

Министерство образования и науки Украины
Национальный технический университет Украины
“Киевский Политехнический Институт”
Кафедра ТОЭ

Расчетно-графическая работа
“Трёхфазные цепи”
Вариант № 436

Выполнил: _____

Проверил: _____

Киев 2007

Условие задания

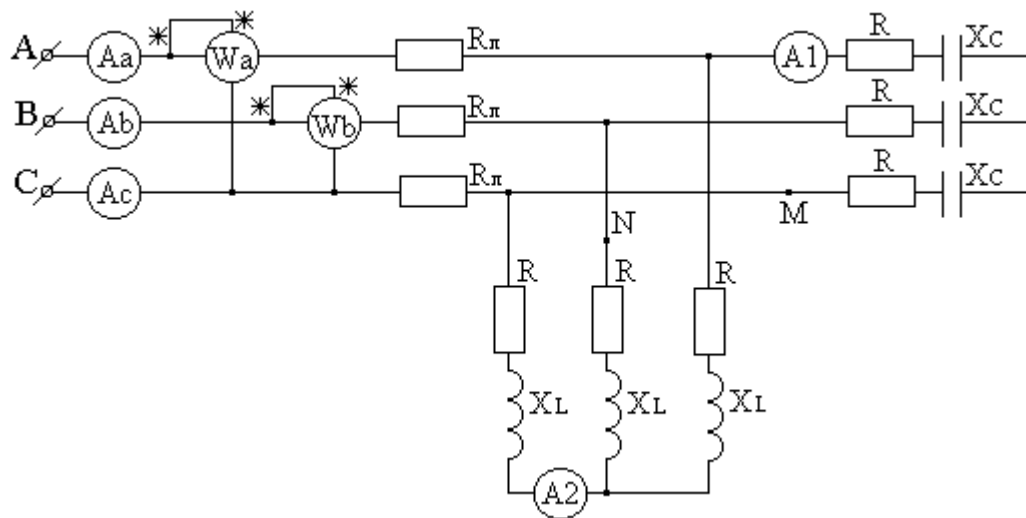
Симметричный трёхфазный генератор с обмотками, соединёнными в звезду, питает через трехпроводную линию электропередачи нагрузку с элементами, соединёнными звездой и треугольником.

Требуется:

1. Определить показания включенных в цепь измерительных приборов, полагая нагрузки симметричной.
2. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
3. По результатам расчета п.1 построить для симметричной нагрузки совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.
4. Провести расчет токов во всех ветвях напряжений на всех участках цепи, определить показания измерительных приборов в аварийном режиме, делая обрыв в указанной точке.
5. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
6. По результатам расчета п.4 построить совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.

$$U_A := 150 \quad U_B := U_A \quad U_C := U_B \quad \psi_A := -15 \quad R_1 := 10 \quad R := 48 \quad X_L := 42 \quad X_C := 72$$

Обрыв проводится в точке М.



Общая схема трёхфазной цепи

Определение показаний измерительных приборов при симметричной нагрузке.

Так как нагрузка симметрическая, то будем проводить расчет только по одной фазе. Токи в остальных фазах будут такими же, только будут отличаться углы.

За опорную примем фазу А. Фазные напряжения генератора и сопротивления элементов нагрузки в комплексной форме равны:

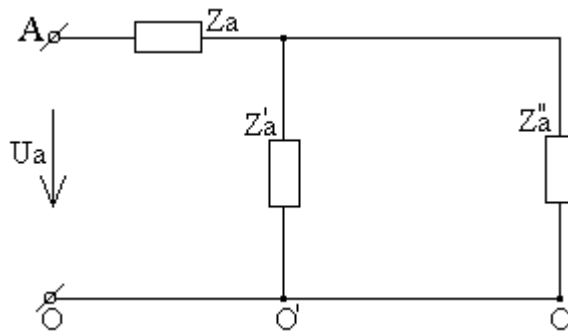
$$E_A := U_A \cdot e^{i \cdot \psi_A \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_B := U_B \cdot e^{i(\psi_A - 120) \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_C := U_C \cdot e^{i(\psi_A + 120) \cdot \frac{\pi}{180}}$$

$$F(E_A) = (150 \quad -15) \quad F(E_B) = (150 \quad -135) \quad F(E_C) = (150 \quad 105)$$

$$Z_a := R_l \quad Z_b := Z_a \quad Z_c := Z_b \quad Z_a = 10$$

$$Z'_a := R + X_L \cdot i \quad Z'_b := Z'_a \quad Z'_c := Z'_b \quad Z'_a = 48 + 42i$$

$$Z''_a := R - X_C \cdot i \quad Z''_b := Z''_a \quad Z''_c := Z''_b \quad Z''_a = 48 - 72i$$



Преобразованная схема (фаза А)

Эквивалентное сопротивление данной схемы равно:

$$Z_{ea} := Z_a + \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea} = 64.833 + 2.135i$$

Ток в фазе А, согласно закону Ома, равен:

$$I_A := \frac{E_A}{Z_{ea}} \quad I_A = 2.213 - 0.672i \quad F(I_A) = (2.312 \quad -16.886)$$

Соответственно в фазах В и С:

$$I_B := I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_B = -1.688 - 1.58i \quad F(I_B) = (2.312 \quad -136.886)$$

$$I_C := I_A \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_C = -0.525 + 2.252i \quad F(I_C) = (2.312 \quad 103.114)$$

Фазное напряжение на параллельном участке А'О равно:

$$Z_{ea'} := \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea'} = 54.833 + 2.135i$$

$$U_{A'O} := I_A \cdot Z_{ea'} \quad U_{A'O} = 122.762 - 32.106i$$

Остальные токи равны:

$$I'_A := \frac{U_{A'O}}{Z'_a} \quad I'_A = 1.117 - 1.646i \quad F(I'_A) = (1.989 \quad -55.842)$$

$$\begin{aligned}
I_B &:= I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} & I_B &= -1.984 - 0.144i & F(I_B) &= (1.989 \quad -175.842) \\
I_C &:= I_A \cdot e^{i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} & I_C &= 0.867 + 1.791i & F(I_C) &= (1.989 \quad 64.158) \\
I''_A &:= \frac{U_{A'O}}{Z''_a} & I''_A &= 1.096 + 0.975i & F(I''_A) &= (1.466 \quad 41.654) \\
I''_B &:= I''_A \cdot e^{-i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} & I''_B &= 0.296 - 1.436i & F(I''_B) &= (1.466 \quad -78.346) \\
I''_C &:= I''_A \cdot e^{i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} & I''_C &= -1.392 + 0.462i & F(I''_C) &= (1.466 \quad 161.654)
\end{aligned}$$

На основании выполненных расчетов, показания амперметров будут равны:

$$A_1 = 1.466 (A) \quad A_2 = 1.989 (A) \quad A_a = 2.312 (A) \quad A_b = 2.312 (A) \quad A_c = 2.312 (A)$$

Находим показания ваттметров. Ваттметры показывают вещественную часть произведения комплекса напряжения, приложенного к обмотке напряжения (его отсчитывают от начала обмотки к концу), на сопряженный комплекс тока, протекающего через обмотку тока:

Показание ваттметра W_a :

$$\begin{aligned}
E_{AC} &:= E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} & E_{AC} &= 183.712 - 183.712i \\
W_a &:= \operatorname{Re}(E_{AC} \cdot \overline{I_A}) & W_a &= 529.894
\end{aligned}$$

Показание ваттметра W_b :

$$\begin{aligned}
E_{BC} &:= E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} & E_{BC} &= 183.712 - 183.712i \\
W_b &:= \operatorname{Re}(E_{BC} \cdot \overline{I_B}) & W_b &= 510.119
\end{aligned}$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 1.04 \times 10^3$$

Баланс активной и реактивной мощностей

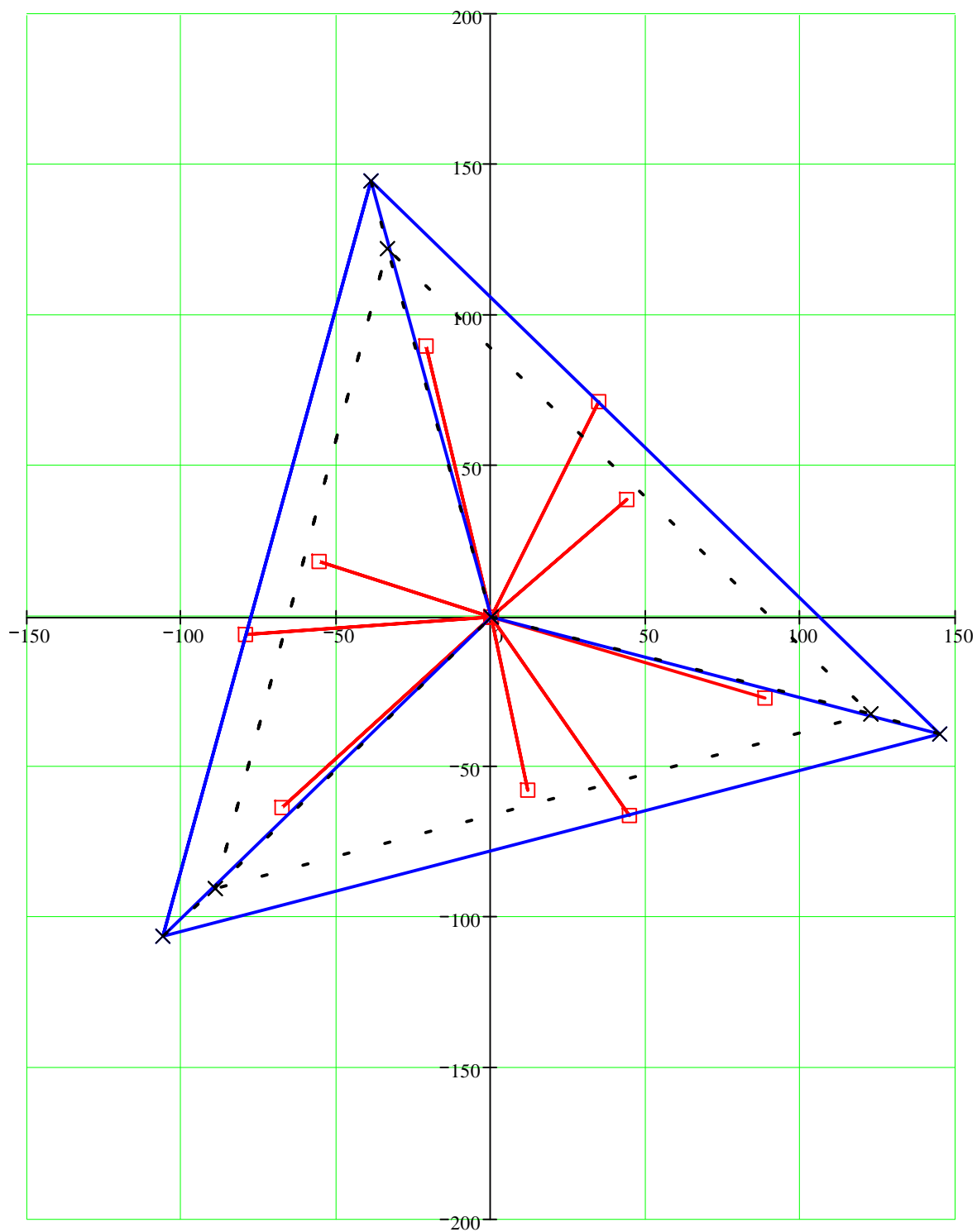
Правильность расчетов проверим, составив баланс активных и реактивных мощностей. Мощность источника энергии определяют в виде суммы произведений комплексов фазных ЭДС (напряжений) на сопряженные комплексы токов соответствующих фаз. В симметричной трёхфазной системе мощность, отдаваемая в нагрузку источником, равна утроенной мощности одной фазы.

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C} \quad S_r = 1.04 \times 10^3 + 34.252i$$

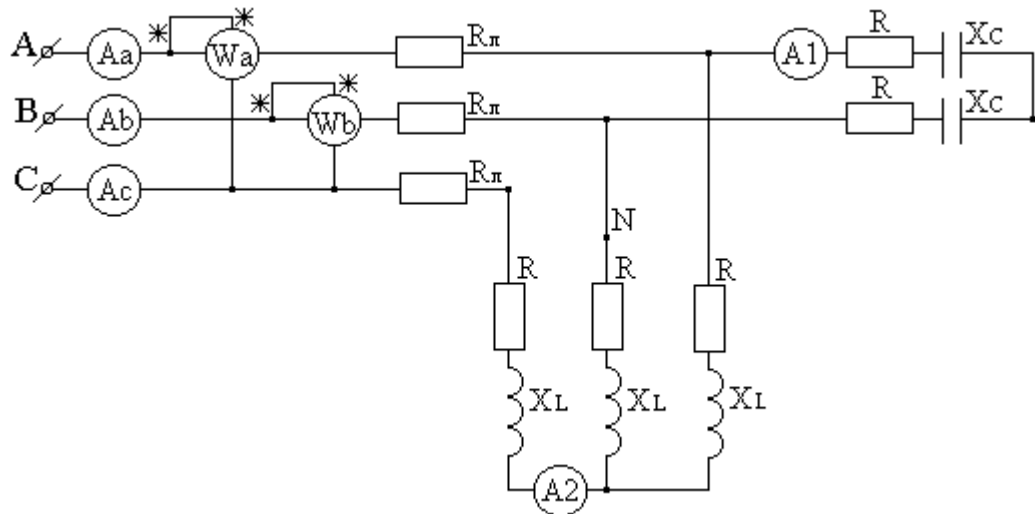
Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$\begin{aligned}
P_{Pr} &:= \left[(|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R_1 + \left[(|I'_A|)^2 + (|I'_B|)^2 + (|I'_C|)^2 \right] \cdot R \\
P_{Pr} &:= P_{Pr} + \left[(|I''_A|)^2 + (|I''_B|)^2 + (|I''_C|)^2 \right] \cdot R & P_{Pr} &= 1.04 \times 10^3 \\
Q_{Pr} &:= \left[(|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot (X_L \cdot i) + \left[(|I''_A|)^2 + (|I''_B|)^2 + (|I''_C|)^2 \right] \cdot (-X_C \cdot i) & Q_{Pr} &= 34.252i
\end{aligned}$$

Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.



Определение показаний измерительных приборов в аварийном режиме.

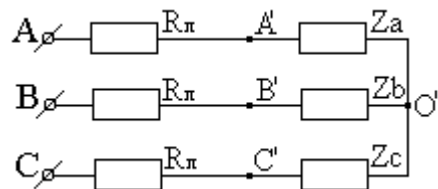


Несимметричная трёхфазная система.

С целью упрощения схемы несимметричной трёхфазной системы нагрузки с элементами, соединенными звездой, следует заменить эквивалентным треугольником.

$$Z' := (R + X_L \cdot i) + (R + X_L \cdot i) + \frac{(R + X_L \cdot i) \cdot (R + X_L \cdot i)}{(R + X_L \cdot i)} \quad Z' = 144 + 126i$$

Параллельно включенные сопротивления нагрузки можно заменить эквивалентными, в результате чего образуется несимметричный треугольник. Заменяв его эквивалентной звездой, рассчитываемую цепь приводят к виду:



Несимметричная звезда.

Сопротивления несимметричного треугольника равны:

$$Z_{A'B'} := \frac{2 \cdot (R - X_C \cdot i) \cdot Z'}{Z' + 2 \cdot (R - X_C \cdot i)} \quad Z_{A'B'} = 135.14 - 25.865i$$

$$Z_{B'C'} := Z' \quad Z_{C'A'} := Z'$$

Сопротивление эквивалентной звезды:

$$Z_a := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_a = 54.833 + 2.135i$$

$$Z_b := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{B'C'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_b = 54.833 + 2.135i$$

$$Z_c := \frac{Z_{B'C'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_c = 44.584 + 61.932i$$

Полные комплексные сопротивления в каждой фазе цепи:

$$\begin{aligned} Z_{ea} &:= Z_a + Z_a & Z_{ea} &= 64.833 + 2.135i \\ Z_{eb} &:= Z_b + Z_b & Z_{eb} &= 64.833 + 2.135i \\ Z_{ec} &:= Z_c + Z_c & Z_{ec} &= 54.584 + 61.932i \end{aligned}$$

Фазные напряжения на нагрузке в цепи удобно определять, вычислив предварительно смещение нейтрали:

$$\begin{aligned} Y_A &:= \frac{1}{Z_{ea}} & Y_B &:= \frac{1}{Z_{eb}} & Y_C &:= \frac{1}{Z_{ec}} \\ Y_A &= 0.015 - 5.074i \times 10^{-4} & Y_B &= 0.015 - 5.074i \times 10^{-4} & Y_C &= 8.009 \times 10^{-3} - 9.088i \times 10^{-3} \\ U_{O''O} &:= \frac{E_A \cdot Y_A + E_B \cdot Y_B + E_C \cdot Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} & U_{O''O} &= 41.556 - 8.216i \end{aligned}$$

Фазные напряжения на элементах нагрузки цепи (рис.5) равны:

$$\begin{aligned} U_{AO''} &:= E_A - U_{O''O} & U_{AO''} &= 103.333 - 30.607i & F(U_{AO''}) &= (107.77 \quad -16.499) \\ U_{BO''} &:= E_B - U_{O''O} & U_{BO''} &= -147.622 - 97.85i & F(U_{BO''}) &= (177.107 \quad -146.462) \\ U_{CO''} &:= E_C - U_{O''O} & U_{CO''} &= -80.379 + 153.105i & F(U_{CO''}) &= (172.922 \quad 117.699) \end{aligned}$$

Токи в фазах, равные фазным токам генератора и линейным токам исходной системы (рис.3), определяют по закону Ома:

$$\begin{aligned} I_A &:= \frac{U_{AO''}}{Z_{ea}} & I_A &= 1.577 - 0.524i & F(I_A) &= (1.661 \quad -18.385) \\ I_B &:= \frac{U_{BO''}}{Z_{eb}} & I_B &= -2.324 - 1.433i & F(I_B) &= (2.73 \quad -148.348) \\ I_C &:= \frac{U_{CO''}}{Z_{ec}} & I_C &= 0.748 + 1.957i & F(I_C) &= (2.095 \quad 69.09) \\ U_{AB} &:= E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} & U_{AB} &= 250.955 + 67.243i & F(U_{AB}) &= (259.808 \quad 15) \\ U_{AA'} &:= I_A \cdot Z_a & U_{AA'} &= 15.766 - 5.24i & F(U_{AA'}) &= (16.614 \quad -18.385) \\ U_{BC} &:= E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} & U_{BC} &= -67.243 - 250.955i & F(U_{BC}) &= (259.808 \quad -105) \\ U_{BB'} &:= I_B \cdot Z_b & U_{BB'} &= -23.242 - 14.327i & F(U_{BB'}) &= (27.303 \quad -148.348) \\ U_{CA} &:= E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} & U_{CA} &= -183.712 + 183.712i & F(U_{CA}) &= (259.808 \quad 135) \\ U_{CC'} &:= I_C \cdot Z_c & U_{CC'} &= 7.476 + 19.567i & F(U_{CC'}) &= (20.947 \quad 69.09) \end{aligned}$$

Для определения токов во всех ветвях рассчитываемой схемы необходимо определить напряжение между точками A', B' и C'.

Согласно второму закону Кирхгофа:

$$U_{AB} := U_{AA'} + U_{A'B'} - U_{BB'}$$

отсюда:

$$U_{A'B'} := U_{AB} - U_{AA'} + U_{BB'} \quad U_{A'B'} = 211.948 + 58.156i \quad F(U_{A'B'}) = (219.781 \quad 15.344)$$

аналогично вычисляют

$$\begin{aligned} U_{B'C'} &:= U_{BC} - U_{BB'} + U_{CC'} & U_{B'C'} &= -36.526 - 217.06i & F(U_{B'C'}) &= (220.112 \quad -99.552) \\ U_{C'A'} &:= U_{CA} - U_{CC'} + U_{AA'} & U_{C'A'} &= -175.422 + 158.904i & F(U_{C'A'}) &= (236.693 \quad 137.828) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I''_A &:= \frac{U_{A'B'}}{2(R - X_C \cdot i)} & I''_A &= 0.4 + 1.205i & F(I''_A) &= (1.27 \quad 71.654) \\
I''_B &:= I''_A & I''_B &= 0.4 + 1.205i & F(I''_B) &= (1.27 \quad 71.654) \\
I'_A &:= I_A - I''_A & I'_A &= 1.177 - 1.729i & F(I'_A) &= (2.092 \quad -55.765) \\
I'_C &:= I_C & I'_C &= 0.748 + 1.957i & F(I'_C) &= (2.095 \quad 69.09) \\
I'_B &:= I_B + I''_B & I'_B &= -1.924 - 0.227i & F(I'_B) &= (1.938 \quad -173.263)
\end{aligned}$$

Согласно выполненным расчетам, показания включенных в цепь амперметров равны:

$$A_1 = 1.466 \text{ (A)} \quad A_2 = 1.938 \text{ (A)} \quad A_a = 1.661 \text{ (A)} \quad A_b = 2.73 \text{ (A)} \quad A_c = 2.095 \text{ (A)}$$

Расчет показаний ваттметров выполняется так же, как и в случае симметричной системы:

Показание ваттметра W_a :

$$\begin{aligned}
E_{AC} &:= E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i30 \frac{\pi}{180}} & E_{AC} &= 183.712 - 183.712i \\
W_a &:= \operatorname{Re}(E_{AC} \cdot \overline{I'_A}) & W_a &= 385.902
\end{aligned}$$

Показание ваттметра W_b :

$$\begin{aligned}
E_{BC} &:= E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i30 \frac{\pi}{180}} & E_{AC} &= 183.712 - 183.712i \\
W_b &:= \operatorname{Re}(E_{BC} \cdot \overline{I'_B}) & W_b &= 515.832
\end{aligned}$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 901.734$$

Баланс активной и реактивной мощностей

$$S_r := E_A \cdot \overline{I'_A} + E_B \cdot \overline{I'_B} + E_C \cdot \overline{I'_C} \quad S_r = 901.734 + 293.55i$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$\begin{aligned}
P_{pr} &:= \left[(|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R_1 + \left[(|I'_A|)^2 + (|I'_B|)^2 + (|I'_C|)^2 \right] \cdot R \\
P_{pr} &:= P_{pr} + \left[(|I''_A|)^2 + (|I''_B|)^2 \right] \cdot R & P_{pr} &= 901.734 \\
Q_{pr} &:= \left[(|I'_A|)^2 + (|I'_B|)^2 + (|I'_C|)^2 \right] \cdot (X_L \cdot i) + \left[(|I''_A|)^2 + (|I''_B|)^2 \right] \cdot (-X_C \cdot i) & Q_{pr} &= 293.55i
\end{aligned}$$

Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.

