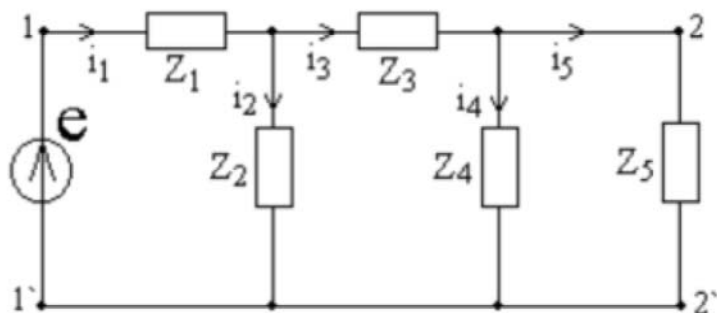


Параметри елементів схеми:

$$\begin{aligned}
 E &:= 220 \text{ V} & XL1 &:= 50 \text{ } \Omega & j &:= \sqrt{-1} \\
 \psi &:= \frac{5 \cdot \pi}{18} \text{ rad} & XL2 &:= 40 \text{ } \Omega & f &:= 100 \text{ Hz} \\
 R1 &:= 16 \text{ } \Omega & XC1 &:= 20 \text{ } \Omega & \omega &:= 2 \cdot \pi \cdot f \\
 R2 &:= 14 \text{ } \Omega & XC2 &:= 15 \text{ } \Omega & & \\
 R3 &:= 12 \text{ } \Omega & XC3 &:= 12 \text{ } \Omega & & \\
 R4 &:= 10 \text{ } \Omega & Xm &:= 30 \text{ } \Omega & &
 \end{aligned}$$

Розраховуємо струми комплексним методом



$$Z1 := R1 + j \cdot (XL1 - XC1) = (16 + 30j) \text{ } \Omega$$

$$Z1 = (34 \angle 61.928^\circ) \text{ } \Omega$$

$$Z2 := R2 + j \cdot XL2 = (14 + 40j) \text{ } \Omega$$

$$Z2 = (42.379 \angle 70.71^\circ) \text{ } \Omega$$

$$Z3 := j \cdot (XL3 - XC2) = 20j \text{ } \Omega$$

$$Z3 = (20 \angle 90^\circ) \text{ } \Omega$$

$$Z4 := R3 = 12 \text{ } \Omega$$

$$Z4 = (12 \angle 0^\circ) \text{ } \Omega$$

$$Z5 := R4 - j \cdot XC3 = (10 - 12j) \text{ } \Omega$$

$$Z5 = (15.62 \angle -50.194^\circ) \text{ } \Omega$$

$$Z := Z1 + \frac{\left(Z3 + \frac{Z4 \cdot Z5}{Z4 + Z5} \right) \cdot Z2}{Z3 + \frac{Z4 \cdot Z5}{Z4 + Z5} + Z2} = (20.664 + 42.058j) \text{ } \Omega$$

$$Z = (46.86 \angle 63.834^\circ) \text{ } \Omega$$

$$I1 := \frac{E \cdot e^{j \cdot \psi}}{Z} = (4.559 - 1.123j) \text{ A}$$

$$I1 = (4.695 \angle -13.834^\circ) \text{ A}$$

$$I3 := I1 \cdot \frac{Z2}{Z2 + Z3 + \frac{Z4 \cdot Z5}{Z4 + Z5}} = (3.18 - 0.735j) \text{ A}$$

$$I3 = (3.264 \angle -13.019^\circ) \text{ A}$$

$$I2 := I1 - I3 = (1.379 - 0.387j) \text{ A}$$

$$I2 = (1.432 \angle -15.691^\circ) \text{ A}$$

$$I4 := I3 \cdot \frac{Z5}{Z4 + Z5} = (1.674 - 1.155j) \text{ A}$$

$$I4 = (2.034 \angle -34.603^\circ) \text{ A}$$

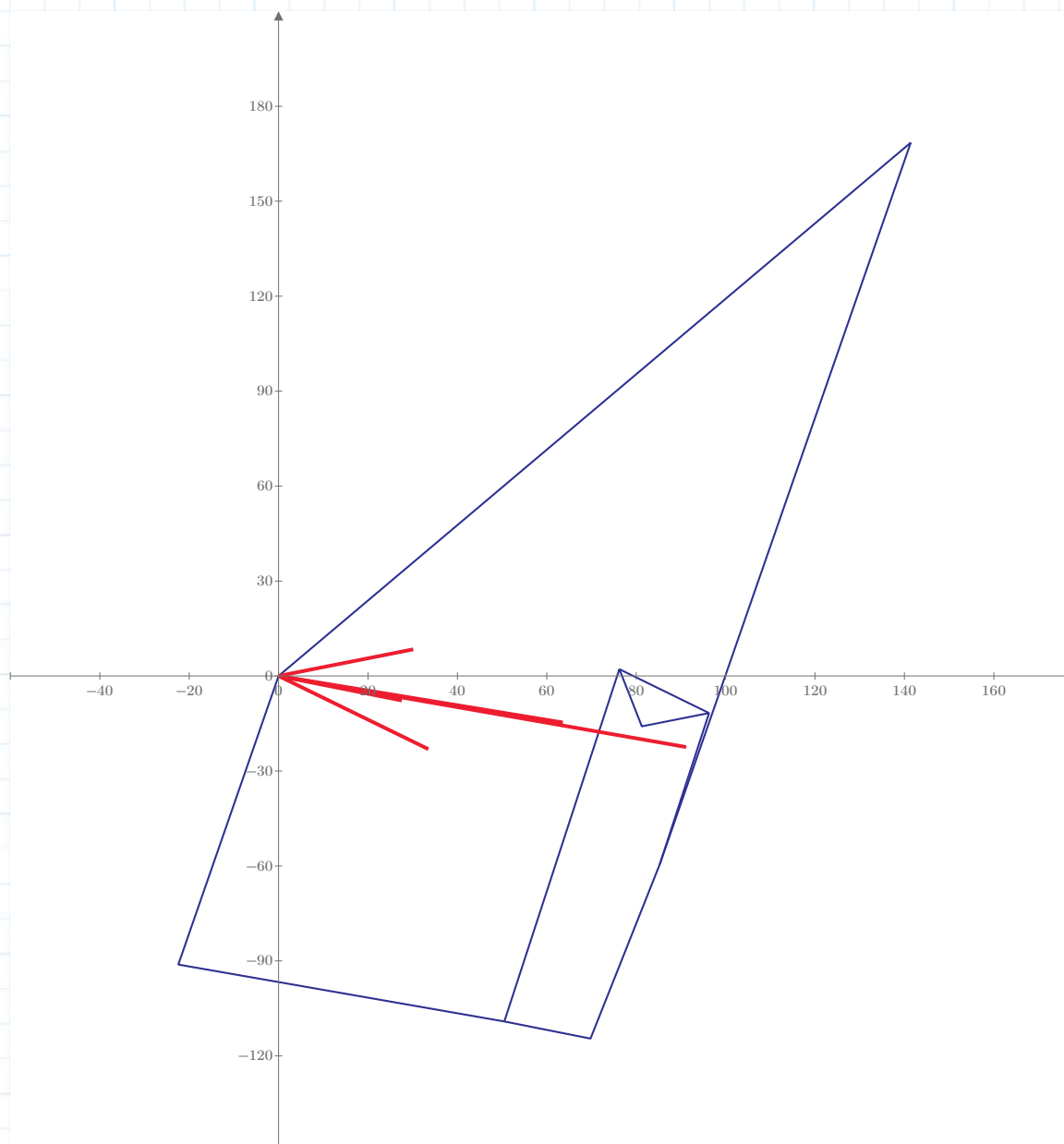
$$I5 := I3 - I4 = (1.505 + 0.42j) \text{ A}$$

$$I5 = (1.563 \angle 15.591^\circ) \text{ A}$$

Перевірка за першим законом Кірхгофа:

$$I1 - I3 - I2 = 0 \text{ A}$$

$$I3 - I5 - I4 = 0 \text{ A}$$



Приймаємо активний опір другої вітки рівним нулю і за умови резонансу струмів розраховуємо реактивний опір цієї вітки.

$$Y := \frac{1}{Z_3 + \frac{Z_4 \cdot Z_5}{Z_4 + Z_5}} = (0.02 - 0.05j) \text{ S}$$

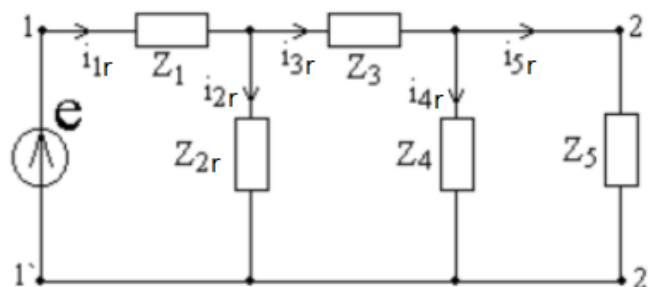
-> за умовою резонансу.

$$XL2r := \frac{1}{\text{Im}(Y)} = -20.053 \text{ } \Omega$$

-> опір котушки L2.

$$Z2r := j \cdot XL2r = -20.053j \text{ } \Omega$$

-> опір вітки 2.



Обчислимо струми віток за умови резонансу:

$$Z_r := Z_1 + \frac{\left(Z_3 + \frac{Z_4 \cdot Z_5}{Z_4 + Z_5} \right) \cdot Z_{2r}}{Z_3 + \frac{Z_4 \cdot Z_5}{Z_4 + Z_5} + Z_{2r}} = (65.729 + 30j) \, \Omega$$

$$Z_r = (72.252 \angle 24.533^\circ) \, \Omega$$

$$I_{1r} := \frac{E \cdot e^{j \cdot \psi}}{Z_r} = (2.749 + 1.309j) \, A$$

$$I_{1r} = (3.045 \angle 25.467^\circ) \, A$$

$$I_{3r} := I_{1r} \cdot \frac{Z_{2r}}{Z_{2r} + Z_3 + \frac{Z_4 \cdot Z_5}{Z_4 + Z_5}} = (5.996 - 5.508j) \, A$$

$$I_{3r} = (8.142 \angle -42.571^\circ) \, A$$

$$I_{2r} := I_{1r} - I_{3r} = (-3.247 + 6.817j) \, A$$

$$I_{2r} = (7.551 \angle 115.467^\circ) \, A$$

$$I_{4r} := I_{3r} \cdot \frac{Z_5}{Z_4 + Z_5} = (2.212 - 4.567j) \, A$$

$$I_{4r} = (5.075 \angle -64.155^\circ) \, A$$

$$I_{5r} := I_{3r} - I_{4r} = (3.784 - 0.941j) \, A$$

$$I_{5r} = (3.899 \angle -13.961^\circ) \, A$$

Баланс активних і реактивних потужностей:

$$U := E \cdot e^{j \cdot \psi} = (141.413 + 168.53j) \, V$$

$$U = (220 \angle 50^\circ) \, V$$

$$S_r := U \cdot \overline{I_{1r}} = (609.406 + 278.145j) \, W$$

$$S_r = (669.881 \angle 24.533^\circ) \, W$$

$$P_r := |I_{1r}|^2 \cdot R_1 + |I_{4r}|^2 \cdot R_3 + |I_{5r}|^2 \cdot R_4 = 609.406 \, W$$

$$Q_r := |I_{2r}|^2 \cdot XL_{2r} + |I_{1r}|^2 \cdot (XL_1 - XC_1) + |I_{3r}|^2 \cdot (XL_3 - XC_2) - |I_{5r}|^2 \cdot XC_3 = 278.145 \, W$$

Розрахуємо покази вольтметра:

$$U_{complex} := I_{3r} \cdot (j \cdot XL_3) - I_{5r} \cdot (j \cdot XC_3) = (181.491 + 164.454j) \, V$$

$$U_v := \sqrt{\text{Re}(U_{complex})^2 + \text{Im}(U_{complex})^2} = 244.917 \, V$$

Суміщена діаграма струмів і напруг

Визначимо потенціали точок кола

$$U_{ar} := 0 \, V$$

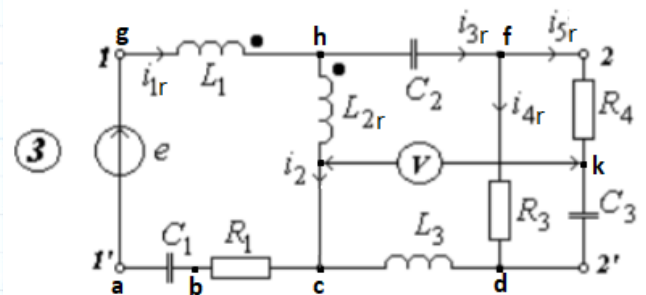
$$U_{br} := U_{ar} - I_{1r} \cdot (j \cdot XC_1) = (26.186 - 54.981j) \, V$$

$$U_{cr} := U_{br} + I_{1r} \cdot R_1 = (70.171 - 34.032j) \, V$$

$$U_{dr} := U_{cr} + I_{3r} \cdot (j \cdot XL_3) = (262.949 + 175.824j) \, V$$

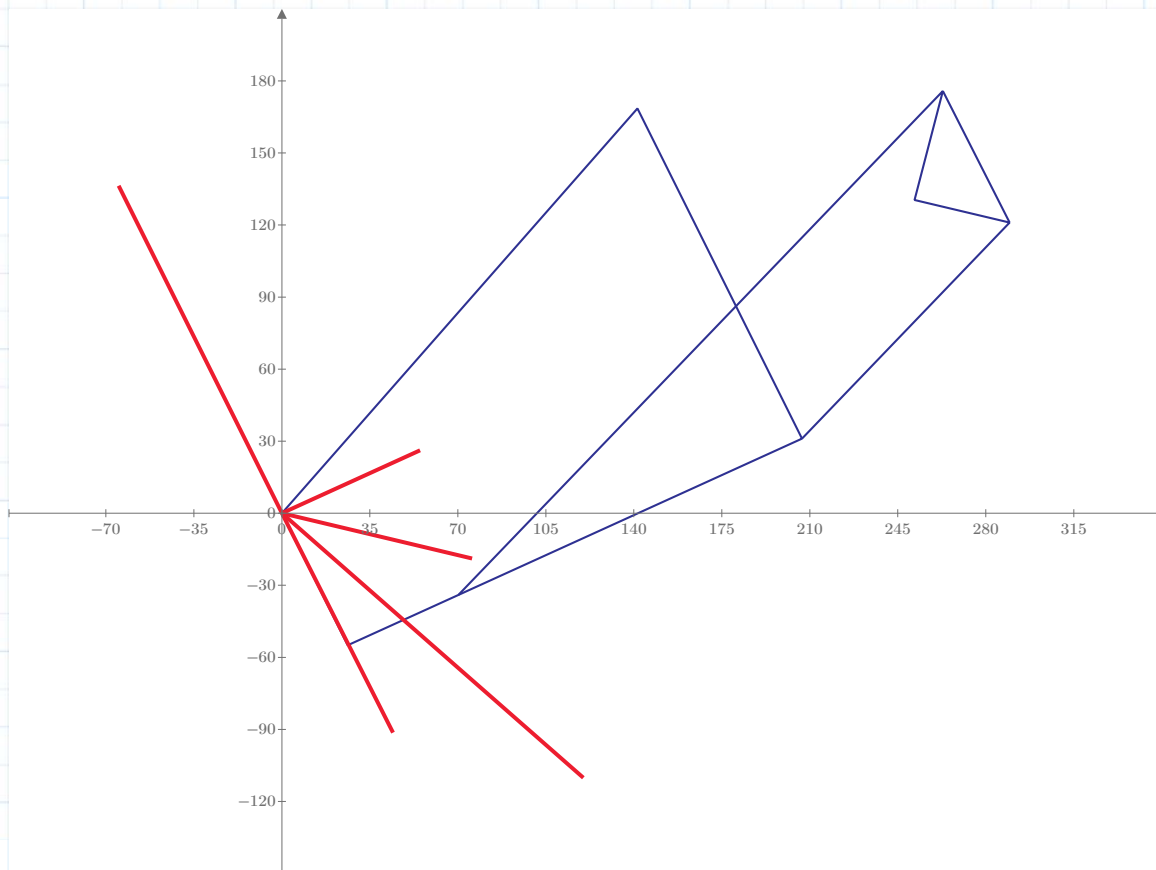
$$U_{kr} := U_{dr} - I_{5r} \cdot (j \cdot XC_3) = (251.662 + 130.422j) \, V$$

$$U_{fr} := U_{kr} + I_{5r} \cdot R_4 = (289.497 + 121.016j) \, V$$

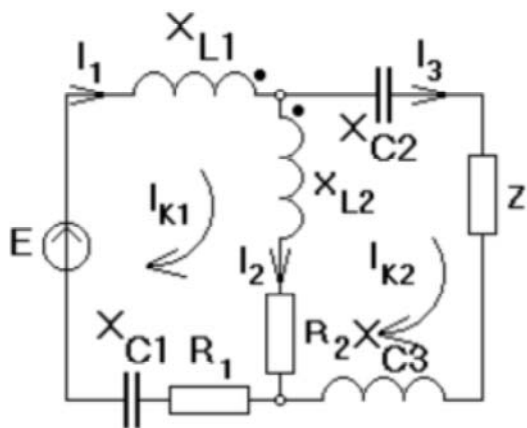


$$U_{hr} := U_{cr} + I_{2r} \cdot (j \cdot XL_{2r}) = (206.878 + 31.077j) \, V$$

$$U_{gr} := U_{hr} + I_{1r} \cdot (j \cdot XL_1) = (141.413 + 168.53j) \, V$$



Розрахунок струмів за наявності магнітного зв'язку між L1 та L2



$$Z_e := \frac{R3 \cdot (R4 - j \cdot XC3)}{R3 + R4 - j \cdot XC3} = 6.955 - 2.752j \, \Omega$$

Обчислюємо опори:

$$Z_{11} := R1 + R2 + j \cdot (XL1 - XC1 + XL2 - 2 \cdot Xm) = (30 + 10j) \, \Omega$$

$$Z_{22} := R2 + j \cdot XL2 - XC2 + XL3 + Z_e = (20.955 + 57.248j) \, \Omega$$

$$Z_{12} := R2 + j \cdot XL2 - Xm = (14 + 10j) \, \Omega$$

$$Z_{21} := Z_{12} = (14 + 10j) \, \Omega$$

$$\begin{cases} Ek1 = Ik1 \cdot Z_{11} - Ik2 \cdot Z_{12} \\ Ek2 = -Ik1 \cdot Z_{21} + Ik2 \cdot Z_{22} \end{cases}$$

Контурні ЕРС:

$$Ek1 := U = (141.413 + 168.53j) \, V$$

$$Ek2 := 0 \, V$$

$$\Delta := \left\| \begin{bmatrix} Z_{11} & -Z_{12} \\ -Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \right\| = (-39.822 + 1.647j \cdot 10^3) \Omega^2$$

$$\Delta_1 := \left\| \begin{bmatrix} E_{k1} & -Z_{12} \\ E_{k2} & Z_{22} \end{bmatrix} \right\| = (-6.685 \cdot 10^3 + 1.163j \cdot 10^4) \frac{kg^2 \cdot m^4}{s^6 \cdot A^3}$$

$$\Delta_2 := \left\| \begin{bmatrix} Z_{11} & E_{k1} \\ -Z_{21} & E_{k2} \end{bmatrix} \right\| = (294.488 + 3.774j \cdot 10^3) \frac{kg^2 \cdot m^4}{s^6 \cdot A^3}$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} I_{k1} &:= \frac{\Delta_1}{\Delta} = (7.154 + 3.886j) A \\ I_{k2} &:= \frac{\Delta_2}{\Delta} = (2.285 - 0.234j) A \end{aligned}$$

$$I_{1m} := I_{k1} = (7.154 + 3.886j) A$$

$$I_{2m} := I_{k1} - I_{k2} = (4.868 + 4.12j) A$$

$$I_{3m} := I_{k2} = (2.285 - 0.234j) A$$

$$I_{4m} := I_{3m} \cdot \frac{R_4 - j \cdot XC_3}{R_3 + R_4 - j \cdot XC_3} = (1.271 - 0.66j) A$$

$$I_{5m} := I_{3m} \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4 - j \cdot XC_3} = (1.014 + 0.426j) A$$

Перевірка за I законом Кірхгофа

$$I_{1m} - I_{2m} - I_{3m} = 0 A$$

$$I_{3m} - I_{4m} - I_{5m} = 0 A$$

$$I_{2m} + I_{5m} + I_{4m} - I_{1m} = 0 A$$

Перевірка за II законом Кірхгофа

$$I_{1m} \cdot (R_1 + j \cdot (XL_1 - XC_1 - X_m)) - E_{k1} + I_{2m} \cdot (R_2 + j \cdot (XL_2 - X_m)) = 0 V$$

$$I_{2m} \cdot (R_2 + j \cdot (XL_2 - X_m)) - I_{4m} \cdot R_3 - I_{3m} \cdot j \cdot (-XC_2 + XL_3 + X_m) = 0 V$$

$$I_{4m} \cdot R_3 - I_{5m} \cdot (R_4 - j \cdot XC_3) = 0 V$$

Рахуємо потужності магнітного зв'язку

$$SM_1 := -I_{1m} \cdot \overline{I_{2m}} \cdot j \cdot X_m = (-316.656 - 1.525j \cdot 10^3) W$$

$$SM_2 := -I_{2m} \cdot \overline{I_{1m}} \cdot j \cdot X_m = (316.656 - 1.525j \cdot 10^3) W$$

Перевіряємо за балансом потужностей

$$S_m := U \cdot \overline{I_{1m}} = (1.666 \cdot 10^3 + 656.102j) W$$

$$P_m := |I_{1m}|^2 \cdot R_1 + |I_{2m}|^2 \cdot R_2 + |I_{4m}|^2 \cdot R_3 + |I_{5m}|^2 \cdot R_4 = (1.666 \cdot 10^3) W$$

$$Q_m := |I_{1m}|^2 \cdot (XL_1 - XC_1) + |I_{2m}|^2 \cdot XL_2 + |I_{3m}|^2 \cdot (XL_3 - XC_2) + |I_{5m}|^2 \cdot (-XC_3) + \text{Im}(SM_1 + SM_2)$$

$$Q_m = 656.102 W$$

Розрахуємо покази вольтметра:

$$U_{complexm} := -I_{2m} \cdot R_2 + I_{3m} \cdot (j \cdot XL_3) - I_{5m} \cdot (j \cdot XC_3) = (-54.853 + 10.142j) V$$

$$U_{vm} := \sqrt{\text{Re}(U_{complexm})^2 + \text{Im}(U_{complexm})^2} = 55.783 V$$

Суміщена діаграма струмів і напруг

Визначимо потенціали точок кола

$$U_{am} := 0 \text{ V}$$

$$U_{bm} := U_{am} - I_{1m} \cdot (j \cdot X_{C1}) = (77.715 - 143.072j) \text{ V}$$

$$U_{cm} := U_{bm} + I_{1m} \cdot R_1 = (192.172 - 80.9j) \text{ V}$$

$$U_{dm} := U_{cm} + I_{3m} \cdot (j \cdot X_{L3}) = (200.364 - 0.908j) \text{ V}$$

$$U_{km} := U_{dm} - I_{5m} \cdot (j \cdot X_{C3}) = (205.472 - 13.081j) \text{ V}$$

$$U_{fm} := U_{km} + I_{5m} \cdot R_4 = (215.617 - 8.825j) \text{ V}$$

$$U_{mm} := U_{cm} + I_{2m} \cdot R_2 = (260.326 - 23.223j) \text{ V}$$

$$U_{hm} := U_{mm} + I_{2m} \cdot (j \cdot (X_{L2} - X_m)) = (219.128 + 25.458j) \text{ V}$$

$$U_{gm} := U_{hm} + I_{1m} \cdot (j \cdot (X_{L1} - X_m)) = (141.413 + 168.53j) \text{ V}$$

