

**Міністерство освіти України**  
**Національний технічний університет України**  
**“Київський політехнічний інститут”**  
*Кафедра ТОЕ*

***Розрахунково-графічна робота***

“Розрахунок перехідних процесів у лінійних колах”  
Варіант № 181

Виконав: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Перевірив: \_\_\_\_\_

### Умова завдання

1. В колі з джерелом постійної ЕДС необхідно:

- 1) класичним методом розрахувати напруги на реактивних елементах та струми перехідного процесу;
- 2) розрахувати струм в колі з джерелом ЕДС  $E_1$  та напругу на реактивному елементі операторним методом;
- 3) побудувати в одному часовому масштабі діаграми струму та напруги на реактивних елементах.

2. Дослідити, яким повинен бути активний опір у вітці з джерелом  $E_1$ , щоб перехідний процес проходив в граничному режимі.

3. Визначити струми в вітках та напруги на реактивних елементах в момент комутації ( $t=0$ ), якщо замість джерел постійних ЕДС  $E_1$  і  $E_2$  в колі діють синусоїдні джерела.

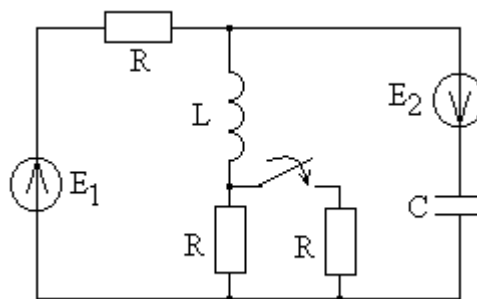
3. В післякомутаційній схемі закортити джерело ЕДС  $E_2$ .

а) виключити катушку індуктивності чи ємність, замінивши останню опором  $R$ ;

б) вважаючи, що замість джерела постійної ЕДС  $E_1$  до отриманного кола подається напруга, форма якої показана на малюнку;

в) розрахувати вхідний струм та напругу на реактивному елементі методом інтеграла Дюамеля при періоді  $T$ , заданому в долях від  $\tau$ ;

г) побудувати в одному часовому масштабі діаграми напруги на вході, вхідного струму і напруги на реактивних елементах.



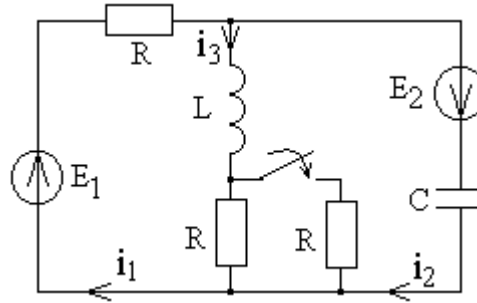
Основна схема

Вхідні данні:

$L := 0.2$	Гн	$C := 170 \cdot 10^{-6}$	Ф	$R := 80$	Ом		
$E_1 := 180$	В	$E_2 := 70$	В	$\psi := 120 \cdot \text{deg}$	$C^0$	$\omega := 250$	$c^{-1}$

## Класичний метод

Оберемо додатній напрямок струмів у вітках схеми:



Знайдемо значення струмів та напруг безпосередньо до комутації:

Усталений режим до комутації:  $t < 0$

$$i_{1\text{дк}} := \frac{E_1}{2 \cdot R} \quad i_{3\text{дк}} := i_{1\text{дк}} \quad i_{3\text{дк}} = 1.125$$

$$i_{2\text{дк}} := 0 \quad u_{L\text{дк}} := 0$$

$$u_{C\text{дк}} := E_1 + E_2 - i_{1\text{дк}} \cdot R \quad u_{C\text{дк}} = 160$$

Усталений режим після комутації:  $t = \infty$

$$R' := 0.5 \cdot R$$

$$i'_1 := \frac{E_1}{R + R'} \quad i'_3 := i'_1 \quad i'_3 = 1.5$$

$$i'_2 := 0 \quad u'_L := 0$$

$$u'_C := E_1 + E_2 - i'_1 \cdot R \quad u'_C = 130$$

Незалежні початкові умови

$$i_{30} := i_{3\text{дк}} \quad i_{30} = 1.125$$

$$u_{C0} := u_{C\text{дк}} \quad u_{C0} = 160$$

Залежні початкові умови

Given

$$i_{10} = i_{20} + i_{30}$$

$$E_1 = u_{L0} + i_{30} \cdot R' + i_{10} \cdot R$$

$$E_2 = -i_{30} \cdot R' + u_{C0} - u_{L0}$$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \text{Find}(i_{10}, i_{20}, u_{L0}) \text{ float}, 7 \rightarrow \begin{pmatrix} 1.125000 \\ 0 \\ 45. \end{pmatrix}$$

$$i_{10} = 1.125 \quad i_{20} = 0 \quad u_{L0} = 45$$

Незалежні початкові умови

$$di_{30} := \frac{u_{L0}}{L} \quad di_{30} = 225$$

$$du_{C0} := \frac{i_{20}}{C} \quad du_{C0} = 0$$

## Залежні початкові умови

Given

$$di_{10} = di_{20} + di_{30}$$

$$0 = du_{L0} + di_{30} \cdot R' + di_{10} \cdot R$$

$$0 = -di_{30} \cdot R' + du_{C0} - du_{L0}$$

$$\begin{pmatrix} di_{10} \\ di_{20} \\ du_{L0} \end{pmatrix} := \text{Find}(di_{10}, di_{30}, du_{L0})$$

$$di_{10} = 0 \quad di_{20} = -1 \quad du_{L0} = 40$$

Вільний режим після комутайії:  $t = 0$

Складемо характеристичне рівняння схеми

$$Z(p) := \frac{\frac{1}{p \cdot C} \cdot (R' + p \cdot L)}{R' + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}} + R \quad Z(p) := \frac{\frac{1}{p \cdot C} \cdot (R' + p \cdot L) + \left(R' + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot R}{R' + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}}$$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := \frac{1}{p \cdot C} \cdot (R' + p \cdot L) + \left(R' + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot R \quad \left| \begin{array}{l} \text{solve, } p \\ \text{float, } 5 \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -136.76 - 159.41 \cdot i \\ -136.76 + 159.41 \cdot i \end{pmatrix}$$

Отже корні характеристичного рівняння мають вигляд:

$$p_1 = -136.76 - 159.41i \quad p_2 = -136.76 + 159.41i$$

Коефіцієнт затухання та кутова частота вільних коливань:

$$\delta := |\text{Re}(p_1)| \quad \delta = 136.76 \quad \omega_0 := |\text{Im}(p_2)| \quad \omega_0 = 159.41$$

Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$$i''_1(t) = A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_1)$$

$$i''_2(t) = B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_2)$$

$$i''_3(t) = C \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_3)$$

$$u''_C(t) = D \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_C)$$

$$u''_L(t) = F \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_L)$$

Визначення сталих інтегрування:

Для струму  $i_1(t)$ :

Given

$$i_{10} - i'_1 = A \cdot \sin(v_1)$$

$$di_{10} = -A \cdot \delta \cdot \sin(v_1) + A \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_1)$$

$$\begin{pmatrix} A \\ v_1 \end{pmatrix} := \text{Find}(A, v_1) \quad \text{float, } 5 \rightarrow \begin{pmatrix} .49409 & -.49409 \\ -2.2799 & .86173 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$$A = 0.494 \quad v_1 = -2.28$$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i''_1(t) := A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_1) \quad \text{float, } 5 \rightarrow .49409 \cdot \exp(-136.76 \cdot t) \cdot \sin(159.41 \cdot t - 2.2799)$$

$$i_1(t) := i'_1 + i''_1(t) \quad \text{float, } 4 \rightarrow 1.500 + .4941 \cdot \exp(-136.8 \cdot t) \cdot \sin(159.4 \cdot t - 2.280)$$

Для струму  $i_2(t)$ :

$$i_{20} - i'_2 = B \cdot \sin(v_2)$$

$$di_{20} = -B \cdot \delta \cdot \sin(v_2) + B \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_2)$$

$$\begin{pmatrix} B \\ v_2 \end{pmatrix} := \text{Find}(B, v_2) \text{ float}, 5 \rightarrow \begin{pmatrix} -6.2731 \cdot 10^{-3} & 6.2731 \cdot 10^{-3} \\ 0 & 3.1416 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$$B = -6.273 \times 10^{-3} \quad v_2 = 0$$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i''_2(t) := B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_2) \text{ float}, 5 \rightarrow -6.2731 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(-136.76 \cdot t) \cdot \sin(159.41 \cdot t)$$

$$i_2(t) := i'_2 + i''_2(t) \text{ float}, 4 \rightarrow -6.273 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(-136.8 \cdot t) \cdot \sin(159.4 \cdot t)$$

Для струму  $i_3(t)$ :

$$i_{30} - i'_3 = C \cdot \sin(v_3)$$

$$di_{30} = -C \cdot \delta \cdot \sin(v_3) + C \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_3)$$

$$\begin{pmatrix} C \\ v_3 \end{pmatrix} := \text{Find}(C, v_3) \text{ float}, 5 \rightarrow \begin{pmatrix} -1.1525 & 1.1525 \\ 2.8102 & -3.3143 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$$C = -1.153 \quad v_3 = 2.81$$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i''_3(t) := C \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_3) \text{ float}, 5 \rightarrow -1.1525 \cdot \exp(-136.76 \cdot t) \cdot \sin(159.41 \cdot t + 2.8102)$$

$$i_3(t) := i'_3 + i''_3(t) \text{ float}, 4 \rightarrow 1.500 - 1.153 \cdot \exp(-136.8 \cdot t) \cdot \sin(159.4 \cdot t + 2.810)$$

Для напруги  $U_C(t)$ :

$$u_{C0} - u'_C = D \cdot \sin(v_C)$$

$$du_{C0} = -D \cdot \delta \cdot \sin(v_C) + D \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_C)$$

$$\begin{pmatrix} D \\ v_C \end{pmatrix} := \text{Find}(D, v_C) \begin{matrix} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -39.527 & 39.527 \\ -2.2799 & .86173 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$$D = -39.527 \quad v_C = -2.28$$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$u''_C(t) := D \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_C) \text{ float}, 5 \rightarrow -39.527 \cdot \exp(-136.76 \cdot t) \cdot \sin(159.41 \cdot t - 2.2799)$$

$$u_C(t) := u'_C + u''_C(t) \text{ float}, 4 \rightarrow 130.0 - 39.53 \cdot \exp(-136.8 \cdot t) \cdot \sin(159.4 \cdot t - 2.280)$$

Для напруги  $U_L(t)$ :

$$u_{L0} - u'_L = F \cdot \sin(v_L)$$

$$du_{L0} = -F \cdot \delta \cdot \sin(v_L) + F \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_L)$$

$$\begin{pmatrix} F \\ v_L \end{pmatrix} := \text{Find}(F, v_L) \begin{matrix} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -59.455 & 59.455 \\ -2.2831 & .85852 \end{pmatrix}$$

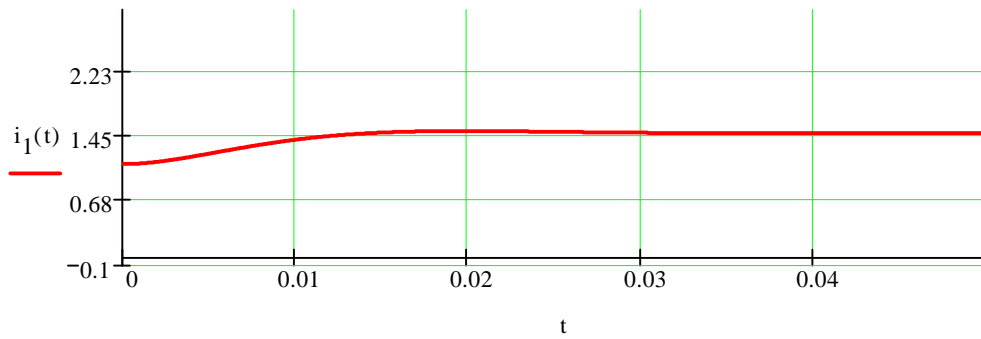
Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$$F = -59.455 \quad v_L = -2.283$$

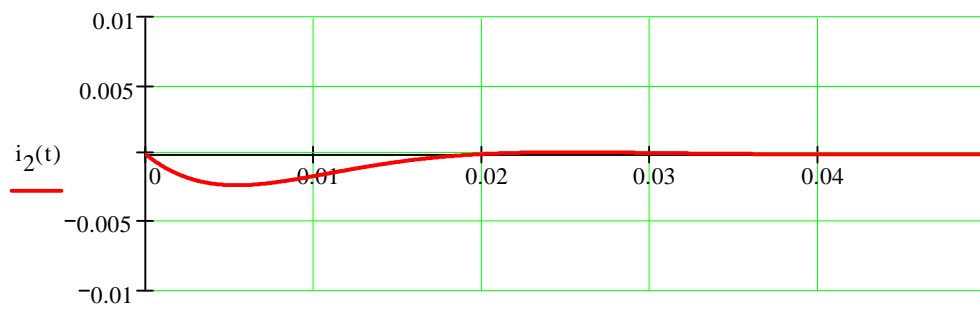
Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$u''_L(t) := F \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_L) \text{ float}, 5 \rightarrow -59.455 \cdot \exp(-136.76 \cdot t) \cdot \sin(159.41 \cdot t - 2.2831)$$

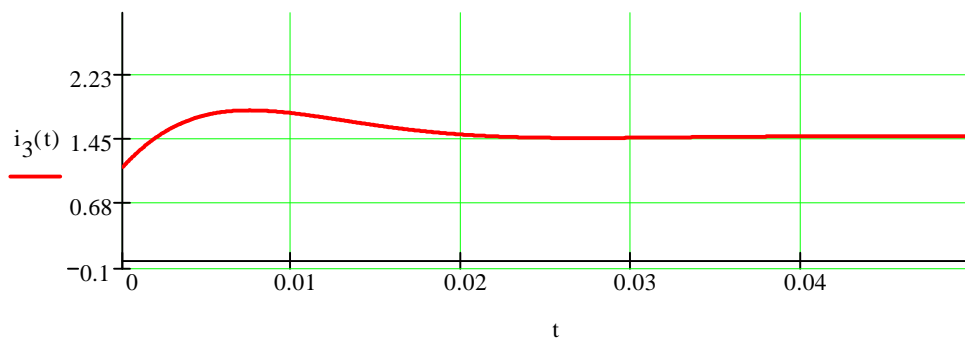
$$u_L(t) := u'_L + u''_L(t) \text{ float}, 4 \rightarrow -59.46 \cdot \exp(-136.8 \cdot t) \cdot \sin(159.4 \cdot t - 2.283)$$



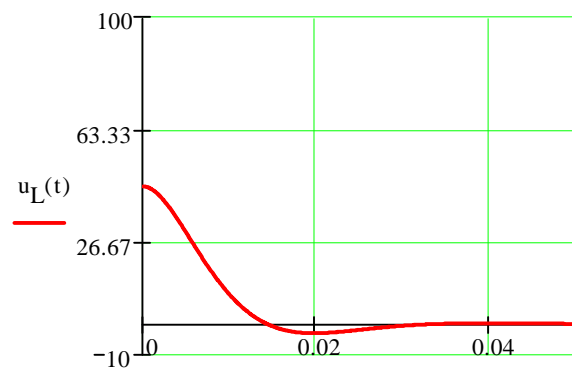
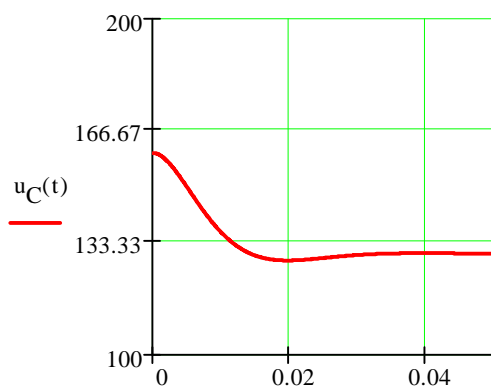
Графік перехідного струму  $i_1(t)$ .



Графік перехідного струму  $i_2(t)$ .

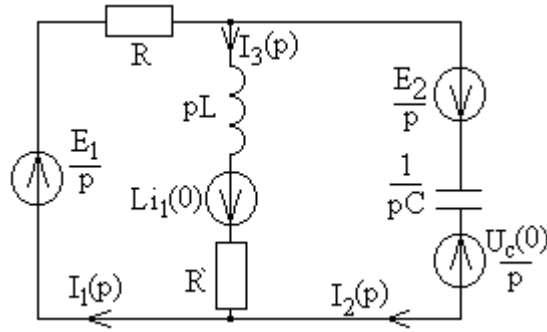


Графік перехідного струму  $i_3(t)$ .



Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

## Операторний метод



Операторна схема

Усталений режим до комутації:  $t < 0$

$$i_{1\text{дк}} := \frac{E_1}{2 \cdot R} \quad i_{3\text{дк}} := i_{1\text{дк}} \quad i_{3\text{дк}} = 1.125$$

$$i_{2\text{дк}} := 0 \quad u_{L\text{дк}} := 0$$

$$u_{C\text{дк}} := E_1 + E_2 - i_{1\text{дк}} \cdot R \quad u_{C\text{дк}} = 160$$

Початкові умови:

$$i_{L0} := i_{3\text{дк}} \quad i_{L0} = 1.125$$

$$u_{C0} = 160$$

$$I_{k1}(p) \cdot (R + R' + p \cdot L) - I_{k2}(p) \cdot (R' + p \cdot L) = \frac{E_1}{p} + L \cdot i_{L0}$$

$$-I_{k1}(p) \cdot (R' + p \cdot L) + I_{k2}(p) \cdot \left( \frac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + R' \right) = \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} - L \cdot i_{L0}$$

$$\Delta(p) := \begin{bmatrix} R + R' + p \cdot L & -(R' + p \cdot L) \\ -(R' + p \cdot L) & \frac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + R' \end{bmatrix}$$

$$\Delta(p) \text{ float}, 5 \rightarrow \frac{(7.0588 \cdot 10^5 + 16.00 \cdot p^2 + 4376.5 \cdot p)}{p^1}$$

$$\Delta_1(p) := \begin{bmatrix} \frac{E_1}{p} + L \cdot i_{L0} & -(R' + p \cdot L) \\ \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} - L \cdot i_{L0} & \frac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + R' \end{bmatrix}$$

$$\Delta_1(p) \text{ float}, 5 \rightarrow \frac{(1.0588 \cdot 10^6 + 18.000 \cdot p^2 + 4923.5 \cdot p)}{p^2}$$

$$\Delta_2(p) := \begin{bmatrix} R + R' + p \cdot L & \frac{E_1}{p} + L \cdot i_{L0} \\ -(R' + p \cdot L) & \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} - L \cdot i_{L0} \end{bmatrix}$$

$$\Delta_2(p) \text{ float}, 5 \rightarrow \frac{-3600.0}{p^1}$$

Контурні струми та напруга на конденсаторі будуть мати вигляд:

$$I_{k1}(p) := \frac{\Delta_1(p)}{\Delta(p)} \quad I_1(p) := I_{k1}(p) \text{ float},5 \rightarrow \frac{(1.0588 \cdot 10^6 + 18.000 \cdot p^2 + 4923.5 \cdot p)}{p^1 \cdot (7.0588 \cdot 10^5 + 16.00 \cdot p^2 + 4376.5 \cdot p)}^1.$$

$$I_{k2}(p) := \frac{\Delta_2(p)}{\Delta(p)} \quad I_2(p) := I_{k2}(p) \text{ float},5 \rightarrow \frac{-3600.0}{(7.0588 \cdot 10^5 + 16.00 \cdot p^2 + 4376.5 \cdot p)}^1.$$

$$u_C(p) := \frac{u_{C0}}{p} + \frac{I_2(p)}{p \cdot C} \text{ factor} \rightarrow \frac{160}{17} \cdot \frac{(2268750 + 7650 \cdot p + 17 \cdot p^2)}{p \cdot (150000 + 450 \cdot p + p^2)}$$

$$u_L(p) := L \cdot p \cdot I_3(p) - L \cdot i_{3\text{ДК}} \text{ factor} \rightarrow 45 \cdot \frac{(1250 + 17 \cdot p)}{(750000 + 4650 \cdot p + 17 \cdot p^2)}$$

Перейдемо тепер від зображення до функції часу за формулою розкладу:  
Для струму  $I_1(p)$ :

$$N_1(p) := 1.0588 \cdot 10^6 + 18.000 \cdot p^2 + 4923.5 \cdot p$$

$$M_1(p) := p \cdot (7.0588 \cdot 10^5 + 16.00 \cdot p^2 + 4376.5 \cdot p)$$

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_1(p) \left| \begin{array}{l} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -136.77 - 159.41 \cdot i \\ -136.77 + 159.41 \cdot i \end{pmatrix}$$

$$p_0 = 0$$

$$p_1 = -136.77 - 159.41i$$

$$p_2 = -136.77 + 159.41i$$

$$N_1(p_0) = 1.059 \times 10^6$$

$$N_1(p_1) = 4.5 \times 10^5$$

$$N_1(p_2) = 2.647 \times 10^5 - 35.07i$$

$$dM_1(p) := \frac{d}{dp} M_1(p) \left| \begin{array}{l} \text{factor} \\ \text{float}, 5 \end{array} \right. \rightarrow 7.0588 \cdot 10^5 + 48 \cdot p^2 + 8753 \cdot p$$

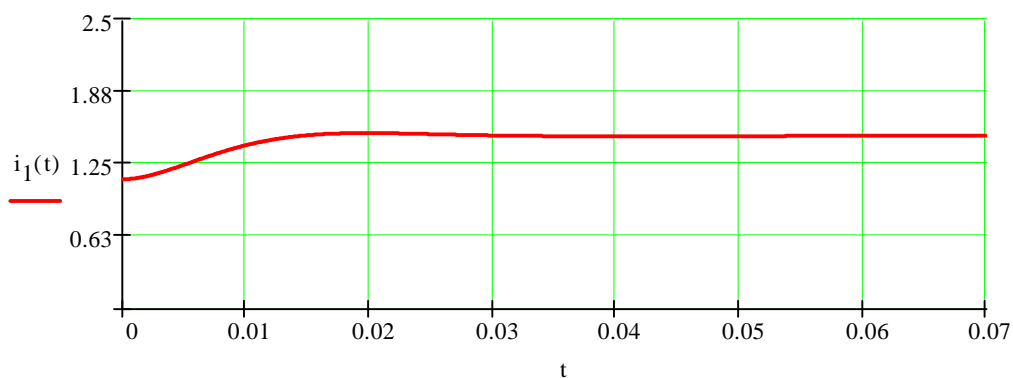
$$dM_1(p_0) = 7.059 \times 10^5 \quad dM_1(p_1) = -8.131 \times 10^5 + 6.977i \times 10^5$$

$$dM_1(p_2) = -8.131 \times 10^5 - 6.977i \times 10^5$$

Отже струм як функція часу буде мати вигляд:

$$i_1(t) = \frac{N_1(p_0)}{dM_1(p_0)} + \frac{N_1(p_1)}{dM_1(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_1(p_2)}{dM_1(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \quad i_1(0) = 1.125$$

$$i_1(t) \left| \begin{array}{l} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{array} \right. \rightarrow 1.500 + .4941 \cdot \exp(-136.8 \cdot t) \cdot \sin(159.4 \cdot t - 2.280)$$



Графік перехідного струму  $i_1(t)$ .



Для напруги на конденсаторі  $U_C(p)$ :

$$N_u(p) := \frac{160}{17} \cdot (2268750 + 7650 \cdot p + 17 \cdot p^2)$$

$$M_u(p) := p \cdot (150000 + 450 \cdot p + p^2)$$

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_u(p) \left| \begin{array}{l} \text{solve, } p \\ \text{float, } 5 \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -225. + 315.25 \cdot i \\ -225. - 315.25 \cdot i \end{pmatrix}$$

$$p_0 = 0$$

$$p_1 = -225 + 315.25i$$

$$p_2 = -225 - 315.25i$$

$$N_u(p_0) = 2.135 \times 10^7$$

$$N_u(p_1) = -2.648 \times 10^6$$

$$N_u(p_2) = -2.648 \times 10^6$$

$$dM_u(p) := \frac{d}{dp} M_u(p) \text{ factor} \rightarrow 150000 + 900 \cdot p + 3 \cdot p^2$$

$$dM_u(p_0) = 1.5 \times 10^5$$

$$dM_u(p_1) = -1.988 \times 10^5 - 1.419i \times 10^5$$

$$dM_u(p_2) = -1.988 \times 10^5 + 1.419i \times 10^5$$

Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$u_C(t) := \frac{N_u(p_0)}{dM_u(p_0)} + \frac{N_u(p_1)}{dM_u(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_u(p_2)}{dM_u(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \quad u_C(0) = 160.007$$

$$u_C(t) \left| \begin{array}{l} \text{float, } 5 \\ \text{complex} \end{array} \right. \rightarrow 142.35 + 17.6540 \cdot \exp(-225 \cdot t) \cdot \cos(315.25 \cdot t) + 12.5996 \cdot \exp(-225 \cdot t) \cdot \sin(315.25 \cdot t)$$

Для напруги на індуктивності:

$$N_L(p) := 45(1250 + 17 \cdot p)$$

$$M_L(p) := (750000 + 4650 \cdot p + 17 \cdot p^2)$$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_L(p) \left| \begin{array}{l} \text{solve, } p \\ \text{float, } 5 \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -136.76 + 159.41 \cdot i \\ -136.76 - 159.41 \cdot i \end{pmatrix}$$

$$p_1 = -136.76 + 159.41i$$

$$p_2 = -136.76 - 159.41i$$

$$N_L(p_1) = -4.837 \times 10^4 + 1.219i \times 10^5$$

$$N_L(p_2) = -4.837 \times 10^4 - 1.219i \times 10^5$$

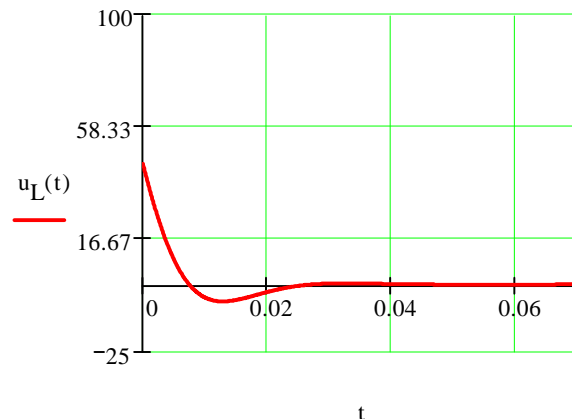
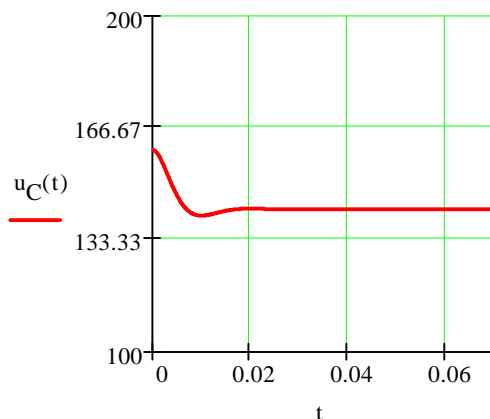
$$dM_L(p) := \frac{d}{dp} M_L(p) \text{ factor} \rightarrow 4650 + 34 \cdot p$$

$$dM_L(p_1) = 0.16 + 5.42i \times 10^3$$

$$dM_L(p_2) = 0.16 - 5.42i \times 10^3$$

Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$u_L(t) := \frac{N_L(p_1)}{dM_L(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_L(p_2)}{dM_L(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \quad u_L(0) = 44.999$$



Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

**Дослідити чому повинен дорівнювати активний опір вітки с джерелом ЕРС Е1 щоб аперіодичний процес переходив у коливальний**

$$Z_{ab}(p) := \mathbf{R''} + \frac{(R' + p \cdot L) \cdot \frac{1}{p \cdot C}}{\frac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + R'}$$

$$Z_{ab}(p) := \frac{\left( \frac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + R' \right) \mathbf{R''} + (R' + p \cdot L) \cdot \frac{1}{p \cdot C}}{\frac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + R'}$$

$$(R'' \cdot L) \cdot p^2 + \left( R'' \cdot R' + \frac{L}{C} \right) \cdot p + \left( \frac{R''}{C} + \frac{R'}{C} \right) = 0$$

$$D = 0$$

$$\left( R'' \cdot R' + \frac{L}{C} \right)^2 - 4 \cdot (R'' \cdot L) \cdot \left( \frac{R''}{C} + \frac{R'}{C} \right) = 0$$

$$R' := \left( R'' \cdot R' + \frac{L}{C} \right)^2 - 4 \cdot (R'' \cdot L) \cdot \left( \frac{R''}{C} + \frac{R'}{C} \right) \Bigg|_{\text{solve}, R''} \rightarrow \begin{pmatrix} -41.136 \\ 10.833 \end{pmatrix}$$

$$R'_{1,0} = 10.833$$

Отже при такому значенні активного опору у вітці з джерелом напруги Е1 аперіодичний процес перейде в коливальний.

**Визначити струми віток і напруги на реактивних елементах у момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійної напруги Е1 і Е2 у колі діють джерела синусоїдної напруги:**

$$e_1(t) := \sqrt{2} \cdot E_1 \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi)$$

$$e_2(t) := \sqrt{2} \cdot E_2 \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi)$$

$$X_C := \frac{1}{\omega \cdot C}$$

$$X_C = 23.529$$

$$X_L := \omega \cdot L$$

$$X_L = 50$$

$$E_1 := E_1 \cdot e^{\psi \cdot i}$$

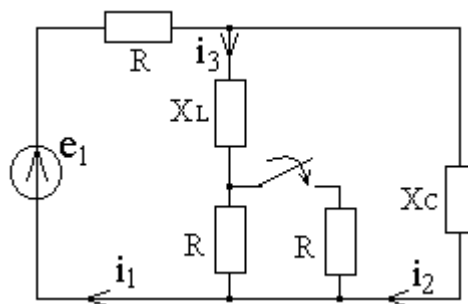
$$E_1 = -90 + 155.885i$$

$$F(E_1) = (180 \ 120)$$

$$E_2 := E_2 \cdot e^{\psi \cdot i}$$

$$E_2 = -35 + 60.622i$$

$$F(E_2) = (70 \ 120)$$



$$Z_{vx} := R + \frac{X_C \cdot i \cdot (R + X_L \cdot i)}{R + X_L \cdot i - i \cdot X_C}$$

$$Z_{vx} = 73.762 + 25.593i$$

$$I_{1дк} := \frac{E_1}{Z_{vx}}$$

$$I_{1дк} = -0.435 + 2.264i$$

$$F(I_{1дк}) = (2.305 \ 100.865)$$

$$I_{2дк} := I_{1дк} \cdot \frac{R + X_L \cdot i}{R + X_L \cdot i - i \cdot X_C}$$

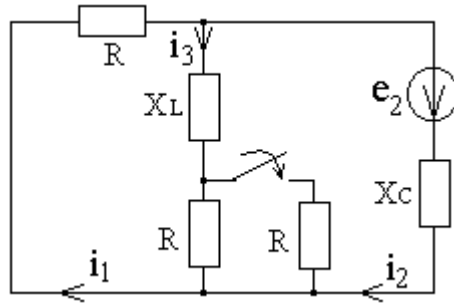
$$I_{2дк} = -1.073 + 2.348i$$

$$F(I_{2дк}) = (2.581 \ 114.562)$$

$$I_{3дк} := I_{1дк} - I_{2дк}$$

$$I_{3дк} = 0.638 - 0.083i$$

$$F(I_{3дк}) = (0.644 \ -7.444)$$



$$Z''_{vx} := -X_C \cdot i + \frac{(R + i \cdot X_L) \cdot R}{R + i \cdot X_L + R}$$

$$Z''_{vx} = 43.559 - 12.142i$$

$$\Gamma''_{2dk} := \frac{E_2}{Z''_{vx}}$$

$$\Gamma''_{2dk} = -1.106 + 1.084i$$

$$F(\Gamma''_{2dk}) = (1.548 \quad 135.575)$$

$$\Gamma''_{1dk} := \Gamma''_{2dk} \cdot \frac{R + X_L \cdot i}{R + i \cdot X_L + R}$$

$$\Gamma''_{1dk} = -0.756 + 0.433i$$

$$F(\Gamma''_{1dk}) = (0.871 \quad 150.227)$$

$$\Gamma''_{3dk} := \Gamma''_{2dk} - \Gamma''_{1dk}$$

$$\Gamma''_{3dk} = -0.349 + 0.651i$$

$$F(\Gamma''_{3dk}) = (0.739 \quad 118.221)$$

$$I_{1dk} := \Gamma''_{1dk} + \Gamma''_{1dk}$$

$$I_{1dk} = -1.191 + 2.697i$$

$$F(I_{1dk}) = (2.948 \quad 113.824)$$

$$I_{2dk} := \Gamma''_{2dk} + \Gamma''_{2dk}$$

$$I_{2dk} = -2.178 + 3.431i$$

$$F(I_{2dk}) = (4.064 \quad 122.412)$$

$$I_{3dk} := \Gamma''_{3dk} - \Gamma''_{3dk}$$

$$I_{3dk} = 0.988 - 0.734i$$

$$F(I_{3dk}) = (1.231 \quad -36.632)$$

$$u_{Cdk} := I_{3dk} \cdot (-i \cdot X_C)$$

$$u_{Cdk} = -17.279 - 23.239i$$

$$F(u_{Cdk}) = (28.959 \quad -126.632)$$

$$u_{Ldk} := I_{3dk} \cdot i \cdot X_L$$

$$u_{Ldk} = 36.718 + 49.383i$$

$$F(u_{Ldk}) = (61.538 \quad 53.368)$$

$$i_{1dk}(t) := |I_{1dk}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{1dk}))$$

$$i_{2dk}(t) := |I_{2dk}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{2dk}))$$

$$i_{3dk}(t) := |I_{3dk}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{3dk}))$$

$$u_{Cdk}(t) := |u_{Cdk}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(u_{Cdk}))$$

$$u_{Ldk}(t) := |u_{Ldk}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(u_{Ldk}))$$

Початкові умови:

$$u_{Cdk}(0) = -32.865$$

$$i_{Ldk}(0) = -1.039$$

Given

$$i_{20} = i_{10} - i_{30}$$

$$e_1(0) = u_{L0} + i_{10} \cdot R + i_{30} \cdot R$$

$$e_2(0) = -i_{30} \cdot R + u_{C0} - u_{L0}$$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \text{Find}(i_{10}, i_{20}, u_{L0})$$

$$i_{10} = 4.238$$

$$i_{20} = 5.277$$

$$i_{30} = -1.039$$

$$u_{L0} = -35.515$$

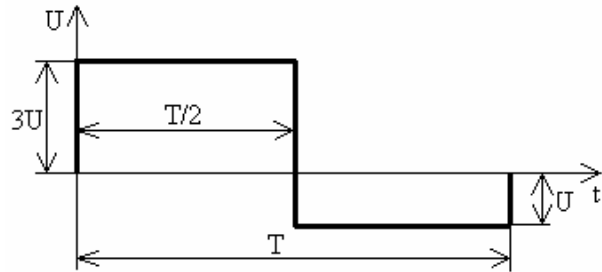
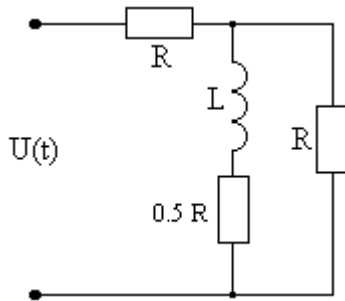
$$u_{C0} = -32.865$$

## Інтеграл Дюамеля

$$T := 0.85$$

$$E_1 := 180$$

$$E := 1$$



Усталений режим до комутації:  $t < 0$

$$i_{1\text{дк}} := \frac{0}{\frac{1}{3} \cdot R}$$

$$i_{1\text{дк}} = 0$$

$$u_{L\text{дк}} := 0$$

$$i_{3\text{дк}} := i_{1\text{дк}} \cdot \frac{R}{0.5R + R}$$

$$i_{3\text{дк}} = 0$$

$$i_{2\text{дк}} := i_{1\text{дк}} \cdot \frac{0.5R}{0.5R + R}$$

$$i_{2\text{дк}} = 0$$

Усталений режим після комутації:  $t = \infty$

$$i'_1 := \frac{E}{\frac{1}{3} \cdot R}$$

$$i'_1 = 0.038$$

$$i'_3 := i'_1 \cdot \frac{R}{0.5R + R}$$

$$i'_3 = 0.025$$

$$i'_2 := i'_1 \cdot \frac{0.5R}{0.5R + R}$$

$$i'_2 = 0.013$$

$$u'_L := 0$$

Незалежні початкові умови

$$i_{30} := i_{3\text{дк}}$$

$$i_{30} = 0$$

Залежні початкові умови

Given

$$i_{20} = i_{10} - i_{30}$$

$$E = u_{L0} + i_{30} \cdot (0.5R) + i_{10} \cdot R$$

$$0 = i_{20} \cdot R - i_{30} \cdot (0.5R) - u_{L0}$$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \text{Find}(i_{10}, i_{20}, u_{L0}) \quad i_{10} = 6.25 \times 10^{-3} \quad i_{20} = 6.25 \times 10^{-3} \quad i_{30} = 0 \quad u_{L0} = 0.5$$

Вільний режим після комутації:  $t = 0$

Складемо характеристичне рівняння схеми

$$Z_{\text{vx}}(p) := R + \frac{R \cdot (p \cdot L + 0.5R)}{p \cdot L + 0.5R + R}$$

$$Z_{\text{vx}}(p) := \frac{R \cdot (p \cdot L + 0.5R + R) + R \cdot (p \cdot L + 0.5R)}{p \cdot L + 0.5R + R}$$

$$p := R \cdot (p \cdot L + 0.5 \cdot R + R) + R \cdot (p \cdot L + 0.5 \cdot R) \quad \left| \begin{array}{l} \text{solve, } p \\ \text{float, } 5 \end{array} \right. \rightarrow -400. \quad T := \frac{1}{|p|} \quad T = 2.5 \times 10^{-3}$$

Одже корень характеристичного рівняння має вигляд:

$$p = -400$$

Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$$i''_1(t) := A_1 \cdot e^{p \cdot t}$$

$$i''_2(t) := B_1 \cdot e^{p \cdot t}$$

Визначення сталих інтегрування:

$$A_1 := i_{10} - i'_1 \quad A_1 = -0.031$$

$$B_1 := i_{30} - i'_3 \quad B_1 = -0.025$$

Отже вільна складова струму  $i_1(t)$  та  $i_3(t)$  будуть мати вигляд:

$$i''_1(t) := A_1 \cdot e^{p \cdot t}$$

$$i''_3(t) := B_1 \cdot e^{p \cdot t}$$

Повні значення цих струмів:

$$i_1(t) := i'_1 + i''_1(t) \quad i_1(t) \text{ float,5} \rightarrow 3.7500 \cdot 10^{-2} - 3.1250 \cdot 10^{-2} \cdot \exp(-400 \cdot t)$$

$$i_3(t) := i'_3 + i''_3(t) \quad i_3(t) \text{ float,5} \rightarrow 2.5000 \cdot 10^{-2} - 2.5000 \cdot 10^{-2} \cdot \exp(-400 \cdot t)$$

$$g_{11}(t) := i_1(t) \quad g_{11}(t) \text{ float,5} \rightarrow 3.7500 \cdot 10^{-2} - 3.1250 \cdot 10^{-2} \cdot \exp(-400 \cdot t)$$

$$U_L(t) := L \frac{d}{dt} i_3(t)$$

$$h_{uL}(t) := U_L(t) \text{ float,5} \rightarrow 2.0000 \cdot \exp(-400 \cdot t)$$

Визначимо закони зміни напруги на всіх проміжках часу:

$$U_0 := 3E_1 \quad U_0 = 540$$

$$U_1 := 3E_1 \quad U_1 = 540 \quad 0 < t < \frac{T}{2}$$

$$U_2 := -E_1 \quad U_2 = -180 \quad \frac{T}{2} < t < T$$

$$U_3 := 0 \quad T < t < \infty$$

$$U'_1 := 0 \quad U'_2 := 0$$

Струм на цих проміжках буде мати вигляд:

$$i_1(t) := U_0 \cdot g_{11}(t)$$

$$i_1(t) \left| \begin{array}{l} \text{factor} \\ \text{float,3} \end{array} \right. \rightarrow 20.3 - 16.9 \cdot \exp(-400 \cdot t)$$

$$i_2(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + (U_2 - U_1) \cdot g_{11} \left( t - \frac{T}{2} \right)$$

$$i_2(t) \text{ float,3} \rightarrow -6.75 - 16.9 \cdot \exp(-400 \cdot t) + 22.5 \cdot \exp(-400 \cdot t + .500)$$

$$i_3(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + (U_2 - U_1) \cdot g_{11} \left( t - \frac{T}{2} \right) + (U_3 - U_2) \cdot g_{11}(t - T)$$

$$i_3(t) \left| \begin{array}{l} \text{factor} \\ \text{float,3} \end{array} \right. \rightarrow -16.9 \cdot \exp(-400 \cdot t) + 22.5 \cdot \exp(-400 \cdot t + .500) - 5.63 \cdot \exp(-400 \cdot t + 1.)$$

Напруга на індуктивності на цих проміжках буде мати вигляд:

$$u_{L1}(t) := U_0 \cdot h_{uL}(t) \text{ float,5} \rightarrow 1080.0 \cdot \exp(-400 \cdot t)$$

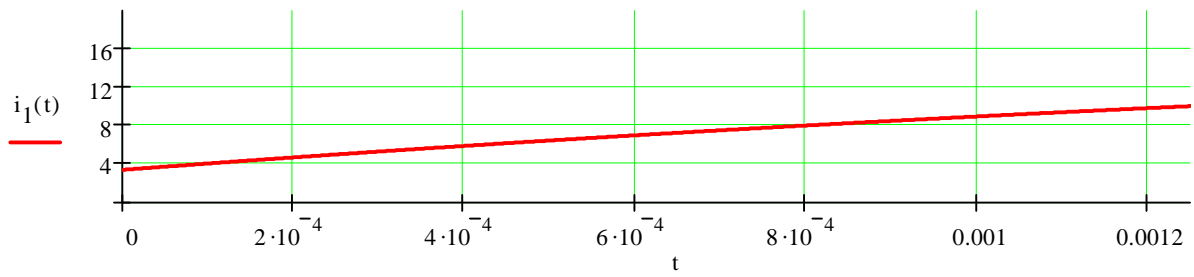
$$u_{L2}(t) := U_0 \cdot h_{uL}(t) + (U_2 - U_1) \cdot h_{uL} \left( t - \frac{T}{2} \right)$$

$$u_{L2}(t) \text{ float,5} \rightarrow 1080.0 \cdot \exp(-400 \cdot t) - 1440.0 \cdot \exp(-400 \cdot t + .500000)$$

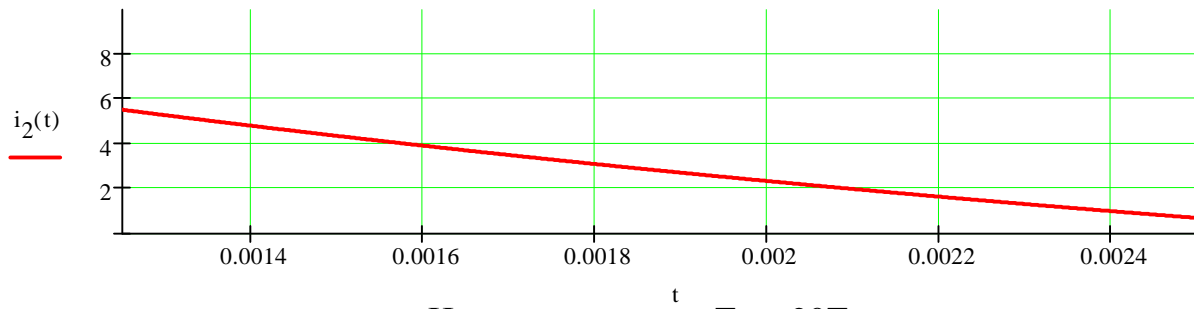
$$u_{L3}(t) := U_0 \cdot h_{uL}(t) + (U_2 - U_1) \cdot h_{uL} \left( t - \frac{T}{2} \right) + (U_3 - U_2) \cdot h_{uL}(t - T)$$

$$u_{L3}(t) \text{ float,5} \rightarrow 1080.0 \cdot \exp(-400 \cdot t) - 1440.0 \cdot \exp(-400 \cdot t + .500000) + 360.00 \cdot \exp(-400 \cdot t + 1.00000)$$

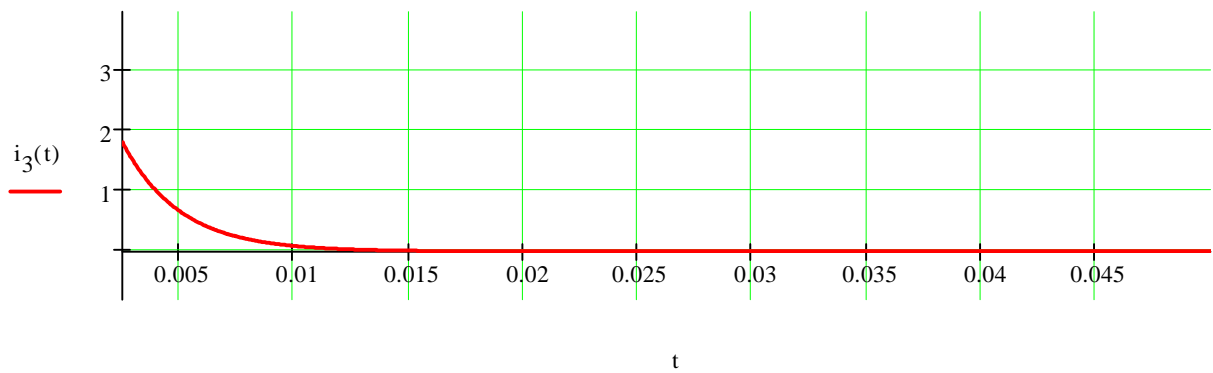
На промежутке от 0 до  $1/2T$



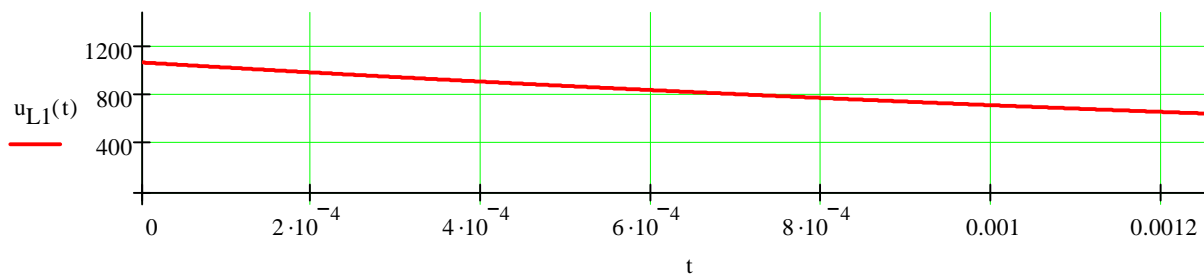
На промежутке от  $1/2T$  до  $T$



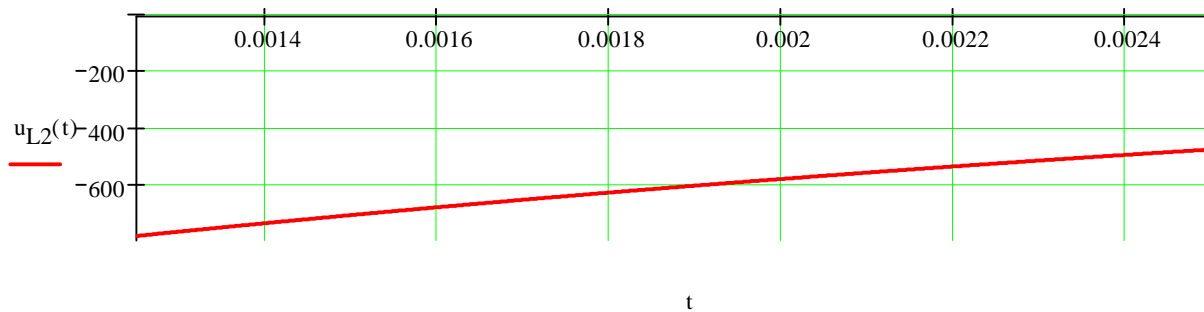
На промежутке от  $T$  до  $20T$



Графік напруги на реактивному елементі на проміжку: от 0 до  $1/2T$



Графік напруги на реактивному елементі на проміжку: от  $2/3T$  до  $T$



Графік напруги на реактивному елементі на проміжку: от  $T$  до  $20T$

