

1)

Розв'язок системи лінійних алгебраїчних рівнянь $Ax = b$ може бути отриманий по формулах Крамера, якщо основна матриця A квадратна, тобто при розмірності матриці $n \times m$ виконується умова: $n = m$.

основна квадратна матриця A не вироджена, тобто $\det A \neq 0$.

2)

Розглянемо розв'язок нелінійного рівняння методом пропорційних частин на відрізку $[a, b]$.
Виберіть правильні варіанти визначення нерухомої точки.

Нехай $f(a) < 0, f(b) > 0, f'(x) > 0, f''(x) > 0$.

Тоді нерухомою є точка b .

Нехай $f(a) > 0, f(b) < 0, f'(x) < 0, f''(x) > 0$.

Тоді нерухомою є точка a .

3)

Основний критерій оцінки алгоритмів -

залежність числа операцій в алгоритмі від обсягу вхідних даних.

4)

$f(n) = O(g(n))$ і $g(n) = O(h(n))$ спричиняє $f(n) = O(h(n))$

Яку властивість асимптотичної складності O описують дані вирази?

транзитивність

5)

Спосіб рівносільного перетворення рівняння $f(x) = 0$ до виду $x = \varphi(x)$ представлений виразами:

$\varphi(x) = \lambda \cdot f(x) + x$,

$$\begin{cases} -\frac{1}{r} < \lambda < 0, \text{ якщо } f'(x) > 0, \\ 0 < \lambda < \frac{1}{r}, \text{ якщо } f'(x) < 0, \end{cases}$$

$r = \max(|f'(a)|, |f'(b)|)$.

Виберіть метод розв'язку нелінійного рівняння, що використовує цей спосіб:

Метод ітерації

6)

Нехай необхідно уточнити значення кореня нелінійного рівняння $x^3 + x^2 - 50 = 0$ на відрізку $[3; 4]$ методом Ньютона.
Виберіть правильні твердження.

У якості початкової точки необхідно вибрати точку $x_0 = 4$.

Використовувати формулу $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$.

7)

Ця $N_n(x) = f_0(x) + f(x_0; x_1)(x - x_0) + f(x_0; x_1; x_2)(x - x_0)(x - x_1) + \dots$
 $f(x_0; x_1; \dots; x_n)(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1})$ формула представляє:

Многочлен Ньютона для нерівновіддалених вузлів.

7)

Нехай $y = f(x)$ – безперервна функція на відрізку $[a; b]$.

Потрібно обчислити $\int_a^b f(x) dx$. Який метод ви виберете для цього?

Метод Ньютона-Котеса

8)

З перерахованих виберіть задачі, пов'язані з визначенням розв'язків рівняння:

$$y^{(n)} = f(x, y, y', \dots, y^{(n-1)}).$$

Задача Коші (может ещё что-то)

Існують **два роди задач**, пов'язаних з визначенням розв'язків рівняння:

$$y^{(n)} = f(x, y, y', \dots, y^{(n-1)}). \quad (1)$$

1. **Задача Коші**, або задача з початковими даними
2. **Крайова задача** або задача із граничними умовами.

9)

Яку функцію реалізує такий нормальний алгоритм Маркова

11111 \rightarrow 1111

1111 \rightarrow 111

111 \rightarrow 11

за умови, що він використовує схему підстановки 111 \rightarrow 11

$$f(x) = 1$$

10)

Виберіть правильне формулювання теореми Кронекера-Капелли

Система лінійних алгебраїчних рівнянь $Ax = b$ сумісна тоді й тільки тоді, коли ранг її основної матриці $\text{rang } A$ дорівнює рангу її розширеної матриці $\text{rang } B$.

11)

Головна вимога до формалізації алгоритмів:

Універсальність

12)

Які ви знаєте умови завершення нормального алгоритма Маркова?

☐ Нетермінальна умова

☐ Термінальна умова

13)

Система команд машини Тьюринга записана у вигляді таблиці:

	q_1	q_2	q_3
a	q_1La	q_3Rb	q_1La
b	q_2La	q_2Lb	q_3Rb
c	q_0a	q_2Lc	q_3Rc

1. Машина перебуває в стані q_2 .

2. Головка оглядає в клітинці символ b .

q_2Lb

14)

Визначте обчислювальну складність алгоритму:

While ($i \leq n$) and ($a[i] < k$) do $i := i + 1$;

$O(n)$

15)

Нехай система лінійних алгебраїчних рівнянь $Ax = b$ задовольняє умову застосовності методу квадратного кореня.

Тоді цю систему можна записати у вигляді $S^T(Sx) = b$.

Виберіть правильну послідовність етапів реалізації методу квадратного кореня.

Етап 1. Знаходження матриці S («квадратного кореня» з A)

Етап 2. Знаходження вектора y , відповідного до умови: $S^T y = b$.

Етап 3. Знаходження вектора x з умови: $Sx = y$.

16) Виберіть правильний варіант відомих вам видів алгоритмів

Чисельні, логічні, послідовні, паралельні

17)

Виберіть правильне формулювання теореми про достатню умову збіжності ітераційного методу.

Метод простих ітерацій $x^{(n+1)} = Bx^{(n)} + d$; $n = 0, 1, 2, \dots$ сходиться до єдиного розв'язку початкової системи $Ax = b$

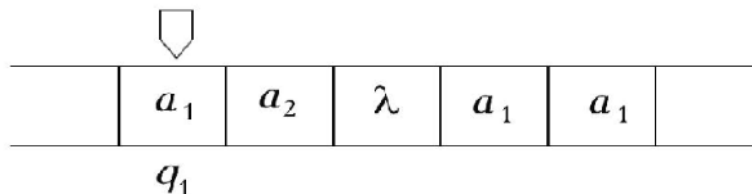
при будь-якому початковому наближенні $x^{(0)}$ з швидкістю не повільніше геометричної прогресії, якщо норма матриці B менше одиниці, тобто $\|B\| < 1$

Основним завданням методу Гауса є:

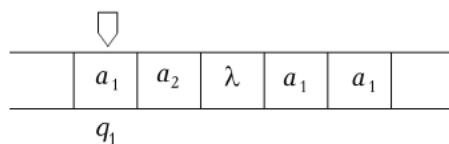
18)

Зведення основної матриці системи до верхньотрикутної матриці.

Виберіть конфігурацію машини Тьюрінга, яка відповідає рисунку.



19)



$q_1 a_1 a_2 \lambda a_1 a_1$

20)

Нехай дана задача Коші для рівняння першого порядку: $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$

при $y|_{x=x_0} = y_0$.

Виберіть вираз, який використовують для чисельного розв'язку цього рівняння методом Ейлера

$$y_n = y_{n-1} + f(x_{n-1}, y_{n-1})(x_n - x_{n-1})$$

21)

$$\text{Нехай } L_3(x) = \sum_{i=0}^3 [f(x_i)l_i].$$

Виберіть правильні вирази для коефіцієнтів l_i

Відповідь:

$$l_0 = \frac{(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)(x_0 - x_3)}$$

$$l_1 = \frac{(x - x_0)(x - x_2)(x - x_3)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)}$$

Теорія:

Приклад. Нехай $n = 3$. Тоді лагранжеві коефіцієнти:

$$l_0 = \frac{(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)(x_0 - x_3)}, l_1 = \frac{(x - x_0)(x - x_2)(x - x_3)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)}$$

$$l_2 = \frac{(x - x_0)(x - x_1)(x - x_3)}{(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)}, l_3 = \frac{(x - x_0)(x - x_1)(x - x_2)}{(x_3 - x_0)(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)}$$

$$L_3 = l_0 y_0 + l_1 y_1 + l_2 y_2 + l_3 y_3$$

22)

Виберіть правильне кодування числа 5 числовою функцією

☐ 111111