

**Министерство образования и науки Украины
Национальный технический университет Украины
“Киевский Политехнический Институт”
Кафедра ТОЭ**

Расчетно-графическая работа

“Расчёт цепей постоянного тока”

Вариант № 609

Выполнил: _____

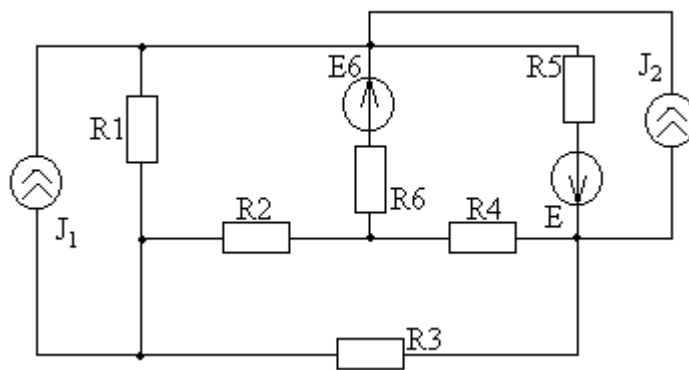
Проверил: _____

Киев 2006

Задание:

1. Найти токи в ветках данной электрической цепи методом узловых потенциалов и контурных токов. Проверить расчёт цепи при помощи законов Кирхгофа для каждого узла и независимого контура. Сложить и проверить уравнение баланса мощностей.
2. Построить потенциальную диаграмму для контура данной цепи.
3. Преобразовать данную цепь к трём независимым контурам. В полученной цепи найти токи в ветках методом наложения. Проверить расчеты цепи за законами Кирхгофа
4. Найти токи в ветвях данной цепи методом эквивалентного генератора.

$R_1 := 40$ $R_2 := 25$ $R_3 := 20$ $R_4 := 10$ $R_5 := 5$ $R_6 := 100$
 $E := 50$ $E_6 := 100$ $J_1 := 5$ $J_2 := 25$



Метод контурных токов

За вторым законом Кирхгофа составляем систему уравнений. Решая полученную систему уравнений, находим контурные токи.

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_6) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_2 - J_1 \cdot R_1 = -E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot (R_5 + R_4 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 + J_2 \cdot R_5 = E_6 + E$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = 2.157$$

$$I_{K2} = 2.213$$

$$I_{K3} = 1.383$$

Токи ветвей схемы равны:

$$I_1 := J_1 - I_{K1} \quad I_1 = 2.843$$

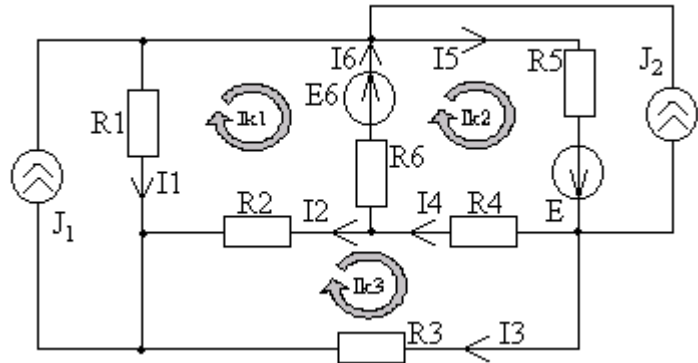
$$I_2 := I_{K1} - I_{K3} \quad I_2 = 0.774$$

$$I_3 := I_{K3} \quad I_3 = 1.383$$

$$I_4 := I_{K2} - I_{K3} \quad I_4 = 0.83$$

$$I_5 := I_{K2} + J_2 \quad I_5 = 27.213$$

$$I_6 := I_{K2} - I_{K1} \quad I_6 = 0.056$$



Метод узловых потенциалов

Примем потенциал точки 1 равным 0: $\phi_1 := 0$

Найдем узловые и межузловые проводимости и узловые токи:

$$G_{22} := \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad G_{22} = 0.115$$

$$G_{33} := \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_5} \quad G_{33} = 0.235$$

$$G_{44} := \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \quad G_{44} = 0.35$$

$$G_{21} := \frac{1}{R_2} \quad G_{21} = 0.04$$

$$G_{23} := \frac{1}{R_1} \quad G_{23} = 0.025$$

$$G_{24} := \frac{1}{R_3} \quad G_{24} = 0.05$$

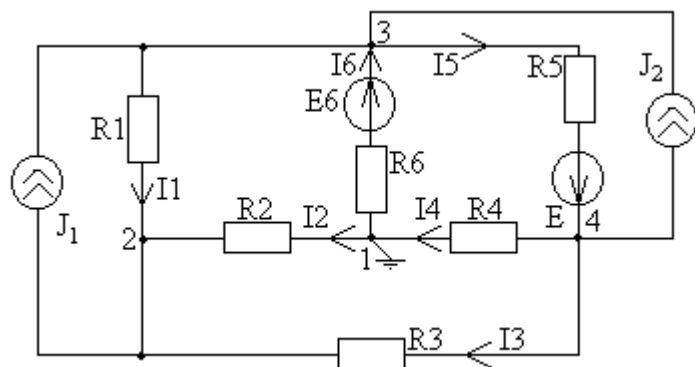
$$G_{31} := \frac{1}{R_6} \quad G_{31} = 0.01$$

$$G_{32} := G_{23} \quad G_{32} = 0.025$$

$$G_{34} := \frac{1}{R_5} \quad G_{34} = 0.2$$

$$G_{41} := \frac{1}{R_4} \quad G_{41} = 0.1$$

$$J_{B4} := \frac{E}{R_5} - J_2 \quad J_{B4} = -15$$



$$G_{42} := G_{24} \quad G_{42} = 0.05$$

$$G_{43} := G_{34} \quad G_{43} = 0.2$$

$$J_{B2} := -J_1 \quad J_{B2} = -5$$

$$J_{B3} := J_1 + J_2 + \frac{E_6}{R_6} - \frac{E}{R_5} \quad J_{B3} = 21$$

Подставив найденные значения проводимостей и узловых токов в расчетную систему уравнений и найдем искомые потенциалы узлов 2 и 4:

$$\phi_2 := 1 \quad \phi_3 := 1 \quad \phi_4 := 1$$

Given

$$-G_{21} \cdot \phi_1 + G_{22} \cdot \phi_2 - G_{23} \cdot \phi_3 - G_{24} \cdot \phi_4 = J_{B2}$$

$$-G_{31} \cdot \phi_1 - G_{32} \cdot \phi_2 + G_{33} \cdot \phi_3 - G_{34} \cdot \phi_4 = J_{B3}$$

$$-G_{41} \cdot \phi_1 - G_{42} \cdot \phi_2 - G_{43} \cdot \phi_3 + G_{44} \cdot \phi_4 = J_{B4}$$

$$\begin{pmatrix} \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{pmatrix} := \text{Find}(\phi_2, \phi_3, \phi_4)$$

$$\phi_2 = -19.353 \quad \phi_3 = 94.37 \quad \phi_4 = 8.304$$

Токи ветвей схемы находим за законом Ома:

$$I_1 := \frac{\phi_3 - \phi_2}{R_1} \quad I_1 = 2.843$$

$$I_2 := \frac{\phi_1 - \phi_2}{R_2} \quad I_2 = 0.774$$

$$I_3 := \frac{\phi_4 - \phi_2}{R_3} \quad I_3 = 1.383$$

$$I_4 := \frac{\phi_4 - \phi_1}{R_4} \quad I_4 = 0.83$$

$$I_5 := \frac{\phi_3 - \phi_4 + E}{R_5} \quad I_5 = 27.213$$

$$I_6 := I_4 - I_2 \quad I_6 = 0.056$$

Проверка:

За 1-м законом Кирхгофа:

$$-I_6 + I_4 - I_2 = 0$$

$$-I_5 + I_4 + I_3 + J_2 = -7.461 \times 10^{-14}$$

$$I_1 + I_2 + I_3 - J_1 = -3.73 \times 10^{-14}$$

$$I_1 + I_5 - I_6 - J_1 - J_2 = 3.553 \times 10^{-14}$$

За 2-м законом Кирхгофа:

$$E_6 + E = 150$$

$$I_4 \cdot R_4 + I_5 \cdot R_5 + I_6 \cdot R_6 = 150$$

$$I_5 \cdot R_5 + I_4 \cdot R_4 + I_2 \cdot R_2 - I_1 \cdot R_1 = 50$$

$$E = 50$$

$$I_2 \cdot R_2 + I_4 \cdot R_4 - I_3 \cdot R_3 = 0$$

$$-I_2 \cdot R_2 + I_1 \cdot R_1 + I_6 \cdot R_6 = 100$$

$$E_6 = 100$$

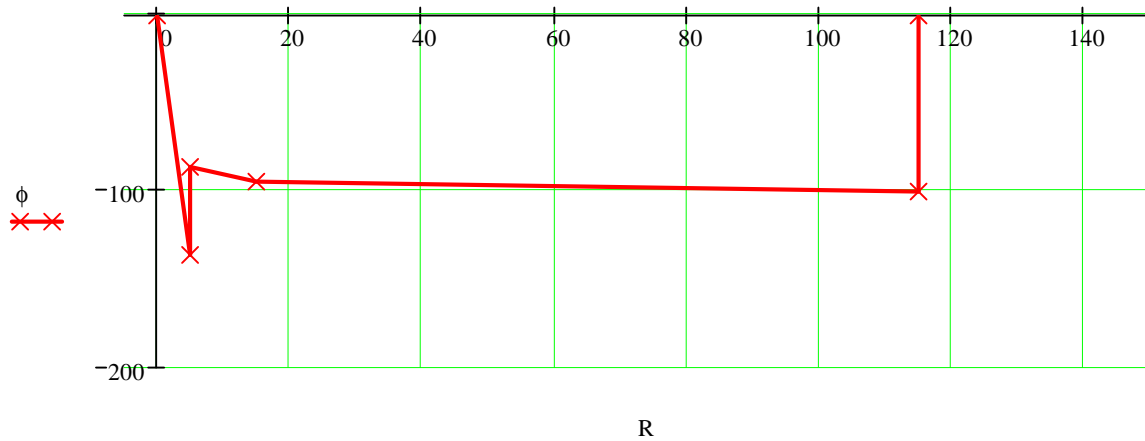
Баланс мощностей:

$$E \cdot I_5 + E_6 \cdot I_6 + J_1 \cdot (I_1 \cdot R_1) + J_2 \cdot (I_5 \cdot R_5 - E) = 4.087 \times 10^3$$

$$I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6 = 4.087 \times 10^3$$

Потенциальная диаграмма

$$\begin{aligned}\phi_1 &= 0 \\ \phi_4 &:= \phi_1 - I_5 \cdot R_5 & \phi_4 &= -136.066 \\ \phi_3 &:= \phi_4 + E & \phi_3 &= -86.066 \\ \phi_2 &:= \phi_3 - I_4 \cdot R_4 & \phi_2 &= -94.37 \\ \phi_7 &:= \phi_2 - I_6 \cdot R_6 & \phi_7 &= -100 \\ \phi_1 &:= \phi_7 + E_6 & \phi_1 &= -3.595 \times 10^{-12}\end{aligned}$$



Метод эквивалентного генератора

Вырезавши из выходной схемы ветку с сопротивлением R_1 и источником питания E , получаем схему. В выходной схеме ток I_1 направленный от узла 2 к узлу 1, такое же направление выберем и для напряжения холостого хода U_{1X} .

Для нахождения напряжения U_{1X} сначала надо найти токи в ветвях с сопротивлениями R_6 и R_3 . Для этого воспользуемся методом контурных токов:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_6) - I_{K2} \cdot R_2 - J_1 \cdot R_1 - J_2 \cdot R_1 = -E_6$$

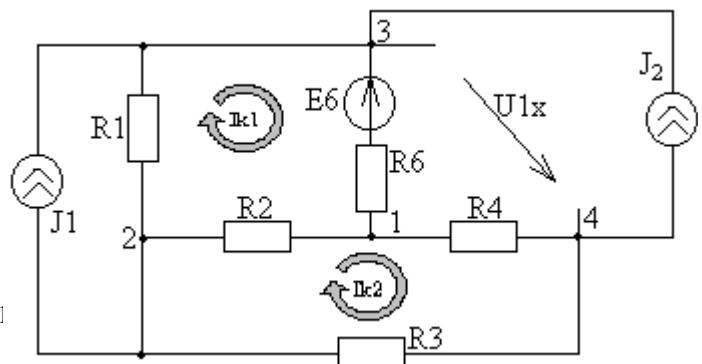
$$-I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) - J_2 \cdot R_3 = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2})$$

$$I_{K1} = 8.639 \quad I_{K2} = 13.018$$

Искомое напряжение холостого хода равно:

$$U_{1X} := I_{K2} \cdot R_4 + I_{K1} \cdot R_6 + E_6 \quad U_{1X} = 1.094 \times 10^2$$



Эквивалентное сопротивление цепи равно:

$$R_E := \left(R_3 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_6} \right) \cdot \left(R_4 + \frac{R_2 \cdot R_6}{R_1 + R_2 + R_6} \right) + \frac{R_1 \cdot R_6}{R_1 + R_2 + R_6} \quad R_E = 37.041$$

Искомый ток, вырезанной ветки, равен:

$$I_5 := \frac{E + U_{1X}}{R_E + R_5} \quad I_5 = 27.213$$

Метод наложения

В цепи действует только E:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$\begin{aligned} I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_6) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_2 &= 0 \\ -I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot (R_4 + R_5 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 &= E \\ -I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = 0.809 \quad I_{K2} = 1.189 \quad I_{K3} = 0.584$$

$$I_{1E} := I_{K1} \quad I_{1E} = 0.809$$

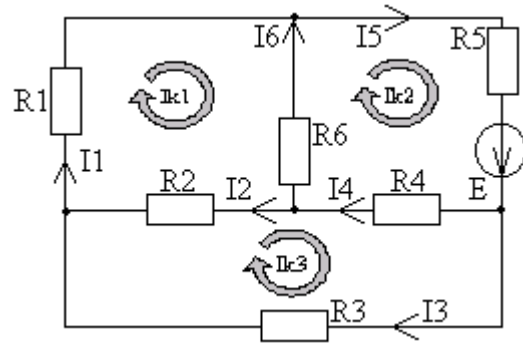
$$I_{2E} := I_{K1} - I_{K3} \quad I_{2E} = 0.225$$

$$I_{3E} := I_{K3} \quad I_{3E} = 0.584$$

$$I_{4E} := I_{K2} - I_{K3} \quad I_{4E} = 0.605$$

$$I_{5E} := I_{K2} \quad I_{5E} = 1.189$$

$$I_{6E} := I_{K2} - I_{K1} \quad I_{6E} = 0.38$$



В цепи действует только E6:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$\begin{aligned} I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_6) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_2 &= -E_6 \\ -I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot (R_4 + R_5 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 &= E_6 \\ -I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -0.134 \quad I_{K2} = 0.76 \quad I_{K3} = 0.077$$

$$I_{1E6} := -I_{K1} \quad I_{1E6} = 0.134$$

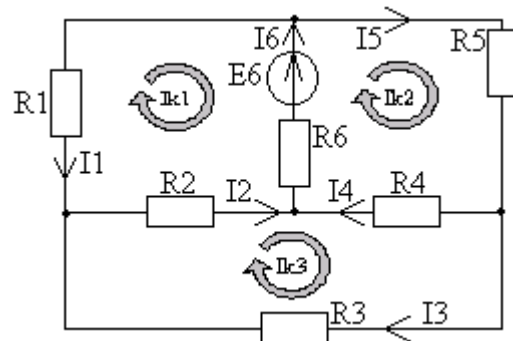
$$I_{2E6} := I_{K3} - I_{K1} \quad I_{2E6} = 0.211$$

$$I_{3E6} := I_{K3} \quad I_{3E6} = 0.077$$

$$I_{4E6} := I_{K2} - I_{K3} \quad I_{4E6} = 0.683$$

$$I_{5E6} := I_{K2} \quad I_{5E6} = 0.76$$

$$I_{6E6} := I_{K2} - I_{K1} \quad I_{6E6} = 0.894$$



В цепи действует только J1:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_6) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_2 - J_1 \cdot R_1 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot (R_4 + R_5 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = 3.505 \quad I_{K2} = 3.237 \quad I_{K3} = 2.182$$

$$I_{1J1} := J_1 - I_{K1} \quad I_{1J1} = 1.495$$

$$I_{2J1} := I_{K1} - I_{K3} \quad I_{2J1} = 1.323$$

$$I_{3J1} := I_{K3} \quad I_{3J1} = 2.182$$

$$I_{4J1} := I_{K2} - I_{K3} \quad I_{4J1} = 1.056$$

$$I_{5J1} := I_{K2} \quad I_{5J1} = 3.237$$

$$I_{6J1} := I_{K1} - I_{K2} \quad I_{6J1} = 0.267$$

В цепи действует только J2:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_6) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_2 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot (R_4 + R_5 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 + J_2 \cdot R_5 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -2.023 \quad I_{K2} = -2.973 \quad I_{K3} = -1.46$$

$$I_{1J2} := -I_{K1} \quad I_{1J2} = 2.023$$

$$I_{2J2} := I_{K3} - I_{K1} \quad I_{2J2} = 0.563$$

$$I_{3J2} := -I_{K3} \quad I_{3J2} = 1.46$$

$$I_{4J2} := I_{K3} - I_{K2} \quad I_{4J2} = 1.513$$

$$I_{5J2} := I_{K2} + J_2 \quad I_{5J2} = 22.027$$

$$I_{6J2} := I_{K1} - I_{K2} \quad I_{6J2} = 0.95$$

В основной цепи действуют токи:

$$I_1 := -I_{1E} + I_{1E6} + I_{1J1} + I_{1J2}$$

$$I_1 = 2.843$$

$$I_2 := I_{2E} - I_{2E6} + I_{2J1} - I_{2J2}$$

$$I_2 = 0.774$$

$$I_3 := I_{3E} + I_{3E6} + I_{3J1} - I_{3J2}$$

$$I_3 = 1.383$$

$$I_4 := I_{4E} + I_{4E6} + I_{4J1} - I_{4J2}$$

$$I_4 = 0.83$$

$$I_5 := I_{5E} + I_{5E6} + I_{5J1} + I_{5J2}$$

$$I_5 = 27.213$$

$$I_6 := I_{6E} + I_{6E6} - I_{6J1} - I_{6J2}$$

$$I_6 = 0.056$$

