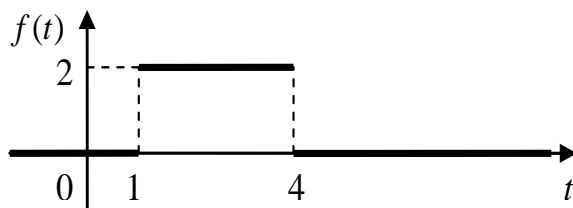


Білет №1

1. Знайти область збіжності ряду $\sum_1^{\infty} \frac{3^{3n} (n!)^3}{(3n)!} \operatorname{tg}^n x$.

2. Знайти суму ряду $\sum_1^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2}$, користуючись розкладом в тригонометричний ряд Фур'є $y = x^2$, $x \in (-\pi, \pi)$.

3. Розв'язати задачу Коші за допомогою операційного числення $x'' + 9x = f(t)$, $x(0) = 1$, $x'(0) = 0$



4. Обчислити $e^{-\frac{\pi i}{2}}$.

Білет №2

1. Знайти область збіжності степеневого ряду $\sum_1^{\infty} n(x+1)^n$ та його суму.

2. Розв'язати задачу Коші за допомогою операційного числення $x'' + x = t \cos 2t$, $x(0) = x'(0) = 0$.

3. Обчислити інтеграл $\int_{|z-i|=2} \frac{1-e^{z^2}}{z^2(z-i)} dz$.

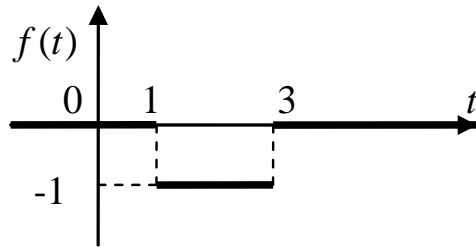
4. Розвинути функцію в ряд з центром в точці z_0 : $f(z) = \frac{1}{z^2 + z}$, $z_0 = 0$.

Білет №3

1. Обчислити наближено $\sqrt[3]{8,36}$ з точністю $\varepsilon = 10^{-3}$.

2. Розвинути в ряд Фур'є періодичну функцію $f(x) = \arcsin(\sin x)$.

3. Розв'язати задачу Коші за допомогою операційного числення $x'' + 25x = f(t)$, $x(0) = 2$, $x'(0) = 0$.



4. Обчислити інтеграл $\int_{|z-i|=1} \frac{e^z dz}{z^4 + 2z^2 + 1}$

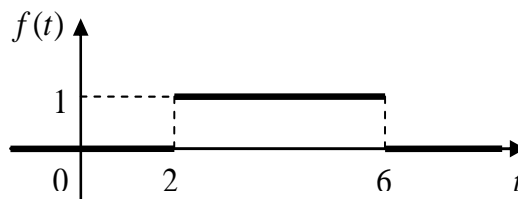
Білет №4

1. Розвинути в ряд Маклорена функцію $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1-x}{1+x}$, беручи для цього ряд Маклорена для її похідної.

2. Розвинути в ряд Фур'є функцію $f(x) = \frac{\pi - x}{2}$ при $0 < x < 2\pi$ та знайти суму ряду $\sum_1^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k}$.

3. Обчислити інтеграл $\int_{|z-1|=5} \frac{z^3 \cos z^2}{z^2 + 4z - 5} dz$.

4. Розв'язати задачу Коші за допомогою операційного числення $x'' + 16x = f(t)$, $x(0) = 0$, $x'(0) = 1$

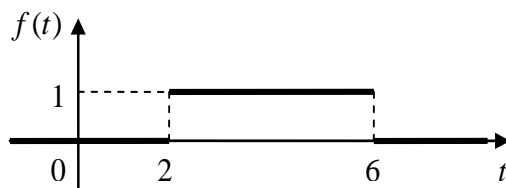


Білет №5

1. Розвинути в тригонометричний ряд Фур'є функцію $f(x) = x$ на проміжку $(0;4)$.

2. Розвинути функцію в ряд: $f(z) = \frac{z}{(z+1)(z+2i)}, 1 < |z| < 2$.

3. Розв'язати задачу Коші за допомогою операційного числення $x'' + 16x = f(t), x(0) = 0, x'(0) = 1$.



4. Обчислити контурний інтеграл за допомогою лишків $\oint_C \frac{\cos\left(\frac{\pi z}{2}\right)}{(z^2 + 1)^2} dz$, ,
якщо $C : |z + 1 - i| = \sqrt{2}$.

Білет №6

1. Знайти $f^{(7)}(2)$, користуючись розкладом в ряд Тейлора функції $f(x) = (x-2)\ln(3x+2)$.

2. Обчислити інтеграл $\int_{|z|=4} \frac{e^{iz} dz}{(z - \pi)^3}$.

3. Розвинути функцію в ряд з центром розкладу z_0 : $f(z) = \frac{1}{z(z^2 + 1)}, z_0 = 0$.

4. Розв'язати задачу Коші за допомогою операційного числення $x'' - 3x' + 2x = e^t, x(0) = x'(0) = 0$.

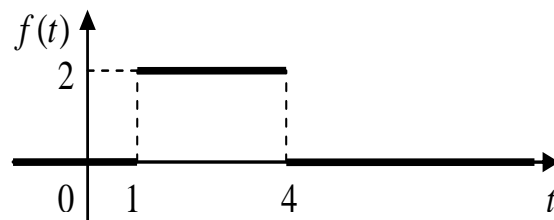
Білет №7

1. Знайти частинний розв'язок диференціального рівняння $y'' + 4y' = f(x)$, де $f(x) = \text{sign } x, x \in (-\pi; \pi)$ у вигляді тригонометричного ряду Фур'є.

2. Обчислити інтеграл $\int_{|z-i|=3} \frac{e^{z^2} - 1}{z^3 - iz^2} dz$.

3. Розвинути функцію в ряд: $f(z) = \frac{1}{z^2 - 3z + 2}$, $|z| > 2$.

4. Розв'язати задачу Коші за допомогою операційного числення $x'' + 9x = f(t)$, $x(0) = 1$, $x'(0) = 0$



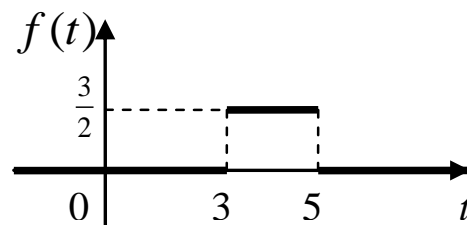
Білет №8

1. Обчислити з точністю до $\varepsilon = 10^{-3}$ $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1+x^4}}$.

2. Обчислити інтеграл $\int_{|z|=1} z^3 \sin \frac{1}{z} dz$.

3. Розвинути функцію в ряд з центром в точці z_0 : $f(z) = \frac{1}{z(z-1)}$, $z_0 = 1$

4. Розв'язати задачу Коші за допомогою операційного числення $x'' + 7x = f(t)$, $x(0) = 0$, $x'(0) = 2$.



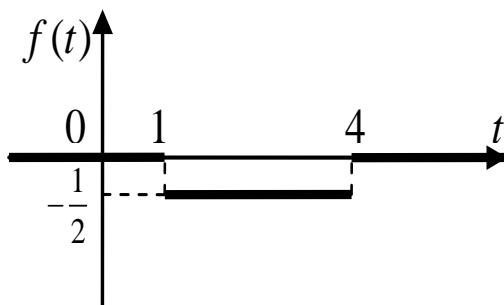
Білет №9

1. Розвинути в ряд Маклорена функцію $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{2x-3}{x+6}$, користуючись рядом Маклорена для її похідної.

2. Розвинути функцію в ряд з центром в точці z_0 : $f(z) = \frac{1}{z(z-1)}$, $z_0 = 1$

3. Обчислити інтеграл $\int_L \operatorname{Re}(z + z^2) dz$, $L: \{(x, y) \mid y = 2x^2, 0 \leq x \leq 16\}$.

4. Розв'язати задачу Коші за допомогою операційного числення $x'' + 3x = f(t)$, $x(0) = 3$, $x'(0) = 0$

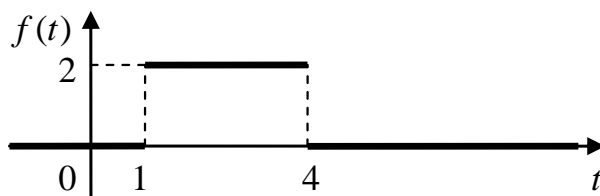


Білет №10(=23)

1. Знайти область збіжності ряду $\sum_1^{\infty} (-1)^n \frac{x^{3n-1}}{3n-1}$ і обчислити його суму.
2. Обчислити інтеграл $\int_{|z|=\frac{2}{3}} (\sin \frac{1}{z^2} + e^{z^2} \cos z) dz$.
3. Розвинути функцію в ряд з центром в точці z_0 : $f(z) = \frac{1}{z+2}$, $z_0 = -3$.
4. Розв'язати задачу Коші за допомогою операційного числення $x'' + x = 2 \sin t \cdot \sin 2t$, $x(0) = 0$, $x'(0) = 1$.

Білет №11

1. Розкласти в ряд Фур'є $f(x) = \begin{cases} \pi, & -\pi \leq x < 0 \\ \pi - x, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$
2. Обчислити контурний інтеграл за допомогою лишків $\oint_C \frac{e^{\pi z} - 1}{z(z^2 + 9)} dz$, якщо $C: |z| = 4$.
3. Розвинути функцію в ряд з центром в точці z_0 : $f(z) = \frac{z}{z^2 + 1}$, $z_0 = i$
4. Розв'язати задачу Коші за допомогою операційного числення $x'' + 9x = f(t)$, $x(0) = 1$, $x'(0) = 0$.



Білет №12

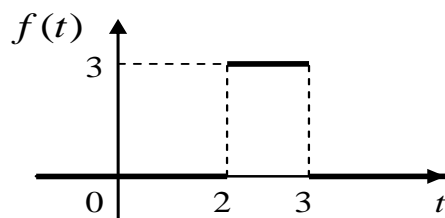
1. Знайти область збіжності ряду $\sum_1^{\infty} \frac{2^n x^n}{n}$ та його суму.
2. Обчислити інтеграл $\int_{\gamma} \frac{z}{z} dz$, $\gamma = \{z \mid |z|=1, 0 \leq \arg z \leq \frac{\pi}{2}\}$.
3. Розвинути функцію в ряд з центром в точці z_0 : $f(z) = \frac{1}{z+2}$, $z_0 = -3$.
4. Розв'язати інтегральне рівняння $f(t) = sh t - \int_0^t ch(t-\tau) f(\tau) d\tau$

Білет №13

1. Знайти чотири члена розкладу в степеневий ряд розв'язку рівняння $y'' = y y' - x^2$, якщо $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$.
2. Обчислити контурний інтеграл за допомогою лишків $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{3\sqrt{7} \sin t + 8}$.
3. Розвинути функцію в ряд: $f(z) = \frac{z}{(z+1)(z+2i)}$, $1 < |z| < 2$.
4. Розв'язати інтегральне рівняння $f(t) = 1 + \int_0^t e^{t-\tau} f(\tau) d\tau$.

Білет №14

1. Знайти область збіжності та суму ряду $1 - 3x^2 + 5x^4 - \dots + (-1)^n (2n-1)x^{2n-2} + \dots$
2. Обчислити контурний інтеграл за допомогою лишків $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{3 \sin t + 5}$.
3. Розв'язати задачу Коші за допомогою операційного числення $x'' + 2x = f(t)$, $x(0) = 0$, $x'(0) = 2$



4. Розвинути функцію в ряд: $f(z) = \frac{1}{\sqrt{1-z}}$, $|z| < 1$

Білет №15

1. Знайти область збіжності ряду $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^{n-1}}{n \cdot 3^n \ln n}$.

2. Обчислити контурний інтеграл за допомогою лишків $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{\sqrt{3} \sin t - 2}$.

3. Розвинути функцію в ряд з центром в точці z_0 : $f(z) = \frac{1}{z^2 + 4z + 3}$, $z_0 = 1$.

4. Розв'язати задачу Коші за допомогою операційного числення
- $$\begin{cases} x' - 3y = 0, \\ y' + x - 2y = 0; \end{cases} \quad x(0) = y(0) = 0.$$

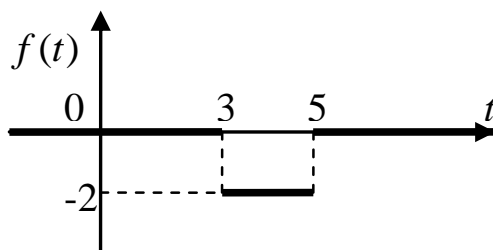
Білет №16

1. Обчислити контурний інтеграл за допомогою лишків $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{8 - 2\sqrt{15} \sin t}$.

2. Розвинути функцію в ряд з центром в точці z_0 : $f(z) = \frac{1}{z^2 - 3z + 2}$, $z_0 = 1$.

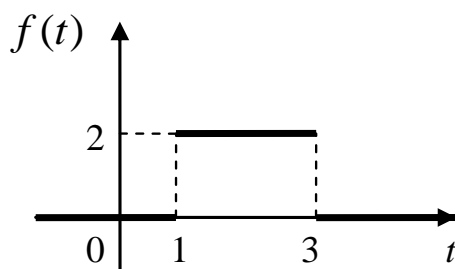
3. Розв'язати інтегральне рівняння: $x(t) = \frac{1}{2}t^2 + \int_0^t e^{t-\tau} f(\tau) d\tau$.

4. Розв'язати задачу Коші за допомогою операційного числення $x'' + 3x = f(t)$, $x(0) = 5$, $x'(0) = 0$



Білет №17

1. Розвинути в ряд Фур'є функцію: $f(x) = \pi + x$, на $(-\pi; \pi)$.
2. Обчислити інтеграл: $\int_0^{2\pi} \frac{\cos^2 3x}{1 - 2a \cos x + a^2} dx, a > 1$.
3. Розвинути функцію в ряд з центром в точці z_0 : $f(z) = ze^{\frac{1}{z+i}}$, $z_0 = -i$.
4. Розв'язати задачу Коші за допомогою операційного числення $x'' + 4x = f(t)$, $x(0) = 1, x'(0) = 0$



Білет №18

1. Розвинути в ряд Фур'є функцію: $f(x) = |\cos x|$.
2. Обчислити інтеграл: $\int_L \operatorname{Re}(z + z^2) dz$; $L = \{(x, y) | y = 2x^2, 0 \leq x \leq 1\}$.
3. Розвинути функцію в ряд з центром в точці z_0 : $f(z) = \frac{2z}{z^2 + 1}$, $z_0 = i$.
4. Розв'язати інтегральне рівняння: $x(t) = at + \int_0^t \sin(t - \tau)x(\tau) d\tau$

Білет №19

1. Розвинути в ряд Фур'є періодичну періоду $T = 2\ell$ функцію $f(x) = \frac{\pi - x}{2}$ при $0 < x < 2\pi$, $2\ell = 2\pi$ треба знайти значення суми $S(x_0)$ в точці $x_0 = \frac{\pi}{2}$.

2. Обчислити інтеграл: $\int_0^{+\infty} \frac{x \sin ax}{x^2 + b^2} dz, a > 0, b > 0$.

3. Розвинути функцію в ряд з центром в точці z_0 :
 $f(z) = \frac{z}{(z+1)^2(z-2)}, z_0 = -1$.

4. Розв'язати задачу Коші за допомогою операційного числення
 $x'' + \omega^2 x = a[\eta(t) - \eta(t-b)], x(0) = x'(0) = 0$.

Білет №20(=25)

1. Знайти область збіжності ряду $\sum_0^{\infty} (-1)^n (n+1)(n+2)x^n$ та його суму.

2. Обчислити інтеграл: $\oint_C \frac{e^{iz} dz}{(z^2 + 1)^2}, C: 4x^2 + y^2 - 2y = 0$.

3. Розв'язати задачу Коші за допомогою операційного числення
 $x'' - 9x = \sin t, x(0) = -1, x'(0) = 3$.

4. Розвинути функцію в ряд з центром в точці z_0 : $f(z) = \frac{1}{z^2 + z}, z_0 = -1$.

Білет №21

1. Обчислити інтеграл: $\oint_C \frac{\sin \frac{\pi z}{4}}{z^2 - 1} dz, C: x^2 + y^2 - 2x = 0$.

2. Розвинути функцію в ряд з центром в точці z_0 : $f(z) = \frac{1}{z^2 - 3iz - 2}, z_0 = 2i$.

3. Розв'язати задачу Коші за допомогою операційного числення:

$$\begin{cases} x'' - y' = 0, & x(0) = y'(0) = 0, \\ x' - y'' = 2 \cos t; & x'(0) = y(0) = 2; \end{cases}$$

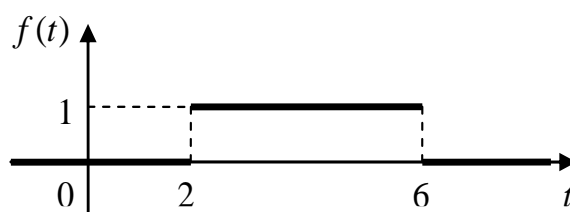
4. Розвинути в ряд Фур'є за косинусами: $f(x) = x + \frac{\pi}{2}, \text{ де } x \in (0, \pi)$.

Білет №22

1. Розвинути в тригонометричний ряд Фур'є функцію $f(x) = x$ на проміжку $(0;4)$.

2. Розвинути функцію в ряд: $f(z) = \frac{z}{(z+1)(z+2i)}, 1 < |z| < 2$.

3. Розв'язати задачу Коші за допомогою операційного числення $x'' + 16x = f(t), x(0) = 0, x'(0) = 1$.



4. Обчислити інтеграл $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + a^2)(x^2 + b^2)}, a > 0, b > 0$

Білет №23(=10)

1. Знайти область збіжності ряду $\sum_1^{\infty} (-1)^n \frac{x^{3n-1}}{3n-1}$ і обчислити його суму.

2. Обчислити інтеграл $\int_{|z|=\frac{2}{3}} (\sin \frac{1}{z^2} + e^{z^2} \cos z) dz$.

3. Розвинути функцію в ряд з центром в точці z_0 : $f(z) = \frac{1}{z+2}, z_0 = -3$.

4. Розв'язати задачу Коші за допомогою операційного числення $x'' + x = 2 \sin t \cdot \sin 2t, x(0) = 0, x'(0) = 1$.

Білет №24

1. Знайти область збіжності ряду $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^{n-1}}{n \cdot 3^n \ln n}$.

2. Обчислити контурний інтеграл за допомогою лишків

$$\oint_{C^+} \frac{z}{(z-1)(z-2)} dz, \text{ якщо } C: |z-2| = 2.$$

3. Розвинути функцію в ряд з центром в точці z_0 : $f(z) = \frac{1}{z^2 + 4z + 3}$, $z_0 = 1$.

4. Розв'язати задачу Коші за допомогою операційного числення

$$\begin{cases} 3x' + 2x + y' = 1, \\ x' + 4y' + 3y = 0; \end{cases} \quad x(0) = y(0) = 0.$$

Білет №25(= 20)

1. Знайти область збіжності ряду $\sum_0^{\infty} (-1)^n (n+1)(n+2)x^n$ та його суму.

2. Обчислити інтеграл: $\oint_C \frac{e^{iz} dz}{(z^2 + 1)^2}$, $C: 4x^2 + y^2 - 2y = 0$.

3. Розв'язати задачу Коші за допомогою операційного числення $x'' - 9x = \sin t$, $x(0) = -1$, $x'(0) = 3$.

4. Розвинути функцію в ряд з центром в точці z_0 : $f(z) = \frac{1}{z^2 + z}$, $z_0 = -1$.