



спектральное излучение теплового источника



спектр испускания атома (лампа дневного света)

Бор обобщил результаты экспериментов. Одновременно он учёл существующие проблемы.

1 проблема: электрон, движущийся по орбите, имеющий центростремительное ускорение, должен испускать электромагнитную волну. При этом «время жизни» атома (время, за которое электрон должен «упасть» на ядро) составляет 10^{-10} сек. А в том водорода существует «бесконечно» долго.

2 проблема: атом водорода 10^{-10} м, а длина испускаемой волны – $5 \cdot 10^{-7}$ м.

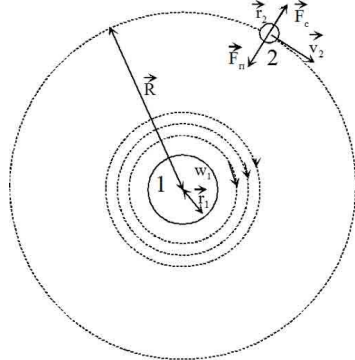
Постулаты Бора:

1. В атоме водорода электроны движутся по стационарным орбитам. Атом сам не испускает и не поглощает фотоны.
2. При испускании (поглощении) атомом фотона, энергия фотона равна разности энергий электрона на энергетических уровнях.

$$E_m - E_n = \hbar \omega_{mn} \quad (*)$$

m, n - индексы уровней, E – энергия на этих уровнях

(*) можно получить на основе трёх уравнений:



$$1) F_{\text{кул}} = F_{\text{центробеж}} \Leftrightarrow k \frac{e^2}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

$$2) E_{\text{полн}} = E_{\text{кин}} + E_{\text{пот}}$$

$$E_{\text{полн}} = E = \frac{mv^2}{2} - \frac{ke^2}{r}$$

Третий постулат Бора: квантован момент импульса электрона

$$rmv \sin 90^\circ = n\hbar, n = 1, 2, 3 \dots N$$

Получаем систему из трёх уравнений:

$$k \frac{e^2}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \quad (1)$$

$$E = \frac{mv^2}{2} - \frac{ke^2}{r} \quad (2)$$

$$rmv \sin 90^\circ = n\hbar \quad (3)$$

$$(1), (2): E = \frac{ke^2}{2r} - \frac{ke^2}{r} = -\frac{1}{2} \frac{ke^2}{r} \quad (\text{«-» в формуле означает связанное состояние электрона})$$

$$(1), (3): v = \frac{n\hbar}{mr}$$

$$\frac{ke^2}{r} = mv^2 = \frac{mn^2\hbar^2}{m^2r^2} \Rightarrow r = \frac{n^2\hbar^2}{mke^2} \quad r - \text{радиус орбиты}$$

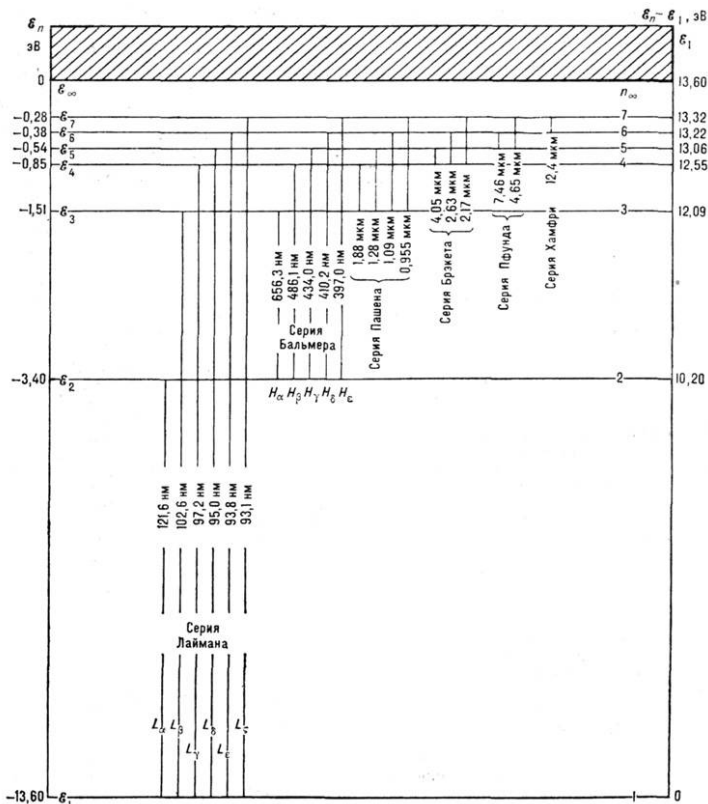
$$\text{Если } n = 1, \text{ то } r_1 = r_0 = \frac{\hbar^2}{mke^2} = 0,529 \text{ \AA}$$

$$[A] = \text{альстрем} = 10^{-10} \text{ м}$$

$$E = -\frac{1}{2} \frac{k^2 e^4 m}{n^2 \hbar^2} = -\frac{k^2 e^4 m}{2 \hbar^2} * \frac{1}{n^2}$$

$$-\frac{k^2 e^4 m}{2 \hbar^2} = 13,6 (\text{эВ})$$

$$E_{\text{полн}} = -\frac{13,6}{n^2} (\text{эВ})$$



Энергия электрона в атоме квантована, то есть может иметь только дискретные значения.

При $n \rightarrow \infty \quad E \rightarrow 0$

$$\hbar \omega_{mn} = E_m - E_n = \frac{k^2 e^4 m}{2 \hbar} * \left(\frac{1}{l^2} - \frac{1}{n^2} \right), n \in 2, 3, 4 \dots \infty$$

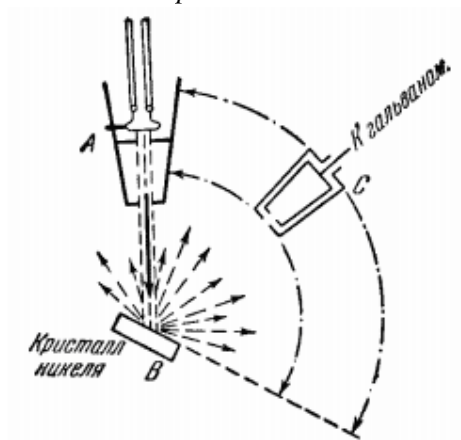
$$\hbar \omega_{mn} = E_m - E_n = \frac{k^2 e^4 m}{2\hbar} * \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), n \in 3, 4, 5 \dots \infty$$

$$E = \hbar \bar{k}$$

$$|\bar{k}| = 2\pi / \lambda - \text{волновое число}$$

Де Бройль, основываясь на том, что свет обладает и волновыми, и корпускулярными свойствами, выдвинул гипотезу:
- другие частицы тоже могут обладать обеими характеристиками.

$$(1) \quad \lambda_{\text{деБройля}} = \frac{2\pi\hbar}{p}$$



(+картинка распределения электронов)

Появление всплеска при некотором угле α предположительно можно получить, если считать, что поток электронов – это волна де Бройля, и она при отражении от кристаллической решётки даёт интерференционный максимум.

(картинка)

$$\Delta z = (AB + BC) - DC$$

$$AB = BC = \frac{d}{\cos \alpha}$$

$$DC = AB \sin \alpha = 2d \cdot \tan \alpha \sin \alpha$$

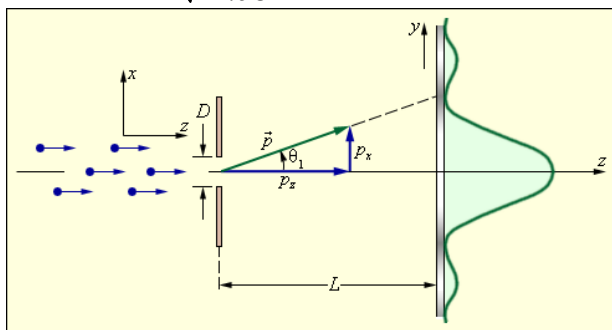
$$\Delta z = \frac{2d}{\cos \alpha} - 2d \sin^2 \alpha \cos \alpha = \frac{2d}{\cos \alpha} \cos^2 \alpha = 2d \cos \alpha = n \lambda_{\text{деБройля}}^{\text{max}}$$

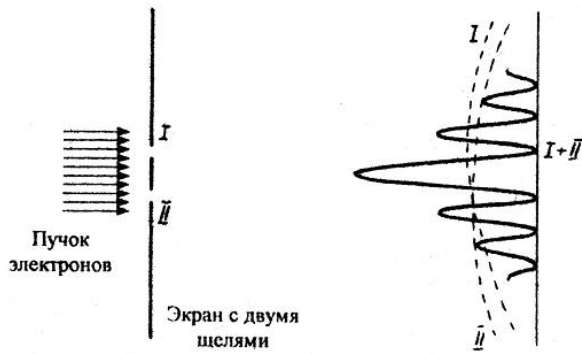
$$\frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m} = eU \Rightarrow p = \sqrt{2meU} = \lambda_{\text{деБройля}} = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2meU}}$$

§ 2 Статистическая интерпретация волн де Бройля. Пси-функция (Ψ). Особенности Ψ -функции.

$$I = I_0 \left(\frac{\sin \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}}{\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}} \right)^2$$

$$\lambda = \lambda_{\text{деБройля}} = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2meU}}$$





опыт Юнга для Электронов

В опыте по дифракции электронов невозможно предсказать, куда конкретно электрон попадёт на экран. Можно лишь утверждать, что есть области на экране, где вероятность попадания юольше иди меньше.

(картинка)

$$P = \frac{dN}{N} \quad P - \text{вероятность попадания в интервал}$$

$$\rho = \frac{dN}{Ndx} = \rho(x) \quad \rho - \text{плотность вероятности}$$

В оптике мы измеряли интенсивность I

$$I = \frac{1}{2} nc \xi_0 E_0^2 \square dN_p$$

$$E = E_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \vec{r})}$$

$$\Psi = \Psi_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \vec{r})} \quad \Psi - \text{функция описывает волну де Бройля}$$

$$\Psi_0^2 \square dN_e \square \rho = 1 \cdot \rho$$

$$\Psi \cdot \Psi^* = |\Psi|^2$$

$$|\Psi|^2 = \rho$$

В опыте мы измеряем не саму Ψ -функцию, а плотность вероятности ρ попадания электронов в данную точку пространства, а поэтому физический смысл имеет $|\Psi|^2 = \rho$.

Сама Ψ -функция – математическая абстракция, и измерению не подлежит.

Свойства Ψ -функции:

- 1) непрерывность на границе ($\Psi_1(a) = \Psi_{11}(a)$)
- 2) непрерывность производной на границе ($\Psi'_1(a) = \Psi'_{11}(a)$)
- 3) условие нормировки $\int dN = N$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \rho N dx = N$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \rho dx = 1$$