Міністерство освіти України
Національний технічний університет України
“Київський політехнічний інститут”
Кафедра ТОЕ

Розрахунково-графічна робота

“Розрахунок перехідних процесів у лінійних колах“
Варіант № 171

Виконав: ________________
____
____
____

Перевірив: ________________

Київ 2007

Умова задання

1. В колі з джерелом постійної ЕДС необхідно:

1) класичним методом розрахзувати напруги на реактивних елементах та струми перехідного процесу;

2) розрахувати струм в колі з джерелом ЕДС Е1 та напругу на реактивному елементі операторним методом;

3) побудувати в одному часовому масштабі діаграми струму та напруги на реактивних елементах.

2. Дослідити, яким повинен бути активний опір у вітці з джерелом Е1, щоб перехідний процес проходив в граничному режимі.

3. Визначити струми в вітках та напруги на реактивних елементах в момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійних ЕДС Е1і Е2 в колі діють синусоїдні джерела.

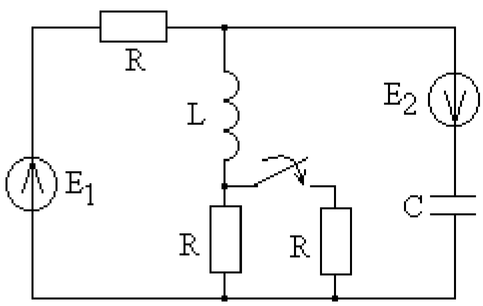
3. В післякомутаційній схемі закоротити джерело ЕДС Е2.

а) виключити катушку індуктивності чи ємність, замінивши останню опором R;

б) вважаючи, що замість ждерела постійної ЕДС Е1 до отриманного кола подається напруга, форма якої показана на малюнку;

в) розрахувати вхідний струм та напругу на реактивном елементі методом інтеграла Дюамеля при періоді Т, заданому в долях від τ;

г) побудувати в одному часовому масштабі діаграми напруги на вході, вхідного струму і напруги на реактивних елементі.



Основна схема

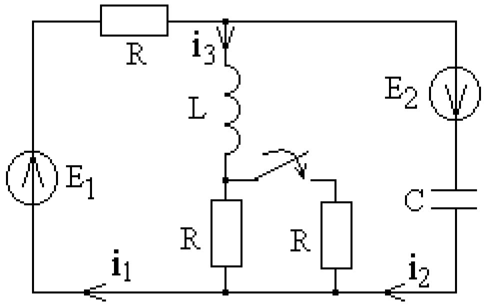
Вхідні данні:

$L := 0.2$ Гн $C := 170 \cdot 10^{-6}$ Ф $R := 80$ Ом

$E_1 := 150$ В $E_2 := 170$ В $\psi := 75 \cdot deg$ $С^0$ $\omega := 200$ $с^{-1}$

Класичний метод

Оберемо додатній напрямок струмів у вітках схеми:



Знайдемо значення струмів та напруг безпосередньо до комутації:

Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \frac{E_1}{2 \cdot R}$ $\quad i_{3дк} := i_{1дк} \quad i_{3дк} = 0.938$

$i_{2дк} := 0$ $\quad u_{Lдк} := 0$

$u_{Cдк} := E_1 + E_2 - i_{1дк} \cdot R$ $\quad u_{Cдк} = 245$

Усталений режим після комутації: $t = \infty$

$R' := 0.5 \cdot R$

$i'_1 := \frac{E_1}{R + R'}$ $\quad i'_3 := i'_1 \quad i'_3 = 1.25$

$i'_2 := 0$ $\quad u'_L := 0$

$u'_C := E_1 + E_2 - i'_1 \cdot R$ $\quad u'_C = 220$

Незалежні початкові умови

$i_{30} := i_{3дк}$ $\quad i_{30} = 0.938$

$u_{C0} := u_{Cдк}$ $\quad u_{C0} = 245$

Залежні початкові умови

Given

$i_{10} = i_{20} + i_{30}$

$E_1 = u_{L0} + i_{30} \cdot R' + i_{10} \cdot R$

$E_2 = -i_{30} \cdot R' + u_{C0} - u_{L0}$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{10}, i_{20}, u_{L0}) \text{ float}, 7 \rightarrow \begin{pmatrix} .9375000 \\ 0 \\ 37.50000 \end{pmatrix}$$

$i_{10} = 0.938 \quad i_{20} = 0 \quad u_{L0} = 37.5$

Незалежні початкові умови

$di_{30} := \frac{u_{L0}}{L}$ $\quad di_{30} = 187.5$

$du_{C0} := \frac{i_{20}}{C}$ $\quad du_{C0} = 0$

Залежні початкові умови

Given

$$di_{10} = di_{20} + di_{30}$$

$$0 = du_{L0} + di_{30}\cdot R' + di_{10}\cdot R$$

$$0 = -di_{30}\cdot R' + du_{C0} - du_{L0}$$

$$\begin{pmatrix} di_{10} \\ di_{20} \\ du_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(di_{10}, di_{30}, du_{L0})$$

$di_{10} = 0$ $\quad di_{20} = -1$ $\quad du_{L0} = 40$

Вільний режим після комутайії: $t = 0$

Складемо характерестичне рівняння схеми

$$Z(p) := \frac{\frac{1}{p\cdot C}\cdot(R' + p\cdot L)}{R' + p\cdot L + \frac{1}{p\cdot C}} + R \qquad Z(p) := \frac{\frac{1}{p\cdot C}\cdot(R' + p\cdot L) + \left(R' + p\cdot L + \frac{1}{p\cdot C}\right)\cdot R}{R' + p\cdot L + \frac{1}{p\cdot C}}$$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := \frac{1}{p\cdot C}\cdot(R' + p\cdot L) + \left(R' + p\cdot L + \frac{1}{p\cdot C}\right)\cdot R \ \left|\begin{array}{l} \mathrm{solve}, p \\ \mathrm{float}, 5 \end{array}\right. \rightarrow \begin{pmatrix} -136.76 - 159.41\cdot i \\ -136.76 + 159.41\cdot i \end{pmatrix}$$

Одже корні характеристичного рівняння мають вигляд:

$p_1 = -136.76 - 159.41i$ $\quad p_2 = -136.76 + 159.41i$

Коефіцієнт затухання та кутова частота вільних коливань:

$\delta := |\mathrm{Re}(p_1)|$ $\quad \delta = 136.76$ $\quad \omega_0 := |\mathrm{Im}(p_2)|$ $\quad \omega_0 = 159.41$

Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$$i''_1(t) = A\cdot e^{-\delta\cdot t}\cdot\sin(\omega_0\cdot t + v_1)$$

$$i''_2(t) = B\cdot e^{-\delta\cdot t}\cdot\sin(\omega_0\cdot t + v_2)$$

$$i''_3(t) = C\cdot e^{-\delta\cdot t}\cdot\sin(\omega_0\cdot t + v_3)$$

$$u''_C(t) = D\cdot e^{-\delta\cdot t}\cdot\sin(\omega_0\cdot t + v_C)$$

$$u''_L(t) = F\cdot e^{-\delta\cdot t}\cdot\sin(\omega_0\cdot t + v_L)$$

Визначення сталих інтегрування:

Для струму i1(t):

Given

$$i_{10} - i'_1 = A\cdot\sin(v_1)$$

$$di_{10} = -A\cdot\delta\cdot\sin(v_1) + A\cdot\omega_0\cdot\cos(v_1)$$

$$\begin{pmatrix} A \\ v_1 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(A, v_1)\ \mathrm{float}, 5 \ \rightarrow \begin{pmatrix} .41174 & -.41174 \\ -2.2799 & .86173 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$A = 0.412$ $\quad v_1 = -2.28$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i''_1(t) := A\cdot e^{-\delta\cdot t}\cdot\sin(\omega_0\cdot t + v_1)\ \mathrm{float}, 5 \ \rightarrow .41174\cdot\exp(-136.76\cdot t)\cdot\sin(159.41\cdot t - 2.2799)$$

$$i_1(t) := i'_1 + i''_1(t)\ \mathrm{float}, 4 \ \rightarrow 1.250 + .4117\cdot\exp(-136.8\cdot t)\cdot\sin(159.4\cdot t - 2.280)$$

Для струму i2(t):

$i_{20} - i'_2 = B\cdot\sin(v_2)$

$di_{20} = -B\cdot\delta\cdot\sin(v_2) + B\cdot\omega_0\cdot\cos(v_2)$

$\begin{pmatrix} B \\ v_2 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(B, v_2)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow \begin{pmatrix} -6.2731\cdot10^{-3} & 6.2731\cdot10^{-3} \\ 0 & 3.1416 \end{pmatrix}$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$B = -6.273\times10^{-3}$ $\quad v_2 = 0$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$i''_2(t) := B\cdot e^{-\delta\cdot t}\cdot\sin(\omega_0\cdot t + v_2)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow -6.2731\cdot10^{-3}\cdot\exp(-136.76\cdot t)\cdot\sin(159.41\cdot t)$

$i_2(t) := i'_2 + i''_2(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow -6.273\cdot10^{-3}\cdot\exp(-136.8\cdot t)\cdot\sin(159.4\cdot t)$

Для струму i3(t):

$i_{30} - i'_3 = C\cdot\sin(v_3)$

$di_{30} = -C\cdot\delta\cdot\sin(v_3) + C\cdot\omega_0\cdot\cos(v_3)$

$\begin{pmatrix} C \\ v_3 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(C, v_3)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow \begin{pmatrix} -.96038 & .96038 \\ 2.8102 & -.33143 \end{pmatrix}$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$C = -0.96$ $\quad v_3 = 2.81$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$i''_3(t) := C\cdot e^{-\delta\cdot t}\cdot\sin(\omega_0\cdot t + v_3)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow -.96038\cdot\exp(-136.76\cdot t)\cdot\sin(159.41\cdot t + 2.8102)$

$i_3(t) := i'_3 + i''_3(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow 1.250 - .9604\cdot\exp(-136.8\cdot t)\cdot\sin(159.4\cdot t + 2.810)$

Для напруги Uc(t):

$u_{C0} - u'_C = D\cdot\sin(v_C)$

$du_{C0} = -D\cdot\delta\cdot\sin(v_C) + D\cdot\omega_0\cdot\cos(v_C)$

$\begin{pmatrix} D \\ v_C \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(D, v_C)\ \Bigg|\begin{matrix}\mathrm{float}, 5 \\ \mathrm{complex}\end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -32.939 & 32.939 \\ -2.2799 & .86173 \end{pmatrix}$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$D = -32.939$ $\quad v_C = -2.28$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$u''_C(t) := D\cdot e^{-\delta\cdot t}\cdot\sin(\omega_0\cdot t + v_C)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow -32.939\cdot\exp(-136.76\cdot t)\cdot\sin(159.41\cdot t - 2.2799)$

$u_C(t) := u'_C + u''_C(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow 220.0 - 32.94\cdot\exp(-136.8\cdot t)\cdot\sin(159.4\cdot t - 2.280)$

Для напруги Ul(t):

$u_{L0} - u'_L = F\cdot\sin(v_L)$

$du_{L0} = -F\cdot\delta\cdot\sin(v_L) + F\cdot\omega_0\cdot\cos(v_L)$

$\begin{pmatrix} F \\ v_L \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(F, v_L)\ \Bigg|\begin{matrix}\mathrm{float}, 5 \\ \mathrm{complex}\end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -49.573 & 49.573 \\ -2.2837 & .85788 \end{pmatrix}$

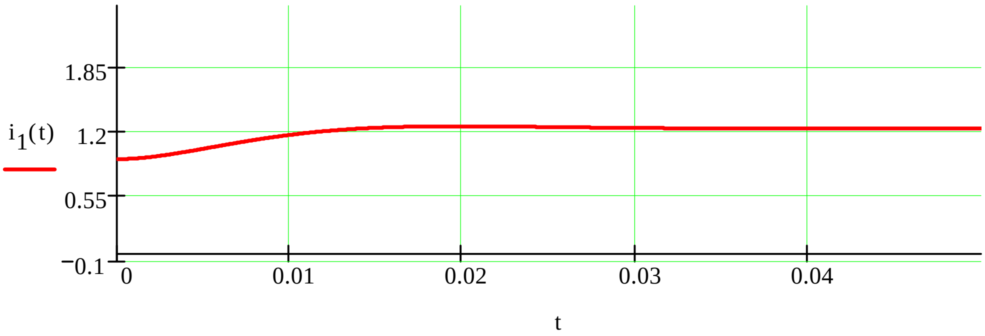
Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$F = -49.573$ $\quad v_L = -2.284$

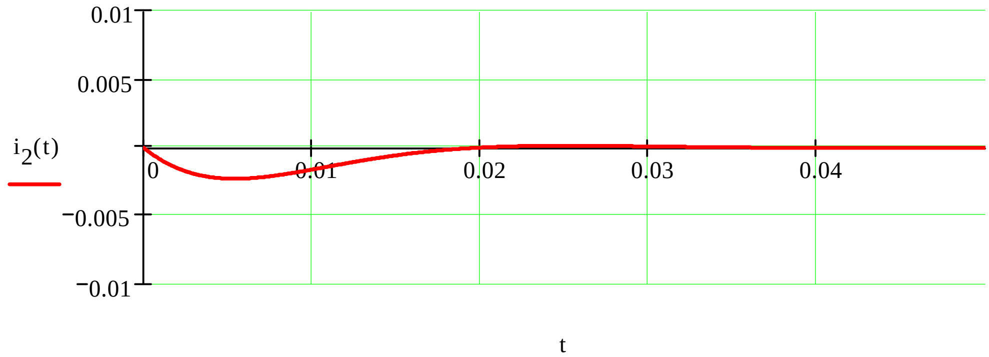
Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$u''_L(t) := F\cdot e^{-\delta\cdot t}\cdot\sin(\omega_0\cdot t + v_L)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow -49.573\cdot\exp(-136.76\cdot t)\cdot\sin(159.41\cdot t - 2.2837)$

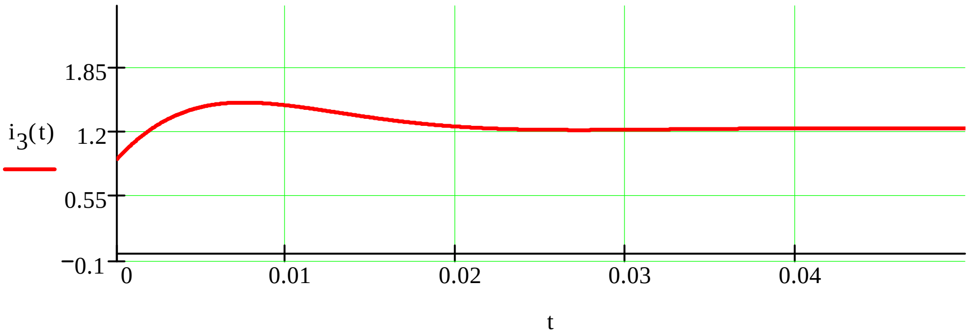
$u_L(t) := u'_L + u''_L(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow -49.57\cdot\exp(-136.8\cdot t)\cdot\sin(159.4\cdot t - 2.284)$



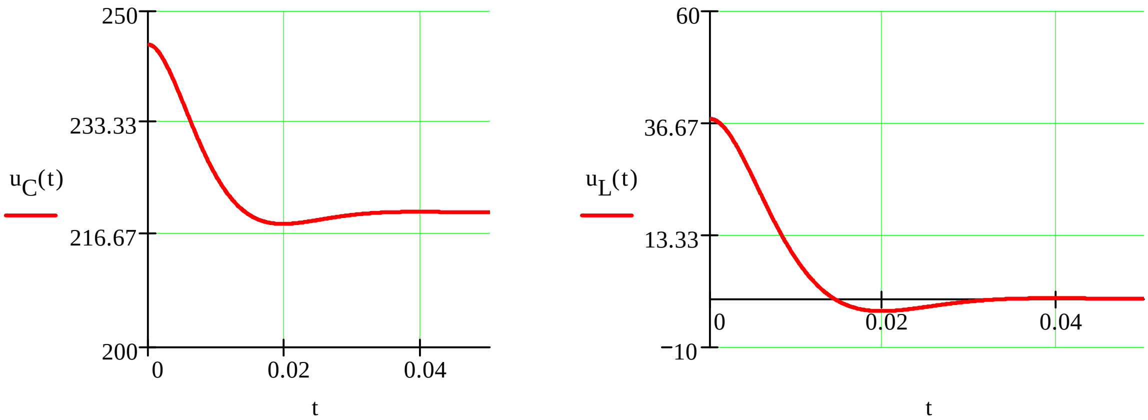
Графік перехідного струму i1(t).



Графік перехідного струму i2(t).

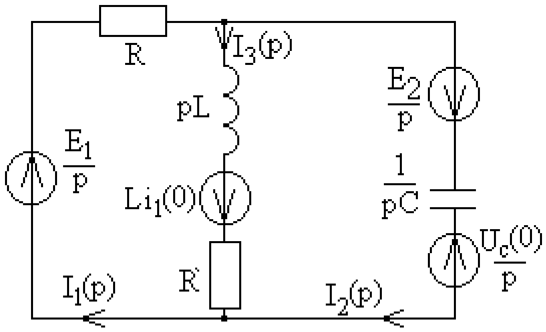


Графік перехідного струму i3(t).



Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

Операторний метод



Операторна схема

Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \dfrac{E_1}{2 \cdot R}$ $\qquad i_{3дк} := i_{1дк} \quad i_{3дк} = 0.938$

$i_{2дк} := 0$ $\qquad u_{Lдк} := 0$

$u_{Cдк} := E_1 + E_2 - i_{1дк} \cdot R$ $\qquad u_{Cдк} = 245$

Початкові умови:

$i_{L0} := i_{3дк}$ $\qquad i_{L0} = 0.938$

$u_{C0} = 245$

$$I_{k1}(p) \cdot (R + R' + p \cdot L) - I_{k2}(p) \cdot (R' + p \cdot L) = \frac{E_1}{p} + L \cdot i_{L0}$$

$$-I_{k1}(p) \cdot (R' + p \cdot L) + I_{k2}(p) \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + R' \right) = \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} - L \cdot i_{L0}$$

$$\Delta(p) := \begin{vmatrix} R + R' + p \cdot L & -(R' + p \cdot L) \\ -(R' + p \cdot L) & \dfrac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + R' \end{vmatrix} \qquad \Delta(p) \text{ float}, 5 \ \rightarrow \frac{\left(7.0588 \cdot 10^5 + 16.00 \cdot p^{2.} + 4376.5 \cdot p\right)}{p^{1.}}$$

$$\Delta_1(p) := \begin{vmatrix} \dfrac{E_1}{p} + L \cdot i_{L0} & -(R' + p \cdot L) \\ \dfrac{E_2}{p} - \dfrac{u_{C0}}{p} - L \cdot i_{L0} & \dfrac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + R' \end{vmatrix} \qquad \Delta_1(p) \text{ float}, 5 \ \rightarrow \frac{\left(8.8235 \cdot 10^5 + 15.000 \cdot p^{2.} + 4102.9 \cdot p\right)}{p^{2.}}$$

$$\Delta_2(p) := \begin{vmatrix} R + R' + p \cdot L & \dfrac{E_1}{p} + L \cdot i_{L0} \\ -(R' + p \cdot L) & \dfrac{E_2}{p} - \dfrac{u_{C0}}{p} - L \cdot i_{L0} \end{vmatrix} \qquad \Delta_2(p) \text{ float}, 5 \ \rightarrow \frac{-3000.0}{p^{1.}}$$

Контурні струми та напруга на конденсаторі будуть мати вигляд:

$$I_{k1}(p) := \frac{\Delta_1(p)}{\Delta(p)} \qquad I_1(p) := I_{k1}(p) \text{ float}, 5 \rightarrow \frac{\left(8.8235\cdot 10^5 + 15.000\cdot p^{2.} + 4102.9\cdot p\right)}{p^{1.}\cdot\left(7.0588\cdot 10^5 + 16.00\cdot p^{2.} + 4376.5\cdot p\right)^{1.}}$$

$$I_{k2}(p) := \frac{\Delta_2(p)}{\Delta(p)} \qquad I_2(p) := I_{k2}(p) \text{ float}, 5 \rightarrow \frac{-3000.0}{\left(7.0588\cdot 10^5 + 16.00\cdot p^{2.} + 4376.5\cdot p\right)^{1.}}$$

$$u_C(p) := \frac{u_{C0}}{p} + \frac{I_2(p)}{p\cdot C} \text{ factor} \rightarrow \frac{5}{17}\cdot\frac{\left(1055996080 + 26656\cdot p^2 + 7291249\cdot p\right)}{\left(1411760 + 32\cdot p^2 + 8753\cdot p\right)\cdot p}$$

$$u_L(p) := L\cdot p\cdot I_3(p) - L\cdot i_{3дк} \text{ factor} \rightarrow \frac{75}{2}\cdot\frac{(1250 + 17\cdot p)}{\left(750000 + 4650\cdot p + 17\cdot p^2\right)}$$

Перейдемо тепер від зображення до функції часу за формулою розкладу:
Для струму I1(p):

$$N_1(p) := 8.8235\cdot 10^5 + 15.000\cdot p^{2.} + 4102.9\cdot p \qquad M_1(p) := p^{1.}\cdot\left(7.0588\cdot 10^5 + 16.00\cdot p^{2.} + 4376.5\cdot p\right)^{1.}$$

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_1(p) \left|\begin{matrix}\text{solve}, p \\ \text{float}, 5\end{matrix}\right. \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -136.77 - 159.41\cdot i \\ -136.77 + 159.41\cdot i \end{pmatrix}$$

$$p_0 = 0 \qquad p_1 = -136.77 - 159.41i \qquad p_2 = -136.77 + 159.41i$$

$$N_1(p_0) = 8.823\times 10^5 \qquad N_1(p_1) = 2.206\times 10^5 + 31.882i \qquad N_1(p_2) = 2.206\times 10^5 - 31.882i$$

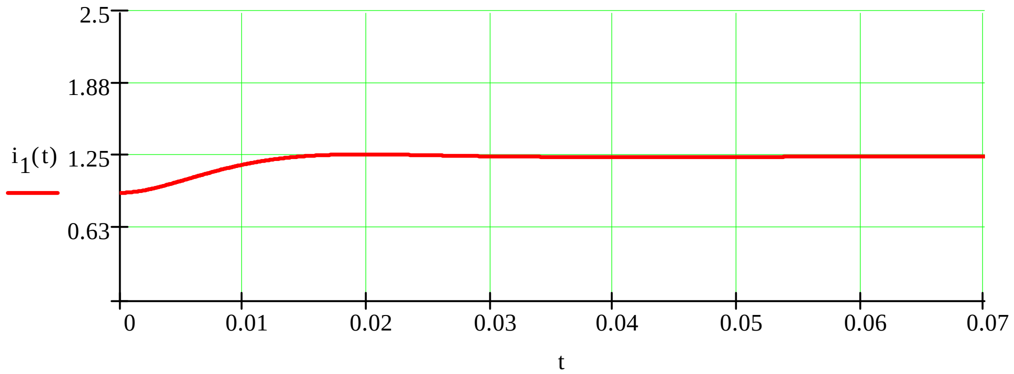
$$dM_1(p) := \frac{d}{dp}M_1(p) \left|\begin{matrix}\text{factor} \\ \text{float}, 5\end{matrix}\right. \rightarrow 7.0588\cdot 10^5 + 48.\cdot p^{2.} + 8753.\cdot p$$

$$dM_1(p_0) = 7.059\times 10^5 \quad dM_1(p_1) = -8.131\times 10^5 + 6.977i\times 10^5 \quad dM_1(p_2) = -8.131\times 10^5 - 6.977i\times 10^5$$

Отже струм як функція часу буде мати вигляд:

$$i_1(t) = \frac{N_1(p_0)}{dM_1(p_0)} + \frac{N_1(p_1)}{dM_1(p_1)}\cdot e^{p_1\cdot t} + \frac{N_1(p_2)}{dM_1(p_2)}\cdot e^{p_2\cdot t} \qquad i_1(0) = 0.938$$

$$i_1(t) \left|\begin{matrix}\text{float}, 5 \\ \text{complex}\end{matrix}\right. \rightarrow 1.250 + .4117\cdot\exp(-136.8\cdot t)\cdot\sin(159.4\cdot t - 2.280)$$



Графік перехідного струму i1(t).

Для напруги на конденсаторі Uc(p):

$N_u(p) := \frac{5}{17}\cdot\left(1055996080 + 26656\cdot p^2 + 7291249\cdot p\right)$ $\qquad M_u(p) := p\cdot\left(1411760 + 32\cdot p^2 + 8753\cdot p\right)$

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_u(p) \left| \begin{matrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{matrix} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -136.77 + 159.41\cdot i \\ -136.77 - 159.41\cdot i \end{pmatrix}$$

$p_0 = 0 \qquad p_1 = -136.77 + 159.41i \qquad p_2 = -136.77 - 159.41i$

$N_u(p_0) = 3.106 \times 10^8 \qquad N_u(p_1) = -3.529 \times 10^7 - 1.094i \times 10^4 \qquad N_u(p_2) = -3.529 \times 10^7 + 1.094i \times 10^4$

$dM_u(p) := \frac{d}{dp}M_u(p) \text{ factor } \rightarrow 1411760 + 96\cdot p^2 + 17506\cdot p$

$dM_u(p_0) = 1.412 \times 10^6 \qquad dM_u(p_1) = -1.626 \times 10^6 - 1.395i \times 10^6 \qquad dM_u(p_2) = -1.626 \times 10^6 + 1.395i \times 10^6$

Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$u_C(t) := \frac{N_u(p_0)}{dM_u(p_0)} + \frac{N_u(p_1)}{dM_u(p_1)}\cdot e^{p_1\cdot t} + \frac{N_u(p_2)}{dM_u(p_2)}\cdot e^{p_2\cdot t} \qquad u_C(0) = 244.999$$

$$u_C(t) \left| \begin{matrix} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{matrix} \right. \rightarrow 220.00 + 25.000\cdot \exp(-136.77\cdot t)\cdot \cos(159.41\cdot t) + 21.438\cdot \exp(-136.77\cdot t)\cdot \sin(159.41\cdot t)$$

Для напруги на індуктивності:

$N_L(p) := \frac{75}{2}(1250 + 17\cdot p)$ $\qquad M_L(p) := \left(750000 + 4650\cdot p + 17\cdot p^2\right)$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_L(p) \left| \begin{matrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{matrix} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -136.76 + 159.41\cdot i \\ -136.76 - 159.41\cdot i \end{pmatrix} \qquad p_1 = -136.76 + 159.41i \qquad p_2 = -136.76 - 159.41i$$

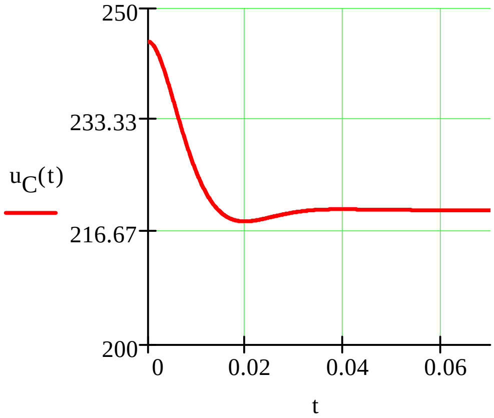
$N_L(p_1) = -4.031 \times 10^4 + 1.016i \times 10^5 \qquad N_L(p_2) = -4.031 \times 10^4 - 1.016i \times 10^5$

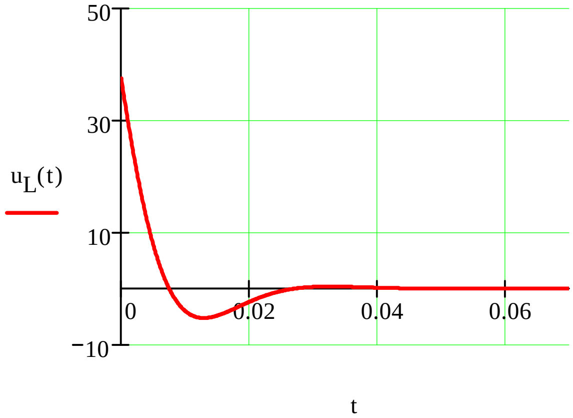
$dM_L(p) := \frac{d}{dp}M_L(p) \text{ factor } \rightarrow 4650 + 34\cdot p$

$dM_L(p_1) = 0.16 + 5.42i \times 10^3 \qquad dM_L(p_2) = 0.16 - 5.42i \times 10^3$

Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$u_L(t) := \frac{N_L(p_1)}{dM_L(p_1)}\cdot e^{p_1\cdot t} + \frac{N_L(p_2)}{dM_L(p_2)}\cdot e^{p_2\cdot t} \qquad u_L(0) = 37.5$$

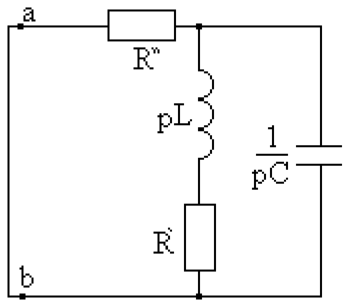




Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

Дослідити чому повинен дорівнювати активний опір вітки с джерелом ЕРС Е1 щоб аперіодичний процес переходив у коливальний

$$Z_{ab}(p) := R'' + \frac{(R' + p\cdot L)\cdot\frac{1}{p\cdot C}}{\frac{1}{p\cdot C} + p\cdot L + R'}$$



$$Z_{ab}(p) := \frac{\left(\frac{1}{p\cdot C} + p\cdot L + R'\right)\cdot R'' + (R' + p\cdot L)\cdot\frac{1}{p\cdot C}}{\frac{1}{p\cdot C} + p\cdot L + R'}$$

$$(R''\cdot L)\cdot p^2 + \left(R''\cdot R' + \frac{L}{C}\right)\cdot p + \left(\frac{R''}{C} + \frac{R'}{C}\right) = 0$$

$D = 0$

$$\left(R''\cdot R' + \frac{L}{C}\right)^2 - 4\cdot(R''\cdot L)\cdot\left(\frac{R''}{C} + \frac{R'}{C}\right) = 0$$

$$R' := \left(R''\cdot R' + \frac{L}{C}\right)^2 - 4\cdot(R''\cdot L)\cdot\left(\frac{R''}{C} + \frac{R'}{C}\right) \,\Bigg|\, \begin{matrix}\text{solve}, R'' \\ \text{float}, 5\end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -41.136 \\ 10.833 \end{pmatrix}$$

$R'_{1,0} = 10.833$

Отже при такому значенні активного опору у вітці з джерелом напруги Е1 аперіодичний процес перейде в коливальний.

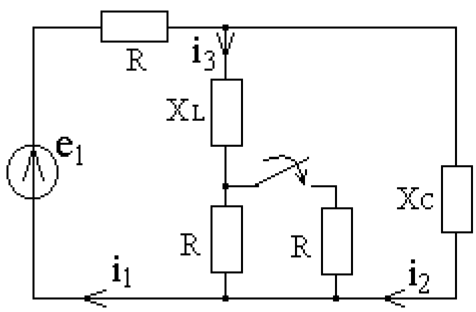
Визначити струми віток і напруги на реактивних елементах у момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійної напруги Е1 і Е2 у колі діють джерела синусоідної напруги:

$e_1(t) := \sqrt{2}\cdot E_1\cdot\sin(\omega\cdot t + \psi)$ $\qquad$ $e_2(t) := \sqrt{2}\cdot E_2\cdot\sin(\omega\cdot t + \psi)$

$X_C := \frac{1}{\omega\cdot C}$ $\qquad$ $X_C = 29.412$ $\qquad$ $X_L := \omega\cdot L$ $\qquad$ $X_L = 40$

$E_1 := E_1\cdot e^{\psi\cdot i}$ $\qquad$ $E_1 = 38.823 + 144.889i$ $\qquad$ $F(E_1) = (150 \;\; 75)$

$E_2 := E_2\cdot e^{\psi\cdot i}$ $\qquad$ $E_2 = 43.999 + 164.207i$ $\qquad$ $F(E_2) = (170 \;\; 75)$

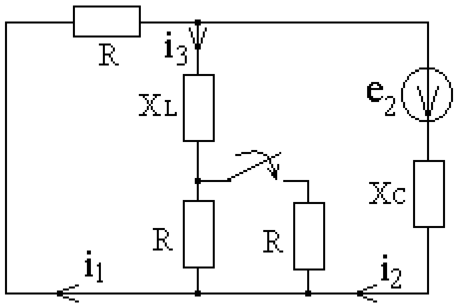


$Z'_{vx} := R + \frac{X_C\cdot i\cdot(R + X_L\cdot i)}{R + X_L\cdot i - i\cdot X_C}$ $\qquad$ $Z'_{vx} = 69.373 + 30.818i$

$I'_{1дк} := \frac{E_1}{Z'_{vx}}$ $\qquad$ $I'_{1дк} = 1.242 + 1.537i$ $\qquad$ $F(I'_{1дк}) = (1.976 \;\; 51.047)$

$I'_{2дк} := I'_{1дк}\cdot\frac{R + X_L\cdot i}{R + X_L\cdot i - i\cdot X_C}$ $\qquad$ $I'_{2дк} = 0.746 + 2.059i$ $\qquad$ $F(I'_{2дк}) = (2.19 \;\; 70.073)$

$I'_{3дк} := I'_{1дк} - I'_{2дк}$ $\qquad$ $I'_{3дк} = 0.496 - 0.522i$ $\qquad$ $F(I'_{3дк}) = (0.72 \;\; -46.492)$



$Z''_{vx} := -X_C \cdot i + \frac{(R + i \cdot X_L) \cdot R}{R + i \cdot X_L + R}$ $\qquad Z''_{vx} = 42.353 - 20i$

$I''_{2дк} := \frac{E_2}{Z''_{vx}}$ $\qquad I''_{2дк} = -0.648 + 3.571i$ $\qquad F(I''_{2дк}) = (3.63 \quad 100.278)$

$I''_{1дк} := I''_{2дк} \cdot \frac{R + X_L \cdot i}{R + i \cdot X_L + R}$ $\qquad I''_{1дк} = -0.763 + 1.815i$ $\qquad F(I''_{1дк}) = (1.968 \quad 112.807)$

$I''_{3дк} := I''_{2дк} - I''_{1дк}$ $\qquad I''_{3дк} = 0.115 + 1.757i$ $\qquad F(I''_{3дк}) = (1.761 \quad 86.241)$

$I_{1дк} := I'_{1дк} + I''_{1дк}$ $\qquad I_{1дк} = 0.479 + 3.351i$ $\qquad F(I_{1дк}) = (3.385 \quad 81.861)$

$I_{2дк} := I'_{2дк} + I''_{2дк}$ $\qquad I_{2дк} = 0.099 + 5.63i$ $\qquad F(I_{2дк}) = (5.631 \quad 88.994)$

$I_{3дк} := I'_{3дк} - I''_{3дк}$ $\qquad I_{3дк} = 0.38 - 2.279i$ $\qquad F(I_{3дк}) = (2.311 \quad -80.524)$

$u_{Cдк} := I_{3дк} \cdot (-i \cdot X_C)$ $\qquad u_{Cдк} = -67.034 - 11.189i$ $\qquad F(u_{Cдк}) = (67.961 \quad -170.524)$

$u_{Lдк} := I_{3дк} \cdot i \cdot X_L$ $\qquad u_{Lдк} = 91.166 + 15.216i$ $\qquad F(u_{Lдк}) = (92.427 \quad 9.476)$

$i_{1дк}(t) := |I_{1дк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{1дк}))$

$i_{2дк}(t) := |I_{2дк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{2дк}))$

$i_{3дк}(t) := |I_{3дк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{3дк}))$

$u_{Cдк}(t) := |u_{Cдк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(u_{Cдк}))$

$u_{Lдк}(t) := |u_{Lдк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(u_{Lдк}))$

Початкові умови:

$u_{Cдк}(0) = -15.823$

$i_{Lдк}(0) = -3.223$

Given

$i_{20} = i_{10} - i_{30}$

$e_1(0) = u_{L0} + i_{10} \cdot R + i_{30} \cdot R$

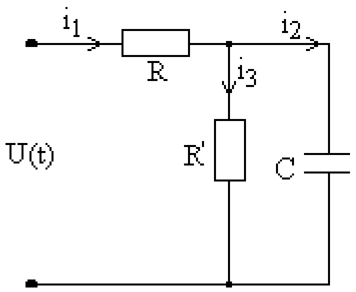
$e_2(0) = -i_{30} \cdot R + u_{C0} - u_{L0}$

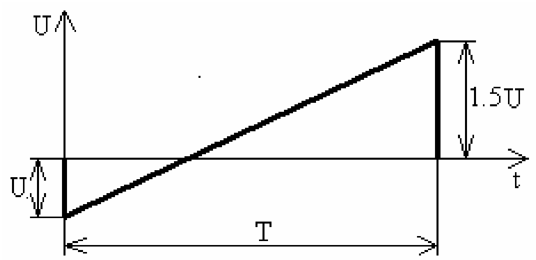
$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{10}, i_{20}, u_{L0})$$

$i_{10} = 5.662$ $\qquad i_{20} = 8.885$ $\qquad i_{30} = -3.223$ $\qquad u_{L0} = 9.809$ $\qquad u_{C0} = -15.823$

Інтеграл Дюамеля

$T := 0.75$ $\quad E_1 := 150$ $\quad E := 1$ $\quad R' := \dfrac{R \cdot R}{R + R}$ $\quad R' = 40$





Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \dfrac{0}{R + R'}$ $\quad i_{1дк} = 0$

$i_{3дк} := i_{1дк}$ $\quad i_{3дк} = 0$ $\quad i_{2дк} := 0$ $\quad i_{2дк} = 0$

$u_{Сдк} := 0 - i_{1дк} \cdot R$ $\quad u_{Сдк} = 0$

Усталений режим після комутації: $t = \infty$

$i'_1 := \dfrac{E}{R + R'}$ $\quad i'_1 = 8.333 \times 10^{-3}$

$i'_3 := i'_1$ $\quad i'_3 = 8.333 \times 10^{-3}$ $\quad i'_2 := 0$ $\quad i'_2 = 0$

$u'_C := E - i'_1 \cdot R$ $\quad u'_C = 0.333$

Незалежні початкові умови

$u_{C0} := u_{Сдк}$ $\quad u_{C0} = 0$

Залежні початкові умови

Given

$i_{20} = i_{10} - i_{30}$

$E = i_{30} \cdot R' + i_{10} \cdot R$

$0 = u_{C0} - i_{30} \cdot R'$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ i_{30} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{10}, i_{20}, i_{30})$$

$i_{10} = 0.013$ $\quad i_{20} = 0.013$ $\quad i_{30} = 0$

Вільний режим після комутайії: $t = 0$

Складемо характерестичне рівняння схеми

$$Z_{vx}(p) := R + \frac{R' \cdot \dfrac{1}{p \cdot C}}{R' + \dfrac{1}{p \cdot C}} \qquad Zvx(p) := \frac{R \cdot \left(R' + \dfrac{1}{p \cdot C}\right) + R' \cdot \dfrac{1}{p \cdot C}}{R' + \dfrac{1}{p \cdot C}}$$

$$p := R \cdot \left(R' + \frac{1}{p \cdot C}\right) + R' \cdot \frac{1}{p \cdot C} \ \Bigg|\begin{matrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{matrix} \rightarrow -220.59 \qquad T := \frac{1}{|p|} \cdot T \qquad T = 3.4 \times 10^{-3}$$

Одже корень характеристичного рівняння має вигляд: $p = -220.59$

Вільна складова струма буде мати вигляд:

$$i''_1(t) = A_1 \cdot e^{p \cdot t}$$

Визначення сталих інтегрування:

$A_1 := i_{10} - i'_1$ $\qquad A_1 = 4.167 \times 10^{-3}$

Отже: $\quad i''_1(t) := A_1 \cdot e^{p \cdot t}$

Повні значення цих струмів:

$g_{11}(t) := i'_1 + i''_1(t)$ $\qquad g_{11}(t) \text{ float}, 5 \ \rightarrow 8.3333 \cdot 10^{-3} + 4.1667 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(-220.59 \cdot t)$

$$h_{cU}(t) := E \cdot \frac{R}{R + R'} \cdot \left(1 - e^{p \cdot t}\right) \text{ float}, 5 \ \rightarrow .66667 - .66667 \cdot \exp(-220.59 \cdot t)$$

Визначимо закони зміни напруги на всіх проміжках часу:

$U_0 := -E_1$ $\qquad U_0 = -150$

$U_1(t) := U_0 + \dfrac{2.5E_1}{T} \cdot t$ $\qquad U_1(t) \text{ float}, 5 \ \rightarrow -150. + 1.1030 \cdot 10^5 \cdot t$ $\qquad 0 < t < T$

$U_2 := 0$ $\qquad U_2 = 0$ $\qquad T < t < \infty$

$$U'_1 := \frac{d}{dt} U_1(t) \text{ float}, 5 \ \rightarrow 1.1030 \cdot 10^5$$

Струм на цих проміжках буде мати вигляд:

$i_1(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + \displaystyle\int_0^t U'_1 \cdot g_{11}(t - \tau)\, d\tau$ $\qquad i_1(t) \ \Big| \begin{array}{l} \text{factor} \\ \text{float}, 3 \end{array} \rightarrow .833 - 2.71 \cdot \exp(-221. \cdot t) + 919. \cdot t$

$$i_2(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + \int_0^T U'_1 \cdot g_{11}(t - \tau)\, d\tau + \left(U_2 - 1.5E_1\right) \cdot g_{11}(t - T)$$

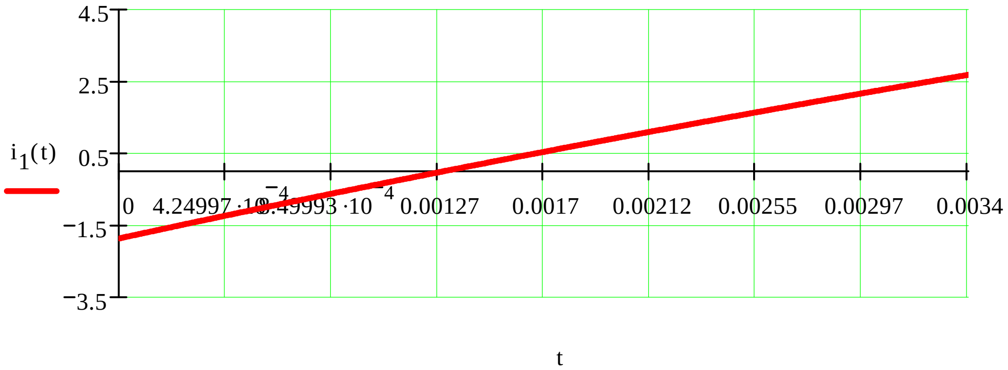
$$i_2(t) \ \Big| \begin{array}{l} \text{factor} \\ \text{float}, 3 \end{array} \rightarrow 1.42 \cdot 10^{-4} - 2.71 \cdot \exp(-221. \cdot t) + 1.15 \cdot \exp(-221. \cdot t + .750)$$

Напруга на індуктивнисті на цих проміжках буде мати вигляд:

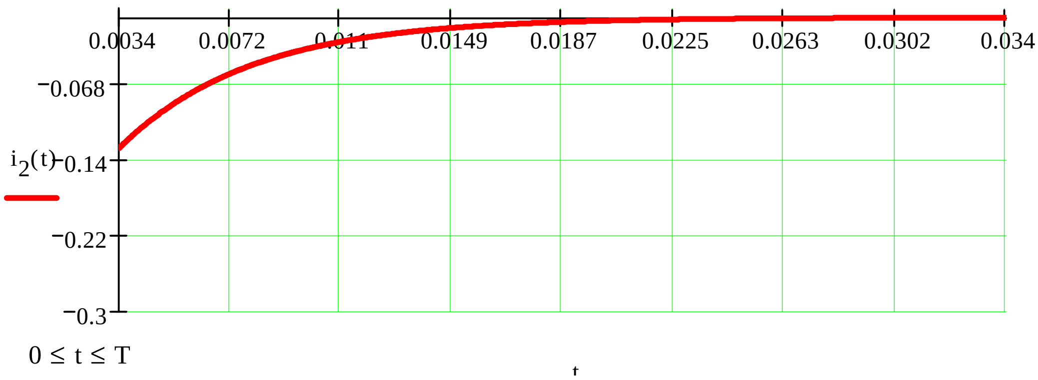
$$u_{C1}(t) := U_0 \cdot h_{cU}(t) + \int_0^t U'_1 \cdot h_{cU}(t - \tau)\, d\tau \text{ float}, 4 \ \rightarrow -433.4 + 433.4 \cdot \exp(-220.6 \cdot t) + 7.353 \cdot 10^4 \cdot t$$

$$u_{C2}(t) := U_0 \cdot h_{cU}(t) + \int_0^T U'_1 \cdot h_{cU}(t - \tau)\, d\tau + \left(U_2 - 1.5E_1\right) \cdot h_{cU}(t - T)$$

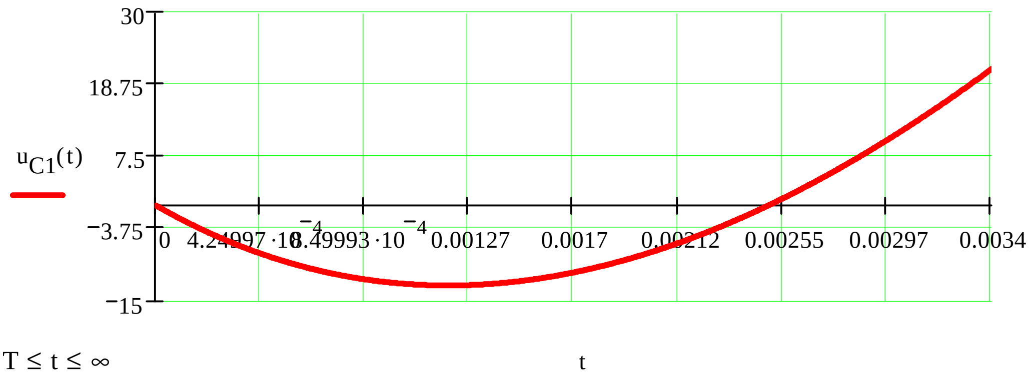
Графік вхідного струму на проміжку: $0 \le t \le T$



Графік вхідного струму на проміжку: $T \le t \le \infty$



$0 \le t \le T$



$T \le t \le \infty$