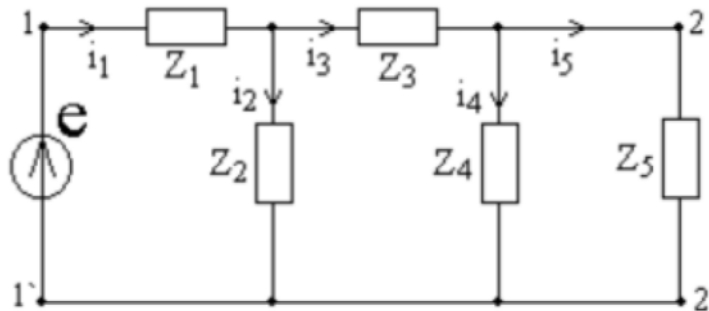


Параметри елементів схеми:

$$\begin{aligned}
 E &:= 240 \text{ V} & XL1 &:= 30 \text{ } \Omega & j &:= \sqrt{-1} \\
 \psi &:= 50^\circ & XL2 &:= 35 \text{ } \Omega & f &:= 50 \text{ Hz} \\
 R1 &:= 18 \text{ } \Omega & XL3 &:= 40 \text{ } \Omega & \omega &:= 2 \cdot \pi \cdot f \\
 R2 &:= 16 \text{ } \Omega & XC1 &:= 10 \text{ } \Omega & \\
 R3 &:= 14 \text{ } \Omega & XC2 &:= 15 \text{ } \Omega & \\
 R4 &:= 12 \text{ } \Omega & XC3 &:= 20 \text{ } \Omega & \\
 & & Xm &:= 20 \text{ } \Omega &
 \end{aligned}$$

Розраховуємо струми комплексним методом



$$Z1 := R1 + j \cdot (XL1 - XC1) = (18 + 20j) \text{ } \Omega$$

$$Z1 = (26.907 \angle 48.013^\circ) \text{ } \Omega$$

$$Z2 := R2 + j \cdot XL2 = (16 + 35j) \text{ } \Omega$$

$$Z2 = (38.484 \angle 65.433^\circ) \text{ } \Omega$$

$$Z3 := j \cdot (XL3 - XC2) = 25j \text{ } \Omega$$

$$Z3 = (25 \angle 90^\circ) \text{ } \Omega$$

$$Z4 := R3 = 14 \text{ } \Omega$$

$$Z4 = (14 \angle 0^\circ) \text{ } \Omega$$

$$Z5 := R4 - j \cdot XC3 = (12 - 20j) \text{ } \Omega$$

$$Z5 = (23.324 \angle -59.036^\circ) \text{ } \Omega$$

$$Z := Z1 + \frac{\left(Z3 + \frac{Z4 \cdot Z5}{Z4 + Z5} \right) \cdot Z2}{Z3 + \frac{Z4 \cdot Z5}{Z4 + Z5} + Z2} = (23.87 + 33.265j) \text{ } \Omega$$

$$Z = (40.943 \angle 54.338^\circ) \text{ } \Omega$$

$$I1 := \frac{E \cdot e^{j \cdot \psi}}{Z} = (5.845 - 0.443j) \text{ A}$$

$$I1 = (5.862 \angle -4.338^\circ) \text{ A}$$

$$I3 := I1 \cdot \frac{Z2}{Z2 + Z3 + \frac{Z4 \cdot Z5}{Z4 + Z5}} = (3.64 - 0.303j) \text{ A}$$

$$I3 = (3.653 \angle -4.759^\circ) \text{ A}$$

$$I2 := I1 - I3 = (2.205 - 0.14j) \text{ A}$$

$$I2 = (2.209 \angle -3.641^\circ) \text{ A}$$

$$I4 := I3 \cdot \frac{Z5}{Z4 + Z5} = (2.33 - 1.148j) \text{ A}$$

$$I4 = (2.597 \angle -26.227^\circ) \text{ A}$$

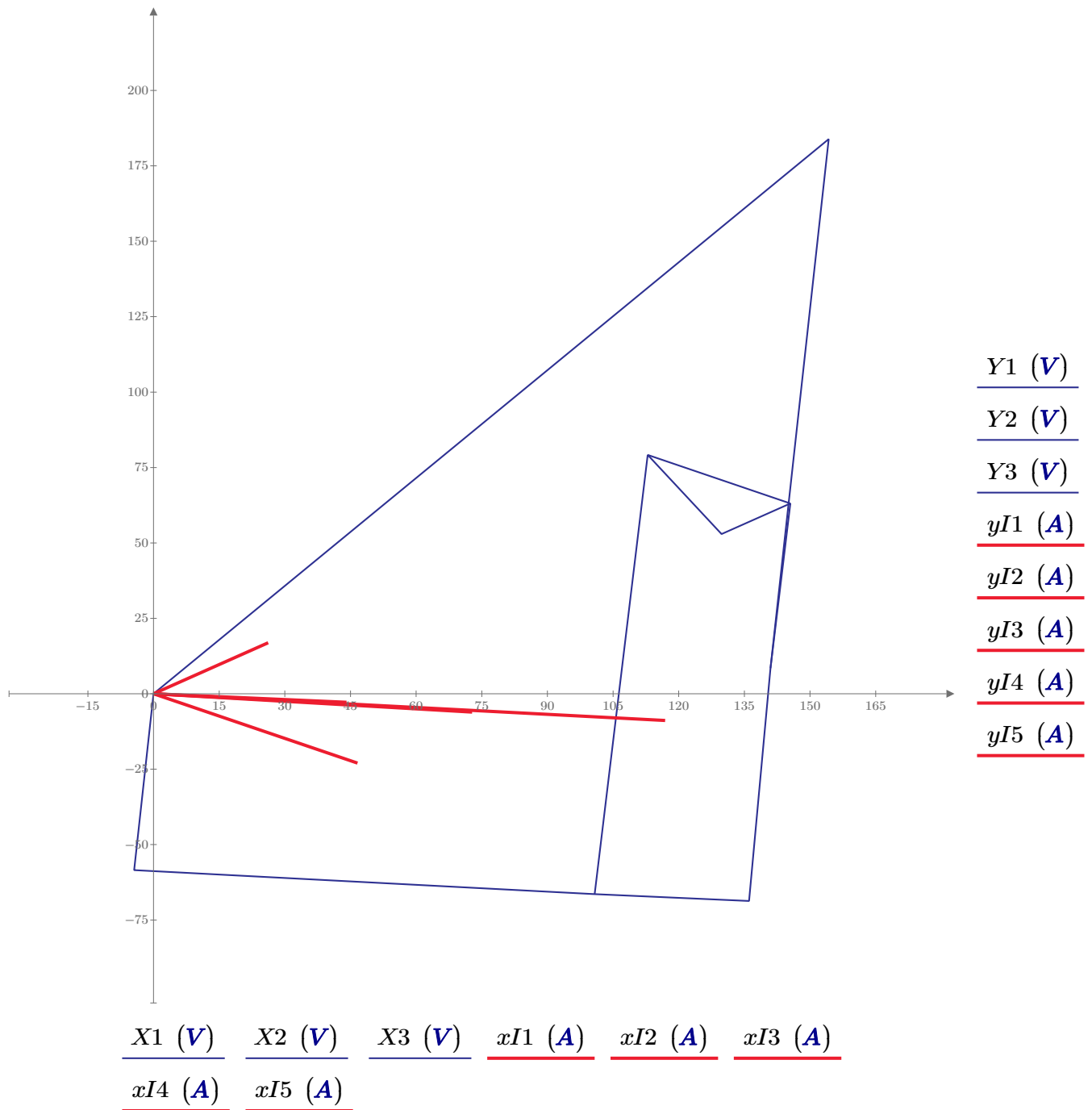
$$I5 := I3 - I4 = (1.31 + 0.845j) \text{ A}$$

$$I5 = (1.559 \angle 32.81^\circ) \text{ A}$$

Перевірка за першим законом Кірхгофа:

$$I1 - I3 - I2 = 0 \text{ A}$$

$$I3 - I5 - I4 = 0 \text{ A}$$



Приймаємо активний опір другої вітки рівним нулю і за умови резонансу струмів розраховуємо реактивний опір цієї вітки.

$$Y := \frac{1}{Z3 + \frac{Z4 \cdot Z5}{Z4 + Z5}} = (0.017 - 0.039j) \text{ S}$$

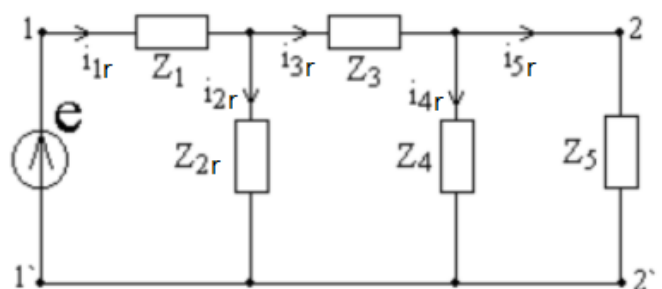
-> за умовою резонансу.

$$XL2r := \frac{1}{\text{Im}(Y)} = -25.375 \text{ } \Omega$$

-> опір котушки L2.

$$Z2r := j \cdot XL2r = -25.375j \text{ } \Omega$$

-> опір вітки 2.



Обчислимо струми віток за умови резонансу:

$$Z_r := Z_1 + \frac{\left(Z_3 + \frac{Z_4 \cdot Z_5}{Z_4 + Z_5} \right) \cdot Z_{2r}}{Z_3 + \frac{Z_4 \cdot Z_5}{Z_4 + Z_5} + Z_{2r}} = (76.5 + 20j) \, \Omega$$

$$Z_r = (79.071 \angle 14.651^\circ) \, \Omega$$

$$I_{1r} := \frac{E \cdot e^{j \cdot \psi}}{Z_r} = (2.476 + 1.756j) \, A$$

$$I_{1r} = (3.035 \angle 35.349^\circ) \, A$$

$$I_{3r} := I_{1r} \cdot \frac{Z_{2r}}{Z_{2r} + Z_3 + \frac{Z_4 \cdot Z_5}{Z_4 + Z_5}} = (6.524 - 3.951j) \, A$$

$$I_{3r} = (7.627 \angle -31.202^\circ) \, A$$

$$I_{2r} := I_{1r} - I_{3r} = (-4.048 + 5.707j) \, A$$

$$I_{2r} = (6.997 \angle 125.349^\circ) \, A$$

$$I_{4r} := I_{3r} \cdot \frac{Z_5}{Z_4 + Z_5} = (3.289 - 4.312j) \, A$$

$$I_{4r} = (5.423 \angle -52.669^\circ) \, A$$

$$I_{5r} := I_{3r} - I_{4r} = (3.235 + 0.361j) \, A$$

$$I_{5r} = (3.255 \angle 6.367^\circ) \, A$$

Баланс активних і реактивних потужностей:

$$U := E \cdot e^{j \cdot \psi} = (154.269 + 183.851j) \, V$$

$$U = (240 \angle 50^\circ) \, V$$

$$S_r := U \cdot \overline{I_{1r}} = (704.774 + 184.255j) \, W$$

$$S_r = (728.461 \angle 14.651^\circ) \, W$$

$$P_r := |I_{1r}|^2 \cdot R_1 + |I_{4r}|^2 \cdot R_3 + |I_{5r}|^2 \cdot R_4 = 704.774 \, W$$

$$Q_r := |I_{2r}|^2 \cdot XL_{2r} + |I_{1r}|^2 \cdot (XL_1 - XC_1) + |I_{3r}|^2 \cdot (XL_3 - XC_2) - |I_{5r}|^2 \cdot XC_3 = 184.255 \, W$$

Розрахуємо покази вольтметра:

$$U_{complex} := I_{3r} \cdot (j \cdot XL_3) - I_{5r} \cdot (j \cdot XC_3) = (165.275 + 196.257j) \, V$$

$$U_v := \sqrt{\text{Re}(U_{complex})^2 + \text{Im}(U_{complex})^2} = 256.578 \, V$$

Суміщена діаграма струмів і напруг

Визначимо потенціали точок кола

$$U_{ar} := 0 \, V$$

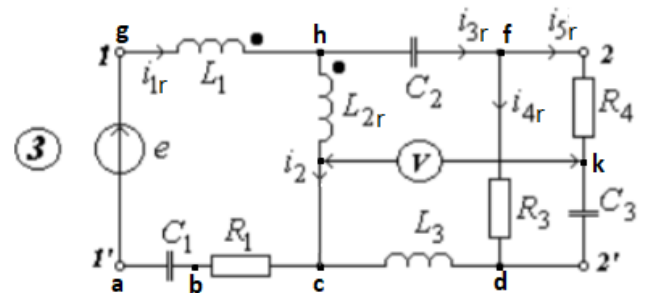
$$U_{br} := U_{ar} - I_{1r} \cdot (j \cdot XC_1) = (17.56 - 24.757j) \, V$$

$$U_{cr} := U_{br} + I_{1r} \cdot R_1 = (62.123 + 6.852j) \, V$$

$$U_{dr} := U_{cr} + I_{3r} \cdot (j \cdot XL_3) = (220.178 + 267.814j) \, V$$

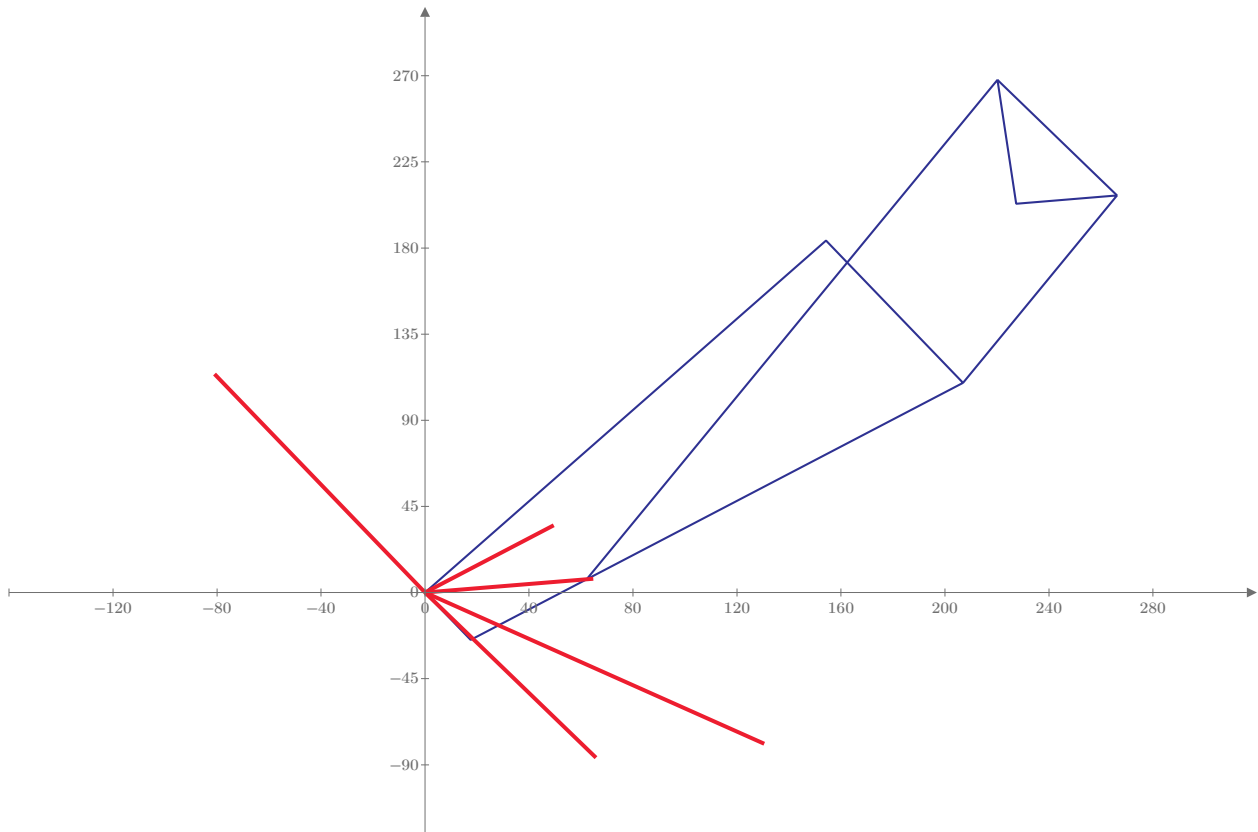
$$U_{kr} := U_{dr} - I_{5r} \cdot (j \cdot XC_3) = (227.398 + 203.108j) \, V$$

$$U_{fr} := U_{kr} + I_{5r} \cdot R_4 = (266.221 + 207.44j) \, V$$



$$U_{hr} := U_{cr} + I_{2r} \cdot (j \cdot XL_{2r}) = (206.95 + 109.58j) \, V$$

$$U_{gr} := U_{hr} + I_{1r} \cdot (j \cdot XL_1) = (154.269 + 183.851j) \, V$$



$Y1r$ (V)

$Y2r$ (V)

$Y3r$ (V)

$yI1r$ (A)

$yI2r$ (A)

$yI3r$ (A)

$yI4r$ (A)

$yI5r$ (A)

$X1r$ (V)

$X2r$ (V)

$X3r$ (V)

$xI1r$ (A)

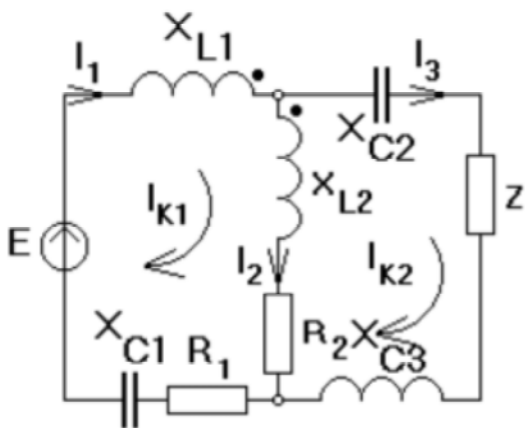
$xI2r$ (A)

$xI3r$ (A)

$xI4r$ (A)

$xI5r$ (A)

Розрахунок струмів за наявності магнітного зв'язку між L1 та L2



$$Z_e := \frac{R3 \cdot (R4 - j \cdot XC3)}{R3 + R4 - j \cdot XC3} = (9.264 - 3.643j) \, \Omega$$

Обчислюємо опори:

$$Z_{11} := R1 + R2 + j \cdot (XL1 - XC1 + XL2 - 2 \cdot Xm) = (34 + 15j) \, \Omega$$

$$Z_{22} := R2 + j \cdot (XL2 - XC2 + XL3) + Z_e = (25.264 + 56.357j) \, \Omega$$

$$Z_{12} := R2 + j \cdot (XL2 - Xm) = (16 + 15j) \, \Omega$$

$$Z_{21} := Z_{12} = (16 + 15j) \, \Omega$$

$$\begin{cases} Ek1 = Ik1 \cdot Z_{11} - Ik2 \cdot Z_{12} \\ Ek2 = -Ik1 \cdot Z_{21} + Ik2 \cdot Z_{22} \end{cases}$$

Контурні ЕРС:

$$Ek1 := U = (154.269 + 183.851j) \, V$$

$$Ek2 := 0 \, V$$

$$\Delta := \left\| \begin{bmatrix} Z_{11} & -Z_{12} \\ -Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \right\| = (-17.379 + 1.815j \cdot 10^3) \Omega^2$$

$$\Delta_1 := \left\| \begin{bmatrix} Ek_1 & -Z_{12} \\ Ek_2 & Z_{22} \end{bmatrix} \right\| = (-6.464 \cdot 10^3 + 1.334j \cdot 10^4) \frac{kg^2 \cdot m^4}{s^6 \cdot A^3}$$

$$\Delta_2 := \left\| \begin{bmatrix} Z_{11} & Ek_1 \\ -Z_{21} & Ek_2 \end{bmatrix} \right\| = (-289.456 + 5.256j \cdot 10^3) \frac{kg^2 \cdot m^4}{s^6 \cdot A^3}$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} Ik_1 &:= \frac{\Delta_1}{\Delta} = (7.382 + 3.49j) A \\ Ik_2 &:= \frac{\Delta_2}{\Delta} = (2.897 + 0.132j) A \end{aligned}$$

$$I_{1m} := Ik_1 = (7.382 + 3.49j) A$$

$$I_{2m} := Ik_1 - Ik_2 = (4.486 + 3.359j) A$$

$$I_{3m} := Ik_2 = (2.897 + 0.132j) A$$

$$I_{4m} := I_{3m} \cdot \frac{R_4 - j \cdot XC_3}{R_3 + R_4 - j \cdot XC_3} = (1.951 - 0.667j) A$$

$$I_{5m} := I_{3m} \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4 - j \cdot XC_3} = (0.946 + 0.798j) A$$

Перевірка за I законом Кірхгофа

$$I_{1m} - I_{2m} - I_{3m} = 0 A$$

$$I_{3m} - I_{4m} - I_{5m} = (1.11 \cdot 10^{-16}) A$$

$$I_{2m} + I_{5m} + I_{4m} - I_{1m} = 0 A$$

Перевірка за II законом Кірхгофа

$$I_{1m} \cdot (R_1 + j \cdot (XL_1 - XC_1 - X_m)) - Ek_1 + I_{2m} \cdot (R_2 + j \cdot (XL_2 - X_m)) = 0 V$$

$$I_{2m} \cdot (R_2 + j \cdot (XL_2 - X_m)) - I_{4m} \cdot R_3 - I_{3m} \cdot j \cdot (-XC_2 + XL_3 + X_m) = 0 V$$

$$I_{4m} \cdot R_3 - I_{5m} \cdot (R_4 - j \cdot XC_3) = 0 V$$

Рахуємо потужності магнітного зв'язку

$$SM_1 := -I_{1m} \cdot \overline{I_{2m}} \cdot j \cdot X_m = (-182.772 - 896.74j) W$$

$$SM_2 := -I_{2m} \cdot \overline{I_{1m}} \cdot j \cdot X_m = (182.772 - 896.74j) W$$

Перевіряємо за балансом потужностей

$$S_m := U \cdot \overline{I_{1m}} = (1.781 \cdot 10^3 + 818.772j) W$$

$$P_m := |I_{1m}|^2 \cdot R_1 + |I_{2m}|^2 \cdot R_2 + |I_{4m}|^2 \cdot R_3 + |I_{5m}|^2 \cdot R_4 = (1.781 \cdot 10^3) W$$

$$Q_m := |I_{1m}|^2 \cdot (XL_1 - XC_1) + |I_{2m}|^2 \cdot XL_2 + |I_{3m}|^2 \cdot (XL_3 - XC_2) + |I_{5m}|^2 \cdot (-XC_3) + \text{Im}(SM_1 + SM_2)$$

$$Q_m = 818.772 W$$

Розрахуємо покази вольтметра:

$$U_{complexm} := -I_{2m} \cdot R_2 + I_{3m} \cdot (j \cdot XL_3) - I_{5m} \cdot (j \cdot XC_3) = (-61.07 + 43.218j) V$$

$$U_{vm} := \sqrt{\text{Re}(U_{complexm})^2 + \text{Im}(U_{complexm})^2} = 74.816 V$$

Суміщена діаграма струмів і напруг

Визначимо потенціали точок кола

$$U_{am} := 0 \text{ V}$$

$$U_{bm} := U_{am} - I_{1m} \cdot (j \cdot X_{C1}) = (34.905 - 73.823j) \text{ V}$$

$$U_{cm} := U_{bm} + I_{1m} \cdot R_1 = (167.786 - 10.995j) \text{ V}$$

$$U_{dm} := U_{cm} + I_{3m} \cdot (j \cdot X_{L3}) = (162.517 + 104.877j) \text{ V}$$

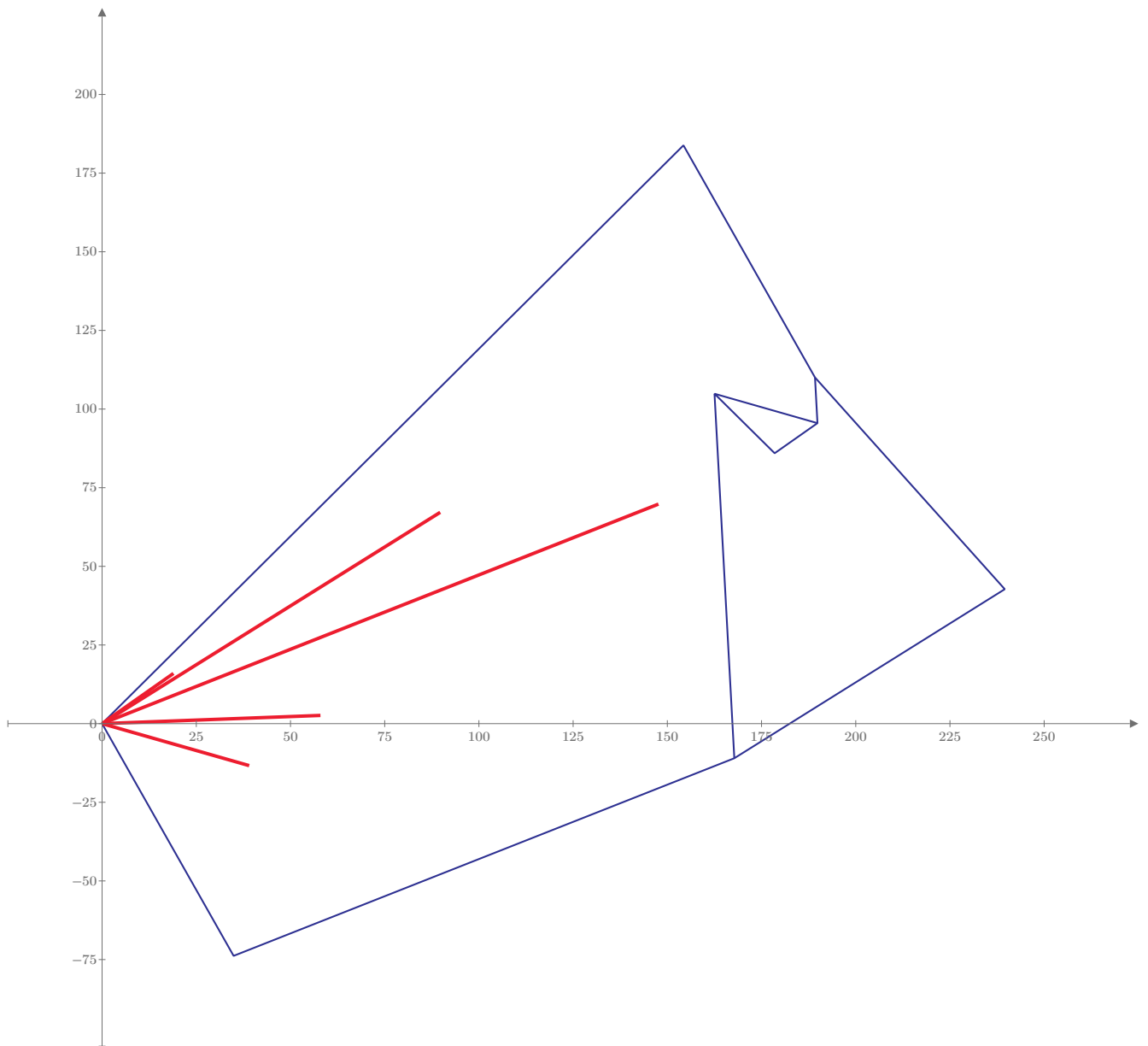
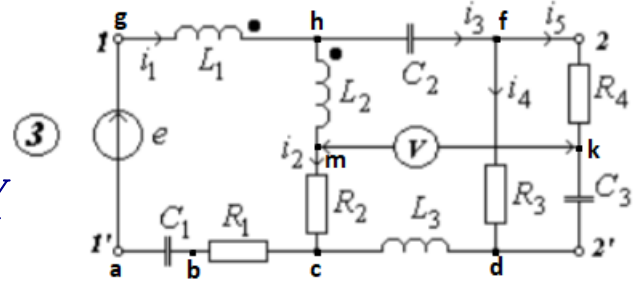
$$U_{km} := U_{dm} - I_{5m} \cdot (j \cdot X_{C3}) = (178.484 + 85.963j) \text{ V}$$

$$U_{fm} := U_{km} + I_{5m} \cdot R_4 = (189.832 + 95.544j) \text{ V}$$

$$U_{mm} := U_{cm} + I_{2m} \cdot R_2 = (239.554 + 42.745j) \text{ V}$$

$$U_{hm} := U_{mm} + I_{2m} \cdot (j \cdot (X_{L2} - X_m)) = (189.174 + 110.028j) \text{ V}$$

$$U_{gm} := U_{hm} + I_{1m} \cdot (j \cdot (X_{L1} - X_m)) = (154.269 + 183.851j) \text{ V}$$



X_{1m} (V)

X_{2m} (V)

X_{3m} (V)

xI_{1m} (A)

xI_{2m} (A)

xI_{3m} (A)

xI_{4m} (A)

xI_{5m} (A)

Y_{1m} (V)

Y_{2m} (V)

Y_{3m} (V)

yI_{1m} (A)

yI_{2m} (A)

yI_{3m} (A)

yI_{4m} (A)

yI_{5m} (A)