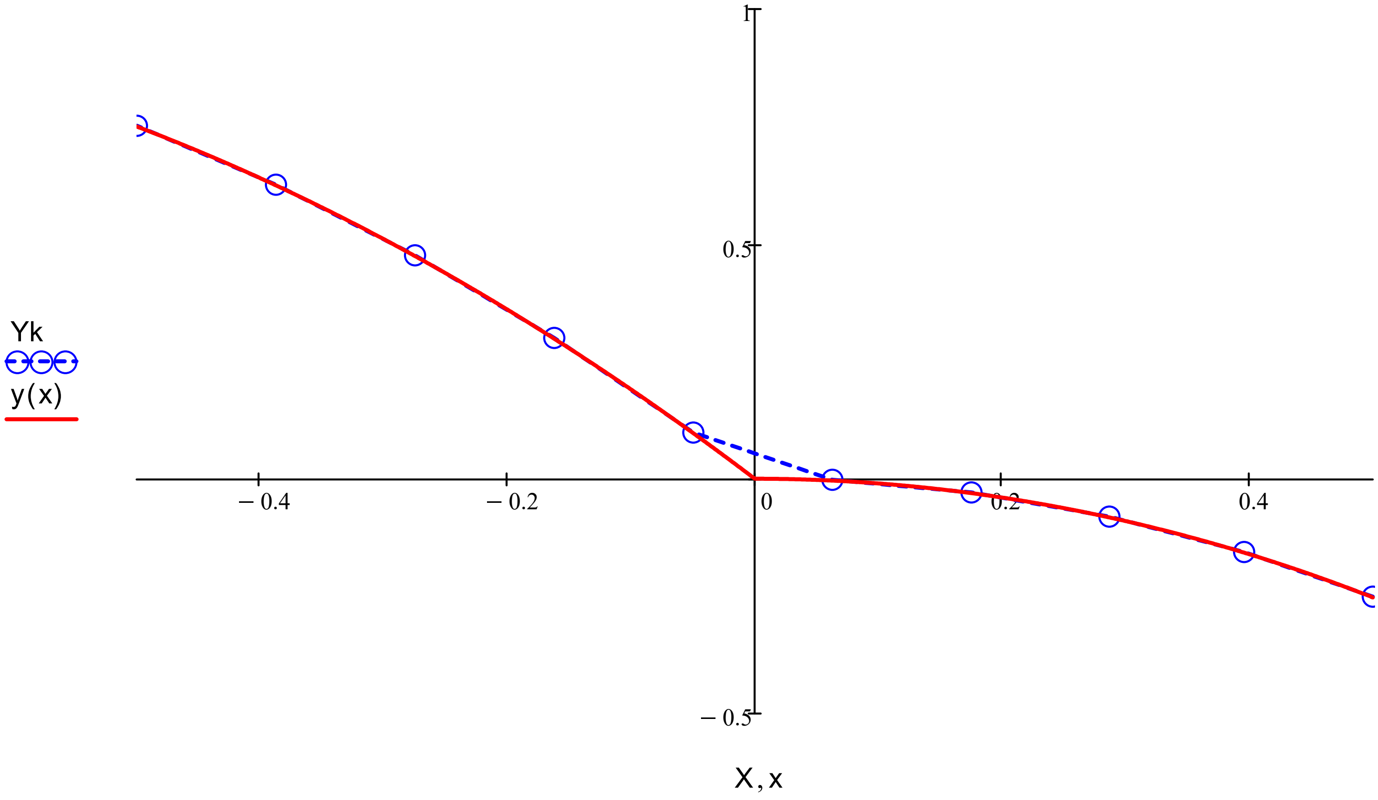
$X_5 = -0.05$ $\qquad Yp_5 = 0.097$ $\qquad Yk_5 = 0.098$

$X_6 = -0.162$ $\qquad Yp_6 = 0.298$ $\qquad Yk_6 = 0.3$

$X_7 = -0.275$ $\qquad Yp_7 = 0.474$ $\qquad Yk_7 = 0.476$

$X_8 = -0.387$ $\qquad Yp_8 = 0.625$ $\qquad Yk_8 = 0.626$

$X_9 = -0.5$ $\qquad Yp_9 = 0.75$ $\qquad Yk_9 = 0.751$



Знаходимо кутові коефіцієнти шляхом ділення різниці ординат на різницю абсцис:

$i := 0 .. 8$

$k = tg(\alpha)$ $\qquad k_i := \dfrac{Yp_i - Yp_{i+1}}{X_i - X_{i+1}}$

$k_0 = -0.916$ $\qquad k_3 = -0.238$ $\qquad k_6 = -1.563$

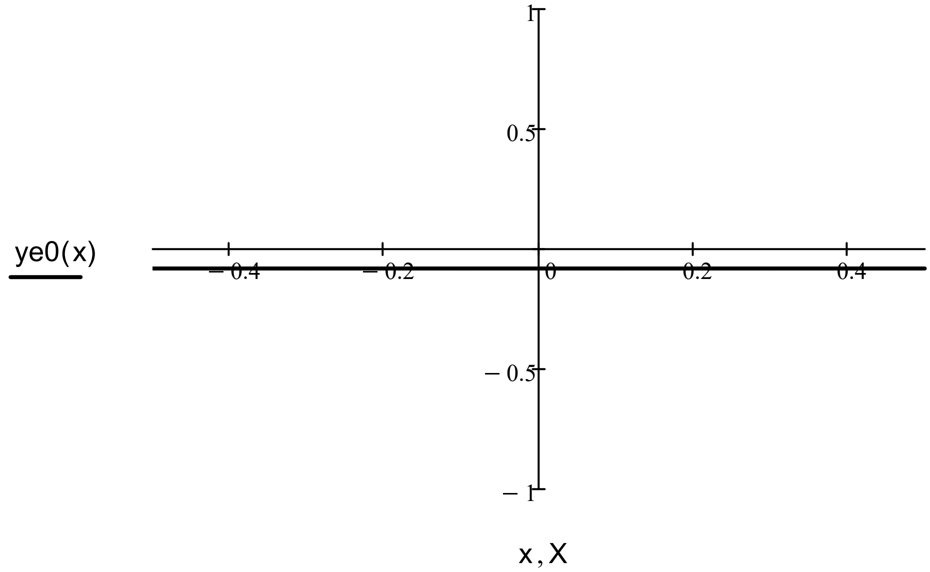
$k_1 = -0.688$ $\qquad k_4 = -0.896$ $\qquad k_7 = -1.338$

$k_2 = -0.463$ $\qquad k_5 = -1.788$ $\qquad k_8 = -1.113$

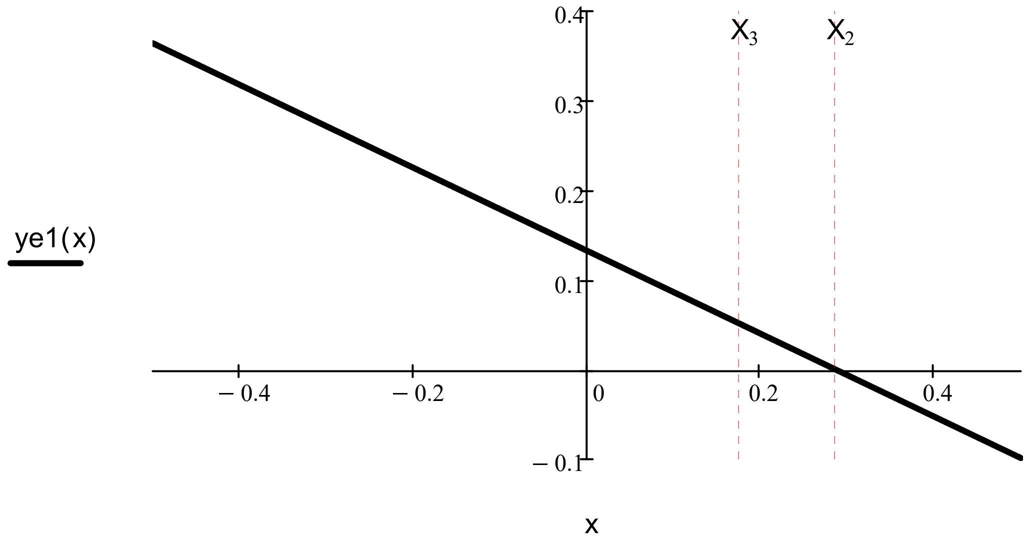
Виконаємо розкладання апроксимуючої функції (ламаної) на окремі доданки, починаючи з точнки, яка має абсцису $x_0{}^a = x_2$

Під кожним елементарним нелінійним доданком зазначимо його квадрант (I, II, III, IV) та режим {на відкривання чи на закривання}

$$ye0(x) := Yk_2 \qquad fi(x) := ye0(x)$$



$$b_2 := k_2 \qquad ye1(x) := b_2\left(x - X_2\right) \qquad fi(x) := fi(x) + ye1(x)$$

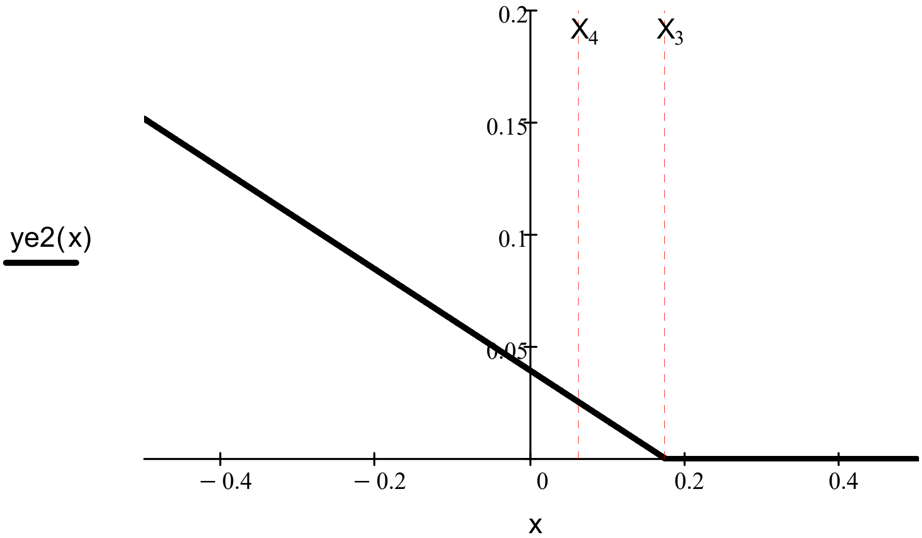


II квадрант, на закривання

$b_3 := k_2 - k_3 = -0.225$

$$ye2(x) := \begin{cases} b_3(x - X_3) & \text{if } b_3(x - X_3) \ge 0 \\ 0 & \text{if } b_3(x - X_3) \le 0 \end{cases}$$

$fi(x) := fi(x) + ye2(x)$

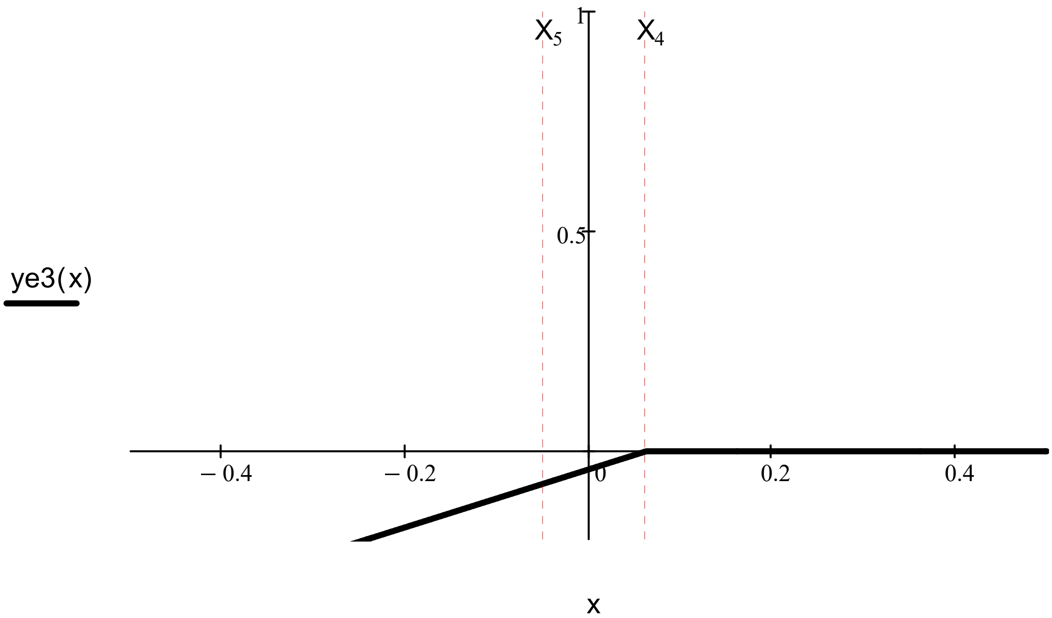


II квадрант, на закривання

$b_4 := k_3 - k_4 = 0.658$

$$ye3(x) := \begin{cases} b_4(x - X_4) & \text{if } b_4(x - X_4) \le 0 \\ 0 & \text{if } b_4(x - X_4) \ge 0 \end{cases}$$

$fi(x) := fi(x) + ye3(x)$

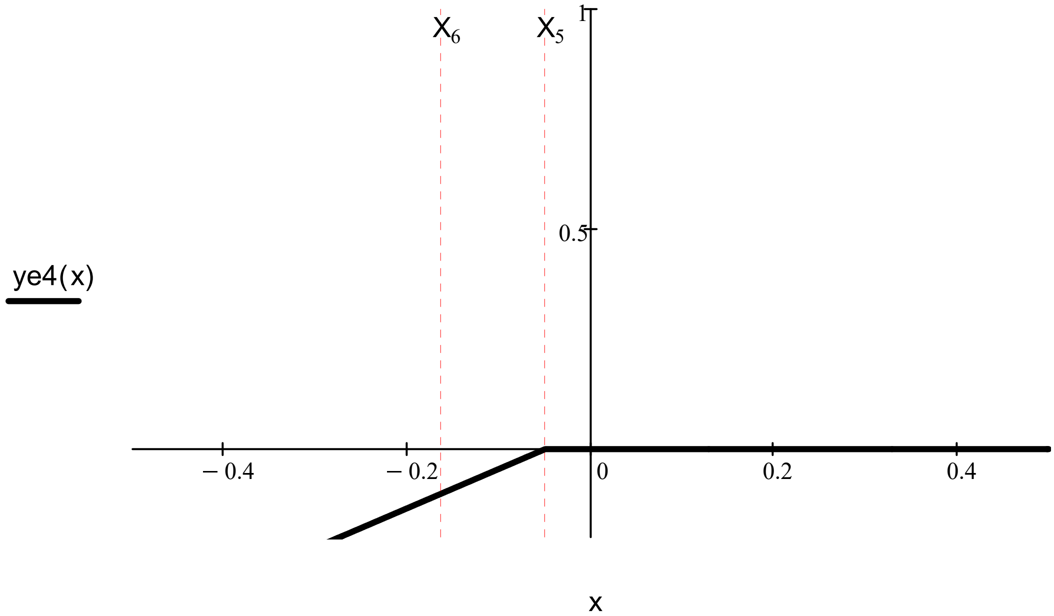


III квадрант, на відкривання

$b_5 := k_4 - k_5 = 0.892$

$$ye4(x) := \begin{cases} b_5(x - X_5) & \text{if } b_5(x - X_5) \le 0 \\ 0 & \text{if } b_5(x - X_5) \ge 0 \end{cases}$$

$fi(x) := fi(x) + ye4(x)$

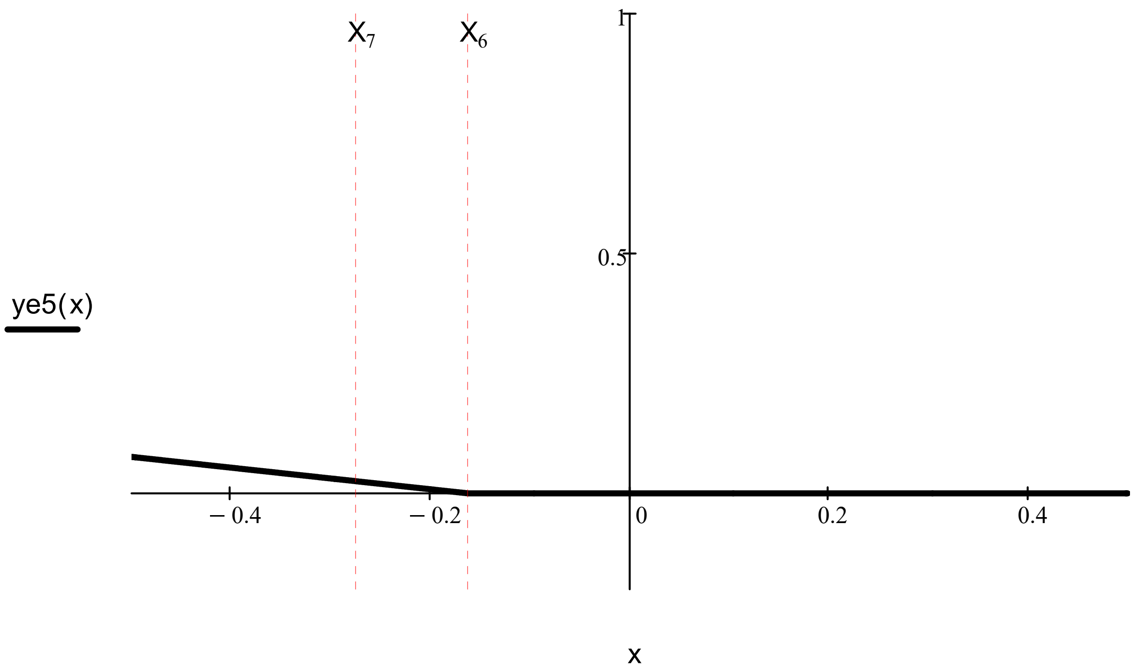


III квадрант, на відкривання

$b_6 := k_5 - k_6$

$$ye5(x) := \begin{cases} b_6\cdot(x - X_6) & \text{if } b_6\cdot(x - X_6) \ge 0 \\ 0 & \text{if } b_6\cdot(x - X_6) \le 0 \end{cases}$$

$fi(x) := fi(x) + ye5(x)$

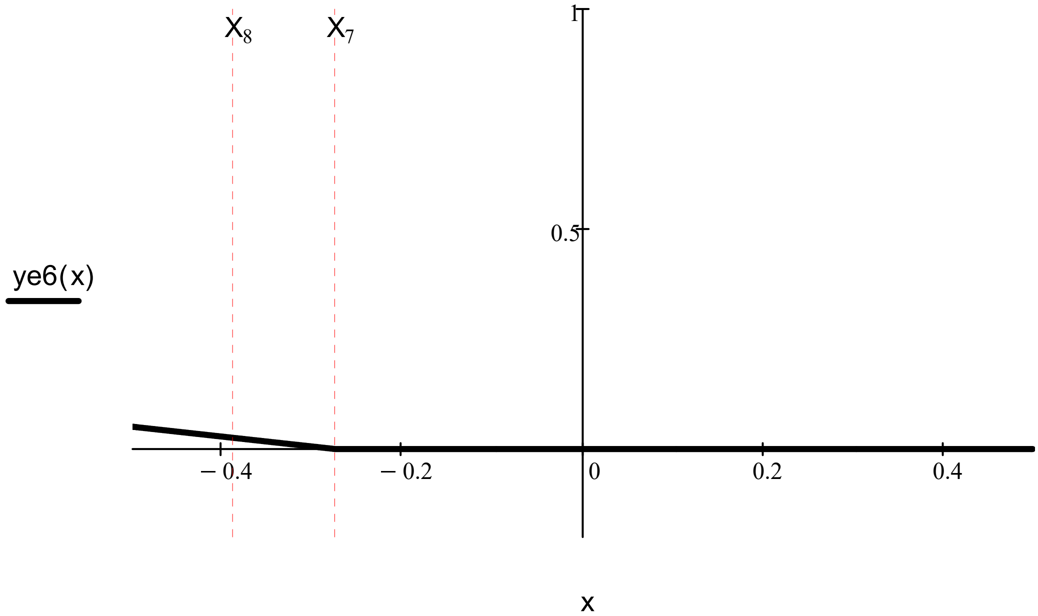


II квадрант, на відкривання

$b_7 := k_6 - k_7$

$$ye6(x) := \begin{cases} b_7 \cdot (x - X_7) & \text{if } b_7 \cdot (x - X_7) \ge 0 \\ 0 & \text{if } b_7 \cdot (x - X_7) \le 0 \end{cases}$$

$fi(x) := fi(x) + ye6(x)$

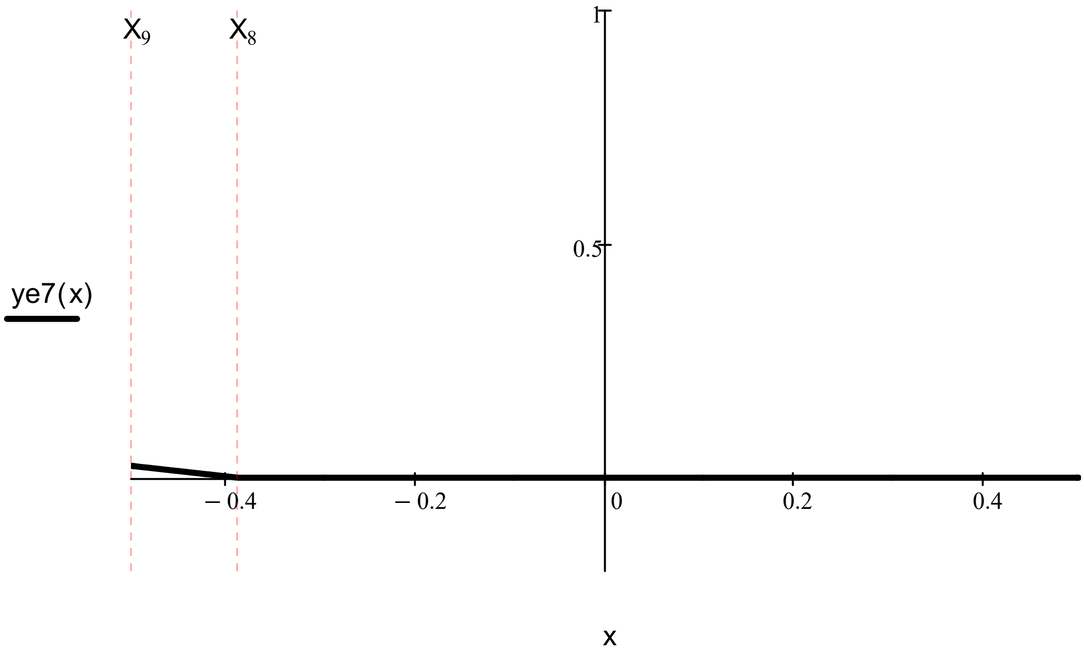


II квадрант, на відкривання

$b_8 := k_7 - k_8$

$$ye7(x) := \begin{cases} b_8 \cdot (x - X_8) & \text{if } b_8 \cdot (x - X_8) \ge 0 \\ 0 & \text{if } b_8 \cdot (x - X_8) \le 0 \end{cases}$$

$fi(x) := fi(x) + ye7(x)$

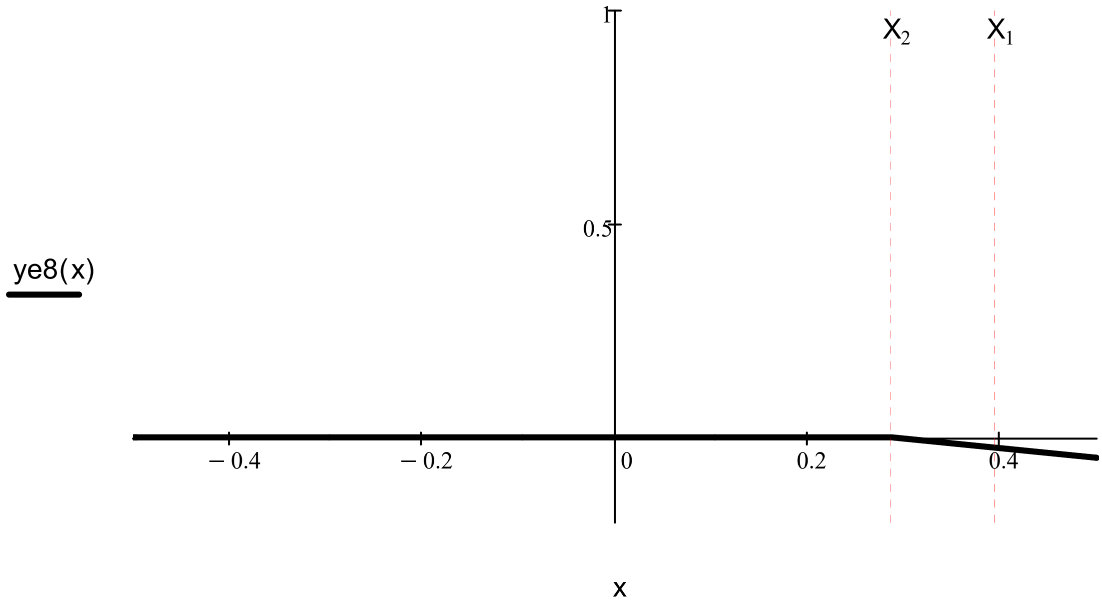


II квадрант, на відкривання

$b_1 := k_1 - k_2$

$$ye8(x) := \begin{cases} b_1 \cdot (x - X_2) & \text{if } b_1 \cdot (x - X_2) \le 0 \\ 0 & \text{if } b_1 \cdot (x - X_2) \ge 0 \end{cases}$$

$fi(x) := fi(x) + ye8(x)$

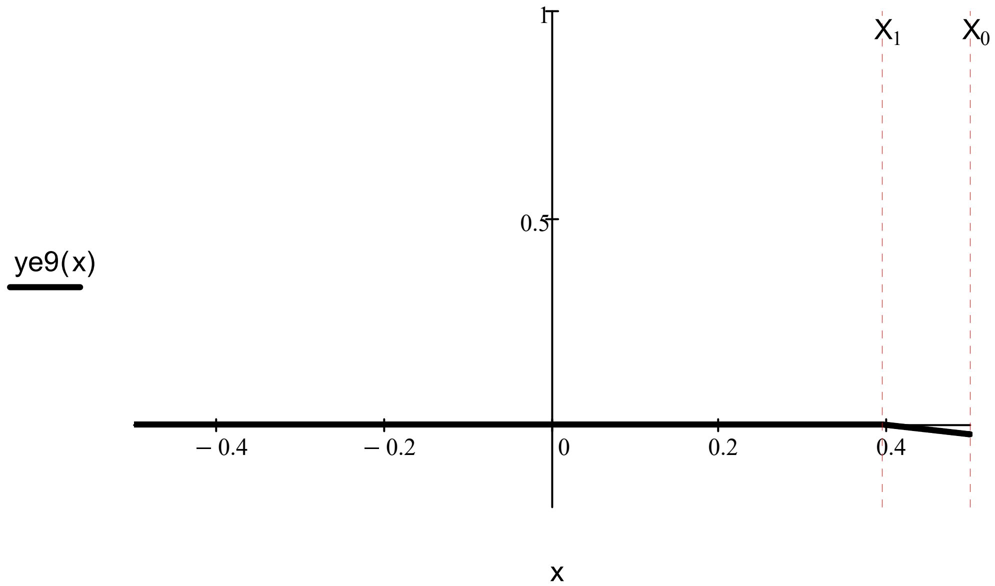


IV квадрант, на закривання

$b_0 := k_0 - k_1 = -0.228$

$$ye9(x) := \begin{cases} b_0 \cdot (x - X_1) & \text{if } b_0 \cdot (x - X_1) \le 0 \\ 0 & \text{if } b_0 \cdot (x - X_1) \ge 0 \end{cases}$$

$fi(x) := fi(x) + ye9(x)$



IV квадрант, на закривання

Виконаємо розрахунок наступних значень:

- значення $\varphi(x_0^a)$ для першого лінійного доданку

$$\mathrm{fi}(X_2) = -0.081$$

- значення $b_0=k_0$ та x_0 для другого лінійного доданку (у23)

$b_2 = -0.463$ $\quad$ $k_2 = -0.463$ $\quad$ $X_2 = 0.287$

- значення $b_i=k_i-k_{i-1}$ та X_{REFi} для кожного елементарного нелінійного доданку

$i := 1 .. 9$ $\qquad$ $Xref_i := X_i - \frac{Yk_i}{k_{i-1}}$

$b_0 = -0.228$	$Xref_1 = 0.226$
$b_1 = -0.225$	$Xref_2 = 0.169$
$b_2 = -0.463$	$Xref_3 = 0.112$
$b_3 = -0.225$	$Xref_4 = 0.053$
$b_4 = 0.658$	$Xref_5 = 0.06$
$b_5 = 0.892$	$Xref_6 = 5.389 \times 10^{-3}$
$b_6 = -0.225$	$Xref_7 = 0.03$
$b_7 = -0.225$	$Xref_8 = 0.081$
$b_8 = -0.225$	$Xref_9 = 0.175$