

Питання на семестрову роботу з курсу
«Дискретна математика»

1. Нехай дані множини:

$$U = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14\},$$

$$A = \{1; 2; 3; 4; 7; 9\},$$

$$B = \{3; 4; 5; 6; 11; 12; 13\},$$

$$C = \{2; 3; 4; 7; 8; 12; 13; 14\},$$

$$D = \{1; 7; 14\}.$$

Обчислити значення виразу: $((A \cup \bar{C}) \cap D) \setminus (C \cup D)$

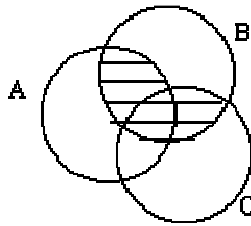
2. Нехай $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$,

$C = \{1, 3, 5, 7\}$, $D = \{1, 2, 4, 5, 7, 8\}$. Виразити через відомі множини A, B, C, D множину $\{1, 5\}$.

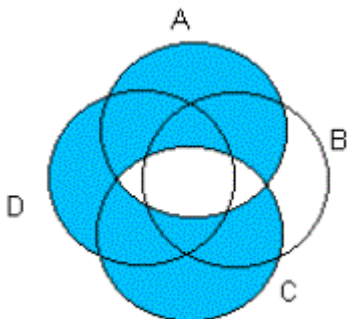
3. Нехай $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$,

$C = \{1, 3, 5, 7\}$, $D = \{1, 2, 4, 5, 7, 8\}$. Знайти $(D \setminus A) \cap (B \cup C) \cup (C \Delta D)$.

4. Виразити через множини A, B, C множину E , якій відповідає заштрихована область.



5. Виразити через множини A, B, C, D множину E , якій відповідає зафарбована область.



6. Визначити, чи є відношення

$$R = \{(x, y) \mid \text{«число } x \text{ більше числа } y \text{ на } 2\}\}$$

відношенням строгого порядку.

7. Перелічіть всі можливі варіанти умов, за яких (a, b, c) і (k, l, m) перебувають у відношенні строгого порядку.

8. Визначте, чи мають властивості рефлексивності, симетричності, антисиметричності та транзитивності наступні відношення на множині $\{1, 2, 3, 4, 5\}$:

$$R1 : aR1b \leftrightarrow |a - b| = 1;$$

$$R2 : aR2b \leftrightarrow 0 < a - b < 3;$$

Представте графічно відношення: $R1 \cup R2, R1 \cap R2, (R2)^{-1}$.

9. Визначте, чи мають властивості рефлексивності, симетричності, антисиметричності та транзитивності наступні відношення на множині $\{1, 2, 3, 4, 5\}$:

$$R1 : aR1b \leftrightarrow a + b - \text{парне число};$$

$$R2 : aR2b \leftrightarrow a \geq b^2.$$

Представте графічно відношення: $R1 \cup R2, R1 \cap R2, (R2)^{-1}$.

10. Дана множина $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ й відношення $R \subseteq A \times A$, що включає такі елементи $R = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5)\}$. Доповнити його до еквівалентного.

11. Із пропорції $C_x^{y+1} : C_x^y : C_x^{y-1} = 2 : 2 : 1$ знайти x та y .

12. З даної пропорції знайти x та y .

$$C_{x+1}^{y+1} : C_{x+1}^y : C_{x+1}^{y-1} = 5 : 4 : 2.$$

13. Із пропорції $C_x^{y+1} : C_x^y : C_x^{y-1} = 3 : 3 : 2$ знайти x та y .

14. Обчислити числові значення елементів множини:

$$A = \left\{ \frac{C_n^3}{C_n^2} \mid n = 6, 9, 12, 15, 18, 21 \right\}.$$

15. Скільки різних слів можна побудувати перестановкою букв у слові **інтеграл** за умови, що в кінці та на початку слова завжди повинна стояти приголосна буква?

16. Нехай дана множина $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Виписати всі комбінації без повторень C_5^3 , визначити їх кількість за допомогою комбінаторної формули.

17. Нехай дано слово **пара**. Виписати всі перестановки букв із повтореннями $P(1, 2, 1)$, визначити їх кількість за допомогою комбінаторної формули.

18. Нехай даний кортеж $A = (k, l, m, n)$. Виписати всі перестановки елементів даного кортежу. Визначити кількість таких перестановок за допомогою комбінаторної формули.

19. Нехай відомо, що $C_n^{17} = 171$ й $C_n^{16} = 969$. Визначити, чому дорівнює C_{n+1}^{17} .

20. Нехай дані множини $A = \{1, 2, 3, 4, 9\}$, $B = \{3, 4, 5, 6, 9\}$ і $C = \{5, 6, 7, 8, 9\}$. Обчислити $|A \cup B \cup C|$ за допомогою методу включень і виключень.

21. Нехай даний граф $G(V, E)$ із загальною сумою степенів вершин $\sum_{v \in V} \deg(v) = 1024$. У скільки разів збільшиться потужність множини ребер, якщо над графом виконати операцію введення вершин, після якої одержимо $\sum_{v \in V} \deg(v) = 1536$.

22. Побудувати циркулянтний граф з вершинами $V = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ й множиною ребер, побудованою за правилом $E = \{(i, j) \mid (|i - j| \bmod 8) = s_k, s_k = \overline{1, 2}\}$.

23. Нехай даний оргграф $G(V, E)$, що складається з вершин $V = (v_1, v_2, v_3, v_4, v_5)$.

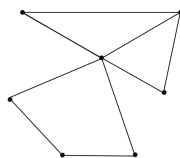
Дані також прямі відображення кожної з вершин:

$$\Gamma^+(v_1) = \{v_2, v_3, v_4\}, \Gamma^+(v_2) = \{v_3, v_4, v_5\}, \Gamma^+(v_3) = \{v_4, v_5, v_1\}, \Gamma^+(v_4) = \{v_5, v_1, v_2\},$$

$$\Gamma^+(v_5) = \{v_1, v_2, v_3\}.$$

Обчислити загальну суму напівстепенів заходу даного графа.

24. Нехай даний граф G .



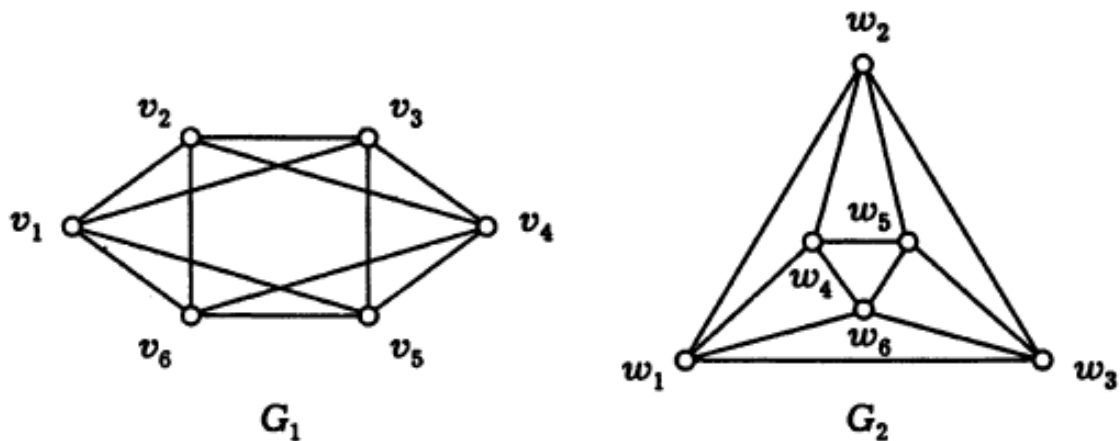
Побудувати 3 можливі правильні підграфи графа G , що не порушують зв'язності початкового графа. Побудувати суграф графа G .

25. Дана матриця суміжності графа G

По матриці побудувати граф і визначити, чи є даний граф неорієнтованим, орієнтованим або змішаним. Чи існують в графі петлі й чи є граф регулярним.

	a	b	c	d	e
a	1	0	1	1	0
b	0	0	0	1	1
c	0	0	0	0	0
d	0	0	0	0	0
e	0	1	1	1	0

26. Довести ізоморфність графів G_1 і G_2 шляхом запису відображення вершин одного графа у вершини іншого у вигляді $w_i = f(v_j)$, $i, j = \overline{1, 5}$ або таблично.



27. Дано два графа матрицями суміжності:

$$R_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad R_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

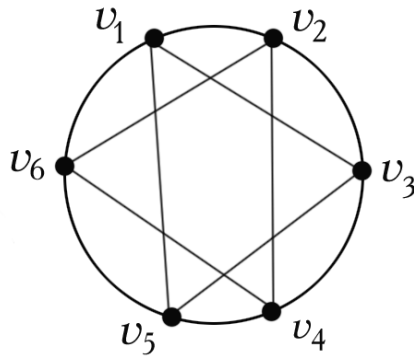
Скласти матрицю суміжності, відповідну до об'єднання й перетину графів. Намалювати початкові й результуючі графи.

28. Нехай дана матриця ваг ребер A для деякого графа G

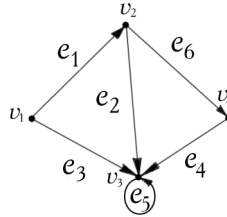
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 & 0 & 7 & 6 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 7 & 0 & 2 & 3 & 0 & 8 \\ 6 & 0 & 0 & 0 & 8 & 0 \end{pmatrix}$$

Намалювати граф G і вказати послідовність додавання ребер по алгоритму Краскала при побудові остовного дерева найменшої ваги.

29. Знайти доповнення графа й визначити максимальну довжину елементарного циклу для вершини v_1

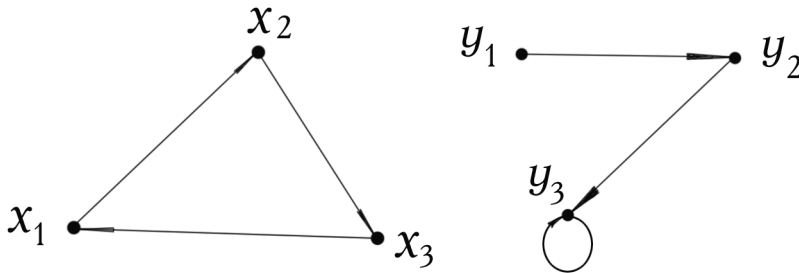


30. Даний граф $G(V, E)$

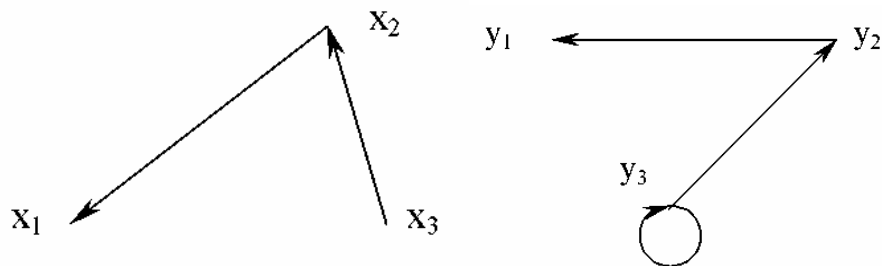


Побудувати матриці інцидентності й суміжності даного графа. Визначити напівстепені входу і виходу для кожної з вершин.

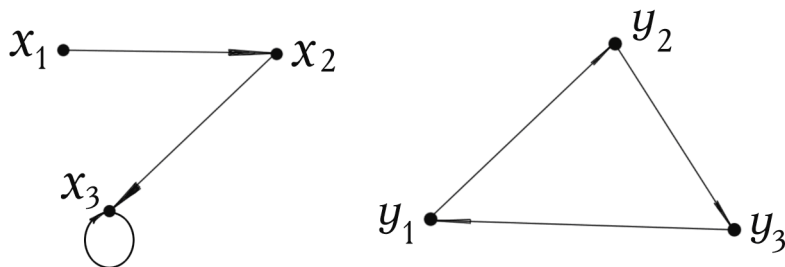
31. Знайти декартовий добуток графів.



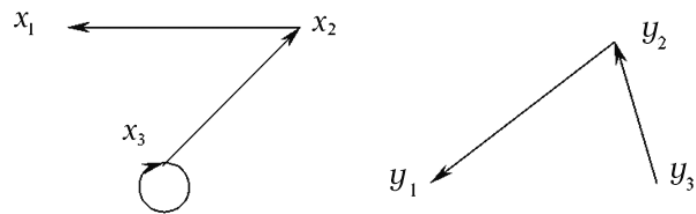
32. Знайти декартовий добуток двох графів



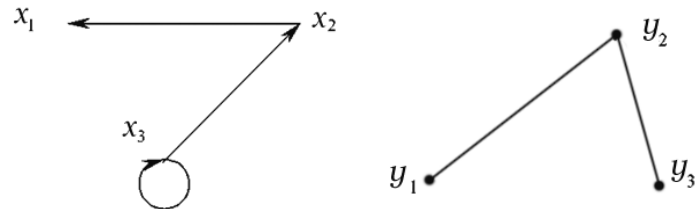
33. Знайти декартовий добуток графів.



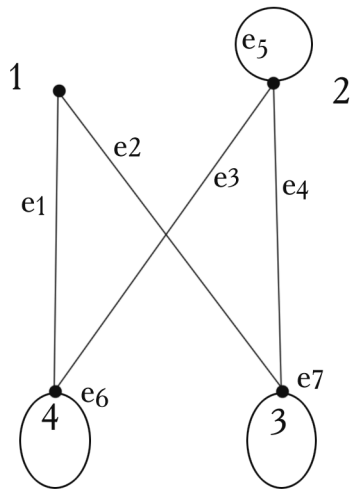
34. Знайти декартовий добуток двох графів



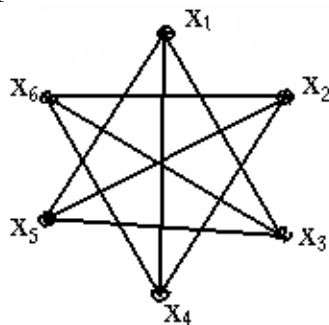
35. Знайти декартовий добуток двох графів



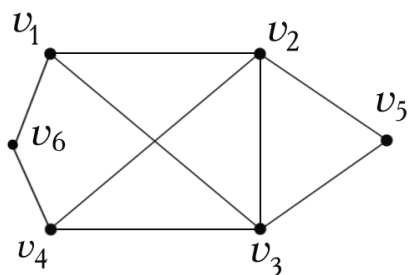
36. Даний граф G . Знайдіть матрицю суміжності, інцидентності й усі маршрути довжини 2, що виходять із вершини 1.



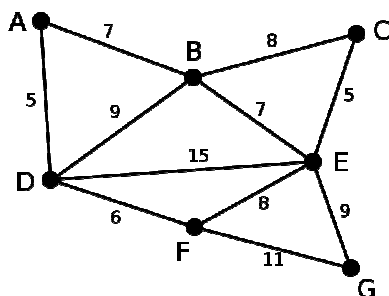
37. Знайдіть доповнення графа



38. Знайдіть доповнення графа.



39. Знайти мінімальне остовне дерево в графі



40. Для заданої матриці суміжності намалюйте граф, визначте зв'язність графа й степінь кожної вершини.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

41. Які з представлених матриць суміжності описують дерево?

A1								A2								A3									
	1	2	3	4	5	6	7			1	2	3	4	5	6	7			1	2	3	4	5	6	7
1	0	0	0	1	0	0	0		1	0	0	0	0	1	0	0		1	0	0	1	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	1	0		2	0	0	0	1	1	0	0		2	0	0	0	1	0	0	0
3	0	0	0	0	0	1	0		3	0	0	0	0	1	0	0		3	1	0	0	1	0	0	0
4	1	0	0	0	0	1	0		4	0	1	0	0	0	1	1		4	0	1	1	0	0	1	1
5	0	0	0	0	1	0	1		5	1	1	1	0	0	0	1		5	0	0	0	0	0	1	0
6	0	1	1	1	0	0	1		6	0	0	0	1	0	0	0		6	0	0	0	1	1	0	0
7	0	0	0	0	1	1	0		7	0	0	0	1	1	0	0		7	0	0	0	1	0	0	0

42. Які з представлених матриць суміжності описують дерево?

A1								A2								A3									
	1	2	3	4	5	6	7			1	2	3	4	5	6	7			1	2	3	4	5	6	7
1	0	0	0	1	0	0	0		1	0	0	0	0	1	0	0		1	0	0	1	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	1	0		2	0	0	0	0	1	0	0		2	0	0	0	1	0	0	0
3	0	0	0	0	0	1	0		3	0	0	0	0	1	0	0		3	1	0	0	1	0	0	0
4	1	0	0	0	0	1	0		4	0	0	0	0	0	1	1		4	0	1	1	0	1	1	1
5	0	0	0	0	1	0	1		5	1	1	1	0	0	0	1		5	0	0	0	1	0	1	0
6	0	1	1	1	0	0	1		6	0	0	0	1	0	0	0		6	0	0	0	1	1	0	0
7	0	0	0	0	1	1	0		7	0	0	0	1	1	0	0		7	0	0	0	1	0	0	0

43. Які з представлених матриць суміжності описують дерево?

A1								A2								A3								
	1	2	3	4	5	6	7		1	2	3	4	5	6	7		1	2	3	4	5	6	7	
1	0	0	0	1	0	0	0		1	0	0	0	0	1	0	0		1	0	0	1	0	0	0
2	0	0	0	0	0	1	0		2	0	0	0	1	1	0	0		2	0	0	0	1	0	0
3	0	0	0	0	0	1	0		3	0	0	0	0	1	0	0		3	1	0	0	1	0	0
4	1	0	0	0	0	1	0		4	0	1	0	0	0	1	1		4	0	1	1	0	0	1
5	0	0	0	0	0	0	1		5	1	1	1	0	0	0	1		5	0	0	0	0	1	1
6	0	1	1	1	0	0	1		6	0	0	0	1	0	0	0		6	0	0	0	1	1	0
7	0	0	0	0	1	1	0		7	0	0	0	1	1	0	0		7	0	0	0	1	0	0

44. Які з представлених матриць суміжності описують дерево?

A1								A2								A3									
	1	2	3	4	5	6	7			1	2	3	4	5	6	7			1	2	3	4	5	6	7
1	0	0	0	1	0	0	0		1	0	0	0	0	1	0	0		1	0	0	1	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	1	0		2	0	0	0	1	0	0	0		2	0	0	0	1	0	0	0
3	0	0	0	0	0	1	0		3	0	0	0	1	1	0	0		3	1	0	0	1	0	0	0
4	1	0	0	0	0	1	0		4	0	1	1	0	0	1	0		4	0	1	1	0	0	1	1
5	0	0	0	0	1	0	1		5	1	0	1	0	0	0	1		5	0	0	0	0	0	1	0
6	0	1	1	1	0	0	1		6	0	0	0	1	0	0	0		6	0	0	0	1	1	0	0
7	0	0	0	0	1	1	0		7	0	0	0	0	1	0	0		7	0	0	0	1	0	0	0

45. Які з представлених матриць суміжності описують дерево?

A1								A2								A3									
	1	2	3	4	5	6	7			1	2	3	4	5	6	7			1	2	3	4	5	6	7
1	0	0	0	1	0	0	0		1	0	0	0	0	1	0	1		1	0	0	1	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	1	0		2	0	0	0	0	1	0	0		2	0	0	0	1	0	0	0
3	0	0	0	0	0	1	0		3	0	0	0	0	1	0	0		3	1	0	0	1	1	0	0
4	1	0	0	0	0	1	0		4	0	0	0	0	0	1	1		4	0	1	1	0	0	0	1
5	0	0	0	0	0	1	1		5	1	1	1	0	0	0	1		5	0	0	1	0	0	1	0
6	0	1	0	0	1	0	0		6	0	0	0	1	0	0	0		6	0	0	0	0	1	0	0
7	0	0	0	0	1	0	0		7	1	0	0	1	1	0	0		7	0	0	0	1	0	0	0

46. Нехай дано ліс G , що включає 128 вершин та складається з 17 компонент зв'язності. Визначте загальну кількість ребер лісу G .

47. Нехай дано незв'язний граф $G(V, E)$, у якому кількість ребер $|E| = 456$, кількість фундаментальних циклів дорівнює 10, а кількість компонент зв'язності графа дорівнює 6. Скільки вершин буде містити остовний ліс даного графа?

48. Нехай дано зв'язний неорієнтований граф G , що складається з 98 вершин і 162 ребер. Скільки ребер потрібно вилучити з даного графа до одержання його остовного дерева?

49. Нехай дано незв'язний неорієнтований граф G , що складається з 56 вершин і 184 ребер. Скільки ребер потрібно вилучити з даного графа до одержання його остовного лісу, якщо відомо, що граф включає 8 компонент зв'язності?

50. Нехай дано незв'язний неорієнтований граф G . Побудувати доповнення його остовного дерева й указати ті цикли розрізу початкового графа, що мають спільне ребро в доповненні.

