

Министерство образования и науки Украины
Национальный технический университет Украины
“Киевский Политехнический Институт”
Кафедра ТОЭ

Расчетно-графическая работа
“Трёхфазные цепи”
Вариант № 438

Выполнил:_____

Проверил:_____

Киев 2007

Условие задания

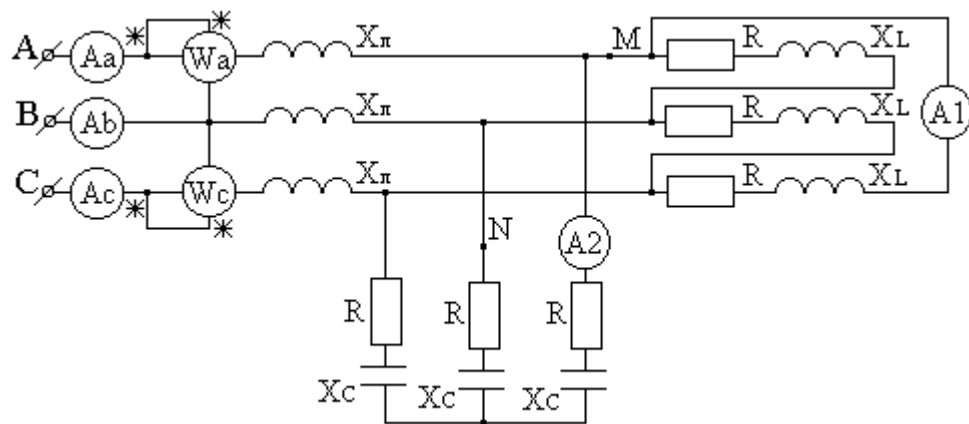
Симметричный трёхфазный генератор с обмотками, соединёнными в звезду, питает через трехпроводную линию электропередачи нагрузку с элементами, соединёнными звездой и треугольником.

Требуется:

1. Определить показания включенных в цепь измерительных приборов, полагая нагрузки симметричной.
2. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
3. По результатам расчета п.1 построить для симметричной нагрузки совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.
4. Провести расчет токов во всех ветвях напряжений на всех участках цепи, определить показания измерительных приборов в аварийном режиме, делая обрыв в указанной точке.
5. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
6. По результатам расчета п.4 построить совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.

$$U_A := 150 \quad U_B := U_A \quad U_C := U_B \quad \psi_A := -15 \quad X_1 := 6 \quad R := 48 \quad X_L := 42 \quad X_C := 72$$

Обрыв проводится в точке М.



Общая схема трёхфазной цепи

Определение показаний измерительных приборов при симметричной нагрузке

Так как нагрузка симметрическая, то будем проводить расчет только по одной фазе. Токи в остальных фазах будут такими же, только будут отличаться углы.

Для определения токов в ветвях цепи необходимо первоначально произвести упрощение схемы, сведя её к схеме с элементами, соединенными звездой.

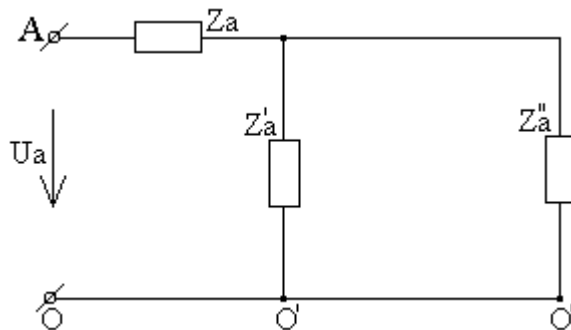
$$Z'' := \frac{(R + X_L \cdot i) \cdot (R + X_L \cdot i)}{3 \cdot (R + X_L \cdot i)} \quad Z'' = 16 + 14i$$

За опорную примем фазу А. Фазные напряжения генератора и сопротивления элементов нагрузки в комплексной форме равны:

$$E_A := U_A \cdot e^{i \cdot \psi_A \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_B := U_B \cdot e^{i(\psi_A - 120) \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_C := U_C \cdot e^{i(\psi_A + 120) \cdot \frac{\pi}{180}}$$

$$F(E_A) = (150 \quad -15) \quad F(E_B) = (150 \quad -135) \quad F(E_C) = (150 \quad 105)$$

$$\begin{aligned} Z_a &:= X_l \cdot i & Z_b &:= Z_a & Z_c &:= Z_b & Z_a &= 6i \\ Z'_a &:= R - X_C \cdot i & Z'_b &:= Z'_a & Z'_c &:= Z'_b & Z'_a &= 48 - 72i \\ Z''_a &:= Z'' & Z''_b &:= Z''_a & Z''_c &:= Z''_b & Z''_a &= 16 + 14i \end{aligned}$$



Преобразованная схема (фаза А)

Эквивалентное сопротивление данной схемы равно:

$$Z_{ea} := Z_a + \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea} = 18.968 + 15.69i$$

Ток в фазе А, согласно закону Ома, равен:

$$I_A := \frac{E_A}{Z_{ea}} \quad I_A = 3.53 - 4.967i \quad F(I_A) = (6.093 \quad -54.597)$$

Соответственно в фазах В и С:

$$I_B := I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_B = -6.066 - 0.574i \quad F(I_B) = (6.093 \quad -174.597)$$

$$I_C := I_A \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_C = 2.536 + 5.541i \quad F(I_C) = (6.093 \quad 65.403)$$

Фазное напряжение на параллельном участке А'О равно:

$$Z_{ea'} := \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea'} = 18.968 + 9.69i$$

$$U_{A'O} := I_A \cdot Z_{ea'} \quad U_{A'O} = 115.089 - 60.004i$$

Токи звезды равны:

$$I'_A := \frac{U_{A'O}}{Z'_a} \quad I'_A = 1.315 + 0.722i \quad F(I'_A) = (1.5 \quad 28.774)$$

$$\begin{aligned} I_B &:= I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} & I_B &= -0.032 - 1.5i & F(I_B) &= (1.5 \quad -91.226) \\ I_C &:= I_A \cdot e^{i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} & I_C &= -1.283 + 0.778i & F(I_C) &= (1.5 \quad 148.774) \end{aligned}$$

Линейное напряжение равно:

$$U_{A'B'} := U_{A'O} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} \quad U_{A'B'} = 120.668 - 189.675i \quad F(U_{A'B'}) = (224.805 \quad -57.536)$$

Остальные токи равны:

$$I''_{A'B'} := \frac{U_{A'B'}}{R + X_L \cdot i} \quad I''_{A'B'} = -0.534 - 3.484i \quad F(I''_{A'B'}) = (3.525 \quad -98.722)$$

$$I''_{B'C'} := I''_{A'B'} \cdot e^{-i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I''_{B'C'} = -2.75 + 2.205i \quad F(I''_{B'C'}) = (3.525 \quad 141.278)$$

$$I''_{C'A'} := I''_{A'B'} \cdot e^{i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I''_{C'A'} = 3.284 + 1.279i \quad F(I''_{C'A'}) = (3.525 \quad 21.278)$$

$$I''_A := \frac{U_{A'O}}{Z''_a} \quad I''_A = 2.215 - 5.689i \quad F(I''_A) = (6.105 \quad -68.722)$$

$$I''_B := I''_A \cdot e^{-i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I''_B = -6.034 + 0.926i \quad F(I''_B) = (6.105 \quad 171.278)$$

$$I''_C := I''_A \cdot e^{i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I''_C = 3.819 + 4.763i \quad F(I''_C) = (6.105 \quad 51.278)$$

На основании выполненных расчетов, показания амперметров будут равны:

$$A_1 = 3.525 \text{ (A)} \quad A_2 = 1.5 \text{ (A)} \quad A_a = 6.093 \text{ (A)} \quad A_b = 6.093 \text{ (A)} \quad A_c = 6.093 \text{ (A)}$$

Находим показания ваттметров. Ваттметры показывают вещественную часть произведения комплекса напряжения, приложенного к обмотке напряжения (его отсчитывают от начала обмотки к концу), на сопряженный комплекс тока, протекающего через обмотку тока:

Показание ваттметра W_a :

$$E_{AB} := E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} \quad E_{AB} = 250.955 + 67.243i$$

$$W_a := \operatorname{Re}(E_{AB} \cdot \overline{I_A}) \quad W_a = 551.922$$

Показание ваттметра W_b :

$$E_{CB} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot (30+180) \frac{\pi}{180}} \quad E_{CB} = 67.243 + 250.955i$$

$$W_c := \operatorname{Re}(E_{CB} \cdot \overline{I_C}) \quad W_c = 1.561 \times 10^3$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_c \quad W = 2.113 \times 10^3$$

Баланс активной и реактивной мощностей

Правильность расчетов проверим, составив баланс активных и реактивных мощностей. Мощность источника энергии определяют в виде суммы произведений комплексов фазных ЭДС (напряжений) на сопряженные комплексы токов соответствующих фаз. В симметричной трёхфазной системе мощность, отдаваемая в нагрузку источником, равна утроенной мощности одной фазы.

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C} \qquad S_r = 2.113 \times 10^3 + 1.748i \times 10^3$$

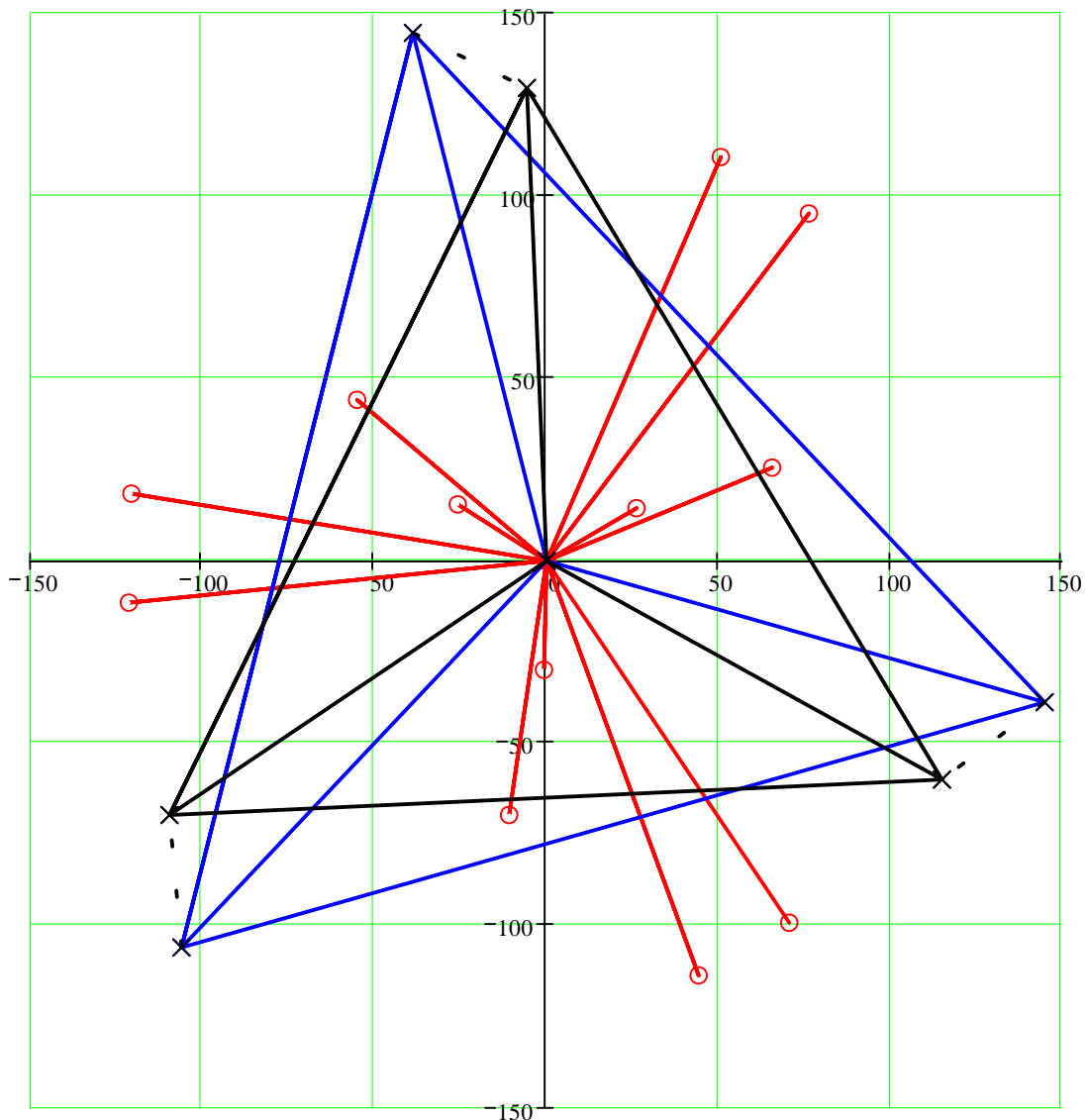
Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$P_{pr} := \left[(|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 + (|I''_{A'B'}|)^2 + (|I''_{B'C'}|)^2 + (|I''_{C'A'}|)^2 \right] \cdot R \qquad P_{pr} = 2.113 \times 10^3$$

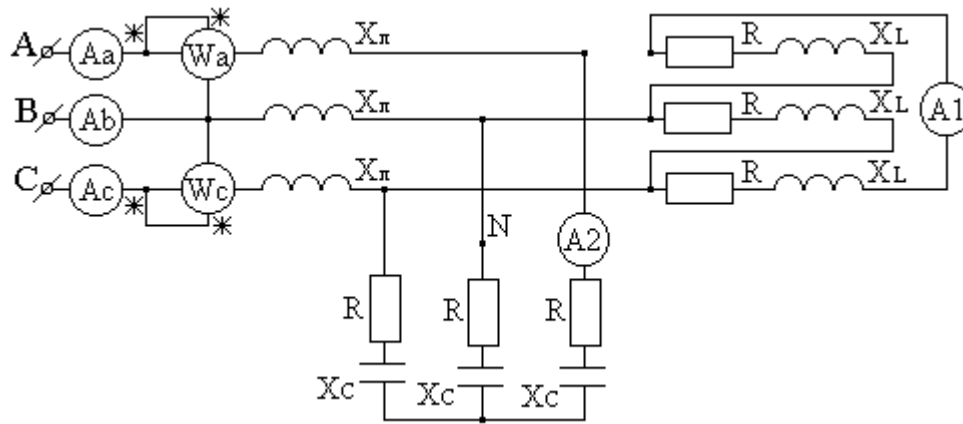
$$Q_{pr} := \left[(|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot X_L \cdot i + \left[(|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot (-X_C \cdot i)$$

$$Q_{pr} := Q_{pr} + \left[(|I''_{A'B'}|)^2 + (|I''_{B'C'}|)^2 + (|I''_{C'A'}|)^2 \right] \cdot (X_L \cdot i) \qquad Q_{pr} = 1.748i \times 10^3$$

Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи



Определение показаний измерительных приборов в аварийном режиме

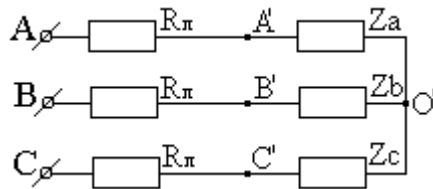


Несимметричная трёхфазная система.

С целью упрощения схемы несимметричной трёхфазной системы нагрузки с элементами, соединенными звездой, следует заменить эквивалентным треугольником.

$$Z' := (R - X_C \cdot i) + (R - X_C \cdot i) + \frac{(R - X_C \cdot i) \cdot (R - X_C \cdot i)}{(R - X_C \cdot i)} \quad Z' = 144 - 216i$$

Параллельно включенные сопротивления нагрузки можно заменить эквивалентными, в результате чего образуется несимметричный треугольник. Заменяв его эквивалентной звездой, рассчитываемую цепь приводят к виду:



Несимметричная звезда.

Сопротивления несимметричного треугольника равны:

$$Z'' := \frac{2(R + X_L \cdot i) \cdot (R + X_L \cdot i)}{3(R + X_L \cdot i)} \quad Z'' = 32 + 28i$$

$$Z_{A'B'} := Z' \quad Z_{A'B'} = 144 - 216i \quad Z_{C'A'} := Z' \quad Z_{C'A'} = 144 - 216i$$

$$Z_{B'C'} := \frac{Z' \cdot Z''}{Z' + Z''} \quad Z_{B'C'} = 36.443 + 22.564i$$

Сопротивление эквивалентной звезды:

$$Z_a := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_a = 62.516 - 112.845i$$

$$Z_b := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{B'C'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_b = 18.968 + 9.69i$$

$$Z_c := \frac{Z_{B'C'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_c = 18.968 + 9.69i$$

Полные комплексные сопротивления в каждой фазе цепи:

$$Z_{ea} := Z_a + Z_a \quad Z_{ea} = 62.516 - 106.845i$$

$$Z_{eb} := Z_b + Z_b \quad Z_{eb} = 18.968 + 15.69i$$

$$Z_{ec} := Z_c + Z_c \quad Z_{ec} = 18.968 + 15.69i$$

Фазные напряжения на нагрузке в цепи удобно определять, вычислив предварительно смещение нейтрали:

$$Y_A := \frac{1}{Z_{ea}} \quad Y_B := \frac{1}{Z_{eb}} \quad Y_C := \frac{1}{Z_{ec}}$$

$$Y_A = 4.08 \times 10^{-3} + 6.972i \times 10^{-3} \quad Y_B = 0.031 - 0.026i \quad Y_C = 0.031 - 0.026i$$

$$U_{O''O} := \frac{E_A \cdot Y_A + E_B \cdot Y_B + E_C \cdot Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} \quad U_{O''O} = -67.961 + 41.586i$$

Фазные напряжения на элементах нагрузки цепи равны:

$$U_{AO''} := E_A - U_{O''O} \quad U_{AO''} = 212.85 - 80.409i \quad F(U_{AO''}) = (227.531 \quad -20.695)$$

$$U_{BO''} := E_B - U_{O''O} \quad U_{BO''} = -38.105 - 147.652i \quad F(U_{BO''}) = (152.49 \quad -104.471)$$

$$U_{CO''} := E_C - U_{O''O} \quad U_{CO''} = 29.138 + 103.303i \quad F(U_{CO''}) = (107.334 \quad 74.248)$$

Токи в фазах, равные фазным токам генератора и линейным токам исходной системы, определяют по закону Ома:

$$I_A := \frac{U_{AO''}}{Z_{ea}} \quad I_A = 1.429 + 1.156i \quad F(I_A) = (1.838 \quad 38.973)$$

$$I_B := \frac{U_{BO''}}{Z_{eb}} \quad I_B = -5.016 - 3.635i \quad F(I_B) = (6.195 \quad -144.067)$$

$$I_C := \frac{U_{CO''}}{Z_{ec}} \quad I_C = 3.587 + 2.479i \quad F(I_C) = (4.36 \quad 34.652)$$

$$U_{AB} := E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 - \frac{\pi}{180}} \quad U_{AB} = 250.955 + 67.243i \quad F(U_{AB}) = (259.808 \quad 15)$$

$$U_{AA'} := I_A \cdot Z_a \quad U_{AA'} = -6.936 + 8.574i \quad F(U_{AA'}) = (11.028 \quad 128.973)$$

$$U_{BC} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 - \frac{\pi}{180}} \quad U_{BC} = -67.243 - 250.955i \quad F(U_{BC}) = (259.808 \quad -105)$$

$$U_{BB'} := I_B \cdot Z_b \quad U_{BB'} = 21.811 - 30.095i \quad F(U_{BB'}) = (37.167 \quad -54.067)$$

$$U_{CA} := E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 - \frac{\pi}{180}} \quad U_{CA} = -183.712 + 183.712i \quad F(U_{CA}) = (259.808 \quad 135)$$

$$U_{CC'} := I_C \cdot Z_c \quad U_{CC'} = -14.875 + 21.521i \quad F(U_{CC'}) = (26.161 \quad 124.652)$$

Для определения токов во всех ветвях рассчитываемой схемы необходимо определить напряжение между точками A', B' и C'.

Согласно второму закону Кирхгофа:

$$U_{AB} := U_{AA'} + U_{A'B'} - U_{BB'}$$

отсюда:

$$U_{A'B'} := U_{AB} - U_{AA'} + U_{BB'} \quad U_{A'B'} = 279.702 + 28.575i \quad F(U_{A'B'}) = (281.158 \quad 5.833)$$

аналогично вычисляют

$$U_{B'C'} := U_{BC} - U_{BB'} + U_{CC'} \quad U_{B'C'} = -103.929 - 199.339i \quad F(U_{B'C'}) = (224.805 \quad -117.536)$$

$$U_{C'A'} := U_{CA} - U_{CC'} + U_{AA'} \quad U_{C'A'} = -175.773 + 170.765i \quad F(U_{C'A'}) = (245.065 \quad 135.828)$$

Ток, согласно закону Ома, равен:

$$\begin{aligned} I_{B'C'} &:= \frac{U_{B'C'}}{2 \cdot (R + X_L \cdot i)} & I_{B'C'} &= -1.642 - 0.64i & F(I_{B'C'}) &= (1.762 \quad -158.722) \\ I_{B''C''} &:= \frac{U_{B'C'}}{(R + X_L \cdot i)} & I_{B''C''} &= -3.284 - 1.279i & F(I_{B''C''}) &= (3.525 \quad -158.722) \\ I_A &:= I_A & I_A &= 1.429 + 1.156i & F(I_A) &= (1.838 \quad 38.973) \\ I_B &:= I_B - (I_{B'C'} + I_{B''C''}) & I_B &= -0.089 - 1.717i & F(I_B) &= (1.719 \quad -92.976) \\ I_C &:= I_C + (I_{B'C'} + I_{B''C''}) & I_C &= -1.34 + 0.561i & F(I_C) &= (1.452 \quad 157.295) \end{aligned}$$

Согласно выполненным расчетам, показания включенных в цепь амперметров равны:

$$A_1 = 1.762 \text{ (A)} \quad A_2 = 1.838 \text{ (A)} \quad A_a = 1.838 \text{ (A)} \quad A_b = 6.195 \text{ (A)} \quad A_c = 4.36 \text{ (A)}$$

Расчет показаний ваттметров выполняется так же, как и в случае симметричной системы:

Показание ваттметра Wa:

$$\begin{aligned} E_{AB} &:= E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 - \frac{\pi}{180}} & E_{AB} &= 250.955 + 67.243i \\ W_a &:= \operatorname{Re}(E_{AB} \cdot \overline{I_A}) & W_a &= 436.344 \end{aligned}$$

Показание ваттметра Wb:

$$\begin{aligned} E_{CB} &:= E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot (30+180) - \frac{\pi}{180}} & E_{CB} &= 67.243 + 250.955i \\ W_c &:= \operatorname{Re}(E_{CB} \cdot \overline{I_C}) & W_c &= 863.345 \end{aligned}$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_c \quad W = 1.3 \times 10^3$$

Баланс активной и реактивной мощностей

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C} \quad S_r = 1.3 \times 10^3 + 539.402i$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$\begin{aligned} P_{pr} &:= \left[(|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 + (|I_{B''C''}|)^2 \right] \cdot R + (|I_{B'C'}|)^2 \cdot 2R & P_{pr} &= 1.3 \times 10^3 \\ Q_{pr} &:= \left[(|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot X_L \cdot i + (|I_{B''C''}|)^2 \cdot (X_L \cdot i) + (|I_{B'C'}|)^2 \cdot 2(X_L \cdot i) \\ Q_{pr} &:= Q_{pr} + \left[(|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot (-X_C \cdot i) & Q_{pr} &= 539.402i \end{aligned}$$

Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи

