## Задача типа 1

**Определить основные характеристики стационарного информационного потока с заданным распределением по некоторым известным параметрам распределения:**

| Характеристики | Равномерный | Экспоненц. Пуасона | Эрланга | Гиперэкспоненц. | Вырожденный |
|---|---|---|---|---|---|
| Mt | $\frac{b}{2}$ | $\frac{1}{\alpha}$ | $\frac{k}{\alpha}$ | $\frac{1}{\alpha}$ | a |
| Dt | $\frac{b^2}{12}$ | $\frac{1}{\alpha^2}$ | $\frac{k}{\alpha^2}$ | $\frac{1}{\alpha^2}\left(1+\frac{(1-2\varphi)^2}{2\varphi(1-\varphi)}\right)$ | 0 |
| $\lambda = \frac{1}{Mt}$ | $\frac{2}{b}$ | $\alpha$ | $\frac{\alpha}{k}$ | $\alpha$ | $\frac{1}{a}$ |
| $g = \frac{Dt}{Mt^2}$ | $\frac{1}{3}$ | 1 | $\frac{1}{k}$ | $1+\frac{(1-2\varphi)^2}{2\varphi(1-\varphi)}$<br>$\varphi_{1,2}=\frac{1}{2}\mp\sqrt{\frac{1}{4}-\frac{1}{2g+2}}$ | 0 |

**Выпишем формулы**

$$M_t=\int_0^\infty tf(t)dt$$

$$D_t=\int_0^\infty (t-M_t)^2 f(t)dt$$

$$\lambda=\frac{1}{M_t} \quad g=\frac{D_t}{M_t^2}$$

**Пример.**

**Поток Эрланга пятого порядка с Мт = 0.01 с.**

1) Mt = 0.01 [c]

2) $\lambda$ = 1/Mt = 100 [1/c]

$\lambda = \alpha/k$ (k=5) => $\alpha$ = 5*100 = 500 [1/c]

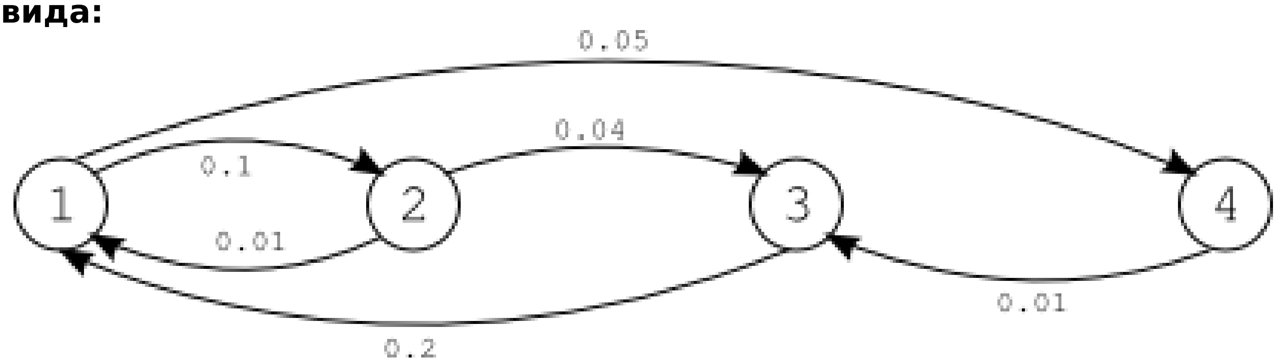
3) Dt = $\frac{k}{\alpha^2}$ = 5/250000 = 1/50000

4) g = 1/k = 1/5 **(данную формулу нужно вывести)**

$$g = \frac{D_t}{M_t^2}=\frac{\frac{1}{50000}}{\left(\frac{1}{100}\right)^2}=\frac{10000}{50000}=\frac{1}{5}$$

## Задача типа 2

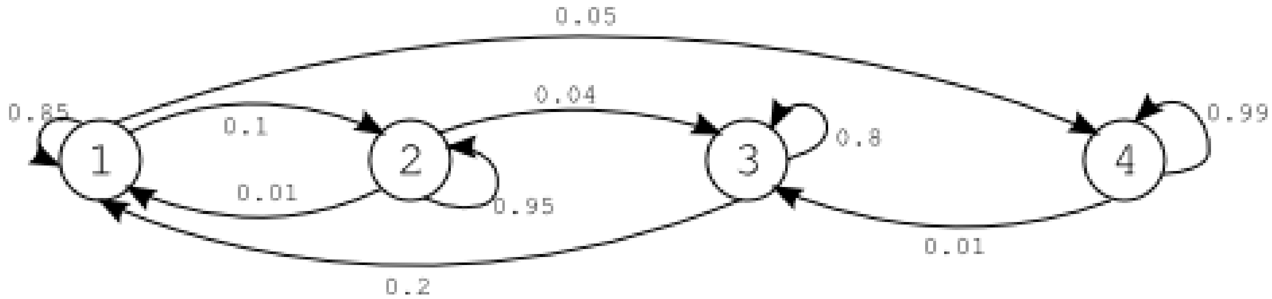
**Определить основные характеристики однородной марковской цепи, заданной отмеченным графом-диаграммой следующего вида:**




**Доопределим граф, приняв за условие, что $\sum_j P_j = 1$ где j — номер выходной дуги.**

P11 = 1 — P12 — P14 = 1 — 0.05 — 0.1 = 0.85
P22 = 1 — P21 — P23 = 1 — 0.01 — 0.04 = 0.95
P33 = 1 — P31 = 1 — 0.2 = 0.8
P44 = 1 — P43 = 1 — 0.01 = 0.99

**В результате получим:**




**Запишем систему уравнений для определения вероятности нахождения системы в определенном состоянии:**

P1 + P2 + P3 + P4 = 1
P1 = 0.85*P1 + 0.01*P2 + 0.2*P3
P2 = 0.95*P2 + 0.1*P1
P3 = 0.8*P3 + 0.04*P2 + 0.01*P4 --- вычеркиваем
P4 = 0.99*P4 + 0.05*P1

**Выразим все через P1**

P1 + 2*P1 + (13/20)*P1 + 5*P1 = 1
P2 = 2*P1
P3 = P1*(13/20)
P4 = 5*P1

**Тогда:**

P1 = 20/173
P2 = 2*P1 = 40/173
P3 = (13/20)*P1 = 13/173
P4 = 5*P1 = 100/173

**Проверка:**

P1 + P2 + P3 + P4 = 20/173 + 40/173 + 13/173 + 100/173 = 1 ∎

## Задача типа 3

**Определить основные характеристики марковской и полумарковской моделей FIFO-системы по заданным параметрам входного и выходного информационного потоков:**

**4 основных характеристики СМО (Формулы для FIFO):**

| Марковская | Полумарковская |
|---|---|
| $N_s=\frac{\rho}{1-\rho}$ | $N_s=\rho+\frac{\rho^2(1+g)}{2(1-\rho)}$ |
| $D_n=\frac{\rho}{(1-\rho)^2}$ | Не нужно, тк лишком сложные вычисления |
| $T_s=\frac{1}{\lambda}N_s$ | $T_s=\frac{1}{\mu}+\frac{\rho(1+g)}{2\mu(1-\rho)}$ |
| $T_w(\hat{t}_s)=\hat{t}_s+T_Q$ | |

**Вспомогательные формулы**

$T_Q=\frac{1}{\mu}N_s$ $T_w\left(\hat{t}_s=\frac{1}{\mu}\right)=T_s$ $T_{вх}^{ср}=\frac{1}{\lambda}$ $\rho=\frac{\lambda}{\mu}$ $\mu=\frac{1}{T_{обс}^{ср}}$

**Пример.**

**Условие:**

**Марковская модель**

λ = 20 соб./с

tz = 0.18 с

ρ= 0.9

**Решение:**

$\mu=\frac{\lambda}{\rho}=\frac{20}{0.9}=\frac{200}{9}$

1) $N_s=\frac{\rho}{1-\rho}=\frac{0.9}{1-0.9}=9$

2) $D_n=\frac{\rho}{(1-\rho)^2}=\frac{0.9}{(1-0.9)^2}=90$

3) $T_s=\frac{1}{\lambda}N_s=\frac{1}{20}*9=\frac{9}{20}$

4) $T_Q=\frac{1}{\mu}N_s=\frac{9}{200}*9=\frac{81}{200}$

$T_w=\hat{t}_s+T_Q=\frac{9}{50}+\frac{81}{200}=\frac{36+81}{200}=\frac{117}{200}$

## Задача типа 4

**Определить основные характеристики FIFO- и PS- систем и построить график зависимости Tw(ts) времени ответа систем на конкретное задание по заданным параметрам входного и выходного информационный потоков:**

**Формулы аналогичны в задаче типа 3.**

**Пример.**
**Условие:**
**Марковская модель**

$\lambda = 20$ соб./с

tz = 0.18 с

$\rho = 0.9$

**Решение:**

$$\mu = \frac{\lambda}{\rho} = \frac{20}{0.9} = \frac{200}{9} \quad \frac{1}{\mu} = \frac{9}{200}$$

1) $N_s = \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{0.9}{1-0.9} = 9$

2) $D_n = \frac{\rho}{(1-\rho)^2} = \frac{0.9}{(1-0.9)^2} = 90$

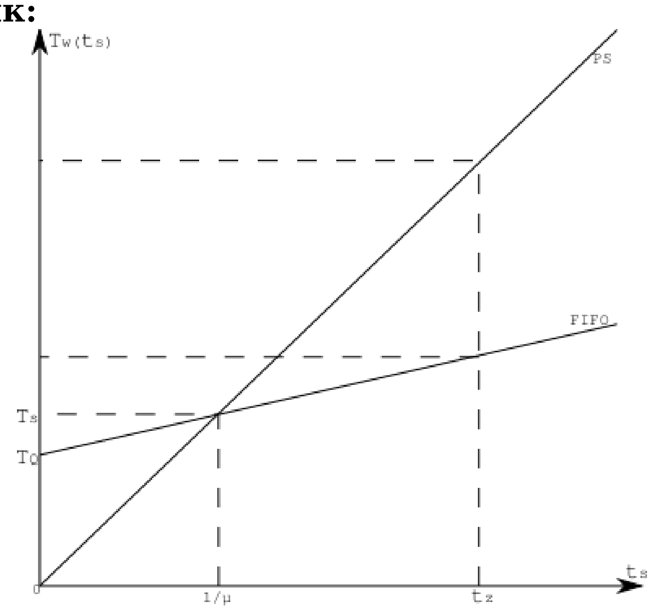
3) $T_s = \frac{1}{\lambda} N_s = \frac{1}{20} * 9 = \frac{9}{20}$

4) $T_Q = \frac{1}{\mu} N_s = \frac{9}{200} * 9 = \frac{81}{200}$

$$T_w^{FIFO}(\hat{t}_s) = \hat{t}_s + T_Q = \hat{t}_s + \frac{81}{200}$$

$$T_w^{PS} = \frac{\hat{t}_s}{1-\rho} = \frac{\hat{t}_s}{1-0.9} = 10$$

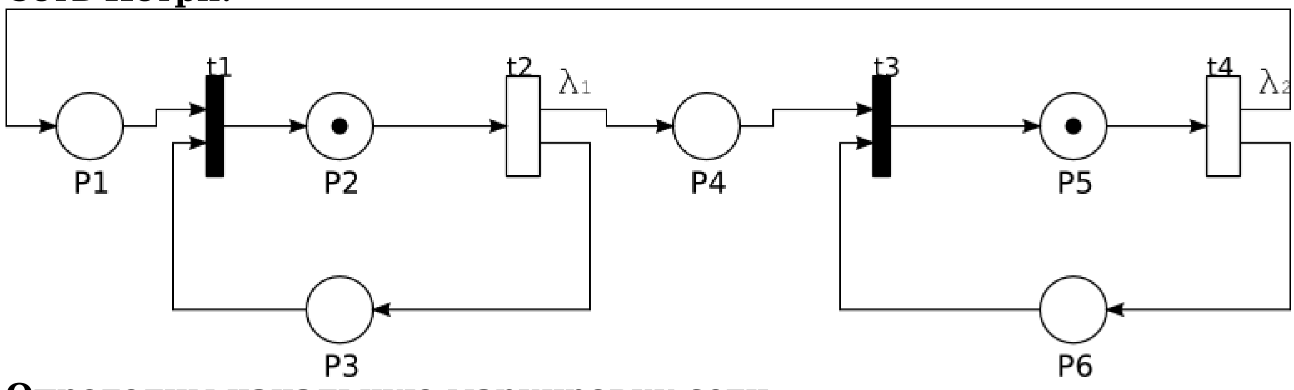
**Построим график:**



**Задача типа 5**

**Для сети Петри, заданной графом следующего вида, построить дерево достижимости и определить конкретные формализованные свойства, которыми обладает данная сеть Петри.**

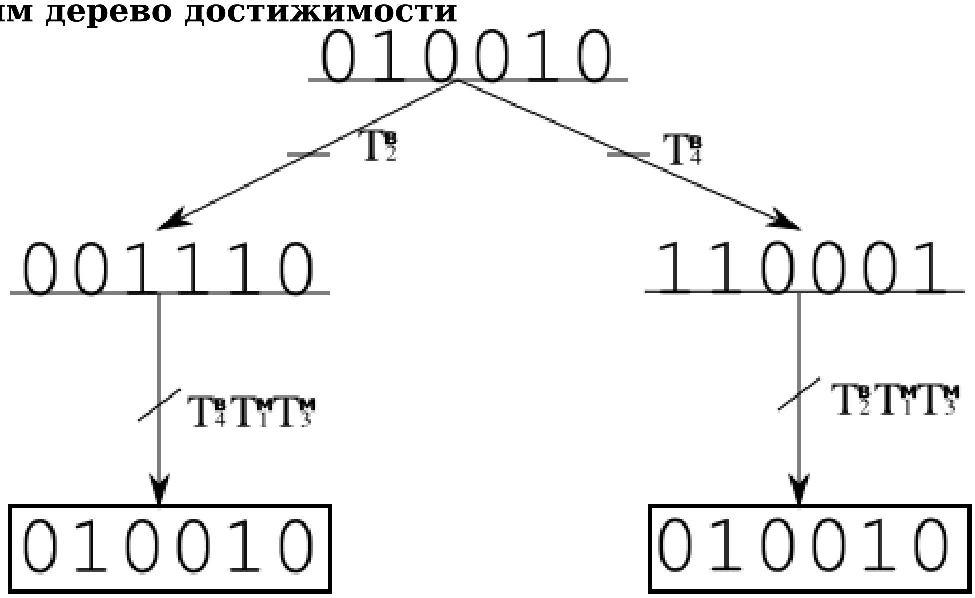
**Сеть Петри:**




**Определим начальную маркировку сети**

**M0 = 010010**

**Построим дерево достижимости**




**Определим основные свойства**

**1) Безопасность СП. Во всех достижимых маркировках все элементы вектора Mi ≤1, следовательно сеть безопасна.**

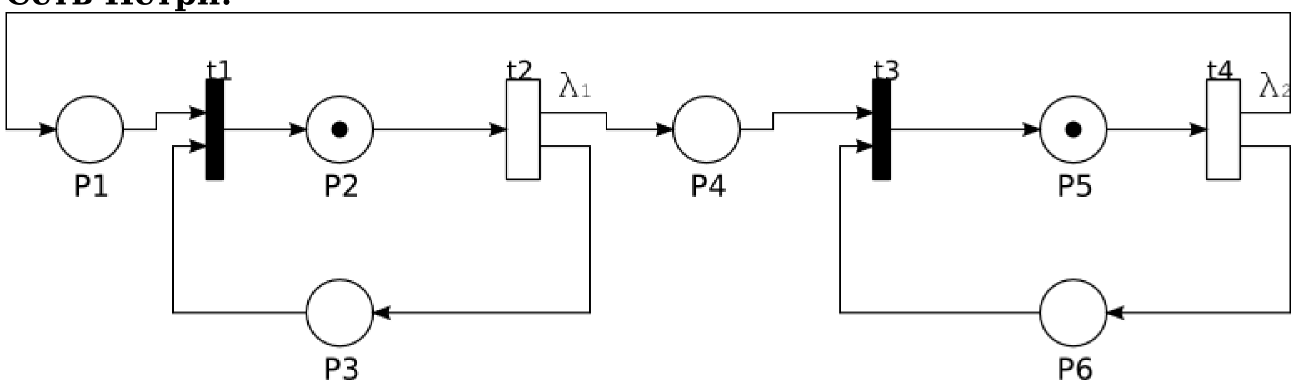
**2) Ограниченность СП. Так как сеть безопасна и Mi ≤1, то сеть также и ограничена и N = 1.**

**3) Строгая сохраняемость СП. Сеть Петри не строго-сохраняемая, так как** $\sum_{i=1}^{n} m_i^1 \neq \sum_{i=1}^{n} m_i^0$

## Задача типа 6

**Для сети Петри, заданной графом следующего вида, построить дерево достижимости и определить структуру однородной марковской цепи, порождаемой в данной сети Петри при многократном выполнении заданий.**

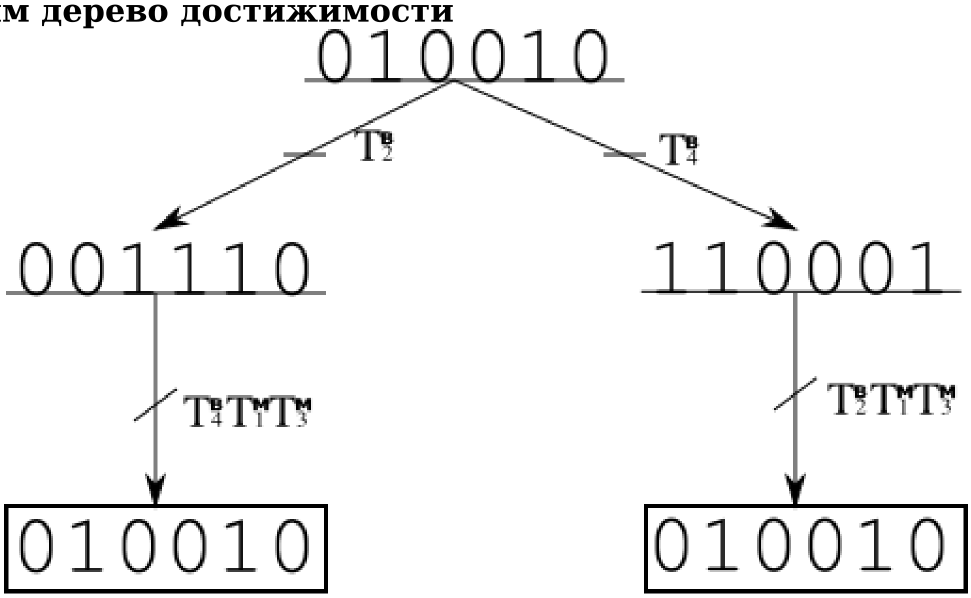
**Сеть Петри:**



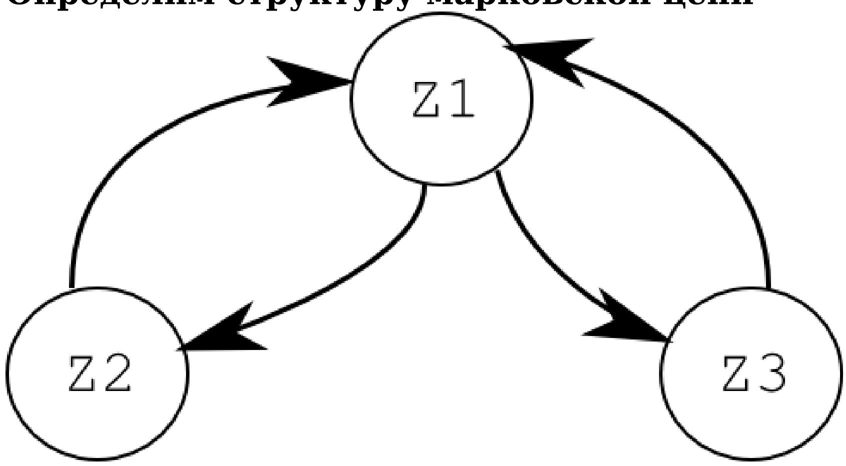

**Определим начальную маркировку сети**

**M0 = 010010**

**Построим дерево достижимости**




**Определим структуру марковской цепи**




Z1 – 010010
Z2 – 001110
Z3 – 110001