# Міністерство освіти України Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут"

Кафедра ТОЕ

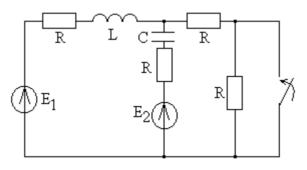
# Розрахунково-графічна робота

"Розрахунок перехідних процесів у лінійних колах" Варіант № 214

Виконав:	 	
Перевірив: _		

#### Умова задання

- 1. В колі з джерелом постійної ЕДС необхідно:
- 1) класичним методом розрахзувати напруги на реактивних елементах та струми перехідного процесу;
- 2) розрахувати струм в колі з джерелом ЕДС Е1 та напругу на реактивному елементі операторним методом;
- 3) побудувати в одному часовому масштабі діаграми струму та напруги на реактивних елементах.
- 2. Дослідити, яким повинен бути активний опір у вітці з джерелом Е1, щоб перехідний процес проходив в граничному режимі.
- 3. Визначити струми в вітках та напруги на реактивних елементах в момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійних ЕДС Е1і Е2 в колі діють синусоїдні джерела.
- 3. В післякомутаційній схемі закоротити джерело ЕДС Е2.
- а) виключити катушку індуктивності чи ємність, замінивши останню опором R;
- б) вважаючи, що замість ждерела постійної ЕДС Е1 до отриманного кола подається напруга, форма якої показана на малюнку;
- в) розрахувати вхідний струм та напругу на реактивном елементі методом інтеграла Дюамеля при періоді Т, заданому в долях від т;
- г) побудувати в одному часовому масштабі діаграми напруги на вході, вхідного струму і напруги на реактивних елементі.



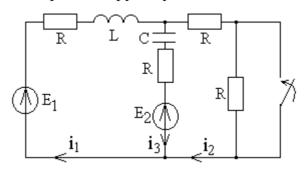
#### Основна схема

#### Вхідні данні:

$$L := 0.1$$
  $\Gamma_H$   $C := 100 \cdot 10^{-6}$   $\Phi$   $R := 50$   $O_M$  
$$E_1 := 90 \quad B \qquad E_2 := 60 \quad B \qquad \qquad \psi := 45 \cdot \deg \quad C^0 \qquad \omega := 200 \quad c^{-1}$$

# Класичний метод

Оберемо додатній напрямок струмів у вітках схеми:



Знайдемо значення струмів та напруг безпосередньо до комутації:

Усталений режим до комутації: t < 0

$$i_{1 \text{ДK}} \coloneqq \frac{E_1}{3 \cdot R}$$

$$i_{2 \text{дK}} := i_{1 \text{дK}} \quad i_{2 \text{дK}} = 0.6$$

$$i_{3\pi K} := 0$$

$$u_{I,\pi\kappa} := 0$$

$$u_{C_{\pi K}} := E_1 - E_2 - i_{1\pi K} \cdot R$$
  $u_{C\pi K} = 0$ 

Усталений режим після комутації:

$$\mathbf{i'}_1 \coloneqq \frac{\mathbf{E}_1}{2 \cdot \mathbf{R}}$$

$$i'_2 := i'_1$$

$$i'_2 = 0.9$$

$$i'_2 := 0$$

$$u'_{T} := 0$$

$$\begin{split} \mathbf{i'_3} &\coloneqq \mathbf{0} & \quad \mathbf{u'_L} \coloneqq \mathbf{0} \\ \mathbf{u'_C} &\coloneqq \mathbf{E_1} - \mathbf{E_2} - \mathbf{i'_1} \cdot \mathbf{R} & \quad \mathbf{u'_C} = -15 \end{split}$$

$$u'_{C} = -15$$

Незалежні початкові умови

$$i_{10} = 0.6$$

$$u_{C0} := u_{C_{JK}}$$

$$u_{C0} = 0$$

Залежні початкові умови

Given

$$i_{20} = i_{10} - i_{30}$$

$$E_1 - E_2 = u_{L0} + u_{C0} + i_{30} \cdot R + i_{10} \cdot R$$

$$E_2 = i_{20} \cdot R - i_{30} \cdot R - u_{C0}$$

$$\begin{pmatrix} i_{30} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathsf{Find} (i_{30}, i_{20}, u_{L0}) \; \mathsf{float}, 6 \; \rightarrow \begin{pmatrix} -.300000 \\ .900000 \\ 15. \end{pmatrix}$$

$$i_{30} = -0.3$$
  $i_{20} = 0.9$   $u_{L0} = 15$ 

$$i_{20} = 0.9$$

$$u_{L0} = 15$$

Незалежні початкові умови

$$di_{10} := \frac{u_{L0}}{L}$$

$$di_{10} = 150$$

$$du_{C0} := \frac{i_{30}}{C}$$

$$du_{C0} = -3 \times 10^3$$

#### Залежні початкові умови

Given

$$\begin{split} & \operatorname{di}_{10} = \operatorname{di}_{20} + \operatorname{di}_{30} \\ & 0 = \operatorname{du}_{L0} + \operatorname{du}_{C0} + \operatorname{di}_{30} \cdot R + \operatorname{di}_{10} \cdot R \\ & 0 = \operatorname{di}_{20} \cdot R - \operatorname{di}_{30} \cdot R - \operatorname{du}_{C0} \\ & \left( \begin{array}{c} \operatorname{di}_{20} \\ \operatorname{di}_{30} \\ \operatorname{du}_{L0} \end{array} \right) \coloneqq \operatorname{Find} \left( \operatorname{di}_{20}, \operatorname{di}_{30}, \operatorname{du}_{L0} \right) \\ & \operatorname{di}_{20} = 45 \end{split} \qquad \operatorname{di}_{30} = 105 \\ & \operatorname{du}_{L0} = -9.75 \times 10^3 \end{split}$$

Вільний режим після комутайії: t = 0

Складемо характерестичне рівняння схеми

$$Z(p) := \frac{R \cdot \left(R + \frac{1}{p \cdot C}\right)}{2 \cdot R + \frac{1}{p \cdot C}} + p \cdot L + R$$

$$Z(p) := \frac{R \cdot \left(R + \frac{1}{p \cdot C}\right) + \left(2 \cdot R + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot (p \cdot L + R)}{2 \cdot R + \frac{1}{p \cdot C}}$$

$$\left(\frac{p_1}{p_2}\right) := R \cdot \left(R + \frac{1}{p \cdot C}\right) + \left(2 \cdot R + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot (p \cdot L + R) \quad \begin{vmatrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{vmatrix} \leftarrow \begin{pmatrix} -708.95 \\ -141.05 \end{pmatrix}$$

Одже корні характеристичного рівняння мають вигляд:

$$p_1 = -708.95$$
  $p_2 = -141.05$ 

Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$$\begin{split} &i"_{1}(t) = A_{1} \cdot e^{p_{1} \cdot t} + A_{2} \cdot e^{p_{2} \cdot t} \\ &i"_{2}(t) = B_{1} \cdot e^{p_{1} \cdot t} + B_{2} \cdot e^{p_{2} \cdot t} \\ &i"_{3}(t) = C_{1} \cdot e^{p_{1} \cdot t} + C_{2} \cdot e^{p_{2} \cdot t} \\ &u"_{C}(t) = D_{1} \cdot e^{p_{1} \cdot t} + D_{2} \cdot e^{p_{2} \cdot t} \\ &u"_{L}(t) = F_{1} \cdot e^{p_{1} \cdot t} + F_{2} \cdot e^{p_{2} \cdot t} \end{split}$$

#### Визначення сталих інтегрування:

Given

Given 
$$i_{10} - i'_{1} = A_{1} + A_{2}$$

$$di_{10} - 0 = p_{1} \cdot A_{1} + p_{2} \cdot A_{2}$$

$$\begin{pmatrix} A_{1} \\ A_{2} \end{pmatrix} := Find(A_{1}, A_{2}) \qquad A_{1} = -0.19 \qquad A_{2} = -0.11$$

Отже вільна складова струму i1(t) буде мати вигляд:

$$\begin{split} i"_1(t) &:= A_1 \cdot e^{p_1 \cdot t} + A_2 \cdot e^{p_2 \cdot t} \\ i_1(t) &:= i'_1 + i"_1(t) \text{ float, } 7 \ \rightarrow .9000000 - .1896197 \cdot \exp(-708.95 \cdot t) - .1103803 \cdot \exp(-1 i_1(0)) = 0.6 \\ \text{Given} \\ i_{20} - i'_2 &= B_1 + B_2 \\ di_{20} - 0 &= p_1 \cdot B_1 + p_2 \cdot B_2 \\ \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix} &:= \text{Find} \Big( B_1, B_2 \Big) \qquad \qquad B_1 = -0.079 \end{split}$$

Отже вільна складова струму i2(t) буде мати вигляд:

$$\begin{split} &i\text{"}_{2}(t) \coloneqq B_{1} \cdot e^{p_{1} \cdot t} + B_{2} \cdot e^{p_{2} \cdot t} \\ &i_{2}(t) \coloneqq i\text{"}_{2} + i\text{"}_{2}(t) \text{ float, } 7 \ \rightarrow .9000000 - 7.923930 \cdot 10^{-2} \cdot \exp(-708.95 \cdot t) + 7.923930 \cdot 10^{-2} \cdot \exp(-i_{2}(0)) = 0.9000000 - 1.923930 \cdot 10^{-2} \cdot \exp(-708.95 \cdot t) + 1.$$

Given

$$\begin{split} \mathbf{i}_{30} - \mathbf{i'}_3 &= \mathbf{C}_1 + \mathbf{C}_2 \\ \mathbf{di}_{30} - 0 &= \mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{C}_1 + \mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{C}_2 \\ \begin{pmatrix} \mathbf{C}_1 \\ \mathbf{C}_2 \end{pmatrix} &\coloneqq \mathrm{Find} \left( \mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2 \right) \\ \end{pmatrix} &\coloneqq \mathrm{C}_1 = -0.11 \\ & \mathbf{C}_2 = -0.19 \end{split}$$

Отже вільна складова струму i3(t) буде мати вигляд:

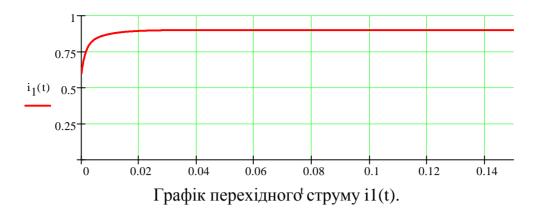
$$\begin{split} i\text{"}_3(t) &:= \text{C}_1 \cdot \text{e}^{\text{P}_1 \cdot \text{t}} + \text{C}_2 \cdot \text{e}^{\text{P}_2 \cdot \text{t}} \\ i_3(t) &:= \text{i'}_3 + \text{i''}_3(t) \text{ float}, 7 \\ &\to -.1103803 \cdot \exp(-708.95 \cdot \text{t}) - .1896197 \cdot \exp(-141.05 \cdot \text{t}) \text{ } i_3(0) = -0.3 \\ &\text{Given} \\ u\text{C}_0 - u\text{'}_C &= \text{D}_1 + \text{D}_2 \\ du\text{C}_0 - 0 &= \text{p}_1 \cdot \text{D}_1 + \text{p}_2 \cdot \text{D}_2 \\ \begin{pmatrix} \text{D}_1 \\ \text{D}_2 \end{pmatrix} &:= \text{Find} \Big( \text{D}_1, \text{D}_2 \Big) \\ \end{pmatrix} \\ D_1 &= 1.557 \\ D_2 &= 13.443 \end{split}$$

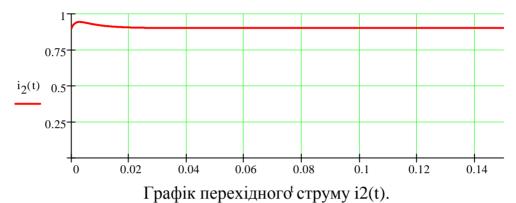
Отже вільна складова напруга на конденсаторі буде мати вигляд:

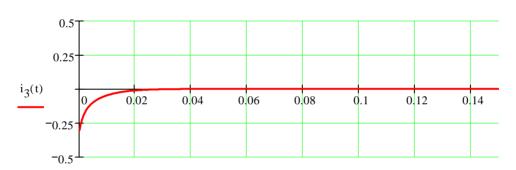
$$\begin{split} u''_{C}(t) &:= D_{1} \cdot e^{p_{1} \cdot t} + D_{2} \cdot e^{p_{2} \cdot t} \\ u_{C}(t) &:= u'_{C} + u''_{C}(t) \text{ float, } 7 \rightarrow -15. + 1.557052 \cdot \exp(-708.95 \cdot t) + 13.44295 \cdot \exp(-u_{C}(0)) = 2 \times 10^{-6} \\ & \text{Given} \\ u_{L0} - u'_{L} &= F_{1} + F_{2} \\ du_{L0} - 0 &= p_{1} \cdot F_{1} + p_{2} \cdot F_{2} \\ \begin{pmatrix} F_{1} \\ F_{2} \end{pmatrix} &:= \text{Find} \Big( F_{1}, F_{2} \Big) \end{split} \qquad F_{1} = 13.443 \qquad F_{2} = 1.557 \end{split}$$

Отже вільна складова напруга на індуктивності буде мати вигляд:

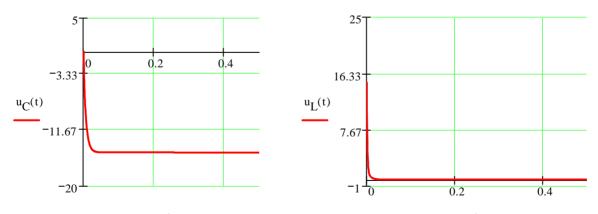
$$\begin{split} \mathbf{u''}_L(t) &:= \mathbf{F_1} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{p_1} \cdot \mathbf{t}} + \mathbf{F_2} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{p_2} \cdot \mathbf{t}} \\ \mathbf{u}_L(t) &:= \mathbf{u'}_L + \mathbf{u''}_L(t) \text{ float}, 7 \ \to 13.44295 \cdot \exp(-708.95 \cdot \mathbf{t}) + 1.557052 \cdot \exp(-141. \, \mathbf{u}_L(0) = 150 \, \mathrm{s}) \end{split}$$





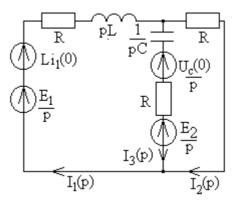


Графік перехідного струму i3(t).



Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

# Операторний метод



### Операторна схема

Усталений режим до комутації:

$$\begin{split} i_{1\text{ДK}} &\coloneqq \frac{E_1}{3 \cdot R} & \qquad \qquad i_{2\text{ДK}} \coloneqq i_{1\text{ДK}} \quad i_{2\text{ДK}} = 0.6 \\ i_{3\text{ДK}} &\coloneqq 0 & \qquad \qquad u_{\text{L}\text{ДK}} \coloneqq 0 \end{split}$$

$$\mathbf{u}_{\mathbf{C},\mathbf{J},\mathbf{K}} \coloneqq \mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2 - \mathbf{i}_{1,\mathbf{J},\mathbf{K}} \cdot \mathbf{R} \qquad \mathbf{u}_{\mathbf{C},\mathbf{J},\mathbf{K}} = 0$$

Початкові умови:

$$i_{L0} := i_{1 \text{ dK}}$$
  $i_{L0} = 0.6$   $u_{C0} = 0$ 

$$\begin{split} &I_{k1}(p) \cdot \left( R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C} + R \right) - I_{k2}(p) \cdot \left( R + \frac{1}{p \cdot C} \right) = \frac{E_1}{p} - \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} + L \cdot i_{10} \\ &- I_{k1}(p) \cdot \left( R + \frac{1}{p \cdot C} \right) + I_{k2}(p) \cdot \left( \frac{1}{p \cdot C} + 2 \cdot R \right) = \frac{E_2}{p} + \frac{u_{C0}}{p} \end{split}$$

$$\Delta(p) := \begin{bmatrix} R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C} + R & -\left(R + \frac{1}{p \cdot C}\right) \\ -\left(R + \frac{1}{p \cdot C}\right) & \frac{1}{p \cdot C} + 2 \cdot R \end{bmatrix}$$
 
$$\Delta(p) \text{ float, 5} \rightarrow \frac{1}{p^{1}} \cdot \left(10.0 \cdot p^{2} + 8500.0 \cdot p + 1.0000 \cdot 10^{6}\right)$$

$$\Delta_{1}(p) := \begin{bmatrix} \frac{E_{1}}{p} - \frac{E_{2}}{p} - \frac{u_{C0}}{p} + L \cdot i_{10} & -\left(R + \frac{1}{p \cdot C}\right) \\ \frac{E_{2}}{p} + \frac{u_{C0}}{p} & \frac{1}{p \cdot C} + 2 \cdot R \end{bmatrix} \quad \Delta_{1}(p) \text{ float, 5} \rightarrow \frac{\left(6600.0 \cdot p + 9.0000 \cdot 10^{5} + 6.0000 \cdot p^{2}\right)}{p^{2}}$$

$$\Delta_{2}(p) := \begin{bmatrix} R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C} + R & \frac{E_{1}}{p} - \frac{E_{2}}{p} - \frac{u_{C0}}{p} + L \cdot i_{10} \\ - \left( R + \frac{1}{p \cdot C} \right) & \frac{E_{2}}{p} + \frac{u_{C0}}{p} \end{bmatrix}$$

$$\Delta_2(p) \text{ float, 5 } \rightarrow \frac{\left(9.0000 \cdot p^{2 \cdot} + 8100.0 \cdot p + 9.0000 \cdot 10^5\right)}{p^2 \cdot}$$

Контурні струми та напруга на конденсаторі будуть мати вигляд:

$$\begin{split} I_{k1}(p) &\coloneqq \frac{\Delta_{1}(p)}{\Delta(p)} & \quad I_{k1}(p) \text{ float, 5} \ \rightarrow \frac{\left(6600.0 \cdot p + 9.0000 \cdot 10^{5} + 6.0000 \cdot p^{2} \cdot\right)}{p^{1} \cdot \left(10.0 \cdot p^{2} \cdot + 8500.0 \cdot p + 1.0000 \cdot 10^{6}\right)^{1}} \\ I_{k2}(p) &\coloneqq \frac{\Delta_{2}(p)}{\Delta(p)} & \quad I_{k2}(p) \text{ float, 5} \ \rightarrow \frac{\left(9.0000 \cdot p^{2} \cdot + 8100.0 \cdot p + 9.0000 \cdot 10^{5}\right)}{p^{1} \cdot \left(10.0 \cdot p^{2} \cdot + 8500.0 \cdot p + 1.0000 \cdot 10^{6}\right)^{1}} \\ u_{C}(p) &\coloneqq \frac{u_{C0}}{p} + \frac{I_{3}(p)}{p \cdot C} \\ u_{C}(p) & \left| \frac{\text{float, 5}}{\text{factor}} \rightarrow \frac{-3000}{p} \cdot \frac{(500 + p)}{\left(850 \cdot p + 100000 + p^{2}\right)} \right| \\ u_{L}(p) &\coloneqq L \cdot p \cdot I_{k1}(p) - L \cdot i_{1JK} \\ u_{L}(p) &\text{factor} \ \rightarrow 15 \cdot \frac{(p + 200)}{\left(850 \cdot p + 100000 + p^{2}\right)} \end{split}$$

Перейдемо тепер від зображення до функції часу за формулою розкладу: Для струму I1(p):

$$\begin{split} N_1(p) &:= 6600.0 \cdot p + 9.0000 \cdot 10^5 + 6.0000 \cdot p^2 \cdot \\ M_1(p) &:= p^1 \cdot \left(10.0 \cdot p^2 \cdot + 8500.0 \cdot p + 1.0000 \cdot 10^6\right)^1 \cdot \\ \begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} &:= M_1(p) \ \, \left| \begin{array}{l} \text{solve}, p \\ -708.95 \\ -141.05 \end{array} \right| \\ p_0 &= 0 \\ p_1 &= -708.95 \\ p_2 &= -141.05 \\ \end{pmatrix} \\ N_1\left(p_0\right) &= 9 \times 10^5 \\ N_1\left(p_1\right) &= -6.997 \times 10^5 \\ M_1\left(p_1\right) &= -6.997 \times 10^5 \\ M_1\left(p_2\right) &= 8.844 \times 10^4 \\ M_1(p) &:= \frac{d}{dp} M_1(p) \ \, \text{factor} \ \, \rightarrow 10 \cdot (500 + p) \cdot (3 \cdot p + 200) \\ M_1\left(p_0\right) &= 1 \times 10^6 \\ M_1\left(p_1\right) &= 4.026 \times 10^6 \\ M_1\left(p_2\right) &= -8.01 \times 10^5 \\ \end{split}$$

Отже струм як функція часу буде мати вигляд:

$$\begin{split} i_1(t) &:= \frac{N_1 \Big( p_0 \Big)}{d M_1 \Big( p_0 \Big)} + \frac{N_1 \Big( p_1 \Big)}{d M_1 \Big( p_1 \Big)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_1 \Big( p_2 \Big)}{d M_1 \Big( p_2 \Big)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \\ i_1(t) & \begin{vmatrix} float, 5 \\ complex \end{vmatrix} \cdot .90000 - .18961 \cdot exp(-708.95 \cdot t) - .11041 \cdot exp(-141.05 \cdot t) \end{split}$$

Для напруги на конденсаторі Uc(р):

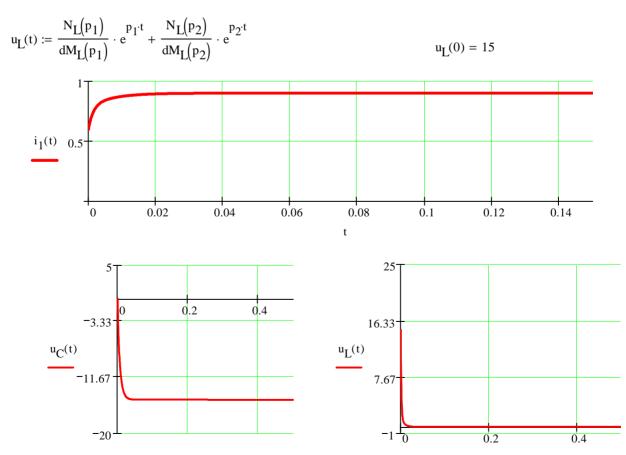
$$\begin{split} N_u \! \left( p_0 \right) &= -1.5 \times 10^6 & N_u \! \left( p_1 \right) = -1.077 \times 10^6 & N_u \! \left( p_2 \right) = 6.269 \times 10^5 \\ dM_u \! \left( p \right) &:= \frac{d}{dp} M_u \! \left( p \right) \; \text{factor} \; \rightarrow (500 + p) \cdot (3 \cdot p + 200) \\ dM_u \! \left( p_0 \right) &= 1 \times 10^5 & dM_u \! \left( p_1 \right) = -8.01 \times 10^4 & dM_u \! \left( p_2 \right) = 4.026 \times 10^5 \end{split}$$

Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$\begin{split} u_C(t) &:= \frac{N_u\!\!\left(p_0\right)}{dM_u\!\!\left(p_0\right)} + \frac{N_u\!\!\left(p_1\right)}{dM_u\!\!\left(p_1\right)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_u\!\!\left(p_2\right)}{dM_u\!\!\left(p_2\right)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \\ u_C(t) & \begin{vmatrix} float, 5 \\ complex \\ \end{vmatrix} - 15. + 13.444 \cdot exp(-141.05 \cdot t) + 1.5569 \cdot exp(-708.95 \cdot t) \end{split}$$

Для напруги на індуктивності:

Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:



t

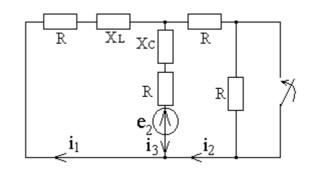
# Дослідити чому повинен дорівнювати активний опір вітки с джерелом ЕРС Е1 щоб аперіодичний процес переходив у коливальний

$$\begin{split} Z_{ab}(p) &:= \mathbf{R'} + p \cdot \mathbf{L} + \frac{\left(\mathbf{R} + \frac{1}{p \cdot \mathbf{C}}\right) \cdot \mathbf{R}}{\frac{1}{p \cdot \mathbf{C}} + \mathbf{R} + \mathbf{R}} \\ Z_{ab}(p) &:= \frac{\left(\frac{1}{p \cdot \mathbf{C}} + \mathbf{R} + \mathbf{R}\right) \cdot \left(\mathbf{R'} + p \cdot \mathbf{L}\right) + \left(\mathbf{R} + \frac{1}{p \cdot \mathbf{C}}\right) \cdot \mathbf{R}}{\frac{1}{p \cdot \mathbf{C}} + \mathbf{R} + \mathbf{R}} \\ (2 \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{L}) \cdot p^2 + \left(2 \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{R'} + \frac{\mathbf{L}}{\mathbf{C}} + \mathbf{R}^2\right) \cdot p + \left(\frac{\mathbf{R'}}{\mathbf{C}} + \frac{\mathbf{R}}{\mathbf{C}}\right) = 0 \\ D &= 0 \\ \left(2 \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{R'} + \frac{\mathbf{L}}{\mathbf{C}} + \mathbf{R}^2\right)^2 - 4 \cdot (2 \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{L}) \cdot \left(\frac{\mathbf{R'}}{\mathbf{C}} + \frac{\mathbf{R}}{\mathbf{C}}\right) = 0 \\ \mathbf{R'} &:= \left(2 \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{R'} + \frac{\mathbf{L}}{\mathbf{C}} + \mathbf{R}^2\right)^2 - 4 \cdot (2 \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{L}) \cdot \left(\frac{\mathbf{R'}}{\mathbf{C}} + \frac{\mathbf{R}}{\mathbf{C}}\right) \begin{vmatrix} \text{solve}, \mathbf{R'} \\ \text{float}, 5 \end{vmatrix} \xrightarrow{16.623} \end{split}$$

Визначити струми віток і напруги на реактивних елементах у момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійної напруги E1 і E2 у колі діють джерела синусоідної напруги:

жерела синусоідної напруги: 
$$e_1(t) := \sqrt{2} \cdot E_1 \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi) \qquad e_2(t) := \sqrt{2} \cdot E_2 \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi)$$
 
$$X_C := \frac{1}{\omega \cdot C} \qquad X_C = 50 \qquad X_L := \omega \cdot L \qquad X_L = 20$$
 
$$E_1 := E_1 \cdot e^{\psi \cdot i} \qquad E_1 = 63.64 + 63.64i \qquad F(E_1) = (90 \ 45)$$
 
$$E_2 := E_2 \cdot e^{\psi \cdot i} \qquad E_2 = 42.426 + 42.426i \qquad F(E_2) = (60 \ 45)$$

$$\begin{split} Z'_{\text{VX}} &:= \text{R} + \text{i} \cdot \text{X}_{\text{L}} + \frac{2 \cdot \text{R} \cdot \left(\text{R} - \text{i} \cdot \text{X}_{\text{C}}\right)}{2 \cdot \text{R} + \text{R} - \text{i} \cdot \text{X}_{\text{C}}} \\ I'_{1\text{ДK}} &:= \frac{E_{1}}{Z'_{\text{VX}}} \\ I'_{2\text{ДK}} &:= I'_{1\text{ДK}} \cdot \frac{\left(\text{R} - \text{i} \cdot \text{X}_{\text{C}}\right)}{2 \cdot \text{R} + \text{R} - \text{i} \cdot \text{X}_{\text{C}}} \\ I'_{2\text{ДK}} &:= I'_{1\text{ДK}} \cdot \frac{\left(\text{R} - \text{i} \cdot \text{X}_{\text{C}}\right)}{2 \cdot \text{R} + \text{R} - \text{i} \cdot \text{X}_{\text{C}}} \\ I'_{3\text{ДK}} &:= I'_{1\text{ДK}} - I'_{2\text{ДK}} \\ I'_{3\text{ДK}} &:= I'_{1\text{ДK}} - I'_{2\text{ДK}} \\ I'_{3\text{ДK}} &:= 0.283 + 0.566i \\ I'_{3\text{ДK}} &:= 0.632 \cdot 63.435 \end{split}$$



$$Z''_{vx} := R - X_C \cdot i + \frac{\left(R + i \cdot X_L\right) \cdot (2 \cdot R)}{R + i \cdot X_L + 2 \cdot R} \qquad Z''_{vx} = 84.498 - 41.266i$$

$$I''_{3\mu K} := \frac{E_2}{Z''_{3\mu K}}$$
  $I''_{3\mu K} = 0.207 + 0.603i$   $F(I''_{3\mu K}) = (0.638 71.03)$ 

$$I''_{1 \text{ДK}} := I''_{3 \text{ДK}} \cdot \frac{(2 \cdot R)}{R + i \cdot X_{\text{L}} + 2 \cdot R} \qquad \qquad I''_{1 \text{ДK}} = 0.189 + 0.377i \qquad \qquad F(I''_{1 \text{ДK}}) = (0.422 \ 63.435)$$

$$I''_{2\pi K} := I''_{3\pi K} - I''_{1\pi K}$$
  $I''_{2\pi K} = 0.019 + 0.226i$   $F(I''_{2\pi K}) = (0.227 85.236)$ 

$$I_{1_{\text{ДK}}} := I'_{1_{\text{ДK}}} + I''_{1_{\text{ДK}}}$$
  $I_{1_{\text{ДK}}} = 0.896 + 1.084i$   $F(I_{1_{\text{ДK}}}) = (1.406 - 50.44)$ 

$$I_{2 \mu \kappa} := I'_{2 \mu \kappa} + I''_{2 \mu \kappa} \qquad \qquad I_{2 \mu \kappa} = 0.443 + 0.368i \qquad \qquad F(I_{2 \mu \kappa}) = (0.576 - 39.685)$$

$$I_{3\mu K} := I'_{3\mu K} - I''_{3\mu K} \qquad \qquad I_{3\mu K} = 0.075 - 0.038i \qquad \qquad F(I_{3\mu K}) = (0.084 - 26.565)$$

$$\mathbf{u}_{\text{C}\text{J}\text{K}} \coloneqq \mathbf{I}_{3\text{J}\text{K}} \cdot \left( -\mathbf{i} \cdot \mathbf{X}_{\text{C}} \right) \qquad \qquad \mathbf{u}_{\text{C}\text{J}\text{K}} = -1.886 - 3.771\mathbf{i} \qquad \qquad \mathbf{F} \left( \mathbf{u}_{\text{C}\text{J}\text{K}} \right) = (4.216 - 116.565)$$

$$\mathbf{u}_{\text{L},\text{J},\text{K}} \coloneqq \mathbf{I}_{\text{1},\text{J},\text{K}} \cdot \mathbf{i} \cdot \mathbf{X}_{\text{L}} \qquad \qquad \mathbf{u}_{\text{L},\text{J},\text{K}} = -21.685 + 17.913\mathbf{i} \qquad \mathbf{F} \Big( \mathbf{u}_{\text{L},\text{J},\text{K}} \Big) = (28.127 - 140.44)$$

$$i_{1,\text{JK}}(t) := \left| I_{1,\text{JK}} \right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin \left( \omega \cdot t + \arg \left( I_{1,\text{JK}} \right) \right)$$

$$i_{2\pi K}(t) := \left| I_{2\pi K} \right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{2\pi K}))$$

$$i_{3\mu K}(t) := \left| I_{3\mu K} \right| \cdot \sqrt{2} \cdot sin(\omega \cdot t + arg(I_{3\mu K}))$$

$$u_{C,\!J\!K}(t) := \left| u_{C,\!J\!K} \right| \cdot \sqrt{2} \cdot sin\!\left(\omega \cdot t + arg\!\left(u_{C,\!J\!K}\right)\right)$$

$$\mathbf{u}_{L,\mathbf{J}\mathbf{K}}(t) := \left| \mathbf{u}_{L,\mathbf{J}\mathbf{K}} \right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \arg\left(\mathbf{u}_{L,\mathbf{J}\mathbf{K}}\right)\right)$$

# Початкові умови:

$$u_{\text{СДK}}(0) = -5.333$$

$$i_{L_{JK}}(0) = 1.533$$

Given

$$i_{20} = i_{10} - i_{30}$$

$$e_1(0) - e_2(0) = u_{L0} + i_{10} \cdot R + u_{C0} + i_{30} \cdot R$$

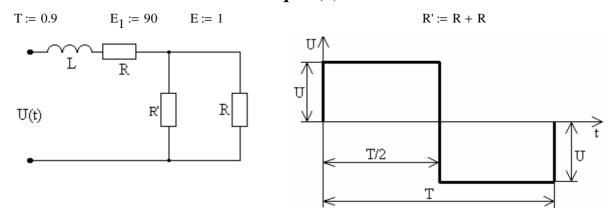
$$e_2(0) = i_{20} \cdot R - i_{30} \cdot R - u_{C0}$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{i}_{30} \\ \mathbf{i}_{20} \\ \mathbf{u}_{L0} \end{pmatrix} := \mathsf{Find} \! \left( \mathbf{i}_{30}, \mathbf{i}_{20}, \mathbf{u}_{L0} \right)$$

$$i_{10} = 1.533$$
  $i_{20} = 1.313$   $i_{30} = 0.22$   $u_{L0} = -52.333$ 

 $u_{C0} = -5.333$ 

# Інтеграл Дюамеля



За допомогою класичного метода визначим:

$$\begin{split} Z_{VX}(p) &:= \frac{R' \cdot R}{R' + R} + R + p \cdot L \\ p &:= \frac{R' \cdot R}{R' + R} + R + p \cdot L \quad \begin{vmatrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{vmatrix} \rightarrow -833.33 \qquad p = -833.33 \qquad T := \frac{1}{|p|} \cdot T \qquad T = 1.08 \times 10^{-3} \\ i_1(t) &:= \frac{E}{\frac{R' \cdot R}{R' + R} + R} - \frac{E}{\frac{R' \cdot R}{R' + R} + R} \cdot e^{pt} \end{split}$$

$$U_L(t) := L \cdot \frac{d}{dt} i_1(t) \text{ float}, 5 \rightarrow 1.0000 \cdot \exp(-833.33 \cdot t)$$

$$g_{11}(t) := i_1(t)$$
  $g_{11}(t)$  float,  $5 \rightarrow 1.2000 \cdot 10^{-2} - 1.2000 \cdot 10^{-2} \cdot \exp(-833.33 \cdot t)$ 

$$h_{II}(t) := U_{I}(t) \rightarrow 1.0000 \cdot \exp(-833.33 \cdot t)$$

Визначимо закони зміни напруги на всіх проміжках часу:

$$\begin{array}{lll} \mathbf{U}_0 \coloneqq \mathbf{E}_1 & & \mathbf{U}_0 = 90 \\ \\ \mathbf{U}_1 \coloneqq \mathbf{E}_1 & & \mathbf{U}_1 = 90 & & 0 < t < \frac{\mathsf{T}}{2} \\ \\ \mathbf{U}_2 \coloneqq -\mathbf{E}_1 & & \mathbf{U}_2 = -90 & & \frac{\mathsf{T}}{2} < t < \mathsf{T} \\ \\ \mathbf{U}_3 \coloneqq 0 & & \mathsf{T} < t < \infty \end{array}$$

$$U'_1 := 0$$
  $U'_2 := 0$ 

Струм на цих проміжках буде мати вигляд:

$$\begin{split} \mathbf{i}_1(t) &\coloneqq \mathbf{U}_0 \cdot \mathbf{g}_{11}(t) \\ \\ \mathbf{i}_1(t) & \begin{vmatrix} \mathbf{factor} \\ \mathbf{float}, 3 \end{vmatrix} \cdot 1.08 - 1.08 \cdot \exp(-833. \cdot t) \end{split}$$

$$i_2(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + \left(U_2 - U_1\right) \cdot g_{11}\left(t - \frac{T}{2}\right)$$

$$i_2(t) \text{ float}, 3 \rightarrow -1.08 - 1.08 \cdot \exp(-833. \cdot t) + 2.16 \cdot \exp(-833. \cdot t + .450)$$

$$\mathbf{i}_3(t) := \mathbf{U}_0 \cdot \mathbf{g}_{11}(t) + \left(\mathbf{U}_2 - \mathbf{U}_1\right) \cdot \mathbf{g}_{11}\!\!\left(t - \frac{\mathsf{T}}{2}\right) + \left(\mathbf{U}_3 - \mathbf{U}_2\right) \cdot \mathbf{g}_{11}(t - \mathsf{T})$$

$$i_3(t) \mid \begin{cases} factor \\ float, 3 \end{cases} \rightarrow -1.08 \cdot exp(-833. \cdot t) + 2.16 \cdot exp(-833. \cdot t + .450) - 1.08 \cdot exp(-833. \cdot t + .900) \end{cases}$$

#### Напруга на індуктивнисті на цих проміжках буде мати вигляд:

$$\mathbf{u}_{\mathrm{L1}}(t) := \mathbf{U}_0 \cdot \mathbf{h}_{\mathrm{uL}}(t) \text{ float, 5 } \rightarrow 90.000 \cdot \exp(-833.33 \cdot t)$$

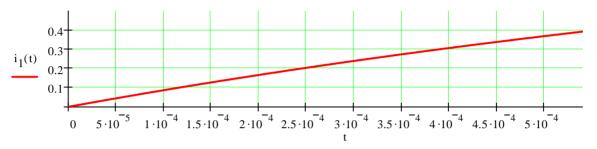
$$\mathbf{u}_{L2}(t) \coloneqq \mathbf{U}_0 \cdot \mathbf{h}_{\mathbf{u}L}(t) + \left(\mathbf{U}_2 - \mathbf{U}_1\right) \cdot \mathbf{h}_{\mathbf{u}L}\left(t - \frac{T}{2}\right)$$

 $\mathbf{u_{L2}(t) \; float, 5} \; \rightarrow 90.000 \cdot \exp(-833.33 \cdot t) - 180.00 \cdot \exp(-833.33 \cdot t + .45000)$ 

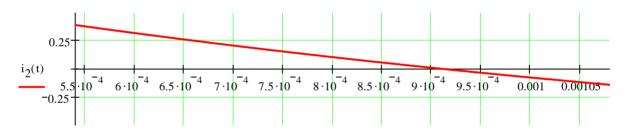
$$\mathbf{u}_{L3}(t) := \mathbf{U}_0 \cdot \mathbf{h}_{uL}(t) + \left(\mathbf{U}_2 - \mathbf{U}_1\right) \cdot \mathbf{h}_{uL}\left(t - \frac{\mathbf{T}}{2}\right) + \left(\mathbf{U}_3 - \mathbf{U}_2\right) \cdot \mathbf{h}_{uL}(t - \mathbf{T})$$

 $\mathbf{u_{I,3}(t) \; float, 5 \; \rightarrow 90.000 \cdot exp(-833.33 \cdot t) - 180.00 \cdot exp(-833.33 \cdot t + .45000) + 90.000 \cdot exp(-833.33 \cdot t + .90000)}$ 

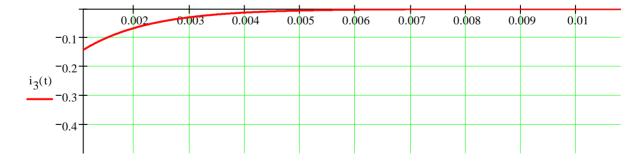
#### На промежутке от 0 до Т/2



## На промежутке от Т/2 до Т

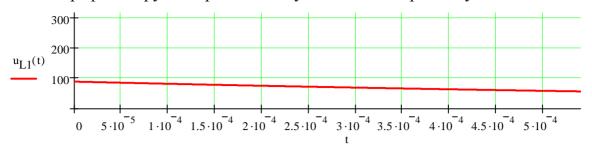


## На промежутке от Т до 10Т

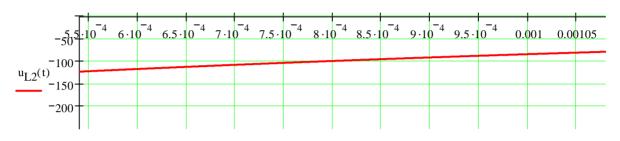


t

# Графік напруги на реактивному елементі на проміжку: от 0 до Т/2



Графік напруги на реактивному елементі на проміжку: от Т/2 до Т



Графік напруги на реактивному елементі на проміжку: от Т до 10Т

