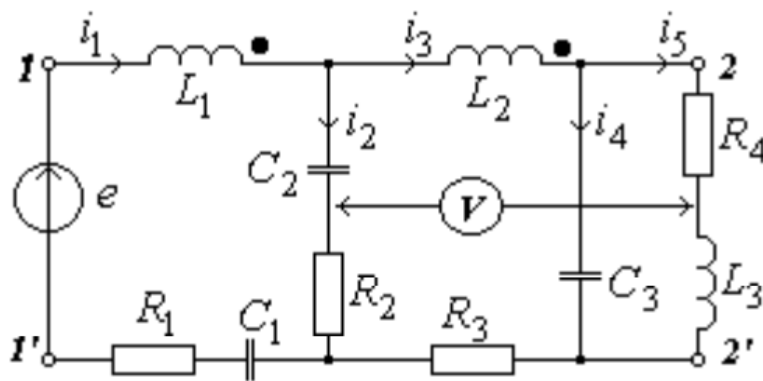


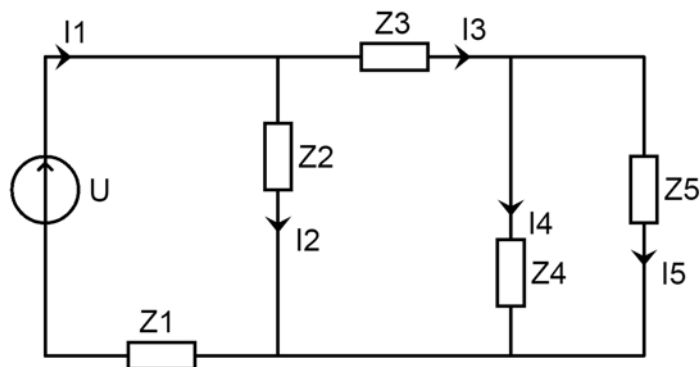
$$\begin{aligned}\psi &:= 50^\circ & X_{L2} &:= 40 \, \Omega & f &:= 60 \, \text{H} \\ E &:= 220 \, \text{V} & X_{L1} &:= 35 \, \Omega & X_M &:= 23 \, \Omega \\ R_1 &:= 16 \, \Omega & X_{L3} &:= 45 \, \Omega & j &:= \sqrt{-1} \\ R_2 &:= 14 \, \Omega & X_{C1} &:= 15 \, \Omega \\ R_3 &:= 12 \, \Omega & X_{C2} &:= 20 \, \Omega \\ R_4 &:= 10 \, \Omega & X_{C3} &:= 25 \, \Omega\end{aligned}$$



$$U := E \cdot e^{j \cdot \frac{5 \cdot \pi}{18}} = (141.413 + 168.53j) \, \text{V}$$

Для електричного кола без взаємної індукції

Розрахувати всі струми символічним методом



$$Z_1 := R_1 + j \cdot (X_{L1} - X_{C1}) = (16 + 20j) \, \Omega \quad Z_4 := -j \cdot X_{C3} = -25j \, \Omega$$

$$Z_2 := R_2 - j \cdot (X_{C2}) = (14 - 20j) \, \Omega \quad Z_5 := R_4 + j \cdot X_{L3} = (10 + 45j) \, \Omega$$

$$Z_3 := R_3 + j \cdot X_{L2} = (12 + 40j) \, \Omega$$

$$Z_E := \frac{\left(\frac{Z_5 \cdot Z_4}{Z_5 + Z_4} + Z_3 \right) \cdot Z_2}{Z_2 + \frac{Z_5 \cdot Z_4}{Z_5 + Z_4} + Z_3} + Z_1 = (26.245 + 11.619j) \, \Omega$$

$$I_1 := \frac{U}{Z_E} = (6.882 + 3.375j) \, \text{A}$$

$$I_2 := \frac{I_1 \cdot \left(\frac{Z_5 \cdot Z_4}{Z_5 + Z_4} + Z_3 \right)}{Z_2 + \frac{Z_5 \cdot Z_4}{Z_5 + Z_4} + Z_3} = (3.096 + 2.772j) \, \text{A}$$

$$I_3 := \frac{I_1 \cdot Z_2}{Z_2 + \frac{Z_5 \cdot Z_4}{Z_5 + Z_4} + Z_3} = (3.786 + 0.602j) \text{ A}$$

$$I_4 := I_3 \cdot \frac{Z_5}{Z_5 + Z_4} = (7.271 + 3.098j) \text{ A}$$

$$I_5 := I_3 \cdot \frac{-Z_4}{Z_5 + Z_4} = (3.485 + 2.495j) \text{ A}$$

Перевірка за першим законом Кіргофа:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 \text{ A}$$

$$I_3 - I_4 + I_5 = 0 \text{ A}$$

$$I_2 + I_4 - I_5 - I_1 = 0 \text{ A}$$

Перевірка за балансом потужностей:

$$S_1 := U \cdot \overline{I_1} = (1.542 \cdot 10^3 + 682.662j) \text{ W}$$

$$P := |I_1|^2 \cdot R_1 + |I_2|^2 \cdot R_2 + |I_3|^2 \cdot R_3 + |I_5|^2 \cdot R_4 = (1.542 \cdot 10^3) \text{ W}$$

$$Q := |I_1|^2 \cdot (-X_{C1} + X_{L1}) + |I_2|^2 \cdot (-X_{C2}) + |I_3|^2 \cdot (X_{L2}) + |I_4|^2 \cdot (-X_{C3}) + |I_5|^2 \cdot (X_{L3}) = 682.662 \text{ W}$$

$$S := P + 1j \cdot Q = (1.542 \cdot 10^3 + 682.662j) \text{ W}$$

Будуємо сумісну діаграму струмів та топографічну діаграму напруг

Знаходимо потенціали точок

$$\phi_a := 0$$

$$\phi_b := \phi_a + I_1 \cdot R_1 = (110.116 + 53.992j) \text{ V}$$

$$\phi_c := \phi_b - I_1 \cdot j \cdot X_{C1} = (160.734 - 49.241j) \text{ V}$$

$$\phi_d := \phi_c + I_3 \cdot R_3 = (206.169 - 42.014j) \text{ V}$$

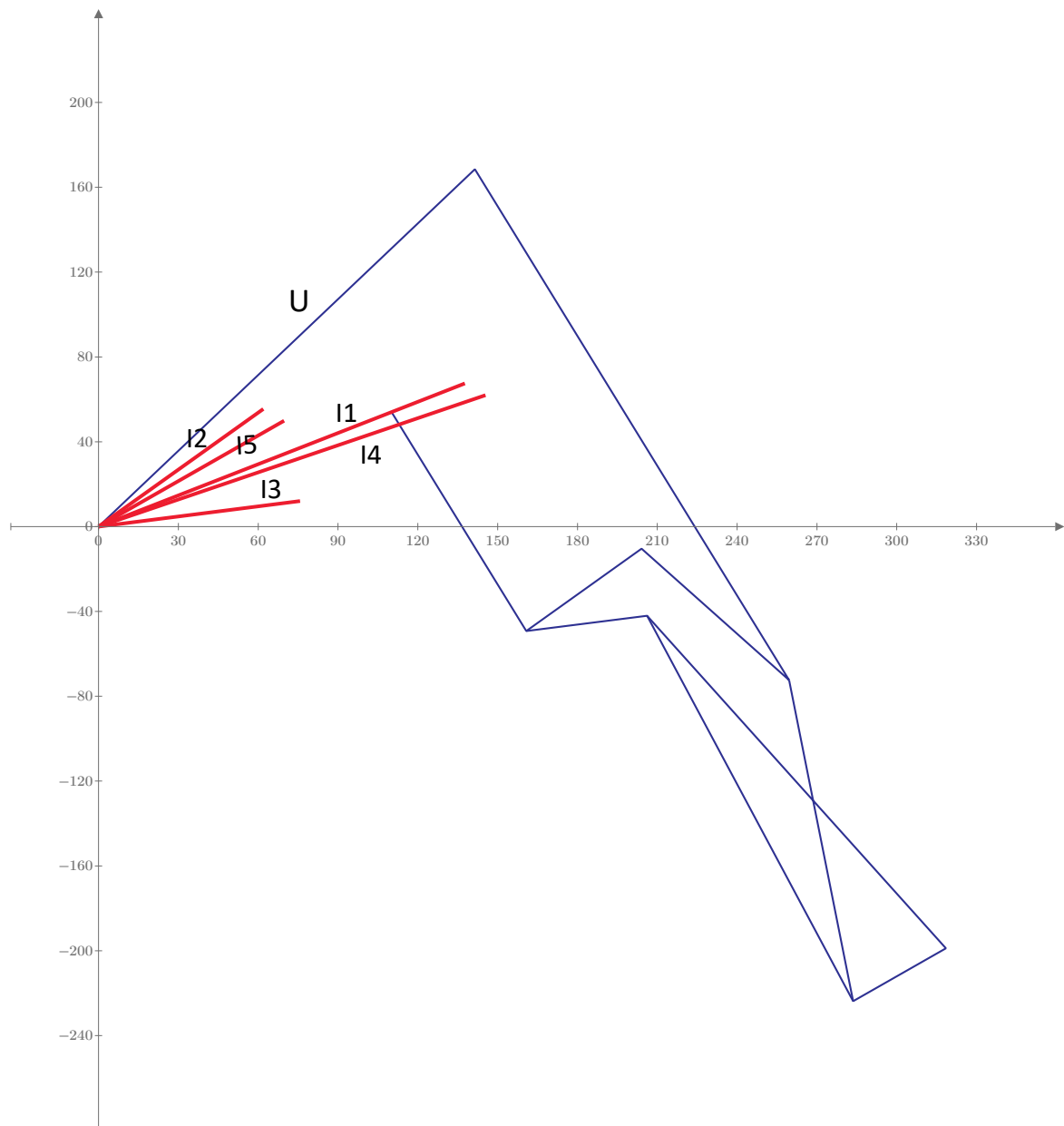
$$\phi_e := \phi_d - I_5 \cdot j \cdot X_{L3} = (318.464 - 198.847j) \text{ V}$$

$$\phi_g := \phi_e - I_5 \cdot R_4 = (283.612 - 223.801j) \text{ V}$$

$$\phi_n := \phi_c + I_2 \cdot R_2 = (204.077 - 10.43j) \text{ V}$$

$$\phi_h := \phi_n - I_2 \cdot j \cdot X_{C2} = (259.521 - 72.349j) \text{ V}$$

$$\phi_f := \phi_h + I_1 \cdot j \cdot X_{L1} = (141.413 + 168.53j) \text{ V}$$



Прийняти опір $R_2=0$ і, вважаючи реактивний опір цієї вітки невідомим, визначити його за умовою резонансу струмів.

$$Z_{ER} := \frac{(R_4 + j \cdot X_{L3}) \cdot (-j \cdot X_{C3})}{R_4 + j \cdot (X_{L3} - X_{C3})} + j \cdot X_{L2} + R_3 = (24.5 - 10j) \, \Omega$$

$$R_E := \operatorname{Re}(Z_{ER}) = 24.5 \, \Omega$$

$$X_E := \operatorname{Im}(Z_{ER}) = -10 \, \Omega$$

За умовою резонансу:

$$B_n := \frac{1}{Z_3 + \frac{Z_4 \cdot Z_5}{Z_4 + Z_5}} = (0.035 + 0.014j) \, S$$

Реактивний опір вітки:

$$X_N := \frac{1}{\operatorname{Im}(B_n)} = 70.025 \, \Omega$$

Розрахувати струми для резонансного стану кола:

$$Z_{1R} := R_1 - X_{C1} \cdot j + X_{L1} \cdot j = (16 + 20j) \, \Omega$$

$$Z_{3R} := R_3 + X_{L2} \cdot j = (12 + 40j) \, \Omega$$

$$Z_{5R} := -X_{C3} \cdot j = -25j \, \Omega$$

$$Z_{345} := \frac{Z_4 \cdot Z_5}{Z_4 + Z_5} + Z_3 = (24.5 - 10j) \, \Omega$$

Вхідний опір кола:

$$Z_{VX} := \frac{Z_{345} \cdot (-j) \cdot X_N}{Z_{345} - j \cdot X_N} + Z_{1R} = (33.152 + 5.999j) \, \Omega$$

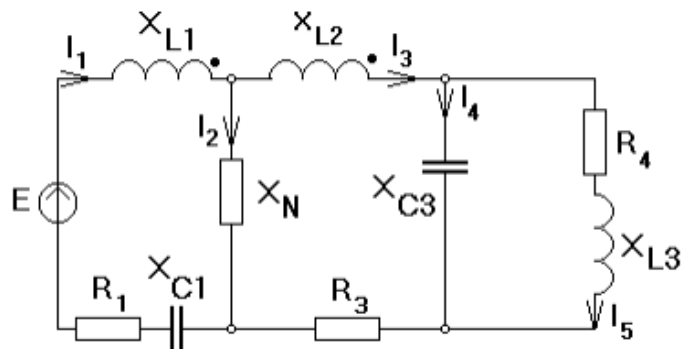
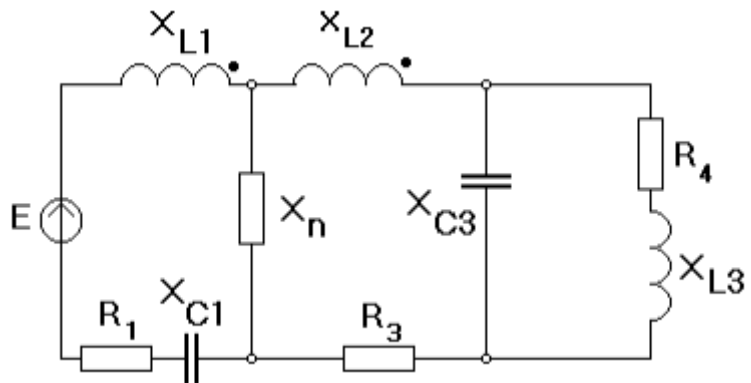
$$I_{1R} := \frac{U}{Z_{VX}} = (5.021 + 4.175j) \, A$$

$$I_{2R} := \frac{I_{1R} \cdot \left(\frac{Z_5 \cdot Z_4}{Z_5 + Z_4} + Z_3 \right)}{-j \cdot X_N + \frac{Z_5 \cdot Z_4}{Z_5 + Z_4} + Z_3} = (-0.019 + 2.065j) \, A$$

$$I_{3R} := \frac{I_{1R} \cdot (-j \cdot X_N)}{-j \cdot X_N + \frac{Z_5 \cdot Z_4}{Z_5 + Z_4} + Z_3} = (5.04 + 2.11j) \, A$$

$$I_{4R} := I_{3R} \cdot \frac{Z_5}{Z_5 + Z_4} = (9.024 + 6.741j) \, A$$

$$I_{5R} := I_{3R} \cdot \frac{-Z_4}{Z_5 + Z_4} = (3.985 + 4.63j) \, A$$



Перевірка за першим законом Кіргофа:

$$I_{1R} - I_{2R} - I_{3R} = 0 \text{ A}$$

$$I_{3R} - I_{4R} + I_{5R} = 0 \text{ A}$$

$$I_{2R} + I_{4R} - I_{5R} - I_{1R} = 0 \text{ A}$$

Перевірка за балансом потужностей:

$$S_1 := U \cdot \overline{I_{1R}} = (1.414 \cdot 10^3 + 255.789j) \text{ W}$$

$$P := |I_{1R}|^2 \cdot R_1 + |I_{3R}|^2 \cdot R_3 + |I_{5R}|^2 \cdot R_4 = (1.414 \cdot 10^3) \text{ W}$$

$$Q := |I_{1R}|^2 \cdot (-X_{C1} + X_{L1}) + |I_{2R}|^2 \cdot (-X_N) + |I_{3R}|^2 \cdot (X_{L2}) + |I_{4R}|^2 \cdot (-X_{C3}) + |I_{5R}|^2 \cdot (X_{L3})$$

$$Q = 255.789 \text{ W}$$

$$S := P + j \cdot Q = (1.414 \cdot 10^3 + 255.789j) \text{ W}$$

Будуємо сумісну діаграму струмів та топографічну діаграму напруг

Знаходимо потенціали точок

$$\phi_{ar} := 0$$

$$\phi_{br} := \phi_{ar} + I_{1R} \cdot R_1 = (80.337 + 66.801j) \text{ V}$$

$$\phi_{cr} := \phi_{br} - I_{1R} \cdot j \cdot X_{C1} = (142.963 - 8.515j) \text{ V}$$

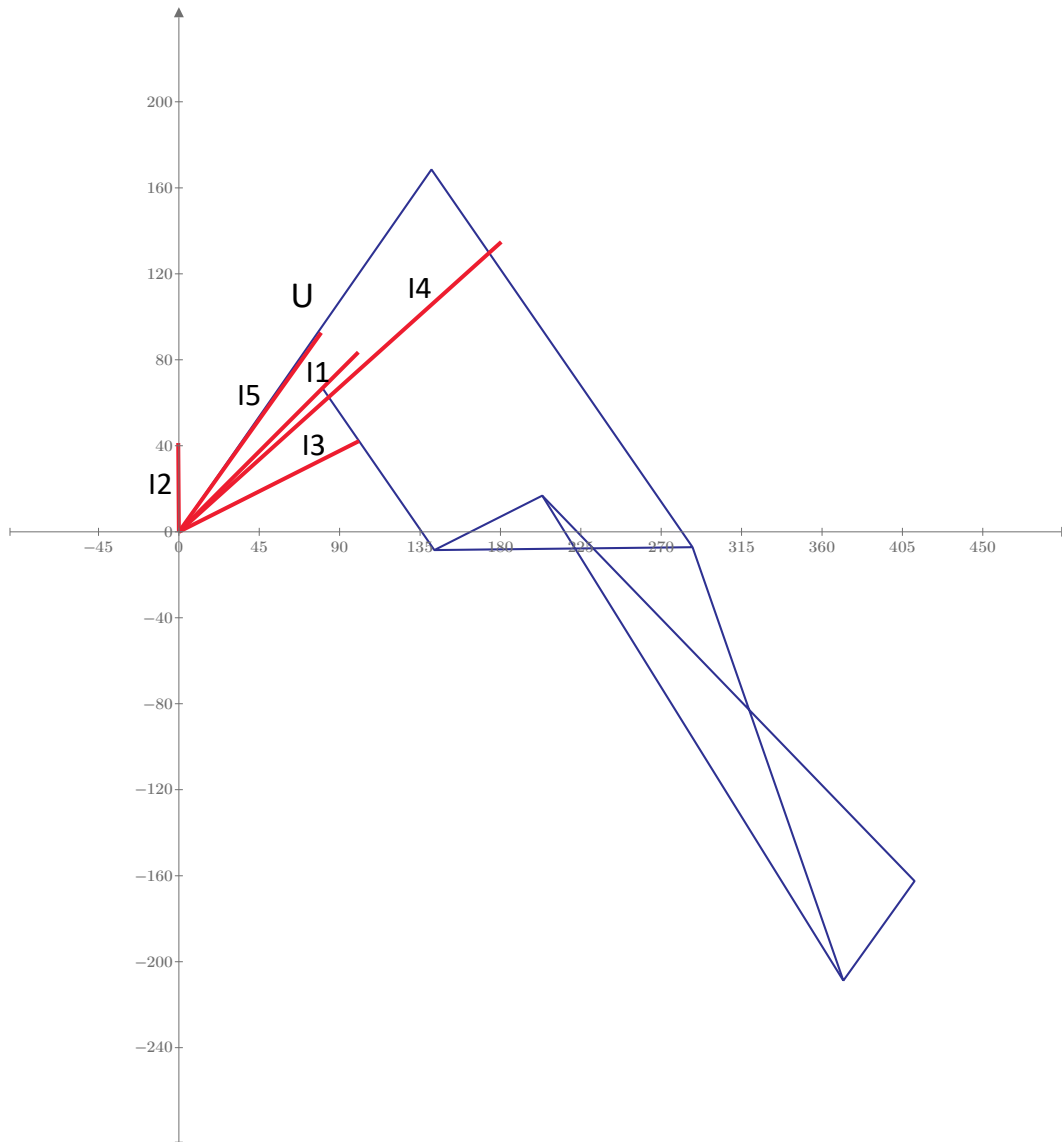
$$\phi_{dr} := \phi_{cr} + I_{3R} \cdot R_3 = (203.44 + 16.81j) \text{ V}$$

$$\phi_{er} := \phi_{dr} - I_{5R} \cdot j \cdot X_{L3} = (411.802 - 162.494j) \text{ V}$$

$$\phi_{gr} := \phi_{er} - I_{5R} \cdot R_4 = (371.957 - 208.797j) \text{ V}$$

$$\phi_{hr} := \phi_{cr} - I_{2R} \cdot j \cdot X_N = (287.54 - 7.207j) \text{ V}$$

$$\phi_{fr} := \phi_{hr} + I_{1R} \cdot j \cdot X_{L1} = (141.413 + 168.53j) \text{ V}$$



При наявності магнітного зв'язку між індуктивними елементами

Записуємо рівняння для методу контурних струмів

$$E_{k1} = I_{k1} \cdot Z_{11} - I_{k2} \cdot Z_{12}$$

$$E_{k2} = -I_{k1} \cdot Z_{21} + I_{k2} \cdot Z_{22}$$

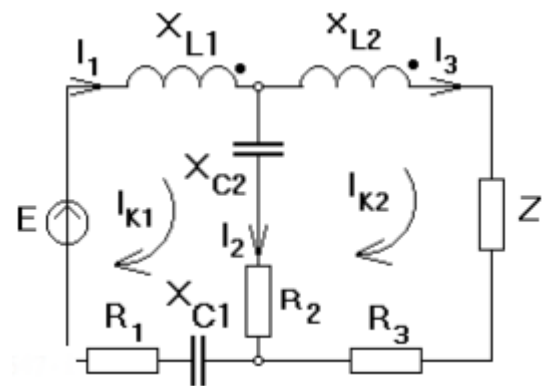
$$Z := \frac{-j \cdot X_{C3} \cdot (R_4 + j \cdot X_{L3})}{R_4 + j \cdot (X_{L3} - X_{C3})} = (12.5 - 50j) \, \Omega$$

$$Z_{11} := R_1 + R_2 + j \cdot (X_{L1} - X_{C1} - X_{C2}) = 30 \, \Omega$$

$$Z_{22} := R_2 + R_3 + j \cdot (X_{L2} - X_{C2}) + Z = (38.5 - 30j) \, \Omega$$

$$Z_{12} := R_2 - j \cdot (X_M + X_{C2}) = 14 - 43j \, \Omega$$

$$Z_{21} := Z_{12} = (14 - 43j) \, \Omega$$



$$E_{k1} := U = 141.413 + 168.53j \, V$$

$$E_{k2} := 0 \, V$$

Вирішуємо систему методом Гауса

$$\Delta := \begin{vmatrix} Z_{11} & -Z_{12} \\ -Z_{21} & Z_{22} \end{vmatrix} = (2.808 \cdot 10^3 + 304j) \Omega^2$$

$$\Delta_1 := \begin{vmatrix} E_{k1} & -Z_{12} \\ E_{k2} & Z_{22} \end{vmatrix} = (1.05 \cdot 10^4 + 2.246j \cdot 10^3) \frac{kg^2 \cdot m^4}{s^6 \cdot A^3}$$

$$\Delta_2 := \begin{vmatrix} Z_{11} & E_{k1} \\ -Z_{21} & E_{k2} \end{vmatrix} = (9.227 \cdot 10^3 - 3.721j \cdot 10^3) \frac{kg^2 \cdot m^4}{s^6 \cdot A^3}$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} I_{K1} &:= \frac{\Delta_1}{\Delta} = (3.782 + 0.39j) A \\ I_{K2} &:= \frac{\Delta_2}{\Delta} = (3.106 - 1.662j) A \end{aligned}$$

$$I_{1m} := I_{K1} = (3.782 + 0.39j) A$$

$$I_{2m} := I_{K1} - I_{K2} = (0.676 + 2.052j) A$$

$$I_{3m} := I_{K2} = (3.106 - 1.662j) A$$

$$I_{4m} := \frac{I_{3m} \cdot Z_5}{Z_5 + Z_4} = (7.043 - 1.77j) A$$

$$I_{5m} := \frac{-I_{3m} \cdot Z_4}{Z_5 + Z_4} = (3.937 - 0.109j) A$$

Перевірка за першим законом Кіргофа:

$$I_{1m} - I_{2m} - I_{3m} = 0 A$$

$$S_{M1} := \overline{I_{1m}} \cdot I_{3m} \cdot j \cdot X_M = (-172.409 + 255.23j) W$$

$$I_{3m} - I_{4m} + I_{5m} = 0 A$$

$$S_{M2} := \overline{I_{1m}} \cdot I_{3m} \cdot j \cdot X_M = (172.409 + 255.23j) W$$

$$I_{2m} + I_{4m} - I_{5m} - I_{1m} = 0 A$$

Перевірка за балансом потужностей:

$$S_1 := U \cdot \overline{I_{1m}} = (600.583 + 582.114j) W$$

$$P := |I_{1m}|^2 \cdot R_1 + |I_{2m}|^2 \cdot R_2 + |I_{3m}|^2 \cdot R_3 + |I_{5m}|^2 \cdot R_4 = 600.583 W$$

$$Q := |I_{1m}|^2 \cdot (-X_{C1} + X_{L1}) - |I_{2m}|^2 \cdot X_{C2} + |I_{3m}|^2 \cdot X_{L2} - |I_{4m}|^2 \cdot X_{C3} + |I_{5m}|^2 \cdot X_{L3} + \text{Im}(S_{M1} + S_{M2})$$

$$Q = 582.114 W$$

Будуємо сумісну діаграму струмів та топографічну діаграму напруг

Знаходимо потенціали точок

$$\phi_{am} := 0$$

$$\phi_{bm} := \phi_{am} + I_{1m} \cdot R_1 = (60.507 + 6.247j) V$$

$$\phi_{cm} := \phi_{bm} - I_{1m} \cdot j \cdot X_{C1} = (66.364 - 50.478j) \text{ V}$$

$$\phi_{dm} := \phi_{cm} + I_{3m} \cdot R_3 = (103.635 - 70.417j) \text{ V}$$

$$\phi_{em} := \phi_{dm} - I_{5m} \cdot j \cdot X_{L3} = (98.75 - 247.568j) \text{ V}$$

$$\phi_{gm} := \phi_{em} - I_{5m} \cdot R_4 = (59.383 - 246.482j) \text{ V}$$

$$\phi_{nm} := \phi_{cm} + I_{2m} \cdot R_2 = (75.824 - 21.751j) \text{ V}$$

$$\phi_{hm} := \phi_{nm} - I_{2m} \cdot j \cdot (X_{C2} + X_M) = (164.059 - 50.809j) \text{ V}$$

$$\phi_{fm} := \phi_{hm} + I_{1m} \cdot j \cdot (X_{L1} + X_M) = (141.413 + 168.53j) \text{ V}$$

