

Министерство образования и науки Украины
Национальный технический университет Украины
“Киевский Политехнический Институт”
Кафедра ТОЭ

Расчетно-графическая работа
“Трёхфазные цепи”
Вариант № 241

Выполнил:_____

Проверил:_____

Киев 2007

Условие задания

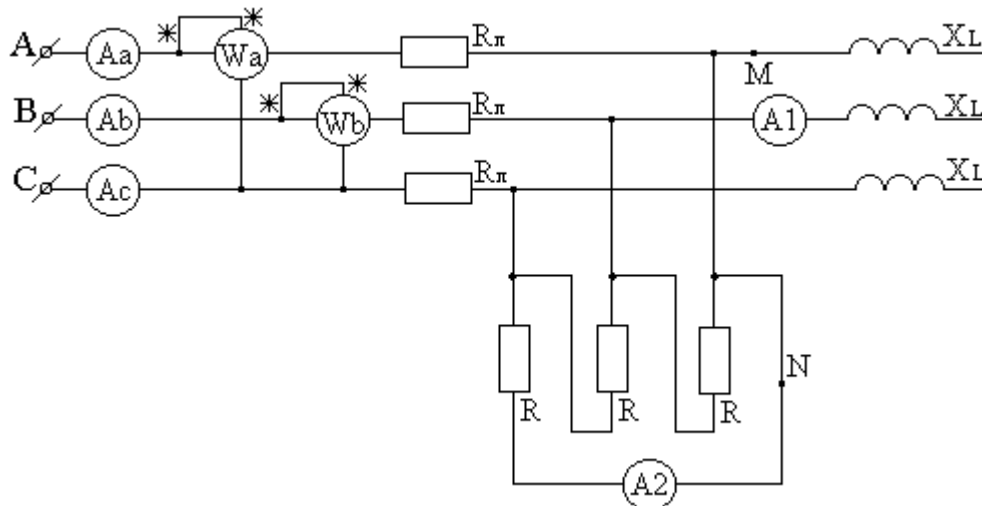
Симметричный трёхфазный генератор с обмотками, соединёнными в звезду, питает через трехпроводную линию электропередачи нагрузку с элементами, соединёнными звездой и треугольником.

Требуется:

1. Определить показания включенных в цепь измерительных приборов, полагая нагрузки симметричной.
2. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
3. По результатам расчета п.1 построить для симметричной нагрузки совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.
4. Провести расчет токов во всех ветвях напряжений на всех участках цепи, определить показания измерительных приборов в аварийном режиме, делая обрыв в указанной точке.
5. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
6. По результатам расчета п.4 построить совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.

$$U_A := 110 \quad U_B := U_A \quad U_C := U_B \quad \psi_A := 0 \quad R_L := 18 \quad R := 57 \quad X_L := 24$$

Обрыв проводится в точке М.



Общая схема трёхфазной цепи

Определение показаний измерительных приборов при симметричной нагрузке.

Так как нагрузка симметрическая, то будем проводить расчет только по одной фазе. Токи в остальных фазах будут такими же, только будут отличаться углы.

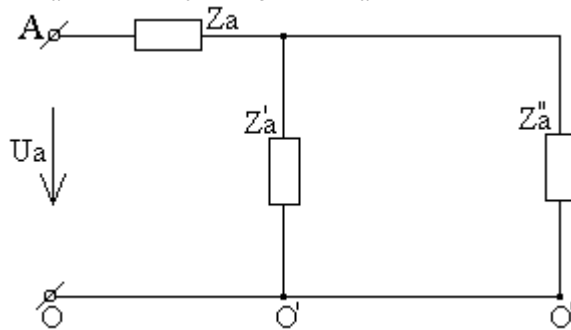
За опорную примем фазу А. Фазные напряжения генератора и сопротивления элементов нагрузки в комплексной форме равны:

$$E_A := U_A \cdot e^{i \cdot \psi_A \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_B := U_B \cdot e^{i(\psi_A - 120) \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_C := U_C \cdot e^{i(\psi_A + 120) \cdot \frac{\pi}{180}}$$

$$F(E_A) = (110 \ 0) \quad F(E_B) = (110 \ -120) \quad F(E_C) = (110 \ 120)$$

$$R' := \frac{R^2}{3R} \quad R' = 19$$

$$\begin{array}{llll} Z_a := R_L & Z_b := Z_a & Z_c := Z_b & Z_a = 18 \\ Z'_a := R' & Z'_b := Z'_a & Z'_c := Z'_b & Z'_a = 19 \\ Z''_a := X_L \cdot i & Z''_b := Z''_a & Z''_c := Z''_b & Z''_a = 24i \end{array}$$



Преобразованная схема (фаза А)

Эквивалентное сопротивление данной схемы равно:

$$Z_{ea} := Z_a + \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea} = 29.68 + 9.247i$$

Ток в фазе А, согласно закону Ома, равен:

$$I_A := \frac{E_A}{Z_{ea}} \quad I_A = 3.378 - 1.052i \quad F(I_A) = (3.538 \ -17.304)$$

Соответственно в фазах В и С:

$$I_B := I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_B = -2.601 - 2.399i \quad F(I_B) = (3.538 \ -137.304)$$

$$I_C := I_A \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_C = -0.778 + 3.452i \quad F(I_C) = (3.538 \ 102.696)$$

Фазное напряжение на параллельном участке А'О равно:

$$Z_{ea'} := \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea'} = 11.68 + 9.247i$$

$$U_{A'O} := I_A \cdot Z_{ea'} \quad U_{A'O} = 49.19 + 18.945i$$

Остальные токи равны:

$$I'_A := \frac{U_{A'O}}{Z'_a} \quad I'_A = 2.589 + 0.997i \quad F(I'_A) = (2.774 \ 21.063)$$

$$I_B := I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I_B = -0.431 - 2.741i \quad F(I_B) = (2.774 \quad -98.937)$$

$$I_C := I_A \cdot e^{i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I_C = -2.158 + 1.744i \quad F(I_C) = (2.774 \quad 141.063)$$

$$I''_A := \frac{U_{A'O}}{Z''_a} \quad I''_A = 0.789 - 2.05i \quad F(I''_A) = (2.196 \quad -68.937)$$

$$I''_B := I''_A \cdot e^{-i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I''_B = -2.17 + 0.341i \quad F(I''_B) = (2.196 \quad 171.063)$$

$$I''_C := I''_A \cdot e^{i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I''_C = 1.38 + 1.708i \quad F(I''_C) = (2.196 \quad 51.063)$$

$$I_A := \frac{U_{A'O}}{Z'_a} \quad I_A = 2.589 + 0.997i \quad F(I_A) = (2.774 \quad 21.063)$$

$$I_B := I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I_B = -0.431 - 2.741i \quad F(I_B) = (2.774 \quad -98.937)$$

$$I_C := I_A \cdot e^{i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I_C = -2.158 + 1.744i \quad F(I_C) = (2.774 \quad 141.063)$$

Линейное напряжение равно:

$$U_{A'B'} := U_{A'O} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} \quad U_{A'B'} = 57.379 + 71.017i \quad F(U_{A'B'}) = (91.3 \quad 51.063)$$

$$I_{A'B'} := \frac{U_{A'B'}}{R} \quad I_{A'B'} = 1.007 + 1.246i \quad F(I_{A'B'}) = (1.602 \quad 51.063)$$

$$I_{B'C'} := I_{A'B'} \cdot e^{-i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I_{B'C'} = 0.576 - 1.495i \quad F(I_{B'C'}) = (1.602 \quad -68.937)$$

$$I_{C'A'} := I_{A'B'} \cdot e^{i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I_{C'A'} = -1.582 + 0.249i \quad F(I_{C'A'}) = (1.602 \quad 171.063)$$

На основании выполненных расчетов, показания амперметров будут равны:

$$A_1 = 2.196(A) \quad A_2 = 1.602(A) \quad A_a = 3.538(A) \quad A_b = 3.538(A) \quad A_c = 3.538(A)$$

Находим показания ваттметров. Ваттметры показывают вещественную часть произведения комплекса напряжения, приложенного к обмотке напряжения (его отсчитывают от начала обмотки к концу), на сопряженный комплекс тока, протекающего через обмотку тока:

Показание ваттметра W_a :

$$E_{AC} := E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} \quad E_{AC} = 165 - 95.263i$$

$$W_a := \operatorname{Re}(E_{AC} \cdot \overline{I_A}) \quad W_a = 657.687$$

Показание ваттметра W_b :

$$E_{BC} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} \quad E_{BC} = 165 - 95.263i$$

$$W_b := \operatorname{Re}(E_{BC} \cdot \overline{I_B}) \quad W_b = 457.16$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b$$

$$W = 1.115 \times 10^3$$

Баланс активной и реактивной мощностей

Правильность расчетов проверим, составив баланс активных и реактивных мощностей. Мощность источника энергии определяют в виде суммы произведений комплексов фазных ЭДС (напряжений) на сопряженные комплексы токов соответствующих фаз. В симметричной трёхфазной системе мощность, отдаваемая в нагрузку источником, равна утроенной мощности одной фазы.

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C}$$

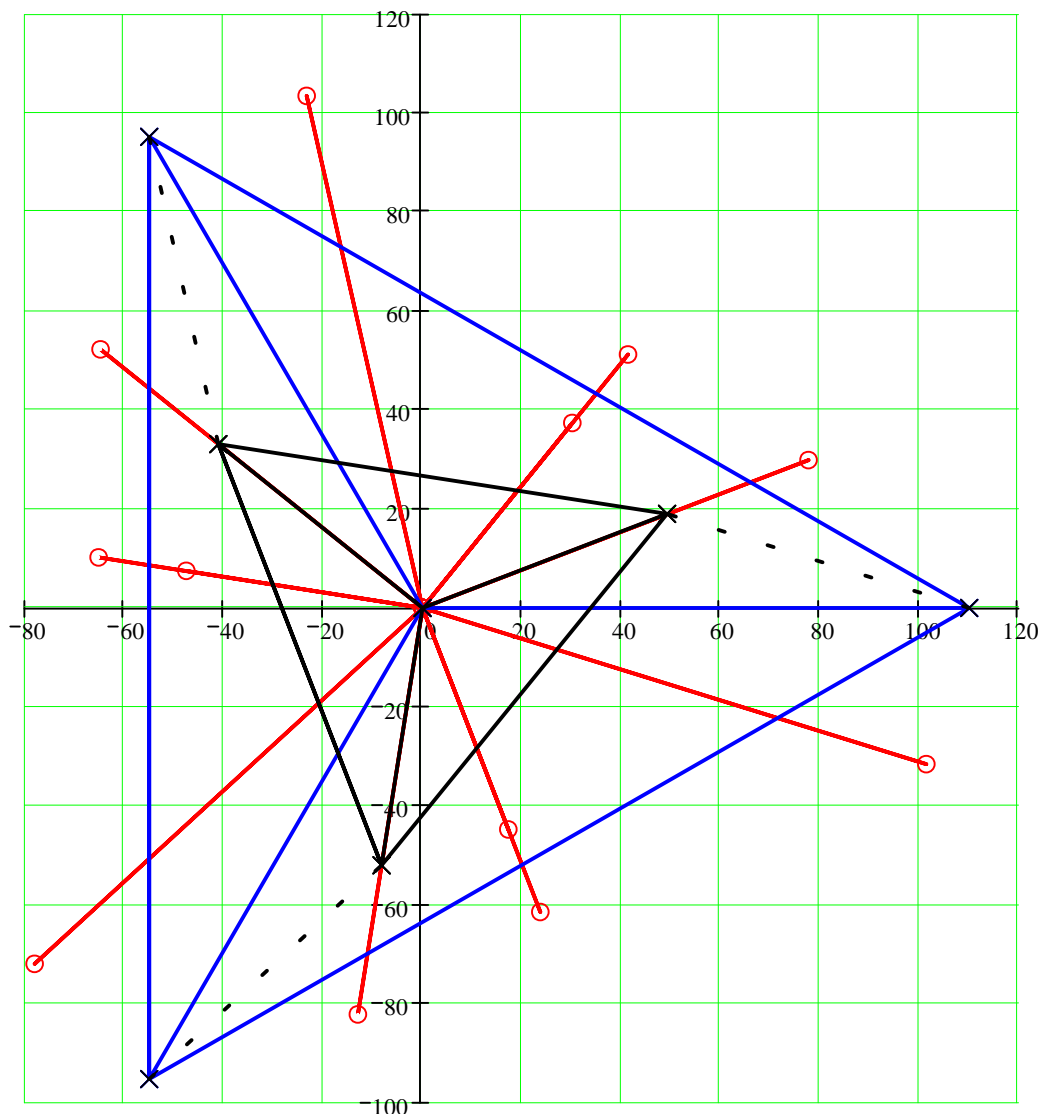
$$S_r = 1.115 \times 10^3 + 347.322i$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

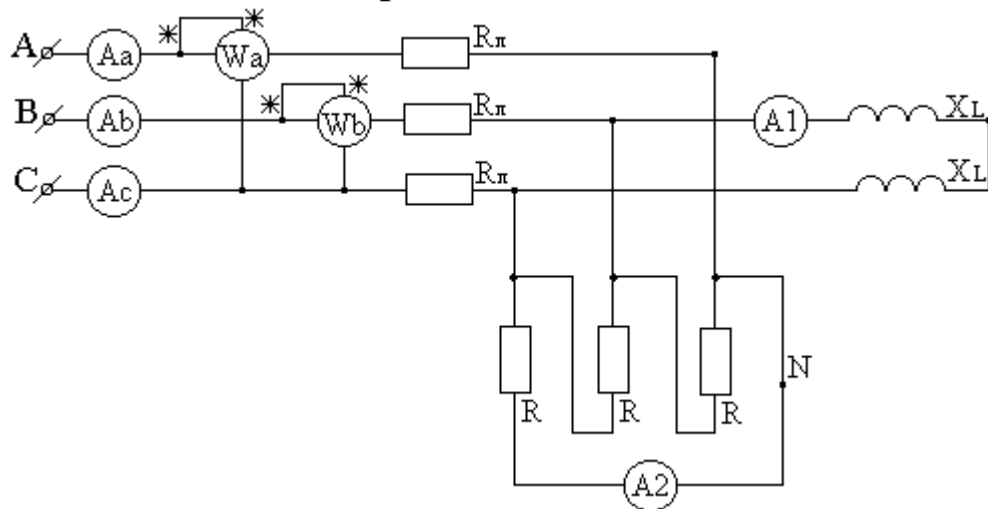
$$P_{pr} := \left[(|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R_L + \left[(|I'_{AB}|)^2 + (|I'_{BC}|)^2 + (|I'_{CA}|)^2 \right] \cdot R \quad P_{pr} = 1.115 \times 10^3$$

$$Q_{pr} := \left[(|I''_A|)^2 + (|I''_B|)^2 + (|I''_C|)^2 \right] \cdot X_L \cdot i \quad Q_{pr} = 347.322i$$

Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.

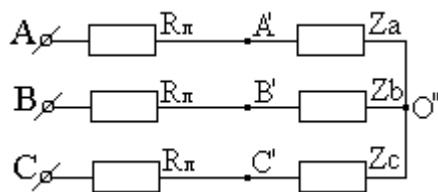


Определение показаний измерительных приборов в аварийном режиме.



Несимметричная трёхфазная система.

Параллельно включенные сопротивления нагрузки можно заменить эквивалентными, в результате чего образуется несимметричный треугольник. Заменив его эквивалентной звездой, рассчитываемую цепь приводят к виду:



Несимметричная звезда.

Сопротивления несимметричного треугольника равны:

$$Z_{C'A'} := R \quad Z_{C'A'} = 57$$

$$Z_{A'B'} := R \quad Z_{A'B'} = 57 \quad Z_{B'C'} := \frac{2 \cdot X_L \cdot i \cdot R}{2 \cdot X_L \cdot i + R} \quad Z_{B'C'} = 23.65 + 28.084i$$

Сопротивление эквивалентной звезды:

$$Z_a := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_a = 22.66 - 4.623i$$

$$Z_b := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{B'C'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_b = 11.68 + 9.247i$$

$$Z_c := \frac{Z_{B'C'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_c = 11.68 + 9.247i$$

Полные комплексные сопротивления в каждой фазе цепи:

$$Z_{ea} := Z_a + Z_a \quad Z_{ea} = 40.66 - 4.623i$$

$$Z_{eb} := Z_b + Z_b \quad Z_{eb} = 29.68 + 9.247i$$

$$Z_{ec} := Z_c + Z_c \quad Z_{ec} = 29.68 + 9.247i$$

Фазные напряжения на нагрузке в цепи удобно определять, вычислив предварительно смещение нейтрали:

$$Y_A := \frac{1}{Z_{ea}} \quad Y_B := \frac{1}{Z_{eb}} \quad Y_C := \frac{1}{Z_{ec}}$$

$$Y_A = 0.024 + 2.761i \times 10^{-3} \quad Y_B = 0.031 - 9.568i \times 10^{-3} \quad Y_C = 0.031 - 9.568i \times 10^{-3}$$

$$U_{O''O} := \frac{E_A \cdot Y_A + E_B \cdot Y_B + E_C \cdot Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} \quad U_{O''O} = -10.881 + 13.745i$$

Фазные напряжения на элементах нагрузки цепи равны:

$$U_{AO''} := E_A - U_{O''O} \quad U_{AO''} = 120.881 - 13.745i \quad F(U_{AO''}) = (121.66 \quad -6.487)$$

$$U_{BO''} := E_B - U_{O''O} \quad U_{BO''} = -44.119 - 109.008i \quad F(U_{BO''}) = (117.597 \quad -112.035)$$

$$U_{CO''} := E_C - U_{O''O} \quad U_{CO''} = -44.119 + 81.518i \quad F(U_{CO''}) = (92.691 \quad 118.423)$$

Токи в фазах, равные фазным токам генератора и линейным токам исходной системы, определяют по закону Ома:

$$I_A := \frac{U_{AO''}}{Z_{ea}} \quad I_A = 2.973 \quad F(I_A) = (2.973 \quad 0)$$

$$I_B := \frac{U_{BO''}}{Z_{eb}} \quad I_B = -2.398 - 2.926i \quad F(I_B) = (3.783 \quad -129.339)$$

$$I_C := \frac{U_{CO''}}{Z_{ec}} \quad I_C = -0.575 + 2.926i \quad F(I_C) = (2.982 \quad 101.119)$$

$$U_{AB} := E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad U_{AB} = 165 + 95.263i \quad F(U_{AB}) = (190.526 \quad 30)$$

$$U_{AA'} := I_A \cdot Z_a \quad U_{AA'} = 53.514 \quad F(U_{AA'}) = (53.514 \quad 0)$$

$$U_{BC} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad U_{BC} = -190.526i \quad F(U_{BC}) = (190.526 \quad -90)$$

$$U_{BB'} := I_B \cdot Z_b \quad U_{BB'} = -43.163 - 52.663i \quad F(U_{BB'}) = (68.092 \quad -129.339)$$

$$U_{CA} := E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad U_{CA} = -165 + 95.263i \quad F(U_{CA}) = (190.526 \quad 150)$$

$$U_{CC'} := I_C \cdot Z_c \quad U_{CC'} = -10.35 + 52.663i \quad F(U_{CC'}) = (53.67 \quad 101.119)$$

Для определения токов во всех ветвях рассчитываемой схемы необходимо определить напряжение между точками A', B' и C'.

Согласно второму закону Кирхгофа:

$$U_{AB} := U_{AA'} + U_{A'B'} - U_{BB'}$$

отсюда:

$$U_{A'B'} := U_{AB} - U_{AA'} + U_{BB'} \quad U_{A'B'} = 68.323 + 42.6i \quad F(U_{A'B'}) = (80.516 \quad 31.944)$$

аналогично вычисляют

$$U_{B'C'} := U_{BC} - U_{BB'} + U_{CC'} \quad U_{B'C'} = 32.813 - 85.2i \quad F(U_{B'C'}) = (91.3 \quad -68.937)$$

$$U_{C'A'} := U_{CA} - U_{CC'} + U_{AA'} \quad U_{C'A'} = -101.136 + 42.6i \quad F(U_{C'A'}) = (109.742 \quad 157.159)$$

Согласно закону Ома токи равны:

$$\begin{aligned} I''_B &:= \frac{U_{B'C'}}{2 \cdot X_L \cdot i} & I''_B &= -1.775 - 0.684i & F(I''_B) &= (1.902 \quad -158.937) \\ I''_C &:= -I''_B & I''_C &= 1.775 + 0.684i & F(I''_C) &= (1.902 \quad 21.063) \\ I_A &:= I_A & I_A &= 2.973 & F(I_A) &= (2.973 \quad 0) \\ I_B &:= I_B - I''_B & I_B &= -0.623 - 2.242i & F(I_B) &= (2.327 \quad -105.528) \\ I_C &:= I_C - I''_C & I_C &= -2.35 + 2.242i & F(I_C) &= (3.248 \quad 136.346) \end{aligned}$$

Токи в нагрузке, соединенной звездой в системе могут быть вычислены по первому закону Кирхгофа.

$$\begin{aligned} I_{A'B'} &:= \frac{U_{A'B'}}{R} & I_{A'B'} &= 1.199 + 0.747i & F(I_{A'B'}) &= (1.413 \quad 31.944) \\ I_{B'C'} &:= \frac{U_{B'C'}}{R} & I_{B'C'} &= 0.576 - 1.495i & F(I_{B'C'}) &= (1.602 \quad -68.937) \\ I_{C'A'} &:= \frac{U_{C'A'}}{R} & I_{C'A'} &= -1.774 + 0.747i & F(I_{C'A'}) &= (1.925 \quad 157.159) \end{aligned}$$

Согласно выполненным расчетам, показания включенных в цепь амперметров равны:

$$A_1 = 1.902 \text{ (A)} \quad A_2 = 1.925 \text{ (A)} \quad A_a = 2.973 \text{ (A)} \quad A_b = 3.783 \text{ (A)} \quad A_c = 2.982 \text{ (A)}$$

Расчет показаний ваттметров выполняется так же, как и в случае симметричной системы:

Показание ваттметра W_a :

$$\begin{aligned} E_{AC} &:= E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 - \frac{\pi}{180}} & E_{AC} &= 165 - 95.263i \\ W_a &:= \operatorname{Re}(E_{AC} \cdot \overline{I_A}) & W_a &= 490.541 \end{aligned}$$

Показание ваттметра W_b :

$$\begin{aligned} E_{BC} &:= E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 - \frac{\pi}{180}} & E_{AC} &= 165 - 95.263i \\ W_b &:= \operatorname{Re}(E_{BC} \cdot \overline{I_B}) & W_b &= 557.424 \end{aligned}$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 1.048 \times 10^3$$

Баланс активной и реактивной мощностей

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C} \quad S_r = 1.048 \times 10^3 + 173.661i$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$P_{pr} := \left[(|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R_L + \left[(|I_{A'B'}|)^2 + (|I_{B'C'}|)^2 + (|I_{C'A'}|)^2 \right] \cdot R \quad P_{pr} = 1.048 \times 10^3$$

$$Q_{pr} := \left[(|I''_B|)^2 + (|I''_C|)^2 \right] \cdot X_L \cdot i \quad Q_{pr} = 173.661i$$

Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.

