**Применение префиксной формы задания функции в цепном методе поиска булевой производной.**

Цепной метод вычисления булевых производных

Y=y(x1..,xi..xe) Чтобы выделить функцию, зависяшую y=y(x $_1$..xk;y1($x_{k+1}$..$x_i$..$x_e$)), dy/d$x_i$=dy/d$y_1$*d$y_1$/d$x_i$ Если y1-сложная функция, y=y(x $_1$..xk;y1($x_{k+1}$..$x_i$..$x_e$)* y2($x_{k+1}$..$x_i$..$x_e$) y3($x_{k+1}$..$x_i$..$x_e$ )) , то dy/d$x_i$=dy/d$y_1$*d$y_1$/d$x_i$* d$y_2$/d$y_3$*… d$y_n$/d$x_i$ тогда все вычисления булевых производных сводятся к правилам.

Цепной метод поиска частной булевой производной:

$$\frac{dy}{dx_i} = y(x_1,..., x_{i-1}, 0, x_{i+1},..., x_n) \oplus y(x_1,..., x_{i-1}, 1, x_{i+1},..., x_n)$$

Выполнив суперпозицию можна записать

$$Y = y(x_1,..., x_{k-1} * y_1(x_k,..., x_i,..., x_n))$$

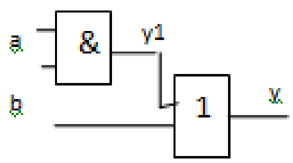
$$\frac{dy}{dx_i} = \frac{dy}{dy_1} \cdot \frac{dy_1}{dx_i}$$

$$\frac{dy}{dx_i} = \frac{dy}{dy_1} \cdot \frac{dy_1}{dy_2} \cdot ..... \cdot \frac{dy_m}{dx_i}$$

Идея метода – при разумном выборе функции $y_1 \ldots y_m$ все производные в правой части берутся достаточно просто, например по правилам 7 и 8. Но это справедливо в том случае,

если при каждой суперпозиции находится единственная ф-ция $y_1 \ldots y_m$ которая зависит от $x_i$. Это соответствует комбинационной схеме без разветвлений.

***Пример:***




y=ab v c

y1=ab

$$\frac{dy}{db} = \frac{dy}{dy_1} * \frac{dy_1}{db}$$

$$\frac{dy}{dy_1} = \frac{d(ab \vee c)}{d(ab)} \overset{(8)}{=} \bar{c}$$

$$\frac{dy_1}{db} = \frac{d(ab)}{db} = a$$

$$\frac{dy}{db} = a\bar{c}$$

| | a b c y |
|---|---|
| b=0 | 1 1 0 1 |
| b=1 | 1 0 0 0 |

Вычисления можна упростить используя префиксную форму

$$y = (((x1 + x2)_1 x3x4)_3 (x5 + x6)_2)_4$$

$$y = (_4 \wedge (_3 \wedge (_1 \vee (x1x2)_1 \, x3x4)_3 (_2 \vee x5x6)_2)_4$$

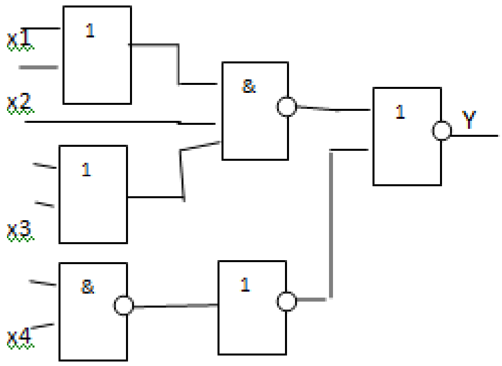
Аргументы в скобках называются списком аргументов

Правило интерпретируется

$$\frac{d(\overline{\wedge} список\_аргументов)}{d(аргумент\_из\_списка)} = \wedge список\_аргументов\_без\_аргументаиз\_списка$$

$$\frac{d(\overline{\vee} список\_аргументов)}{d(аргумент\_из\_списка)} = \overline{\wedge} список\_аргументов\_без\_аргументаиз\_списка$$

*Пример*




$$y = ({}_6 \overline{\vee}({}_4 \overline{\wedge}({}_1 \vee x1x2)x3({}_2 \vee x4x5)_2)_4({}_5 \overline{\vee}({}_3 \overline{\wedge} x6x7)_3)_5)_6$$

$$y1 = \vee x1x2$$

$$y2 = \vee x4x5$$

$$y3 = \overline{\wedge} x6x7$$

$$y4 = \overline{\wedge} y1x3y2$$

$$y5 = \overline{\vee} y3$$

$$y6 = \overline{\vee} y4y5$$

$$\frac{dy}{dx_1} = \frac{dy}{dy_4}\frac{dy_4}{dy_1}\frac{dy_1}{dx_1}$$

$$\frac{dy}{dy_4} = \frac{d(\overline{\vee} y4y5)}{dy_4} = (\overline{\wedge} y5) = (\overline{\wedge}\,\overline{\vee}\, y3) = y3 = \bar{x}_6 \vee \bar{x}_7$$

$$\frac{dy_4}{dy_1} = \frac{d(\overline{\wedge} y1x3y2)}{dy_1} = (\wedge x3y2) = (\wedge x3(\vee x4x5)) = x3x4 \vee x3x5$$

$$\frac{dy_1}{dx_1} = \frac{d(\vee x1x2)}{dx_1} = \bar{x}_2$$

$$\frac{dy}{dx_1} = (\bar{x}_6 \vee \bar{x}_7)(x_3x_4 \vee x_3x_5)\bar{x}_2 = \bar{x}_2x_3x_4\bar{x}_6 \vee \bar{x}_2x_3x_4\bar{x}_7 \vee \bar{x}_2x_3x_5\bar{x}_6 \vee \bar{x}_2x_3x_5\bar{x}_7$$

| | X1 | X2 | X3 | X4 | X5 | X6 | X7 | Y |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| X1≡0 | 1 | 0 | 1 | 1 | x | 0 | x | 1 |
| | 1 | 0 | 1 | 1 | x | x | 0 | 1 |
| | 1 | 0 | 1 | x | 1 | 0 | x | 1 |
| | 1 | 0 | 1 | x | 1 | x | 0 | 1 |
| | | | | | | | | |
| X1≡1 | 0 | 0 | 1 | 1 | x | 0 | x | 0 |
| | 0 | 0 | 1 | 1 | x | x | 0 | 0 |
| | 0 | 0 | 1 | x | 1 | 0 | x | 0 |
| | 0 | 0 | 1 | x | 1 | x | 0 | 0 |