

Министерство образования и науки Украины  
Национальный технический университет Украины  
“Киевский Политехнический Институт”  
Кафедра ТОЭ

***Расчетно-графическая работа***  
***“Трёхфазные цепи”***  
*Вариант № 151*

Выполнил:\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Проверил:\_\_\_\_\_

**Киев 2007**

## Условие задания

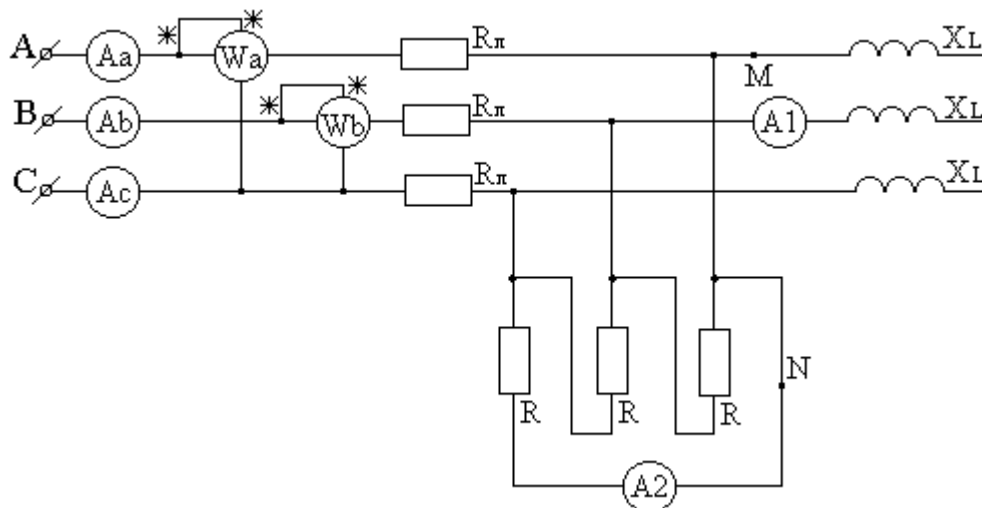
Симметричный трёхфазный генератор с обмотками, соединёнными в звезду, питает через трехпроводную линию электропередачи нагрузку с элементами, соединёнными звездой и треугольником.

### Требуется:

1. Определить показания включенных в цепь измерительных приборов, полагая нагрузки симметричной.
2. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
3. По результатам расчета п.1 построить для симметричной нагрузки совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.
4. Провести расчет токов во всех ветвях напряжений на всех участках цепи, определить показания измерительных приборов в аварийном режиме, делая обрыв в указанной точке.
5. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
6. По результатам расчета п.4 построить совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.

$$U_A := 220 \quad U_B := U_A \quad U_C := U_B \quad \psi_A := 0 \quad R_L := 14.6 \quad R := 60 \quad X_L := 35$$

Обрыв проводится в точке М.



Общая схема трёхфазной цепи

## Определение показаний измерительных приборов при симметричной нагрузке.

Так как нагрузка симметрическая, то будем проводить расчет только по одной фазе. Токи в остальных фазах будут такими же, только будут отличаться углы.

За опорную примем фазу А. Фазные напряжения генератора и сопротивления элементов нагрузки в комплексной форме равны:

$$E_A := U_A \cdot e^{i \cdot \psi_A \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_B := U_B \cdot e^{i(\psi_A - 120) \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_C := U_C \cdot e^{i(\psi_A + 120) \cdot \frac{\pi}{180}}$$

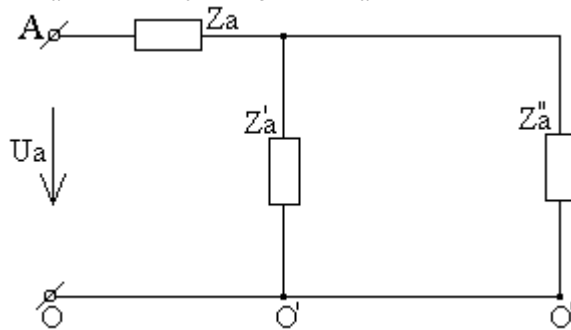
$$F(E_A) = (220 \ 0) \quad F(E_B) = (220 \ -120) \quad F(E_C) = (220 \ 120)$$

$$R' := \frac{R^2}{3R} \quad R' = 20$$

$$Z_a := R_L \quad Z_b := Z_a \quad Z_c := Z_b \quad Z_a = 14.6$$

$$Z'_a := R' \quad Z'_b := Z'_a \quad Z'_c := Z'_b \quad Z'_a = 20$$

$$Z''_a := X_L \cdot i \quad Z''_b := Z''_a \quad Z''_c := Z''_b \quad Z''_a = 35i$$



Преобразованная схема (фаза А)

Эквивалентное сопротивление данной схемы равно:

$$Z_{ea} := Z_a + \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea} = 29.677 + 8.615i$$

Ток в фазе А, согласно закону Ома, равен:

$$I_A := \frac{E_A}{Z_{ea}} \quad I_A = 6.837 - 1.985i \quad F(I_A) = (7.119 \ -16.188)$$

Соответственно в фазах В и С:

$$I_B := I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_B = -5.137 - 4.929i \quad F(I_B) = (7.119 \ -136.188)$$

$$I_C := I_A \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_C = -1.7 + 6.913i \quad F(I_C) = (7.119 \ 103.812)$$

Фазное напряжение на параллельном участке А'О равно:

$$Z_{ea'} := \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea'} = 15.077 + 8.615i$$

$$U_{A'O} := I_A \cdot Z_{ea'} \quad U_{A'O} = 120.18 + 28.978i$$

Остальные токи равны:

$$I'_A := \frac{U_{A'O}}{Z'_a} \quad I'_A = 6.009 + 1.449i \quad F(I'_A) = (6.181 \ 13.557)$$

$$I_B := I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I_B = -1.75 - 5.928i \quad F(I_B) = (6.181 \quad -106.443)$$

$$I_C := I_A \cdot e^{i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I_C = -4.259 + 4.48i \quad F(I_C) = (6.181 \quad 133.557)$$

$$I''_A := \frac{U_{A'O}}{Z''_a} \quad I''_A = 0.828 - 3.434i \quad F(I''_A) = (3.532 \quad -76.443)$$

$$I''_B := I''_A \cdot e^{-i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I''_B = -3.388 + i \quad F(I''_B) = (3.532 \quad 163.557)$$

$$I''_C := I''_A \cdot e^{i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I''_C = 2.56 + 2.434i \quad F(I''_C) = (3.532 \quad 43.557)$$

$$I_A := \frac{U_{A'O}}{Z'_a} \quad I_A = 6.009 + 1.449i \quad F(I_A) = (6.181 \quad 13.557)$$

$$I_B := I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I_B = -1.75 - 5.928i \quad F(I_B) = (6.181 \quad -106.443)$$

$$I_C := I_A \cdot e^{i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I_C = -4.259 + 4.48i \quad F(I_C) = (6.181 \quad 133.557)$$

Линейное напряжение равно:

$$U_{A'B'} := U_{A'O} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} \quad U_{A'B'} = 155.175 + 147.547i \quad F(U_{A'B'}) = (214.124 \quad 43.557)$$

$$I_{A'B'} := \frac{U_{A'B'}}{R} \quad I_{A'B'} = 2.586 + 2.459i \quad F(I_{A'B'}) = (3.569 \quad 43.557)$$

$$I_{B'C'} := I_{A'B'} \cdot e^{-i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I_{B'C'} = 0.837 - 3.469i \quad F(I_{B'C'}) = (3.569 \quad -76.443)$$

$$I_{C'A'} := I_{A'B'} \cdot e^{i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} \quad I_{C'A'} = -3.423 + 1.01i \quad F(I_{C'A'}) = (3.569 \quad 163.557)$$

На основании выполненных расчетов, показания амперметров будут равны:

$$A_1 = 3.532 (A) \quad A_2 = 3.569 (A) \quad A_a = 7.119 (A) \quad A_b = 7.119 (A) \quad A_c = 7.119 (A)$$

Находим показания ваттметров. Ваттметры показывают вещественную часть произведения комплекса напряжения, приложенного к обмотке напряжения (его отсчитывают от начала обмотки к концу), на сопряженный комплекс тока, протекающего через обмотку тока:

Показание ваттметра  $W_a$ :

$$E_{AC} := E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} \quad E_{AC} = 330 - 190.526i$$

$$W_a := \operatorname{Re}(E_{AC} \cdot \overline{I_A}) \quad W_a = 2.634 \times 10^3$$

Показание ваттметра  $W_b$ :

$$E_{BC} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} \quad E_{AC} = 330 - 190.526i$$

$$W_b := \operatorname{Re}(E_{BC} \cdot \overline{I_B}) \quad W_b = 1.878 \times 10^3$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b$$

$$W = 4.512 \times 10^3$$

### Баланс активной и реактивной мощностей

Правильность расчетов проверим, составив баланс активных и реактивных мощностей. Мощность источника энергии определяют в виде суммы произведений комплексных фазных ЭДС (напряжений) на сопряженные комплексы токов соответствующих фаз. В симметричной трёхфазной системе мощность, отдаваемая в нагрузку источником, равна утроенной мощности одной фазы.

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C}$$

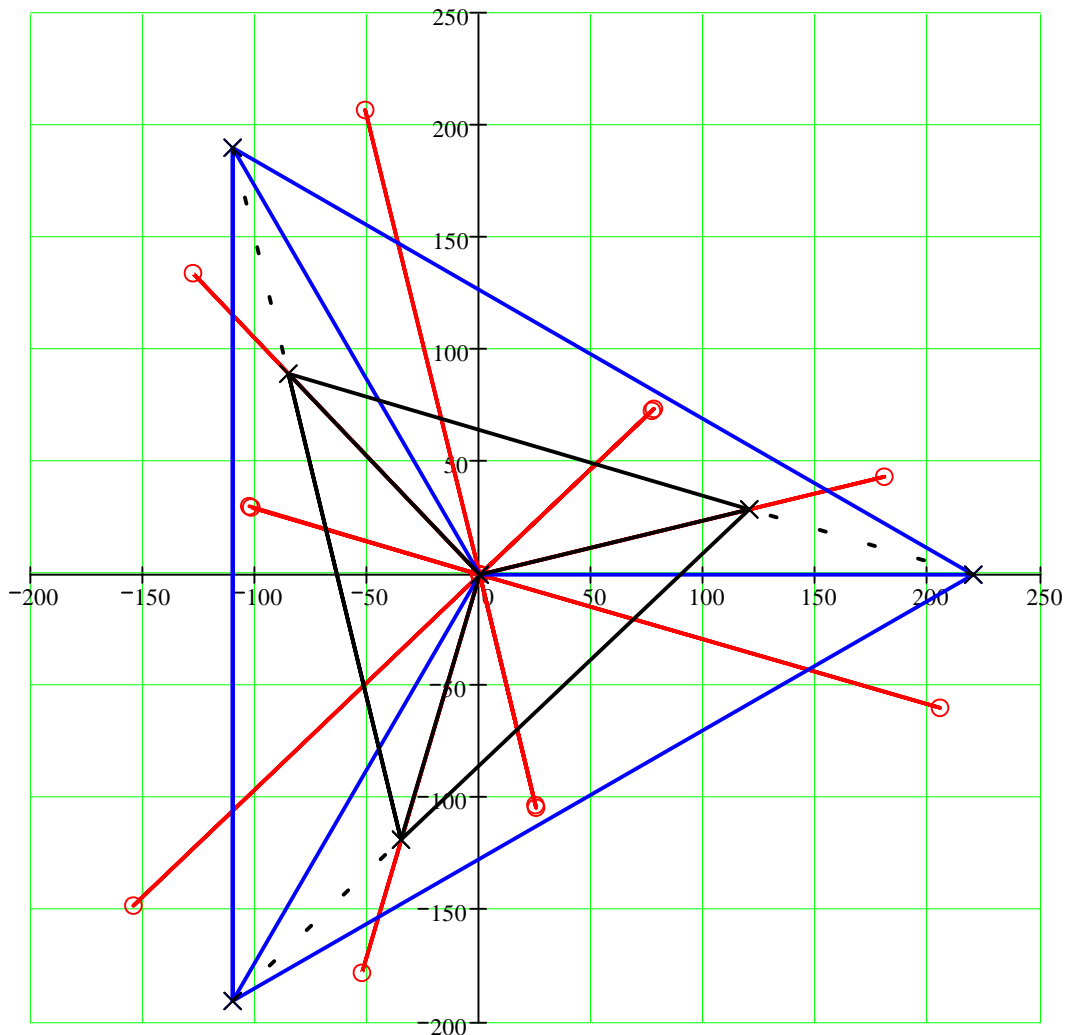
$$S_r = 4.512 \times 10^3 + 1.31i \times 10^3$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

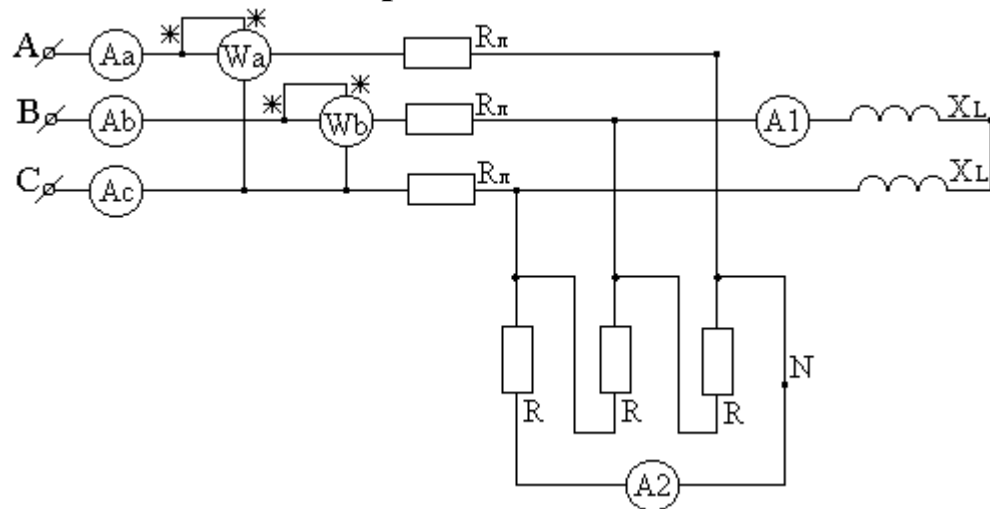
$$P_{pr} := \left[ (|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R_L + \left[ (|I'_{AB}|)^2 + (|I'_{BC}|)^2 + (|I'_{CA}|)^2 \right] \cdot R \quad P_{pr} = 4.512 \times 10^3$$

$$Q_{pr} := \left[ (|I''_A|)^2 + (|I''_B|)^2 + (|I''_C|)^2 \right] \cdot X_L \cdot i \quad Q_{pr} = 1.31i \times 10^3$$

### Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.

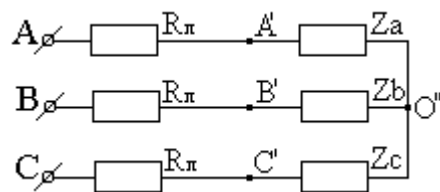


## Определение показаний измерительных приборов в аварийном режиме.



Несимметричная трёхфазная система.

Параллельно включенные сопротивления нагрузки можно заменить эквивалентными, в результате чего образуется несимметричный треугольник. Заменяя его эквивалентной звездой, рассчитываемую цепь приводят к виду:



Несимметричная звезда.

Сопротивления несимметричного треугольника равны:

$$Z_{C'A'} := R \quad Z_{C'A'} = 60$$

$$Z_{A'B'} := R \quad Z_{A'B'} = 60 \quad Z_{B'C'} := \frac{2 \cdot X_L \cdot i \cdot R}{2 \cdot X_L \cdot i + R} \quad Z_{B'C'} = 34.588 + 29.647i$$

Сопротивление эквивалентной звезды:

$$Z_a := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_a = 22.462 - 4.308i$$

$$Z_b := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{B'C'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_b = 15.077 + 8.615i$$

$$Z_c := \frac{Z_{B'C'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_c = 15.077 + 8.615i$$

Полные комплексные сопротивления в каждой фазе цепи:

$$Z_{ea} := Z_a + Z_a \quad Z_{ea} = 37.062 - 4.308i$$

$$Z_{eb} := Z_b + Z_b \quad Z_{eb} = 29.677 + 8.615i$$

$$Z_{ec} := Z_c + Z_c \quad Z_{ec} = 29.677 + 8.615i$$

Фазные напряжения на нагрузке в цепи удобно определять, вычислив предварительно смещение нейтрали:

$$Y_A := \frac{1}{Z_{ea}} \quad Y_B := \frac{1}{Z_{eb}} \quad Y_C := \frac{1}{Z_{ec}}$$

$$Y_A = 0.027 + 3.094i \times 10^{-3} \quad Y_B = 0.031 - 9.022i \times 10^{-3} \quad Y_C = 0.031 - 9.022i \times 10^{-3}$$

$$U_{O''O} := \frac{E_A \cdot Y_A + E_B \cdot Y_B + E_C \cdot Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} \quad U_{O''O} = -15.651 + 27.39i$$

Фазные напряжения на элементах нагрузки цепи равны:

$$U_{AO''} := E_A - U_{O''O} \quad U_{AO''} = 235.651 - 27.39i \quad F(U_{AO''}) = (237.238 \quad -6.63)$$

$$U_{BO''} := E_B - U_{O''O} \quad U_{BO''} = -94.349 - 217.916i \quad F(U_{BO''}) = (237.463 \quad -113.411)$$

$$U_{CO''} := E_C - U_{O''O} \quad U_{CO''} = -94.349 + 163.136i \quad F(U_{CO''}) = (188.454 \quad 120.043)$$

Токи в фазах, равные фазным токам генератора и линейным токам исходной системы, определяют по закону Ома:

$$I_A := \frac{U_{AO''}}{Z_{ea}} \quad I_A = 6.358 \quad F(I_A) = (6.358 \quad 0)$$

$$I_B := \frac{U_{BO''}}{Z_{eb}} \quad I_B = -4.898 - 5.921i \quad F(I_B) = (7.684 \quad -129.599)$$

$$I_C := \frac{U_{CO''}}{Z_{ec}} \quad I_C = -1.46 + 5.921i \quad F(I_C) = (6.098 \quad 103.854)$$

$$U_{AB} := E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad U_{AB} = 330 + 190.526i \quad F(U_{AB}) = (381.051 \quad 30)$$

$$U_{AA'} := I_A \cdot Z_a \quad U_{AA'} = 92.832 \quad F(U_{AA'}) = (92.832 \quad 0)$$

$$U_{BC} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad U_{BC} = -381.051i \quad F(U_{BC}) = (381.051 \quad -90)$$

$$U_{BB'} := I_B \cdot Z_b \quad U_{BB'} = -71.512 - 86.446i \quad F(U_{BB'}) = (112.192 \quad -129.599)$$

$$U_{CA} := E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad U_{CA} = -330 + 190.526i \quad F(U_{CA}) = (381.051 \quad 150)$$

$$U_{CC'} := I_C \cdot Z_c \quad U_{CC'} = -21.32 + 86.446i \quad F(U_{CC'}) = (89.037 \quad 103.854)$$

Для определения токов во всех ветвях рассчитываемой схемы необходимо определить напряжение между точками A', B' и C'.

Согласно второму закону Кирхгофа:

$$U_{AB} := U_{AA'} + U_{A'B'} - U_{BB'}$$

отсюда:

$$U_{A'B'} := U_{AB} - U_{AA'} + U_{BB'} \quad U_{A'B'} = 165.656 + 104.079i \quad F(U_{A'B'}) = (195.638 \quad 32.141)$$

аналогично вычисляют

$$U_{B'C'} := U_{BC} - U_{BB'} + U_{CC'} \quad U_{B'C'} = 50.192 - 208.158i \quad F(U_{B'C'}) = (214.124 \quad -76.443)$$

$$U_{C'A'} := U_{CA} - U_{CC'} + U_{AA'} \quad U_{C'A'} = -215.847 + 104.079i \quad F(U_{C'A'}) = (239.63 \quad 154.257)$$

Согласно закону Ома токи равны:

$$\begin{aligned} \Gamma_B &:= \frac{U_{B'C'}}{2 \cdot X_L \cdot i} & \Gamma_B &= -2.974 - 0.717i & F(\Gamma_B) &= (3.059 \quad -166.443) \\ \Gamma_C &:= -\Gamma_B & \Gamma_C &= 2.974 + 0.717i & F(\Gamma_C) &= (3.059 \quad 13.557) \\ \Gamma_A &:= I_A & \Gamma_A &= 6.358 & F(\Gamma_A) &= (6.358 \quad 0) \\ \Gamma_B &:= I_B - \Gamma_B & \Gamma_B &= -1.924 - 5.204i & F(\Gamma_B) &= (5.548 \quad -110.294) \\ \Gamma_C &:= I_C - \Gamma_C & \Gamma_C &= -4.434 + 5.204i & F(\Gamma_C) &= (6.837 \quad 130.432) \end{aligned}$$

Токи в нагрузке, соединенной звездой в системе могут быть вычислены по первому закону Кирхгофа.

$$\begin{aligned} \Gamma_{A'B'} &:= \frac{U_{A'B'}}{R} & \Gamma_{A'B'} &= 2.761 + 1.735i & F(\Gamma_{A'B'}) &= (3.261 \quad 32.141) \\ \Gamma_{B'C'} &:= \frac{U_{B'C'}}{R} & \Gamma_{B'C'} &= 0.837 - 3.469i & F(\Gamma_{B'C'}) &= (3.569 \quad -76.443) \\ \Gamma_{C'A'} &:= \frac{U_{C'A'}}{R} & \Gamma_{C'A'} &= -3.597 + 1.735i & F(\Gamma_{C'A'}) &= (3.994 \quad 154.257) \end{aligned}$$

Согласно выполненным расчетам, показания включенных в цепь амперметров равны:

$$A_1 = 3.059 \text{ (A)} \quad A_2 = 3.994 \text{ (A)} \quad A_a = 6.358 \text{ (A)} \quad A_b = 7.684 \text{ (A)} \quad A_c = 6.098 \text{ (A)}$$

Расчет показаний ваттметров выполняется так же, как и в случае симметричной системы:

Показание ваттметра  $W_a$ :

$$\begin{aligned} E_{AC} &:= E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 - \frac{\pi}{180}} & E_{AC} &= 330 - 190.526i \\ W_a &:= \operatorname{Re}(E_{AC} \cdot \overline{I_A}) & W_a &= 2.098 \times 10^3 \end{aligned}$$

Показание ваттметра  $W_b$ :

$$\begin{aligned} E_{BC} &:= E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 - \frac{\pi}{180}} & E_{AC} &= 330 - 190.526i \\ W_b &:= \operatorname{Re}(E_{BC} \cdot \overline{I_B}) & W_b &= 2.256 \times 10^3 \end{aligned}$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 4.354 \times 10^3$$

### Баланс активной и реактивной мощностей

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C} \quad S_r = 4.354 \times 10^3 + 654.988i$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$P_{pr} := \left[ (|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R_L + \left[ (|\Gamma_{A'B'}|)^2 + (|\Gamma_{B'C'}|)^2 + (|\Gamma_{C'A'}|)^2 \right] \cdot R \quad P_{pr} = 4.354 \times 10^3$$

$$Q_{pr} := \left[ (|\Gamma_B|)^2 + (|\Gamma_C|)^2 \right] \cdot X_L \cdot i \quad Q_{pr} = 654.988i$$



## Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.

