Министерство образования и науки Украины Национальный технический университет Украины "Киевский Политехнический Институт" Кафедра ТОЭ

Расчетно-графическая работа

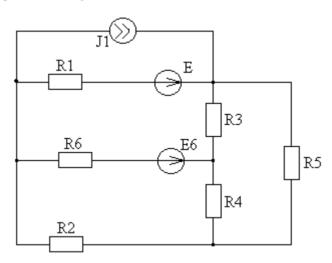
"Расчёт цепей постоянного тока" Вариант № 422

Выполнил:		
Проверил:		

Задание:

- 1. Найти токи в ветках данной электрической цепи методом узловых потенциалов и контурных токов. Проверить расчёт цепи при помощи законов Кирхгофа для каждого узла и независимого контура. Сложить и проверить уравнение баланса мощностей.
- 2. Построить потенциальную диаграмму для контура данной цепи.
- 3. Преобразовать данную цепь к трём независимым контурам. В полученной цепи найти токи в ветках методом наложения. Проверить расчеты цепи за законами Кирхгофа
- 4. Найти токи в ветвях данной цепи методом эквивалентного генератора.

$$R_1 := 40$$
 $R_2 := 50$ $R_3 := 5$ $R_4 := 10$ $R_5 := 20$ $R_6 := 0$ $R_6 := 150$ $R_6 := 150$



Метод контурных токов

За вторым законом Кирхгофа составляем систему уравнений. Решая получиную систему уравнений, находим контурные токи.

$$I_{K1} := 1$$
 $I_{K2} := 1$ $I_{K3} := 1$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_3 + R_6) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_3 - J_1 \cdot R_1 = E - E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 = E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_4 + R_5) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} \coloneqq \mathsf{Find} \big(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3}\big)$$

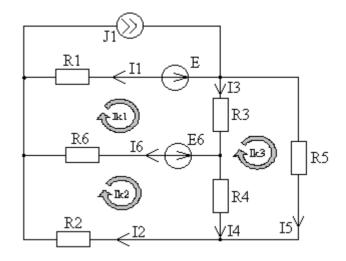
$$I_{K1} = 10.339(A)$$

$$I_{K2} = 5.508(A)$$

$$I_{K3} = 3.051(A)$$

Токи ветвей схемы равны:

$$\begin{split} I_1 &:= J_1 - I_{K1} & I_1 = 4.661 \, (A) \\ I_2 &:= I_{K2} & I_2 = 5.508 \, (A) \\ I_3 &:= I_{K1} - I_{K3} & I_3 = 7.288 \, (A) \\ I_4 &:= I_{K2} - I_{K3} & I_4 = 2.458 \, (A) \\ I_5 &:= I_{K3} & I_5 = 3.051 \, (A) \\ I_6 &:= I_{K1} - I_{K2} & I_6 = 4.831 \, (A) \end{split}$$



Метод узловых потенциалов

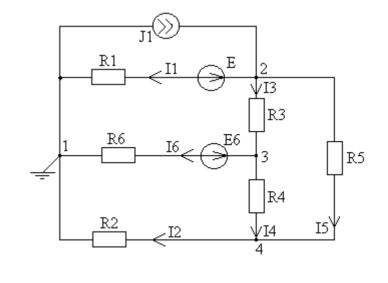
Примем потенциал точки 1 равным 0: $\phi_1 := 0$ тогда потенциал точки 3 будет равен: $\phi_3 := \phi_1 + E_6$ $\phi_3 = 300 \, (B)$

Найдем узловые и межузловые проводимости и узловые токи:

$$\begin{split} G_{22} &\coloneqq \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_3} & G_{22} = 0.275 \\ G_{44} &\coloneqq \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} & G_{44} = 0.17 \\ G_{21} &\coloneqq \frac{1}{R_1} & G_{21} = 0.025 \\ G_{13} &\coloneqq 0 & G_{13} = 0 \\ G_{32} &\coloneqq \frac{1}{R_3} & G_{32} = 0.2 \\ G_{41} &\coloneqq \frac{1}{R_2} & G_{41} = 0.02 \\ G_{43} &\coloneqq \frac{1}{R_4} & G_{43} = 0.1 \\ G_{42} &\coloneqq \frac{1}{R_5} & G_{42} = 0.05 \\ J_{B2} &\coloneqq J_1 + \frac{E}{R_1} & J_{B2} = 18.75 \end{split}$$

 $J_{B4} = 0$

 $J_{B4} := 0$



Подставив найденые значения проводимостей и узловых токов в расчетную систему уравнений и найдем искомые потенциалы узлов 2 и 4:

$$\varphi_2 \coloneqq 1 \qquad \qquad \varphi_4 \coloneqq 1$$
 Given

$$-G_{21}\cdot\phi_1+G_{22}\cdot\phi_2-G_{32}\cdot\phi_3-G_{42}\cdot\phi_4 = J_{B2}$$

$$-G_{41}\cdot\phi_1-G_{42}\cdot\phi_2-G_{43}\cdot\phi_3+G_{44}\cdot\phi_4 = \mathrm{J}_{B4}$$

$$\begin{pmatrix} \phi_2 \\ \phi_4 \end{pmatrix} := Find(\phi_2, \phi_4)$$

$$\phi_2 = 336.441 \, (B)$$
 $\phi_4 = 275.424 \, (B)$

Токи ветвей схемы находим за законом Ома:

$$I_1 := \frac{\phi_2 - \phi_1 - E}{R_1}$$
 $I_1 = 4.661 (A)$

$$I_2 := \frac{\phi_4 - \phi_1}{R_2}$$
 $I_2 = 5.508(A)$

$$I_3 := \frac{\phi_2 - \phi_3}{R_3}$$
 $I_3 = 7.288(A)$

$$I_4 := \frac{\phi_3 - \phi_4}{R_4}$$
 $I_4 = 2.458(A)$

$$I_5 := \frac{\phi_2 - \phi_4}{R_5} \qquad \qquad I_5 = 3.051 \,(A)$$

$$I_6 := I_3 - I_4$$
 $I_6 = 4.831 (A)$

Проверка:

За 1-м законом Кирхгофа:

$$-I_6 - I_4 + I_3 = 0$$
 $-I_2 + I_4 + I_5 = 2.283 \times 10^{-13}$ $I_1 + I_5 + I_3 - J_1 = -2.682 \times 10^{-12}$ $I_1 + I_2 + I_6 - J_1 = -2.911 \times 10^{-12}$

За 2-м законом Кирхгофа:

$$\begin{split} E_6 - E &= 150\,(B) & -I_3 \cdot R_3 + I_1 \cdot R_1 = 150\,(B) \\ -I_1 \cdot R_1 + I_5 \cdot R_5 + I_2 \cdot R_2 &= 150\,(B) & E &= 150\,(B) \\ -I_4 \cdot R_4 + I_5 \cdot R_5 - I_3 \cdot R_3 &= 0\,(B) \\ I_2 \cdot R_2 + I_4 \cdot R_4 &= 300\,(B) & E_6 &= 300\,(B) \end{split}$$

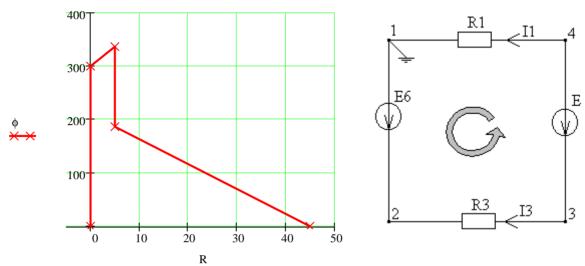
Баланс мощностей:

$$-E \cdot I_1 - E_6 \cdot I_6 + J_1 \cdot (I_1 \cdot R_1 + E) = 2.898 \times 10^3 \text{ (Bt)}$$

$$I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6 = 2.898 \times 10^3 \text{ (Bt)}$$

Потенциальная диаграмма

$$\begin{aligned} \phi_1 &= 0 \\ \phi_2 &:= \phi_1 + E_6 \\ \phi_3 &:= \phi_2 + I_3 \cdot R_3 \\ \phi_4 &:= \phi_3 - E \\ \phi_1 &:= \phi_4 - I_1 \cdot R_1 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \phi_2 &= 300 \, (B) \\ \phi_3 &= 336.441 \, (B) \\ \phi_4 &= 186.441 \, (B) \end{aligned}$$



Метод эквивалентного генератора

Вырезавши из выходной схемы ветку с сопротивлением R1 и источником питания E, получаем схему. В выходной схеме ток I1 направленый от узла 2 к узлу 1, такое же направление выберем и для напряжения холостого хода U1х.

Для нахождения напряжения U1x сначала надо найти токи в ветвях с сопротивлениями R6 и R3. Для этого воспользуемся методом контурных токов:

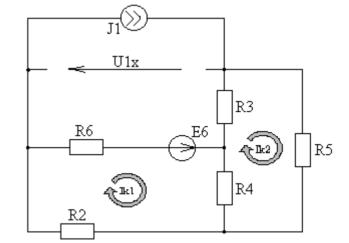
$$\begin{split} I_{K1} &:= 1 & I_{K2} := 1 \\ I_{K1} \cdot \left(R_6 + R_4 + R_2\right) - I_{K2} \cdot R_4 + J_1 \cdot R_2 = E_6 \\ -I_{K1} \cdot R_4 + I_{K2} \cdot \left(R_4 + R_3 + R_5\right) + J_1 \cdot R_5 = 0 \\ \begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \end{pmatrix} &:= \operatorname{Find} \! \left(I_{K1}, I_{K2}\right) \\ I_{K1} &= -9.375 \, (A) & I_{K2} = -11.25 \, (A) \end{split}$$

Искомое напряжение холостого хода равно:

$$U_{1X} := -I_{K2} \cdot R_3 + E_6$$
 $U_{1X} = 356.25 (B)$

Эквивалентное сопротивление цепи равно:

$$R_{245} := \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4} + R_5$$
 $R_E := \frac{R_{245} \cdot R_3}{R_{245} + R_3}$ $R_E = 4.25 \text{ (Om)}$



Искомый ток, вырезаной ветки, равен:

$$I_1 := \frac{-E + U_{1X}}{R_E + R_1}$$
 $I_1 = 4.661 (A)$

Метод наложения

В цепи действует только Е:

$$I_{K1} := 1$$
 $I_{K2} := 1$ $I_{K3} := 1$

Given

 I_{K3}

Given
$$\begin{split} & I_{K1} \cdot \left(R_1 + R_3 + R_6\right) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_3 = E \\ & -I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot \left(R_2 + R_4 + R_6\right) - I_{K3} \cdot R_4 = 0 \\ & -I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot \left(R_3 + R_4 + R_5\right) = 0 \\ & \left(\begin{matrix} I_{K1} \\ I_{K2} \end{matrix}\right) := \text{Find} \left(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3}\right) \end{split}$$

 ΛI_{3E6}

E6

R3

R4

1_{4E6}

I_{5E6}

R5

$$I_{K1} = 3.39 \,(A)$$
 $I_{K2} = 0.085 \,(A)$ $I_{K3} = 0.508 \,(A)$

$$I_{1E} := I_{K1}$$
 $I_{1E} = 3.39 (A)$

$$I_{2E} := I_{K2}$$
 $I_{2E} = 0.085 (A)$

$$I_{3E} := I_{K1} - I_{K3}$$
 $I_{3E} = 2.881 (A)$

$$I_{4E} := I_{K3} - I_{K2}$$
 $I_{4E} = 0.424(A)$

$$I_{5E} := I_{K3}$$
 $I_{5E} = 0.508(A)$

$$I_{6E} := I_{K1} - I_{K2}$$
 $I_{6E} = 3.305 (A)$

В цепи действует только Е6:

$$I_{K1} := 1 \hspace{1cm} I_{K2} := 1 \hspace{1cm} I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_3 + R_6) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_3 = -E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 = E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_4 + R_5) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \end{pmatrix} := Find(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$\begin{pmatrix} \mathrm{I}_{K1} \\ \mathrm{I}_{K2} \\ \mathrm{I}_{K3} \end{pmatrix} \coloneqq \mathrm{Find} \big(\mathrm{I}_{K1}, \mathrm{I}_{K2}, \mathrm{I}_{K3} \big)$$

$$I_{K1} = -6.61 (A)$$
 $I_{K2} = 5.085 (A)$ $I_{K3} = 0.508 (A)$

$$I_{1E6} := -I_{K1}$$
 $I_{1E6} = 6.61 (A)$

$$I_{2E6} := I_{K2}$$
 $I_{2E6} = 5.085 (A)$

$$I_{3E6} := I_{K3} - I_{K1}$$
 $I_{3E6} = 7.119(A)$

$$I_{4E6} := I_{K2} - I_{K3}$$
 $I_{4E6} = 4.576(A)$

$$I_{5E6} := I_{K3}$$
 $I_{5E6} = 0.508(A)$

$$I_{6E6} := I_{K2} - I_{K1}$$
 $I_{6E6} = 11.695 (A)$

В цепи действует только Ј1:

$$I_{K1} := 1 \hspace{1cm} I_{K2} := 1 \hspace{1cm} I_{K3} := 1$$

Given

$$\mathbf{I}_{K1} \cdot \left(\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_3 + \mathbf{R}_6 \right) - \mathbf{I}_{K2} \cdot \mathbf{R}_6 - \mathbf{I}_{K3} \cdot \mathbf{R}_3 - \mathbf{J}_1 \cdot \mathbf{R}_1 = \mathbf{0}$$

$$-I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_4 + R_5) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := Find \begin{pmatrix} I_{K1}, I_{K2}, I_{K3} \end{pmatrix}$$

$$I_{K1} = 13.559 \, (A) \qquad I_{K2} = 0.339 \, (A) \qquad I_{K3} = 2.034 \, (A)$$

$$I_{1J1} := J_1 - I_{K1} \qquad \qquad I_{1J1} = 1.441 \, (A)$$

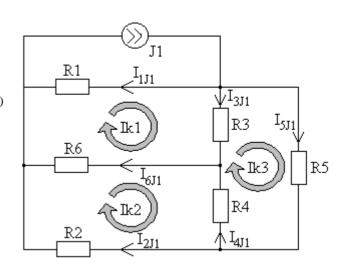
$$I_{2J1} := I_{K2} \qquad \qquad I_{2J1} = 0.339 \, (A)$$

$$I_{3J1} := I_{K1} - I_{K3} \qquad \qquad I_{3J1} = 11.525 \, (A)$$

$$I_{4J1} := I_{K3} - I_{K2} \qquad \qquad I_{4J1} = 1.695 \, (A)$$

$$I_{5J1} := I_{K3} \qquad \qquad I_{5J1} = 2.034 \, (A)$$

$$I_{6J1} := I_{K1} - I_{K2} \qquad \qquad I_{6J1} = 13.22 \, (A)$$



В основной цепи действуют токи:

$$\begin{split} I_1 &\coloneqq -I_{1E} + I_{1E6} + I_{1J1} & I_1 = 4.661 \, (A) \\ I_2 &\coloneqq I_{2E} + I_{2E6} + I_{2J1} & I_2 = 5.508 \, (A) \\ I_3 &\coloneqq I_{3E} - I_{3E6} + I_{3J1} & I_3 = 7.288 \, (A) \\ I_4 &\coloneqq -I_{4E} + I_{4E6} - I_{4J1} & I_4 = 2.458 \, (A) \\ I_5 &\coloneqq I_{5E} + I_{5E6} + I_{5J1} & I_5 = 3.051 \, (A) \\ I_6 &\coloneqq I_{6E} - I_{6E6} + I_{6J1} & I_6 = 4.831 \, (A) \end{split}$$

Проверка:

За 1-м законом Кирхгофа:

$$-I_6 - I_4 + I_3 = 0$$
 $-I_2 + I_4 + I_5 = 0$ $I_1 + I_5 + I_3 - J_1 = 0$ $I_1 + I_2 + I_6 - J_1 = 0$