Міністерство освіти України
Національний технічний університет України
“Київський політехнічний інститут”
Кафедра ТОЕ

Розрахунково-графічна робота

“Розрахунок перехідних процесів у лінійних колах“
Варіант № 292

Виконав: ________________
____
____
____

Перевірив: ______________

Київ 2007

Умова задання

1. В колі з джерелом постійної ЕДС необхідно:

1) класичним методом розрахзувати напруги на реактивних елементах та струми перехідного процесу;

2) розрахувати струм в колі з джерелом ЕДС Е1 та напругу на реактивному елементі операторним методом;

3) побудувати в одному часовому масштабі діаграми струму та напруги на реактивних елементах.

2. Дослідити, яким повинен бути активний опір у вітці з джерелом Е1, щоб перехідний процес проходив в граничному режимі.

3. Визначити струми в вітках та напруги на реактивних елементах в момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійних ЕДС Е1і Е2 в колі діють синусоїдні джерела.

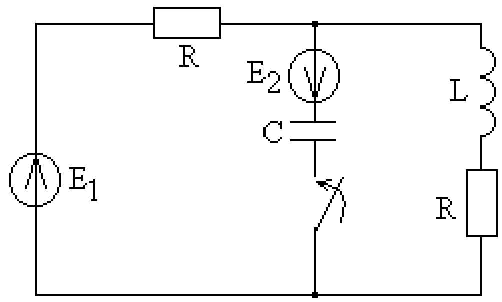
3. В післякомутаційній схемі закоротити джерело ЕДС Е2.

а) виключити катушку індуктивності чи ємність, замінивши останню опором R;

б) вважаючи, що замість ждерела постійної ЕДС Е1 до отриманного кола подається напруга, форма якої показана на малюнку;

в) розрахувати вхідний струм та напругу на реактивном елементі методом інтеграла Дюамеля при періоді Т, заданому в долях від τ;

г) побудувати в одному часовому масштабі діаграми напруги на вході, вхідного струму і напруги на реактивних елементі.



Основна схема

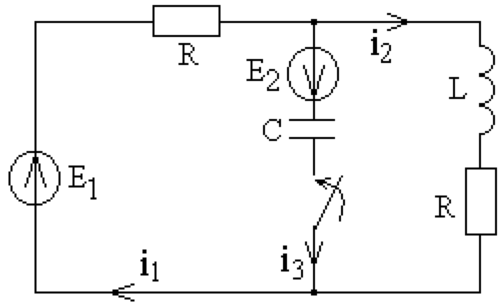
Вхідні данні:

$L := 0.1$ Гн $\quad C := 100 \cdot 10^{-6}$ Ф $\quad R := 50$ Ом

$E_1 := 160$ В $\quad E_2 := 50$ В $\quad \psi := 20 \cdot deg$ C^0 $\quad \omega := 20$ c^{-1}

Класичний метод

Оберемо додатній напрямок струмів у вітках схеми:



Знайдемо значення струмів та напруг безпосередньо до комутації:

Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \frac{E_1}{2 \cdot R}$ $\quad i_{2дк} := i_{1дк} \quad i_{2дк} = 1.6$

$i_{3дк} := 0$ $\quad u_{Lдк} := 0$

$u_{Cдк} := 0$ $\quad u_{Cдк} = 0$

Усталений режим після комутації: $t = \infty$

$i'_1 := \frac{E_1}{2 \cdot R}$ $\quad i'_2 := i'_1 \quad i'_2 = 1.6$

$i'_3 := 0$ $\quad u'_L := 0$

$u'_C := E_1 + E_2 - i'_1 \cdot R$ $\quad u'_C = 130$

Незалежні початкові умови

$i_{20} := i_{2дк}$ $\quad i_{20} = 1.6$

$u_{C0} := u_{Cдк}$ $\quad u_{C0} = 0$

Залежні початкові умови

Given

$i_{10} = i_{20} + i_{30}$

$E_1 + E_2 = i_{10} \cdot R + u_{C0}$

$-E_2 = i_{20} \cdot R + u_{L0} - u_{C0}$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{30} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{10}, i_{30}, u_{L0}) \text{ float}, 6 \rightarrow \begin{pmatrix} 4.20000 \\ 2.60000 \\ -130. \end{pmatrix}$$

$i_{10} = 4.2$ $\quad i_{30} = 2.6$ $\quad u_{L0} = -130$

Незалежні початкові умови

$di_{20} := \frac{u_{L0}}{L}$ $\quad di_{20} = -1.3 \times 10^3$

$du_{C0} := \frac{i_{30}}{C}$ $\quad du_{C0} = 2.6 \times 10^4$

Залежні початкові умови

Given

$$di_{10} = di_{20} + di_{30}$$
$$0 = du_{C0} + di_{10} \cdot R$$
$$0 = di_{20} \cdot R + du_{L0} - du_{C0}$$

$$\begin{pmatrix} di_{10} \\ di_{30} \\ du_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(di_{10}, di_{30}, du_{L0})$$

$di_{10} = -520$ $di_{30} = 780$ $du_{L0} = 9.1 \times 10^4$

Вільний режим після комутайії: $t = 0$

Складемо характерестичне рівняння схеми

$$Z(p) := \frac{\frac{1}{p \cdot C} \cdot (R + p \cdot L)}{R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}} + R \qquad Z(p) := \frac{\frac{1}{p \cdot C} \cdot (R + p \cdot L) + R \cdot \left(R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right)}{R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}}$$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := \frac{1}{p \cdot C} \cdot (R + p \cdot L) + R \cdot \left(R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) \left| \begin{matrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 6 \end{matrix} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -350. - 278.388 \cdot i \\ -350. + 278.388 \cdot i \end{pmatrix}$$

Одже корні характеристичного рівняння мають вигляд:

$p_1 = -350 - 278.388i$ $p_2 = -350 + 278.388i$

Коефіцієнт затухання та кутова частота вільних коливань:

$\delta := |\mathrm{Re}(p_1)|$ $\delta = 350$ $\omega_0 := |\mathrm{Im}(p_2)|$ $\omega_0 = 278.388$

Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$$i''_1(t) = A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_1)$$
$$i''_2(t) = B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_2)$$
$$i''_3(t) = C \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_3)$$
$$u''_C(t) = D \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_C)$$
$$u''_L(t) = F \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_L)$$

Визначення сталих інтегрування:

Для струму i1(t):

Given

$$i_{10} - i'_1 = A \cdot \sin(v_1)$$
$$di_{10} = -A \cdot \delta \cdot \sin(v_1) + A \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_1)$$

$$\begin{pmatrix} A \\ v_1 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(A, v_1) \text{ float}, 5 \rightarrow \begin{pmatrix} -2.9534 & 2.9534 \\ -2.0650 & 1.0766 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$A = -2.953$ $v_1 = -2.065$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i''_1(t) := A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_1) \text{ float}, 5 \rightarrow -2.9534 \cdot \exp(-350.00 \cdot t) \cdot \sin(278.39 \cdot t - 2.0650)$$
$$i_1(t) := i'_1 + i''_1(t) \text{ float}, 4 \rightarrow 1.600 - 2.953 \cdot \exp(-350.0 \cdot t) \cdot \sin(278.4 \cdot t - 2.065)$$

Для струму i2(t):

$$i_{20} - i'_2 = B \cdot \sin(v_2)$$

$$di_{20} = -B \cdot \delta \cdot \sin(v_2) + B \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_2)$$

$$\begin{pmatrix} B \\ v_2 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(B, v_2)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow \begin{pmatrix} -4.6697 & 4.6697 \\ 0 & 3.1416 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$B = -4.67$ $\qquad v_2 = 0$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i''_2(t) := B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_2)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow -4.6697 \cdot \exp(-350.00 \cdot t) \cdot \sin(278.39 \cdot t)$$

$$i_2(t) := i'_2 + i''_2(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow 1.600 - 4.670 \cdot \exp(-350.0 \cdot t) \cdot \sin(278.4 \cdot t)$$

Для струму i3(t):

$$i_{30} - i'_3 = C \cdot \sin(v_3)$$

$$di_{30} = -C \cdot \delta \cdot \sin(v_3) + C \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_3)$$

$$\begin{pmatrix} C \\ v_3 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(C, v_3)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow \begin{pmatrix} -6.6040 & 6.6040 \\ -2.7369 & .40465 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$C = -6.604$ $\qquad v_3 = -2.737$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i''_3(t) := C \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_3)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow -6.6040 \cdot \exp(-350.00 \cdot t) \cdot \sin(278.39 \cdot t - 2.7369)$$

$$i_3(t) := i'_3 + i''_3(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow -6.604 \cdot \exp(-350.0 \cdot t) \cdot \sin(278.4 \cdot t - 2.737)$$

Для напруги Uc(t):

$$u_{C0} - u'_C = D \cdot \sin(v_C)$$

$$du_{C0} = -D \cdot \delta \cdot \sin(v_C) + D \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_C)$$

$$\begin{pmatrix} D \\ v_C \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(D, v_C) \left| \begin{array}{l} \mathrm{float}, 5 \\ \mathrm{complex} \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -147.67 & 147.67 \\ 1.0766 & -2.0650 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$D = -147.67$ $\qquad v_C = 1.077$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$u''_C(t) := D \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_C)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow -147.67 \cdot \exp(-350.00 \cdot t) \cdot \sin(278.39 \cdot t + 1.0766)$$

$$u_C(t) := u'_C + u''_C(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow 130. - 147.7 \cdot \exp(-350.0 \cdot t) \cdot \sin(278.4 \cdot t + 1.077)$$

Для напруги Ul(t):

$$u_{L0} - u'_L = F \cdot \sin(v_L)$$

$$du_{L0} = -F \cdot \delta \cdot \sin(v_L) + F \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_L)$$

$$\begin{pmatrix} F \\ v_L \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(F, v_L) \left| \begin{array}{l} \mathrm{float}, 5 \\ \mathrm{complex} \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -208.84 & 208.84 \\ 2.4697 & -.67193 \end{pmatrix}$$

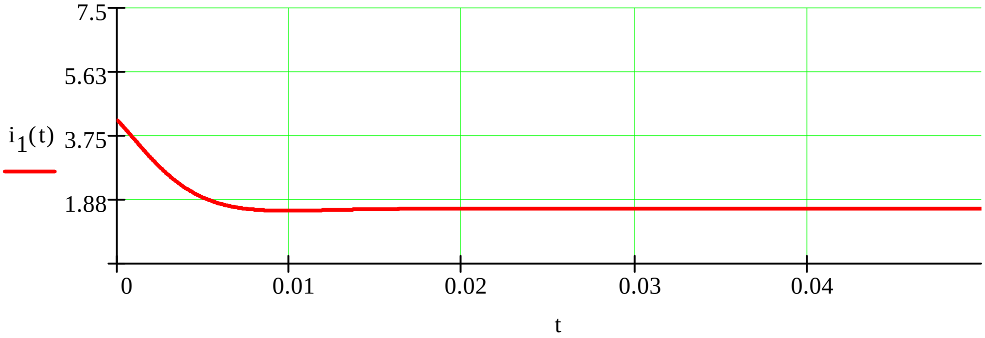
Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$F = -208.84$ $\qquad v_L = 2.47$

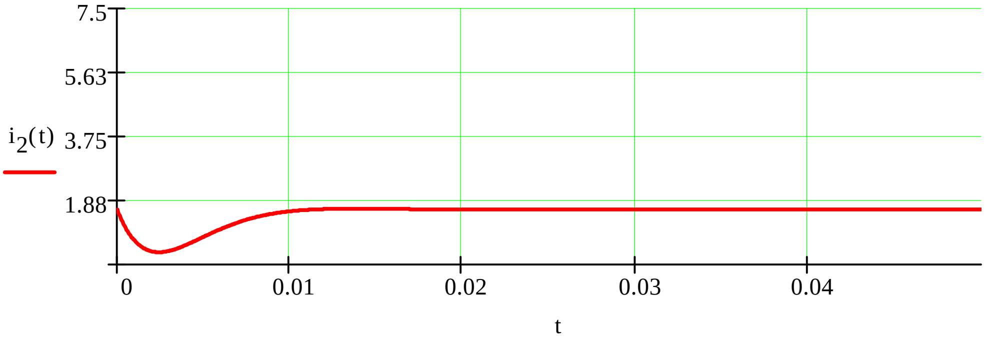
Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$u''_L(t) := F \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_L)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow -208.84 \cdot \exp(-350.00 \cdot t) \cdot \sin(278.39 \cdot t + 2.4697)$$

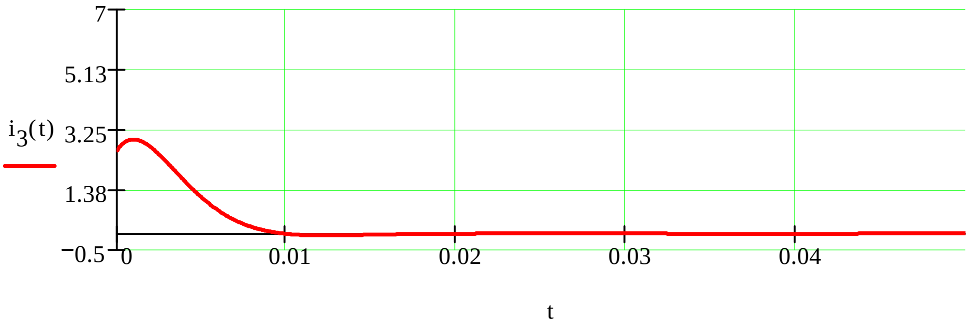
$$u_L(t) := u'_L + u''_L(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow -208.8 \cdot \exp(-350.0 \cdot t) \cdot \sin(278.4 \cdot t + 2.470)$$



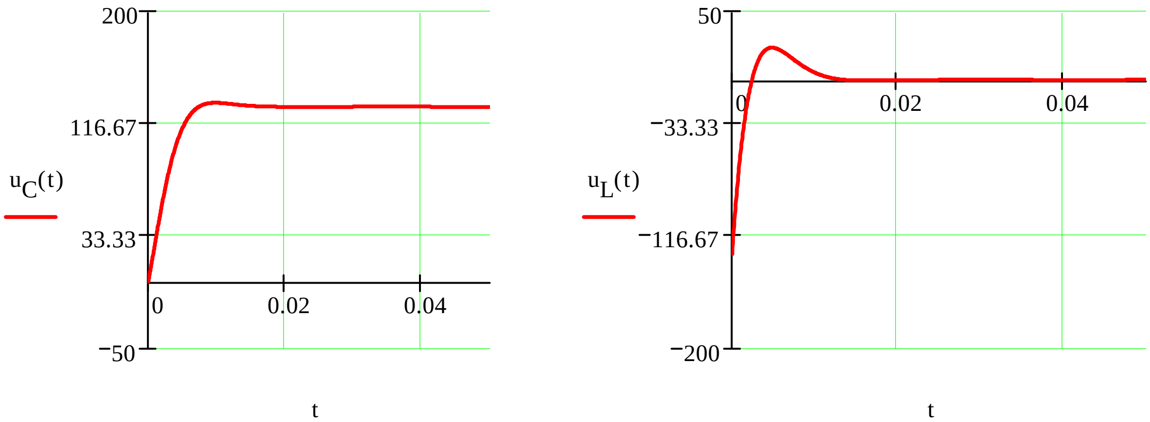
Графік перехідного струму i1(t).



Графік перехідного струму i2(t).

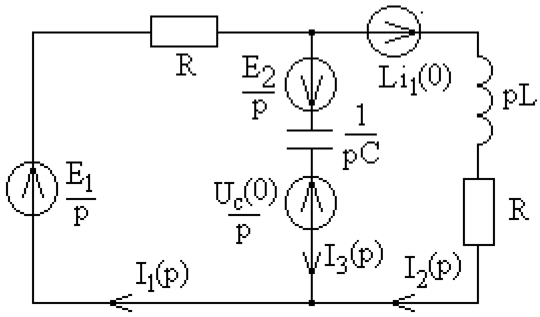


Графік перехідного струму i3(t).



Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

Операторний метод



Операторна схема

Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \dfrac{E_1}{2 \cdot R}$ $\qquad i_{2дк} := i_{1дк} \quad i_{2дк} = 1.6$

$i_{3дк} := 0$ $\qquad u_{Lдк} := 0$

$u_{Cдк} := E_1 + E_2 - i_{1дк} \cdot R$ $\qquad u_{Cдк} = 130$

Початкові умови:

$i_{L0} := i_{2дк}$ $\qquad i_{L0} = 1.6$

$u_{C0} = 0$

$$I_{k1}(p) \cdot \left(R + \frac{1}{p \cdot C}\right) - I_{k2}(p) \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C}\right) = \frac{E_1}{p} + \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p}$$

$$-I_{k1}(p) \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C}\right) + I_{k2}(p) \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C} + R + p \cdot L\right) = -\frac{E_2}{p} + \frac{u_{C0}}{p} + L \cdot i_{20}$$

$$\Delta(p) := \left|\begin{bmatrix} R + \dfrac{1}{p \cdot C} & -\left(\dfrac{1}{p \cdot C}\right) \\ -\left(\dfrac{1}{p \cdot C}\right) & \dfrac{1}{p \cdot C} + R + p \cdot L \end{bmatrix}\right| \qquad \Delta(p) \text{ float}, 5 \;\rightarrow\; \frac{1}{p^{1.}} \cdot \left(3500.0 \cdot p + 1.0000 \cdot 10^{6} + 5.0 \cdot p^{2.}\right)$$

$$\Delta_1(p) := \left|\begin{bmatrix} \dfrac{E_1}{p} + \dfrac{E_2}{p} + \dfrac{u_{C0}}{p} & -\left(\dfrac{1}{p \cdot C}\right) \\ -\dfrac{E_2}{p} - \dfrac{u_{C0}}{p} + L \cdot i_{20} & \dfrac{1}{p \cdot C} + R + p \cdot L \end{bmatrix}\right| \qquad \Delta_1(p) \text{ float}, 5 \;\rightarrow\; \frac{\left(12100. \cdot p + 1.6000 \cdot 10^{6} + 21.0 \cdot p^{2.}\right)}{p^{2.}}$$

$$\Delta_2(p) := \left|\begin{bmatrix} R + \dfrac{1}{p \cdot C} & \dfrac{E_1}{p} + \dfrac{E_2}{p} + \dfrac{u_{C0}}{p} \\ -\left(\dfrac{1}{p \cdot C}\right) & -\dfrac{E_2}{p} - \dfrac{u_{C0}}{p} + L \cdot i_{20} \end{bmatrix}\right| \qquad \Delta_2(p) \text{ float}, 5 \;\rightarrow\; \frac{\left(-900.00 \cdot p + 8.0000 \cdot p^{2.} + 1.6000 \cdot 10^{6}\right)}{p^{2.}}$$

Контурні струми та напруга на індуктивності будуть мати вигляд:

$$I_{k1}(p) := \frac{\Delta_1(p)}{\Delta(p)} \qquad I_1(p) := I_{k1}(p) \text{ float}, 5 \ \rightarrow \frac{\left(12100.\cdot p + 1.6000\cdot 10^6 + 21.0\cdot p^{2.}\right)}{p^{1.}\cdot\left(3500.0\cdot p + 1.0000\cdot 10^6 + 5.0\cdot p^{2.}\right)^{1.}}$$

$$I_{k2}(p) := \frac{\Delta_2(p)}{\Delta(p)} \qquad I_2(p) := I_{k2}(p) \text{ float}, 5 \ \rightarrow \frac{\left(-900.00\cdot p + 8.0000\cdot p^{2.} + 1.6000\cdot 10^6\right)}{p^{1.}\cdot\left(3500.0\cdot p + 1.0000\cdot 10^6 + 5.0\cdot p^{2.}\right)^{1.}}$$

$$I_3(p) := I_{k1}(p) - I_{k2}(p) \ \Big| \begin{matrix}\text{float}, 5\\ \text{simplify}\end{matrix} \rightarrow 2.6000000000000000000\cdot\frac{(1000. + p)}{\left(200000. + 700.\cdot p + p^2\right)}$$

$$u_L(p) := L\cdot p\cdot I_2(p) - L\cdot i_{2дк} \text{ factor} \ \rightarrow -130\cdot\frac{p}{\left(200000 + 700\cdot p + p^2\right)}$$

$$u_C(p) := \frac{u_{C0}}{p} + \frac{I_3(p)}{p\cdot C} \text{ factor} \ \rightarrow 26000\cdot\frac{(1000 + p)}{\left(200000 + 700\cdot p + p^2\right)\cdot p}$$

Перейдемо тепер від зображення до функції часу за формулою розкладу:
Для струму I1(p):

$$N_1(p) := 12100.\cdot p + 1.6000\cdot 10^6 + 21.0\cdot p^{2.} \qquad M_1(p) := p\cdot\left(3500.0\cdot p + 1.0000\cdot 10^6 + 5.0\cdot p^{2.}\right)$$

$$\begin{pmatrix}p_0\\p_1\\p_2\end{pmatrix} := M_1(p) \ \Big| \begin{matrix}\text{solve}, p\\ \text{float}, 5\end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix}0\\ -350. - 278.39\cdot i\\ -350. + 278.39\cdot i\end{pmatrix}$$

$p_0 = 0 \qquad p_1 = -350 - 278.39i \qquad p_2 = -350 + 278.39i$

$N_1(p_0) = 1.6\times 10^6 \qquad N_1(p_1) = 3.172\times 10^6 + 1.86i\times 10^6 \qquad N_1(p_2) = -1.69\times 10^6 - 7.238i\times 10^5$

$$dM_1(p) := \frac{d}{dp}M_1(p) \ \Big| \begin{matrix}\text{factor}\\ \text{float}, 5\end{matrix} \rightarrow 7000.\cdot p + 1.0000\cdot 10^6 + 15.\cdot p^{2.}$$

$dM_1(p_0) = 1\times 10^6 \qquad dM_1(p_1) = -7.75\times 10^5 + 9.744i\times 10^5 \qquad dM_1(p_2) = -7.75\times 10^5 - 9.744i\times 10^5$

Отже струм як функція часу буде мати вигляд:

$$i_1(t) := \frac{N_1(p_0)}{dM_1(p_0)} + \frac{N_1(p_1)}{dM_1(p_1)}\cdot e^{p_1\cdot t} + \frac{N_1(p_2)}{dM_1(p_2)}\cdot e^{p_2\cdot t} \qquad i_1(0) = 4.2$$

$$i_1(t) \ \Big| \begin{matrix}\text{float}, 5\\ \text{complex}\end{matrix} \rightarrow 1.6000 + 2.6000\cdot\exp(-350.\cdot t)\cdot\cos(278.39\cdot t) + 1.40092\cdot\exp(-350.\cdot t)\cdot\sin(278.39\cdot t)$$

Для напруги на конденсаторі Uc(p):

$$N_u(p) := 26000\cdot(1000 + p) \qquad M_u(p) := p\cdot\left(200000 + 700\cdot p + p^2\right)$$

$$\begin{pmatrix}p_0\\p_1\\p_2\end{pmatrix} := M_u(p) \ \Big| \begin{matrix}\text{solve}, p\\ \text{float}, 5\end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix}0\\ -350. + 278.39\cdot i\\ -350. - 278.39\cdot i\end{pmatrix}$$

$p_0 = 0 \qquad p_1 = -350 + 278.39i \qquad p_2 = -350 - 278.39i$

$N_u(p_0) = 2.6 \times 10^7$ $\qquad N_u(p_1) = 1.69 \times 10^7 + 7.238i \times 10^6$ $\qquad N_u(p_2) = 1.69 \times 10^7 - 7.238i \times 10^6$

$dM_u(p) := \frac{d}{dp} M_u(p) \text{ factor } \rightarrow 200000 + 1400 \cdot p + 3 \cdot p^2$

$dM_u(p_0) = 2 \times 10^5$ $\qquad dM_u(p_1) = -1.55 \times 10^5 - 1.949i \times 10^5$ $\qquad dM_u(p_2) = -1.55 \times 10^5 + 1.949i \times 10^5$

Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$u_C(t) := \frac{N_u(p_0)}{dM_u(p_0)} + \frac{N_u(p_1)}{dM_u(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_u(p_2)}{dM_u(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \qquad u_C(0) = 7.489 \times 10^{-4}$$

$$u_C(t) \left| \begin{array}{l} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{array} \right. \rightarrow 130. - 130.000 \cdot \exp(-350. \cdot t) \cdot \cos(278.39 \cdot t) - 70.044 \cdot \exp(-350. \cdot t) \cdot \sin(278.39 \cdot t)$$

Для напруги на індуктивності:

$N_L(p) := -130p$ $\qquad M_L(p) := 200000 + 700 \cdot p + p^2$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_L(p) \left| \begin{array}{l} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -350. + 278.39 \cdot i \\ -350. - 278.39 \cdot i \end{pmatrix} \qquad p_1 = -350 + 278.39i \qquad p_2 = -350 - 278.39i$$

$N_L(p_1) = 4.55 \times 10^4 - 3.619i \times 10^4$ $\qquad N_L(p_2) = 4.55 \times 10^4 + 3.619i \times 10^4$

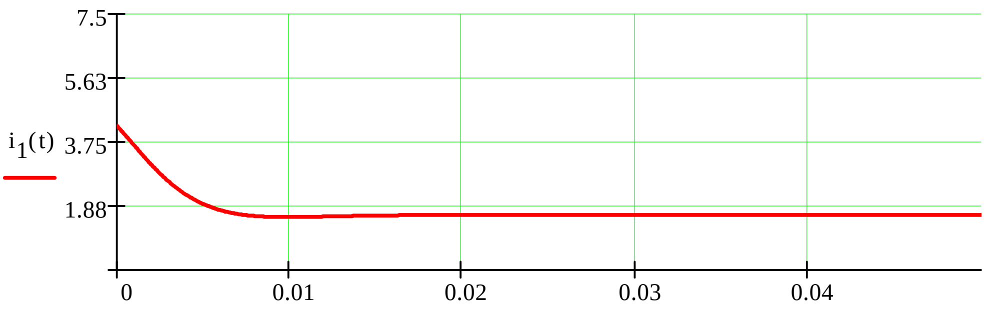
$dM_L(p) := \frac{d}{dp} M_L(p) \text{ factor } \rightarrow 700 + 2 \cdot p$

$dM_L(p_1) = 556.78i$ $\qquad dM_L(p_2) = -556.78i$

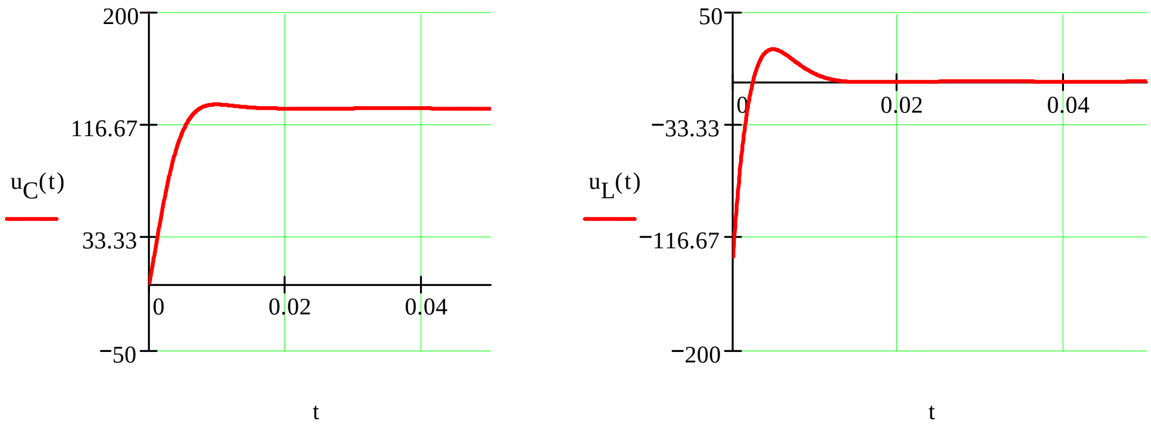
Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$u_L(t) := \frac{N_L(p_1)}{dM_L(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_L(p_2)}{dM_L(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \qquad u_L(0) = -130$$

$$u_L(t) \left| \begin{array}{l} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{array} \right. \rightarrow -130.000 \cdot \exp(-350. \cdot t) \cdot \cos(278.39 \cdot t) + 163.440 \cdot \exp(-350. \cdot t) \cdot \sin(278.39 \cdot t)$$



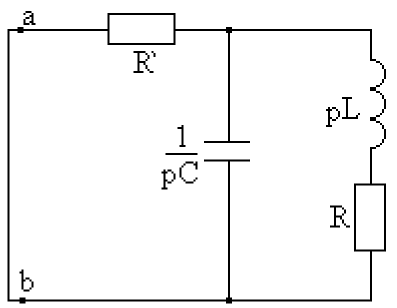
Графік перехідного струму i1(t).



Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

Дослідити чому повинен дорівнювати активний опір вітки с джерелом ЕРС Е1 щоб аперіодичний процес переходив у коливальний

$$Z_{ab}(p) := R' + \frac{(R + p \cdot L) \cdot \frac{1}{p \cdot C}}{\frac{1}{p \cdot C} + R + p \cdot L}$$



$$Z_{ab}(p) := \frac{R' \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C} + R + p \cdot L\right) + (R + p \cdot L) \cdot \frac{1}{p \cdot C}}{\frac{1}{p \cdot C} + R + p \cdot L}$$

$$(R' \cdot L) \cdot p^2 + \left(R \cdot R' + \frac{L}{C}\right) \cdot p + \left(\frac{R'}{C} + \frac{R}{C}\right) = 0$$

$D = 0$

$$\left(R \cdot R' + \frac{L}{C}\right)^2 - 4 \cdot (R' \cdot L) \cdot \left(\frac{R'}{C} + \frac{R}{C}\right) = 0$$

$$\left(R \cdot R' + \frac{L}{C}\right)^2 - 4 \cdot (R' \cdot L) \cdot \left(\frac{R'}{C} + \frac{R}{C}\right) \Bigg|\begin{matrix}\text{solve}, R' \\ \text{float}, 5\end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -75.497 \\ 8.8304 \end{pmatrix}$$

$R'_1 := 8.8304$

Отже при такому значенні активного опору у вітці з джерелом напруги Е1 аперіодичний процес перейде в коливальний.

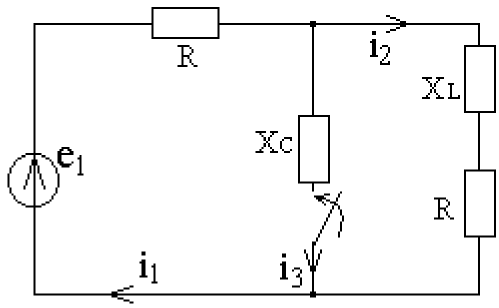
Визначити струми віток і напруги на реактивних елементах у момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійної напруги Е1 і Е2 у колі діють джерела синусоїдної напруги:

$e_1(t) := \sqrt{2} \cdot E_1 \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi)$ $\qquad$ $e_2(t) := \sqrt{2} \cdot E_2 \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi)$

$X_C := \frac{1}{\omega \cdot C}$ $\qquad$ $X_C = 500$ $\qquad$ $X_L := \omega \cdot L$ $\qquad$ $X_L = 2$

$E_1 := E_1 \cdot e^{\psi \cdot i}$ $\qquad$ $E_1 = 150.351 + 54.723i$ $\qquad$ $F(E_1) = (160 \quad 20)$

$E_2 := E_2 \cdot e^{\psi \cdot i}$ $\qquad$ $E_2 = 46.985 + 17.101i$ $\qquad$ $F(E_2) = (50 \quad 20)$

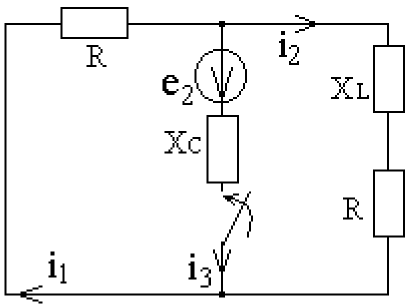


$Z'_{vx} := 2 \cdot R + X_L \cdot i$ $\qquad$ $Z'_{vx} = 100 + 2i$

$I'_{1дк} := \frac{E_1}{Z'_{vx}}$ $\qquad$ $I'_{1дк} = 1.514 + 0.517i$ $\qquad$ $F(I'_{1дк}) = (1.6 \quad 18.854)$

$I'_{2дк} := I'_{1дк}$ $\qquad$ $I'_{2дк} = 1.514 + 0.517i$ $\qquad$ $F(I'_{2дк}) = (1.6 \quad 18.854)$

$I'_{3дк} := 0$



$I''_{2дк} := 0$ $\qquad I''_{2дк} = 0$

$I''_{1дк} := 0$ $\qquad I''_{1дк} = 0$

$I''_{3дк} := 0$ $\qquad I''_{3дк} = 0$

$I_{1дк} := I'_{1дк} + I''_{1дк}$ $\qquad I_{1дк} = 1.514 + 0.517i$ $\qquad F(I_{1дк}) = (1.6 \quad 18.854)$

$I_{2дк} := I'_{2дк} + I''_{2дк}$ $\qquad I_{2дк} = 1.514 + 0.517i$ $\qquad F(I_{2дк}) = (1.6 \quad 18.854)$

$I_{3дк} := I'_{3дк} - I''_{3дк}$ $\qquad I_{3дк} = 0$

$u_{Cдк} := E_1 + E_2 - I_{1дк} \cdot R$ $\qquad u_{Cдк} = 121.643 + 45.976i$ $\qquad F(u_{Cдк}) = (130.042 \quad 20.705)$

$u_{Lдк} := I_{1дк} \cdot i \cdot X_L$ $\qquad u_{Lдк} = -1.034 + 3.028i$ $\qquad F(u_{Lдк}) = (3.199 \quad 108.854)$

$$i_{1дк}(t) := \left|I_{1дк}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(I_{1дк}\right)\right)$$

$$i_{2дк}(t) := \left|I_{2дк}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(I_{2дк}\right)\right)$$

$$i_{3дк}(t) := \left|I_{3дк}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(I_{3дк}\right)\right)$$

$$u_{Cдк}(t) := \left|u_{Cдк}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{Cдк}\right)\right)$$

$$u_{Lдк}(t) := \left|u_{Lдк}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(u_{Lдк}\right)\right)$$

Початкові умови:

$u_{Cдк}(0) = 65.021$

$i_{Lдк}(0) = 0.731$

Given

$$i_{20} = i_{10} - i_{30}$$

$$e_1(0) = -u_{C0} + i_{10} \cdot R$$

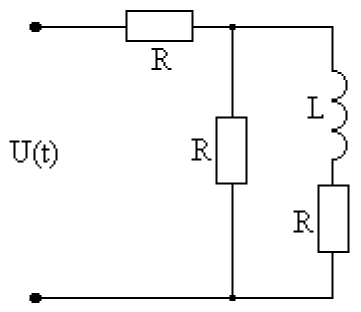
$$-e_2(0) = i_{20} \cdot R - u_{C0} + u_{L0}$$

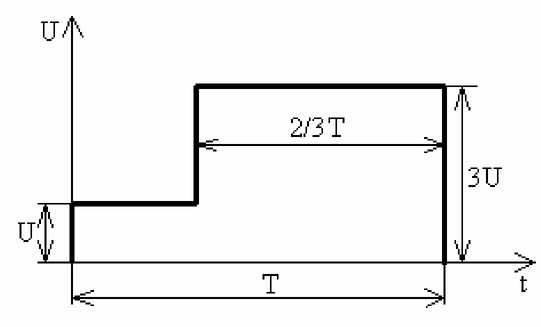
$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{30} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}\left(i_{10}, i_{30}, u_{L0}\right)$$

$i_{10} = 2.848$ $\qquad i_{20} = 0.731$ $\qquad i_{30} = 2.117$ $\qquad u_{L0} = 4.282$ $\qquad u_{C0} = 65.021$

Інтеграл Дюамеля

$T := 1.1$ $E_1 := 160$ $E := 1$





Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \frac{0}{1.5 \cdot R}$ $i_{1дк} = 0$ $u_{Lдк} := 0$

$i_{3дк} := i_{1дк} \cdot \frac{R}{R + R}$ $i_{3дк} = 0$ $i_{2дк} := i_{1дк} \cdot \frac{R}{R + R}$ $i_{2дк} = 0$

Усталений режим після комутації: $t = \infty$

$i'_1 := \frac{E}{1.5 \cdot R}$ $i'_1 = 0.013$

$i'_3 := i'_1 \cdot \frac{R}{R + R}$ $i'_3 = 6.667 \times 10^{-3}$ $i'_2 := i'_1 \cdot \frac{R}{R + R}$ $i'_2 = 6.667 \times 10^{-3}$

$u'_L := 0$

Незалежні початкові умови $i_{30} := i_{3дк}$ $i_{30} = 0$

Залежні початкові умови

Given

$i_{20} = i_{10} - i_{30}$

$E = i_{20} \cdot R + i_{10} \cdot R$

$0 = -i_{20} \cdot R + i_{30} \cdot R + u_{L0}$

$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \text{Find}(i_{10}, i_{20}, u_{L0})$ $i_{10} = 0.01$ $i_{20} = 0.01$ $i_{30} = 0$ $u_{L0} = 0.5$

Вільний режим після комутайії: $t = 0$

Складемо характерестичне рівняння схеми

$Z_{vx}(p) := R + \frac{R \cdot (p \cdot L + R)}{p \cdot L + R + R}$ $Zvx(p) := \frac{R \cdot (p \cdot L + R + R) + R \cdot (p \cdot L + R)}{p \cdot L + R + R}$

$p := R \cdot (p \cdot L + R + R) + R \cdot (p \cdot L + R) \left| \begin{array}{l} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{array} \right. \rightarrow -750.$ $T := \frac{1}{|p|}$ $T = 1.333 \times 10^{-3}$

Одже корень характеристичного рівняння має вигляд:

$p = -750$

Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$i''_1(t) = A_1 \cdot e^{p \cdot t}$

$i''_2(t) = B_1 \cdot e^{p \cdot t}$

Визначення сталих інтегрування:

$A_1 := i_{10} - i'_1$ $\qquad A_1 = -3.333 \times 10^{-3}$

$B_1 := i_{30} - i'_3$ $\qquad B_1 = -6.667 \times 10^{-3}$

Отже вільна складова струму i1(t) та i3(t) будуть мати вигляд:

$i''_1(t) := A_1 \cdot e^{p \cdot t}$

$i''_3(t) := B_1 \cdot e^{p \cdot t}$

Повні значення цих струмів:

$i_1(t) := i'_1 + i''_1(t)$ $\qquad i_1(t) \text{ float}, 5 \rightarrow 1.3333 \cdot 10^{-2} - 3.3333 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(-750. \cdot t)$

$i_3(t) := i'_3 + i''_3(t)$ $\qquad i_3(t) \text{ float}, 5 \rightarrow 6.6667 \cdot 10^{-3} - 6.6667 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(-750. \cdot t)$

$g_{11}(t) := i_1(t)$ $\qquad g_{11}(t) \text{ float}, 5 \rightarrow 1.3333 \cdot 10^{-2} - 3.3333 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(-750. \cdot t)$

$U_L(t) := L \cdot \frac{d}{dt} i_3(t)$

$h_{uL}(t) := U_L(t) \text{ float}, 5 \rightarrow .50000 \cdot \exp(-750. \cdot t)$

Визначимо закони зміни напруги на всіх проміжках часу:

$U_0 := E_1$ $\qquad U_0 = 160$

$U_1 := E_1$ $\qquad U_1 = 160$ $\qquad 0 < t < \frac{T}{3}$

$U_2 := 3E_1$ $\qquad U_2 = 480$ $\qquad \frac{T}{3} < t < T$

$U_3 := 0$ $\qquad T < t < \infty$

$U'_1 := 0$ $\qquad U'_2 := 0$

Струм на цих проміжках буде мати вигляд:

$i_1(t) := U_0 \cdot g_{11}(t)$

$i_1(t) \left| \begin{array}{l} \text{factor} \\ \text{float}, 3 \end{array} \right. \rightarrow 2.13 - .533 \cdot \exp(-750. \cdot t)$

$i_2(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + (U_2 - U_1) \cdot g_{11}\left(t - \frac{T}{3}\right)$

$i_2(t) \text{ float}, 3 \rightarrow 6.40 - .533 \cdot \exp(-750. \cdot t) - 1.07 \cdot \exp(-750. \cdot t + .333)$

$i_3(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + (U_2 - U_1) \cdot g_{11}\left(t - \frac{T}{3}\right) + (U_3 - U_2) \cdot g_{11}(t - T)$

$i_3(t) \left| \begin{array}{l} \text{factor} \\ \text{float}, 3 \end{array} \right. \rightarrow 1.00 \cdot 10^{-19} - .533 \cdot \exp(-750. \cdot t) - 1.07 \cdot \exp(-750. \cdot t + .333) + 1.60 \cdot \exp(-750. \cdot t + 1.)$

Напруга на індуктивністі на цих проміжках буде мати вигляд:

$u_{L1}(t) := U_0 \cdot h_{uL}(t) \text{ float}, 5 \rightarrow 80.000 \cdot \exp(-750. \cdot t)$

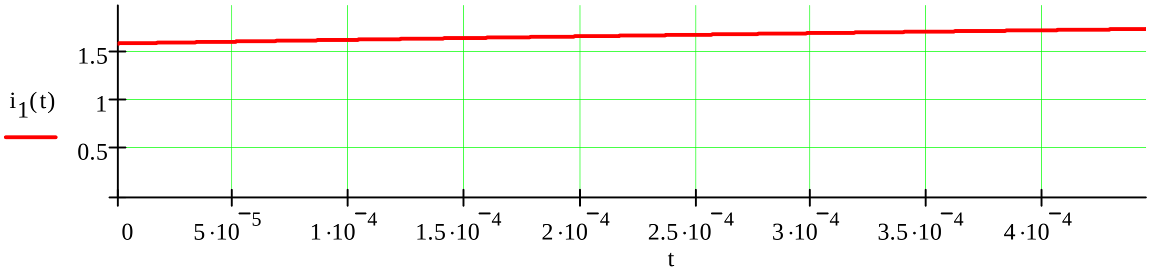
$u_{L2}(t) := U_0 \cdot h_{uL}(t) + (U_2 - U_1) \cdot h_{uL}\left(t - \frac{T}{3}\right)$

$u_{L2}(t) \text{ float}, 5 \rightarrow 80.000 \cdot \exp(-750. \cdot t) + 160.00 \cdot \exp(-750. \cdot t + .33333)$

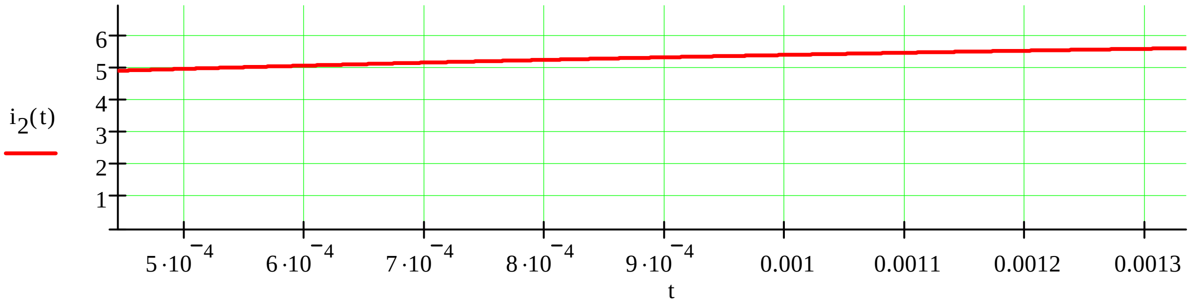
$u_{L3}(t) := U_0 \cdot h_{uL}(t) + (U_2 - U_1) \cdot h_{uL}\left(t - \frac{T}{3}\right) + (U_3 - U_2) \cdot h_{uL}(t - T)$

$u_{L3}(t) \text{ float}, 5 \rightarrow 80.000 \cdot \exp(-750. \cdot t) + 160.00 \cdot \exp(-750. \cdot t + .33333) - 240.00 \cdot \exp(-750. \cdot t + 1.0000)$

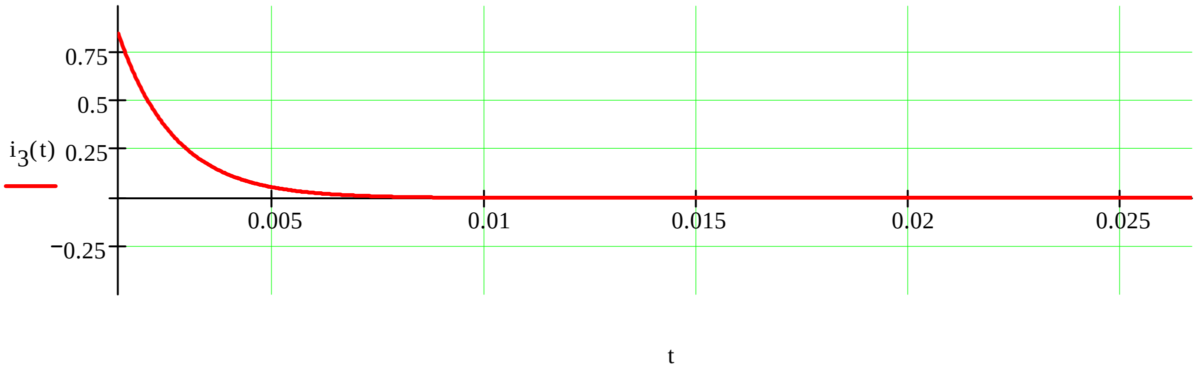
На промежутке от 0 до 1/3T



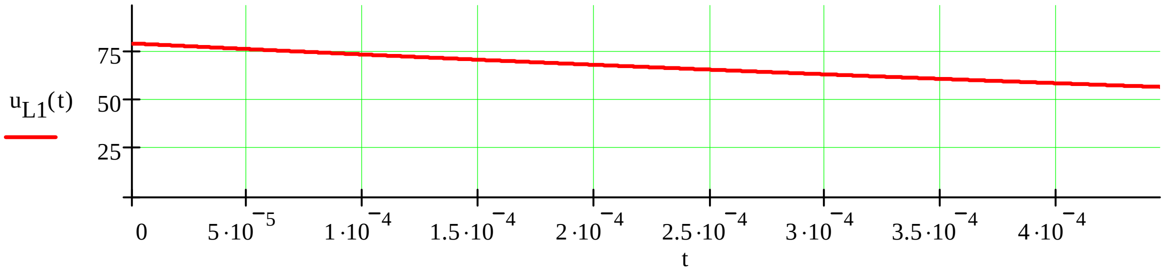
На промежутке от 1/3T до T



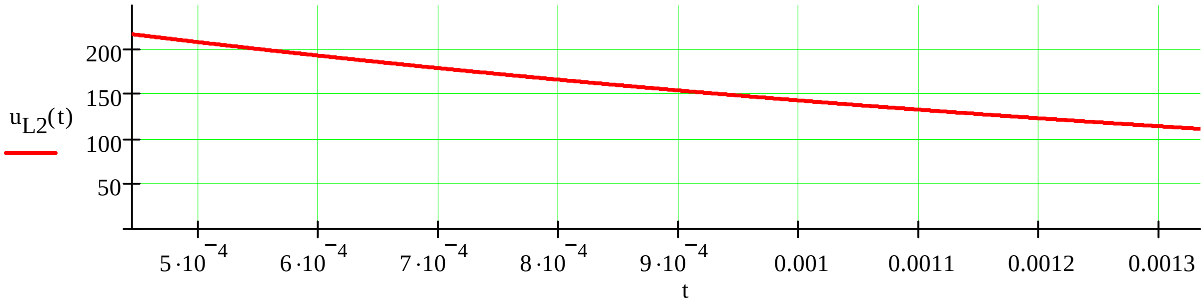
На промежутке от T до 20T



Графік напруги на реактивному елементі на проміжку: от 0 до 1/3T



Графік напруги на реактивному елементі на проміжку: от 1/3T до T



Графік напруги на реактивному елементі на проміжку: от T до 20T