

Министерство образования и науки Украины  
Национальный технический университет Украины  
“Киевский Политехнический Институт”  
Кафедра ТОЭ

***Расчетно-графическая работа***  
***“Трёхфазные цепи”***  
*Вариант № 137*

Выполнил:\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Проверил:\_\_\_\_\_

**Киев 2007**

## Условие задания

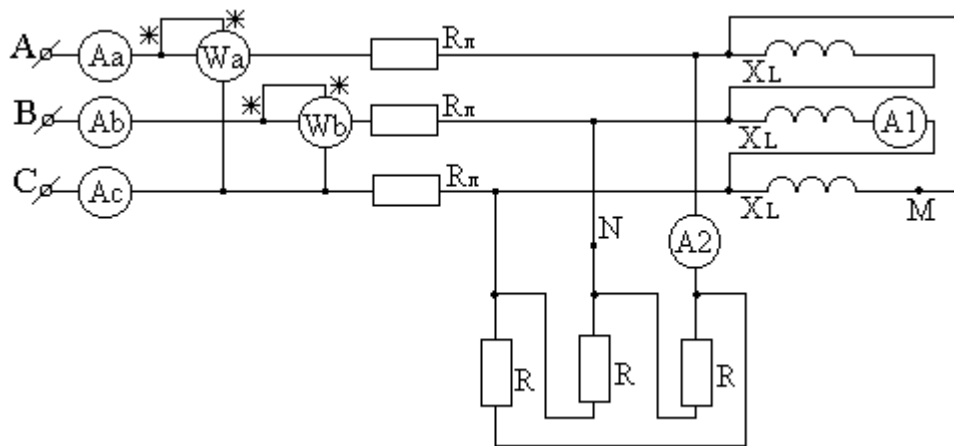
Симметричный трёхфазный генератор с обмотками, соединёнными в звезду, питает через трехпроводную линию электропередачи нагрузку с элементами, соединёнными звездой и треугольником.

### Требуется:

1. Определить показания включенных в цепь измерительных приборов, полагая нагрузки симметричной.
2. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
3. По результатам расчета п.1 построить для симметричной нагрузки совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.
4. Провести расчет токов во всех ветвях напряжений на всех участках цепи, определить показания измерительных приборов в аварийном режиме, делая обрыв в указанной точке.
5. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
6. По результатам расчета п.4 построить совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.

$$U_A := 220 \quad U_B := U_A \quad U_C := U_B \quad \psi_A := 0 \quad R_L := 14.6 \quad R := 48 \quad X_L := 42$$

Обрыв проводится в точке М.



Общая схема трёхфазной цепи

## Определение показаний измерительных приборов при симметричной нагрузке.

Так как нагрузка симметрическая, то будем проводить расчет только по одной фазе. Токи в остальных фазах будут такими же, только будут отличаться углы.

За опорную примем фазу А. Фазные напряжения генератора и сопротивления элементов нагрузки в комплексной форме равны:

$$E_A := U_A \cdot e^{i \cdot \psi_A \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_B := U_B \cdot e^{i(\psi_A - 120) \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_C := U_C \cdot e^{i(\psi_A + 120) \cdot \frac{\pi}{180}}$$

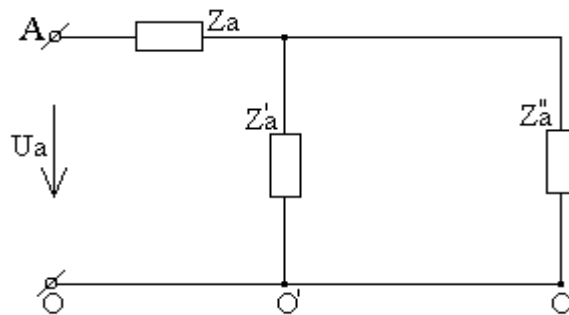
$$F(E_A) = (220 \ 0) \quad F(E_B) = (220 \ -120) \quad F(E_C) = (220 \ 120)$$

$$R' := \frac{R \cdot R}{R + R + R} \quad R' = 16 \quad X'_L := \frac{X_L \cdot X_L}{X_L + X_L + X_L} \quad X'_L = 14$$

$$Z_a := R_L \quad Z_b := Z_a \quad Z_c := Z_b \quad Z_a = 14.6$$

$$Z'_a := R' \quad Z'_b := Z'_a \quad Z'_c := Z'_b \quad Z'_a = 16$$

$$Z''_a := X'_L \cdot i \quad Z''_b := Z''_a \quad Z''_c := Z''_b \quad Z''_a = 14i$$



Преобразованная схема (фаза А)

Эквивалентное сопротивление данной схемы равно:

$$Z_{ea} := Z_a + \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea} = 21.538 + 7.929i$$

Ток в фазе А, согласно закону Ома, равен:

$$I_A := \frac{E_A}{Z_{ea}} \quad I_A = 8.995 - 3.312i \quad F(I_A) = (9.586 \ -20.211)$$

$$I_B := I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_B = -7.366 - 6.134i \quad F(I_B) = (9.586 \ -140.211)$$

$$I_C := I_A \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_C = -1.63 + 9.446i \quad F(I_C) = (9.586 \ 99.789)$$

Фазное напряжение на параллельных участках равно:

$$Z_{ea'} := \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea'} = 6.938 + 7.929i$$

$$U_{A'O} := I_A \cdot Z_{ea'} \quad U_{A'O} = 88.668 + 48.35i$$

Линейное напряжение равно:

$$U_{A'B'} := U_{A'O} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad U_{A'B'} = 174.875 - 4.265i \quad F(U_{A'B'}) = (174.927 \ -1.397)$$

Остальные токи равны:

$$\begin{aligned}
 I_{A'B'}'' &:= \frac{U_{A'B'}}{X_L \cdot i} & I_{A'B'}'' &= -0.102 - 4.164i & F(I_{A'B'}'') &= (4.165 \quad -91.397) \\
 I_{B'C'}'' &:= I_{A'B'}'' \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} & I_{B'C'}'' &= -3.555 + 2.17i & F(I_{B'C'}'') &= (4.165 \quad 148.603) \\
 I_{C'A'}'' &:= I_{A'B'}'' \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} & I_{C'A'}'' &= 3.657 + 1.994i & F(I_{C'A'}'') &= (4.165 \quad 28.603) \\
 I_{A'B'}' &:= \frac{U_{A'B'}}{R} & I_{A'B'}' &= 3.643 - 0.089i & F(I_{A'B'}') &= (3.644 \quad -1.397) \\
 I_{B'C'}' &:= I_{A'B'}' \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} & I_{B'C'}' &= -1.899 - 3.111i & F(I_{B'C'}') &= (3.644 \quad -121.397) \\
 I_{C'A'}' &:= I_{A'B'}' \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} & I_{C'A'}' &= -1.745 + 3.2i & F(I_{C'A'}') &= (3.644 \quad 118.603) \\
 I_A &:= \frac{U_{A'O}}{Z_a} & I_A &= 5.542 + 3.022i & F(I_A) &= (6.312 \quad 28.603)
 \end{aligned}$$

На основании выполненных расчетов, показания амперметров будут равны:

$$A_1 = 4.165 \quad A_2 = 6.312 \quad A_a = 9.586 \quad A_b = 9.586 \quad A_c = 9.586$$

Находим показания ваттметров. Ваттметры показывают вещественную часть произведения комплекса напряжения, приложенного к обмотке напряжения (его отсчитывают от начала обмотки к концу), на сопряженный комплекс тока, протекающего через обмотку тока:

Показание ваттметра  $W_a$ :

$$\begin{aligned}
 E_{AC} &:= E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} & E_{AC} &= 330 - 190.526i \\
 W_a &:= \operatorname{Re}(E_{AC} \cdot \overline{I_A}) & W_a &= 3.599 \times 10^3
 \end{aligned}$$

Показание ваттметра  $W_b$ :

$$\begin{aligned}
 E_{BC} &:= E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} & E_{BC} &= 330 - 190.526i \\
 W_b &:= \operatorname{Re}(E_{BC} \cdot \overline{I_B}) & W_b &= 2.338 \times 10^3
 \end{aligned}$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 5.937 \times 10^3$$

### Баланс активной и реактивной мощностей

Правильность расчетов проверим, составив баланс активных и реактивных мощностей. Мощность источника энергии определяют в виде суммы произведений комплексов фазных ЭДС (напряжений) на сопряженные комплексы токов соответствующих фаз. В симметричной трёхфазной системе мощность, отдаваемая в нагрузку источником, равна утроенной мощности одной фазы.

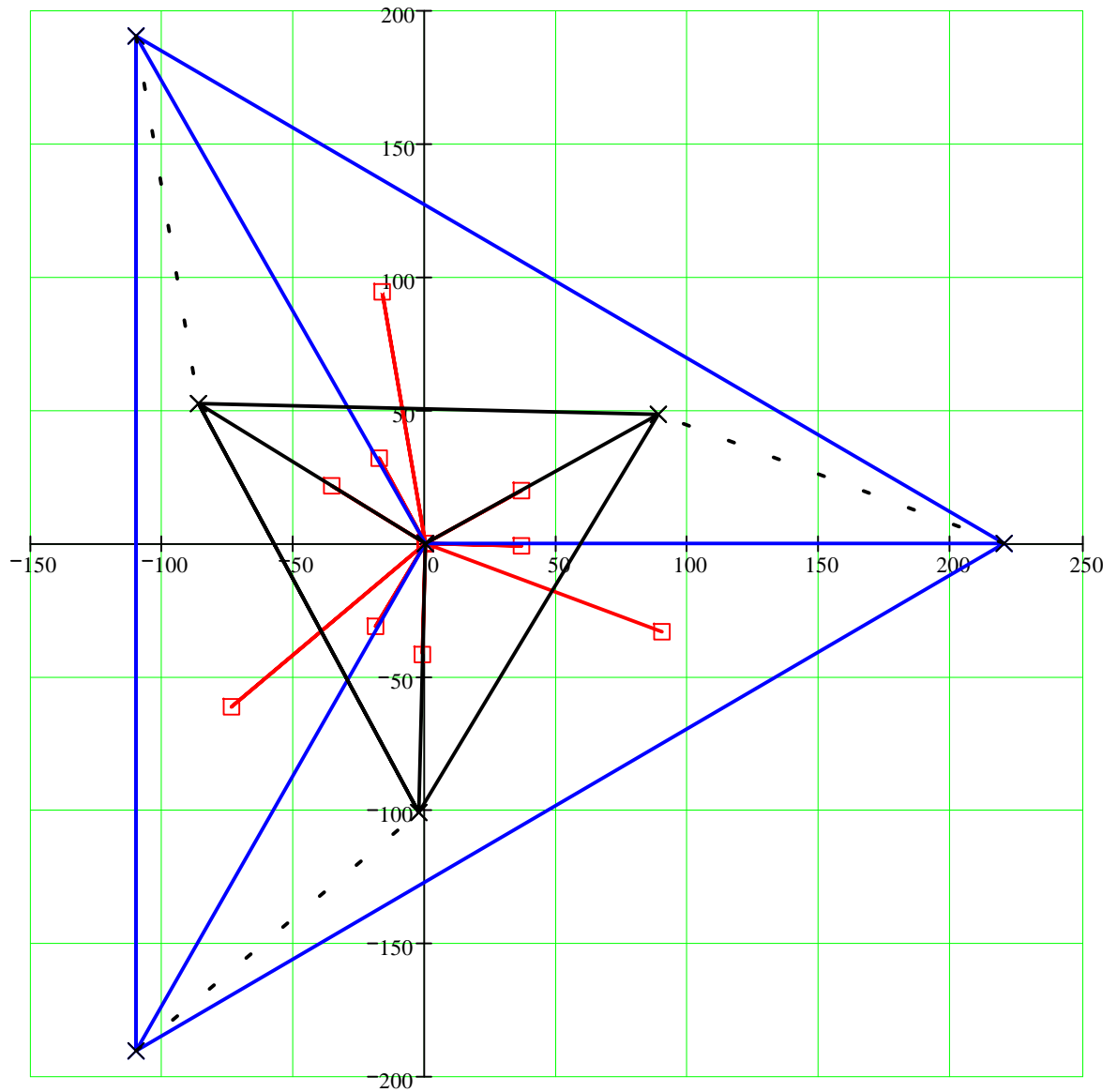
$$\begin{aligned}
 S_r &:= E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C} & S_r &= 5.937 \times 10^3 + 2.186i \times 10^3
 \end{aligned}$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

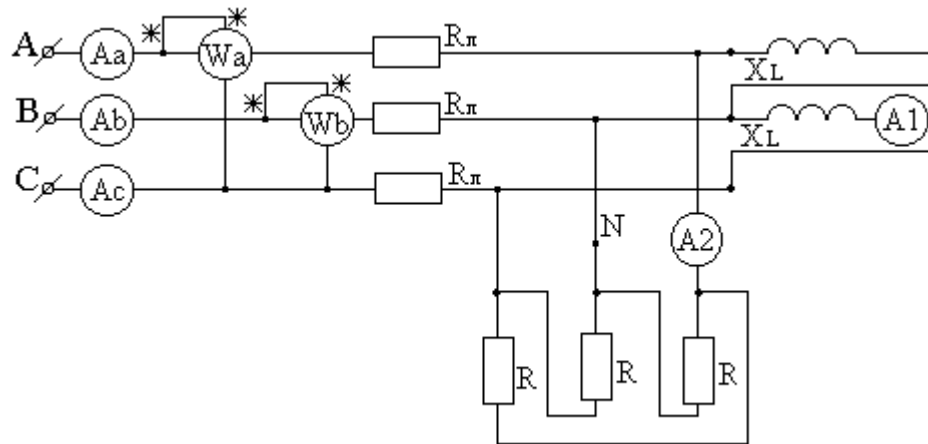
$$P_{\text{pr}} := \left[ (|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R_L + \left[ (|I'_{A'B'}|)^2 + (|I'_{B'C'}|)^2 + (|I'_{C'A'}|)^2 \right] \cdot R \quad P_{\text{pr}} = 5.937 \times 10^3$$

$$Q_{\text{pr}} := \left[ (|I''_{A'B'}|)^2 + (|I''_{B'C'}|)^2 + (|I''_{C'A'}|)^2 \right] \cdot X_L \cdot i \quad Q_{\text{pr}} = 2.186i \times 10^3$$

### Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.



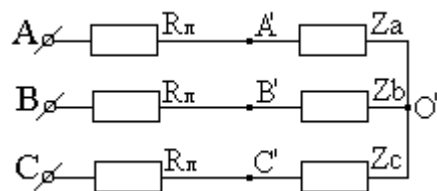
## Определение показаний измерительных приборов в аварийном режиме.



Несимметричная трёхфазная система.

С целью упрощения схемы несимметричной трёхфазной системы нагрузку с элементами, соединенными звездой, следует заменить эквивалентным треугольником.

Параллельно включенные сопротивления нагрузки можно заменить эквивалентными, в результате чего образуется несимметричный треугольник. Заменив его эквивалентной звездой, рассчитываемую цепь приводят к виду:



Несимметричная звезда.

Сопротивления несимметричного треугольника равны:

$$Z_{C'A'} := R$$

$$Z_{C'A'} = 48$$

$$Z_{A'B'} := \frac{X_L \cdot i \cdot R}{R + X_L \cdot i}$$

$$Z_{B'C'} := Z_{A'B'}$$

$$Z_{B'C'} = 20.814 + 23.788i$$

Сопротивление эквивалентной звезды:

$$Z_a := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}}$$

$$Z_a = 13.972 + 5.323i$$

$$Z_b := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{B'C'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}}$$

$$Z_b = 3.421 + 9.232i$$

$$Z_c := \frac{Z_{B'C'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}}$$

$$Z_c = 13.972 + 5.323i$$

Полные комплексные сопротивления в каждой фазе цепи:

$$Z_{ea} := Z_a + Z_a$$

$$Z_{ea} = 28.572 + 5.323i$$

$$Z_{eb} := Z_b + Z_b$$

$$Z_{eb} = 18.021 + 9.232i$$

$$Z_{ec} := Z_c + Z_c$$

$$Z_{ec} = 28.572 + 5.323i$$

Фазные напряжения на нагрузке в цепи удобно определять, вычислив предварительно смещение нейтрали:

$$Y_A := \frac{1}{Z_{ea}} \quad Y_B := \frac{1}{Z_{eb}} \quad Y_C := \frac{1}{Z_{ec}}$$

$$Y_A = 0.034 - 6.301i \times 10^{-3} \quad Y_B = 0.044 - 0.023i \quad Y_C = 0.034 - 6.301i \times 10^{-3}$$

$$U_{O''O} := \frac{E_A \cdot Y_A + E_B \cdot Y_B + E_C \cdot Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} \quad U_{O''O} = -33.9 - 11.976i$$

Фазные напряжения на элементах нагрузки цепи (рис.5) равны:

$$U_{AO''} := E_A - U_{O''O} \quad U_{AO''} = 253.9 + 11.976i \quad F(U_{AO''}) = (254.182 \quad 2.701)$$

$$U_{BO''} := E_B - U_{O''O} \quad U_{BO''} = -76.1 - 178.549i \quad F(U_{BO''}) = (194.09 \quad -113.084)$$

$$U_{CO''} := E_C - U_{O''O} \quad U_{CO''} = -76.1 + 202.502i \quad F(U_{CO''}) = (216.329 \quad 110.596)$$

Токи в фазах, равные фазным токам генератора и линейным токам исходной системы, определяют по закону Ома:

$$I_A := \frac{U_{AO''}}{Z_{ea}} \quad I_A = 8.664 - 1.195i \quad F(I_A) = (8.746 \quad -7.852)$$

$$I_B := \frac{U_{BO''}}{Z_{eb}} \quad I_B = -7.366 - 6.134i \quad F(I_B) = (9.586 \quad -140.211)$$

$$I_C := \frac{U_{CO''}}{Z_{ec}} \quad I_C = -1.298 + 7.329i \quad F(I_C) = (7.443 \quad 100.043)$$

$$U_{AB} := E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 - \frac{\pi}{180}} \quad U_{AB} = 330 + 190.526i \quad F(U_{AB}) = (381.051 \quad 30)$$

$$U_{AA'} := I_A \cdot Z_a \quad U_{AA'} = 126.489 - 17.444i \quad F(U_{AA'}) = (127.687 \quad -7.852)$$

$$U_{BC} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 - \frac{\pi}{180}} \quad U_{BC} = -381.051i \quad F(U_{BC}) = (381.051 \quad -90)$$

$$U_{BB'} := I_B \cdot Z_b \quad U_{BB'} = -107.538 - 89.562i \quad F(U_{BB'}) = (139.949 \quad -140.211)$$

$$U_{CA} := E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 - \frac{\pi}{180}} \quad U_{CA} = -330 + 190.526i \quad F(U_{CA}) = (381.051 \quad 150)$$

$$U_{CC'} := I_C \cdot Z_c \quad U_{CC'} = -18.952 + 107.006i \quad F(U_{CC'}) = (108.671 \quad 100.043)$$

Для определения токов во всех ветвях рассчитываемой схемы необходимо определить напряжение между точками A', B' и C'.

Согласно второму закону Кирхгофа:

$$U_{AB} := U_{AA'} + U_{A'B'} - U_{BB'}$$

отсюда:

$$U_{A'B'} := U_{AB} - U_{AA'} + U_{BB'} \quad U_{A'B'} = 95.973 + 118.408i \quad F(U_{A'B'}) = (152.418 \quad 50.974)$$

$$U_{B'C'} := U_{BC} - U_{BB'} + U_{CC'} \quad U_{B'C'} = 88.586 - 184.484i \quad F(U_{B'C'}) = (204.65 \quad -64.35)$$

$$U_{C'A'} := U_{CA} - U_{CC'} + U_{AA'} \quad U_{C'A'} = -184.559 + 66.075i \quad F(U_{C'A'}) = (196.031 \quad 160.302)$$

$$I''_{A'B'} := \frac{U_{A'B'}}{X_L \cdot i} \quad I''_{A'B'} = 2.819 - 2.285i \quad F(I''_{A'B'}) = (3.629 \quad -39.026)$$

$$I''_{B'C'} := \frac{U_{B'C'}}{X_L \cdot i} \quad I''_{B'C'} = -4.392 - 2.109i \quad F(I''_{B'C'}) = (4.873 \quad -154.35)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{A'B'} &:= \frac{U_{A'B'}}{R} & \Gamma_{A'B'} &= 1.999 + 2.467i & F(\Gamma_{A'B'}) &= (3.175 \quad 50.974) \\ \Gamma_{B'C'} &:= \frac{U_{B'C'}}{R} & \Gamma_{B'C'} &= 1.846 - 3.843i & F(\Gamma_{B'C'}) &= (4.264 \quad -64.35) \\ \Gamma_{C'A'} &:= \frac{U_{C'A'}}{R} & \Gamma_{C'A'} &= -3.845 + 1.377i & F(\Gamma_{C'A'}) &= (4.084 \quad 160.302) \\ \Gamma_A &:= I_A - \Gamma_{A'B'} & \Gamma_A &= 5.844 + 1.09i & F(\Gamma_A) &= (5.945 \quad 10.567) \end{aligned}$$

Согласно выполненным расчетам, показания включенных в цепь амперметров равны:

$$A_1 = 4.873 \quad A_2 = 5.945 \quad A_a = 8.746 \quad A_b = 9.586 \quad A_c = 7.443$$

Расчет показаний ваттметров выполняется так же, как и в случае симметричной системы:

Показание ваттметра  $W_a$ :

$$\begin{aligned} E_{AC} &:= E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 - \frac{\pi}{180}} & E_{AC} &= 330 - 190.526i \\ W_a &:= \operatorname{Re}(E_{AC} \cdot \overline{I_A}) & W_a &= 3.087 \times 10^3 \end{aligned}$$

Показание ваттметра  $W_b$ :

$$\begin{aligned} E_{BC} &:= E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 - \frac{\pi}{180}} & E_{BC} &= 330 - 190.526i \\ W_b &:= \operatorname{Re}(E_{BC} \cdot \overline{I_B}) & W_b &= 2.338 \times 10^3 \end{aligned}$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 5.424 \times 10^3$$

### Баланс активной и реактивной мощностей

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C} \quad S_r = 5.424 \times 10^3 + 1.55i \times 10^3$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$P_{pr} := \left[ (|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R_L + \left[ (|\Gamma_{A'B'}|)^2 + (|\Gamma_{B'C'}|)^2 + (|\Gamma_{C'A'}|)^2 \right] \cdot R \quad P_{pr} = 5.424 \times 10^3$$

$$Q_{pr} := \left[ (|\Gamma_{A'B'}|)^2 + (|\Gamma_{B'C'}|)^2 \right] \cdot X_L \cdot i \quad Q_{pr} = 1.55i \times 10^3$$



## Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.

