

**Министерство образования и науки Украины
Национальный технический университет Украины
“Киевский Политехнический Институт”
Кафедра ТОЭ**

Расчетно-графическая работа
***“Периодические несинусоидальные токи в линейных
электрических цепях”***
Вариант № 654

Выполнил: _____

Проверил: _____

Киев 2007

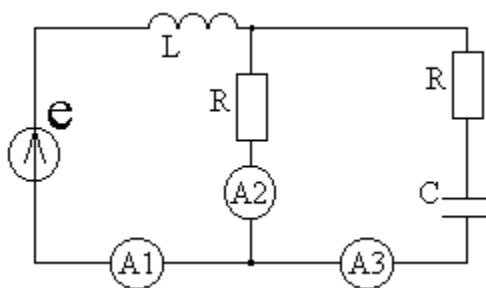
Задание

В электрической цепи, схема которой изображена на рисунке, действует источник периодической несинусоидальной ЭДС. График ЭДС задан кривой. Нелинейный отрезок кривой представляют собой участки синусоиды. Угловая частота изменения ЭДС $\omega = 1000$ рад/с.

Требуется:

1. Разложить заданную ЭДС в ряд Фурье (ограничиться 1-ой, 3-ей и 5-ой гармониками).
2. Построить в одной системе координат временные графики составляющих и суммарную кривую ЭДС, последнюю сравнить с заданной.
3. Рассчитать мгновенные значения токов всех ветвей заданной схемы.
4. Определить показания амперметров электромагнитной системы, включенных в цепь.
5. Вычислить мощность P , Q , S , T и коэффициент мощности источника. Составить баланс активных мощностей цепи.
6. Считая заданную схему одной из фаз симметричной трехфазной цепи при соединении генератора и нагрузки звездой с нулевым проводом, необходимо:
 - а) Записать выражения мгновенных значений ЭДС во всех фазах трехфазного источника (принять заданную ЭДС в качестве ЭДС фазы А),
 - б) Определить действующие значения линейного напряжения источника и тока в нейтральном проводе,
 - в) Вычислить действующие значения напряжения между нейтральными точками генератора и приемника и токов в линейных проводах при обрыве нейтрального провода.

$$E_m := 130 \quad R := 45 \quad L := 14 \quad C := 6 \quad \omega := 1000$$



Общая схема цепи

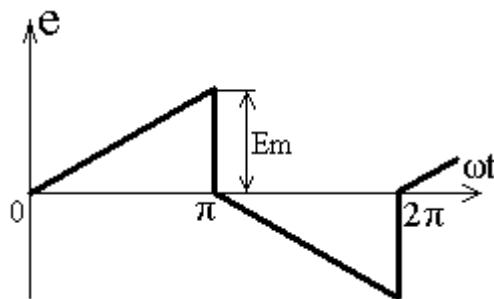


График ЭДС

Разложение заданной ЭДС в ряд Фурье

Данная функция является симметричной относительно оси абсцисс при совмещении двух полупериодов во времени.

Ряд Фурье такой функции не содержит четных гармоник и постоянной составляющей:

$$f(\omega t) := \sum_{k=1,3,5}^{\infty} (B_{mk} \cdot \sin(k\omega t) + C_{mk} \cdot \cos(k\omega t)) \quad x := \omega t$$

Нахождение коэффициентов для 1-ой гармоники

$$B_{m1} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} \left(\frac{E_m}{\pi} \cdot x \right) \cdot \sin(x) \, d(x) \quad B_{m1} \rightarrow \frac{260}{\pi}$$

$$C_{m1} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} \left(\frac{E_m}{\pi} \cdot x \right) \cdot \cos(x) \, d(x) \quad C_{m1} \rightarrow \frac{-520}{\pi^2}$$

$$F_1(x) := (B_{m1} \cdot \sin(x) + C_{m1} \cdot \cos(x)) \quad F_1(x) \rightarrow \frac{260}{\pi} \cdot \sin(x) - \frac{520}{\pi^2} \cdot \cos(x)$$

$$A_{m1} := \sqrt{B_{m1}^2 + C_{m1}^2} \quad A_{m1} = 98.108 \quad \psi_1 := \operatorname{atan}\left(\frac{C_{m1}}{B_{m1}}\right) \quad \psi_1 = -0.567 \text{ rad}$$

Нахождение коэффициентов для 3-ой гармоники

$$B_{m3} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} \left(\frac{E_m}{\pi} \cdot x \right) \cdot \sin(x \cdot 3) \, d(x) \quad B_{m3} \rightarrow \frac{260}{3 \cdot \pi}$$

$$C_{m3} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} \left(\frac{E_m}{\pi} \cdot x \right) \cdot \cos(x \cdot 3) \, d(x) \quad C_{m3} \rightarrow \frac{-520}{9 \cdot \pi^2}$$

$$F_3(x) := (B_{m3} \cdot \sin(x \cdot 3) + C_{m3} \cdot \cos(x \cdot 3)) \quad F_3(x) \rightarrow \frac{260}{3 \cdot \pi} \cdot \sin(3 \cdot x) - \frac{520}{9 \cdot \pi^2} \cdot \cos(3 \cdot x)$$

$$A_{m3} := \sqrt{B_{m3}^2 + C_{m3}^2} \quad A_{m3} = 28.201 \quad \psi_3 := \operatorname{atan}\left(\frac{C_{m3}}{B_{m3}}\right) \quad \psi_3 = -0.209 \text{ rad}$$

Нахождение коэффициентов для 5-ой гармоники

$$B_{m5} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} \left(\frac{E_m}{\pi} \cdot x \right) \cdot \sin(x \cdot 5) \, d(x) \quad B_{m5} \rightarrow \frac{52}{\pi}$$

$$C_{m5} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} \left(\frac{E_m}{\pi} \cdot x \right) \cdot \cos(x \cdot 5) \, d(x) \quad C_{m5} \rightarrow \frac{-104}{5 \cdot \pi^2}$$

$$F_5(x) := (B_{m5} \cdot \sin(x \cdot 5) + C_{m5} \cdot \cos(x \cdot 5)) \quad F_5(x) \rightarrow \frac{52}{\pi} \cdot \sin(5 \cdot x) - \frac{104}{5 \cdot \pi^2} \cdot \cos(5 \cdot x)$$

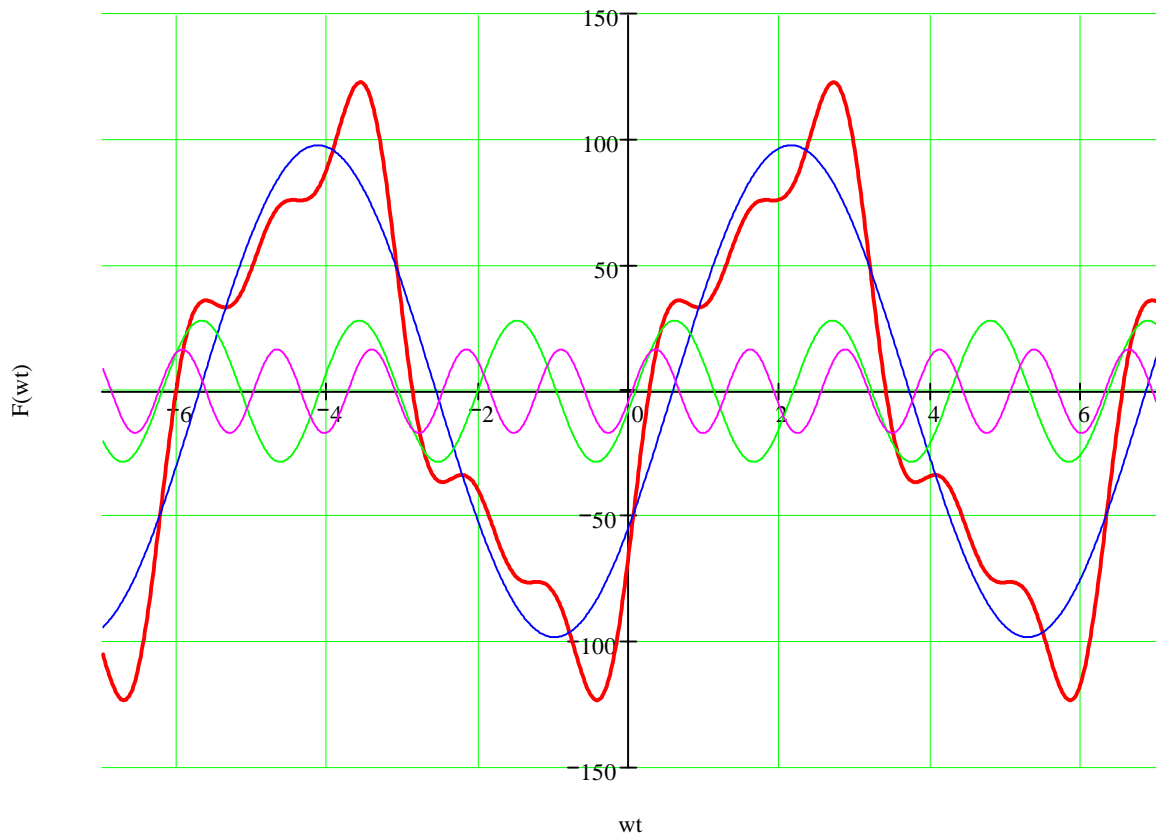
$$A_{m5} := \sqrt{B_{m5}^2 + C_{m5}^2} \quad A_{m5} = 16.686 \quad \psi_5 := \operatorname{atan}\left(\frac{C_{m5}}{B_{m5}}\right) \quad \psi_5 = -0.127 \text{ rad}$$

Искомое разложение функции можно представить в виде:

$$F(\omega t) := A_{m1} \cdot \sin(\omega t + \psi_1) + A_{m3} \cdot \sin(\omega t + \psi_3) + A_{m5} \cdot \sin(\omega t + \psi_5)$$

$$F(\omega t) = 98.108 \cdot \sin(\omega t - 32.482) + 28.201 \cdot \sin(3\omega t - 11.981) + 16.686 \cdot \sin(5 \cdot \omega t - 7.256) \blacksquare$$

Графики составляющих и суммарной ЭДС



Временные графики 1-ой, 3-ей, 5-ой гармоник ЭДС и их суммарная кривая

Нахождение мгновенных значений токов всех ветвей заданной схемы.

Выполнив разложение периодической несинусоидальной ЭДС в ряд Фурье, заменяем её приближенно суммой постоянной и нескольких синусоидальных составляющих:

$$e := E_0 + E_{m1} \cdot \sin[\omega_1 \cdot t + \psi_1] + E_{m3} \cdot \sin[\omega_3 \cdot t + \psi_3] + E_{m5} \cdot \sin[\omega_5 \cdot t + \psi_5]$$

Обозначим реактивные сопротивления цепи для К-ой гармоники:

$$X_C := \frac{1}{\omega \cdot C \cdot k \cdot 10^{-6}} \quad X_L := \omega \cdot L \cdot k \cdot 10^{-3}$$

Расчет токов, обусловленных каждой из составляющих ЭДС, выполним в комплексной форме. Комплексное сопротивление цепи для К-ой гармоники равно:

$$Z_k := i \cdot X_L \cdot k + \frac{-i \cdot X_C \cdot k \cdot (-i \cdot X_C \cdot k + R)}{-i \cdot X_C \cdot k + (-i \cdot X_C \cdot k + R)}$$

Для основной гармоники ЭДС (K=1):

$$E_1 := \frac{A_{m1}}{\sqrt{2}} \cdot e^{i \cdot \psi_1} \quad E_1 = 58.521 - 37.255i \quad F(E_1) = (69.373 \quad -32.482)$$

Комплексное сопротивление цепи для 1-ой гармоники равно:

$$Z_1 := i \cdot X_L + \frac{R \cdot (-i \cdot X_C + R)}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad Z_1 = 39.92 + 4.593i$$

За законом Ома находим ток I₁:

$$I_{11} := \frac{E_1}{Z_1} \quad I_{11} = 1.341 - 1.088i \quad F(I_{11}) = (1.726 \quad -39.045)$$

Остальные токи находим за формулами чужого сопротивления:

$$I_{2_1} := I_{1_1} \cdot \frac{-i \cdot X_C + R}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{2_1} = 0.962 - 1.245i \quad F(I_{2_1}) = (1.573 \quad -52.304)$$

$$I_{3_1} := I_{1_1} \cdot \frac{R}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{3_1} = 0.379 + 0.158i \quad F(I_{3_1}) = (0.41 \quad 22.586)$$

Для третьей гармоники ЭДС(K=3):

$$E_3 := \frac{Am_3}{\sqrt{2}} \cdot e^{i \cdot \psi_3} \quad E_3 = 19.507 - 4.139i \quad F(E_3) = (19.941 \quad -11.981)$$

Комплексное сопротивление цепи для 3-ой гармоники равно:

$$Z_3 := i \cdot X_L + \frac{R \cdot (-i \cdot X_C + R)}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad Z_3 = 28.708 + 31.943i$$

За законом Ома находим ток I1:

$$I_{1_3} := \frac{E_3}{Z_3} \quad I_{1_3} = 0.232 - 0.402i \quad F(I_{1_3}) = (0.464 \quad -60.034)$$

Остальные токи находим за формулами чужого сопротивления:

$$I_{2_3} := I_{1_3} \cdot \frac{-i \cdot X_C + R}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{2_3} = 0.058 - 0.308i \quad F(I_{2_3}) = (0.314 \quad -79.34)$$

$$I_{3_3} := I_{1_3} \cdot \frac{R}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{3_3} = 0.174 - 0.094i \quad F(I_{3_3}) = (0.198 \quad -28.348)$$

Для пятой гармоники ЭДС(K=5):

$$E_5 := \frac{Am_5}{\sqrt{2}} \cdot e^{i \cdot \psi_5} \quad E_5 = 11.704 - 1.49i \quad F(E_5) = (11.799 \quad -7.256)$$

Комплексное сопротивление цепи для 3-ой гармоники равно:

$$Z_5 := i \cdot X_L + \frac{R \cdot (-i \cdot X_C + R)}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad Z_5 = 25.214 + 62.672i$$

За законом Ома находим ток I1:

$$I_{1_5} := \frac{E_5}{Z_5} \quad I_{1_5} = 0.044 - 0.169i \quad F(I_{1_5}) = (0.175 \quad -75.34)$$

Остальные токи находим за формулами чужого сопротивления:

$$I_{2_5} := I_{1_5} \cdot \frac{-i \cdot X_C + R}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{2_5} = -2.749 \times 10^{-3} - 0.1(F(I_{2_5})) = (0.102 \quad -91.546)$$

$$I_{3_5} := I_{1_5} \cdot \frac{R}{R + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{3_5} = 0.047 - 0.067i \quad F(I_{3_5}) = (0.082 \quad -55.017)$$

Мгновенные значения токов ветвей:

$$i_1 = 1.726 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 39.045) + 0.464 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(3 \cdot \omega t - 60.034) + 0.175 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(5 \cdot \omega t - 75.34)$$

$$i_2 = 1.573 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 52.304) + 0.314 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(3 \cdot \omega t - 79.34) + 0.102 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(5 \cdot \omega t - 91.546)$$

$$i_3 = 0.41 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 22.586) + 0.198 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(3 \cdot \omega t - 28.348) + 0.082 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(5 \cdot \omega t - 55.017)$$

**Определение показаний амперметров электромагнитной системы,
включенных в цепь**

$$\Gamma_1 := \sqrt{\left(|I_{11}|\right)^2 + \left(|I_{13}|\right)^2 + \left(|I_{15}|\right)^2} \quad \Gamma_1 = 1.796$$

$$\Gamma_2 := \sqrt{\left(|I_{21}|\right)^2 + \left(|I_{23}|\right)^2 + \left(|I_{25}|\right)^2} \quad \Gamma_2 = 1.608$$

$$\Gamma_3 := \sqrt{\left(|I_{31}|\right)^2 + \left(|I_{33}|\right)^2 + \left(|I_{35}|\right)^2} \quad \Gamma_3 = 0.463$$

**Вычисление мощности P , Q , S , T и коэффициента мощности источника.
Баланс активных мощностей цепи**

Активная мощность источника (на входе цепи):

$$P := |E_1| \cdot |I_{11}| \cdot \cos\left(\arg(I_{11}) - \arg(E_1)\right) + |E_3| \cdot |I_{13}| \cdot \cos\left(\arg(I_{13}) - \arg(E_3)\right)$$

$$P := P + |E_5| \cdot |I_{15}| \cdot \cos\left(\arg(I_{15}) - \arg(E_5)\right) \quad P = 125.939$$

Реактивная мощность источника:

$$Q := |E_1| \cdot |I_{11}| \cdot \sin\left[-\left(\arg(I_{11}) - \arg(E_1)\right)\right] + |E_3| \cdot |I_{13}| \cdot \sin\left[-\left(\arg(I_{13}) - \arg(E_3)\right)\right]$$

$$Q := Q + |E_5| \cdot |I_{15}| \cdot \sin\left[-\left(\arg(I_{15}) - \arg(E_5)\right)\right] \quad Q = 22.488$$

Полная мощность источника:

$$E := \sqrt{\left(|E_1|\right)^2 + \left(|E_3|\right)^2 + \left(|E_5|\right)^2} \quad S := E \cdot \Gamma_1 \quad S = 131.379$$

Мощность искажения на входе цепи:

$$T := \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} \quad T = 29.901$$

Мощность, поступающая в активные сопротивления цепи:

$$P_a := \Gamma_3^2 \cdot R + \Gamma_2^2 \cdot R \quad P_a = 125.939$$

Считем заданную схему одной из фаз симметричной трехфазной цепи при соединении генератора и нагрузки звездой с нулевым проводом.

Выражения мгновенных значений ЭДС во всех фазах трехфазного источника (принимая заданную ЭДС в качестве ЭДС фазы А).

В симметричных трёхфазных электрических цепях кривые напряжения (тока) во второй и третьей фазах аналогичны кривой напряжения (тока) первой фазы со сдвигом на треть периода:

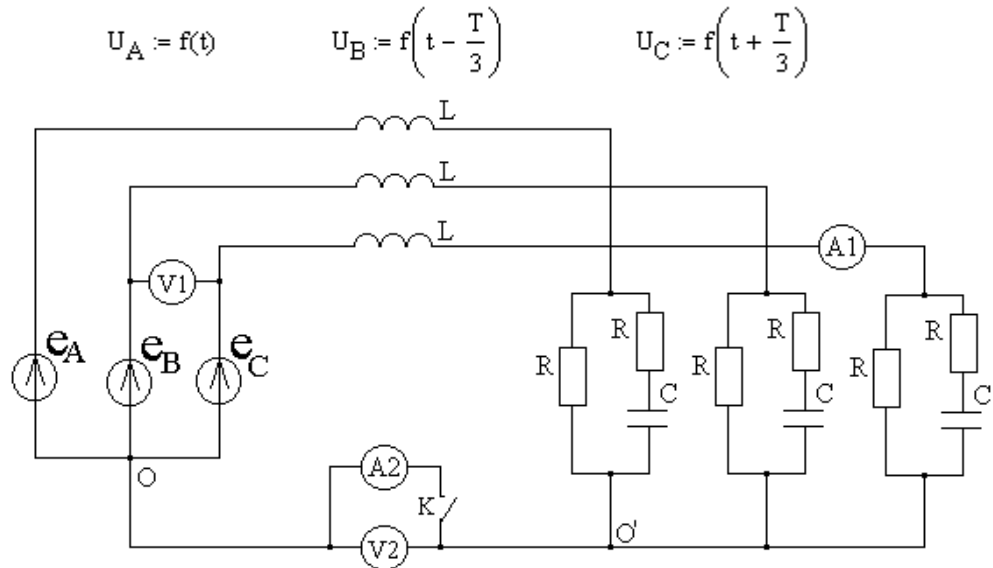


Схема трехфазной цепи

$$e_A = 98.108 \cdot \sin(\omega t - 32.482) + 28.201 \cdot \sin(3\omega t - 11.981) + 16.686 \cdot \sin(5\omega t - 7.256)$$

$$e_B = 98.108 \cdot \sin(\omega t - 152.482) + 28.201 \cdot \sin(3\omega t - 11.981) + 16.686 \cdot \sin(5\omega t - 272.482)$$

$$e_C = 98.108 \cdot \sin(\omega t + 87.518) + 28.201 \cdot \sin(3\omega t - 11.981) + 16.686 \cdot \sin(5\omega t + 207.518)$$

Определение действующего значения линейного напряжения источника и тока в нейтральном проводе

Действующее значение линейного напряжения источника (показание вольтметра V1):

$$U_L := \sqrt{3} \cdot \sqrt{(|E_1|)^2 + (|E_5|)^2} \quad U_L = 121.883$$

Действующее значение тока в линейном проводе (показания амперметра A2 при замкнутом ключе K):

$$I_N := 3 \cdot \sqrt{(|I_3|)^2} \quad I_N = 1.393$$

Определение действующего значения напряжения между нейтральными точками генератора и приемника и токов в линейных проводах при обрыве нейтрального провода

Действующее значение напряжения между нейтральными точками генератора O и приемника O' при размыкании ключа K (показания вольтметра V2):

$$U_N := |E_3| \quad U_N = 19.941$$

Действующее значение токов в линейных проводах при обрыве нейтрального провода (показание амперметра A1):

$$I_1 := \sqrt{(|I_1|)^2 + (|I_5|)^2} \quad I_1 = 1.735$$