## Міністерство освіти України Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут"

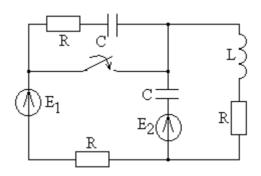
Кафедра ТОЕ

# Розрахунково-графічна робота

"Розрахунок перехідних процесів у лінійних колах" Варіант № 511


## Умова задання

- 1. В колі з джерелом постійної ЕДС необхідно:
- 1) класичним методом розрахзувати напруги на реактивних елементах та струми перехідного процесу;
- 2) розрахувати струм в колі з джерелом ЕДС Е1 та напругу на реактивному елементі операторним методом;
- 3) побудувати в одному часовому масштабі діаграми струму та напруги на реактивних елементах.
- 2. Дослідити, яким повинен бути активний опір у вітці з джерелом Е1, щоб перехідний процес проходив в граничному режимі.
- 3. Визначити струми в вітках та напруги на реактивних елементах в момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійних ЕДС Е1і Е2 в колі діють синусоїдні джерела.
- 3. В післякомутаційній схемі закоротити джерело ЕДС Е2.
- а) виключити катушку індуктивності чи ємність, замінивши останню опором R;
- б) вважаючи, що замість ждерела постійної ЕДС Е1 до отриманного кола подається напруга, форма якої показана на малюнку;
- в) розрахувати вхідний струм та напругу на реактивном елементі методом інтеграла Дюамеля при періоді T, заданому в долях від  $\tau$ ;
- г) побудувати в одному часовому масштабі діаграми напруги на вході, вхідного струму і напруги на реактивних елементі.



#### Основна схема

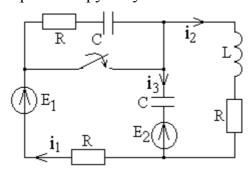
#### Вхідні данні:

L:= 0.15 
$$\Gamma_H$$
 C:=  $60 \cdot 10^{-6}$   $\Phi$  R:= 30 OM

E<sub>1</sub>:= 90 B E<sub>2</sub>:=  $60$  B  $\psi$ :=  $45 \cdot \deg$   $C^0$   $\omega$ :=  $200$   $c^{-1}$ 

## Класичний метод

Оберемо додатній напрямок струмів у вітках схеми:



Знайдемо значення струмів та напруг безпосередньо до комутації:

Усталений режим до комутації: t < 0

$$i_{1\pi K} := 0$$

$$i_{2\pi K} := i_{1\pi K} \quad i_{2\pi K} = 0$$

$$i_{3дк} := 0$$

$$\mathbf{u}_{\mathbf{C}\pi\mathbf{K}} \coloneqq -\mathbf{E}_2$$

$$u_{\text{C}_{JK}} = -60$$
  $u_{\text{L}_{JK}} := 0$ 

$$u_{L\pi\kappa} := 0$$

Усталений режим після комутації:  $t = \infty$ 

$$\mathbf{i'}_1 \coloneqq \frac{\mathbf{E}_1}{2 \cdot \mathbf{R}}$$

$$i'_2 = 1.5$$

$$i'_3 := 0$$

$$\mathbf{u'_L} \coloneqq \mathbf{0}$$

$$u'_{C} := E_1 - E_2 - i'_{1} \cdot R$$
  $u'_{C} = -15$ 

$$u'_{C} = -15$$

Незалежні початкові умови

$$i_{20} := i_{2\pi K}$$

$$i_{20} = 0$$

$$u_{C0} := u_{C\pi\kappa}$$

$$u_{CO} = -60$$

Залежні початкові умови

Given

$$i_{20} = i_{10} - i_{30}$$

$$E_1 - E_2 = u_{C0} + i_{10} \cdot R$$

$$E_2 = i_{20} \cdot R + u_{L0} - u_{C0}$$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{30} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \operatorname{Find}(i_{10}, i_{30}, u_{L0}) \operatorname{float}, 7 \rightarrow \begin{pmatrix} 3. \\ 3. \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$i_{10} = 3$$
  $i_{30} = 3$ 

Незалежні початкові умови

$$di_{20} := \frac{^u\!L0}{L}$$

$$di_{20} =$$

$$du_{C0} := \frac{i_{30}}{C}$$

$$du_{CO} = 5 \times 10^4$$

Залежні початкові умови

Given

$$di_{10} = di_{20} + di_{30}$$

$$0 = du_{C0} + di_{10} \cdot R$$

$$0 = di_{20} \cdot R + du_{L0} - du_{C0}$$

$$\begin{pmatrix} \mathrm{di}_{10} \\ \mathrm{di}_{30} \\ \mathrm{du}_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find} \left( \mathrm{di}_{10}, \mathrm{di}_{30}, \mathrm{du}_{L0} \right) \\ \mathrm{di}_{10} = -1.667 \times 1 \\ (\mathrm{di}_{30} = -1.667 \times 10^3 \, \mathrm{du}_{L0} = 5 \times 10^4 \, \mathrm{du}_{L0} \right)$$

Вільний режим після комутайії: t = 0

Складемо характерестичне рівняння схеми

$$Z(p) := \frac{\frac{1}{p \cdot C} \cdot (R + p \cdot L)}{R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}} + R$$

$$Z(p) := \frac{\frac{1}{p \cdot C} \cdot (R + p \cdot L) + R \cdot \left(R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right)}{R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}}$$

$$\left(\begin{array}{c} p_1 \\ p_2 \end{array}\right) := \frac{1}{p \cdot C} \cdot (R + p \cdot L) + R \cdot \left(R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) \begin{vmatrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{vmatrix} \leftarrow \begin{pmatrix} -377.78 - 281.97 \cdot i \\ -377.78 + 281.97 \cdot i \end{pmatrix}$$

Одже корні характеристичного рівняння мають вигляд:

$$p_1 = -377.78 - 281.97i$$
  $p_2 = -377.78 + 281.97i$ 

Коефіцієнт затухання та кутова частота вільних коливань:

$$\delta \coloneqq \left| \text{Re} \big( \textbf{p}_1 \big) \right| \hspace{0.5cm} \delta = 377.78 \hspace{0.5cm} \omega_0 \coloneqq \left| \text{Im} \big( \textbf{p}_2 \big) \right| \hspace{0.5cm} \omega_0 = 281.97$$

Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$$\begin{split} &\mathbf{i}''_{1}(t) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{e}^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_{0} \cdot t + v_{1}) \\ &\mathbf{i}''_{2}(t) = \mathbf{B} \cdot \mathbf{e}^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_{0} \cdot t + v_{2}) \\ &\mathbf{i}''_{3}(t) = \mathbf{C} \cdot \mathbf{e}^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_{0} \cdot t + v_{3}) \\ &\mathbf{u}''_{C}(t) = \mathbf{D} \cdot \mathbf{e}^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_{0} \cdot t + v_{C}) \\ &\mathbf{u}''_{L}(t) = \mathbf{F} \cdot \mathbf{e}^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_{0} \cdot t + v_{L}) \end{split}$$

Визначення сталих інтегрування:

Для струму i1(t):

Given

$$\begin{split} &\mathbf{i}_{10} - \mathbf{i'}_1 = \mathbf{A} \cdot \sin(\mathbf{v}_1) \\ &\mathbf{di}_{10} = -\mathbf{A} \cdot \delta \cdot \sin(\mathbf{v}_1) + \mathbf{A} \cdot \omega_0 \cdot \cos(\mathbf{v}_1) \\ &\binom{\mathbf{A}}{\mathbf{v}_1} \coloneqq \mathrm{Find}\big(\mathbf{A}, \mathbf{v}_1\big) \; \mathrm{float}, 5 \;\; \rightarrow \begin{pmatrix} -4.1796 & 4.1796 \\ -.36708 & 2.7745 \end{pmatrix} \end{split}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$$A = -4.18$$
  $v_1 = -0.367$ 

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$\begin{split} i\text{"}_1(t) &:= A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin \! \left( \omega_0 \cdot t + v_1 \right) \, \text{float}, 5 \ \rightarrow -4.1796 \cdot \exp (-377.78 \cdot t) \cdot \sin (281.97 \cdot t - .36708) \\ i_1(t) &:= i\text{"}_1 + i\text{"}_1(t) \, \, \text{float}, 4 \ \rightarrow 1.500 - 4.180 \cdot \exp (-377.8 \cdot t) \cdot \sin (282.0 \cdot t - .3671) \end{split}$$

Для струму i2(t):

$$i_{20} - i'_2 = B \cdot \sin(v_2)$$

$$di_{20} = -B \cdot \delta \cdot \sin(v_2) + B \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_2)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{v}_2 \end{pmatrix} := \mathrm{Find} \begin{pmatrix} \mathbf{B}, \mathbf{v}_2 \end{pmatrix} \, \mathrm{float}, \mathbf{5} \rightarrow \begin{pmatrix} 2.5078 & -2.5078 \\ -2.5004 & .64118 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$$B = 2.508$$

$$v_2 = -2.5$$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$\begin{split} &i\text{"}_2(t) := B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin \left(\omega_0 \cdot t + v_2\right) \text{ float, 5} \\ & \to 2.5078 \cdot \exp(-377.78 \cdot t) \cdot \sin(281.97 \cdot t - 2.5004) \\ &i_2(t) := i'_2 + i\text{"}_2(t) \text{ float, 4} \\ & \to 1.500 + 2.508 \cdot \exp(-377.8 \cdot t) \cdot \sin(282.0 \cdot t - 2.500) \end{split}$$

Для струму i3(t):

$$i_{30} - i'_3 = C \cdot \sin(v_3)$$

$$di_{30} = -C \cdot \delta \cdot \sin(v_3) + C \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_3)$$

$$\begin{pmatrix} C \\ v_3 \end{pmatrix} := Find(C, v_3) \text{ float, 5} \rightarrow \begin{pmatrix} -3.5465 & 3.5465 \\ -1.0083 & 2.1333 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$$C = -3.546$$

$$v_3 = -1.008$$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i"_3(t) := C \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin \left(\omega_0 \cdot t + v_3\right) \, \text{float}, \\ 5 \ \to \ -3.5465 \cdot \exp(-377.78 \cdot t) \cdot \sin(281.97 \cdot t - 1.0083)$$

$$i_3(t) := i'_3 + i''_3(t) \text{ float}, 4 \rightarrow -3.547 \cdot \exp(-377.8 \cdot t) \cdot \sin(282.0 \cdot t - 1.008)$$

Для напруги Uc(t):

$$u_{C0} - u'_{C} = D \cdot \sin(v_{C})$$

$$du_{C0} = -D \cdot \delta \cdot \sin(v_C) + D \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_C)$$

$$\begin{pmatrix} D \\ v_C \end{pmatrix} := Find(D, v_C) \begin{vmatrix} float, 5 \\ complex \end{vmatrix} \xrightarrow{-125.39} \begin{pmatrix} -125.39 & 125.39 \\ 2.7745 & -.36708 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$$D = -125.39$$

$$v_C = 2.775$$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$\begin{split} &u''_{C}(t) := D \cdot e^{-\frac{\delta \cdot t}{3}} \cdot \sin \left( \omega_{0} \cdot t + v_{C} \right) \text{ float, 5} & \rightarrow -125.39 \cdot \exp(-377.78 \cdot t) \cdot \sin(281.97 \cdot t + 2.7745) \\ &u_{C}(t) := u'_{C} + u''_{C}(t) \text{ float, 4} & \rightarrow -15. -125.4 \cdot \exp(-377.8 \cdot t) \cdot \sin(282.0 \cdot t + 2.775) \end{split}$$

Для напруги Ul(t):

$$u_{L0} - u'_{L} = F \cdot \sin(v_{L})$$

$$du_{L0} = -F \cdot \delta \cdot \sin(v_L) + F \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_L)$$

$$\begin{pmatrix} F \\ v_L \end{pmatrix} := Find(F, v_L) \begin{vmatrix} float, 5 \\ complex \end{vmatrix} \leftarrow \begin{pmatrix} 177.32 & -177.32 \\ 0 & 3.1416 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

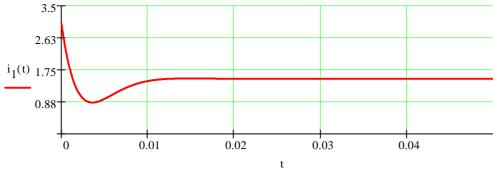
$$F = 177.32$$

$$v_I = 0$$

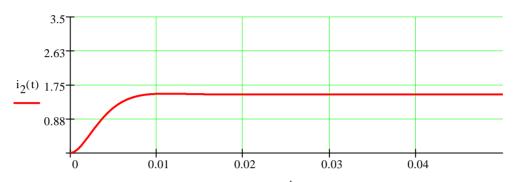
Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$u''_L(t) := F \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_L) \text{ float, 5} \rightarrow 177.32 \cdot \exp(-377.78 \cdot t) \cdot \sin(281.97 \cdot t)$$

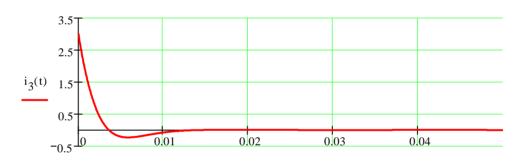
$$\mathbf{u}_L(t) \coloneqq \mathbf{u'}_L + \mathbf{u''}_L(t) \text{ float}, 4 \ \rightarrow 177.3 \cdot exp(-377.8 \cdot t) \cdot sin(282.0 \cdot t)$$



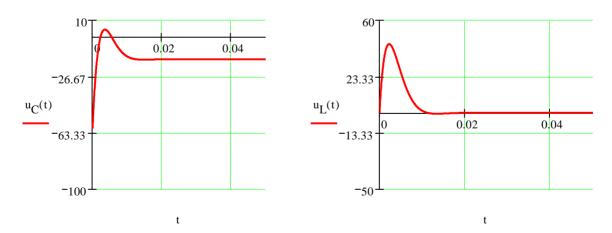
Графік перехідного струму i1(t).



Графік перехідного струму i2(t).

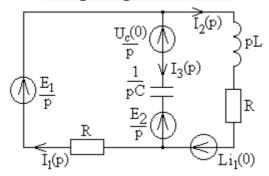


Графік перехідного струму i3(t).



Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

## Операторний метод



#### Операторна схема

Усталений режим до комутації:

$$i_{1 \text{ДK}} \coloneqq 0$$
  $i_{2 \text{ДK}} \coloneqq i_{1 \text{ДK}} \quad i_{2 \text{ДK}} = 0$ 

$$i_{3 \pi \kappa} := 0$$

$$\mathbf{u}_{\mathrm{C}\mathrm{J}\mathrm{K}} \coloneqq -\mathbf{E}_2 \qquad \qquad \mathbf{u}_{\mathrm{C}\mathrm{J}\mathrm{K}} = -60 \qquad \qquad \mathbf{u}_{\mathrm{L}\mathrm{J}\mathrm{K}} \coloneqq -\mathbf{u}_{\mathrm{C}\mathrm{J}\mathrm{K}} + \mathbf{E}_2 \qquad \quad \mathbf{u}_{\mathrm{L}\mathrm{J}\mathrm{K}} = 120$$

#### Початкові умови:

$$i_{L0} := i_{2\pi K}$$
  $i_{L0} = 0$ 

$$u_{C0} = -60$$

$$I_{k1}(p) \cdot \left(R + \frac{1}{p \cdot C}\right) - I_{k2}(p) \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C}\right) = \frac{E_1}{p} - \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p}$$

$$-\mathrm{I}_{k1}(\mathrm{p})\cdot\left(\frac{1}{\mathrm{p}\cdot\mathrm{C}}\right)+\mathrm{I}_{k2}(\mathrm{p})\cdot\left(\mathrm{p}\cdot\mathrm{L}+\mathrm{R}+\frac{1}{\mathrm{p}\cdot\mathrm{C}}\right)=\frac{\mathrm{E}_2}{\mathrm{p}}+\frac{\mathrm{u}_{\mathrm{C}0}}{\mathrm{p}}+\mathrm{L}\mathrm{i}_{20}$$

$$\Delta(p) := \begin{bmatrix} R + \frac{1}{p \cdot C} & -\left(\frac{1}{p \cdot C}\right) \\ -\left(\frac{1}{p \cdot C}\right) & p \cdot L + R + \frac{1}{p \cdot C} \end{bmatrix}$$

$$\Delta(p) := \begin{bmatrix} R + \frac{1}{p \cdot C} & -\left(\frac{1}{p \cdot C}\right) \\ -\left(\frac{1}{p \cdot C}\right) & p \cdot L + R + \frac{1}{p \cdot C} \end{bmatrix}$$

$$\Delta(p) \text{ float, 5} \rightarrow \frac{1}{p^{1}} \cdot \left(1.0000 \cdot 10^{6} + 3400.0 \cdot p + 4.5000 \cdot p^{2} \cdot \right)$$

$$\Delta_{1}(p) := \begin{bmatrix} \frac{E_{1}}{p} - \frac{E_{2}}{p} - \frac{u_{C0}}{p} & -\left(\frac{1}{p \cdot C}\right) \\ \frac{E_{2}}{p} + \frac{u_{C0}}{p} + L i_{20} p \cdot L + R + \frac{1}{p \cdot C} \end{bmatrix} \qquad \Delta_{1}(p) \text{ float, 5} \rightarrow \frac{90}{p^{1}} \cdot \left(30. + .15 \cdot p + \frac{16667}{p^{1}}\right)$$

$$\Delta_{1}(p) \text{ float, 5} \rightarrow \frac{90.}{p^{1.}} \left( 30. + .15 \cdot p + \frac{16667.}{p^{1.}} \right)$$

$$\Delta_{2}(p) := \begin{bmatrix} R + \frac{1}{p \cdot C} & \frac{E_{1}}{p} - \frac{E_{2}}{p} - \frac{u_{C0}}{p} \\ -\left(\frac{1}{p \cdot C}\right) & \frac{E_{2}}{p} + \frac{u_{C0}}{p} + \text{L·i}_{20} \end{bmatrix} \qquad \qquad \Delta_{2}(p) \text{ float, 5 } \rightarrow \frac{1.5000 \cdot 10^{6}}{p^{2}}$$

$$\Delta_2(p) \text{ float, 5} \rightarrow \frac{1.5000 \cdot 10^6}{p^2}$$

Контурні струми та напруга на конденсаторі будуть мати вигляд:

$$\begin{split} I_{k1}(p) &\coloneqq \frac{\Delta_1(p)}{\Delta(p)} \qquad I_1(p) \coloneqq I_{k1}(p) \ \, \left| \frac{\text{float}, 5}{\text{simplify}} \right| \cdot \frac{\left(600 \cdot p + 3 \cdot p^2 + 333340 \cdot\right)}{p \cdot \left(2000000 \cdot p + 9 \cdot p^2\right)} \\ I_{k2}(p) &\coloneqq \frac{\Delta_2(p)}{\Delta(p)} \qquad I_2(p) \coloneqq I_{k2}(p) \ \, \text{float}, 5 \ \, \rightarrow \frac{1.5000 \cdot 10^6}{p^1 \cdot \left(1.0000 \cdot 10^6 + 3400.0 \cdot p + 4.5000 \cdot p^2 \cdot\right)^{1}} \\ I_3(p) &\coloneqq I_{k1}(p) - I_{k2}(p) \ \, \left| \frac{\text{float}, 5}{\text{simplify}} \right| \rightarrow 3 \cdot \frac{\left(1800 \cdot p + 9 \cdot p^2 + 20 \cdot\right)}{p \cdot \left(2000000 \cdot p + 9 \cdot p^2\right)} \\ u_L(p) &\coloneqq L \cdot p \cdot I_2(p) - L \cdot i_{2,JK} \\ u_L(p) \ \, \text{factor} \ \, \rightarrow \frac{450000}{\left(2000000 + 6800 \cdot p + 9 \cdot p^2\right)} \end{split}$$

Перейдемо тепер від зображення до функції часу за формулою розкладу: Для струму I1(p):

$$\begin{split} N_1(p) &:= 9 \cdot \left(600 \cdot p + 3 \cdot p^2 + 333340.\right) \\ N_1(p) &:= 9 \cdot \left(600 \cdot p + 3 \cdot p^2 + 333340.\right) \\ \begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} &:= M_1(p) \begin{vmatrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{vmatrix} \leftarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -377.78 - 281.97 \cdot i \\ -377.78 + 281.97 \cdot i \end{pmatrix} \\ p_0 &= 0 \\ p_1 &= -377.78 - 281.97 i \\ \end{pmatrix} \\ p_0 &= 0 \\ p_1 &= -377.78 - 281.97 i \\ \end{pmatrix} \\ N_1(p_0) &= 3 \times 10^6 \\ M_1(p_1) &= 2.667 \times 10^6 + 4.23 i \times 10^6 \\ M_1(p) &:= \frac{d}{dp} M_1(p) \begin{vmatrix} \text{factor} \\ \text{float}, 5 \end{vmatrix} \rightarrow 2.0000 \cdot 10^6 + 13600 \cdot p + 27 \cdot p^2 \cdot p^2 \cdot q^2 \\ dM_1(p_0) &= 2 \times 10^6 \\ dM_1(p_1) &= -1.431 \times 10^6 + 1.917 i \times 10^6 \\ \end{pmatrix} \\ \text{Отже струм як функція часу буде мати вигляд:} \end{split}$$

$$i_1(t) := \frac{N_1(p_0)}{dM_1(p_0)} + \frac{N_1(p_1)}{dM_1(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_1(p_2)}{dM_1(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t}$$

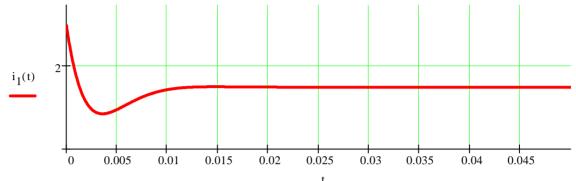
 $i_1(t) \; \text{float,5} \; \rightarrow 1.5000 + (.75000 - 1.9506 \cdot i) \cdot \exp[(-377.78 - 281.97 \cdot i) \cdot t] \\ + (.75000 + 1.9506 \cdot i) \cdot \exp[(-377.78 + 281.97 \cdot i) \cdot t] \\ + (.75000 + 1.9506 \cdot i) \cdot \exp[(-377.78 + 281.97 \cdot i) \cdot t] \\ + (.75000 + 1.9506 \cdot i) \cdot \exp[(-377.78 - 281.97 \cdot i) \cdot t] \\ + (.75000 + 1.9506 \cdot i) \cdot \exp[(-377.78 - 281.97 \cdot i) \cdot t] \\ + (.75000 + 1.9506 \cdot i) \cdot \exp[(-377.78 - 281.97 \cdot i) \cdot t] \\ + (.75000 + 1.9506 \cdot i) \cdot \exp[(-377.78 - 281.97 \cdot i) \cdot t] \\ + (.75000 + 1.9506 \cdot i) \cdot \exp[(-377.78 - 281.97 \cdot i) \cdot t] \\ + (.75000 + 1.9506 \cdot i) \cdot \exp[(-377.78 - 281.97 \cdot i) \cdot t] \\ + (.75000 + 1.9506 \cdot i) \cdot \exp[(-377.78 - 281.97 \cdot i) \cdot t] \\ + (.75000 + 1.9506 \cdot i) \cdot \exp[(-377.78 - 281.97 \cdot i) \cdot t] \\ + (.75000 + 1.9506 \cdot i) \cdot \exp[(-377.78 - 281.97 \cdot i) \cdot t] \\ + (.75000 + 1.9506 \cdot i) \cdot \exp[(-377.78 - 281.97 \cdot i) \cdot t] \\ + (.75000 + 1.9506 \cdot i) \cdot \exp[(-377.78 - 281.97 \cdot i) \cdot t] \\ + (.75000 + 1.9506 \cdot i) \cdot \exp[(-377.78 - 281.97 \cdot i) \cdot t] \\ + (.75000 + 1.9506 \cdot i) \cdot \exp[(-377.78 - 281.97 \cdot i) \cdot t] \\ + (.75000 + 1.9506 \cdot i) \cdot \exp[(-377.78 - 281.97 \cdot i) \cdot t] \\ + (.75000 + 1.9506 \cdot i) \cdot \exp[(-377.78 - 281.97 \cdot i) \cdot t] \\ + (.75000 + 1.9506 \cdot i) \cdot \exp[(-377.78 - 281.97 \cdot i) \cdot t] \\ + (.75000 + 1.9506 \cdot i) \cdot \exp[(-377.78 - 281.97 \cdot i) \cdot t] \\ + (.75000 + 1.9506 \cdot i) \cdot \exp[(-377.78 - 281.97 \cdot i) \cdot t] \\ + (.75000 + 1.9506 \cdot i) \cdot \exp[(-377.78 - 281.97 \cdot i) \cdot t] \\ + (.75000 + 1.9506 \cdot i) \cdot \exp[(-377.78 - 281.97 \cdot i) \cdot t] \\ + (.75000 + 1.9506 \cdot i) \cdot \exp[(-377.78 - 281.97 \cdot i) \cdot t] \\ + (.75000 + 1.9506 \cdot i) \cdot \exp[(-377.78 - 281.97 \cdot i) \cdot t] \\ + (.75000 + 1.9506 \cdot i) \cdot \exp[(-377.78 - 281.97 \cdot i) \cdot t] \\ + (.75000 + 1.9506 \cdot i) \cdot \exp[(-377.78 - 281.97 \cdot i) \cdot t] \\ + (.75000 + 1.9506 \cdot i) \cdot \exp[(-377.78 - 281.97 \cdot i) \cdot t] \\ + (.75000 + 1.9506 \cdot i) \cdot \exp[(-377.78 - 281.97 \cdot i) \cdot t] \\ + (.75000 + 1.9506 \cdot i) \cdot \exp[(-377.78 - 281.97 \cdot i) \cdot t] \\ + (.75000 + 1.9506 \cdot i) \cdot \exp[(-377.78 - 281.97 \cdot i) \cdot t] \\ + (.75000 + 1.9506 \cdot i) \cdot \exp[(-377.78 - 281.97 \cdot i) \cdot t] \\ + (.75000 + 1.9506 \cdot i) \cdot \exp[(-377.78 - 281.97 \cdot i) \cdot t] \\ + (.75000 + 1.9506 \cdot i) \cdot \exp[(-377.78 - 281.97 \cdot i) \cdot t] \\ + (.75000 + 1.9506 \cdot i) \cdot \exp[(-377.78 - 28$ 

Для напруги на індуктивності:

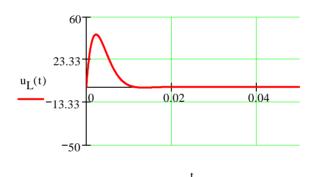
$$\begin{split} N_L(p) &:= 450000 & M_L(p) := 2000000 + 6800 \cdot p + 9 \cdot p^2 \\ \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} &:= M_L(p) \ \, \left| \begin{array}{l} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{array} \right. \\ \begin{pmatrix} -377.78 + 281.97 \cdot i \\ -377.78 - 281.97 \cdot i \end{array} \right) \\ p_1 &= -377.78 + 281.97 i \\ N_L(p_1) &= 4.5 \times 10^5 \\ M_L(p) &:= \frac{d}{dp} M_L(p) \ \, \text{factor} \ \, \rightarrow 6800 + 18 \cdot p \\ dM_L(p_1) &= -0.04 + 5.075 i \times 10^3 \\ \end{pmatrix} \\ dM_L(p_2) &= -0.04 - 5.075 i \times 10^3 \end{split}$$

Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$\begin{split} u_L(t) &:= \frac{N_L(p_1)}{dM_L(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_L(p_2)}{dM_L(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \\ u_L(t) &:= u_L(0) = -1.397 \times 10^{-3} \\ u_L(0) &:= u_L(0) = -1.397 \times 10^{-3} \\ u_L$$

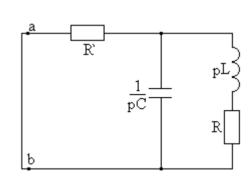


Графік перехідного струму i1(t).

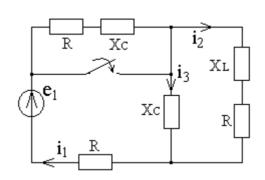


### Дослідити чому повинен дорівнювати активний опір вітки с джерелом ЕРС Е1 щоб аперіодичний процес переходив у коливальний

$$\begin{split} Z_{ab}(p) &:= \mathbf{R'} + \frac{\left(\frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot (\mathbf{R} + \mathbf{p} \cdot \mathbf{L})}{\frac{1}{p \cdot C} + \mathbf{R} + \mathbf{p} \cdot \mathbf{L}} \\ Z_{ab}(p) &:= \frac{\mathbf{R'} \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C} + \mathbf{R} + \mathbf{p} \cdot \mathbf{L}\right) + \left(\frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot (\mathbf{R} + \mathbf{p} \cdot \mathbf{L})}{\frac{1}{p \cdot C} + \mathbf{R} + \mathbf{p} \cdot \mathbf{L}} \\ (\mathbf{R'} \cdot \mathbf{L}) \cdot \mathbf{p}^2 + \left(\mathbf{R} \cdot \mathbf{R'} + \frac{\mathbf{L}}{C}\right) \cdot \mathbf{p} + \left(\frac{\mathbf{R'}}{C} + \frac{\mathbf{R}}{C}\right) = 0 \\ D &= 0 \\ \left(\mathbf{R} \cdot \mathbf{R'} + \frac{\mathbf{L}}{C}\right)^2 - 4 \cdot (\mathbf{R'} \cdot \mathbf{L}) \cdot \left(\frac{\mathbf{R'}}{C} + \frac{\mathbf{R}}{C}\right) = 0 \\ \left(\mathbf{R} \cdot \mathbf{R'} + \frac{\mathbf{L}}{C}\right)^2 - 4 \cdot (\mathbf{R'} \cdot \mathbf{L}) \cdot \left(\frac{\mathbf{R'}}{C} + \frac{\mathbf{R}}{C}\right) \begin{vmatrix} \operatorname{solve}, \mathbf{R'} \\ \operatorname{float}, 5 \end{vmatrix} \xrightarrow{-35.714} \\ 19.231 \end{split}$$



Визначити струми віток і напруги на реактивних елементах у момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійної напруги E1 і E2 у колі діють джерела синусоідної напруги:



$$Z'_{VX} := 2 \cdot R - i \cdot X_C + \frac{\left(R + X_L \cdot i\right) \cdot \left(-i \cdot X_C\right)}{R + X_L \cdot i - i \cdot X_C}$$

$$Z'_{VX} = 115.638 - 67.755i$$

$$\Gamma_{1,\mu} := \frac{E_1}{Z'_{vx}}$$

$$I'_{1\pi\kappa} = 0.17 + 0.65i$$

$$F(I'_{1\pi K}) = (0.672 \ 75.367)$$

$$\mathbf{I'}_{2 \text{dk}} \coloneqq \mathbf{I'}_{1 \text{dk}} \cdot \frac{\left(-\mathbf{i} \cdot \mathbf{X}_{C}\right)}{\mathbf{R} + \mathbf{X}_{L} \cdot \mathbf{i} - \mathbf{i} \cdot \mathbf{X}_{C}}$$

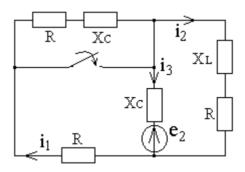
$$I'_{2 \text{ДK}} = 0.635 + 0.658i$$

$$I'_{1 \text{ JK}} = 0.17 + 0.65i$$
  $F(I'_{1 \text{ JK}}) = (0.672 \ 75.367)$   $I'_{2 \text{ JK}} = 0.635 + 0.658i$   $F(I'_{2 \text{ JK}}) = (0.914 \ 46.009)$ 

$$I'_{3 \text{дK}} := I'_{1 \text{дK}} - I'_{2 \text{дK}}$$

$$I'_{3\pi K} = -0.466 - 8.2i \times 10^{-3}$$
  $F(I'_{3\pi K}) = (0.466 - 178.991)$ 

$$F(I'_{3 \text{ДK}}) = (0.466 -178.991)$$



$$Z''_{vx} := -X_C \cdot i + \frac{\left(R + i \cdot X_L\right) \cdot \left(2 \cdot R - i \cdot X_C\right)}{R + i \cdot X_L + R + R - i \cdot X_C}$$
 
$$Z''_{vx} = 38.772 - 68.135i$$

$$Z''_{VX} = 38.772 - 68.135i$$

$$I''_{3$$
дк :=  $\frac{E_2}{Z''_{vx}}$ 

$$I''_{3\pi K} = -0.203 + 0.738i$$

$$F(I''_{3\mu K}) = (0.765 \ 105.359)$$

$$I''_{3\mu\kappa} := \frac{E_2}{Z''_{VX}} \qquad I''_{3\mu\kappa} := \frac{E_2}{Z''_{VX}} \qquad I''_{3\mu\kappa} := -0.203 + 0.738i \qquad F(I''_{3\mu\kappa}) = (0.765 \ 105.359)$$

$$I''_{1\mu\kappa} := I''_{3\mu\kappa} \cdot \frac{\left(R + i \cdot X_L\right)}{R + i \cdot X_L + R + R - i \cdot X_C} \qquad I''_{1\mu\kappa} := -0.31 - 5.467i \times 10^{-3} \quad F(I''_{1\mu\kappa}) = (0.31 \ -178.991)$$

$$I''_{2\mu\kappa} := I''_{3\mu\kappa} - I''_{1\mu\kappa} \qquad I''_{2\mu\kappa} = 0.108 + 0.743i \qquad F(I''_{2\mu\kappa}) = (0.751 \ 81.763)$$

$$I''_{1 \text{ TEC}} = -0.31 - 5.467i \times 10^{-3}$$

$$^{3} F(I''_{1ДK}) = (0.31 -178.991)$$

$$I''_{2д\kappa} := I''_{3д\kappa} - I''_{1д\kappa}$$

$$I''_{2 \text{ДK}} = 0.108 + 0.743$$

$$F(I''_{2 \pi K}) = (0.751 \ 81.763)$$

$$\begin{split} I_{1_{DK}} &:= \Gamma_{1_{DK}} + \Gamma_{1_{DK}} & I_{1_{DK}} = -0.141 + 0.644i & F\left(I_{1_{DK}}\right) = (0.659 \ 102.319) \\ I_{2_{DK}} &:= \Gamma_{2_{DK}} + \Gamma_{2_{DK}} & I_{2_{DK}} = 0.743 + 1.401i & F\left(I_{2_{DK}}\right) = (1.586 \ 62.076) \\ I_{3_{DK}} &:= \Gamma_{3_{DK}} - \Gamma_{3_{DK}} & I_{3_{DK}} = -0.263 - 0.746i & F\left(I_{3_{DK}}\right) = (0.791 \ -109.401) \\ u_{C_{DK}} &:= I_{3_{DK}} \cdot \left(-i \cdot X_{C}\right) & u_{C_{DK}} = -62.186 + 21.9i & F\left(u_{C_{DK}}\right) = (65.929 \ 160.599) \\ u_{L_{DK}} &:= I_{1_{DK}} \cdot i \cdot X_{L} & u_{L_{DK}} = -19.328 - 4.221i & F\left(u_{L_{DK}}\right) = (19.783 \ -167.681) \\ i_{1_{DK}}(t) &:= \left|I_{1_{DK}}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(I_{1_{DK}}\right)\right) \\ i_{2_{DK}}(t) &:= \left|I_{3_{DK}}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(I_{3_{DK}}\right)\right) \\ u_{C_{DK}}(t) &:= \left|u_{C_{DK}}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{C_{DK}}\right)\right) \\ u_{L_{DK}}(t) &:= \left|u_{C_{DK}}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{C_{DK}}\right)\right) \\ u_{L_{DK}}(t) &:= \left|u_{C_{DK}}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{C_{DK}}\right)\right) \\ u_{L_{DK}}(t) &:= \left|u_{C_{DK}}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{C_{DK}}\right)\right) \\ u_{L_{DK}}(t) &:= \left|u_{C_{DK}}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{C_{DK}}\right)\right) \\ u_{C_{DK}}(t) &:= \left|u_{C_{DK}}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{C_{DK}}\right)\right) \\ u_{C_{DK}}(t) &:= \left|u_{C_{DK}}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{C_{DK}}\right)\right) \\ u_{C_{DK}}(t) &:= \left|u_{C_{DK}}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{C_{DK}}\right)\right) \\ u_{C_{DK}}(t) &:= \left|u_{C_{DK}}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{C_{DK}}\right)\right) \\ u_{C_{DK}}(t) &:= \left|u_{C_{DK}}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{C_{DK}}\right)\right) \\ u_{C_{DK}}(t) &:= \left|u_{C_{DK}}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{C_{DK}}\right)\right) \\ u_{C_{DK}}(t) &:= \left|u_{C_{DK}}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{C_{DK}}\right)\right) \\ u_{C_{DK}}(t) &:= \left|u_{C_{DK}}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{C_{DK}}\right)\right) \\ u_{C_{DK}}(t) &:= \left|u_{C_{DK}}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{C_{DK}}\right)\right) \\ u_{C_{DK}}(t) &:= \left|u_{C_{DK}}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{C_{DK}}\right)\right) \\ u_{C_{DK}}(t) &:= \left|u_{C_{DK}}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{C_{DK}}\right)\right) \\ u_{C_{DK}}(t) &:= \left|u_{C_{DK}}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{C_{DK}}\right)\right) \\ u_{C_{DK}}(t) &:= \left|u_{C_{DK}}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{C_{DK}}\right)\right) \\ u_{C_{DK}}(t) &:= \left|u_{C_{$$

#### Початкові умови:

$$u_{\text{C}_{\text{ЛK}}}(0) = 30.971$$

$$i_{20} = 1.982$$

Given

$$i_{20} = i_{10} - i_{30}$$

$$e_1(0) - e_2(0) = u_{C0} + i_{10} R$$

$$e_2(0) = i_{20} \cdot R + u_{L0} - u_{C0}$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{i}_{10} \\ \mathbf{i}_{30} \\ \mathbf{u}_{L0} \end{pmatrix} \coloneqq \mathsf{Find} \! \left( \mathbf{i}_{10}, \mathbf{i}_{30}, \mathbf{u}_{L0} \right)$$

$$i_{10} = -0.032$$
  $i_{20} = 1.982$   $i_{30} = -2.014$ 

$$i_{30} = -2.014$$

$$u_{L,0} = 31.514$$

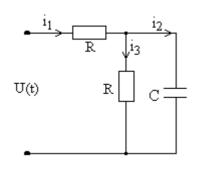
$$u_{C0} = 30.971$$

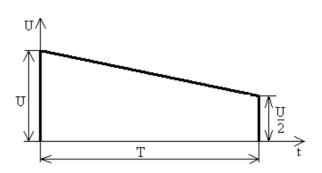
## Інтеграл Дюамеля

$$T := 0.9$$

$$E_1 := 90$$

E := 1





Усталений режим до комутації: t < 0

$$i_{1\text{ДK}} \coloneqq \frac{0}{R+R}$$

$$i_{1$$
дк = 0

$$i_{3 \text{дK}} := i_{1 \text{дK}}$$

$$i_{3\pi\kappa} = 0$$

$$i_{2\pi K} := 0$$

$$i_{2 \pi K} = 0$$

$$u_{C \perp K} := 0 - i_{1 \perp K} \cdot R$$

$$\mathbf{u}_{\mathbf{C}\mathbf{\mathsf{Д}}\mathbf{K}} = 0$$

Усталений режим після комутації:

$$i'_1 := \frac{E}{R + R}$$

$$i'_1 = 0.017$$

$$i'_3 := i'_1$$

$$i'_3 = 0.017$$

$$i'_2 := 0$$

$$i'_2 = 0$$

$$u'_C := E - i'_1 \cdot R$$

$$u'_{C} = 0.5$$

Незалежні початкові умови

$$u_{C0} := u_{C_{ЛК}}$$

$$u_{CO} = 0$$

Залежні початкові умови

Given

$$i_{20} = i_{10} - i_{30}$$

$$E = i_{30} \cdot R + i_{10} \cdot R$$

$$0 = u_{C0} - i_{30} \cdot R$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{i}_{10} \\ \mathbf{i}_{20} \\ \mathbf{i}_{30} \end{pmatrix} := \mathsf{Find} \big( \mathbf{i}_{10}, \mathbf{i}_{20}, \mathbf{i}_{30} \big)$$

$$i_{10} = 0.033$$

$$i_{10} = 0.033$$
  $i_{20} = 0.033$ 

$$i_{30} = 0$$

Вільний режим після комутайії:

Складемо характерестичне рівняння схеми

$$Z_{VX}(p) := R + \frac{R \cdot \frac{1}{p \cdot C}}{R + \frac{1}{p \cdot C}}$$

$$Zvx(p) := \frac{R \cdot \left(R + \frac{1}{p \cdot C}\right) + R \cdot \frac{1}{p \cdot C}}{R + \frac{1}{p \cdot C}}$$

$$p := R \cdot \left(R + \frac{1}{p \cdot C}\right) + R \cdot \frac{1}{p \cdot C} \quad \begin{vmatrix} solve, p \\ float, 5 \end{vmatrix} \rightarrow -1111.1$$

$$T := \frac{1}{|\mathbf{n}|} \cdot \mathbf{T}$$

$$T := \frac{1}{|p|} \cdot T \qquad T = 8.1 \times 10^{-4}$$

Одже корень характеристичного рівняння має вигляд:  $p = -1.111 \times 10^3$ 

$$p = -1.111 \times 10^3$$

Вільна складова струма буде мати вигляд:

$$\mathbf{i''}_1(t) := \mathbf{A}_1 \!\cdot\! \mathbf{e}^{\mathbf{p} \cdot \mathbf{t}^{\blacksquare}}$$

Визначення сталих інтегрування:

$$A_1 := i_{10} - i'_1$$

$$A_1 = 0.017$$

Отже:

$$i''_1(t) := A_1 \cdot e^{p \cdot t}$$

Повні значення цих струмів:

$$\begin{split} g_{11}(t) &:= i'_1 + i''_1(t) & g_{11}(t) \text{ float, 5} \ \to 1.6667 \cdot 10^{-2} + 1.6667 \cdot 10^{-2} \cdot \exp(-1111.1 \cdot t) \\ h_{cU}(t) &:= A_1 \cdot R - A_1 \cdot R \cdot e^{p \cdot t} \text{ float, 5} \ \to .50000 - .50000 \cdot \exp(-1111.1 \cdot t) \end{split}$$

Визначимо закони зміни напруги на всіх проміжках часу:

$$\begin{array}{lll} {\rm U}_0 \coloneqq {\rm E}_1 & {\rm U}_0 = 90 \\ & {\rm U}_1({\rm t}) \coloneqq {\rm U}_0 - \frac{{\rm E}_1}{2{\rm T}} \cdot {\rm t} & {\rm U}_1({\rm t}) \ {\rm float}, 5 \ \to 90. \ -55555. \cdot {\rm t} & 0 < {\rm t} < {\rm T} \\ & {\rm U}_2 \coloneqq 0 & {\rm U}_2 = 0 & {\rm T} < {\rm t} < \infty \\ & {\rm U}_1 \coloneqq \frac{{\rm d}}{{\rm d} {\rm t}} {\rm U}_1({\rm t}) \ {\rm float}, 5 \ \to -55555. \end{array}$$

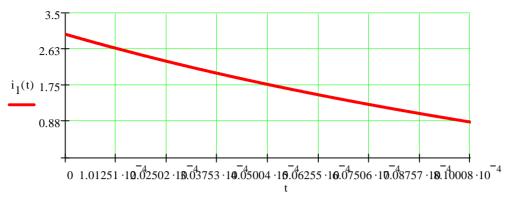
Струм на цих проміжках буде мати вигляд:

$$\begin{split} i_1(t) &:= U_0 \cdot g_{11}(t) + \int_0^t U_1 \cdot g_{11}(t-\tau) \, d\tau \qquad i_1(t) \ \left| \begin{matrix} factor \\ float, 2 \end{matrix} \right| \cdot .67 + 2.3 \cdot exp \left( -1.1 \cdot 10^3 \cdot t \right) - 9.3 \cdot 10^2 \cdot t \\ i_2(t) &:= U_0 \cdot g_{11}(t) + \int_0^T U_1 \cdot g_{11}(t-\tau) \, d\tau + \left( U_2 - \frac{E_1}{2} \right) \cdot g_{11}(t-T) \\ i_2(t) \ \left| \begin{matrix} factor \\ float, 3 \end{matrix} \right| - 2.00 \cdot 10^{-20} + 2.33 \cdot exp \left( -1.11 \cdot 10^3 \cdot t \right) - 1.58 \cdot exp \left( -1.11 \cdot 10^3 \cdot t + .900 \right) \end{split}$$

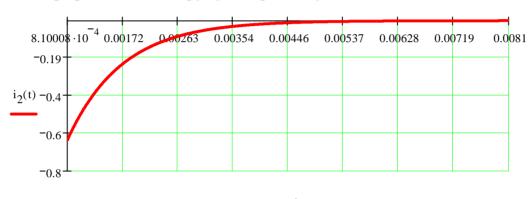
Напруга на ємності на цих проміжках буде мати вигляд:

$$\begin{split} u_{C1}(t) &:= U_0 \cdot h_{cU}(t) + \int_0^t U_1 \cdot h_{cU}(t-\tau) \, d\tau \, \operatorname{float}, 5 \\ &\to 70.000 - 70.000 \cdot \exp(-1111.1 \cdot t) - 27778 \cdot \cdot t \\ u_{C2}(t) &:= U_0 \cdot h_{cU}(t) + \int_0^T U_1 \cdot h_{cU}(t-\tau) \, d\tau + \left( U_2 - \frac{E_1}{2} \right) \cdot h_{cU}(t-T) \\ u_{C2}(t) \, \operatorname{float}, 3 &\to -70.0 \cdot \exp\left(-1.11 \cdot 10^3 \cdot t\right) + 47.5 \cdot \exp\left(-1.11 \cdot 10^3 \cdot t + .900\right) \end{split}$$

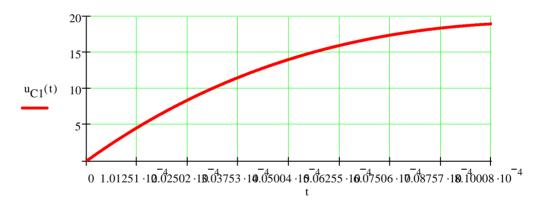
Графік вхідного струму на проміжку:  $0 \le t \le T$ 



Графік вхідного струму на проміжку:  $T \le t \le \infty$ 



Графік наруги на реактивному елементі на проміжку:  $0 \le t \le T$ 



Графік наруги на реактивному елементі на проміжку:  $T \le t \le \infty$ 

