

Поиск булевой производной

Метод булевой производной рассчитан на синтез тестов для одиночных константных неисправностей и использует аналитическую форму функционального описания ОД.

Булевой производной функции $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ по x_i называется функция:

$$\frac{df(x)}{dx_i} = f(x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, 0, x_{i+1}, \dots, x_n) \oplus f(x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, 1, x_{i+1}, \dots, x_n).$$

Булева производная принимает единичное значение на тех наборах значений логических переменных x_1, x_2, \dots, x_n (кроме x_i), при которых изменение состояния x_i приводит к изменению значения функции $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Тестовым набором для неисправности $x_i/0$ ($x_i/1$) являются

наборы значения логических переменных, при которых функция $x_i \cdot \frac{df(x)}{dx_i}$ ($\bar{x}_i \cdot \frac{df(x)}{dx_i}$)

принимает единичное значение.

Ниже приведены примеры, поясняющие вычисление тестовых наборов методом булевой производной.

Пример 5.1.

Дана схема, реализующая функцию $f(x) = x_1 x_2 \vee x_3$. Найти тесты неисправностей $x_1/0$ и $x_1/1$.

$$\frac{df(x)}{dx_1} = (1 \cdot x_2 \vee x_3) \oplus (0 \cdot x_2 \vee x_3) = (x_2 \vee x_3) \oplus x_3 = x_2 \bar{x}_3.$$

Тестовый набор для $x_1/0$ определяется исходя из условия $x_i \cdot \frac{df(x)}{dx_i} = 1$, т.е. $x_1 x_2 \bar{x}_3 = 1$. Следовательно, входной набор 110 обнаруживает неисправность $x_1/0$. Аналогичным образом, для неисправности $x_1/1$ необходимо, чтобы $\bar{x}_i \cdot \frac{df(x)}{dx_i} = 1$, следовательно входной набор 010 обнаруживает неисправность $x_1/1$.

Пример 5.2.

Дана схема (рис.5.5), реализующая функцию $f(X) = x_1 x_2 \vee x_1 \bar{x}_2$. Найти тесты неисправностей $x_2/0$ и $x_2/1$.

$$\frac{df(X)}{dx_1} = (1 \cdot x_1 \vee 0 \cdot x_1) \oplus (0 \cdot x_1 \vee 1 \cdot x_1) = 0.$$

Это означает, что $f(X)$ не зависит от x_1 .

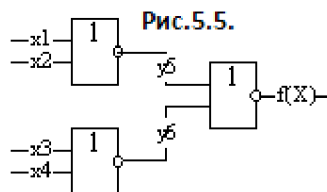
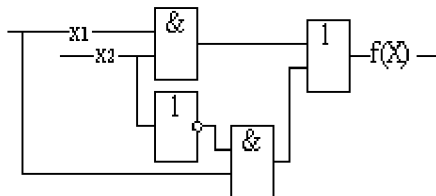


Рис.5.6.

Т

Пример 5.3.

Дана схема, изображенная на рис.5.6. Найти тест неисправности $y_6/0$.

Сначала необходимо выразить $f(x)$ через внутренние переменные схемы:

$$f(X) = \overline{y_5} \vee y_6.$$

Затем найти булеву производную:

$$\frac{df(X)}{dy_6} = (\overline{y_5 \vee 0}) \oplus (\overline{y_5 \vee 1}) = \overline{y_5} = x_1 \vee x_2.$$

Тестовый набор для неисправности $y_6/0$ находится исходя из условия $y_6 \cdot \frac{df(X)}{dy_6} = 1$.

Нетрудно убедиться в том, что тестовые наборы 1x00 и x100 обнаруживают неисправность $y_6/0$.

Метод поиска частных булевых производных:

Частной булевой производной называется $\frac{dy}{dx} = y(x_1 \dots x_i \dots x_n) \oplus y(\bar{x}_1 \dots \bar{x}_i \dots \bar{x}_n) \quad (1)$

Так как в булевой $\{0,1\}$

$$\frac{dy}{dx} = y(x_1 \dots 1 \dots x_n) \oplus y(\bar{x}_1 \dots 0 \dots \bar{x}_n) \quad (0)$$

Выполняется условие проявления неисправности (\forall неисправность – инверсия правильного сигнала.)

Пусть будет существенным $\frac{dy}{dx_i} = 1$ и активизированным условие транспортировки неисправности.

$$x_i^{e_i} * \frac{dy}{dx_i} = 1, \quad (4) \quad \text{где } e_i = \{0,1\} \quad \begin{cases} x_i^{e_i} = x_i, e_i = 1 \\ x_i^{e_i} = \bar{x}_i, e_i = 0 \end{cases}$$

(3) - решая эту систему можно найти все наборы, которые могут быть включены в тесты.
(4)

Чтобы получить полный тест необходимо найти производную для всех комбинаций.

$\{x_i, y_i\}, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}$ для всех одномерных путей.

$$1. \frac{dy}{dx_i} = \frac{d\bar{y}}{dx_i} = \frac{dy}{dx_i} = \frac{d\bar{y}}{dx_i}$$

$$2. \frac{d1}{dx_i} = \frac{d0}{dx_i} = 0, \quad \frac{dy_i}{dx_i} = 1$$

$$3. \frac{d(k \cdot y(x \dots x_n))}{dx_i} = k \frac{dy(x \dots x_n)}{dx_i}$$

$$4. \frac{d(y_1 * y_2)}{dx} = y_1 \frac{dy_2}{dx_i} \oplus y_2 \frac{dy_1}{dx_i} \oplus \frac{dy_1}{dx_i} \oplus \frac{dy_2}{dx_i}$$

$$5. \frac{d(y_1 \vee y_2)}{dx} = \bar{y}_1 \frac{dy_2}{dx_i} \oplus \bar{y}_2 \frac{dy_1}{dx_i} \oplus \frac{dy_1}{dx_i} \oplus \frac{dy_2}{dx_i}$$

$$6. \frac{d(y_1 \oplus y_2)}{dx_i} = \frac{dy_1}{dx_i} \oplus \frac{dy_2}{dx_i}$$

$$7. \text{Если } y = x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_i \cdot \dots \cdot x_n \text{ конъюнкция} \quad \frac{dy}{dx_i} = x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_i \cdot \dots \cdot x_n$$

$$8. \text{Если } y = x_1 + x_2 + \dots + x_i + \dots + x_n \text{ дизъюнкция} \quad \frac{dy}{dx_i} = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \dots \cdot \bar{x}_i \cdot \dots \cdot \bar{x}_n$$

$$9. \text{Если } y = y(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n)$$

$$y_n = y_n(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n)$$

$$\frac{dy}{dx_i} = \frac{dy}{dy_1} \cdot \frac{dy_1}{dx_i} \oplus \frac{dy}{dy_2} \cdot \frac{dy_2}{dx_i} \oplus \dots \oplus \frac{dy}{dy_m} \cdot \frac{dy_m}{dx_i} \oplus \frac{d^2 y}{dy_1 dy_2} \oplus \dots \oplus \frac{d^m y}{dy_1 dy_2 \dots dy_m} \cdot \frac{dy_1}{dx_i} \cdot \frac{dy_2}{dx_i} \cdot \dots \cdot \frac{dy_m}{dx_i}$$

$$y = y_1 \cdot y_2 \cdot y_3$$

$$y_1 = x_1 \cdot x_2 + x_3$$

$$y_2 = x_1 \cdot x_3 + \overline{x_2}$$

$$y_3 = x_2 \cdot x_3$$

Тогда мы получим.

$$\frac{dy}{dx_2} = \frac{dy}{dy_1} \cdot \frac{dy_1}{dx_2} \oplus \frac{dy}{dy_2} \cdot \frac{dy_2}{dx_2} \oplus \dots \oplus \frac{dy}{dy_m} \cdot \frac{dy_m}{dx_2} \oplus \frac{d^2 y}{dy_1 dy_2} \cdot \frac{dy_1}{dx_2} \cdot \frac{dy_2}{dx_2} \oplus \dots \oplus \frac{d^2 y dy_2}{dy_1 dy_2 dx_2} \cdot \frac{dy_3}{dx_2} \oplus \dots \oplus \frac{d^3 y}{dy_i dy_2 dy_3} \cdot \frac{dy_1}{dx_2} \cdot \frac{dy_2}{dx_2} \cdot \frac{dy_3}{dx_2}$$

$$\frac{dy_1}{dx_2} = \frac{d(x_1 * x_2 * x_m)}{dx} = \overline{x_1} * \overline{x_2} \frac{dx_3}{dx_2} \oplus \overline{x_1} * \frac{dx_1 x_2}{dx_2} = \overline{x_2} * x_1$$

$$\frac{dy_2}{dx_2} = \frac{d(x_1 x_3 + \overline{x_2})}{dx} = x_1 x_3 \frac{d\overline{x_2}}{dx_2} + x_2 \frac{dx_1 x_3}{dx_2} = \overline{x_1 x_3} = \overline{x_1} + \overline{x_3}$$

После всех преобразований $\frac{dy}{dx_2} = x_1 x_3 \equiv 0$

	x_1	x_2	x_3
	1	1	1
$x_2 \equiv 1$	1	0	1