

***Министерство образования и науки Украины  
Национальный технический университет Украины  
“Киевский Политехнический Институт”  
Кафедра ТОЭ***

***Расчетно-графическая работа  
“Периодические несинусоидальные токи в линейных  
электрических цепях”  
Вариант № 304***

Выполнил: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Проверил: \_\_\_\_\_

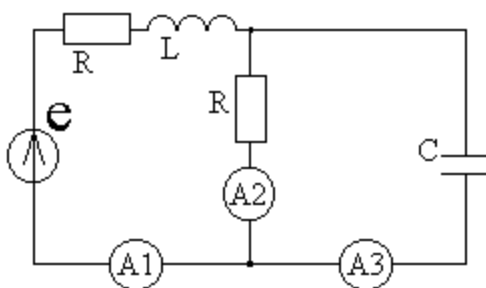
### Задание

В электрической цепи, схема которой изображена на рисунке, действует источник периодической несинусоидальной ЭДС. График ЭДС задан кривой. Нелинейный отрезок кривой представляют собой участки синусоиды. Угловая частота изменения ЭДС  $\omega = 1000$  рад/с.

#### Требуется:

1. Разложить заданную ЭДС в ряд Фурье (ограничиться 1-ой, 3-ей и 5-ой гармониками).
2. Построить в одной системе координат временные графики составляющих и суммарную кривую ЭДС, последнюю сравнить с заданной.
3. Рассчитать мгновенные значения токов всех ветвей заданной схемы.
4. Определить показания амперметров электромагнитной системы, включенных в цепь.
5. Вычислить мощность  $P$ ,  $Q$ ,  $S$ ,  $T$  и коэффициент мощности источника. Составить баланс активных мощностей цепи.
6. Считая заданную схему одной из фаз симметричной трехфазной цепи при соединении генератора и нагрузки звездой с нулевым проводом, необходимо:
  - а) Записать выражения мгновенных значений ЭДС во всех фазах трехфазного источника (принять заданную ЭДС в качестве ЭДС фазы А),
  - б) Определить действующие значения линейного напряжения источника и тока в нейтральном проводе,
  - в) Вычислить действующие значения напряжения между нейтральными точками генератора и приемника и токов в линейных проводах при обрыве нейтрального провода.

$$E_m := 100 \quad R := 30 \quad L := 8 \quad C := 10 \quad \omega := 1000$$



Общая схема цепи

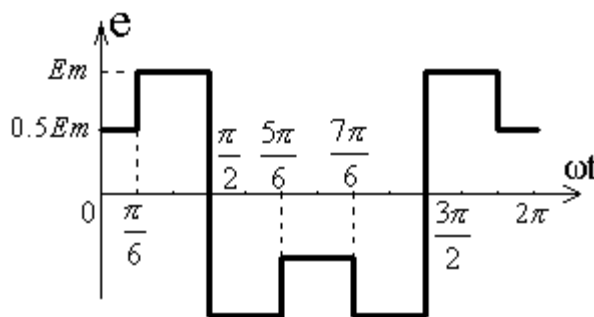


График ЭДС

## Разложение заданной ЭДС в ряд Фурье.

Данная функция является симметричной относительно оси. Ряд Фурье такой функции не содержит синусоидных составляющих:

$$f(wt) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} C_{mk} \cos kwt \quad x = \omega t$$

$$A_0 := \frac{1}{2\pi} \cdot \left[ \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{E_m}{2} dx + \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{2}{6}} E_m dx + \int_{\frac{2}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} (-E_m) dx + \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \left( -\frac{E_m}{2} \right) dx + \int_{\frac{7\pi}{6}}^{\frac{3\pi}{2}} (-E_m) dx + \int_{\frac{3\pi}{2}}^{\frac{11\pi}{6}} E_m dx + \int_{\frac{11\pi}{6}}^{2\pi} \frac{E_m}{2} dx \right]$$

$$A_0 = -3.393 \times 10^{-15}$$

Нахождение коэффициента для 1-ой гармоники

$$C_{m1} := \frac{4}{\pi} \cdot \left[ \int_0^{\frac{\pi}{6}} \left( \frac{E_m}{2} \right) \cdot \cos(x) d(x) \right] + \frac{4}{\pi} \cdot \left[ \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{2}{6}} (E_m) \cdot \cos(x) d(x) \right] \quad C_{m1} = 95.493$$

Нахождение коэффициентов для 3-ой гармоники

$$C_{m3} := \frac{4}{\pi} \cdot \left[ \int_0^{\frac{\pi}{6}} \left( \frac{E_m}{2} \right) \cdot \cos(3x) d(x) \right] + \frac{4}{\pi} \cdot \left[ \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{2}{6}} (E_m) \cdot \cos(3x) d(x) \right] \quad C_{m3} = -63.662$$

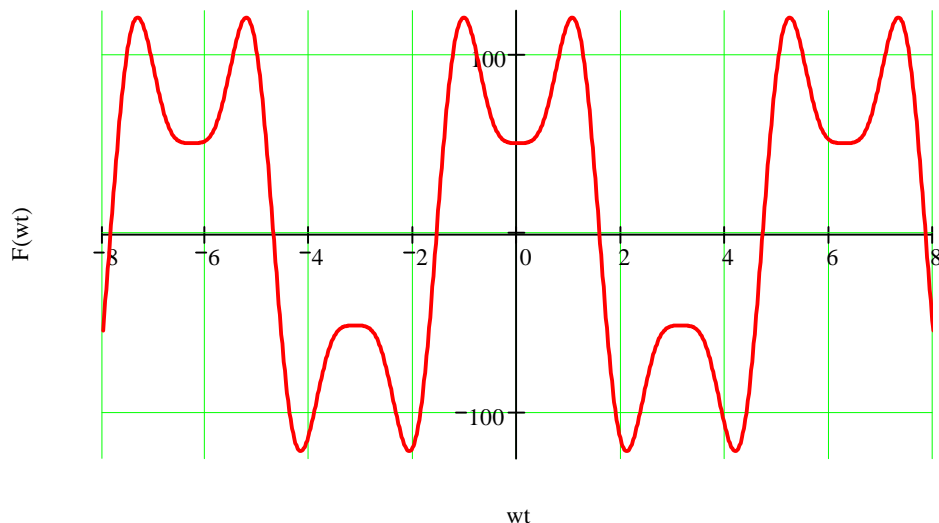
Нахождение коэффициентов для 5-ой гармоники

$$C_{m5} := \frac{4}{\pi} \cdot \left[ \int_0^{\frac{\pi}{6}} \left( \frac{E_m}{2} \right) \cdot \cos(5x) d(x) \right] + \frac{4}{\pi} \cdot \left[ \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{2}{6}} (E_m) \cdot \cos(5x) d(x) \right] \quad C_{m5} = 19.099$$

Искомое разложение функции можно представить в виде:

$$F(x) := A_0 + C_{m1} \cdot \cos(x) + C_{m3} \cdot \cos(3x) + C_{m5} \cdot \cos(5x)$$

## Графики составляющих и суммарной ЭДС



Временной график суммарной кривой

Нахождение мгновенных значений токов всех ветвей заданной схемы.

Выполнив разложение периодической несинусоидальной ЭДС в ряд Фурье, заменяем её приближенно суммой постоянной и нескольких составляющих.

Обозначим реактивные сопротивления цепи для К-ой гармоники:

$$X_C := \frac{1}{\omega \cdot C \cdot k \cdot 10^{-6}} \quad X_L := \omega \cdot L \cdot k \cdot 10^{-3}$$

Расчет токов, обусловленных каждой из составляющих ЭДС, выполним в комплексной форме. Комплексное сопротивление цепи для К-ой гармоники равно:

$$Z_k = i \cdot X_L \cdot k + \frac{-i \cdot X_C \cdot k \cdot (-i \cdot X_C \cdot k + R)}{-i \cdot X_C \cdot k + (-i \cdot X_C \cdot k + R)}$$

Для основной гармоники ЭДС (K=1):

$$E_1 := \frac{Cm_1}{\sqrt{2}} \cdot e^{-i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_1 = 58.477 - 33.762i \quad F(E_1) = (67.524 \quad -30)$$

Комплексное сопротивление цепи для 1-ой гармоники равно:

$$Z_1 := i \cdot X_L + \frac{R \cdot (-i \cdot X_C + R)}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad Z_1 = 26.029 + 1.382i$$

За законом Ома находим ток I1:

$$I_{1_1} := \frac{E_1}{Z_1} \quad I_{1_1} = 2.172 - 1.412i \quad F(I_{1_1}) = (2.59 \quad -33.04)$$

Остальные токи находим за формулами чужого сопротивления:

$$I_{2_1} := I_{1_1} \cdot \frac{-i \cdot X_C + R}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{2_1} = 1.573 - 1.704i \quad F(I_{2_1}) = (2.319 \quad -47.304)$$

$$I_{3_1} := I_{1_1} \cdot \frac{R}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{3_1} = 0.599 + 0.292i \quad F(I_{3_1}) = (0.666 \quad 25.996)$$

Для третьей гармоники ЭДС(K=3):

$$E_3 := \frac{Cm_3}{\sqrt{2}} \cdot e^{-i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_3 = -38.985 + 22.508i \quad F(E_3) = (45.016 \quad 150)$$

Комплексное сопротивление цепи для 3-ой гармоники равно:

$$Z_3 := i \cdot X_L + \frac{R \cdot (-i \cdot X_C + R)}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad Z_3 = 18.538 + 17.632i$$

За законом Ома находим ток I1:

$$I_{1_3} := \frac{E_3}{Z_3} \quad I_{1_3} = -0.498 + 1.688i \quad F(I_{1_3}) = (1.76 \quad 106.434)$$

Остальные токи находим за формулами чужого сопротивления:

$$I_{2_3} := I_{1_3} \cdot \frac{-i \cdot X_C + R}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{2_3} = 0.051 + 1.149i \quad F(I_{2_3}) = (1.15 \quad 87.476)$$

$$I_{3_3} := I_{1_3} \cdot \frac{R}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{3_3} = -0.548 + 0.539i \quad F(I_{3_3}) = (0.769 \quad 135.489)$$

Для пятой гармоники ЭДС(K=5):

$$E_5 := \frac{Cm_5}{\sqrt{2}} \cdot e^{-i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_5 = 11.695 - 6.752i \quad F(E_5) = (13.505 \quad -30)$$

Комплексное сопротивление цепи для 3-ой гармоники равно:

$$Z_5 := i \cdot X_L + \frac{R \cdot (-i \cdot X_C + R)}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad Z_5 = 16.5 + 35.5i$$

За законом Ома находим ток I1:

$$I_{1_5} := \frac{E_5}{Z_5} \quad I_{1_5} = -0.03 - 0.344i \quad F(I_{1_5}) = (0.345 \quad -95.072)$$

Остальные токи находим за формулами чужого сопротивления:

$$I_{2_5} := I_{1_5} \cdot \frac{-i \cdot X_C + R}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{2_5} = -0.068 - 0.184i \quad F(I_{2_5}) = (0.197 \quad -110.327)$$

$$I_{3_5} := I_{1_5} \cdot \frac{R}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{3_5} = 0.038 - 0.159i \quad F(I_{3_5}) = (0.164 \quad -76.637)$$

Мгновенные значения токов ветвей:

$$i_2 = 2.59 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 33.04) + 1.76 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(3 \cdot \omega t + 106.434) + 0.345 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(5 \cdot \omega t - 95.072)$$

$$i_2 = 2.319 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 47.304) + 1.15 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(3 \cdot \omega t + 87.476) + 0.197 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(5 \cdot \omega t - 110.327)$$

$$i_3 = 0.666 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 25.996) + 0.769 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(3 \cdot \omega t + 135.489) + 0.164 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(5 \cdot \omega t - 76.637)$$

Определение показаний амперметров электромагнитной системы, включенных в цепь.

$$\Gamma_1 := \sqrt{(|I_{1_1}|)^2 + (|I_{1_3}|)^2 + (|I_{1_5}|)^2} \quad \Gamma_1 = 3.15$$

$$\Gamma_2 := \sqrt{(|I_{2_1}|)^2 + (|I_{2_3}|)^2 + (|I_{2_5}|)^2} \quad \Gamma_2 = 2.596$$

$$\Gamma_3 := \sqrt{(|I_{3_1}|)^2 + (|I_{3_3}|)^2 + (|I_{3_5}|)^2} \quad \Gamma_3 = 1.031$$

Вычисление мощности P, Q, S, T и коэффициента мощности источника. Баланс активных мощностей цепи.

Активная мощность источника (на входе цепи):

$$P := |E_1| \cdot |I_{1_1}| \cdot \cos(\arg(I_{1_1}) - \arg(E_1)) + |E_3| \cdot |I_{1_3}| \cdot \cos(\arg(I_{1_3}) - \arg(E_3))$$

$$P := P + |E_5| \cdot |I_{1_5}| \cdot \cos(\arg(I_{1_5}) - \arg(E_5)) \quad P = 234.029$$

Реактивная мощность источника:

$$Q := |E_1| \cdot |I_{1_1}| \cdot \sin[-(\arg(I_{1_1}) - \arg(E_1))] + |E_3| \cdot |I_{1_3}| \cdot \sin[-(\arg(I_{1_3}) - \arg(E_3))]$$

$$Q := Q + |E_5| \cdot |I_{1_5}| \cdot \sin[-(\arg(I_{1_5}) - \arg(E_5))] \quad Q = 68.089$$

Полная мощность источника:

$$E := \sqrt{(|E_1|)^2 + (|E_3|)^2 + (|E_5|)^2} \quad S := E \cdot I_1 \quad S = 259.189$$

Мощность искажения на входе цепи:

$$T := \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} \quad T = 88.166$$

Мощность, поступающая в активные сопротивления цепи:

$$P_a := I_3^2 \cdot R + I_2^2 \cdot R \quad P_a = 234.029$$

Считем заданную схему одной из фаз симметричной трехфазной цепи при соединении генератора и нагрузки звездой с нулевым проводом.

Выражения мгновенных значений ЭДС во всех фазах трехфазного источника (принимая заданную ЭДС в качестве ЭДС фазы А).

В симметричных трёхфазных электрических цепях кривые напряжения (тока) во второй и третьей фазах аналогичны кривой напряжения (тока) первой фазы со сдвигом на треть периода:

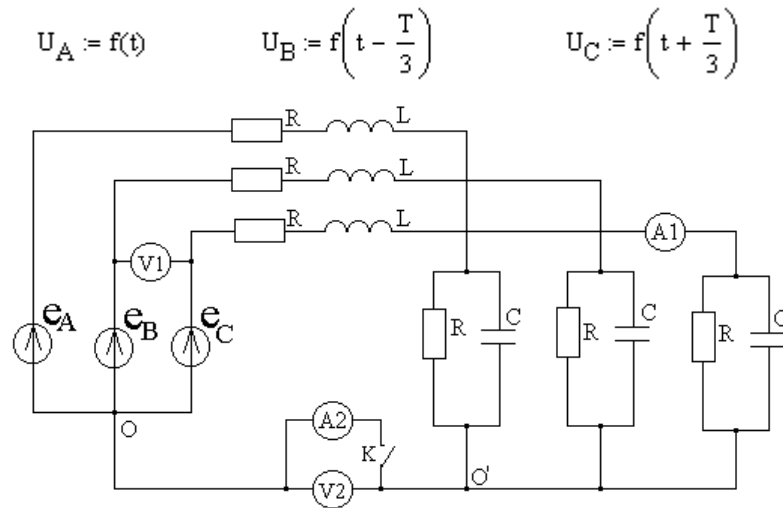


Схема трехфазной цепи

$$e_A = 95.493 \cdot \sin(\omega t - 30) - 63.662 \cdot \sin(3\omega t - 30) - 19.099 \cdot \sin(5\omega t - 30)$$

$$e_B = 95.493 \cdot \sin(\omega t - 150) - 63.662 \cdot \sin(3\omega t - 30) - 19.099 \cdot \sin(5\omega t - 289.345)$$

$$e_C = 95.493 \cdot \sin(\omega t + 90) - 63.662 \cdot \sin(3\omega t - 30) - 19.099 \cdot \sin(5\omega t - 268.401)$$

Определение действующего значения линейного напряжения источника и тока в нейтральном проводе.

Действующее значение линейного напряжения источника (показание вольтметра V1):

$$U_L := \sqrt{3} \cdot \sqrt{(|E_1|)^2 + (|E_5|)^2} \quad U_L = 119.271$$

Действующее значение тока в линейном проводе (показания амперметра A2 при замкнутом ключе K):

$$I_N := 3 \cdot \sqrt{(|I_{13}|)^2} \quad I_N = 5.279$$

Определение действующего значения напряжения между нейтральными точками генератора и приемника и токов в линейных проводах при обрыве нейтрального провода.

Действующее значение напряжения между нейтральными точками генератора O и приемника O' при размыкании ключа K (показания вольтметра V2):

$$U_N := |E_3| \quad U_N = 45.016$$

Действующее значение токов в линейных проводах при обрыве нейтрального провода (показание амперметра A1):

$$I_1 := \sqrt{(|I_{11}|)^2 + (|I_{15}|)^2} \quad I_1 = 2.613$$