Міністерство освіти України
Національний технічний університет України
“Київський політехнічний інститут”
Кафедра ТОЕ

Розрахунково-графічна робота

“Розрахунок перехідних процесів у лінійних колах“

Варіант № 512

Виконав: ________________
____
____
____

Перевірив: ________________

Київ 2007

Умова задання

1. В колі з джерелом постійної ЕДС необхідно:

   1) класичним методом розрахзувати напруги на реактивних елементах та струми перехідного процесу;

   2) розрахувати струм в колі з джерелом ЕДС E1 та напругу на реактивному елементі операторним методом;

   3) побудувати в одному часовому масштабі діаграми струму та напруги на реактивних елементах.

2. Дослідити, яким повинен бути активний опір у вітці з джерелом E1, щоб перехідний процес проходив в граничному режимі.

3. Визначити струми в вітках та напруги на реактивних елементах в момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійних ЕДС E1і E2 в колі діють синусоїдні джерела.

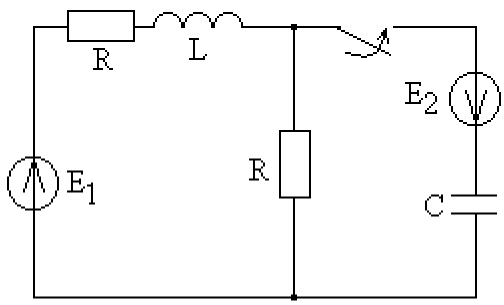
3. В післякомутаційній схемі закоротити джерело ЕДС E2.

   а) виключити катушку індуктивності чи ємність, замінивши останню опором R;

   б) вважаючи, що замість ждерела постійної ЕДС E1 до отриманного кола подається напруга, форма якої показана на малюнку;

   в) розрахувати вхідний струм та напругу на реактивном елементі методом інтеграла Дюамеля при періоді T, заданому в долях від τ;

   г) побудувати в одному часовому масштабі діаграми напруги на вході, вхідного струму і напруги на реактивних елементі.



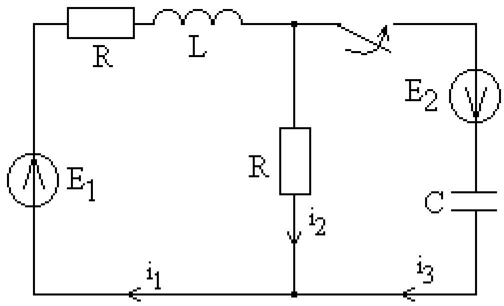
Вхідні данні:

$L := 0.15$ Гн $C := 60 \cdot 10^{-6}$ Ф $R := 30$ Ом

$E_1 := 90$ В $E_2 := 60$ В $\psi := 45 \cdot deg$ C^0 $\omega := 200$ c^{-1}

Класичний метод

Оберемо додатній напрямок струмів у вітках схеми:



Знайдемо значення струмів та напруг безпосередньо до комутації:

Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \frac{E_1}{2R}$ $\quad i_{2дк} := i_{1дк}$ $\quad i_{2дк} = 1.5$ $\quad i_{3дк} := 0$

$u_{Cдк} := 0$ $\quad u_{Cдк} = 0$ $\quad u_{Lдк} := 0$

Усталений режим після комутації: $t = \infty$

$i'_1 := \frac{E_1}{2R}$ $\quad i'_2 := i'_1$ $\quad i'_2 = 1.5$ $\quad i'_3 := 0$

$u'_L := 0$ $\quad u'_C := E_1 + E_2 - i'_1 \cdot R$ $\quad u'_C = 105$

Незалежні початкові умови

$i_{10} := i_{1дк}$ $\quad i_{10} = 1.5$

$u_{C0} := u_{Cдк}$ $\quad u_{C0} = 0$

Залежні початкові умови

Given

$i_{10} = i_{20} + i_{30}$

$E_1 = u_{L0} + i_{20} \cdot R + i_{10} \cdot R$

$E_2 = -i_{20} \cdot R + u_{C0}$

$\begin{pmatrix} i_{30} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{30}, i_{20}, u_{L0})$ $\quad i_{30} = 3.5$ $\quad i_{20} = -2$ $\quad u_{L0} = 105$

Незалежні початкові умови

$di_{10} := \frac{u_{L0}}{L}$ $\quad di_{10} = 700$ $\quad du_{C0} := \frac{i_{30}}{C}$ $\quad du_{C0} = 5.833 \times 10^4$

Залежні початкові умови

Given

$di_{10} = di_{20} + di_{30}$

$0 = du_{L0} + di_{20} \cdot R + di_{10} \cdot R$

$0 = -di_{20} \cdot R + du_{C0}$

$\begin{pmatrix} di_{20} \\ di_{30} \\ du_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(di_{20}, di_{30}, du_{L0})$ $\quad di_{20} = 1.944 \times 10^3$ $\quad di_{30} = -1.244 \times 10^3$ $\quad du_{L0} = -7.933 \times 10^4$

Вільний режим після комутайії: $t = 0$

Складемо характерестичне рівняння схеми

$$Z(p) := \frac{R \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C}\right)}{R + \frac{1}{p \cdot C}} + p \cdot L + R \qquad Z(p) := \frac{R \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C}\right) + (p \cdot L + R) \cdot \left(R + \frac{1}{p \cdot C}\right)}{R + \frac{1}{p \cdot C}}$$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := R \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C}\right) + (p \cdot L + R) \cdot \left(R + \frac{1}{p \cdot C}\right) \left|\begin{matrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{matrix}\right. \rightarrow \begin{pmatrix} -377.78 - 281.97 \cdot i \\ -377.78 + 281.97 \cdot i \end{pmatrix}$$

Одже корні характеристичного рівняння мають вигляд:

$p_1 = -377.78 - 281.97i$ $\qquad$ $p_2 = -377.78 + 281.97i$

Коефіцієнт затухання та кутова частота вільних коливань:

$\delta := \left|\mathrm{Re}(p_1)\right|$ $\quad \delta = 377.78$ $\qquad \omega_0 := \left|\mathrm{Im}(p_2)\right|$ $\quad \omega_0 = 281.97$

Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$i''_1(t) = A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_1)$

$i''_2(t) = B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_2)$

$i''_3(t) = C \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_3)$

$u''_C(t) = D \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_C)$

$u''_L(t) = F \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_L)$

Визначення сталих інтегрування:

Для струму i1(t):

Given

$i_{10} - i'_1 = A \cdot \sin(v_1)$

$di_{10} = -A \cdot \delta \cdot \sin(v_1) + A \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_1)$

$$\begin{pmatrix} A \\ v_1 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(A, v_1)\ \text{float}, 5 \rightarrow \begin{pmatrix} 2.4825 & -2.4825 \\ 0 & 3.1416 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$A = 2.482$ $\qquad$ $v_1 = 0$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$i''_1(t) := A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_1)\ \text{float}, 5 \rightarrow 2.4825 \cdot \exp(-377.78 \cdot t) \cdot \sin(281.97 \cdot t)$

$i_1(t) := i'_1 + i''_1(t)\ \text{float}, 4 \rightarrow 1.500 + 2.483 \cdot \exp(-377.8 \cdot t) \cdot \sin(282.0 \cdot t)$

Для струму i2(t):

$i_{20} - i'_2 = B \cdot \sin(v_2)$

$di_{20} = -B \cdot \delta \cdot \sin(v_2) + B \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_2)$

$$\begin{pmatrix} B \\ v_2 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(B, v_2)\ \text{float}, 5 \rightarrow \begin{pmatrix} -4.1376 & 4.1376 \\ 2.1333 & -1.0083 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$B = -4.138$ $\qquad$ $v_2 = 2.133$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i''_2(t) := B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_2) \text{ float}, 5 \ \rightarrow -4.1376 \cdot \exp(-377.78 \cdot t) \cdot \sin(281.97 \cdot t + 2.1333)$$

$$i_2(t) := i'_2 + i''_2(t) \text{ float}, 4 \ \rightarrow 1.500 - 4.138 \cdot \exp(-377.8 \cdot t) \cdot \sin(282.0 \cdot t + 2.133)$$

Для струму i3(t):

$$i_{30} - i'_3 = C \cdot \sin(v_3)$$

$$di_{30} = -C \cdot \delta \cdot \sin(v_3) + C \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_3)$$

$$\begin{pmatrix} C \\ v_3 \end{pmatrix} := \text{Find}(C, v_3) \text{ float}, 5 \ \rightarrow \begin{pmatrix} -3.5109 & 3.5109 \\ -1.6495 & 1.4921 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$C = -3.511$ $\qquad\qquad$ $v_3 = -1.649$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i''_3(t) := C \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_3) \text{ float}, 5 \ \rightarrow -3.5109 \cdot \exp(-377.78 \cdot t) \cdot \sin(281.97 \cdot t - 1.6495)$$

$$i_3(t) := i'_3 + i''_3(t) \text{ float}, 4 \ \rightarrow -3.511 \cdot \exp(-377.8 \cdot t) \cdot \sin(282.0 \cdot t - 1.650)$$

Для напруги Uc(t):

$$u_{C0} - u'_C = D \cdot \sin(v_C)$$

$$du_{C0} = -D \cdot \delta \cdot \sin(v_C) + D \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_C)$$

$$\begin{pmatrix} D \\ v_C \end{pmatrix} := \text{Find}(D, v_C) \ \left| \begin{matrix} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{matrix} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -124.13 & 124.13 \\ 2.1333 & -1.0083 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$D = -124.13$ $\qquad\qquad$ $v_C = 2.133$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$u''_C(t) := D \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_C) \text{ float}, 5 \ \rightarrow -124.13 \cdot \exp(-377.78 \cdot t) \cdot \sin(281.97 \cdot t + 2.1333)$$

$$u_C(t) := u'_C + u''_C(t) \text{ float}, 4 \ \rightarrow 105. - 124.1 \cdot \exp(-377.8 \cdot t) \cdot \sin(282.0 \cdot t + 2.133)$$

Для напруги Ul(t):

$$u_{L0} - u'_L = F \cdot \sin(v_L)$$

$$du_{L0} = -F \cdot \delta \cdot \sin(v_L) + F \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_L)$$

$$\begin{pmatrix} F \\ v_L \end{pmatrix} := \text{Find}(F, v_L) \ \left| \begin{matrix} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{matrix} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -175.54 & 175.54 \\ -.64119 & 2.5004 \end{pmatrix}$$

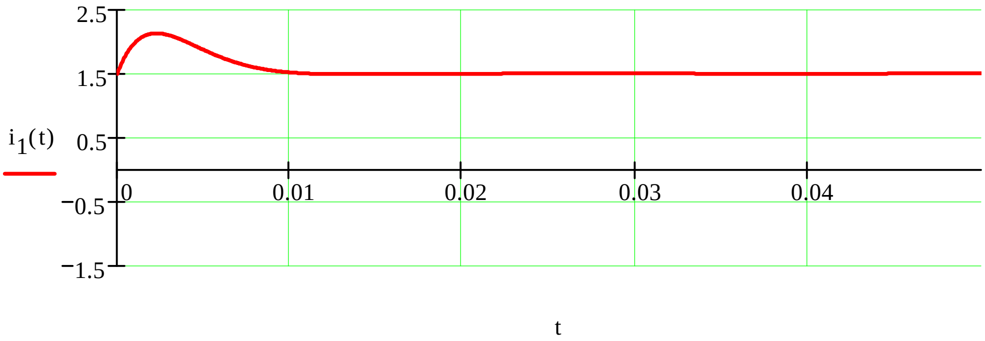
Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$F = -175.54$ $\qquad\qquad$ $v_L = -0.641$

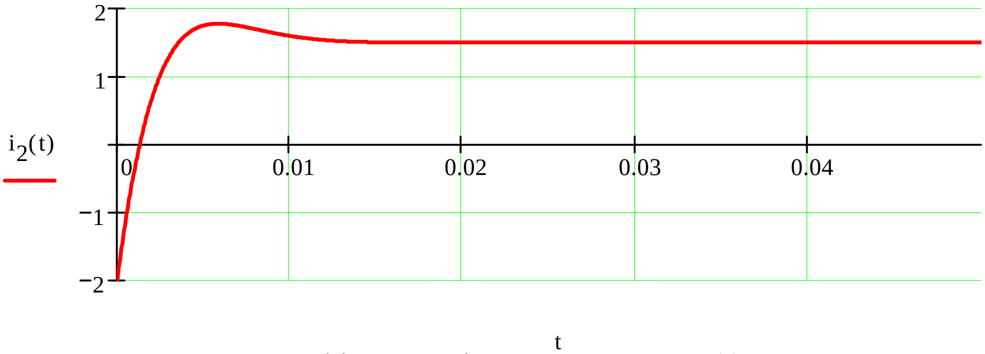
Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$u''_L(t) := F \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_L) \text{ float}, 5 \ \rightarrow -175.54 \cdot \exp(-377.78 \cdot t) \cdot \sin(281.97 \cdot t - .64119)$$

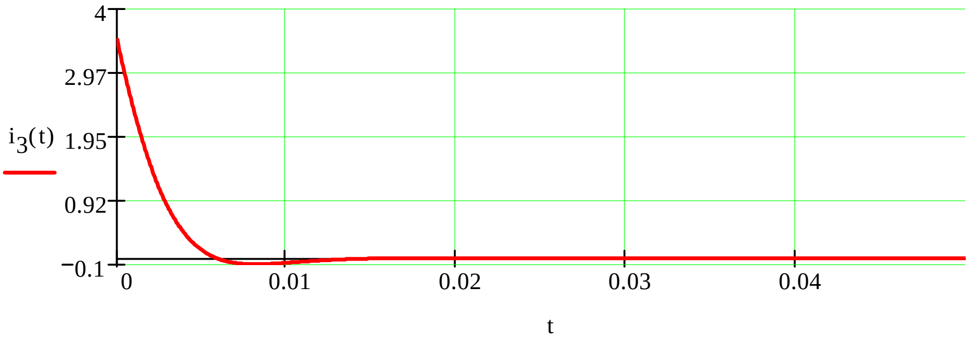
$$u_L(t) := u'_L + u''_L(t) \text{ float}, 4 \ \rightarrow -175.5 \cdot \exp(-377.8 \cdot t) \cdot \sin(282.0 \cdot t - .6412)$$



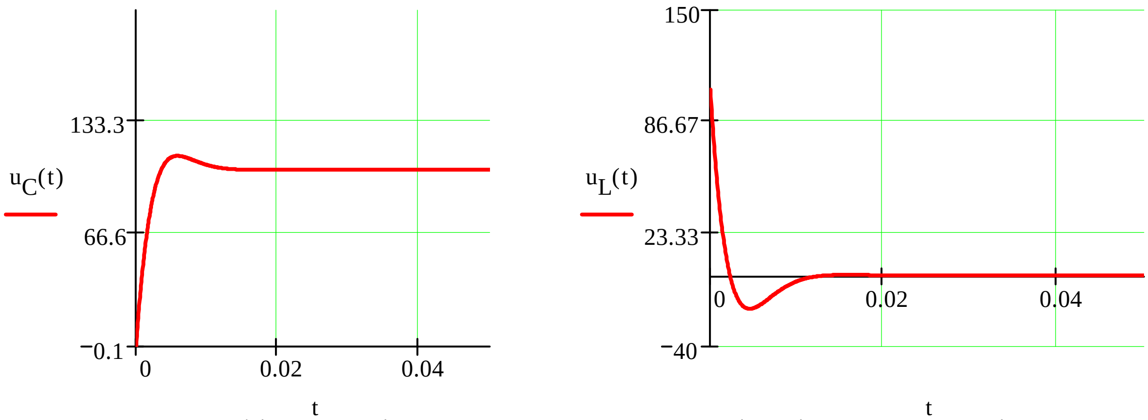
Графік перехідного струму i1(t).



Графік перехідного струму i2(t).

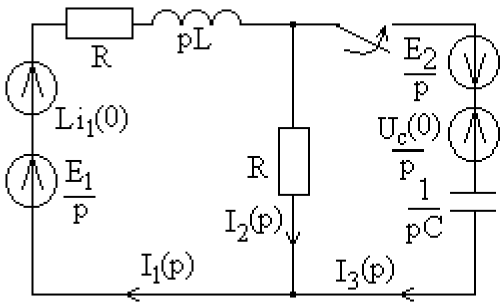


Графік перехідного струму i3(t).



Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

<u>Операторний метод</u>



Операторна схема

Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \dfrac{E_1}{2R}$ $\quad i_{2дк} := i_{1дк}$ $\quad i_{2дк} = 1.5$ $\quad i_{3дк} := 0$

$u_{Cдк} := 0$ $\quad u_{Cдк} = 0$ $\quad u_{Lдк} := 0$

Початкові умови:

$i_{L0} := i_{1дк}$ $\quad i_{L0} = 1.5$

$u_{C0} = 0$

$$I_{k1}(p)\cdot(2R + p\cdot L) - I_{k2}(p)\cdot(R) = \frac{E_1}{p} + L\cdot i_{L0}$$

$$-I_{k1}(p)\cdot(R) + I_{k2}(p)\cdot\left(R - \frac{1}{p\cdot C}\right) = \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p}$$

$$\Delta(p) := \left\|\begin{bmatrix} 2R + p\cdot L & -(R) \\ -(R) & R + \dfrac{1}{p\cdot C}\end{bmatrix}\right\| \qquad \Delta(p)\ \text{float},5\ \rightarrow \frac{1}{p^{1.}}\cdot\left(1.0000\cdot 10^{6} + 3400.0\cdot p + 4.5000\cdot p^{2.}\right)$$

$$\Delta_1(p) := \left\|\begin{bmatrix} \dfrac{E_1}{p} + L\cdot i_{L0} & -(R) \\ \dfrac{E_2}{p} - \dfrac{u_{C0}}{p} & R + \dfrac{1}{p\cdot C}\end{bmatrix}\right\| \qquad \Delta_1(p)\ \text{float},5\ \rightarrow \frac{\left(8250.0\cdot p + 1.5000\cdot 10^{6} + 6.7500\cdot p^{2.}\right)}{p^{2.}}$$

$$\Delta_2(p) := \left\|\begin{bmatrix} 2R + p\cdot L & \dfrac{E_1}{p} + L\cdot i_{L0} \\ -(R) & \dfrac{E_2}{p} - \dfrac{u_{C0}}{p}\end{bmatrix}\right\| \qquad \Delta_2(p)\ \text{float},5\ \rightarrow \frac{(6300. + 15.750\cdot p)}{p^{1.}}$$

Контурні струми та напруга на індуктивності будуть мати вигляд:

$$I_{k1}(p) := \frac{\Delta_1(p)}{\Delta(p)} \qquad I_1(p) := I_{k1}(p)\ \text{float},5\ \rightarrow \frac{\left(8250.0\cdot p + 1.5000\cdot 10^{6} + 6.7500\cdot p^{2.}\right)}{p^{1.}\cdot\left(1.0000\cdot 10^{6} + 3400.0\cdot p + 4.5000\cdot p^{2.}\right)^{1.}}$$

$$I_{k2}(p) := \frac{\Delta_2(p)}{\Delta(p)} \qquad I_3(p) := I_{k2}(p)\ \text{float},5\ \rightarrow \frac{(6300. + 15.750\cdot p)}{\left(1.0000\cdot 10^{6} + 3400.0\cdot p + 4.5000\cdot p^{2.}\right)^{1.}}$$

$$I_2(p) := I_{k1}(p) - I_{k2}(p)\ \left|\begin{matrix}\text{float},5\\ \text{simplify}\end{matrix}\right. \rightarrow -6.\cdot\frac{\left(-650.\cdot p - 500000. + 3.\cdot p^{2}\right)}{p\cdot\left(2000000. + 6800.\cdot p + 9.\cdot p^{2}\right)}$$

$$u_L(p) := L\cdot p\cdot I_{k1}(p) - L\cdot i_{1дк} \text{ factor } \rightarrow 945\cdot\frac{p}{\left(2000000 + 6800\cdot p + 9\cdot p^2\right)}$$

$$u_C(p) := \frac{u_{C0}}{p} + \frac{I_3(p)}{p\cdot C} \text{ factor } \rightarrow 525000\cdot\frac{(400+p)}{\left(2000000 + 6800\cdot p + 9\cdot p^2\right)\cdot p}$$

Перейдемо тепер від зображення до функції часу за формулою розкладу:
Для струму I1(p):

$$N_1(p) := \left(8250.0\cdot p + 1.5000\cdot 10^6 + 6.7500\cdot p^{2.}\right) \qquad M_1(p) := p^{1.}\cdot\left(1.0000\cdot 10^6 + 3400.0\cdot p + 4.5000\cdot p^{2.}\right)^{1.}$$

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_1(p) \left|\begin{matrix}\text{solve}, p \\ \text{float}, 5\end{matrix}\right. \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -377.78 - 281.97\cdot i \\ -377.78 + 281.97\cdot i \end{pmatrix}$$

$$p_0 = 0 \qquad p_1 = -377.78 - 281.97i \qquad p_2 = -377.78 + 281.97i$$

$$N_1(p_0) = 1.5\times 10^6 \qquad N_1(p_1) = -1.19\times 10^6 - 8.882i\times 10^5 \qquad N_1(p_2) = -1.19\times 10^6 + 8.882i\times 10^5$$

$$dM_1(p) := \frac{d}{dp}M_1(p) \left|\begin{matrix}\text{factor} \\ \text{float}, 5\end{matrix}\right. \rightarrow 1.0000\cdot 10^6 + 6800.\cdot p + 13.500\cdot p^{2.}$$

$$dM_1(p_0) = 1\times 10^6 \qquad dM_1(p_1) = -7.156\times 10^5 + 9.587i\times 10^5 \qquad dM_1(p_2) = -7.156\times 10^5 - 9.587i\times 10^5$$

Отже струм як функція часу буде мати вигляд:

$$i_1(t) := \frac{N_1(p_0)}{dM_1(p_0)} + \frac{N_1(p_1)}{dM_1(p_1)}\cdot e^{p_1\cdot t} + \frac{N_1(p_2)}{dM_1(p_2)}\cdot e^{p_2\cdot t} \qquad i_1(0) = 1.5$$

$$i_1(t) \left|\begin{matrix}\text{float}, 5 \\ \text{complex}\end{matrix}\right. \rightarrow 1.5000 - 2.3068\cdot 10^{-6}\cdot\exp(-377.78\cdot t)\cdot\cos(281.97\cdot t) + 2.4826\cdot\exp(-377.78\cdot t)\cdot\sin(281.97\cdot t)$$

Для напруги на конденсаторі Uc(p):

$$N_u(p) := 525000\cdot(400+p) \qquad M_u(p) := p\cdot\left(2000000 + 6800\cdot p + 9\cdot p^2\right)$$

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_u(p) \left|\begin{matrix}\text{solve}, p \\ \text{float}, 5\end{matrix}\right. \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -377.78 + 281.97\cdot i \\ -377.78 - 281.97\cdot i \end{pmatrix}$$

$$p_0 = 0 \qquad p_1 = -377.78 + 281.97i \qquad p_2 = -377.78 - 281.97i$$

$$N_u(p_0) = 2.1\times 10^8 \qquad N_u(p_1) = 1.167\times 10^7 + 1.48i\times 10^8 \qquad N_u(p_2) = 1.167\times 10^7 - 1.48i\times 10^8$$

$$dM_u(p) := \frac{d}{dp}M_u(p) \text{ factor } \rightarrow 2000000 + 13600\cdot p + 27\cdot p^2$$

$$dM_u(p_0) = 2\times 10^6 \qquad dM_u(p_1) = -1.431\times 10^6 - 1.917i\times 10^6 \qquad dM_u(p_2) = -1.431\times 10^6 + 1.917i\times 10^6$$

Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$u_C(t) := \frac{N_u(p_0)}{dM_u(p_0)} + \frac{N_u(p_1)}{dM_u(p_1)}\cdot e^{p_1\cdot t} + \frac{N_u(p_2)}{dM_u(p_2)}\cdot e^{p_2\cdot t} \qquad u_C(0) = 1.306\times 10^{-3}$$

$$u_C(t) \left|\begin{matrix}\text{float}, 5 \\ \text{complex}\end{matrix}\right. \rightarrow 105. - 104.998\cdot\exp(-377.78\cdot t)\cdot\cos(281.97\cdot t) + 66.200\cdot\exp(-377.78\cdot t)\cdot\sin(281.97\cdot t)$$

Для напруги на індуктивності:

$$N_L(p) := 945p \qquad M_L(p) := 2000000 + 6800 \cdot p + 9 \cdot p^2$$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_L(p) \left| \begin{array}{l} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -377.78 + 281.97 \cdot i \\ -377.78 - 281.97 \cdot i \end{pmatrix}$$

$$p_1 = -377.78 + 281.97i \qquad p_2 = -377.78 - 281.97i$$

$$N_L(p_1) = -3.57 \times 10^5 + 2.665i \times 10^5 \qquad N_L(p_2) = -3.57 \times 10^5 - 2.665i \times 10^5$$

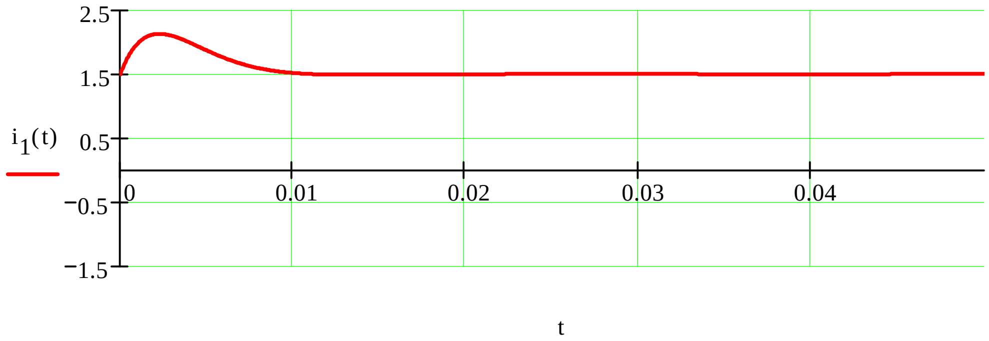
$$dM_L(p) := \frac{d}{dp} M_L(p) \text{ factor } \rightarrow 6800 + 18 \cdot p$$

$$dM_L(p_1) = -0.04 + 5.075i \times 10^3 \qquad dM_L(p_2) = -0.04 - 5.075i \times 10^3$$

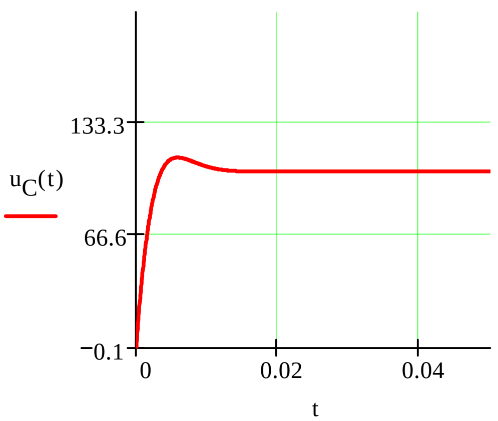
Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

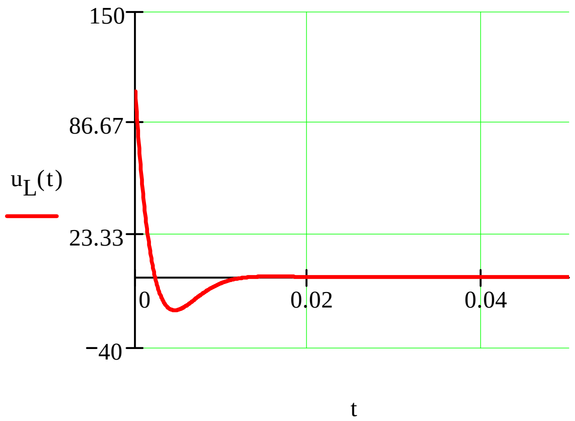
$$u_L(t) := \frac{N_L(p_1)}{dM_L(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_L(p_2)}{dM_L(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \qquad u_L(0) = 105.001$$

$$u_L(t) \left| \begin{array}{l} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{array} \right. \rightarrow 105.002 \cdot \exp(-377.78 \cdot t) \cdot \cos(281.97 \cdot t) - 140.676 \cdot \exp(-377.78 \cdot t) \cdot \sin(281.97 \cdot t)$$



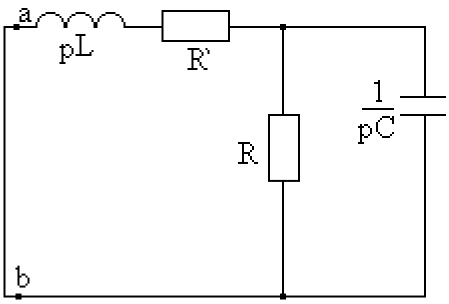
Графік перехідного струму i1(t).





Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

Дослідити чому повинен дорівнювати активний опір вітки с джерелом ЕРС Е1 щоб аперіодичний процес переходив у коливальний



$$Z_{ab}(p) := R' + p\cdot L + \frac{\left(\frac{1}{p\cdot C}\right)\cdot R}{\frac{1}{p\cdot C} + R}$$

$$Z_{ab}(p) := \frac{\left(\frac{1}{p\cdot C} + R\right)\cdot(R' + p\cdot L) + \left(\frac{1}{p\cdot C}\right)\cdot R}{\frac{1}{p\cdot C} + 2\cdot R + R}$$

$$(R\cdot L)\cdot p^2 + \left(R\cdot R' + \frac{L}{C}\right)\cdot p + \left(\frac{R'}{C} + \frac{R}{C}\right) = 0$$

$$\left(R\cdot R' + \frac{L}{C}\right)^2 - 4\cdot(R\cdot L)\cdot\left(\frac{R'}{C} + \frac{R}{C}\right) = 0 \qquad D = 0$$

$$\left(R\cdot R' + \frac{L}{C}\right)^2 - 4\cdot(R\cdot L)\cdot\left(\frac{R'}{C} + \frac{R}{C}\right) \left|\begin{array}{l}\text{solve}, R' \\ \text{float}, 5\end{array}\right. \rightarrow \begin{pmatrix}-16.667 \\ 183.33\end{pmatrix}$$

В схемі з данними параметрами перехід з аперіодичного процесу у коливальний буде при: $R' := 183.33$

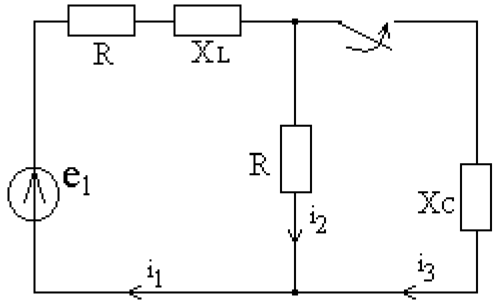
Визначити струми віток і напруги на реактивних елементах у момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійної напруги Е1 і Е2 у колі діють джерела синусоідної напруги:

$$e_1(t) := \sqrt{2}\cdot E_1\cdot\sin(\omega\cdot t + \psi) \qquad e_2(t) := \sqrt{2}\cdot E_2\cdot\sin(\omega\cdot t + \psi)$$

$$X_C := \frac{1}{\omega\cdot C} \qquad X_C = 83.333 \qquad X_L := \omega\cdot L \qquad X_L = 30$$

$$E_1 := E_1\cdot e^{\psi\cdot i} \qquad E_1 = 63.64 + 63.64i \qquad F(E_1) = (90\ \ 45)$$

$$E_2 := E_2\cdot e^{\psi\cdot i} \qquad E_2 = 42.426 + 42.426i \qquad F(E_2) = (60\ \ 45)$$

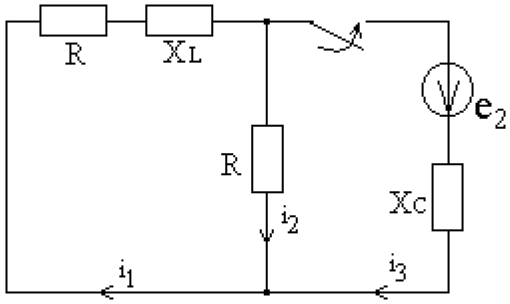


$$Z'_{vx} := i\cdot X_L + R + \frac{R\cdot(-X_C\cdot i)}{R - X_C\cdot i} \qquad Z'_{vx} = 56.558 + 20.439i$$

$$I'_{1дк} := \frac{E_1}{Z'_{vx}} \qquad I'_{1дк} = 1.355 + 0.636i \qquad F(I'_{1дк}) = (1.497\ \ 25.131)$$

$$I'_{2дк} := I'_{1дк}\cdot\frac{-X_C\cdot i}{R - X_C\cdot i} \qquad I'_{2дк} = 1.402 + 0.131i \qquad F(I'_{2дк}) = (1.408\ \ 5.332)$$

$$I'_{3дк} := I'_{1дк} - I'_{2дк} \qquad I'_{3дк} = -0.047 + 0.505i \qquad F(I'_{3дк}) = (0.507\ \ 95.332)$$



$Z''_{vx} := -X_C \cdot i + \dfrac{(i \cdot X_L + R) \cdot R}{2R + i \cdot X_L}$ $\qquad Z''_{vx} = 18 - 77.333i$

$I''_{3дк} := \dfrac{E_2}{Z''_{vx}}$ $\qquad I''_{3дк} = -0.399 + 0.642i$ $\qquad F(I''_{3дк}) = (0.756 \;\; 121.897)$

$I''_{1дк} := I''_{3дк} \cdot \dfrac{R}{2R + i \cdot X_L}$ $\qquad I''_{1дк} = -0.031 + 0.336i$ $\qquad F(I''_{1дк}) = (0.338 \;\; 95.332)$

$I''_{2дк} := I''_{3дк} - I''_{1дк}$ $\qquad I''_{2дк} = -0.368 + 0.305i$ $\qquad F(I''_{2дк}) = (0.478 \;\; 140.332)$

$I_{1дк} := I'_{1дк} + I''_{1дк}$ $\qquad I_{1дк} = 1.323 + 0.972i$ $\qquad F(I_{1дк}) = (1.642 \;\; 36.296)$

$I_{2дк} := I'_{2дк} + I''_{2дк}$ $\qquad I_{2дк} = 1.034 + 0.436i$ $\qquad F(I_{2дк}) = (1.122 \;\; 22.858)$

$I_{3дк} := I'_{3дк} - I''_{3дк}$ $\qquad I_{3дк} = 0.352 - 0.137i$ $\qquad F(I_{3дк}) = (0.378 \;\; -21.233)$

$u_{Cдк} := I_{3дк} \cdot (-i \cdot X_C)$ $\qquad u_{Cдк} = -11.403 - 29.349i$ $\qquad F(u_{Cдк}) = (31.486 \;\; -111.233)$

$u_{Lдк} := I_{1дк} \cdot i \cdot X_L$ $\qquad u_{Lдк} = -29.162 + 39.705i$ $\qquad F(u_{Lдк}) = (49.263 \;\; 126.296)$

$i_{1дк}(t) := |I_{1дк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{1дк}))$

$i_{2дк}(t) := |I_{2дк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{2дк}))$

$i_{3дк}(t) := |I_{3дк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{3дк}))$

$u_{Cдк}(t) := |u_{Cдк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(u_{Cдк}))$

$u_{Lдк}(t) := |u_{Lдк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(u_{Lдк}))$

Початкові умови:

$u_{Cдк}(0) = -41.505$

$i_{Lдк}(0) = 1.375$

Given

$i_{20} = i_{10} - i_{30}$

$e_1(0) = u_{L0} + i_{10} \cdot R + i_{20} \cdot R$

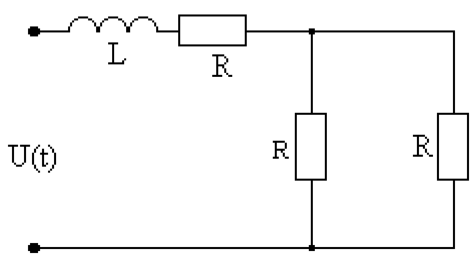
$e_2(0) = -i_{20} \cdot 2 \cdot R + u_{C0}$

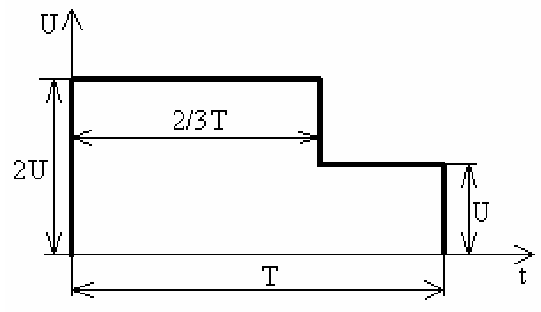
$$\begin{pmatrix} i_{30} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{30}, i_{20}, u_{L0})$$

$i_{10} = 1.375$ $\qquad i_{20} = -1.692$ $\qquad i_{30} = 3.066$ $\qquad u_{L0} = 99.512$ $\qquad u_{C0} = -41.505$

Інтеграл Дюамеля

$T := 0.9$ $\qquad E_1 := 90$ $\qquad E := 1$





За допомогою класичного метода визначим:

$Z_{vx}(p) := 1.5 \cdot R + p \cdot L$

$p := 1.5 \cdot R + p \cdot L \;\Big|\begin{array}{l}\text{solve}, p\\ \text{float}, 5\end{array} \rightarrow -300.$ $\qquad p = -300$ $\qquad T := \dfrac{1}{|p|} \cdot T$ $\qquad T = 3 \times 10^{-3}$

$i_1(t) := \dfrac{E}{1.5 \cdot R} - \dfrac{E}{1.5 \cdot R} \cdot e^{p \cdot t}$

$U_L(t) := L \cdot \dfrac{d}{dt} i_1(t) \text{ float}, 5 \rightarrow 1.0000 \cdot \exp(-300. \cdot t)$

$g_{11}(t) := i_1(t)$ $\qquad g_{11}(t) \text{ float}, 5 \rightarrow 2.2222 \cdot 10^{-2} - 2.2222 \cdot 10^{-2} \cdot \exp(-300. \cdot t)$

$h_{uL}(t) := U_L(t) \rightarrow 1.0000 \cdot \exp(-300. \cdot t)$

Визначимо закони зміни напруги на всіх проміжках часу:

$U_0 := 2E_1$ $\qquad U_0 = 180$

$U_1 := 2E_1$ $\qquad U_1 = 180$ $\qquad 0 < t < \dfrac{2T}{3}$

$U_2 := E_1$ $\qquad U_2 = 90$ $\qquad \dfrac{2T}{3} < t < T$

$U_3 := 0$ $\qquad T < t < \infty$

$U'_1 := 0$ $\qquad U'_2 := 0$

Струм на цих проміжках буде мати вигляд:

$i_1(t) := U_0 \cdot g_{11}(t)$

$i_1(t) \;\Big|\begin{array}{l}\text{factor}\\ \text{float}, 3\end{array} \rightarrow 4. - 4. \cdot \exp(-300. \cdot t)$

$i_2(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + \left(U_2 - U_1\right) \cdot g_{11}\left(t - \dfrac{2T}{3}\right)$

$i_2(t) \text{ float}, 3 \rightarrow 2.00 - 4.00 \cdot \exp(-300. \cdot t) + 2.00 \cdot \exp(-300. \cdot t + .600)$

$i_3(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + \left(U_2 - U_1\right) \cdot g_{11}\left(t - \dfrac{2T}{3}\right) + \left(U_3 - U_2\right) \cdot g_{11}(t - T)$

$i_3(t) \;\Big|\begin{array}{l}\text{factor}\\ \text{float}, 3\end{array} \rightarrow -4. \cdot \exp(-300. \cdot t) + 2. \cdot \exp(-300. \cdot t + .600) + 2. \cdot \exp(-300. \cdot t + .900)$

Напруга на індуктивністі на цих проміжках буде мати вигляд:

$$u_{L1}(t) := U_0 \cdot h_{uL}(t) \text{ float}, 5 \rightarrow 180.00 \cdot \exp(-300. \cdot t)$$

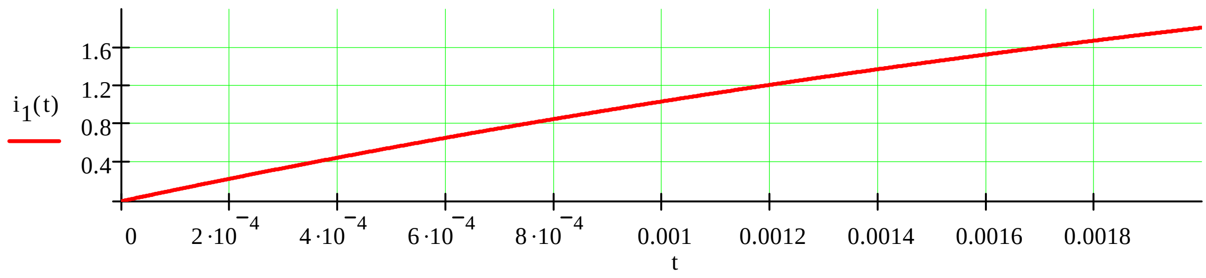
$$u_{L2}(t) := U_0 \cdot h_{uL}(t) + (U_2 - U_1) \cdot h_{uL}\left(t - \frac{2T}{3}\right)$$

$$u_{L2}(t) \text{ float}, 5 \rightarrow 180.00 \cdot \exp(-300. \cdot t) - 90.000 \cdot \exp(-300. \cdot t + .60000)$$

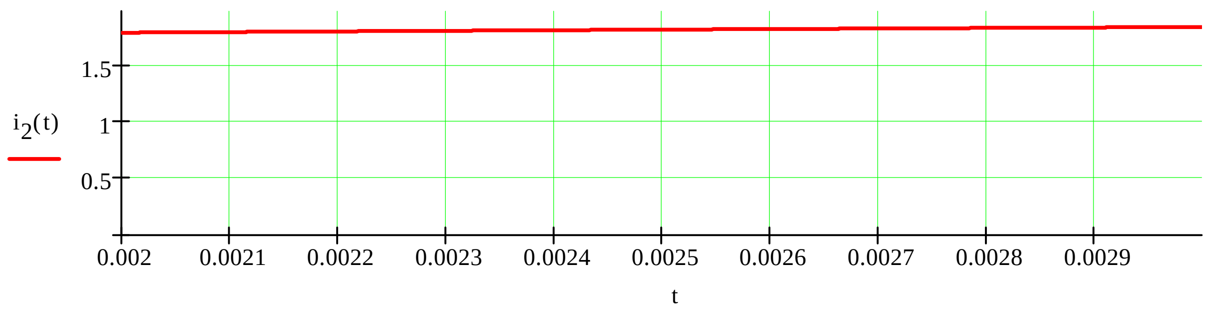
$$u_{L3}(t) := U_0 \cdot h_{uL}(t) + (U_2 - U_1) \cdot h_{uL}\left(t - \frac{2T}{3}\right) + (U_3 - U_2) \cdot h_{uL}(t - T)$$

$$u_{L3}(t) \text{ float}, 5 \rightarrow 180.00 \cdot \exp(-300. \cdot t) - 90.000 \cdot \exp(-300. \cdot t + .60000) - 90.000 \cdot \exp(-300. \cdot t + .90000)$$

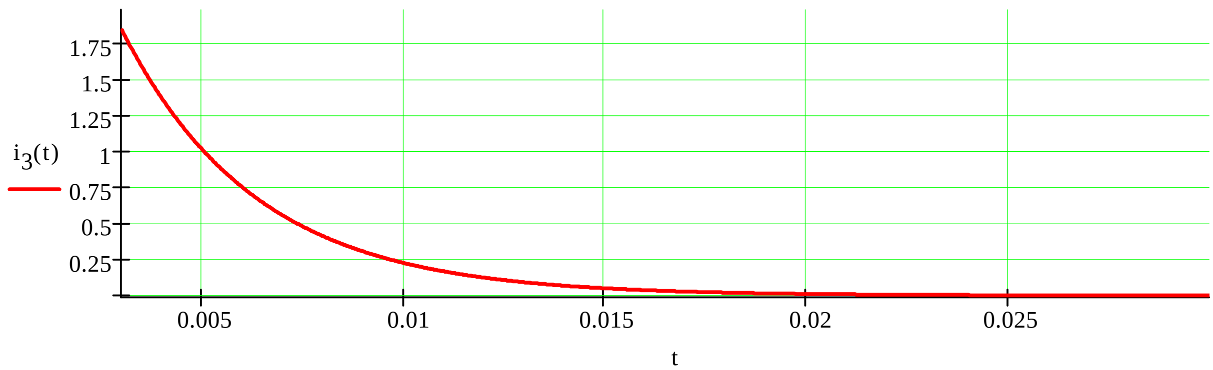
На промежутке от 0 до 2T/3



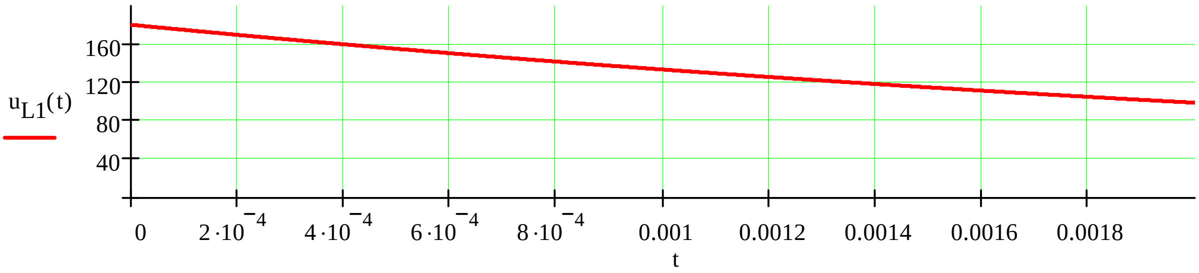
На промежутке от 2T/3 до T



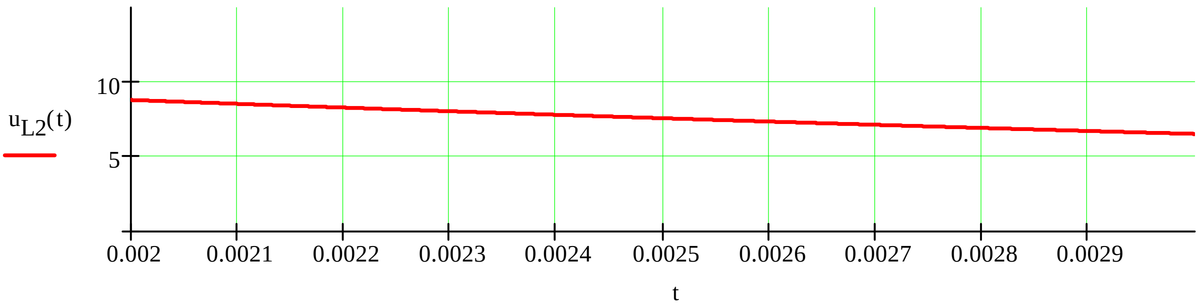
На промежутке от T до 10T



Графік напруги на реактивному елементі на проміжку: от 0 до 2T/3



Графік напруги на реактивному елементі на проміжку: от 2T/3 до T



Графік напруги на реактивному елементі на проміжку: от T до 10T