

Министерство образования и науки Украины
Национальный технический университет Украины
“Киевский Политехнический Институт”
Кафедра ТОЭ

Расчетно-графическая работа
“Трёхфазные цепи”
Вариант 702

Выполнил:_____

Проверил:_____

Киев 2007

Условие задания

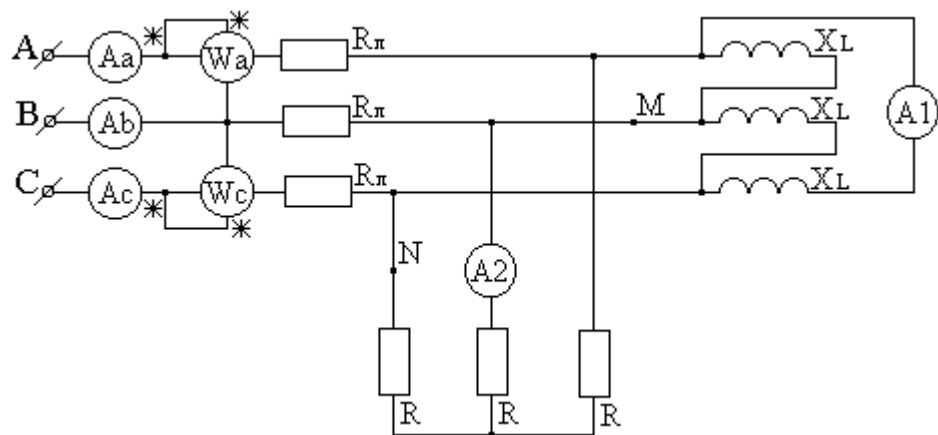
Симметричный трёхфазный генератор с обмотками, соединёнными в звезду, питает через трехпроводную линию электропередачи нагрузку с элементами, соединёнными звездой и треугольником.

Требуется:

1. Определить показания включенных в цепь измерительных приборов, полагая нагрузки симметричной.
2. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
3. По результатам расчета п.1 построить для симметричной нагрузки совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.
4. Провести расчет токов во всех ветвях напряжений на всех участках цепи, определить показания измерительных приборов в аварийном режиме, делая обрыв в указанной точке.
5. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
6. По результатам расчета п.4 построить совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.

$$U_A := 180 \quad U_B := U_A \quad U_C := U_B \quad \psi_A := 0 \quad R_L := 15 \quad R := 80 \quad X_L := 27$$

Обрыв проводится в точке М.



Общая схема трёхфазной цепи

Определение показаний измерительных приборов при симметричной нагрузке.

Так как нагрузка симметрическая, то будем проводить расчет только по одной

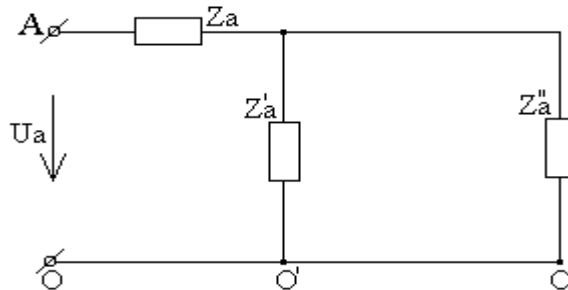
фазе. Токи в остальных фазах будут такими же, только будут отличаться углы.

Для определения токов в ветвях цепи необходимо первоначально произвести упрощение схемы, сведя её к схеме с элементами, соединенными звездой.

$$X'_L := \frac{X_L \cdot i \cdot X_L \cdot i}{3 \cdot X_L \cdot i} \quad X'_L = 9i$$

За опорную примем фазу А. Фазные напряжения генератора и сопротивления элементов нагрузки в комплексной форме равны:

$$\begin{aligned} E_A &:= U_A \cdot e^{i \cdot \psi_A \cdot \frac{\pi}{180}} & E_B &:= U_B \cdot e^{i(\psi_A - 120) \cdot \frac{\pi}{180}} & E_C &:= U_C \cdot e^{i(\psi_A + 120) \cdot \frac{\pi}{180}} \\ F(E_A) &= (180 \ 0) & F(E_B) &= (180 \ -120) & F(E_C) &= (180 \ 120) \\ Z_a &:= R_L & Z_b &:= Z_a & Z_c &:= Z_b & Z_a &= 15 \\ Z'_a &:= R & Z'_b &:= Z'_a & Z'_c &:= Z'_b & Z'_a &= 80 \\ Z''_a &:= X'_L & Z''_b &:= Z''_a & Z''_c &:= Z''_b & Z''_a &= 9i \end{aligned}$$



Преобразованная схема (фаза А)

Эквивалентное сопротивление данной схемы равно:

$$Z_{ea} := Z_a + \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea} = 16 + 8.888i$$

Ток в фазе А, согласно закону Ома, равен:

$$I_A := \frac{E_A}{Z_{ea}} \quad I_A = 8.597 - 4.776i \quad F(I_A) = (9.835 \ -29.051)$$

Соответственно в фазах В и С:

$$\begin{aligned} I_B &:= I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} & I_B &= -8.434 - 5.058i & F(I_B) &= (9.835 \ -149.051) \\ I_C &:= I_A \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} & I_C &= -0.163 + 9.833i & F(I_C) &= (9.835 \ 90.949) \end{aligned}$$

Фазное напряжение на параллельном участке А'О равно:

$$\begin{aligned} Z_{ea'} &:= \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} & Z_{ea'} &= 1 + 8.888i \\ U_{A'O} &:= I_A \cdot Z_{ea'} & U_{A'O} &= 51.039 + 71.634i \end{aligned}$$

Токи звезды равны:

$$I_A := \frac{U_{A'O}}{Z'_a} \quad I_A = 0.638 + 0.895i \quad F(I_A) = (1.099 \ 54.53)$$

$$\begin{aligned} I_B &:= I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} & I_B &= 0.456 - i & F(I_B) &= (1.099 \quad -65.47) \\ I_C &:= I_A \cdot e^{i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} & I_C &= -1.094 + 0.105i & F(I_C) &= (1.099 \quad 174.53) \end{aligned}$$

Линейное напряжение равно:

$$U_{A'B'} := U_{A'O} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} \quad U_{A'B'} = 138.596 + 63.25i \quad F(U_{A'B'}) = (152.347 \quad 24.53)$$

Остальные токи равны:

$$\begin{aligned} I''_{A'B'} &:= \frac{U_{A'B'}}{X_L \cdot i} & I''_{A'B'} &= 2.343 - 5.133i & F(I''_{A'B'}) &= (5.642 \quad -65.47) \\ I''_{B'C'} &:= I''_{A'B'} \cdot e^{-i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} & I''_{B'C'} &= -5.617 + 0.538i & F(I''_{B'C'}) &= (5.642 \quad 174.53) \\ I''_{C'A'} &:= I''_{A'B'} \cdot e^{i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} & I''_{C'A'} &= 3.274 + 4.595i & F(I''_{C'A'}) &= (5.642 \quad 54.53) \end{aligned}$$

На основании выполненных расчетов, показания амперметров будут равны:

$$A_1 = 5.642 \text{ (A)} \quad A_2 = 1.099 \text{ (A)} \quad A_a = 9.835 \text{ (A)} \quad A_b = 9.835 \text{ (A)} \quad A_c = 9.835 \text{ (A)}$$

Находим показания ваттметров. Ваттметры показывают вещественную часть произведения комплекса напряжения, приложенного к обмотке напряжения (его отсчитывают от начала обмотки к концу), на сопряженный комплекс тока, протекающего через обмотку тока:

Показание ваттметра W_a :

$$\begin{aligned} E_{AB} &:= E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} & E_{AB} &= 270 + 155.885i \\ W_a &:= \operatorname{Re}(E_{AB} \cdot \overline{I_A}) & W_a &= 1.577 \times 10^3 \end{aligned}$$

Показание ваттметра W_b :

$$\begin{aligned} E_{CB} &:= E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot (30+180) \frac{\pi}{180}} & E_{CB} &= 311.769i \\ W_c &:= \operatorname{Re}(E_{CB} \cdot \overline{I_C}) & W_c &= 3.066 \times 10^3 \end{aligned}$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_c \quad W = 4.643 \times 10^3$$

Баланс активной и реактивной мощностей

Правильность расчетов проверим, составив баланс активных и реактивных мощностей. Мощность источника энергии определяют в виде суммы произведений комплексов фазных ЭДС (напряжений) на сопряженные комплексы токов соответствующих фаз. В симметричной трёхфазной системе мощность, отдаваемая в нагрузку источником, равна утроенной мощности одной фазы.

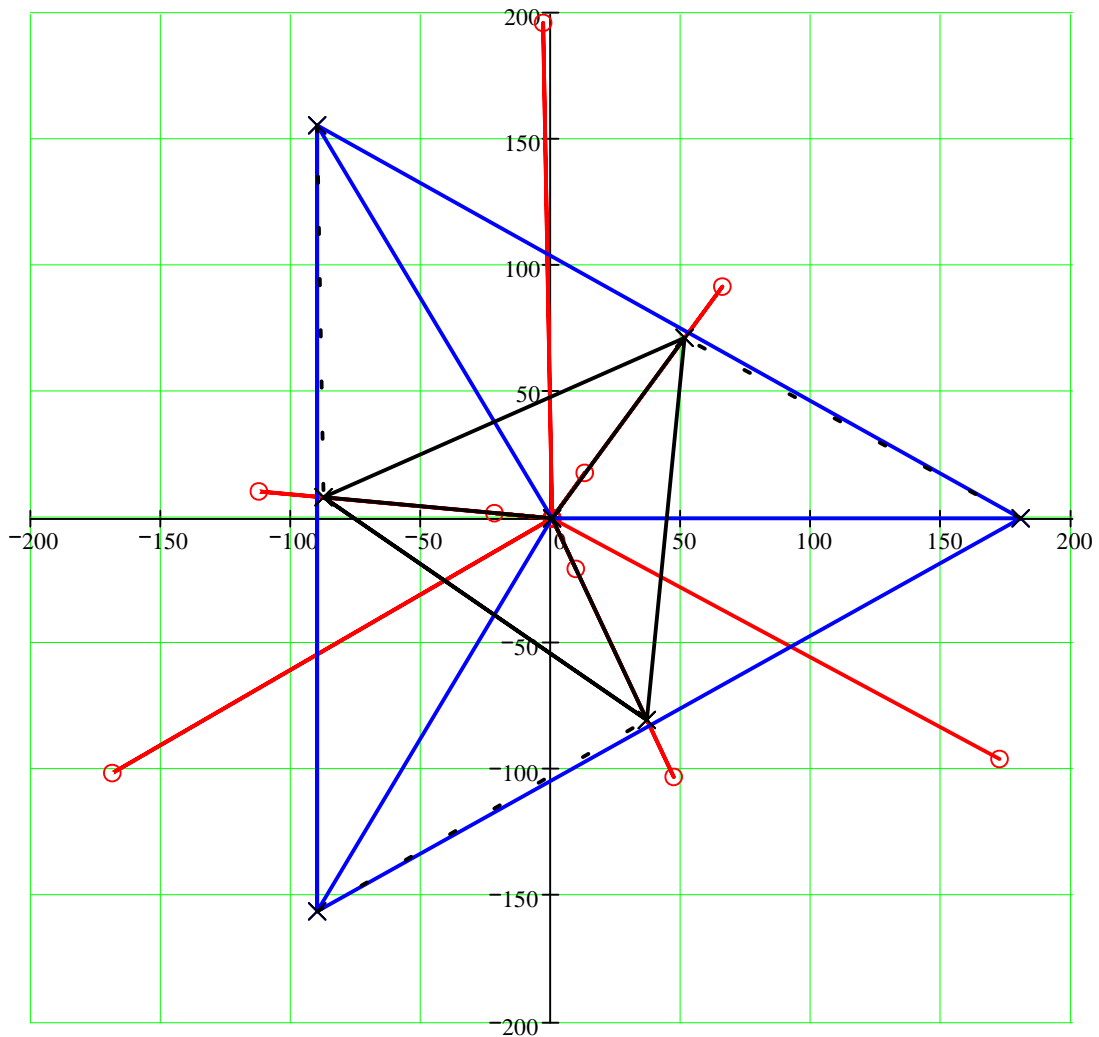
$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C} \quad S_r = 4.643 \times 10^3 + 2.579i \times 10^3$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

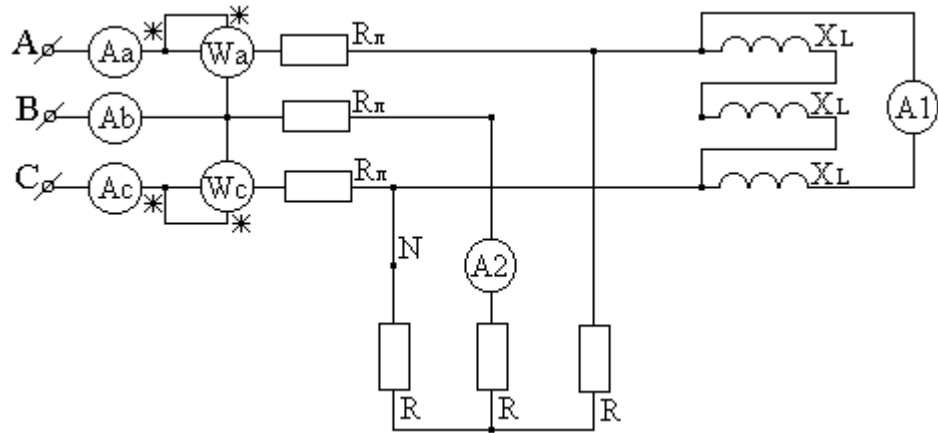
$$P_{pr} := \left[(|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R_L + \left[(|I'_A|)^2 + (|I'_B|)^2 + (|I'_C|)^2 \right] \cdot R \quad P_{pr} = 4.643 \times 10^3$$

$$Q_{pr} := \left[(|I''_{A'B'}|)^2 + (|I''_{B'C'}|)^2 + (|I''_{C'A'}|)^2 \right] \cdot X_L \cdot i \quad Q_{pr} = 2.579i \times 10^3$$

Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.



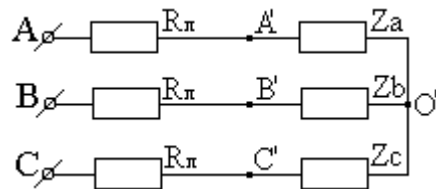
Определение показаний измерительных приборов в аварийном режиме.



Несимметричная трёхфазная система.

$$R' := R + R + \frac{R \cdot R}{R} \quad R' = 240 \quad X' := \frac{2X_L \cdot i \cdot X_L \cdot i}{3X_L \cdot i} \quad X' = 18i$$

Параллельно включенные сопротивления нагрузки можно заменить эквивалентными, в результате чего образуется несимметричный треугольник. Заменяв его эквивалентной звездой, рассчитываемую цепь приводят к виду:



Несимметричная звезда.

Сопротивления несимметричного треугольника равны:

$$Z_{C'A'} := \frac{X' \cdot R'}{R' + X'} \quad Z_{C'A'} = 1.342 + 17.899i$$

$$Z_{A'B'} := R' \quad Z_{B'C'} := R'$$

Сопротивление эквивалентной звезды:

$$Z_a := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_a = 1 + 8.888i$$

$$Z_b := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{B'C'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_b = 119.5 - 4.444i$$

$$Z_c := \frac{Z_{B'C'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_c = 1 + 8.888i$$

Полные комплексные сопротивления в каждой фазе цепи:

$$Z_{ea} := Z_a + Z_a \quad Z_{ea} = 16 + 8.888i$$

$$Z_{eb} := Z_b + Z_b \quad Z_{eb} = 134.5 - 4.444i$$

$$Z_{ec} := Z_c + Z_c \quad Z_{ec} = 16 + 8.888i$$

Фазные напряжения на нагрузке в цепи удобно определять, вычислив предварительно смещение нейтрали (О - потенциал узла генератора, который на схеме на показан):

$$Y_A := \frac{1}{Z_{ea}} \quad Y_B := \frac{1}{Z_{eb}} \quad Y_C := \frac{1}{Z_{ec}}$$

$$Y_A = 0.048 - 0.027i \quad Y_B = 7.427 \times 10^{-3} + 2.454i \times 10^{-4} \quad Y_C = 0.048 - 0.027i$$

$$U_{O''O} := \frac{E_A \cdot Y_A + E_B \cdot Y_B + E_C \cdot Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C}$$

$$U_{O''O} = 44.713 + 60.605i$$

Фазные напряжения на элементах нагрузки цепи равны:

$$U_{AO''} := E_A - U_{O''O} \quad U_{AO''} = 135.287 - 60.605i \quad F(U_{AO''}) = (148.242 \quad -24.131)$$

$$U_{BO''} := E_B - U_{O''O} \quad U_{BO''} = -134.713 - 216.49i \quad F(U_{BO''}) = (254.981 \quad -121.892)$$

$$U_{CO''} := E_C - U_{O''O} \quad U_{CO''} = -134.713 + 95.279i \quad F(U_{CO''}) = (165.002 \quad 144.729)$$

Токи в фазах, равные фазным токам генератора и линейным токам исходной системы, определяют по закону Ома:

$$I_A := \frac{U_{AO''}}{Z_{ea}}$$

$$I_A = 4.854 - 6.484i$$

$$F(I_A) = (8.1 \quad -53.182)$$

$$I_B := \frac{U_{BO''}}{Z_{eb}}$$

$$I_B = -0.947 - 1.641i$$

$$F(I_B) = (1.895 \quad -120)$$

$$I_C := \frac{U_{CO''}}{Z_{ec}}$$

$$I_C = -3.906 + 8.125i$$

$$F(I_C) = (9.015 \quad 115.678)$$

$$U_{AB} := E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}}$$

$$U_{AB} = 270 + 155.885i$$

$$F(U_{AB}) = (311.769 \quad 30)$$

$$U_{AA'} := I_A \cdot Z_a$$

$$U_{AA'} = 72.807 - 97.261i$$

$$F(U_{AA'}) = (121.493 \quad -53.182)$$

$$U_{BC} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}}$$

$$U_{BC} = -311.769i$$

$$F(U_{BC}) = (311.769 \quad -90)$$

$$U_{BB'} := I_B \cdot Z_b$$

$$U_{BB'} = -14.211 - 24.613i$$

$$F(U_{BB'}) = (28.421 \quad -120)$$

$$U_{CA} := E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}}$$

$$U_{CA} = -270 + 155.885i$$

$$F(U_{CA}) = (311.769 \quad 150)$$

$$U_{CC'} := I_C \cdot Z_c$$

$$U_{CC'} = -58.597 + 121.874i$$

$$F(U_{CC'}) = (135.229 \quad 115.678)$$

Для определения токов во всех ветвях рассчитываемой схемы необходимо определить напряжение между точками A', B' и C'.

Согласно второму закону Кирхгофа:

$$U_{AB} := U_{AA'} + U_{A'B'} - U_{BB'}$$

отсюда:

$$U_{A'B'} := U_{AB} - U_{AA'} + U_{BB'}$$

$$U_{A'B'} = 182.982 + 228.532i$$

$$F(U_{A'B'}) = (292.762 \quad 51.316)$$

аналогично вычисляют

$$U_{B'C'} := U_{BC} - U_{BB'} + U_{CC'}$$

$$U_{B'C'} = -44.386 - 165.282i$$

$$F(U_{B'C'}) = (171.138 \quad -105.032)$$

$$U_{C'A'} := U_{CA} - U_{CC'} + U_{AA'}$$

$$U_{C'A'} = -138.596 - 63.25i$$

$$F(U_{C'A'}) = (152.347 \quad -155.47)$$

$$I_{C''A''} := \frac{U_{C'A'}}{2X_L \cdot i}$$

$$I_{C''A''} = -1.171 + 2.567i$$

$$F(I_{C''A''}) = (2.821 \quad 114.53)$$

$$I_{C'A'} := \frac{U_{C'A'}}{X_L \cdot i}$$

$$I_{C'A'} = -2.343 + 5.133i$$

$$F(I_{C'A'}) = (5.642 \quad 114.53)$$

$$I_B := I_B$$

$$I_B = -0.947 - 1.641i$$

$$F(I_B) = (1.895 \quad -120)$$

$$I_A := \frac{1}{R} \cdot (I_B \cdot R + U_{A'B'})$$

$$I_A = 1.34 + 1.216i$$

$$F(I_A) = (1.809 \quad 42.219)$$

$$I_C := -I_A - I_B$$

$$I_C = -0.393 + 0.425i$$

$$F(I_C) = (0.579 \quad 132.718)$$

Согласно выполненным расчетам, показания включенных в цепь амперметров равны:

$$A_1 = 5.642 \text{ (A)} \quad A_2 = 1.895 \text{ (A)} \quad A_a = 8.1 \text{ (A)} \quad A_b = 1.895 \text{ (A)} \quad A_c = 9.015 \text{ (A)}$$

Расчет показаний ваттметров выполняется так же, как и в случае симметричной системы:

Показание ваттметра W_a :

$$E_{CA} := E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} \quad E_{CA} = -270 + 155.885i$$

$$W_a := \operatorname{Re}(E_{CA} \cdot \overline{I_C}) \quad W_a = 2.321 \times 10^3$$

Показание ваттметра W_b :

$$E_{BA} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} \quad E_{BA} = -270 - 155.885i$$

$$W_b := \operatorname{Re}(E_{BA} \cdot \overline{I_B}) \quad W_b = 511.579$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 2.833 \times 10^3$$

Баланс активной и реактивной мощностей

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C} \quad S_r = 2.833 \times 10^3 + 1.289i \times 10^3$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$P_{pr} := \left[(|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R_L + \left[(|I'_A|)^2 + (|I'_B|)^2 + (|I'_C|)^2 \right] \cdot R \quad P_{pr} = 2.833 \times 10^3$$

$$Q_{pr} := \left(|I''_{CA}| \right)^2 \cdot 2 \cdot (X_L \cdot i) + \left(|I''_{CA}| \right)^2 \cdot (X_L \cdot i) \quad Q_{pr} = 1.289i \times 10^3$$

Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.

