

Министерство образования и науки Украины
Национальный технический университет Украины
“Киевский Политехнический Институт”
Кафедра ТОЭ

Расчетно-графическая работа
“Трёхфазные цепи”
Вариант № 357

Выполнил:_____

Проверил:_____

Киев 2007

Условие задания

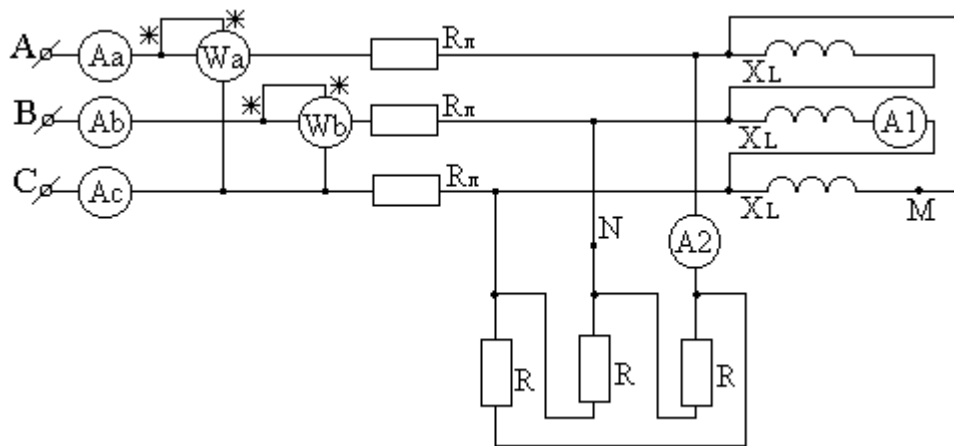
Симметричный трёхфазный генератор с обмотками, соединёнными в звезду, питает через трехпроводную линию электропередачи нагрузку с элементами, соединёнными звездой и треугольником.

Требуется:

1. Определить показания включенных в цепь измерительных приборов, полагая нагрузки симметричной.
2. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
3. По результатам расчета п.1 построить для симметричной нагрузки совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.
4. Провести расчет токов во всех ветвях напряжений на всех участках цепи, определить показания измерительных приборов в аварийном режиме, делая обрыв в указанной точке.
5. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
6. По результатам расчета п.4 построить совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.

$$U_A := 200 \quad U_B := U_A \quad U_C := U_B \quad \psi_A := 0 \quad R_L := 10 \quad R := 60 \quad X_L := 35$$

Обрыв проводится в точке М.



Общая схема трёхфазной цепи

Определение показаний измерительных приборов при симметричной нагрузке.

Так как нагрузка симметрическая, то будем проводить расчет только по одной фазе. Токи в остальных фазах будут такими же, только будут отличаться углы.

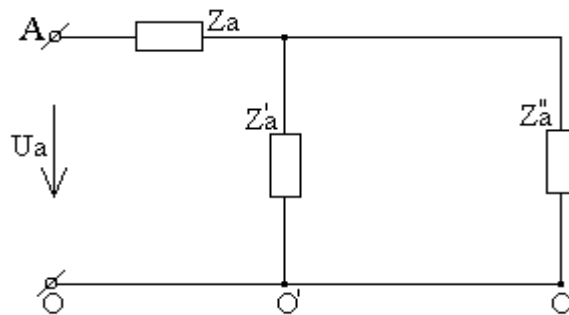
За опорную примем фазу А. Фазные напряжения генератора и сопротивления элементов нагрузки в комплексной форме равны:

$$E_A := U_A \cdot e^{i \cdot \psi_A \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_B := U_B \cdot e^{i \cdot (\psi_A - 120) \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_C := U_C \cdot e^{i \cdot (\psi_A + 120) \cdot \frac{\pi}{180}}$$

$$F(E_A) = (200 \ 0) \quad F(E_B) = (200 \ -120) \quad F(E_C) = (200 \ 120)$$

$$R' := \frac{R \cdot R}{R + R + R} \quad R' = 20 \quad X'_L := \frac{X_L \cdot X_L}{X_L + X_L + X_L} \quad X'_L = 11.667$$

$$\begin{array}{llll} Z_a := R_L & Z_b := Z_a & Z_c := Z_b & Z_a = 10 \\ Z'_a := R' & Z'_b := Z'_a & Z'_c := Z'_b & Z'_a = 20 \\ Z''_a := X'_L \cdot i & Z''_b := Z''_a & Z''_c := Z''_b & Z''_a = 11.667i \end{array}$$



Преобразованная схема (фаза А)

Эквивалентное сопротивление данной схемы равно:

$$Z_{ea} := Z_a + \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea} = 15.078 + 8.705i$$

Ток в фазе А, согласно закону Ома, равен:

$$I_A := \frac{E_A}{Z_{ea}} \quad I_A = 9.949 - 5.744i \quad F(I_A) = (11.488 \ -29.999)$$

$$I_B := I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_B = -9.948 - 5.744i \quad F(I_B) = (11.488 \ -149.999)$$

$$I_C := I_A \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_C = -2.643 \times 10^{-4} + 11.488i \quad F(I_C) = (11.488 \ 90.001)$$

Фазное напряжение на параллельных участках равно:

$$Z_{ea'} := \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea'} = 5.078 + 8.705i$$

$$U_{A'O} := I_A \cdot Z_{ea'} \quad U_{A'O} = 100.513 + 57.436i$$

Линейное напряжение равно:

$$U_{A'B'} := U_{A'O} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad U_{A'B'} = 200.51 - 0.893i \quad F(U_{A'B'}) = (200.512 \ -0.255)$$

Остальные токи равны:

$$\begin{aligned}
 I''_{A'B'} &:= \frac{U_{A'B'}}{X_L \cdot i} & I''_{A'B'} &= -0.026 - 5.729i & F(I''_{A'B'}) &= (5.729 \quad -90.255) \\
 I''_{B'C'} &:= I''_{A'B'} \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} & I''_{B'C'} &= -4.949 + 2.887i & F(I''_{B'C'}) &= (5.729 \quad 149.745) \\
 I''_{C'A'} &:= I''_{A'B'} \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} & I''_{C'A'} &= 4.974 + 2.842i & F(I''_{C'A'}) &= (5.729 \quad 29.745) \\
 I'_{A'B'} &:= \frac{U_{A'B'}}{R} & I'_{A'B'} &= 3.342 - 0.015i & F(I'_{A'B'}) &= (3.342 \quad -0.255) \\
 I'_{B'C'} &:= I'_{A'B'} \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} & I'_{B'C'} &= -1.684 - 2.887i & F(I'_{B'C'}) &= (3.342 \quad -120.255) \\
 I'_{C'A'} &:= I'_{A'B'} \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} & I'_{C'A'} &= -1.658 + 2.902i & F(I'_{C'A'}) &= (3.342 \quad 119.745) \\
 I_A &:= \frac{U_{A'O}}{Z_a} & I_A &= 5.026 + 2.872i & F(I_A) &= (5.788 \quad 29.745)
 \end{aligned}$$

На основании выполненных расчетов, показания амперметров будут равны:

$$A_1 = 5.729 \text{ (A)} \quad A_2 = 5.788 \text{ (A)} \quad A_a = 11.488 \text{ (A)} \quad A_b = 11.488 \text{ (A)} \quad A_c = 11.488 \text{ (A)}$$

Находим показания ваттметров. Ваттметры показывают вещественную часть произведения комплекса напряжения, приложенного к обмотке напряжения (его отсчитывают от начала обмотки к концу), на сопряженный комплекс тока, протекающего через обмотку тока:

Показание ваттметра W_a :

$$\begin{aligned}
 E_{AC} &:= E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} & E_{AC} &= 300 - 173.205i \\
 W_a &:= \operatorname{Re}(E_{AC} \cdot \overline{I_A}) & W_a &= 3.979 \times 10^3
 \end{aligned}$$

Показание ваттметра W_b :

$$\begin{aligned}
 E_{BC} &:= E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} & E_{BC} &= 300 - 173.205i \\
 W_b &:= \operatorname{Re}(E_{BC} \cdot \overline{I_B}) & W_b &= 1.99 \times 10^3
 \end{aligned}$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 5.969 \times 10^3$$

Баланс активной и реактивной мощностей

Правильность расчетов проверим, составив баланс активных и реактивных мощностей. Мощность источника энергии определяют в виде суммы произведений комплексов фазных ЭДС (напряжений) на сопряженные комплексы токов соответствующих фаз. В симметричной трёхфазной системе мощность, отдаваемая в нагрузку источником, равна утроенной мощности одной фазы.

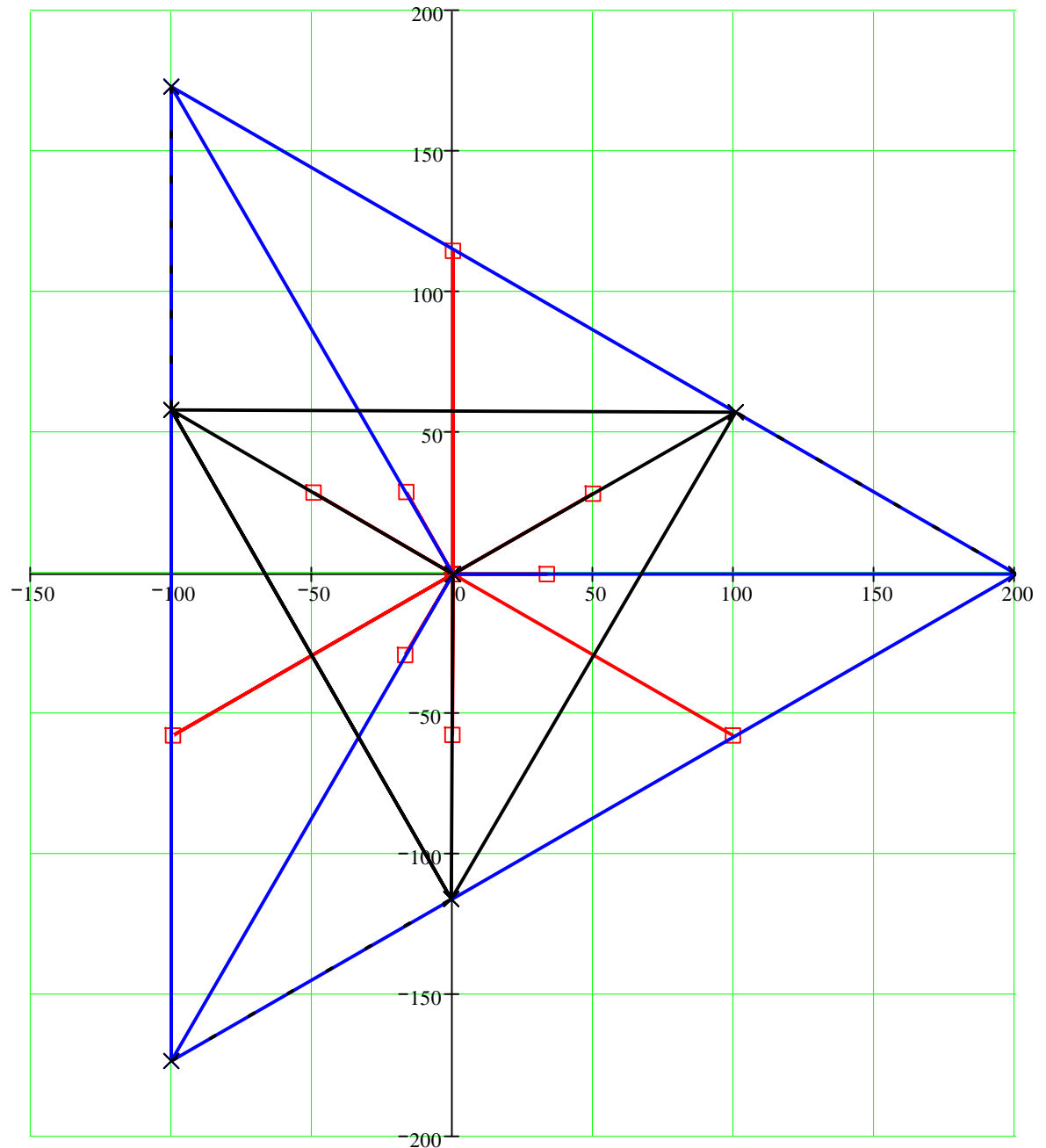
$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C} \quad S_r = 5.969 \times 10^3 + 3.446i \times 10^3$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

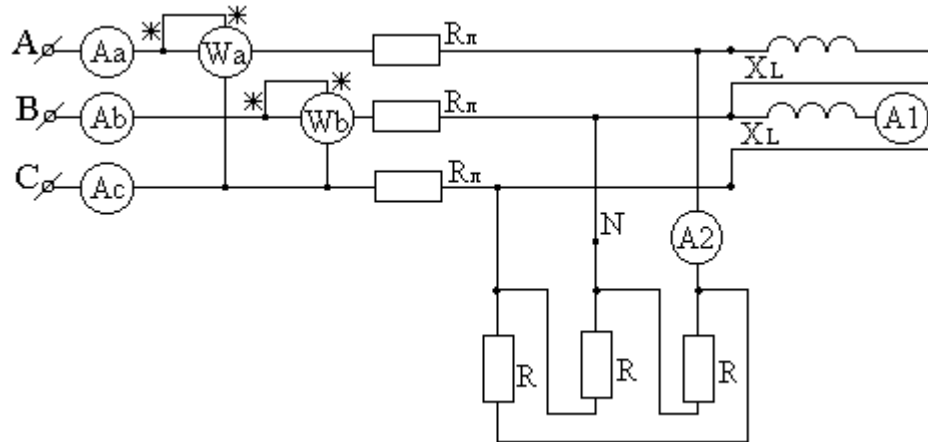
$$P_{\text{pr}} := \left[(|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R_L + \left[(|I'_{A'B'}|)^2 + (|I'_{B'C'}|)^2 + (|I'_{C'A'}|)^2 \right] \cdot R \quad P_{\text{pr}} = 5.969 \times 10^3$$

$$Q_{\text{pr}} := \left[(|I''_{A'B'}|)^2 + (|I''_{B'C'}|)^2 + (|I''_{C'A'}|)^2 \right] \cdot X_L \cdot i \quad Q_{\text{pr}} = 3.446i \times 10^3$$

Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.

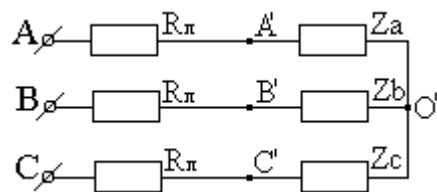


Определение показаний измерительных приборов в аварийном режиме.



Несимметричная трёхфазная система.

Параллельно включенные сопротивления нагрузки можно заменить эквивалентными, в результате чего образуется несимметричный треугольник. Заменив его эквивалентной звездой, рассчитываемую цепь приводят к виду:



Несимметричная звезда.

Сопротивления несимметричного треугольника равны:

$$Z_{C'A'} := R$$

$$Z_{C'A'} = 60$$

$$Z_{A'B'} := \frac{X_L \cdot i \cdot R}{R + X_L \cdot i}$$

$$Z_{B'C'} := Z_{A'B'}$$

$$Z_{B'C'} = 15.233 + 26.114i$$

Сопротивление эквивалентной звезды:

$$Z_a := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}}$$

$$Z_a = 15.077 + 8.615i$$

$$Z_b := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{B'C'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}}$$

$$Z_b = 0.078 + 8.749i$$

$$Z_c := \frac{Z_{B'C'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}}$$

$$Z_c = 15.077 + 8.615i$$

Полные комплексные сопротивления в каждой фазе цепи:

$$Z_{ea} := Z_a + Z_a$$

$$Z_{ea} = 25.077 + 8.615i$$

$$Z_{eb} := Z_b + Z_b$$

$$Z_{eb} = 10.078 + 8.749i$$

$$Z_{ec} := Z_c + Z_c$$

$$Z_{ec} = 25.077 + 8.615i$$

Фазные напряжения на нагрузке в цепи удобно определять, вычислив предварительно смещение нейтрали:

$$Y_A := \frac{1}{Z_{ea}} \quad Y_B := \frac{1}{Z_{eb}} \quad Y_C := \frac{1}{Z_{ec}}$$

$$Y_A = 0.036 - 0.012i \quad Y_B = 0.057 - 0.049i \quad Y_C = 0.036 - 0.012i$$

$$U_{O''O} := \frac{E_A \cdot Y_A + E_B \cdot Y_B + E_C \cdot Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} \quad U_{O''O} = -49.995 - 28.274i$$

Фазные напряжения на элементах нагрузки цепи равны:

$$U_{AO''} := E_A - U_{O''O} \quad U_{AO''} = 249.995 + 28.274i \quad F(U_{AO''}) = (251.588 \quad 6.453)$$

$$U_{BO''} := E_B - U_{O''O} \quad U_{BO''} = -50.005 - 144.931i \quad F(U_{BO''}) = (153.315 \quad -109.036)$$

$$U_{CO''} := E_C - U_{O''O} \quad U_{CO''} = -50.005 + 201.479i \quad F(U_{CO''}) = (207.592 \quad 103.939)$$

Токи в фазах, равные фазным токам генератора и линейным токам исходной системы, определяют по закону Ома:

$$I_A := \frac{U_{AO''}}{Z_{ea}} \quad I_A = 9.263 - 2.055i \quad F(I_A) = (9.488 \quad -12.508)$$

$$I_B := \frac{U_{BO''}}{Z_{eb}} \quad I_B = -9.948 - 5.744i \quad F(I_B) = (11.488 \quad -149.999)$$

$$I_C := \frac{U_{CO''}}{Z_{ec}} \quad I_C = 0.685 + 7.799i \quad F(I_C) = (7.829 \quad 84.978)$$

$$U_{AB} := E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad U_{AB} = 300 + 173.205i \quad F(U_{AB}) = (346.41 \quad 30)$$

$$U_{AA'} := I_A \cdot Z_a \quad U_{AA'} = 92.631 - 20.549i \quad F(U_{AA'}) = (94.883 \quad -12.508)$$

$$U_{BC} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad U_{BC} = -346.41i \quad F(U_{BC}) = (346.41 \quad -90)$$

$$U_{BB'} := I_B \cdot Z_b \quad U_{BB'} = -99.485 - 57.44i \quad F(U_{BB'}) = (114.876 \quad -149.999)$$

$$U_{CA} := E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad U_{CA} = -300 + 173.205i \quad F(U_{CA}) = (346.41 \quad 150)$$

$$U_{CC'} := I_C \cdot Z_c \quad U_{CC'} = 6.853 + 77.99i \quad F(U_{CC'}) = (78.29 \quad 84.978)$$

Для определения токов во всех ветвях рассчитываемой схемы необходимо определить напряжение между точками А', В' и С'.

Согласно второму закону Кирхгофа:

$$U_{AB} := U_{AA'} + U_{A'B'} - U_{BB'} \quad U_{A'B'} = 107.884 + 136.314i \quad F(U_{A'B'}) = (173.84 \quad 51.641)$$

$$U_{B'C'} := U_{BC} - U_{BB'} + U_{CC'} \quad U_{B'C'} = 106.338 - 210.98i \quad F(U_{B'C'}) = (236.263 \quad -63.251)$$

$$U_{C'A'} := U_{CA} - U_{CC'} + U_{AA'} \quad U_{C'A'} = -214.222 + 74.666i \quad F(U_{C'A'}) = (226.861 \quad 160.784)$$

$$I''_{A'B'} := \frac{U_{A'B'}}{X_L \cdot i} \quad I''_{A'B'} = 3.895 - 3.082i \quad F(I''_{A'B'}) = (4.967 \quad -38.359)$$

$$I''_{B'C'} := \frac{U_{B'C'}}{X_L \cdot i} \quad I''_{B'C'} = -6.028 - 3.038i \quad F(I''_{B'C'}) = (6.75 \quad -153.251)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{A'B'} &:= \frac{U_{A'B'}}{R} & \Gamma_{A'B'} &= 1.798 + 2.272i & F(\Gamma_{A'B'}) &= (2.897 \quad 51.641) \\ \Gamma_{B'C'} &:= \frac{U_{B'C'}}{R} & \Gamma_{B'C'} &= 1.772 - 3.516i & F(\Gamma_{B'C'}) &= (3.938 \quad -63.251) \\ \Gamma_{C'A'} &:= \frac{U_{C'A'}}{R} & \Gamma_{C'A'} &= -3.57 + 1.244i & F(\Gamma_{C'A'}) &= (3.781 \quad 160.784) \\ \Gamma_A &:= I_A - \Gamma_{A'B'} & \Gamma_A &= 5.368 + 1.027i & F(\Gamma_A) &= (5.466 \quad 10.835) \end{aligned}$$

Согласно выполненным расчетам, показания включенных в цепь амперметров равны:

$$A_1 = 6.75 \text{ (A)} \quad A_2 = 5.466 \text{ (A)} \quad A_a = 9.488 \text{ (A)} \quad A_b = 11.488 \text{ (A)} \quad A_c = 7.829 \text{ (A)}$$

Расчет показаний ваттметров выполняется так же, как и в случае симметричной системы:

Показание ваттметра W_a :

$$\begin{aligned} E_{AC} &:= E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} & E_{AC} &= 300 - 173.205i \\ W_a &:= \operatorname{Re}(E_{AC} \cdot \overline{I_A}) & W_a &= 3.135 \times 10^3 \end{aligned}$$

Показание ваттметра W_b :

$$\begin{aligned} E_{BC} &:= E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} & E_{AC} &= 300 - 173.205i \\ W_b &:= \operatorname{Re}(E_{BC} \cdot \overline{I_B}) & W_b &= 1.99 \times 10^3 \end{aligned}$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 5.125 \times 10^3$$

Баланс активной и реактивной мощностей

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C} \quad S_r = 5.125 \times 10^3 + 2.458i \times 10^3$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$\begin{aligned} P_{pr} &:= \left[(|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R_L + \left[(|\Gamma_{A'B'}|)^2 + (|\Gamma_{B'C'}|)^2 + (|\Gamma_{C'A'}|)^2 \right] \cdot R & P_{pr} &= 5.125 \times 10^3 \\ Q_{pr} &:= \left[(|\Gamma_{A'B'}|)^2 + (|\Gamma_{B'C'}|)^2 \right] \cdot X_L \cdot i & Q_{pr} &= 2.458i \times 10^3 \end{aligned}$$

Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.

