16) Поняття про інтеграл функції комплексної змінної та його властивості. Обчислення інтегралу від функції комплексної змінної $\int_C (z-z_0)^\alpha dz, C: |z-z_0| = R$.

Означення 11.1 **(інтеграла від функції комплексної змінної).** Якщо при $\max_k |\Delta z_k| \to 0$ існує границя інтегральної суми, що не залежить ані від способу розбиття кривої на ланки, ані від вибору точок ζ_k на них, то цю границю називають *інтегралом від функції $f(z)$ уздовж кривої L*:

$$\lim_{\substack{\max|\Delta z_k|\to 0\\(n\to\infty)}} \sum_{k=1}^{n} f(\zeta_k)\Delta z_k = \int_L f(z)dz.$$

3. Властивості інтеграла від функції комплексної змінної.

З поданої формули випливає, що для інтегралів від функції комплексної змінної зберігаються основні властивості криволінійних інтегралів 2-го роду.

1. $c_1\int_L f_1(z)dz + c_2\int_L f_2(z)dz = \int_L [c_1 f_1(z) + c_2 f_2(z)]dz$ (*лінійність*).

2. $\int_{L^-} f(z)dz = -\int_{L^+} f(z)dz,$ де криві L_1 та L_2 мають протилежну орієнтацію (*орієнтованість*).

3. $\int_{L_1} f(z)dz + \int_{L_2} f(z)dz = \int_{L_1\cup L_2} f(z)dz$ (*адитивність*).

4. Нехай $M = \max_{z\in L}|f(z)|$ та l — довжина кривої L. Тоді

$$\left|\int_L f(z)dz\right| \le \int_L |f(z)||dz| \le M\int_L |dz| = Ml.$$