

Министерство образования и науки Украины  
Национальный технический университет Украины  
“Киевский Политехнический Институт”  
Кафедра ТОЭ

***Расчетно-графическая работа***  
***“Трёхфазные цепи”***  
*Вариант 382*

Выполнил:\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Проверил:\_\_\_\_\_

**Киев 2007**

## Условие задания

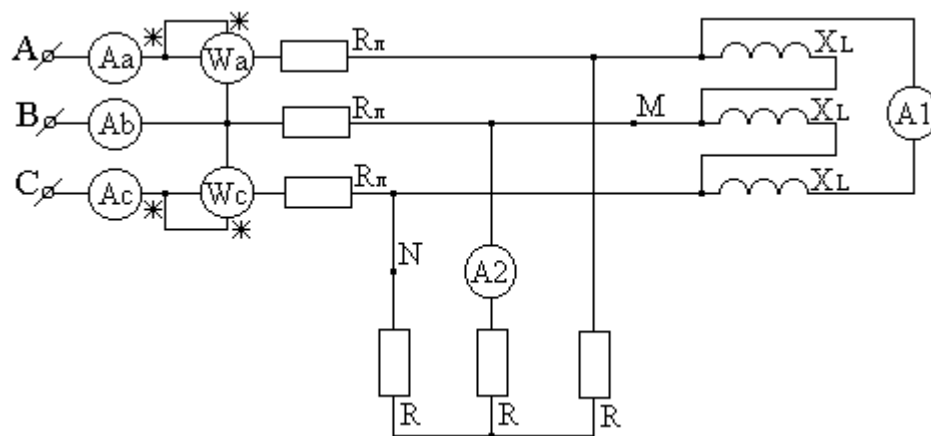
Симметричный трёхфазный генератор с обмотками, соединёнными в звезду, питает через трехпроводную линию электропередачи нагрузку с элементами, соединёнными звездой и треугольником.

### Требуется:

1. Определить показания включенных в цепь измерительных приборов, полагая нагрузки симметричной.
2. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
3. По результатам расчета п.1 построить для симметричной нагрузки совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.
4. Провести расчет токов во всех ветвях напряжений на всех участках цепи, определить показания измерительных приборов в аварийном режиме, делая обрыв в указанной точке.
5. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
6. По результатам расчета п.4 построить совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.

$$U_A := 200 \quad U_B := U_A \quad U_C := U_B \quad \psi_A := 0 \quad R_L := 10 \quad R := 42 \quad X_L := 21$$

Обрыв проводится в точке N.



Общая схема трёхфазной цепи

### Определение показаний измерительных приборов при симметричной нагрузке.

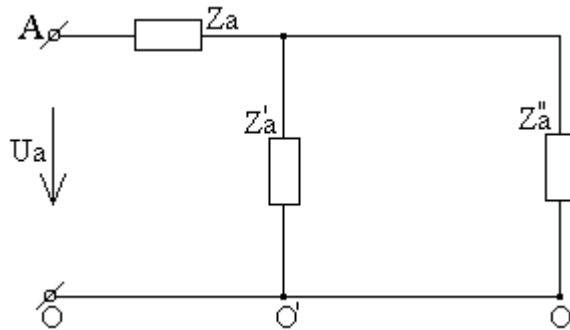
Так как нагрузка симметрическая, то будем проводить расчет только по одной фазе. Токи в остальных фазах будут такими же, только будут отличаться углы.

Для определения токов в ветвях цепи необходимо первоначально произвести упрощение схемы, сведя её к схеме с элементами, соединенными звездой.

$$X'_L := \frac{X_L \cdot i \cdot X_L \cdot i}{3 \cdot X_L \cdot i} \quad X'_L = 7i$$

За опорную примем фазу А. Фазные напряжения генератора и сопротивления элементов нагрузки в комплексной форме равны:

$$\begin{aligned} E_A &:= U_A \cdot e^{i \cdot \psi_A \cdot \frac{\pi}{180}} & E_B &:= U_B \cdot e^{i(\psi_A - 120) \cdot \frac{\pi}{180}} & E_C &:= U_C \cdot e^{i(\psi_A + 120) \cdot \frac{\pi}{180}} \\ F(E_A) &= (200 \ 0) & F(E_B) &= (200 \ -120) & F(E_C) &= (200 \ 120) \\ Z_a &:= R_L & Z_b &:= Z_a & Z_c &:= Z_b & Z_a &= 10 \\ Z'_a &:= R & Z'_b &:= Z'_a & Z'_c &:= Z'_b & Z'_a &= 42 \\ Z''_a &:= X'_L & Z''_b &:= Z''_a & Z''_c &:= Z''_b & Z''_a &= 7i \end{aligned}$$



Преобразованная схема (фаза А)

Эквивалентное сопротивление данной схемы равно:

$$Z_{ea} := Z_a + \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea} = 11.135 + 6.811i$$

Ток в фазе А, согласно закону Ома, равен:

$$I_A := \frac{E_A}{Z_{ea}} \quad I_A = 13.071 - 7.995i \quad F(I_A) = (15.322 \ -31.452)$$

Соответственно в фазах В и С:

$$I_B := I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_B = -13.459 - 7.322i \quad F(I_B) = (15.322 \ -151.452)$$

$$I_C := I_A \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_C = 0.388 + 15.317i \quad F(I_C) = (15.322 \ 88.548)$$

Фазное напряжение на параллельном участке А'О равно:

$$Z_{ea'} := \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea'} = 1.135 + 6.811i$$

$$U_{A'O} := I_A \cdot Z_{ea'} \quad U_{A'O} = 69.289 + 79.949i$$

Токи звезды равны:

$$\begin{aligned} \Gamma_A &:= \frac{U_{A'O}}{Z_a} & \Gamma_A &= 1.65 + 1.904i & F(\Gamma_A) &= (2.519 \quad 49.086) \\ \Gamma_B &:= \Gamma_A \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} & \Gamma_B &= 0.824 - 2.38i & F(\Gamma_B) &= (2.519 \quad -70.914) \\ \Gamma_C &:= \Gamma_A \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} & \Gamma_C &= -2.473 + 0.477i & F(\Gamma_C) &= (2.519 \quad 169.086) \end{aligned}$$

Линейное напряжение равно:

$$U_{A'B'} := U_{A'O} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad U_{A'B'} = 173.172 + 59.918i \quad F(U_{A'B'}) = (183.245 \quad 19.086)$$

Остальные токи равны:

$$\begin{aligned} \Gamma''_A &:= \frac{U_{A'B'}}{X_L \cdot i} & \Gamma''_A &= 2.853 - 8.246i & F(\Gamma''_A) &= (8.726 \quad -70.914) \\ \Gamma''_B &:= \Gamma''_A \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} & \Gamma''_B &= -8.568 + 1.652i & F(\Gamma''_B) &= (8.726 \quad 169.086) \\ \Gamma''_C &:= \Gamma''_A \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} & \Gamma''_C &= 5.715 + 6.594i & F(\Gamma''_C) &= (8.726 \quad 49.086) \end{aligned}$$

На основании выполненных расчетов, показания амперметров будут равны:

$$A_1 = 8.726 \text{ (A)} \quad A_2 = 2.519 \text{ (A)} \quad A_a = 15.322 \text{ (A)} \quad A_b = 15.322 \text{ (A)} \quad A_c = 15.322 \text{ (A)}$$

Находим показания ваттметров. Ваттметры показывают вещественную часть произведения комплекса напряжения, приложенного к обмотке напряжения (его отсчитывают от начала обмотки к концу), на сопряженный комплекс тока, протекающего через обмотку тока:

Показание ваттметра  $W_a$ :

$$\begin{aligned} E_{AB} &:= E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} & E_{AB} &= 300 + 173.205i \\ W_a &:= \operatorname{Re}(E_{AB} \cdot \overline{I_A}) & W_a &= 2.537 \times 10^3 \end{aligned}$$

Показание ваттметра  $W_b$ :

$$\begin{aligned} E_{CB} &:= E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot (30+180) \cdot \frac{\pi}{180}} & E_{CB} &= 346.41i \\ W_c &:= \operatorname{Re}(E_{CB} \cdot \overline{I_C}) & W_c &= 5.306 \times 10^3 \end{aligned}$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_c \quad W = 7.843 \times 10^3$$

### ***Баланс активной и реактивной мощностей***

Правильность расчетов проверим, составив баланс активных и реактивных мощностей. Мощность источника энергии определяют в виде суммы произведений комплексов фазных ЭДС (напряжений) на сопряженные комплексы токов соответствующих фаз. В симметричной трёхфазной системе мощность, отдаваемая в нагрузку источником, равна утроенной мощности одной фазы.

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C}$$

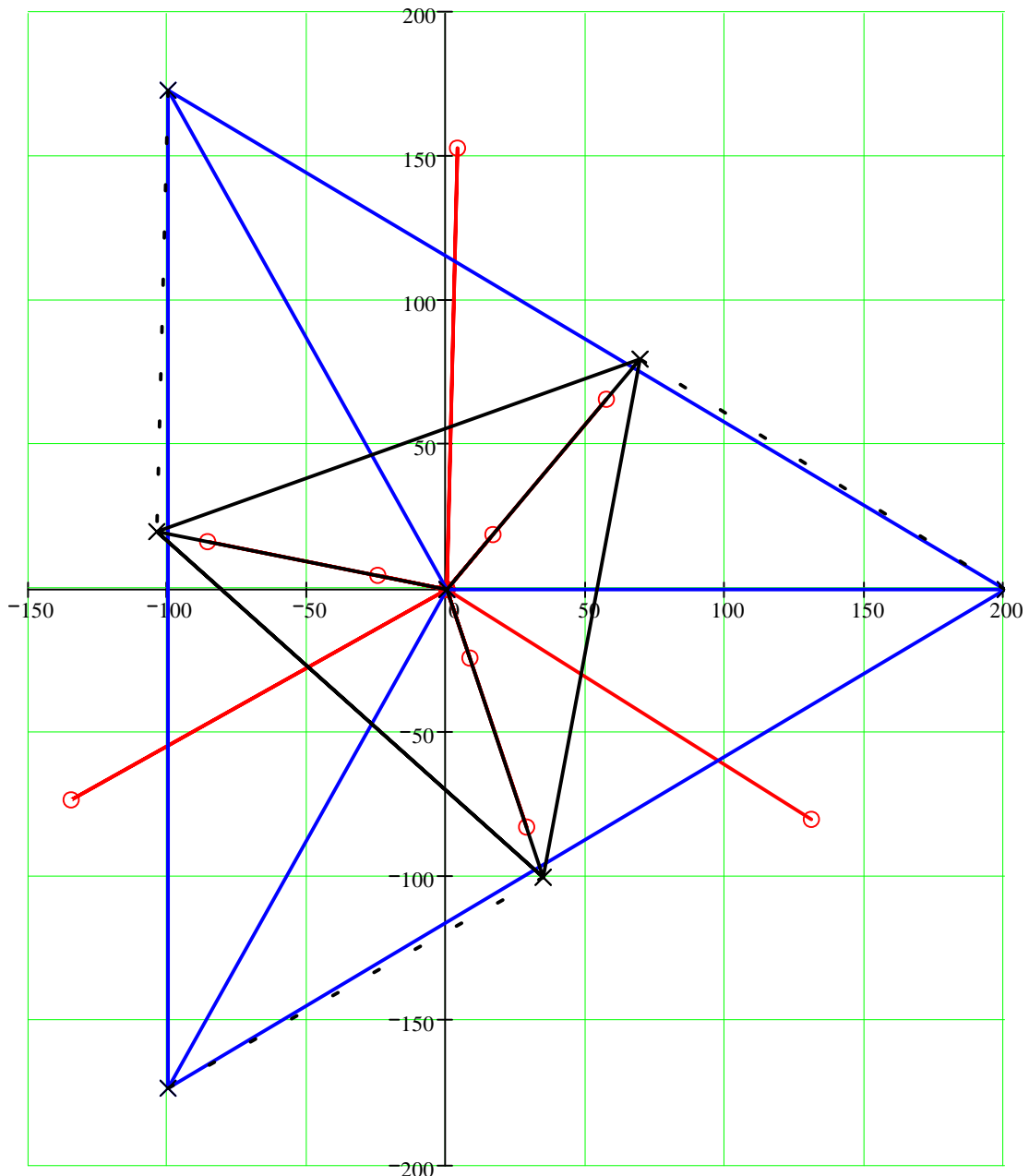
$$S_r = 7.843 \times 10^3 + 4.797i \times 10^3$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

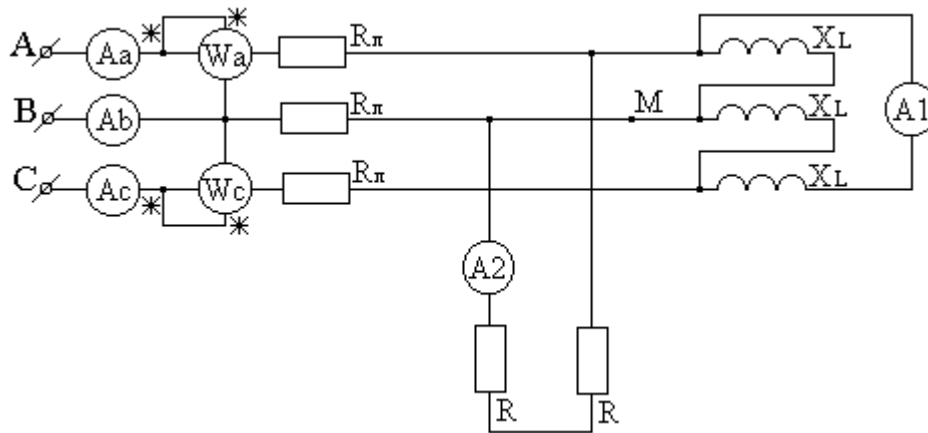
$$P_{pr} := \left[ (|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R_L + \left[ (|I'_A|)^2 + (|I'_B|)^2 + (|I'_C|)^2 \right] \cdot R \quad P_{pr} = 7.843 \times 10^3$$

$$Q_{pr} := \left[ (|I''_A|)^2 + (|I''_B|)^2 + (|I''_C|)^2 \right] \cdot X_L \cdot i \quad Q_{pr} = 4.797i \times 10^3$$

***Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.***



**Определение показаний измерительных приборов в аварийном режиме.**

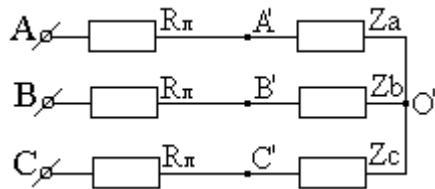


Несимметричная трёхфазная система.

$$R' := R + R$$

$$R' = 84$$

Параллельно включенные сопротивления нагрузки можно заменить эквивалентными, в результате чего образуется несимметричный треугольник. Заменяя его эквивалентной звездой, рассчитываемую цепь приводят к виду:



Несимметричная звезда.

Сопротивления несимметричного треугольника равны:

$$Z_{B'C'} := \frac{X_L \cdot i \cdot R'}{R' + X_L \cdot i}$$

$$Z_{B'C'} = 4.941 + 19.765i$$

$$Z_{A'B'} := X_L \cdot i \quad Z_{C'A'} := X_L \cdot i$$

Сопротивление эквивалентной звезды:

$$Z_a := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}}$$

$$Z_a = -0.568 + 7.095i$$

$$Z_b := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{B'C'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}}$$

$$Z_b = 1.135 + 6.811i$$

$$Z_c := \frac{Z_{B'C'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}}$$

$$Z_c = 1.135 + 6.811i$$

Полные комплексные сопротивления в каждой фазе цепи:

$$Z_{ea} := Z_a + Z_a$$

$$Z_{ea} = 9.432 + 7.095i$$

$$Z_{eb} := Z_b + Z_b$$

$$Z_{eb} = 11.135 + 6.811i$$

$$Z_{ec} := Z_c + Z_c$$

$$Z_{ec} = 11.135 + 6.811i$$

Фазные напряжения на нагрузке в цепи удобно определять, вычислив предварительно смещение нейтрали:

$$Y_A := \frac{1}{Z_{ea}}$$

$$Y_B := \frac{1}{Z_{eb}}$$

$$Y_C := \frac{1}{Z_{ec}}$$

$$Y_A = 0.068 - 0.051i$$

$$Y_B = 0.065 - 0.04i$$

$$Y_C = 0.065 - 0.04i$$

$$U_{O''O} := \frac{E_A \cdot Y_A + E_B \cdot Y_B + E_C \cdot Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C}$$

$$U_{O''O} = 6.73 - 6.603i$$

Фазные напряжения на элементах нагрузки цепи равны:

$$\begin{aligned} U_{AO''} &:= E_A - U_{O''O} & U_{AO''} &= 193.27 + 6.603i & F(U_{AO''}) &= (193.383 \quad 1.957) \\ U_{BO''} &:= E_B - U_{O''O} & U_{BO''} &= -106.73 - 166.603i & F(U_{BO''}) &= (197.858 \quad -122.645) \\ U_{CO''} &:= E_C - U_{O''O} & U_{CO''} &= -106.73 + 179.808i & F(U_{CO''}) &= (209.098 \quad 120.692) \end{aligned}$$

Токи в фазах, равные фазным токам генератора и линейным токам исходной системы, определяют по закону Ома:

$$\begin{aligned} I_A &:= \frac{U_{AO''}}{Z_{ea}} & I_A &= 13.423 - 9.396i & F(I_A) &= (16.385 \quad -34.992) \\ I_B &:= \frac{U_{BO''}}{Z_{eb}} & I_B &= -13.635 - 6.622i & F(I_B) &= (15.158 \quad -154.097) \\ I_C &:= \frac{U_{CO''}}{Z_{ec}} & I_C &= 0.212 + 16.018i & F(I_C) &= (16.019 \quad 89.24) \\ U_{AB} &:= E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 - \frac{\pi}{180}} & U_{AB} &= 300 + 173.205i & F(U_{AB}) &= (346.41 \quad 30) \\ U_{AA'} &:= I_A \cdot Z_a & U_{AA'} &= 134.228 - 93.96i & F(U_{AA'}) &= (163.846 \quad -34.992) \\ U_{BC} &:= E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 - \frac{\pi}{180}} & U_{BC} &= -346.41i & F(U_{BC}) &= (346.41 \quad -90) \\ U_{BB'} &:= I_B \cdot Z_b & U_{BB'} &= -136.352 - 66.219i & F(U_{BB'}) &= (151.581 \quad -154.097) \\ U_{CA} &:= E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 - \frac{\pi}{180}} & U_{CA} &= -300 + 173.205i & F(U_{CA}) &= (346.41 \quad 150) \\ U_{CC'} &:= I_C \cdot Z_c & U_{CC'} &= 2.124 + 160.179i & F(U_{CC'}) &= (160.193 \quad 89.24) \end{aligned}$$

Для определения токов во всех ветвях рассчитываемой схемы необходимо определить напряжение между точками A', B' и C'.

Согласно второму закону Кирхгофа:

$$U_{AB} := U_{AA'} + U_{A'B'} - U_{BB'}$$

отсюда:

$$U_{A'B'} := U_{AB} - U_{AA'} + U_{BB'} \quad U_{A'B'} = 29.42 + 200.946i \quad F(U_{A'B'}) = (203.088 \quad 81.671)$$

аналогично вычисляют

$$U_{B'C'} := U_{BC} - U_{BB'} + U_{CC'} \quad U_{B'C'} = 138.476 - 120.013i \quad F(U_{B'C'}) = (183.245 \quad -40.914)$$

$$U_{C'A'} := U_{CA} - U_{CC'} + U_{AA'} \quad U_{C'A'} = -167.896 - 80.933i \quad F(U_{C'A'}) = (186.385 \quad -154.264)$$

$$Z'_{b'c'} := Z'_b + Z'_c \quad Z'_{b'c'} = 84$$

$$Z''_{a'b'} := X_L \cdot i \quad Z''_{b'c'} := Z''_{a'b'} \quad Z''_{c'a'} := Z''_{b'c'} \quad Z''_{a'b'} = 21i$$

Ток в нагрузке  $Z'_{b'c'}$ , согласно закону Ома, равен:

$$\begin{aligned} I_C &:= \frac{U_{B'C'}}{Z'_{b'c'}} & I_C &= 1.649 - 1.429i & F(I_C) &= (2.181 \quad -40.914) \\ I_B &:= I_C \end{aligned}$$

Токи в нагрузке, соединенной треугольником в системе могут быть вычислены по закону Ома.

$$I''_{A'B'} := \frac{U_{A'B'}}{Z''_{a'b'}} \quad I''_{A'B'} = 9.569 - 1.401i \quad F(I''_{A'B'}) = (9.671 \quad -8.329)$$

$$I''_{B'C'} := \frac{U_{B'C'}}{Z''_{b'c'}} \quad I''_{B'C'} = -5.715 - 6.594i \quad F(I''_{B'C'}) = (8.726 \quad -130.914)$$

$$I''_{C'A'} := \frac{U_{C'A'}}{Z''_{c'a'}} \quad I''_{C'A'} = -3.854 + 7.995i \quad F(I''_{C'A'}) = (8.875 \quad 115.736)$$

Согласно выполненным расчетам, показания включенных в цепь амперметров равны:

$$A_1 = 8.875 (A) \quad A_2 = 2.181 (A) \quad A_a = 16.385 (A) \quad A_b = 15.158 (A) \quad A_c = 16.019 (A)$$

Расчет показаний ваттметров выполняется так же, как и в случае симметричной системы:

Показание ваттметра  $W_a$ :

$$E_{AB} := E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 - \frac{\pi}{180}} \quad E_{AB} = 300 + 173.205i$$

$$W_a := \operatorname{Re}(E_{AB} \cdot \overline{I_A}) \quad W_a = 2.399 \times 10^3$$

Показание ваттметра  $W_b$ :

$$E_{CB} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot (30+180) - \frac{\pi}{180}} \quad E_{CB} = 346.41i$$

$$W_c := \operatorname{Re}(E_{CB} \cdot \overline{I_C}) \quad W_c = 5.549 \times 10^3$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_c \quad W = 7.948 \times 10^3$$

### ***Баланс активной и реактивной мощностей***

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C} \quad S_r = 7.948 \times 10^3 + 5.217i \times 10^3$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$P_{pr} := \left[ (|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R_L + \left[ (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R \quad P_{pr} = 7.948 \times 10^3$$

$$Q_{pr} := \left[ (|I''_{A'B'}|)^2 + (|I''_{B'C'}|)^2 + (|I''_{C'A'}|)^2 \right] \cdot (X_L \cdot i) \quad Q_{pr} = 5.217i \times 10^3$$



*Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.*

