

Министерство образования и науки Украины
Национальный технический университет Украины
“Киевский Политехнический Институт”
Кафедра ТОЭ

Расчетно-графическая работа
“Трёхфазные цепи”
Вариант № 308

Выполнил: _____

Проверил: _____

Киев 2007

Условие задания

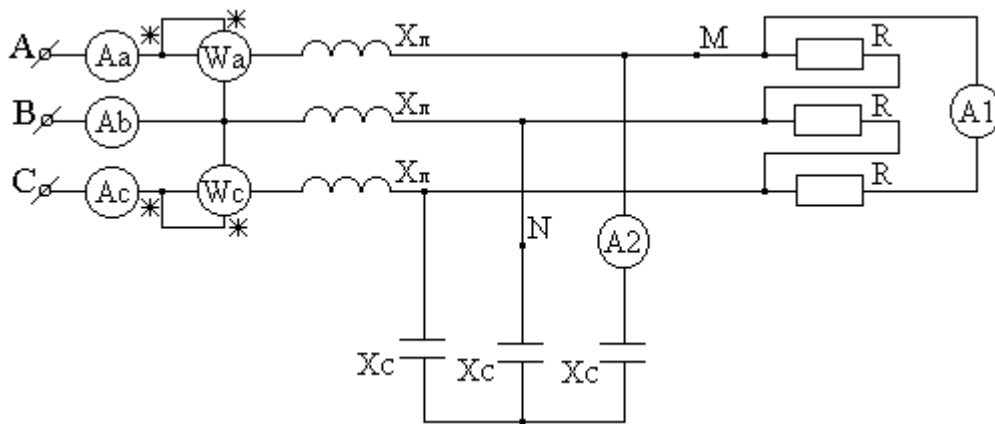
Симметричный трёхфазный генератор с обмотками, соединёнными в звезду, питает через трехпроводную линию электропередачи нагрузку с элементами, соединёнными звездой и треугольником.

Требуется:

1. Определить показания включенных в цепь измерительных приборов, полагая нагрузки симметричной.
2. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
3. По результатам расчета п.1 построить для симметричной нагрузки совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.
4. Провести расчет токов во всех ветвях напряжений на всех участках цепи, определить показания измерительных приборов в аварийном режиме, делая обрыв в указанной точке.
5. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
6. По результатам расчета п.4 построить совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.

$$U_A := 200 \quad U_B := U_A \quad U_C := U_B \quad \psi_A := 0 \quad X_L := 6 \quad R := 80 \quad X_C := 93$$

Обрыв проводится в точке М.



Общая схема трёхфазной цепи

Определение показаний измерительных приборов при симметричной нагрузке.

Так как нагрузка симметрическая, то будем проводить расчет только по одной фазе. Токи в остальных фазах будут такими же, только будут отличаться углы.

Для определения токов в ветвях цепи необходимо первоначально произвести упрощение схемы, сведя её к схеме с элементами, соединенными звездой.

$$R' := \frac{R \cdot R}{3 \cdot R}$$

$$R' = 26.667$$

За опорную примем фазу А. Фазные напряжения генератора и сопротивления элементов нагрузки в комплексной форме равны:

$$E_A := U_A \cdot e^{i\psi_A \frac{\pi}{180}}$$

$$E_B := U_B \cdot e^{i(\psi_A - 120) \frac{\pi}{180}}$$

$$E_C := U_C \cdot e^{i(\psi_A + 120) \frac{\pi}{180}}$$

$$F(E_A) = (200 \ 0)$$

$$F(E_B) = (200 \ -120)$$

$$F(E_C) = (200 \ 120)$$

$$Z_a := X_L \cdot i$$

$$Z_b := Z_a$$

$$Z_c := Z_b$$

$$Z_a = 6i$$

$$Z'_a := -X_C \cdot i$$

$$Z'_b := Z'_a$$

$$Z'_c := Z'_b$$

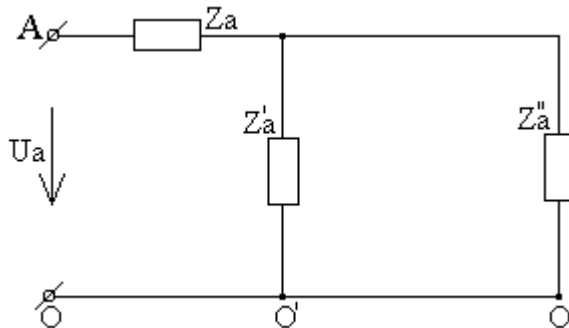
$$Z'_a = -93i$$

$$Z''_a := R'$$

$$Z''_b := Z''_a$$

$$Z''_c := Z''_b$$

$$Z''_a = 26.667$$



Преобразованная схема (фаза А)

Эквивалентное сопротивление данной схемы равно:

$$Z_{ea} := Z_a + \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a}$$

$$Z_{ea} = 24.641 - 1.065i$$

Ток в фазе А, согласно закону Ома, равен:

$$I_A := \frac{E_A}{Z_{ea}}$$

$$I_A = 8.101 + 0.35i$$

$$F(I_A) = (8.109 \ 2.476)$$

Соответственно в фазах В и С:

$$I_B := I_A \cdot e^{-i120 \frac{\pi}{180}}$$

$$I_B = -3.747 - 7.191i$$

$$F(I_B) = (8.109 \ -117.524)$$

$$I_C := I_A \cdot e^{i120 \frac{\pi}{180}}$$

$$I_C = -4.354 + 6.841i$$

$$F(I_C) = (8.109 \ 122.476)$$

Фазное напряжение на параллельном участке А'О равно:

$$Z_{ea'} := \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a}$$

$$Z_{ea'} = 24.641 - 7.065i$$

$$U_{A'O} := I_A \cdot Z_{ea'}$$

$$U_{A'O} = 202.102 - 48.609i$$

Токи звезды равны:

$$I'_A := \frac{U_{A'O}}{Z'_a}$$

$$I'_A = 0.523 + 2.173i$$

$$F(I'_A) = (2.235 \ 76.476)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_B &:= \Gamma_A \cdot e^{-i120\frac{\pi}{180}} & \Gamma_B &= 1.621 - 1.539i & F(\Gamma_B) &= (2.235 \quad -43.524) \\ \Gamma_C &:= \Gamma_A \cdot e^{i120\frac{\pi}{180}} & \Gamma_C &= -2.143 - 0.634i & F(\Gamma_C) &= (2.235 \quad -163.524) \end{aligned}$$

Линейное напряжение равно:

$$U_{A'B'} := U_{A'O} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i30\frac{\pi}{180}} \quad U_{A'B'} = 261.056 - 247.939i \quad F(U_{A'B'}) = (360.033 \quad -43.524)$$

Остальные токи равны:

$$\begin{aligned} \Gamma_{A'B'} &:= \frac{U_{A'B'}}{R} & \Gamma_{A'B'} &= 3.263 - 3.099i & F(\Gamma_{A'B'}) &= (4.5 \quad -43.524) \\ \Gamma_{B'C'} &:= \Gamma_{A'B'} \cdot e^{-i120\frac{\pi}{180}} & \Gamma_{B'C'} &= -4.316 - 1.276i & F(\Gamma_{B'C'}) &= (4.5 \quad -163.524) \\ \Gamma_{C'A'} &:= \Gamma_{A'B'} \cdot e^{i120\frac{\pi}{180}} & \Gamma_{C'A'} &= 1.052 + 4.376i & F(\Gamma_{C'A'}) &= (4.5 \quad 76.476) \end{aligned}$$

На основании выполненных расчетов, показания амперметров будут равны:

$$A_1 = 4.5(A) \quad A_2 = 2.235(A) \quad A_a = 8.109(A) \quad A_b = 8.109(A) \quad A_c = 8.109(A)$$

Находим показания ваттметров. Ваттметры показывают вещественную часть произведения комплекса напряжения, приложенного к обмотке напряжения (его отсчитывают от начала обмотки к концу), на сопряженный комплекс тока, протекающего через обмотку тока:

Показание ваттметра W_a :

$$\begin{aligned} E_{AB} &:= E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i30\frac{\pi}{180}} & E_{AB} &= 300 + 173.205i \\ W_a &:= \operatorname{Re}(E_{AB} \cdot \overline{I_A}) & W_a &= 2.491 \times 10^3 \end{aligned}$$

Показание ваттметра W_b :

$$\begin{aligned} E_{CB} &:= E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i(30+180)\frac{\pi}{180}} & E_{CB} &= 346.41i \\ W_c &:= \operatorname{Re}(E_{CB} \cdot \overline{I_C}) & W_c &= 2.37 \times 10^3 \end{aligned}$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_c \quad W = 4.861 \times 10^3$$

Баланс активной и реактивной мощностей

Правильность расчетов проверим, составив баланс активных и реактивных мощностей. Мощность источника энергии определяют в виде суммы произведений комплексов фазных ЭДС (напряжений) на сопряженные комплексы токов соответствующих фаз. В симметричной трёхфазной системе мощность, отдаваемая в нагрузку источником, равна утроенной мощности одной фазы.

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C} \quad S_r = 4.861 \times 10^3 - 210.181i$$

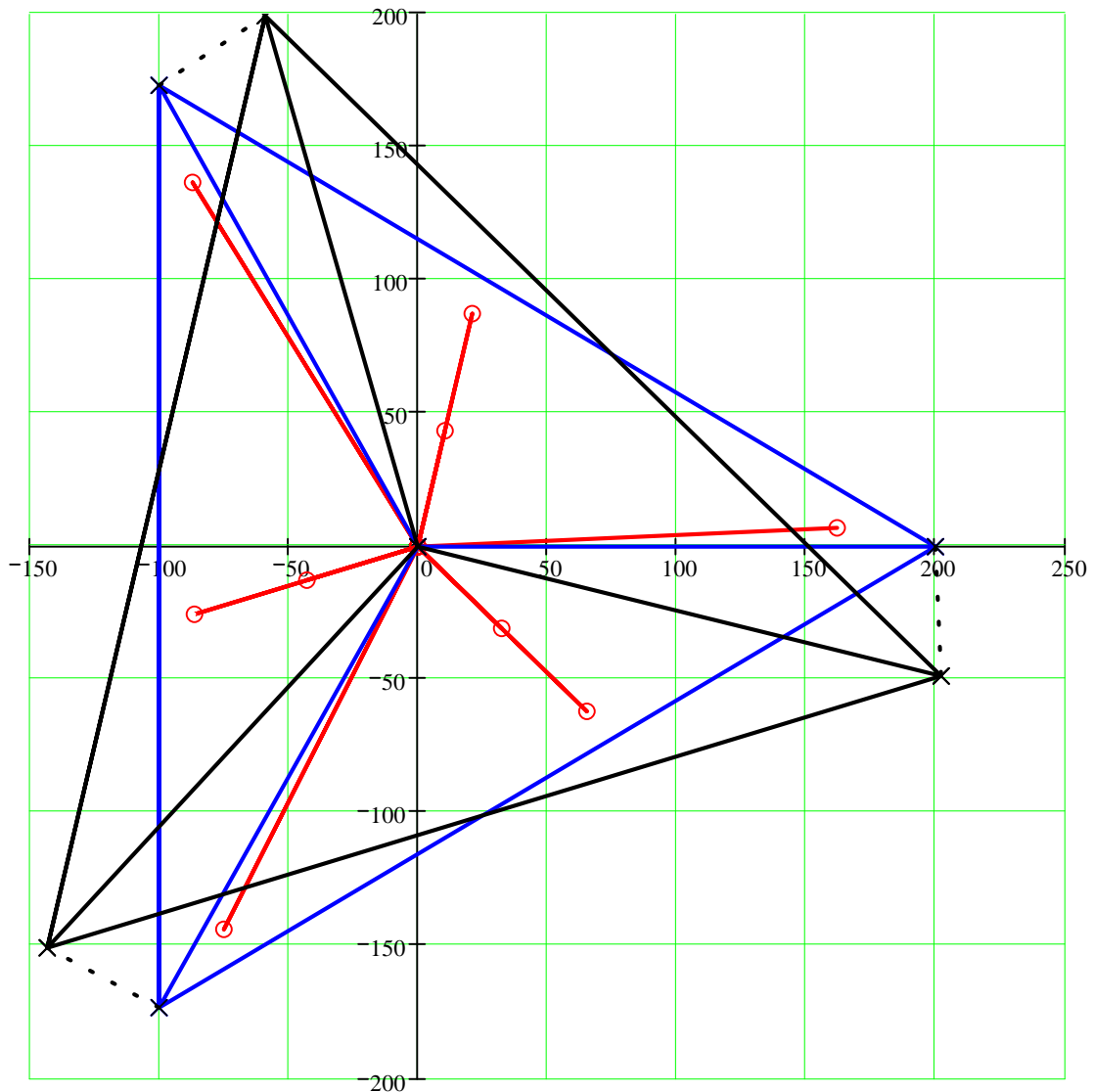
Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$P_{pr} := \left[(|I'_{A'B'}|)^2 + (|I'_{B'C'}|)^2 + (|I'_{C'A'}|)^2 \right] \cdot R \quad P_{pr} = 4.861 \times 10^3$$

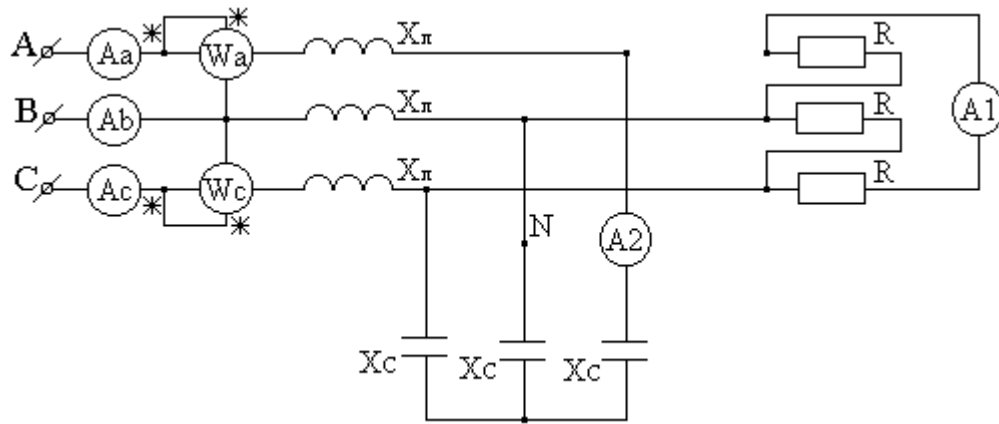
$$Q_{pr} := \left[(|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot X_L \cdot i + \left[(|I'_A|)^2 + (|I'_B|)^2 + (|I'_C|)^2 \right] \cdot (-X_C) \cdot i$$

$$Q_{pr} = -210.181i$$

Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.



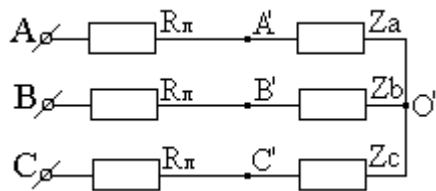
Определение показаний измерительных приборов в аварийном режиме.



Несимметричная трёхфазная система.

$$R' := \frac{(R + R) \cdot R}{3 \cdot R} \quad R' = 53.333 \quad X' := (-X_C \cdot i) + (-X_C \cdot i) + \frac{(-X_C \cdot i) \cdot (-X_C \cdot i)}{(-X_C \cdot i)} \quad X' = -279i$$

Параллельно включенные сопротивления нагрузки можно заменить эквивалентными, в результате чего образуется несимметричный треугольник. Заменив его эквивалентной звездой, рассчитываемую цепь приводят к виду:



Несимметричная звезда

Сопротивления несимметричного треугольника равны:

$$Z_{B'C'} := \frac{X' \cdot R'}{R' + X'} \quad Z_{B'C'} = 51.453 - 9.836i$$

$$Z_{A'B'} := X' \quad Z_{C'A'} := X'$$

Сопротивление эквивалентной звезды:

$$Z_a := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_a = -12.32 - 135.967i$$

$$Z_b := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{B'C'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_b = 24.641 - 7.065i$$

$$Z_c := \frac{Z_{B'C'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_c = 24.641 - 7.065i$$

Полные комплексные сопротивления в каждой фазе цепи:

$$Z_{ea} := Z_a + Z_a \quad Z_{ea} = -12.32 - 129.967i$$

$$Z_{eb} := Z_b + Z_b \quad Z_{eb} = 24.641 - 1.065i$$

$$Z_{ec} := Z_c + Z_c \quad Z_{ec} = 24.641 - 1.065i$$

Фазные напряжения на нагрузке в цепи удобно определять, вычислив предварительно смещение нейтрали (O - потенциал узла генератора, который на схеме на показан):

$$Y_A := \frac{1}{Z_{ea}}$$

$$Y_B := \frac{1}{Z_{eb}}$$

$$Y_C := \frac{1}{Z_{ec}}$$

$$Y_A = -7.229 \times 10^{-4} + 7.626i \times 10^{-3} \quad Y_B = 0.041 + 1.752i \times 10^{-3} \quad Y_C = 0.041 + 1.752i \times 10^{-3}$$

$$U_{O''O} := \frac{E_A \cdot Y_A + E_B \cdot Y_B + E_C \cdot Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} \quad U_{O''O} = -98.775 + 28.323i$$

Фазные напряжения на элементах нагрузки цепи равны:

$$\begin{aligned} U_{AO''} &:= E_A - U_{O''O} & U_{AO''} &= 298.775 - 28.323i & F(U_{AO''}) &= (300.115 \quad -5.415) \\ U_{BO''} &:= E_B - U_{O''O} & U_{BO''} &= -1.225 - 201.528i & F(U_{BO''}) &= (201.531 \quad -90.348) \\ U_{CO''} &:= E_C - U_{O''O} & U_{CO''} &= -1.225 + 144.882i & F(U_{CO''}) &= (144.888 \quad 90.484) \end{aligned}$$

Токи в фазах, равные фазным токам генератора и линейным токам исходной системы, определяют по закону Ома:

$$\begin{aligned} I_A &:= \frac{U_{AO''}}{Z_{ea}} & I_A &= 2.299i & F(I_A) &= (2.299 \quad 90) \\ I_B &:= \frac{U_{BO''}}{Z_{eb}} & I_B &= 0.303 - 8.166i & F(I_B) &= (8.171 \quad -87.872) \\ I_C &:= \frac{U_{CO''}}{Z_{ec}} & I_C &= -0.303 + 5.867i & F(I_C) &= (5.875 \quad 92.96) \\ U_{AB} &:= E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i30 - \frac{\pi}{180}} & U_{AB} &= 300 + 173.205i & F(U_{AB}) &= (346.41 \quad 30) \\ U_{AA'} &:= I_A \cdot Z_a & U_{AA'} &= -13.793 & F(U_{AA'}) &= (13.793 \quad -180) \\ U_{BC} &:= E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i30 - \frac{\pi}{180}} & U_{BC} &= -346.41i & F(U_{BC}) &= (346.41 \quad -90) \\ U_{BB'} &:= I_B \cdot Z_b & U_{BB'} &= 48.993 + 1.82i & F(U_{BB'}) &= (49.027 \quad 2.128) \\ U_{CA} &:= E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i30 - \frac{\pi}{180}} & U_{CA} &= -300 + 173.205i & F(U_{CA}) &= (346.41 \quad 150) \\ U_{CC'} &:= I_C \cdot Z_c & U_{CC'} &= -35.2 - 1.82i & F(U_{CC'}) &= (35.247 \quad -177.04) \end{aligned}$$

Для определения токов во всех ветвях рассчитываемой схемы необходимо определить напряжение между точками A', B' и C'.

Согласно второму закону Кирхгофа:

$$U_{AB} := U_{AA'} + U_{A'B'} - U_{BB'}$$

отсюда:

$$U_{A'B'} := U_{AB} - U_{AA'} + U_{BB'} \quad U_{A'B'} = 362.786 + 175.025i \quad F(U_{A'B'}) = (402.8 \quad 25.755)$$

аналогично вычисляют:

$$U_{B'C'} := U_{BC} - U_{BB'} + U_{CC'} \quad U_{B'C'} = -84.193 - 350.051i \quad F(U_{B'C'}) = (360.033 \quad -103.524)$$

$$U_{C'A'} := U_{CA} - U_{CC'} + U_{AA'} \quad U_{C'A'} = -278.593 + 175.025i \quad F(U_{C'A'}) = (329.011 \quad 147.861)$$

$$I''_{B''C''} := \frac{U_{B'C'}}{2 \cdot R} \quad I''_{B''C''} = -0.526 - 2.188i \quad F(I''_{B''C''}) = (2.25 \quad -103.524)$$

$$I''_{B'C'} := \frac{U_{B'C'}}{R} \quad I''_{B'C'} = -1.052 - 4.376i \quad F(I''_{B'C'}) = (4.5 \quad -103.524)$$

$$\begin{aligned}
I_A &:= I_A & I_A &= 2.299i & F(I_A) &= (2.299 \ 90) \\
I_B &:= \frac{1}{(-X_C \cdot i)} \cdot [I_A \cdot (-X_C \cdot i) - U_{AB}] & I_B &= 1.882 - 1.602i & F(I_B) &= (2.472 \ -40.407) \\
I_C &:= -I_A - I_B & I_C &= -1.882 - 0.697i & F(I_C) &= (2.007 \ -159.684)
\end{aligned}$$

Согласно выполненным расчетам, показания включенных в цепь амперметров равны:

$$A_1 = 2.25 (A) \quad A_2 = 2.299 (A) \quad A_a = 2.299 (A) \quad A_b = 8.171 (A) \quad A_c = 5.875 (A)$$

Расчет показаний ваттметров выполняется так же, как и в случае симметричной системы:

Показание ваттметра W_a :

$$E_{CA} := E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i30 - \frac{\pi}{180}} \quad E_{CA} = -300 + 173.205i$$

$$W_a := \operatorname{Re}(E_{CA} \cdot \overline{I_C}) \quad W_a = 1.107 \times 10^3$$

Показание ваттметра W_b :

$$E_{BA} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i30 - \frac{\pi}{180}} \quad E_{BA} = -300 - 173.205i$$

$$W_b := \operatorname{Re}(E_{BA} \cdot \overline{I_B}) \quad W_b = 1.323 \times 10^3$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 2.43 \times 10^3$$

Баланс активной и реактивной мощностей

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C} \quad S_r = 2.43 \times 10^3 - 794.746i$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$P_{pr} := (|I_{B''C''}|)^2 \cdot 2R + (|I_{B'C'}|)^2 \cdot R \quad P_{pr} = 2.43 \times 10^3$$

$$Q_{pr} := \left[(|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot (X_L \cdot i) + \left[(|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot (-X_C \cdot i) \quad Q_{pr} = -794.746i$$

Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.

