Міністерство освіти України
Національний технічний університет України
“Київський політехнічний інститут”
Кафедра ТОЕ

Розрахунково-графічна робота

“Розрахунок перехідних процесів у лінійних колах“
Варіант № 513

Виконав: ________________
____
____
____

Перевірив: ________________

Київ 2007

Умова задання

1. В колі з джерелом постійної ЕДС необхідно:

1) класичним методом розрахзувати напруги на реактивних елементах та струми перехідного процесу;

2) розрахувати струм в колі з джерелом ЕДС E1 та напругу на реактивному елементі операторним методом;

3) побудувати в одному часовому масштабі діаграми струму та напруги на реактивних елементах.

2. Дослідити, яким повинен бути активний опір у вітці з джерелом E1, щоб перехідний процес проходив в граничному режимі.

3. Визначити струми в вітках та напруги на реактивних елементах в момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійних ЕДС E1і E2 в колі діють синусоїдні джерела.

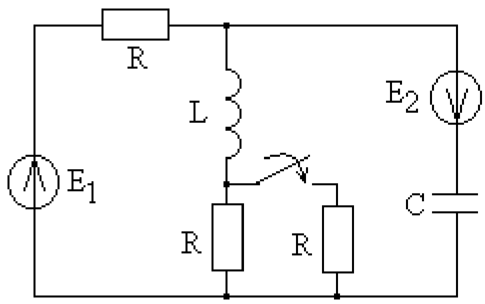
3. В післякомутаційній схемі закоротити джерело ЕДС E2.

а) виключити катушку індуктивності чи ємність, замінивши останню опором R;

б) вважаючи, що замість ждерела постійної ЕДС E1 до отриманного кола подається напруга, форма якої показана на малюнку;

в) розрахувати вхідний струм та напругу на реактивном елементі методом інтеграла Дюамеля при періоді T, заданому в долях від τ;

г) побудувати в одному часовому масштабі діаграми напруги на вході, вхідного струму і напруги на реактивних елементі.



Основна схема

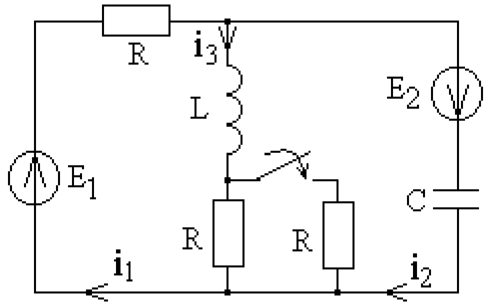
Вхідні данні:

$L := 0.15$ Гн $\quad C := 60\cdot10^{-6}$ Ф $\quad R := 30$ Ом

$E_1 := 90$ В $\quad E_2 := 60$ В $\quad \psi := 45\cdot deg$ C^0 $\quad \omega := 200$ c^{-1}

Класичний метод

Оберемо додатній напрямок струмів у вітках схеми:



Знайдемо значення струмів та напруг безпосередньо до комутації:

Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \frac{E_1}{2 \cdot R}$ $\quad i_{3дк} := i_{1дк} \quad i_{3дк} = 1.5$

$i_{2дк} := 0$ $\quad u_{Lдк} := 0$

$u_{Cдк} := E_1 + E_2 - i_{1дк} \cdot R$ $\quad u_{Cдк} = 105$

Усталений режим після комутації: $t = \infty$

$R' := 0.5 \cdot R$

$i'_1 := \frac{E_1}{R + R'}$ $\quad i'_3 := i'_1 \quad i'_3 = 2$

$i'_2 := 0$ $\quad u'_L := 0$

$u'_C := E_1 + E_2 - i'_1 \cdot R$ $\quad u'_C = 90$

Незалежні початкові умови

$i_{30} := i_{3дк}$ $\quad i_{30} = 1.5$

$u_{C0} := u_{Cдк}$ $\quad u_{C0} = 105$

Залежні початкові умови

Given

$i_{10} = i_{20} + i_{30}$

$E_1 = u_{L0} + i_{30} \cdot R' + i_{10} \cdot R$

$E_2 = -i_{30} \cdot R' + u_{C0} - u_{L0}$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{10}, i_{20}, u_{L0}) \text{ float}, 7 \rightarrow \begin{pmatrix} 1.500000 \\ 0 \\ 22.50000 \end{pmatrix}$$

$i_{10} = 1.5 \quad i_{20} = 0 \quad u_{L0} = 22.5$

Незалежні початкові умови

$di_{30} := \frac{u_{L0}}{L}$ $\quad di_{30} = 150$

$du_{C0} := \frac{i_{20}}{C}$ $\quad du_{C0} = 0$

Залежні початкові умови

Given

$di_{10} = di_{20} + di_{30}$

$0 = du_{L0} + di_{30} \cdot R' + di_{10} \cdot R$

$0 = -di_{30} \cdot R' + du_{C0} - du_{L0}$

$$\begin{pmatrix} di_{10} \\ di_{20} \\ du_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}\left(di_{10}, di_{30}, du_{L0}\right)$$

$di_{10} = 0$ $\quad di_{20} = -1$ $\quad du_{L0} = 15$

Вільний режим після комутайії: $t = 0$

Складемо характерестичне рівняння схеми

$$Z(p) := \frac{\frac{1}{p \cdot C} \cdot (R' + p \cdot L)}{R' + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}} + R \qquad Z(p) := \frac{\frac{1}{p \cdot C} \cdot (R' + p \cdot L) + \left(R' + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot R}{R' + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}}$$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := \frac{1}{p \cdot C} \cdot (R' + p \cdot L) + \left(R' + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot R \ \middle| \begin{matrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -327.78 - 243.37 \cdot i \\ -327.78 + 243.37 \cdot i \end{pmatrix}$$

Одже корні характеристичного рівняння мають вигляд:

$p_1 = -327.78 - 243.37i$ $\quad p_2 = -327.78 + 243.37i$

Коефіцієнт затухання та кутова частота вільних коливань:

$\delta := \left|\mathrm{Re}\left(p_1\right)\right|$ $\quad \delta = 327.78$ $\quad \omega_0 := \left|\mathrm{Im}\left(p_2\right)\right|$ $\quad \omega_0 = 243.37$

Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$i''_1(t) = A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin\left(\omega_0 \cdot t + v_1\right)$

$i''_2(t) = B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin\left(\omega_0 \cdot t + v_2\right)$

$i''_3(t) = C \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin\left(\omega_0 \cdot t + v_3\right)$

$u''_C(t) = D \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin\left(\omega_0 \cdot t + v_C\right)$

$u''_L(t) = F \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin\left(\omega_0 \cdot t + v_L\right)$

Визначення сталих інтегрування:

Для струму i1(t):

Given

$i_{10} - i'_1 = A \cdot \sin\left(v_1\right)$

$di_{10} = -A \cdot \delta \cdot \sin\left(v_1\right) + A \cdot \omega_0 \cdot \cos\left(v_1\right)$

$$\begin{pmatrix} A \\ v_1 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}\left(A, v_1\right) \text{ float}, 5 \ \rightarrow \begin{pmatrix} .83875 & -.83875 \\ -2.5029 & .63867 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$A = 0.839$ $\quad v_1 = -2.503$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$i''_1(t) := A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin\left(\omega_0 \cdot t + v_1\right) \text{ float}, 5 \ \rightarrow .83875 \cdot \exp(-327.78 \cdot t) \cdot \sin(243.37 \cdot t - 2.5029)$

$i_1(t) := i'_1 + i''_1(t) \text{ float}, 4 \ \rightarrow 2.000 + .8388 \cdot \exp(-327.8 \cdot t) \cdot \sin(243.4 \cdot t - 2.503)$

Для струму i2(t):

$i_{20} - i'_2 = B\cdot\sin(v_2)$

$di_{20} = -B\cdot\delta\cdot\sin(v_2) + B\cdot\omega_0\cdot\cos(v_2)$

$\begin{pmatrix} B \\ v_2 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(B, v_2)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow \begin{pmatrix} -4.1090\cdot 10^{-3} & 4.1090\cdot 10^{-3} \\ 0 & 3.1416 \end{pmatrix}$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$B = -4.109 \times 10^{-3}$ $\quad v_2 = 0$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$i''_2(t) := B\cdot e^{-\delta\cdot t}\cdot\sin(\omega_0\cdot t + v_2)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow -4.1090\cdot 10^{-3}\cdot\exp(-327.78\cdot t)\cdot\sin(243.37\cdot t)$

$i_2(t) := i'_2 + i''_2(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow -4.109\cdot 10^{-3}\cdot\exp(-327.8\cdot t)\cdot\sin(243.4\cdot t)$

Для струму i3(t):

$i_{30} - i'_3 = C\cdot\sin(v_3)$

$di_{30} = -C\cdot\delta\cdot\sin(v_3) + C\cdot\omega_0\cdot\cos(v_3)$

$\begin{pmatrix} C \\ v_3 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(C, v_3)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow \begin{pmatrix} -.50325 & .50325 \\ 1.4571 & -1.6845 \end{pmatrix}$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$C = -0.503$ $\quad v_3 = 1.457$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$i''_3(t) := C\cdot e^{-\delta\cdot t}\cdot\sin(\omega_0\cdot t + v_3)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow -.50325\cdot\exp(-327.78\cdot t)\cdot\sin(243.37\cdot t + 1.4571)$

$i_3(t) := i'_3 + i''_3(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow 2.000 - .5033\cdot\exp(-327.8\cdot t)\cdot\sin(243.4\cdot t + 1.457)$

Для напруги Uc(t):

$u_{C0} - u'_C = D\cdot\sin(v_C)$

$du_{C0} = -D\cdot\delta\cdot\sin(v_C) + D\cdot\omega_0\cdot\cos(v_C)$

$\begin{pmatrix} D \\ v_C \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(D, v_C)\ \left|\begin{matrix} \mathrm{float}, 5 \\ \mathrm{complex} \end{matrix}\right. \rightarrow \begin{pmatrix} -25.162 & 25.162 \\ -2.5029 & .63867 \end{pmatrix}$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$D = -25.162$ $\quad v_C = -2.503$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$u''_C(t) := D\cdot e^{-\delta\cdot t}\cdot\sin(\omega_0\cdot t + v_C)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow -25.162\cdot\exp(-327.78\cdot t)\cdot\sin(243.37\cdot t - 2.5029)$

$u_C(t) := u'_C + u''_C(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow 90.00 - 25.16\cdot\exp(-327.8\cdot t)\cdot\sin(243.4\cdot t - 2.503)$

Для напруги Ul(t):

$u_{L0} - u'_L = F\cdot\sin(v_L)$

$du_{L0} = -F\cdot\delta\cdot\sin(v_L) + F\cdot\omega_0\cdot\cos(v_L)$

$\begin{pmatrix} F \\ v_L \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(F, v_L)\ \left|\begin{matrix} \mathrm{float}, 5 \\ \mathrm{complex} \end{matrix}\right. \rightarrow \begin{pmatrix} -37.793 & 37.793 \\ -2.5039 & .63770 \end{pmatrix}$

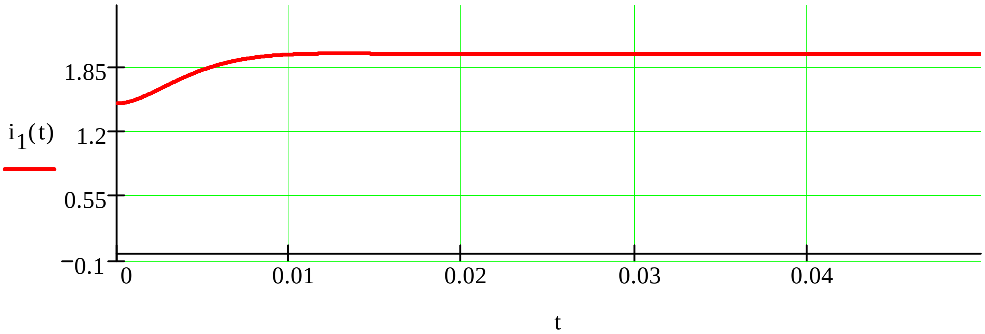
Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$F = -37.793$ $\quad v_L = -2.504$

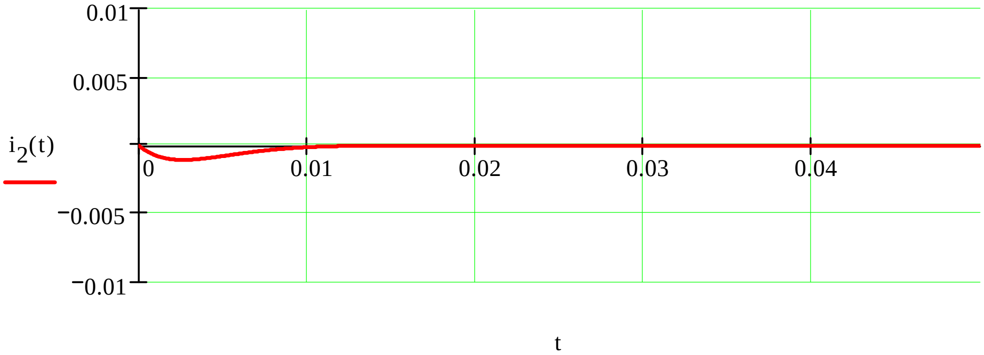
Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$u''_L(t) := F\cdot e^{-\delta\cdot t}\cdot\sin(\omega_0\cdot t + v_L)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow -37.793\cdot\exp(-327.78\cdot t)\cdot\sin(243.37\cdot t - 2.5039)$

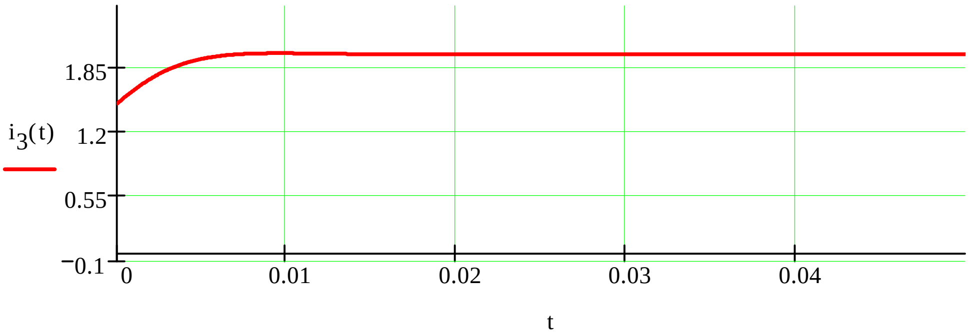
$u_L(t) := u'_L + u''_L(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow -37.79\cdot\exp(-327.8\cdot t)\cdot\sin(243.4\cdot t - 2.504)$



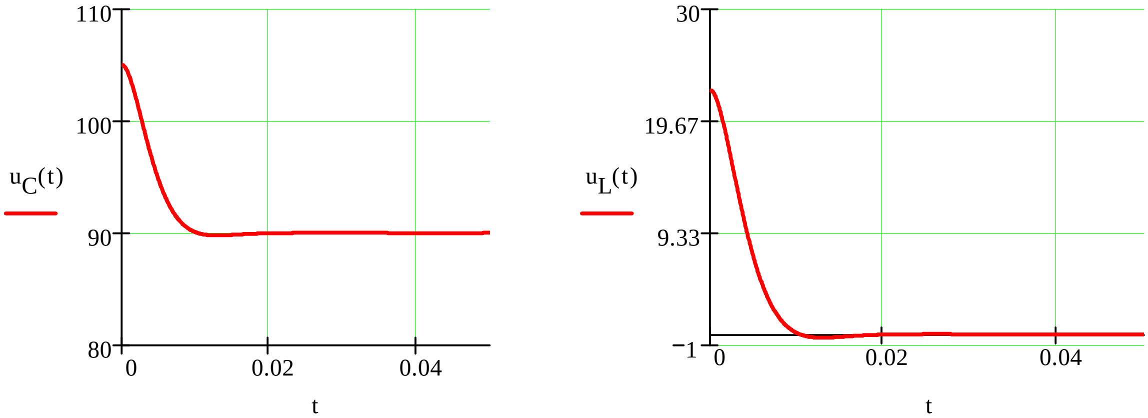
Графік перехідного струму i1(t).



Графік перехідного струму i2(t).

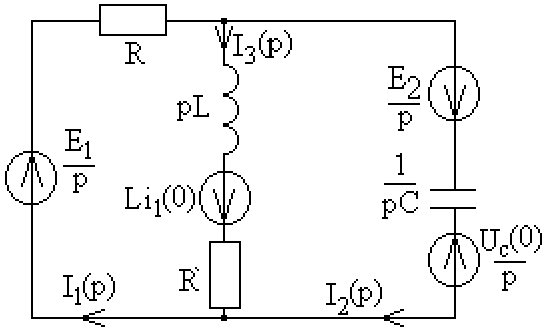


Графік перехідного струму i3(t).



Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

Операторний метод



Операторна схема

Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \frac{E_1}{2 \cdot R}$ $\quad i_{3дк} := i_{1дк} \quad i_{3дк} = 1.5$

$i_{2дк} := 0$ $\quad u_{Lдк} := 0$

$u_{Cдк} := E_1 + E_2 - i_{1дк} \cdot R$ $\quad u_{Cдк} = 105$

Початкові умови:

$i_{L0} := i_{3дк}$ $\quad i_{L0} = 1.5$

$u_{C0} = 105$

$$I_{k1}(p) \cdot (R + R' + p \cdot L) - I_{k2}(p) \cdot (R' + p \cdot L) = \frac{E_1}{p} + L \cdot i_{L0}$$

$$-I_{k1}(p) \cdot (R' + p \cdot L) + I_{k2}(p) \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + R'\right) = \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} - L \cdot i_{L0}$$

$$\Delta(p) := \left|\begin{bmatrix} R + R' + p \cdot L & -(R' + p \cdot L) \\ -(R' + p \cdot L) & \frac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + R' \end{bmatrix}\right| \qquad \Delta(p) \text{ float}, 5 \rightarrow \frac{\left(7.5000 \cdot 10^5 + 4.500 \cdot p^{2.} + 2950.0 \cdot p\right)}{p^{1.}}$$

$$\Delta_1(p) := \left|\begin{bmatrix} \frac{E_1}{p} + L \cdot i_{L0} & -(R' + p \cdot L) \\ \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} - L \cdot i_{L0} & \frac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + R' \end{bmatrix}\right| \qquad \Delta_1(p) \text{ float}, 5 \rightarrow \frac{\left(1.5000 \cdot 10^6 + 6.7500 \cdot p^{2.} + 4425.0 \cdot p\right)}{p^{2.}}$$

$$\Delta_2(p) := \left|\begin{bmatrix} R + R' + p \cdot L & \frac{E_1}{p} + L \cdot i_{L0} \\ -(R' + p \cdot L) & \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} - L \cdot i_{L0} \end{bmatrix}\right| \qquad \Delta_2(p) \text{ float}, 5 \rightarrow \frac{-675.0}{p^{1.}}$$

Контурні струми та напруга на конденсаторі будуть мати вигляд:

$$I_{k1}(p) := \frac{\Delta_1(p)}{\Delta(p)} \qquad I_1(p) := I_{k1}(p)\ \text{float},5\ \rightarrow \frac{\left(1.5000\cdot 10^6 + 6.7500\cdot p^{2.} + 4425.0\cdot p\right)}{p^{1.}\cdot\left(7.5000\cdot 10^5 + 4.500\cdot p^{2.} + 2950.0\cdot p\right)^{1.}}$$

$$I_{k2}(p) := \frac{\Delta_2(p)}{\Delta(p)} \qquad I_2(p) := I_{k2}(p)\ \text{float},5\ \rightarrow \frac{-675.0}{\left(7.5000\cdot 10^5 + 4.500\cdot p^{2.} + 2950.0\cdot p\right)^{1.}}$$

$$u_C(p) := \frac{u_{C0}}{p} + \frac{I_2(p)}{p\cdot C}\ \text{factor}\ \rightarrow 15\cdot\frac{\left(9000000 + 41300\cdot p + 63\cdot p^2\right)}{\left(1500000 + 5900\cdot p + 9\cdot p^2\right)\cdot p}$$

$$u_L(p) := L\cdot p\cdot I_3(p) - L\cdot i_{3дк}\ \text{factor}\ \rightarrow \frac{45}{2}\cdot\frac{(5000 + 9\cdot p)}{\left(1500000 + 5900\cdot p + 9\cdot p^2\right)}$$

Перейдемо тепер від зображення до функції часу за формулою розкладу:
Для струму I1(p):

$$N_1(p) := 1.5000\cdot 10^6 + 6.7500\cdot p^{2.} + 4425.0\cdot p \qquad M_1(p) := p\cdot\left(7.5000\cdot 10^5 + 4.500\cdot p^{2.} + 2950.0\cdot p\right)$$

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_1(p)\ \left|\begin{array}{l}\text{solve}, p \\ \text{float}, 5\end{array}\right. \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -327.78 - 243.37\cdot i \\ -327.78 + 243.37\cdot i \end{pmatrix}$$

$$p_0 = 0 \qquad p_1 = -327.78 - 243.37i \qquad p_2 = -327.78 + 243.37i$$

$$N_1(p_0) = 1.5\times 10^6 \qquad N_1(p_1) = 3.75\times 10^5 + 7.301i \qquad N_1(p_2) = 3.75\times 10^5 - 7.301i$$

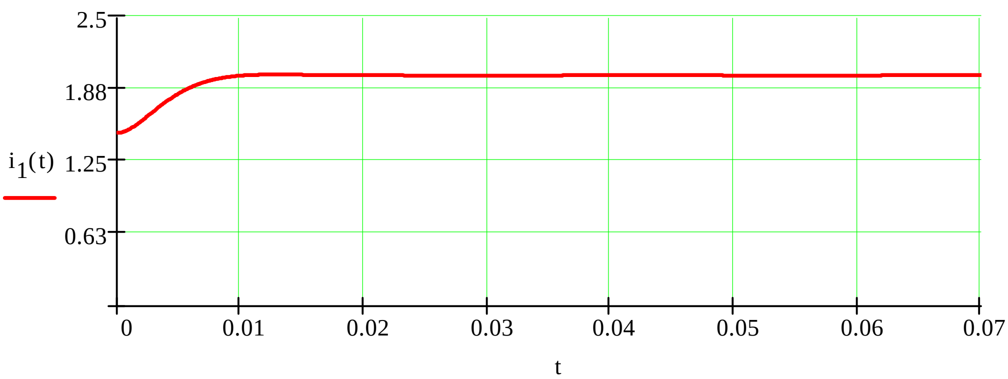
$$dM_1(p) := \frac{d}{dp}M_1(p)\ \left|\begin{array}{l}\text{factor} \\ \text{float}, 5\end{array}\right. \rightarrow 7.5000\cdot 10^5 + 13.500\cdot p^{2.} + 5900.\cdot p$$

$$dM_1(p_0) = 7.5\times 10^5 \qquad dM_1(p_1) = -5.331\times 10^5 + 7.18i\times 10^5 \qquad dM_1(p_2) = -5.331\times 10^5 - 7.18i\times 10^5$$

Отже струм як функція часу буде мати вигляд:

$$i_1(t) = \frac{N_1(p_0)}{dM_1(p_0)} + \frac{N_1(p_1)}{dM_1(p_1)}\cdot e^{p_1\cdot t} + \frac{N_1(p_2)}{dM_1(p_2)}\cdot e^{p_2\cdot t} \qquad i_1(0) = 1.5$$

$$i_1(t)\ \left|\begin{array}{l}\text{float}, 5 \\ \text{complex}\end{array}\right. \rightarrow 2.000 + .8388\cdot\exp(-327.8\cdot t)\cdot\sin(243.4\cdot t - 2.503)$$



Графік перехідного струму i1(t).

Для напруги на конденсаторі Uc(p):

$$N_u(p) := 15\cdot\left(9000000 + 41300\cdot p + 63\cdot p^2\right) \qquad M_u(p) := p\cdot\left(1500000 + 5900\cdot p + 9\cdot p^2\right)$$

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_u(p) \;\Big|\begin{matrix}\text{solve}, p \\ \text{float}, 5\end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -327.78 + 243.37\cdot i \\ -327.78 - 243.37\cdot i \end{pmatrix}$$

$$p_0 = 0 \qquad p_1 = -327.78 + 243.37i \qquad p_2 = -327.78 - 243.37i$$

$$N_u(p_0) = 1.35\times 10^8 \qquad N_u(p_1) = -2.25\times 10^7 - 1.022i\times 10^3 \qquad N_u(p_2) = -2.25\times 10^7 + 1.022i\times 10^3$$

$$dM_u(p) := \frac{d}{dp}M_u(p) \text{ factor } \rightarrow 1500000 + 11800\cdot p + 27\cdot p^2$$

$$dM_u(p_0) = 1.5\times 10^6 \qquad dM_u(p_1) = -1.066\times 10^6 - 1.436i\times 10^6 \qquad dM_u(p_2) = -1.066\times 10^6 + 1.436i\times 10^6$$

Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$u_C(t) := \frac{N_u(p_0)}{dM_u(p_0)} + \frac{N_u(p_1)}{dM_u(p_1)}\cdot e^{p_1\cdot t} + \frac{N_u(p_2)}{dM_u(p_2)}\cdot e^{p_2\cdot t} \qquad u_C(0) = 105.001$$

$$u_C(t) \;\Big|\begin{matrix}\text{float}, 5 \\ \text{complex}\end{matrix} \rightarrow 90. + 15.0008\cdot\exp(-327.78\cdot t)\cdot\cos(243.37\cdot t) + 20.202\cdot\exp(-327.78\cdot t)\cdot\sin(243.37\cdot t)$$

Для напруги на індуктивності:

$$N_L(p) := \frac{45}{2}(5000 + 9\cdot p) \qquad M_L(p) := \left(1500000 + 5900\cdot p + 9\cdot p^2\right)$$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_L(p) \;\Big|\begin{matrix}\text{solve}, p \\ \text{float}, 5\end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -327.78 + 243.37\cdot i \\ -327.78 - 243.37\cdot i \end{pmatrix} \qquad p_1 = -327.78 + 243.37i \qquad p_2 = -327.78 - 243.37i$$

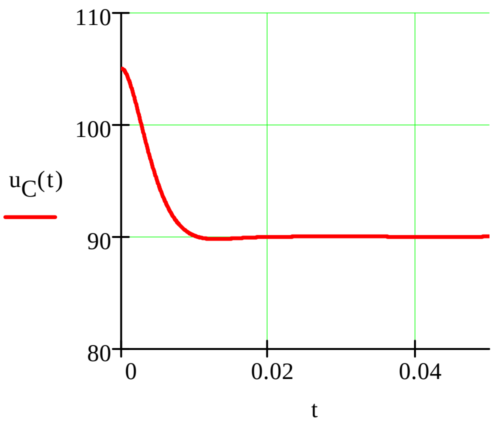
$$N_L(p_1) = 4.612\times 10^4 + 4.928i\times 10^4 \qquad N_L(p_2) = 4.612\times 10^4 - 4.928i\times 10^4$$

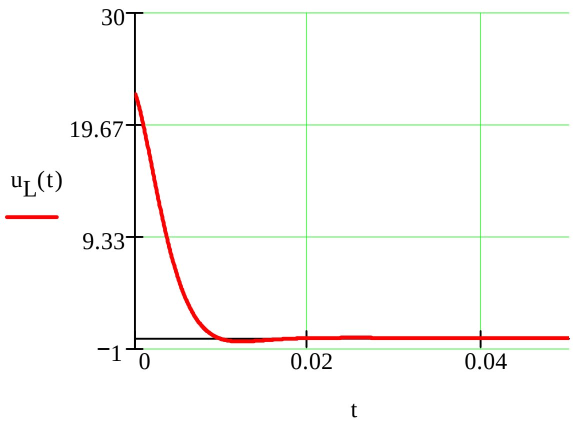
$$dM_L(p) := \frac{d}{dp}M_L(p) \text{ factor } \rightarrow 5900 + 18\cdot p$$

$$dM_L(p_1) = -0.04 + 4.381i\times 10^3 \qquad dM_L(p_2) = -0.04 - 4.381i\times 10^3$$

Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$u_L(t) := \frac{N_L(p_1)}{dM_L(p_1)}\cdot e^{p_1\cdot t} + \frac{N_L(p_2)}{dM_L(p_2)}\cdot e^{p_2\cdot t} \qquad u_L(0) = 22.5$$

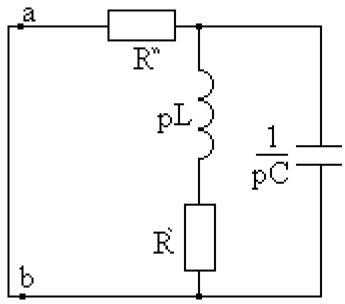




Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

Дослідити чому повинен дорівнювати активний опір вітки с джерелом ЕРС E1 щоб аперіодичний процес переходив у коливальний

$$Z_{ab}(p) := R'' + \frac{(R' + p\cdot L)\cdot\frac{1}{p\cdot C}}{\frac{1}{p\cdot C} + p\cdot L + R'}$$



$$Z_{ab}(p) := \frac{\left(\frac{1}{p\cdot C} + p\cdot L + R'\right)\cdot R'' + (R' + p\cdot L)\cdot\frac{1}{p\cdot C}}{\frac{1}{p\cdot C} + p\cdot L + R'}$$

$$(R''\cdot L)\cdot p^2 + \left(R''\cdot R' + \frac{L}{C}\right)\cdot p + \left(\frac{R''}{C} + \frac{R'}{C}\right) = 0$$

$D = 0$

$$\left(R''\cdot R' + \frac{L}{C}\right)^2 - 4\cdot(R''\cdot L)\cdot\left(\frac{R''}{C} + \frac{R'}{C}\right) = 0$$

$$R' := \left(R''\cdot R' + \frac{L}{C}\right)^2 - 4\cdot(R''\cdot L)\cdot\left(\frac{R''}{C} + \frac{R'}{C}\right) \;\Big|\; \begin{matrix}\text{solve}, R'' \\ \text{float}, 5\end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -29.412 \\ 21.739 \end{pmatrix}$$

$R'_{1,0} = 21.739$

Отже при такому значенні активного опору у вітці з джерелом напруги E1 аперіодичний процес перейде в коливальний.

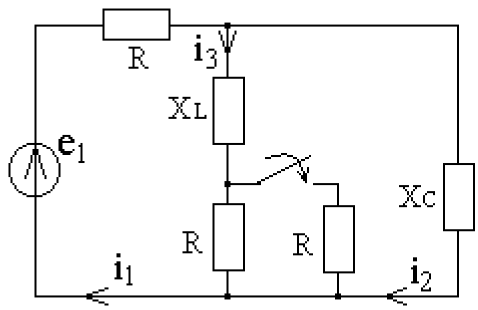
Визначити струми віток і напруги на реактивних елементах у момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійної напруги E1 і E2 у колі діють джерела синусоїдної напруги:

$e_1(t) := \sqrt{2}\cdot E_1\cdot\sin(\omega\cdot t + \psi)$ $\qquad$ $e_2(t) := \sqrt{2}\cdot E_2\cdot\sin(\omega\cdot t + \psi)$

$X_C := \frac{1}{\omega\cdot C}$ $\qquad$ $X_C = 83.333$ $\qquad$ $X_L := \omega\cdot L$ $\qquad$ $X_L = 30$

$E_1 := E_1\cdot e^{\psi\cdot i}$ $\qquad$ $E_1 = 63.64 + 63.64i$ $\qquad$ $F(E_1) = (90 \;\; 45)$

$E_2 := E_2\cdot e^{\psi\cdot i}$ $\qquad$ $E_2 = 42.426 + 42.426i$ $\qquad$ $F(E_2) = (60 \;\; 45)$

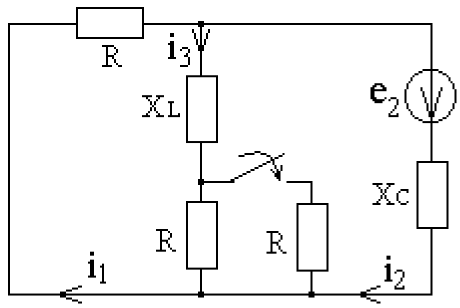


$$Z'_{vx} := R + \frac{X_C\cdot i\cdot(R + X_L\cdot i)}{R + X_L\cdot i - i\cdot X_C} \qquad Z'_{vx} = -25.638 - 15.579i$$

$$I'_{1дк} := \frac{E_1}{Z'_{vx}} \qquad I'_{1дк} = -2.914 - 0.711i \qquad F(I'_{1дк}) = (3 \;\; -166.284)$$

$$I'_{2дк} := I'_{1дк}\cdot\frac{R + X_L\cdot i}{R + X_L\cdot i - i\cdot X_C} \qquad I'_{2дк} = 1.02 - 1.813i \qquad F(I'_{2дк}) = (2.08 \;\; -60.642)$$

$$I'_{3дк} := I'_{1дк} - I'_{2дк} \qquad I'_{3дк} = -3.934 + 1.102i \qquad F(I'_{3дк}) = (4.086 \;\; 164.358)$$



$$Z''_{vx} := -X_C \cdot i + \frac{(R + i \cdot X_L) \cdot R}{R + i \cdot X_L + R} \qquad Z''_{vx} = 18 - 77.333i$$

$$I''_{2дк} := \frac{E_2}{Z''_{vx}} \qquad I''_{2дк} = -0.399 + 0.642i \qquad F(I''_{2дк}) = (0.756 \ \ 121.897)$$

$$I''_{1дк} := I''_{2дк} \cdot \frac{R + X_L \cdot i}{R + i \cdot X_L + R} \qquad I''_{1дк} = -0.368 + 0.305i \qquad F(I''_{1дк}) = (0.478 \ \ 140.332)$$

$$I''_{3дк} := I''_{2дк} - I''_{1дк} \qquad I''_{3дк} = -0.031 + 0.336i \qquad F(I''_{3дк}) = (0.338 \ \ 95.332)$$

$$I_{1дк} := I'_{1дк} + I''_{1дк} \qquad I_{1дк} = -3.282 - 0.406i \qquad F(I_{1дк}) = (3.307 \ \ -172.945)$$

$$I_{2дк} := I'_{2дк} + I''_{2дк} \qquad I_{2дк} = 0.62 - 1.171i \qquad F(I_{2дк}) = (1.326 \ \ -62.09)$$

$$I_{3дк} := I'_{3дк} - I''_{3дк} \qquad I_{3дк} = -3.903 + 0.765i \qquad F(I_{3дк}) = (3.977 \ \ 168.909)$$

$$u_{Cдк} := I_{3дк} \cdot (-i \cdot X_C) \qquad u_{Cдк} = 63.758 + 325.233i \qquad F(u_{Cдк}) = (331.423 \ \ 78.909)$$

$$u_{Lдк} := I_{3дк} \cdot i \cdot X_L \qquad u_{Lдк} = -22.953 - 117.084i \qquad F(u_{Lдк}) = (119.312 \ \ -101.091)$$

$$i_{1дк}(t) := |I_{1дк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{1дк}))$$

$$i_{2дк}(t) := |I_{2дк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{2дк}))$$

$$i_{3дк}(t) := |I_{3дк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{3дк}))$$

$$u_{Cдк}(t) := |u_{Cдк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(u_{Cдк}))$$

$$u_{Lдк}(t) := |u_{Lдк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(u_{Lдк}))$$

Початкові умови:

$$u_{Cдк}(0) = 459.949$$

$$i_{Lдк}(0) = 1.082$$

Given

$$i_{20} = i_{10} - i_{30}$$

$$e_1(0) = u_{L0} + i_{10} \cdot R + i_{30} \cdot R$$

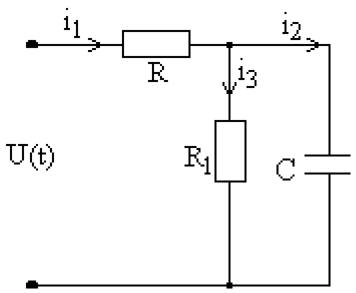
$$e_2(0) = -i_{30} \cdot R + u_{C0} - u_{L0}$$

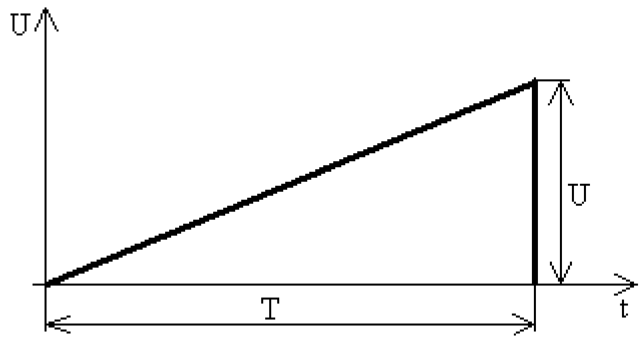
$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{10}, i_{20}, u_{L0})$$

$$i_{10} = -10.332 \qquad i_{20} = -11.414 \qquad i_{30} = 1.082 \qquad u_{L0} = 367.488 \qquad u_{C0} = 459.949$$

Інтеграл Дюамеля

$T := 0.9$ $\qquad E_1 := 90$ $\qquad E := 1$ $\qquad R_1 := \dfrac{R\cdot R}{R + R}$ $\qquad R_1 = 15$





Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \dfrac{0}{R_1 + R}$ $\qquad i_{1дк} = 0$

$i_{3дк} := i_{1дк}$ $\qquad i_{3дк} = 0$ $\qquad i_{2дк} := 0$ $\qquad i_{2дк} = 0$

$u_{Cдк} := 0 - i_{1дк}\cdot R$ $\qquad u_{Cдк} = 0$

Усталений режим після комутації: $t = \infty$

$i'_1 := \dfrac{E}{R_1 + R}$ $\qquad i'_1 = 0.022$

$i'_3 := i'_1$ $\qquad i'_3 = 0.022$ $\qquad i'_2 := 0$ $\qquad i'_2 = 0$

$u'_C := E - i'_1\cdot R$ $\qquad u'_C = 0.333$

Незалежні початкові умови

$u_{C0} := u_{Cдк}$ $\qquad u_{C0} = 0$

Залежні початкові умови

Given

$i_{20} = i_{10} - i_{30}$

$E = i_{30}\cdot R_1 + i_{10}\cdot R$

$0 = u_{C0} - i_{30}\cdot R_1$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ i_{30} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{10}, i_{20}, i_{30})$$

$i_{10} = 0.033$ $\qquad i_{20} = 0.033$ $\qquad i_{30} = 0$

Вільний режим після комутайії: $t = 0$

Складемо характерестичне рівняння схеми

$$Z_{vx}(p) := R + \frac{R_1\cdot\dfrac{1}{p\cdot C}}{R_1 + \dfrac{1}{p\cdot C}} \qquad Zvx(p) := \frac{R\cdot\left(R_1 + \dfrac{1}{p\cdot C}\right) + R_1\cdot\dfrac{1}{p\cdot C}}{R_1 + \dfrac{1}{p\cdot C}}$$

$$p := R\cdot\left(R_1 + \frac{1}{p\cdot C}\right) + R_1\cdot\frac{1}{p\cdot C} \;\Bigg|\begin{matrix}\text{solve}, p \\ \text{float}, 5\end{matrix} \to -1666.7 \qquad T := \frac{1}{|p|}\cdot T \qquad T = 5.4\times 10^{-4}$$

Одже корень характеристичного рівняння має вигляд: $p = -1.667\times 10^{3}$

Вільна складова струма буде мати вигляд:

$i''_1(t) := A_1 \cdot e^{p \cdot t}$

Визначення сталих інтегрування:

$A_1 := i_{10} - i'_1 \qquad A_1 = 0.011$

Отже: $\quad i''_1(t) := A_1 \cdot e^{p \cdot t}$

Повні значення цих струмів:

$g_{11}(t) := i'_1 - i''_1(t) \qquad g_{11}(t)\ \text{float},5\ \rightarrow 2.2222 \cdot 10^{-2} - 1.1111 \cdot 10^{-2} \cdot \exp(-1666.7 \cdot t)$

$h_{cU}(t) := A_1 \cdot R - A_1 \cdot R \cdot e^{p \cdot t}\ \text{float},5\ \rightarrow .33333 - .33333 \cdot \exp(-1666.7 \cdot t)$

Визначимо закони зміни напруги на всіх проміжках часу:

$U_0 := 0 \qquad U_0 = 0$

$U_1(t) := U_0 + \frac{E_1}{T} \cdot t \qquad U_1(t)\ \text{float},5\ \rightarrow 1.6667 \cdot 10^5 \cdot t \qquad 0 < t < T$

$U_2 := 0 \qquad U_2 = 0 \qquad T < t < \infty$

$U'_1 := \frac{d}{dt} U_1(t)\ \text{float},5\ \rightarrow 1.6667 \cdot 10^5$

Струм на цих проміжках буде мати вигляд:

$i_1(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + \int_0^t U'_1 \cdot g_{11}(t - \tau)\, d\tau \qquad i_1(t)\ \Big|\begin{smallmatrix}\text{factor}\\ \text{float},2\end{smallmatrix} \rightarrow 3.7 \cdot 10^3 \cdot t - 1.1 + 1.1 \cdot \exp\left(-1.7 \cdot 10^3 \cdot t\right)$

$i_2(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + \int_0^T U'_1 \cdot g_{11}(t - \tau)\, d\tau + \left(U_2 - E_1\right) \cdot g_{11}(t - T)$

$i_2(t)\ \Big|\begin{smallmatrix}\text{factor}\\ \text{float},3\end{smallmatrix} \rightarrow -.111 \cdot \exp\left(-1.67 \cdot 10^3 \cdot t + .900\right) + 1.11 \cdot \exp\left(-1.67 \cdot 10^3 \cdot t\right)$

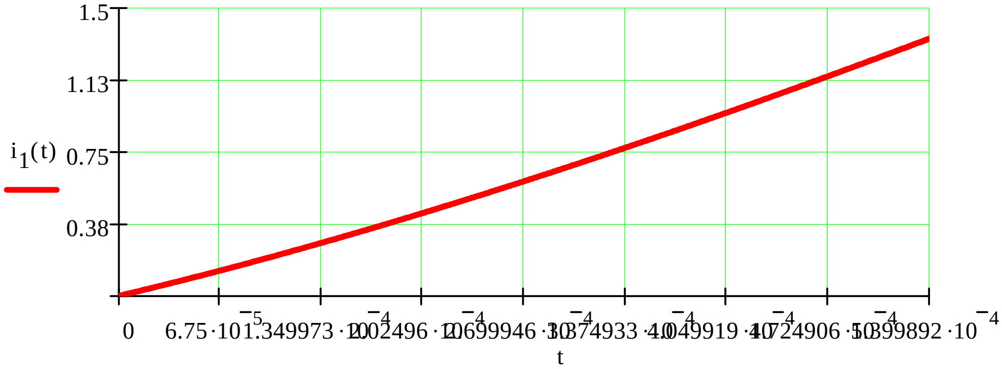
Напруга на ємності на цих проміжках буде мати вигляд:

$u_{C1}(t) := U_0 \cdot h_{cU}(t) + \int_0^t U'_1 \cdot h_{cU}(t - \tau)\, d\tau\ \text{float},5\ \rightarrow 55556. \cdot t - 33.333 + 33.333 \cdot \exp(-1666.7 \cdot t)$

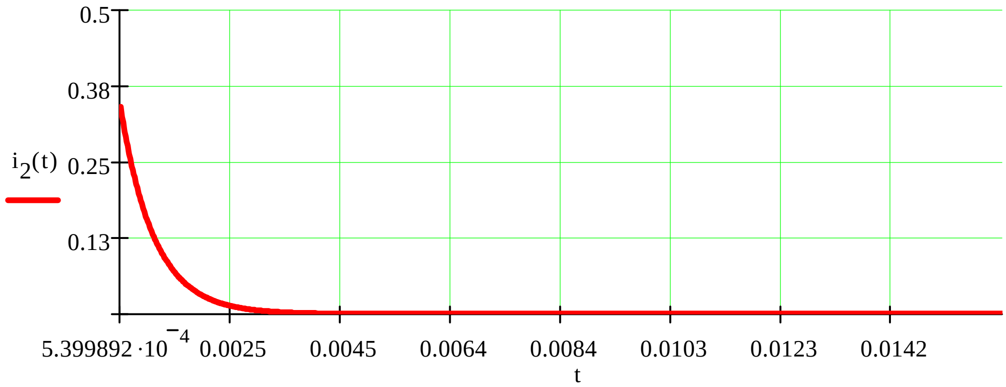
$u_{C2}(t) := U_0 \cdot h_{cU}(t) + \int_0^T U'_1 \cdot h_{cU}(t - \tau)\, d\tau + \left(U_2 - E_1\right) \cdot h_{cU}(t - T)$

$u_{C2}(t)\ \text{float},3\ \rightarrow -3.3 \cdot \exp\left(-1.67 \cdot 10^3 \cdot t + .900\right) + 33.3 \cdot \exp\left(-1.67 \cdot 10^3 \cdot t\right)$

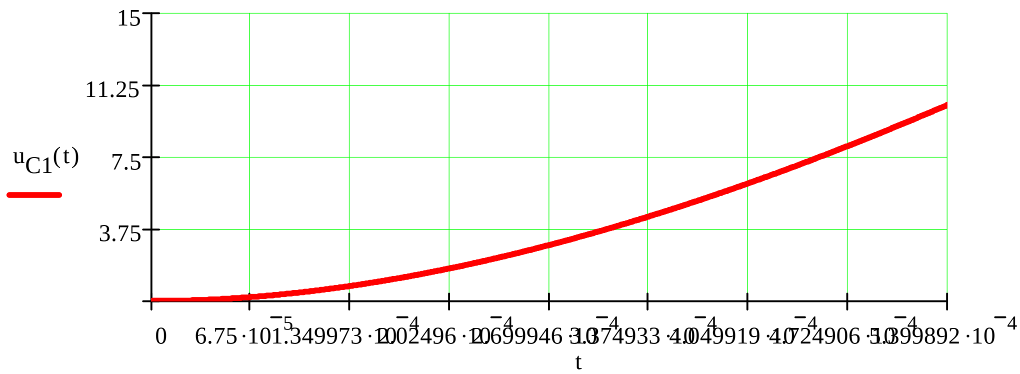
Графік вхідного струму на проміжку: $0 \le t \le T$



Графік вхідного струму на проміжку: $T \le t \le \infty$



Графік наруги на реактивному елементі на проміжку: $0 \le t \le T$



Графік наруги на реактивному елементі на проміжку: $T \le t \le \infty$