

## Вариант № = 059

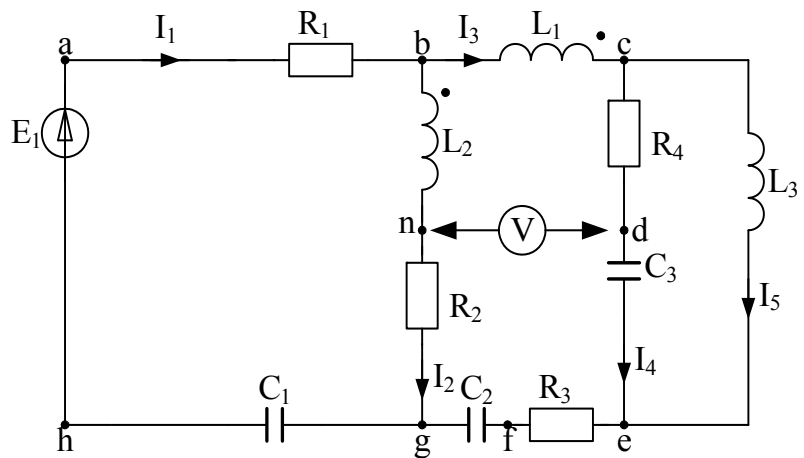
В электрической цепи действует источник синусоидальной ЭДС  $e(\omega t) = E\sqrt{2}\sin(\omega t + \psi)$ .  
 Схема цепи приведенные на рис. 1. Действующее значение ЭДС  $E$  источника, начальная фаза  $\psi$  и значение параметров цепи заданы.

Исходные данные:

$E = 280(\text{В})$	$x_{L1} = 50(\text{Ом})$
$\psi = 90^\circ$	$x_{L2} = 40(\text{Ом})$
$R_1 = 22(\text{Ом})$	$x_{L3} = 35(\text{Ом})$
$R_2 = 21(\text{Ом})$	$x_{C1} = 20(\text{Ом})$
$R_3 = 6(\text{Ом})$	$x_{C2} = 15(\text{Ом})$
$R_4 = 19(\text{Ом})$	$x_{C3} = 12(\text{Ом})$
$f = 100(\text{Гц})$	$x_m = 30(\text{Ом})$

Тип схемы = "Т"

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 100 = 628.319 \left( \frac{\text{рад}}{\text{с}} \right)$$



### I. Для электрической цепи без взаимной индукции:

- рассчитать все токи комплексным методом, определить показание вольтметра;
- составить баланс активных  $P$  и реактивных  $Q$  мощностей цепи;
- построить совмещенные: векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений;
- принять сопротивление  $R_2=0$  и считая сопротивление этой ветви неизвестным определить его из условия резонанса токов. Найти эквивалентную индуктивность или емкость для заданной частоты;
- рассчитать токи для резонансного состояния, определить показания вольтметра, проверить правильность расчетов по балансу мощностей;
- рассчитать (найти нули и полюса) и построить частотную характеристику входного сопротивления цепи. Активные сопротивления не учитывать.

### II. При наличии магнитной связи между индуктивными элементами $L_1$ и $L_2$

(одноименные концы элементов отмечены на схеме точками):

- преобразовав схему до двух независимых контуров, рассчитать токи во всех ветках методом контурных токов, определить показания вольтметра;
- проверить правильность расчетов по балансу мощностей, определить активную  $P_m$  и реактивную  $Q_m$  мощности магнитной связи;
- построить совмещенные: векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений (на диаграмме показать напряжения взаимной индукции  $U_m$ ).

### III. Отбросив крайнюю ветку между полюсами 2, 2' устранить магнитную связь.

Полученную схему рассматривать как четырехполюсник и полюсами 1,1' и 2, 2':

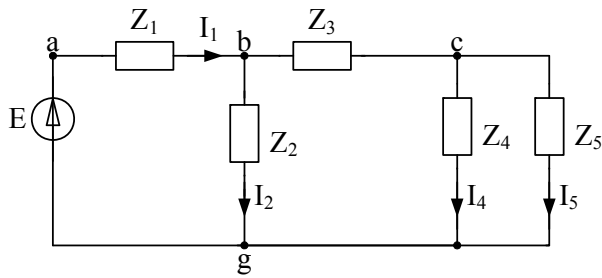
- рассчитать коэффициенты четырехполюсника (в форме А);
- найти ЭДС  $E$  и ток  $I_1$  на входе четырехполюсника при которых на выходе  $U_2=100(\text{В})$ ,  $I_2=1(\text{А})$ , а угол сдвига фаз между синусоидами напряжения и тока  $f_2=30^\circ$ . Сделать проверку, нагрузив 4-полюсник на соответствующее сопротивление.
- рассчитать параметры  $R, L, C$  ветвей схемы замещения («Т» или «П»)
- определить вторичные параметры четырехполюсника (характеристические сопротивления  $Z_{C1}$ ,  $Z_{C2}$  и постоянную передачи  $g$ ;
- в согласованном режиме четырехполюсника по вторичными параметрами определить комплексы напряжения  $U_2$  и тока  $I_2$  (на выходе четырехполюсника) при заданной ЭДС на входе. Сделать проверку для схемы замещения.

# **I. Для электрической цепи без взаимной индукции:**

а) рассчитать все токи комплексным методом, определить показание вольтметра: значение Э.Д.С. в комплексной форме:

$$E = E e^{j\psi} = 280j = 280e^{90j}$$

сопротивление ветвей



$$z_1 = R_1 - j x_{c1} = 22 - 20j = 29.7321e^{-42.2737j}$$

$$z_2 = R_2 + j x_{L2} = 21 + 40j = 45.1774e^{62.3005j}$$

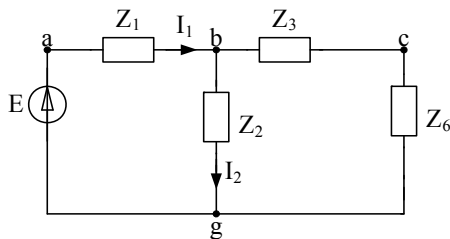
$$z_3 = R_3 + j(x_{L1} - x_{c2}) = 6 + j(50 - 15) = 6 + 35j = 35.5106e^{80.2724j}$$

$$z_4 = R_4 - j x_{c3} = 19 - 12j = 22.4722e^{-32.2756j}$$

$$z_5 = j x_{L3} = 35j = 35e^{90j}$$

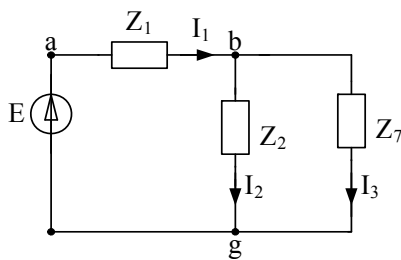
Определение эквивалентного сопротивления:

эквивалентное сопротивление параллельно соединенных ветвей с сопротивлениями  $Z_4$  и  $Z_5$



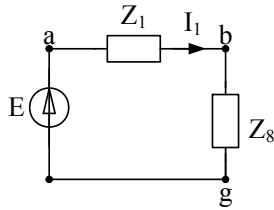
$$z_6 = \frac{z_4 z_5}{z_4 + z_5} = \frac{22.4722e^{-32.2756j} 35e^{90j}}{19 - 12j + 35j} = 26.152 + 3.3427j = 26.3645e^{7.284j}$$

эквивалентное сопротивление последовательно соединенных сопротивлений  $Z_3$  и  $Z_6$



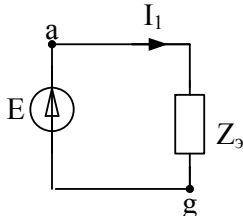
$$z_7 = z_3 + z_6 = 6 + 35j + 26.1517 + 3.3427j = 32.1517 + 38.3427j = 50.0389e^{50.019j}$$

эквивалентное сопротивление параллельно соединенных ветвей с сопротивлениями  $Z_2$  и  $Z_7$



$$z_8 = \frac{z_7 z_2}{z_7 + z_2} = \frac{50.0389e^{50.019j} 45.1774e^{62.3005j}}{32.1517 + 38.3427j + 21 + 40j} = 13.188 + 19.906j = 23.8787e^{56.4745j}$$

Эквивалентное сопротивление цепи относительно зажимов источника ЭДС E



$$z_9 = z_1 + z_8 = 22 - 20j + 13.1884 + 19.9062j = 35.1884 - 0.0938j = 35.1885e^{-0.1527j}$$

По закону Ома определяем ток на входе цепи.

$$I_1 = \frac{E}{z_9} = \frac{280e^{90j}}{35.1885e^{-0.1527j}} = -0.0212 + 7.9571j = 7.9571e^{90.153j}$$

Расчет действующие значений токов в параллельных ветвях:

$$I_2 = \frac{I_1 z_7}{z_2 + z_7} = \frac{7.9571e^{90.1527j} 50.0389e^{50.019j}}{21 + 40j + 32.1517 + 38.3427j} = 0.4158 + 4.1852j = 4.2058e^{84.327j}$$

$$I_3 = \frac{I_1 z_2}{z_2 + z_7} = \frac{7.9571e^{90.1527j} 45.1774e^{62.3005j}}{21 + 40j + 32.1517 + 38.3427j} = -0.437 + 3.7719j = 3.7972e^{96.608j}$$

$$I_4 = \frac{I_3 z_5}{z_4 + z_5} = \frac{3.7972e^{96.6082j} 35e^{90j}}{19 - 12j + 35j} = -3.2136 + 3.0852j = 4.4548e^{136.17j}$$

$$I_5 = \frac{I_3 z_4}{z_4 + z_5} = \frac{3.7972e^{96.6082j} 22.4722e^{-32.2756j}}{19 - 12j + 35j} = 2.7766 + 0.6867j = 2.8603e^{13.892j}$$

## б) Составим баланс активных и реактивных мощностей

Полная мощность генератора:

\*

$$S = E I_1 = 280e^{90j} 7.9571e^{-90.1527j} = 2.228 \times 10^3 - 5.9371j \text{ (ВА)}$$

Потребляемая активная мощность:

$$P = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 = 7.9571^2 \times 22 + 4.2058^2 \times 21 + 3.7972^2 \times 6 + 4.4549^2 \times 19 = 2.228 \times 10^3 \text{ Вт}$$

Реактивная мощность цепи:

$$Q = I_1^2 (-x_{c1}) + I_2^2 (x_{L2}) + I_3^2 (x_{L1} - x_{c2}) + I_4^2 (-x_{c3}) + I_5^2 x_{L3} = 7.957^2 \times -20 + 4.206^2 \times 40 + 3.797^2 (50 - 15) + 4.455^2 \times -12 + 2.86^2 \times 35 = -5.938 \text{ ВАР}$$

Погрешность расчета:

$$\eta_P = \left| \frac{S_P - P}{S_P} \right| 100\% = \left| \frac{2.228 \times 10^3 - 2.228 \times 10^3}{2.228 \times 10^3} \right| 100\% = 3.9036 \times 10^{-4} \%$$

$$\eta_Q = \left| \frac{S_Q - Q}{S_Q} \right| 100\% = \left| \frac{-5.9371 - -5.9382}{-5.9371} \right| 100\% = 0.0183 \%$$

Действующие значения напряжений на каждом элементе

$$\begin{aligned}
 U_{R1} &= I_1 R_1 = 7.9571e^{90.1527j} 22 = -0.4665 + 175.06j = 175.06e^{90.153j} \\
 U_{R2} &= I_2 R_2 = 4.2058e^{84.3266j} 21 = 8.7312 + 87.889j = 88.321e^{84.327j} \\
 U_{R3} &= I_3 R_3 = 3.7972e^{96.6082j} 6 = -2.6218 + 22.632j = 22.783e^{96.608j} \\
 U_{R4} &= I_4 R_4 = 4.4548e^{136.1678j} 19 = -61.058 + 58.619j = 84.642e^{136.17j} \\
 U_{L1} &= I_3 j x_{L1} = 3.7972e^{96.6082j} j \times 50 = -188.6 - 21.849j = 189.86e^{-173.39j} \\
 U_{L2} &= I_2 j x_{L2} = 4.2058e^{84.3266j} j \times 40 = -167.41 + 16.631j = 168.23e^{174.33j} \\
 U_{L3} &= I_5 j x_{L3} = 2.8603e^{138.922j} j \times 35 = -24.036 + 97.182j = 100.11e^{103.89j} \\
 U_{c1} &= I_1 \cdot -j x_{c1} = 7.9571e^{90.1527j} \cdot -j \times 20 = 159.14 + 0.4241j = 159.14e^{0.1527j} \\
 U_{c2} &= I_3 \cdot -j x_{c2} = 3.7972e^{96.6082j} \cdot -j \times 15 = 56.579 + 6.5546j = 56.957e^{6.6082j} \\
 U_{c3} &= I_4 \cdot -j x_{c3} = 4.4548e^{136.1678j} \cdot -j \times 12 = 37.022 + 38.563j = 53.458e^{46.168j}
 \end{aligned}$$

напряжение на зажимах вольтметра рассчитаем по двум путям:

$$\begin{aligned}
 U_{nd} &= U_{L2} - U_{L1} - U_{R4} = -167.41 + 16.63j - (-188.6 - 21.85j) - (-61.06 + 58.62j) = 82.25 - 20.14j \\
 &= 84.6781e^{-13.7586j} \\
 U_{nd} &= U_{c2} + U_{R3} + U_{c3} - U_{R2} = 56.58 + 6.55j + -2.62 + 22.63j + 37.02 + 38.56j - (8.73 + 87.89j) = 82.25 - 20.14j \\
 &= 84.6781e^{-13.7586j}
 \end{aligned}$$

Показания вольтметра равно действующему напряжению на его зажимах:

$$V = |U_{nd}| = 84.6781(V)$$

**в) построим совмещенные: векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений;**

Определим потенциалы всех точек, пусть  $\phi_h = 0$ :

$$\begin{aligned}
 \phi_g &= \phi_h + U_{c1} = 0 + 159.1423 + 0.4241j = 159.1423 + 0.4241j = 159.1428e^{0.1527j} \\
 \phi_n &= \phi_g + U_{R2} = 159.1423 + 0.4241j + 8.7312 + 87.8886j = 167.8734 + 88.3127j = 189.6856e^{27.7474j} \\
 \phi_f &= \phi_g + U_{c2} = 159.1423 + 0.4241j + 56.5791 + 6.5546j = 215.7213 + 6.9787j = 215.8342e^{1.8529j} \\
 \phi_e &= \phi_f + U_{R3} = 215.7213 + 6.9787j + -2.6218 + 22.6316j = 213.0995 + 29.6103j = 215.1468e^{7.9106j} \\
 \phi_d &= \phi_e + U_{c3} = 213.0995 + 29.6103j + 37.0223 + 38.5632j = 250.1218 + 68.1735j = 259.2461e^{15.2463j} \\
 \phi_c &= \phi_d + U_{R4} = 250.1218 + 68.1735j + -61.0584 + 58.6187j = 189.0634 + 126.7922j = 227.6428e^{33.8471j} \\
 \phi_b &= \phi_c + U_{L1} = 189.0634 + 126.7922j + -188.597 - 21.8487j = 0.4665 + 104.9435j = 104.9446e^{89.7453j} \\
 \phi_a &= \phi_b + U_{R1} = 0.4665 + 104.9435j + -0.4665 + 175.0565j = 280j = 280e^{90j}
 \end{aligned}$$

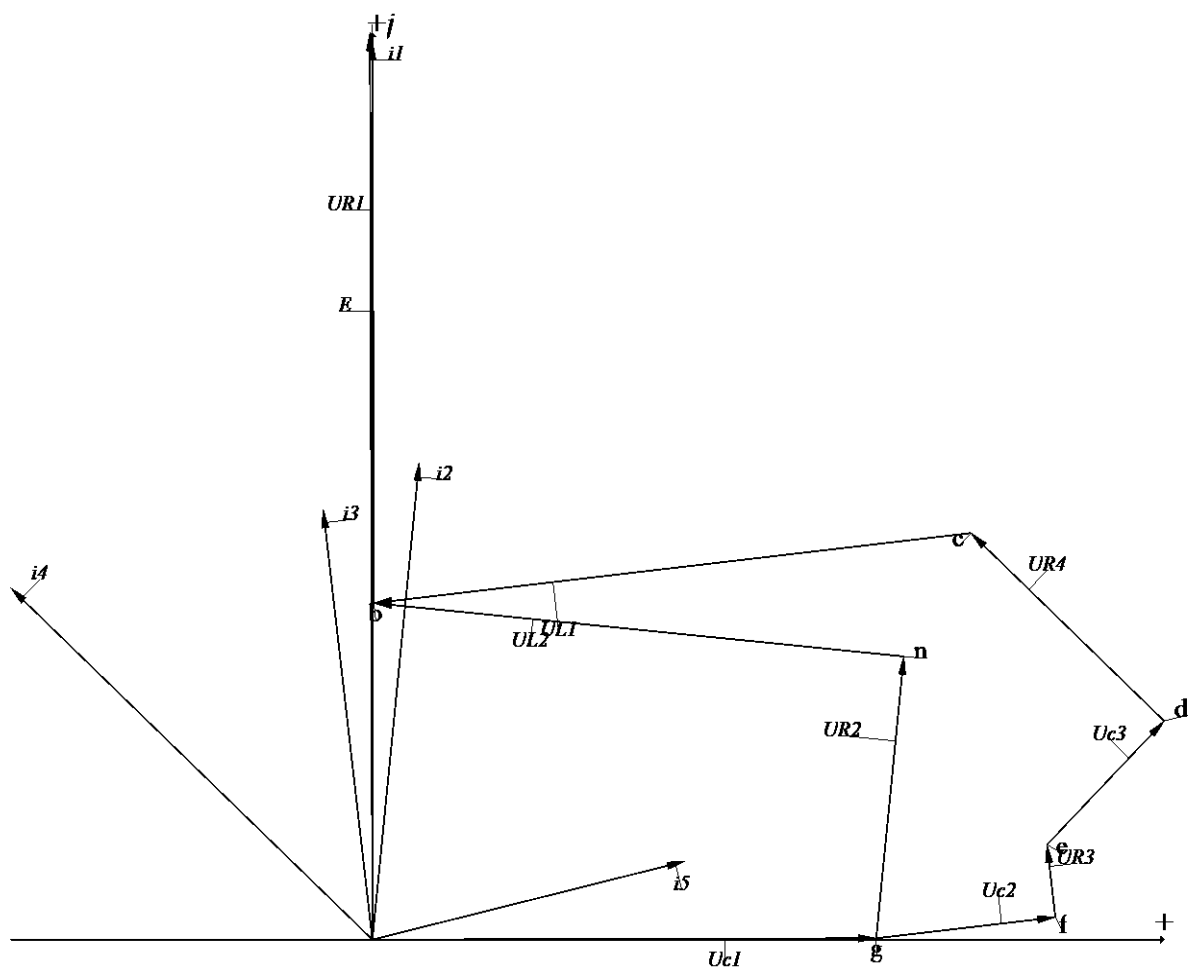
масштаб по току и напряжению

$$m_i = 1, A/cm$$

$$m_u = 40, B/cm$$

Совмещенная векторная диаграмма токов и топографическая диаграмма напряжений

(без учета магнитной связи)



г) принять сопротивление  $R_2=0$  и считая сопротивление этой ветви неизвестным определить его из условия резонанса токов. Найти эквивалентную индуктивность или емкость для заданной частоты;

воспользуемся значением сопротивления  $z_7$ , которое рассчитано в пункте а

$$z_7 = 32.1517 + 38.3427j = 50.0389e^{50.019j}$$

Полная, активная и реактивная проводимость ветвей между точками b:g по пути bсg

$$Y_7 = \frac{1}{z_7} = \frac{1}{32.1517 + 38.3427j} = (0.0128 - 0.0153j)(\text{См})$$

$$G_7 = \text{Re}(Y_7) = 0.0128(\text{См}); B_7 = \text{Im}(Y_7) = -0.0153(\text{См})$$

В схеме возможен резонанс токов на участке b:g цепи при равенстве нулю реактивной проводимости этого участка

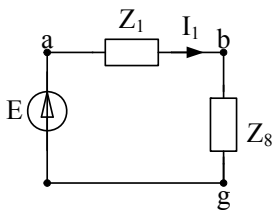
$$\frac{1}{j x_2} + j B_7 = 0$$

отсюда выразим  $x_2$

$$x_2 = \frac{1}{B_7} = \frac{1}{-0.0153} = -65.303(\text{Ом}) \Rightarrow L_2 = \frac{x_2}{\omega} = \frac{-65.303}{628.319} = -0.104(\text{Гн})$$

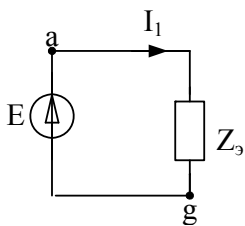
$$z_2 = j x_2 = -65.303j = 65.303e^{-90j}$$

эквивалентное сопротивление параллельно соединенных ветвей с сопротивлениями  $Z_2$  и  $Z_7$



$$z_8 = \frac{z_7 z_2}{z_7 + z_2} = \frac{50.0389e^{50.019j} 65.303e^{-90j}}{32.1517 + 38.3427j + -65.303j} = 26.152 + 3.3427j = 77.8775e^{10247 \times 10^{-14}j}$$

Эквивалентное сопротивление цепи относительно зажимов источника ЭДС E



$$z_9 = z_1 + z_8 = 22 - 20j + 77.8775 = 99.8775 - 20j = 101.8603e^{-11.3234j}$$

д) рассчитать токи для резонансного состояния, определить показания вольтметра, проверить правильность расчетов по балансу мощностей;

По закону Ома определяем ток на входе цепи.

$$I_1 = \frac{E}{z_9} = \frac{280e^{90j}}{101.8603e^{-11.3234j}} = -0.5397 + 2.6954j = 2.7489e^{101.32j}$$

Расчет действующие значений токов в параллельных ветвях:

$$I_2 = \frac{I_1 z_7}{z_2 + z_7} = \frac{2.7489e^{101.3234j} 50.0389e^{50.019j}}{-65.303j + 32.1517 + 38.3427j} = -3.2144 - 0.6437j = 3.2782e^{-168.68j}$$

$$I_3 = \frac{I_1 z_2}{z_2 + z_7} = \frac{2.7489e^{101.3234j} 65.303e^{-90j}}{-65.303j + 32.1517 + 38.3427j} = 2.6746 + 3.339j = 4.2782e^{51.304j}$$

$$I_4 = \frac{I_3 z_5}{z_4 + z_5} = \frac{4.2782e^{51.3044j} 35e^{90j}}{19 - 12j + 35j} = -0.0757 + 5.0186j = 5.0192e^{90.864j}$$

$$I_5 = \frac{I_3 z_4}{z_4 + z_5} = \frac{4.2782e^{51.3044j} 22.4722e^{-32.2756j}}{19 - 12j + 35j} = 2.7503 - 1.6796j = 3.2226e^{-31.412j}$$

Действующие значения напряжений на каждом элементе

$$U_{R3} = I_3 R_3 = 4.2782e^{51.3044j} 6 = 16.048 + 20.034j = 25.669e^{51.304j}$$

$$U_{R4} = I_4 R_4 = 5.0192e^{90.8641j} 19 = -1.4382 + 95.353j = 95.364e^{90.864j}$$

$$U_{L1} = I_3 j x_{L1} = 4.2782e^{51.3044j} j \times 50 = -166.95 + 133.73j = 213.91e^{14.13j}$$

$$U_{x2} = I_2 j x_2 = 3.2782e^{-168.6766j} j \times -65.303 = -167.41 + 16.631j = 168.23e^{174.33j}$$

$$U_{c2} = I_3 \cdot -j x_{c2} = 4.2782e^{51.3044j} \cdot -j \times 15 = 50.085 - 40.119j = 64.172e^{-38.696j}$$

$$U_{c3} = I_4 \cdot -j x_{c3} = 5.0192e^{90.8641j} \cdot -j \times 12 = 60.223 + 0.9083j = 60.23e^{0.8641j}$$

напряжение на зажимах вольтметра рассчитаем по двум путям:

$$U_{nd} = U_{x2} - U_{L1} - U_{R4} = -42.03 + 209.91j - (-166.95 + 133.73j) - (-1.44 + 95.35j) = 126.36 - 19.18j - 127.09 - 8.63j$$

$$U_{nd} = U_{c2} + U_{R3} + U_{c3} = 50.09 - 40.12j + 16.05 + 20.03j + 60.22 + 0.91j = 126.36 - 19.18j = 127.8e^{-8.63j}$$

Показания вольтметра равно действующему напряжению на его зажимах:

$$V = |U_{nd}| = 127.803(V)$$

**Составим баланс активных и реактивных мощностей**

Полная мощность генератора:

\*

$$S = E I_1 = 280e^{90j} 2.7489e^{-101.3234j} = 754.7 - 151.12j (ВА)$$

Потребляемая активная мощность:

$$P = I_1^2 R_1 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 = 2.7489^2 \times 22 + 4.2782^2 \times 6 + 5.0191^2 \times 19 = 754.6985 Вт$$

Реактивная мощность цепи:

$$Q = I_1^2 (-x_{c1}) + I_2^2 x_2 + I_3^2 (x_{L1} - x_{c2}) + I_4^2 (-x_{c3}) + I_5^2 x_{L3} = 2.749^2 \times -20 + 3.278^2 \times -65.303 + 4.278^2 (50 - 15) + 5.019^2 \times -12 + 3.223^2 \times 35 = -151.124 ВАР$$

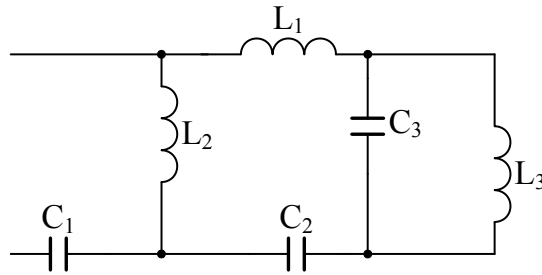
Погрешность расчёта:

$$\eta_P = \left| \frac{S_P - P}{S_P} \right| 100\% = \left| \frac{754.7 - 754.6985}{754.7} \right| 100\% = 2.0217 \times 10^{-4} \%$$

$$\eta_Q = \left| \frac{S_Q - Q}{S_Q} \right| 100\% = \left| \frac{-151.12 - -151.1237}{-151.12} \right| 100\% = 2.4772 \times 10^{-3} \%$$

**ж) рассчитать (найти нули и полюса) и построить частотную характеристику входного сопротивления цепи. Активные сопротивления не учитывать.**

Параметры реактивных элементов находятся из условия, что индуктивные и емкостные сопротивления заданы для частоты 50 (Гц).



$$L_1 = \frac{x_{L1}}{\omega} = \frac{50}{628.3185} = 79.5775(\text{мГн}) ; c_1 = \frac{1}{x_{c1} \omega} = \frac{1}{20 \times 628.3185} = 79.5775(\text{мкФ})$$

$$L_2 = \frac{x_{L2}}{\omega} = \frac{40}{628.3185} = 63.662(\text{мГн}) ; c_2 = \frac{1}{x_{c2} \omega} = \frac{1}{15 \times 628.3185} = 106.1033(\text{мкФ})$$

$$L_3 = \frac{x_{L3}}{\omega} = \frac{35}{628.3185} = 55.7042(\text{мГн}) ; c_3 = \frac{1}{x_{c3} \omega} = \frac{1}{12 \times 628.3185} = 132.6291(\text{мкФ})$$

$$z_{\text{вх}}(\omega) = \frac{-1}{\omega c_1} + \frac{\left[ \frac{\left( \frac{-1}{\omega c_3} \right) (\omega L_3)}{\omega L_3 - \frac{1}{\omega c_3}} + \omega L_1 - \frac{1}{\omega c_2} \right] \omega L_2}{\left( \frac{-1}{\omega c_3} \right) (\omega L_3) + \omega L_2 + \omega L_1 - \frac{1}{\omega c_2}} = \frac{F_1(\omega)}{F_2(\omega)}$$

$$F_1(\omega) = L_1 L_2 L_3 c_1 c_2 c_3 \omega^6 - (L_1 L_2 c_1 c_2 + L_2 L_3 c_1 c_2 + L_1 L_3 c_2 c_3 + L_2 L_3 c_1 c_3 + L_2 L_3 c_2 c_3) \omega^4 \dots$$

$$+ (L_1 c_2 + L_2 c_1 + L_2 c_2 + L_3 c_2 + L_3 c_3) \omega^2 - 1$$

$$F_2(\omega) = [(L_1 L_3 c_2 c_3 + L_2 L_3 c_2 c_3) \omega^4 + (-L_1 c_2 - L_2 c_2 - L_3 c_2 - L_3 c_3) \omega^2 + 1] \omega c_1$$

определим полюса входного сопротивления

$$F_2(\omega) = 0$$

обозначим

$$a = (L_1 + L_2) L_3 c_2 c_3 = (0.08 + 0.06) 0.06 1.06 \times 10^{-4} 1.33 \times 10^{-4} = 1.12 \times 10^{-10}$$

$$b = (-L_1 - L_2 - L_3) c_2 - L_3 c_3 = (-0.08 - 0.064 - 0.056) 1.061 \times 10^{-4} - 0.056 1.326 \times 10^{-4} = -2.85 \times 10^{-5}$$

$$F_2(\omega) = (a \omega^4 + b \omega^2 + 1) \omega c_1 = 0$$

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4a}}{a}}$$

$$\omega_{p1} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{-[2 \cdot -2.8497 \times 10^{-5} + 2 \sqrt{(-2.8497 \times 10^{-5})^2 - 4 \cdot 1.1228 \times 10^{-10}}]}{1.1228 \times 10^{-10}}} = 205.0942$$

$$\omega_{p2} = \frac{1}{2} \sqrt{2} \sqrt{\frac{-2.8497 \times 10^{-5} + \sqrt{(-2.8497 \times 10^{-5})^2 - 4 \cdot 1.1228 \times 10^{-10}}}{1.1228 \times 10^{-10}}} = 460.1371$$

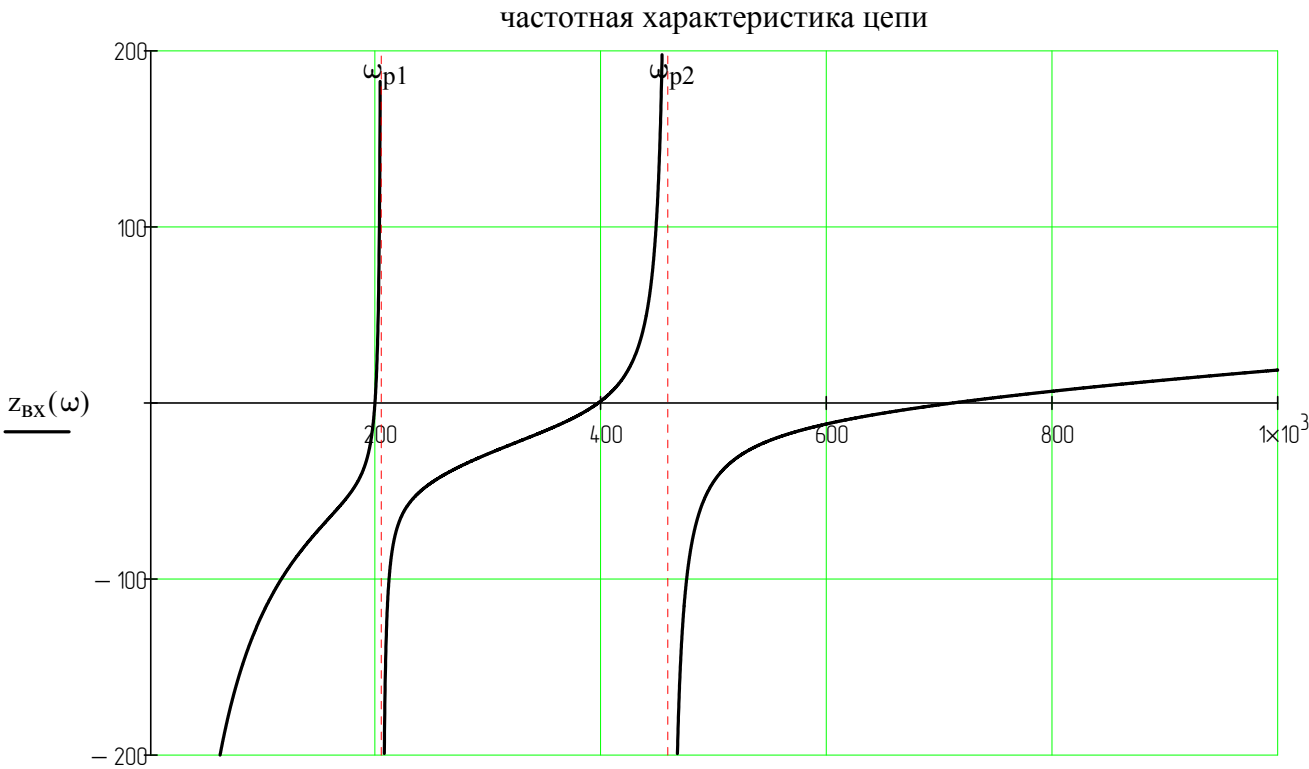
$$\omega_{p3} = 0$$



определим нули входного сопротивления

$F_1(\omega) = 0$

$\omega_1 = 199.0119 \qquad \omega_2 = 397.1689 \qquad \omega_3 = 711.6846$



		$\omega$																	
$Z_{BX}$	$\omega$	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700	750	800	850	900
		24.8.1	-118.7	-71.3	10.8	-44.9	-28.7	-15.8	1.4	117.7	-44.3	-21.1	-11.9	-5.8	-1	3.1	6.7	10	13

таблица =



Найдем неизвестные контурные токи:

$$I_1 = I_{k1} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{4.1497 \times 10^4 e^{158.9831j}}{5.6922 \times 10^3 e^{45.6698j}} = -2.8851 + 6.6949j = 7.2901 e^{113.31j}$$

$$I_3 = I_{k2} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{2.0463 \times 10^4 e^{163.3008j}}{5.6922 \times 10^3 e^{45.6698j}} = -1.6672 + 3.1849j = 3.5949 e^{117.63j}$$

Ток  $I_2$  найдем по первому закону Кирхгофа.

$$I_2 = I_1 - I_3 = -2.8851 + 6.6949j - (-1.6672 + 3.1849j) = -1.2179 + 3.5099j = 3.7152 e^{109.14j}$$

Токи в параллельных ветвях определим по правилу "чужого сопротивления"

$$I_4 = \frac{I_3 z_5}{z_4 + z_5} = \frac{3.5949 e^{117.631j} 35 e^{90j}}{19 - 12j + 35j} = -1.2179 + 3.5099j = 4.2176 e^{157.19j}$$

$$I_5 = \frac{I_3 z_4}{z_4 + z_5} = \frac{3.5949 e^{117.631j} 22.4722 e^{-32.2756j}}{19 - 12j + 35j} = -1.6672 + 3.1849j = 2.7079 e^{34.915j}$$

Действующие значения напряжений на каждом элементе

$$U_{R1} = I_1 R_1 = 7.2901 e^{113.3133j} 22 = -63.472 + 14.729j = 160.38 e^{113.31j}$$

$$U_{R2} = I_2 R_2 = 3.7152 e^{109.1357j} 21 = -25.575 + 73.709j = 78.02 e^{109.14j}$$

$$U_{R3} = I_3 R_3 = 3.5949 e^{117.631j} 6 = -10.003 + 19.11j = 21.57 e^{117.63j}$$

$$U_{R4} = I_4 R_4 = 4.2176 e^{157.1906j} 19 = -73.867 + 31.065j = 80.134 e^{157.19j}$$

$$U_{L1} = I_3 j x_{L1} - I_2 j x_m = 3.595 e^{117.631j} j \times 50 - 3.715 e^{109.136j} j \times 30 = -53.948 - 46.825j = 71.436 e^{-139.04j}$$

$$U_{L2} = I_2 j x_{L2} - I_3 j x_m = 3.715 e^{109.136j} j \times 40 - 3.595 e^{117.631j} j \times 30 = -44.85 + 13.021j = 44.869 e^{178.34j}$$

$$U_{L3} = I_5 j x_{L3} = 2.7079 e^{34.915j} j \times 35 = -54.247 + 77.718j = 94.778 e^{124.91j}$$

$$U_{c1} = I_1 \cdot -j x_{c1} = 7.2901 e^{113.3133j} \cdot -j \times 20 = 133.9 + 57.702j = 145.8 e^{23.313j}$$

$$U_{c2} = I_3 \cdot -j x_{c2} = 3.5949 e^{117.631j} \cdot -j \times 15 = 47.774 + 25.009j = 53.924 e^{27.631j}$$

$$U_{c3} = I_4 \cdot -j x_{c3} = 4.2176 e^{157.1906j} \cdot -j \times 12 = 19.62 + 46.653j = 50.611 e^{67.191j}$$

Вольтметр, включенный между точками n:d, покажет модуль комплекса напряжения что определяется по рассчитанным токам и заданными параметрами.

Правильность расчетов проверяется за двумя независимыми путями.

$$U_{nd} = U_{L2} - U_{L1} - U_{R4} = -44.85 + 1.3j - (-53.95 - 46.83j) - (-73.87 + 31.07j) = 82.97 + 17.06j = 84.7023 e^{116.212j}$$

$$U_{nd} = U_{c2} + U_{R3} + U_{c3} - U_{R2} = 47.77 + 25.01j + -10 + 19.11j + 19.62 + 46.65j - (-25.58 + 73.71j) = 82.97 + 17.06j = 84.7023 e^{116.212j}$$

Показания вольтметра равно действующему напряжению на его зажимах:

$$V = |U_{nd}| = 84.7023(V)$$

### 2.3. Баланс мощностей:

Полная мощность генератора:

\*

$$S = E I_1 = 280e^{90j} 7.2901e^{-113.3133j} = 18746 \times 10^3 - 807.83j \text{ (ВА)}$$

4.3.2 мощность взаимной индукции:

$$S_{m1} = I_2 (-j x_m) I_3 = 3.7152e^{109.1357j} (-j) 30 3.5949e^{-117.631j} = -59.191 - 396.28j \text{ (ВА)}$$

$$S_{m2} = I_3 (-j x_m) I_2 = 3.5949e^{117.631j} (-j) 30 3.7152e^{-109.1357j} = -59.191 - 396.28j \text{ (ВА)}$$

Потребляемая активная мощность:

$$P = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 = 7.2901^2 \times 22 + 3.7152^2 \times 21 + 3.5949^2 \times 6 + 4.2176^2 \times 19 = 18746 \times 10^3 \text{ Вт}$$

Реактивная мощность цепи:

$$Q = I_1^2 (-x_{c1}) + I_2^2 (x_{L2}) + I_3^2 (x_{L1} - x_{c2}) + I_4^2 (-x_{c3}) + I_5^2 x_{L3} + 2Q_m = \\ = 7.29^2 \times -20 + 3.715^2 \times 40 + 3.595^2 (50 - 15) + 4.218^2 \times -12 + 2.708^2 \times 35 + 2 \times -396.281 = -807.83 \text{ ВАР}$$

Погрешность расчета:

$$\eta_P = \left| \frac{S_P - P}{S_P} \right| 100\% = \left| \frac{18746 \times 10^3 - 18746 \times 10^3}{18746 \times 10^3} \right| 100\% = 1.9855 \times 10^{-3} \%$$

$$\eta_Q = \left| \frac{S_Q - Q}{S_Q} \right| 100\% = \left| \frac{-807.83 - -807.8299}{-807.83} \right| 100\% = 1.3008 \times 10^{-5} \%$$

**При определении мощностей было получено:**

$$\text{активная мощность взаимной индукции катушки } L_1 \quad P_{m1} = \text{Re}(S_{m1}) = -59.1914 \text{ (Вт)}$$

$$\text{активная мощность взаимной индукции катушки } L_2 \quad P_{m2} = \text{Re}(S_{m2}) = 59.1914 \text{ (Вт)}$$

Принимая во внимание, что  $P_{m1} < 0$ , а  $P_{m2} > 0$ , приходим к заключению, что магнитным потоком энергия передается из второй катушки в первую

**в) построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений:**

**Определим потенциалы всех точек, пусть  $\phi_h = 0$ :**

$$\phi_g = \phi_h + U_{c1} = 0 + 133.8973 + 57.7021j = 133.8973 + 57.7021j = 145.8014e^{23.3133j}$$

$$\phi_n = \phi_g + U_{R2} = 133.8973 + 57.7021j + -25.5753 + 73.7087j = 108.322 + 131.4108j = 170.3011e^{50.5012j}$$

$$\phi_f = \phi_g + U_{c2} = 133.8973 + 57.7021j + 47.7739 + 25.0085j = 181.6713 + 82.7106j = 199.6134e^{24.4787j}$$

$$\phi_e = \phi_f + U_{R3} = 181.6713 + 82.7106j + -10.0034 + 19.1096j = 171.6679 + 101.8202j = 199.5926e^{30.6732j}$$

$$\phi_d = \phi_e + U_{c3} = 171.6679 + 101.8202j + 19.6201 + 46.653j = 191.288 + 148.4733j = 242.1475e^{37.8178j}$$

$$\phi_c = \phi_d + U_{R4} = 191.288 + 148.4733j + -73.8673 + 31.0652j = 117.4207 + 179.5384j = 214.5266e^{56.8147j}$$

$$\phi_b = \phi_c + U_{L1} = 117.4207 + 179.5384j + -53.9483 - 46.8255j = 63.4723 + 132.7129j = 147.1104e^{64.4397j}$$

$$\phi_a = \phi_b + U_{R1} = 63.4723 + 132.7129j + -63.4723 + 147.2871j = 280j = 280e^{90j}$$

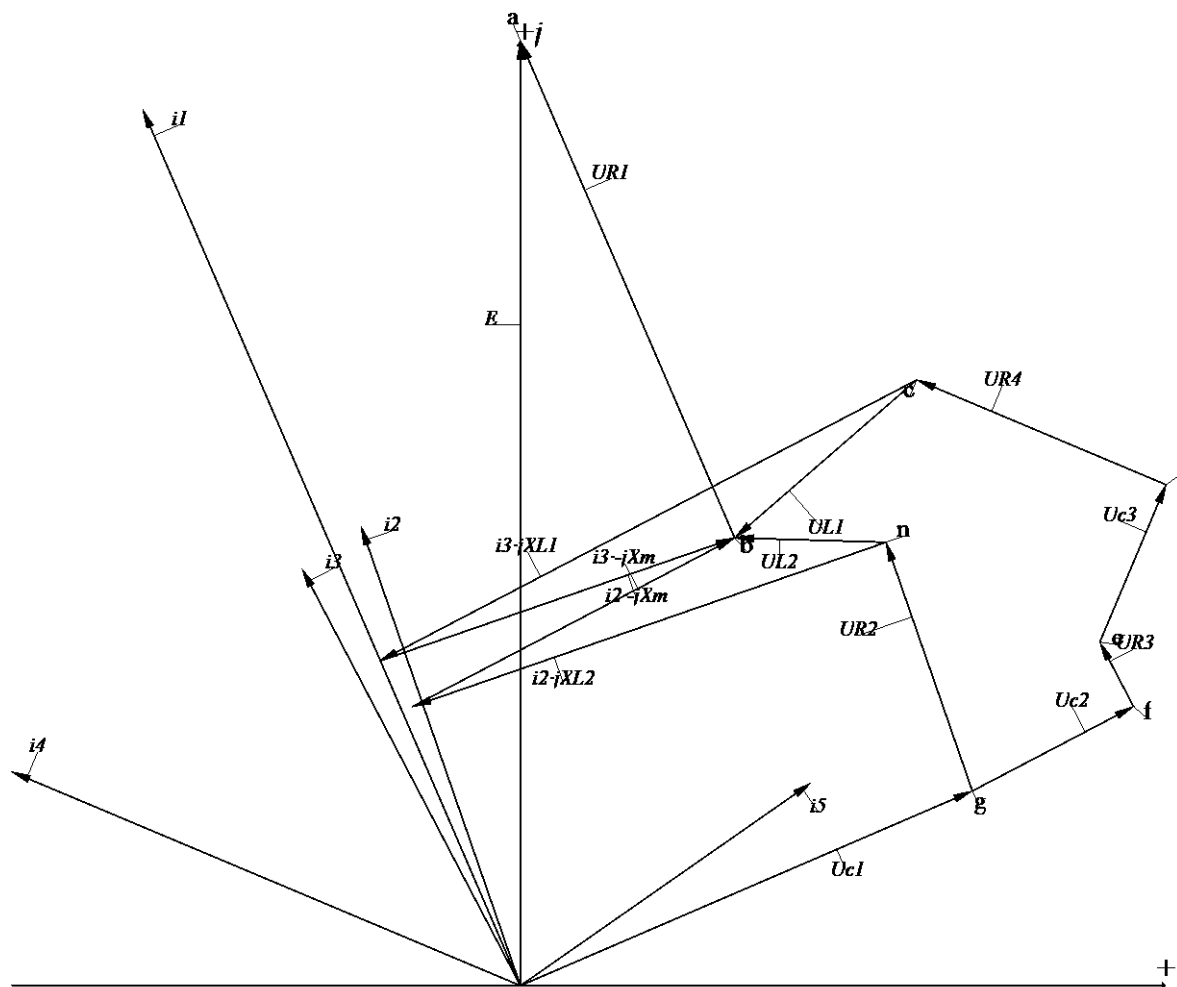
масштаб по току и напряжению

$$m_i = 0.9, A/cm$$

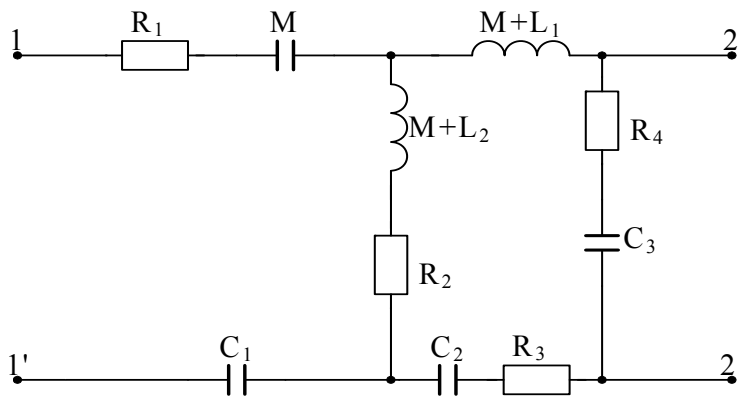
$$m_u = 40., B/cm$$

Совмещенная векторная диаграмма токов и топографическая диаграмма напряжений

(с учетом магнитной связи)

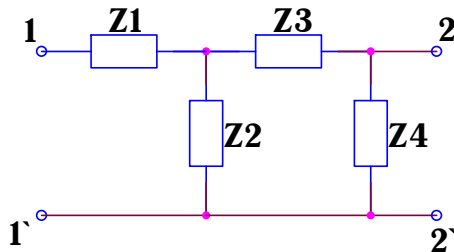


III. Отбросив крайнюю ветку между полюсами 2, 2' устранить магнитную связь. Полученную схему рассматривать как четырехполюсник и полюсами 1,1' и 2, 2':  
а) рассчитать коэффициенты четырехполюсника (в форме А);



Используя эквивалентные преобразования пассивных участков электрической схемы, определяем сопротивления х.х. и к.з.

эквивалентное сопротивление последовательно соединенных сопротивлений



$$z_1 = R_1 - j(x_{c1} + x_m) = 22 - 50j = 54.626e^{-66.2505j}$$

$$z_2 = R_2 + j(x_{L2} + x_m) = 21 + 70j = 73.0821e^{73.3008j}$$

$$z_3 = R_3 + j(x_{L1} + x_m - x_{c2}) = 6 + j(50 + 30 - 15) = 6 + 65j = 65.2763e^{84.7261j}$$

$$z_4 = R_4 - jx_{c3} = 19 - 12j = 22.4722e^{-32.2756j}$$

Используя эквивалентные преобразования пассивных участков электрической схемы, определяем сопротивления х.х. и к.з.

сопротивление холостого хода относительно зажимов 1-1'

$$z_{10} = z_1 + \frac{(z_3 + z_4)z_2}{z_3 + z_4 + z_2} = 22 - 50j + \frac{(21 + 70j)(6 + 65j + 19 - 12j)}{6 + 65j + 19 - 12j + 21 + 70j} = 33.925 - 19.646j = 39.2e^{-30.08j}$$

сопротивление холостого хода относительно зажимов 2-2'

$$z_{20} = \frac{(z_3 + z_2)z_4}{z_3 + z_4 + z_2} = \frac{(19 - 12j)(6 + 65j + 21 + 70j)}{6 + 65j + 19 - 12j + 21 + 70j} = 21.6736 - 9.2359j = 23.5594e^{-23.0806j}$$

сопротивление короткого замыкания относительно зажимов 2-2'

$$z_{2k} = \frac{\left(\frac{z_1 z_2}{z_1 + z_2} + z_3\right)z_4}{\frac{z_1 z_2}{z_1 + z_2} + z_3 + z_4} = \frac{(19 - 12j)\left[\frac{(21 + 70j)(22 - 50j)}{22 - 50j + 21 + 70j} + 6 + 65j\right]}{\frac{(21 + 70j)(22 - 50j)}{22 - 50j + 21 + 70j} + 6 + 65j + 19 - 12j} = 18.11 - 7.43j = 19.58e^{-22.31j}$$

Коэффициенты четырехполюсника

$$A = \sqrt{\frac{Z_{10}}{Z_{20} - Z_{2k}}} = \sqrt{\frac{33.9246 - 19.6461j}{21.6736 - 9.2359j - (18.1145 - 7.4331j)}} = 3.1334 - 0.0878j = 3.1347e^{-1.6057j}$$

$$B = A \cdot Z_{2k} = 3.1347e^{-1.6057j} \cdot 19.5802e^{-22.3102j} = 56.107 - 24.882j = 61.377e^{-23.916j}$$

$$C = \frac{A}{Z_{10}} = \frac{3.1347e^{-1.6057j}}{39.2026e^{-30.0756j}} = 0.0703 + 0.0381j = 0.08e^{28.47j}$$

$$D = C \cdot Z_{20} = 0.08e^{28.4699j} \cdot 23.5594e^{-23.0806j} = 18.755 + 0.1769j = 18.838e^{5.3893j}$$

**в) Параметры сосредоточенной Т-образной схемы замещения линии:**

$$Z_T = \frac{1}{C} = \frac{1}{0.08e^{28.4699j}} = 10.994 - 5.9617j = 12.506e^{-28.47j}$$

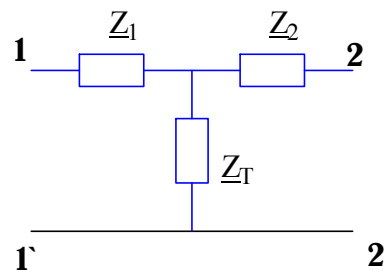
$$Z_1 = \frac{A - 1}{C} = \frac{3.1334 - 0.0878j - 1}{0.08e^{28.4699j}} = 22.931 - 13.684j = 26.704e^{-30.828j}$$

$$Z_2 = \frac{D - 1}{C} = \frac{18.755 + 0.1769j - 1}{0.08e^{28.4699j}} = 10.68 - 3.2742j = 11.17e^{-17.045j}$$

$$R_T = \operatorname{Re}(Z_T) = 10.9938 \text{ Ом}$$

$$R_1 = \operatorname{Re}(Z_1) = 22.9308 \text{ Ом}$$

$$R_2 = \operatorname{Re}(Z_2) = 10.6798 \text{ Ом}$$



$$X_T = \operatorname{Im}(Z_T) = -5.9617 \text{ Ом} \Rightarrow C_T = \frac{-1}{\omega X_T} = \frac{-1}{628.319 \times -5.962} = 266.964 (\mu\text{кФ})$$

$$X_1 = \operatorname{Im}(Z_1) = -13.6844 \text{ Ом} \Rightarrow C_1 = \frac{-1}{\omega X_1} = \frac{-1}{628.319 \times -13.684} = 116.304 (\mu\text{кФ})$$

$$X_2 = \operatorname{Im}(Z_2) = -3.2742 \text{ Ом} \Rightarrow C_2 = \frac{-1}{\omega X_2} = \frac{-1}{628.319 \times -3.274} = 486.085 (\mu\text{кФ})$$

б) найти ЭДС  $E$  и ток  $I_1$  на входе четырехполюсника при которых на выходе  $U_2 = 100$  (В),  $I_2=1$ (А), а угол сдвига фаз между синусоидами напряжения и тока  $\phi_2=30^\circ$ . Сделать проверку нагрузив 4-полюсник на соответствующее сопротивление.

$$E = A \cdot U_2 + B \cdot I_2 = 3.13e^{-161j} 100 + 61.38e^{-23.92j} 1e^{-30j} = 349.492 - 58.386j = 354.34e^{-9.48j}$$

$$I_1 = C \cdot U_2 + D \cdot I_2 = 0.08e^{28.47j} 100 + 1.884e^{5.389j} 1e^{-30j} = 8.74 + 3.03j = 9.25e^{19.1j}$$

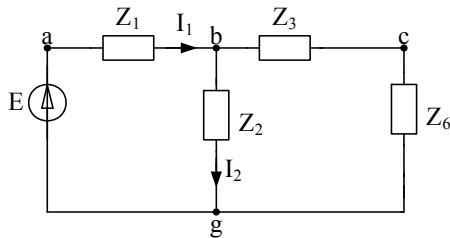
ПРОВЕРКА:

сопротивление нагрузки соответствующее заданным значениям напряжения и тока на выходе четырехполюсника

$$Z_H = \frac{U_2}{I_2} = \frac{100}{1e^{-30j}} = 86.603 + 50j = 100e^{30j}$$

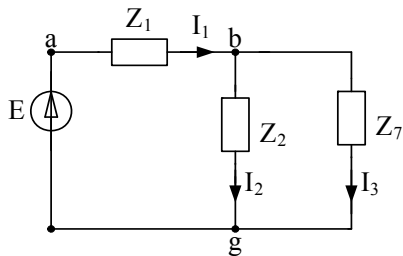
Определение эквивалентного сопротивления:

эквивалентное сопротивление параллельно соединенных ветвей с сопротивлениями  $Z_4$  и  $Z_H$



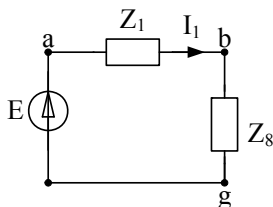
$$Z_6 = \frac{Z_4 \cdot Z_H}{Z_4 + Z_H} = \frac{22.4722e^{-32.2756j} 100e^{30j}}{19 + -12 \times j + 86.6025 + 50j} = 18.556 - 7.5223j = 20.0231e^{-22.0664j}$$

эквивалентное сопротивление последовательно соединенных сопротивлений  $Z_3$  и  $Z_6$



$$Z_7 = Z_3 + Z_6 = 6 + 65j + 18.5564 - 7.5223j = 24.5564 + 57.4777j = 62.5036e^{66.8662j}$$

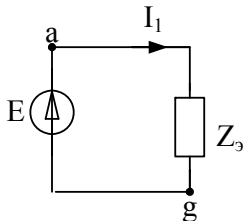
эквивалентное сопротивление параллельно соединенных ветвей с сопротивлениями  $Z_2$  и  $Z_7$



$$Z_8 = \frac{Z_7 \cdot Z_2}{Z_7 + Z_2} = \frac{62.5036e^{66.8662j} 73.0821e^{73.3008j}}{24.5564 + 57.4777j + 21 + 70 \times j} = 11.634 + 31.674j = 33.743e^{69.8322j}$$



Эквивалентное сопротивление цепи относительно зажимов источника ЭДС E



$$Z_9 = Z_1 + Z_8 = 22 - 50j + 11.6336 + 31.6741j = 33.6336 - 18.3259j = 38.3022e^{-28.5846j}$$

По закону Ома определяем ток на входе цепи.

$$I_1 = \frac{E}{Z_9} = \frac{354.3352e^{-9.4842j}}{38.3022e^{-28.5846j}} = 8.7417 + 3.0272j = 9.251e^{19.1j}$$

Расчет действующие значений токов в параллельных ветвях:

$$I_3 = \frac{I_1 Z_2}{Z_2 + Z_7} = \frac{9.251e^{19.1004j} \cdot 73.0821e^{73.3008j}}{21 + 70 \times j + 24.5564 + 57.4777j} = 4.6284 + 1.8762j = 4.9942e^{22.066j}$$

$$I_H = \frac{I_3 Z_4}{Z_4 + Z_H} = \frac{4.9942e^{22.0664j} \cdot 22.4722e^{-32.2756j}}{19 + -12 \times j + 86.6025 + 50j} = 0.866 - 0.5j = 1e^{-30j}$$

$$U_H = I_H \cdot Z_H = 1e^{-30j} \cdot 100e^{30j} = 100$$

**г) определить вторичные параметры четырехполюсника (характеристические сопротивления  $Z_{c1}$ ,  $Z_{c2}$  и постоянную передачи  $g$ ;**

Характеристические сопротивления

$$Z_{c1} = \sqrt{\frac{AB}{CD}} = \sqrt{\frac{3.1347e^{-1.6057j} \cdot 61.3772e^{-23.9159j}}{0.08e^{28.4699j} \cdot 1.8838e^{5.3893j}}} = 31.0469 - 17.702j = 35.739e^{-29.69j}$$

$$Z_{c2} = \sqrt{\frac{DB}{CA}} = \sqrt{\frac{1.8838e^{5.3893j} \cdot 61.3772e^{-23.9159j}}{0.08e^{28.4699j} \cdot 3.1347e^{-1.6057j}}} = 19.8148 - 8.2868j = 21.478e^{-22.695j}$$

Коэффициент распространения

$$\gamma = \ln(\sqrt{AD} + \sqrt{BC}) = \ln\left(\sqrt{3.1347e^{-1.6057j} \cdot 1.8838e^{5.3893j}} + \sqrt{61.3772e^{-23.9159j} \cdot 0.08e^{28.4699j}}\right) \\ = 1.5359 + 0.0362j = 1.5363e^{1.3511j}$$

Коэффициент ослабления

$$\alpha = \operatorname{Re}(\gamma) = 1.5359$$

Коэффициент фазы

$$\beta = \operatorname{Im}(\gamma) = 0.0362$$

д) в согласованном режиме четырехполюсника по вторичными параметрами определить комплексы напряжения  $U_2$  и тока  $I_2$  (на выходе четырехполюсника) при заданной ЕДС на входе. Сделать проверку для схемы замещения.

Напряжение и ток на выходе при согласованном режиме

$$U_2 = U_1 \sqrt{\frac{Z_{c2}}{Z_{c1}}} e^{-\gamma} = 280e^{90j} \sqrt{\frac{21.48e^{-22.7j}}{35.74e^{-29.69j}}} e^{-(1.54+0.04j)} = -1.16 + 46.71j = 46.73e^{91.42j}$$

$$I_2 = \frac{U_2}{Z_{c2}} = \frac{46.7265e^{91.422j}}{21.4779e^{-22.6954j}} = -0.8889 + 1.9857j = 2.1756e^{114.12j}$$

ПРОВЕРКА:

По закону Ома определяем ток на входе цепи при согласованном режиме.

$$I_1 = \frac{U_1}{Z_{c1}} = \frac{280e^{90j}}{31.0469 - 17.702j} = -3.8806 + 6.806j = 7.8346e^{119.69j}$$

ток на выходе цепи при согласованном режиме.

$$I_2 = \frac{I_1 Z_T}{Z_T + Z_2 + Z_{c2}} = \frac{2.1756e^{114.1174j} 12.5062e^{-28.4699j}}{10.9938 - 5.9617j + 10.6798 - 3.2742j + 19.8148 - 8.2868j} = -0.8889 + 1.9857j = 2.1756e^{114.12j}$$

напряжение на выходе цепи при согласованном режиме.

$$U_2 = I_2 Z_{c2} = 2.1756e^{114.1174j} 21.4779e^{-22.6954j} = -1.1596 + 46.7121j = 46.7265e^{91.422j}$$

$$U_1 = A U_2 + B I_2 = 3.13e^{-1.61j} 46.73e^{91.42j} + 61.38e^{-23.92j} 2.18e^{114.12j} = -1.72 \times 10^{-5} + 280j = 280e^{90j}$$