

**Міністерство освіти України**  
**Національний технічний університет України**  
**“Київський політехнічний інститут”**  
*Кафедра ТОЕ*

***Розрахунково-графічна робота***

“Розрахунок перехідних процесів у лінійних колах”

Варіант № 505

Виконав: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Перевірив: \_\_\_\_\_

### Умова завдання

1. В колі з джерелом постійної ЕДС необхідно:

- 1) класичним методом розрахувати напруги на реактивних елементах та струми перехідного процесу;
- 2) розрахувати струм в колі з джерелом ЕДС  $E_1$  та напругу на реактивному елементі операторним методом;
- 3) побудувати в одному часовому масштабі діаграми струму та напруги на реактивних елементах.

2. Дослідити, яким повинен бути активний опір у вітці з джерелом  $E_1$ , щоб перехідний процес проходив в граничному режимі.

3. Визначити струми в вітках та напруги на реактивних елементах в момент комутації ( $t=0$ ), якщо замість джерел постійних ЕДС  $E_1$  і  $E_2$  в колі діють синусоїдні джерела.

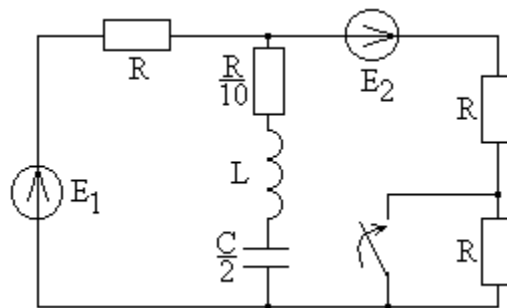
3. В післякомутаційній схемі замкнути джерело ЕДС  $E_2$ .

а) виключити катушку індуктивності чи ємність, замінивши останню опором  $R$ ;

б) вважаючи, що замість джерела постійної ЕДС  $E_1$  до отриманного кола подається напруга, форма якої показана на малюнку;

в) розрахувати вхідний струм та напругу на реактивному елементі методом інтеграла Дюамеля при періоді  $T$ , заданому в долях від  $\tau$ ;

г) побудувати в одному часовому масштабі діаграми напруги на вході, вхідного струму і напруги на реактивних елементах.



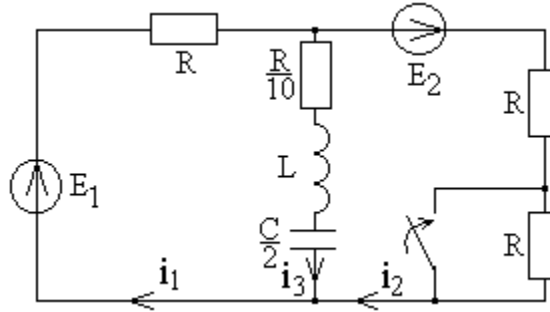
Основна схема

Вхідні данні:

$L := 0.15$	Гн	$C := 60 \cdot 10^{-6}$	Ф	$R := 30$	Ом		
$E_1 := 100$	В	$E_2 := 80$	В	$\psi := 30 \cdot \text{deg}$	$C^0$	$\omega := 100$	$\text{с}^{-1}$

## Класичний метод

Оберемо додатній напрямок струмів у вітках схеми:



Знайдемо значення струмів та напруг безпосередньо до комутації:

Усталений режим до комутації:  $t < 0$

$$i_{1\text{ДК}} := \frac{E_1 + E_2}{3 \cdot R} \quad i_{2\text{ДК}} := i_{1\text{ДК}} \quad i_{2\text{ДК}} = 2$$

$$i_{3\text{ДК}} := 0 \quad u_{L\text{ДК}} := 0$$

$$u_{C\text{ДК}} := E_1 - i_{1\text{ДК}} \cdot R \quad u_{C\text{ДК}} = 40$$

Усталений режим після комутації:  $t = \infty$

$$i'_1 := \frac{E_1 + E_2}{2 \cdot R} \quad i'_2 := i'_1 \quad i'_2 = 3$$

$$i'_3 := 0 \quad u'_L := 0$$

$$u'_C := E_1 - i'_1 \cdot R \quad u'_C = 10$$

Незалежні початкові умови

$$i_{30} := i_{3\text{ДК}} \quad i_{30} = 0$$

$$u_{C0} := u_{C\text{ДК}} \quad u_{C0} = 40$$

Залежні початкові умови

Given

$$i_{20} = i_{10} - i_{30}$$

$$E_1 = u_{L0} + u_{C0} + i_{30} \cdot \frac{R}{10} + i_{10} \cdot R$$

$$E_2 = i_{20} \cdot R - i_{30} \cdot \frac{R}{10} - u_{C0} - u_{L0}$$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \text{Find}(i_{10}, i_{20}, u_{L0}) \text{ float}, 7 \rightarrow \begin{pmatrix} 3. \\ 3. \\ -30. \end{pmatrix}$$

$$i_{10} = 3 \quad i_{20} = 3 \quad u_{L0} = -30$$

Незалежні початкові умови

$$di_{30} := \frac{u_{L0}}{L} \quad di_{30} = -200$$

$$du_{C0} := \frac{2 \cdot i_{30}}{C} \quad du_{C0} = 0$$

## Залежні початкові умови

Given

$$di_{10} = di_{20} + di_{30}$$

$$0 = du_{L0} + du_{C0} + di_{30} \cdot \frac{R}{10} + di_{10} \cdot R$$

$$0 = di_{20} \cdot R - di_{30} \cdot \frac{R}{10} - du_{C0} - du_{L0}$$

$$\begin{pmatrix} di_{10} \\ di_{20} \\ du_{L0} \end{pmatrix} := \text{Find}(di_{10}, di_{20}, du_{L0}) \quad di_{10} = -100 \quad di_{20} = 100 \quad du_{L0} = 3.6 \times 10^3$$

Вільний режим після комутайії:  $t = 0$

Складемо характеристичне рівняння схеми

$$Z(p) := \frac{R \cdot \left( \frac{R}{10} + p \cdot L + \frac{2}{p \cdot C} \right)}{R + \frac{R}{10} + p \cdot L + \frac{2}{p \cdot C}} + R \quad Z(p) := \frac{R \cdot \left( \frac{R}{10} + p \cdot L + \frac{2}{p \cdot C} \right) + \left( R + \frac{R}{10} + p \cdot L + \frac{2}{p \cdot C} \right) \cdot R}{R + \frac{R}{10} + p \cdot L + \frac{2}{p \cdot C}}$$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := R \cdot \left( \frac{R}{10} + p \cdot L + \frac{2}{p \cdot C} \right) + \left( R + \frac{R}{10} + p \cdot L + \frac{2}{p \cdot C} \right) \cdot R \quad \begin{matrix} \text{solve, } p \\ \text{float, } 5 \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -60. - 467.57 \cdot i \\ -60. + 467.57 \cdot i \end{pmatrix}$$

Отже корні характеристичного рівняння мають вигляд:

$$p_1 = -60 - 467.57i$$

$$p_2 = -60 + 467.57i$$

Коефіцієнт затухання та кутова частота вільних коливань:

$$\delta := |\text{Re}(p_1)| \quad \delta = 60 \quad \omega_0 := |\text{Im}(p_2)| \quad \omega_0 = 467.57$$

Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$$i''_1(t) = A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_1)$$

$$i''_2(t) = B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_2)$$

$$i''_3(t) = C \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_3)$$

$$u''_C(t) = D \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_C)$$

$$u''_L(t) = F \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_L)$$

Визначення сталих інтегрування:

Для струму  $i_1(t)$ :

Given

$$i_{10} - i'_1 = A \cdot \sin(v_1)$$

$$di_{10} = -A \cdot \delta \cdot \sin(v_1) + A \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_1)$$

$$\begin{pmatrix} A \\ v_1 \end{pmatrix} := \text{Find}(A, v_1) \quad \text{float, } 5 \rightarrow \begin{pmatrix} -0.21387 & .21387 \\ 0 & 3.1416 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$$A = -0.214$$

$$v_1 = 0$$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i''_1(t) := A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_1) \quad \text{float, } 5 \rightarrow -0.21387 \cdot \exp(-60.000 \cdot t) \cdot \sin(467.57 \cdot t)$$

$$i_1(t) := i'_1 + i''_1(t) \quad \text{float, } 4 \rightarrow 3. - .2139 \cdot \exp(-60.00 \cdot t) \cdot \sin(467.6 \cdot t)$$

Для струму  $i_2(t)$ :

$$i_{20} - i'_2 = B \cdot \sin(v_2)$$

$$di_{20} = -B \cdot \delta \cdot \sin(v_2) + B \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_2)$$

$$\begin{pmatrix} B \\ v_2 \end{pmatrix} := \text{Find}(B, v_2) \text{ float}, 5 \rightarrow \begin{pmatrix} .21387 & -.21387 \\ 0 & 3.1416 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$$B = 0.214 \quad v_2 = 0$$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i''_2(t) := B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_2) \text{ float}, 5 \rightarrow .21387 \cdot \exp(-60.000 \cdot t) \cdot \sin(467.57 \cdot t)$$

$$i_2(t) := i'_2 + i''_2(t) \text{ float}, 4 \rightarrow 3. + .2139 \cdot \exp(-60.00 \cdot t) \cdot \sin(467.6 \cdot t)$$

Для струму  $i_3(t)$ :

$$i_{30} - i'_3 = C \cdot \sin(v_3)$$

$$di_{30} = -C \cdot \delta \cdot \sin(v_3) + C \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_3)$$

$$\begin{pmatrix} C \\ v_3 \end{pmatrix} := \text{Find}(C, v_3) \text{ float}, 5 \rightarrow \begin{pmatrix} -.42774 & .42774 \\ 0 & 3.1416 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$$C = -0.428 \quad v_3 = 0$$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i''_3(t) := C \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_3) \text{ float}, 5 \rightarrow -.42774 \cdot \exp(-60.000 \cdot t) \cdot \sin(467.57 \cdot t)$$

$$i_3(t) := i'_3 + i''_3(t) \text{ float}, 4 \rightarrow -.4277 \cdot \exp(-60.00 \cdot t) \cdot \sin(467.6 \cdot t)$$

Для напруги  $U_C(t)$ :

$$u_{C0} - u'_C = D \cdot \sin(v_C)$$

$$du_{C0} = -D \cdot \delta \cdot \sin(v_C) + D \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_C)$$

$$\begin{pmatrix} D \\ v_C \end{pmatrix} := \text{Find}(D, v_C) \begin{matrix} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -30.246 & 30.246 \\ -1.6984 & 1.4432 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$$D = -30.246 \quad v_C = -1.698$$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$u''_C(t) := D \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_C) \text{ float}, 5 \rightarrow -30.246 \cdot \exp(-60.000 \cdot t) \cdot \sin(467.57 \cdot t - 1.6984)$$

$$u_C(t) := u'_C + u''_C(t) \text{ float}, 4 \rightarrow 10. - 30.25 \cdot \exp(-60.00 \cdot t) \cdot \sin(467.6 \cdot t - 1.698)$$

Для напруги  $U_L(t)$ :

$$u_{L0} - u'_L = F \cdot \sin(v_L)$$

$$du_{L0} = -F \cdot \delta \cdot \sin(v_L) + F \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_L)$$

$$\begin{pmatrix} F \\ v_L \end{pmatrix} := \text{Find}(F, v_L) \begin{matrix} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -30.246 & 30.246 \\ 1.6984 & -1.4432 \end{pmatrix}$$

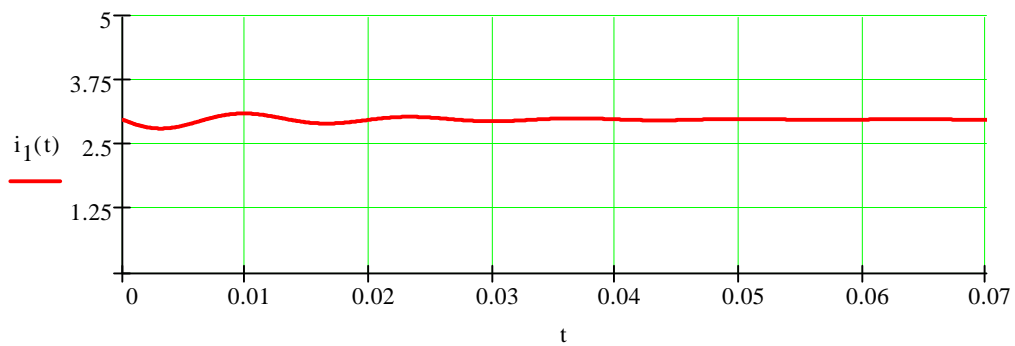
Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$$F = -30.246 \quad v_L = 1.698$$

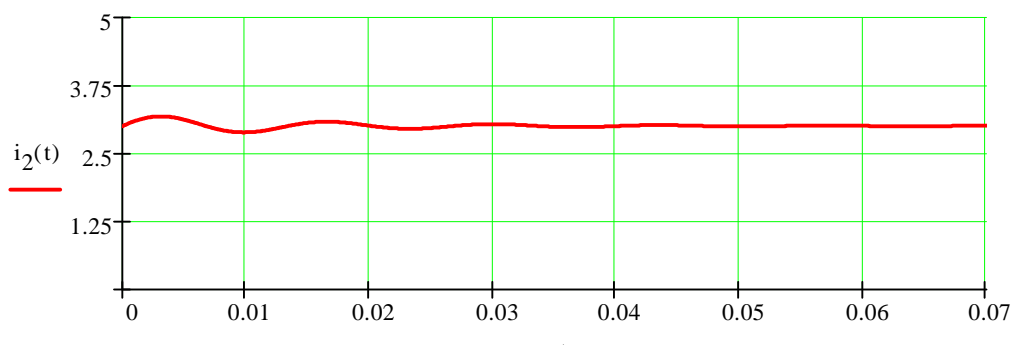
Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$u''_L(t) := F \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_L) \text{ float}, 5 \rightarrow -30.246 \cdot \exp(-60.000 \cdot t) \cdot \sin(467.57 \cdot t + 1.6984)$$

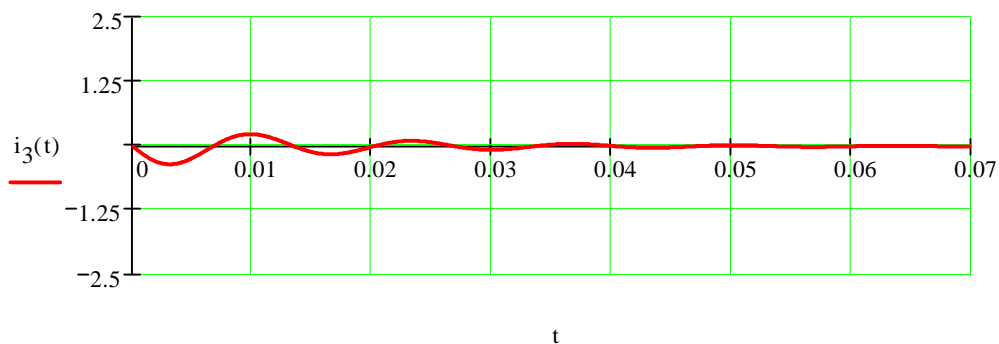
$$u_L(t) := u'_L + u''_L(t) \text{ float}, 4 \rightarrow -30.25 \cdot \exp(-60.00 \cdot t) \cdot \sin(467.6 \cdot t + 1.698)$$



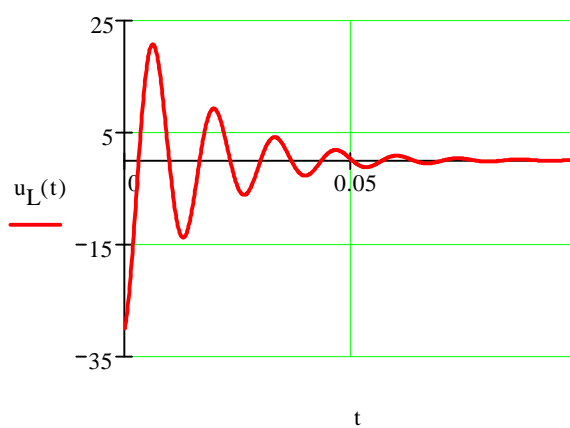
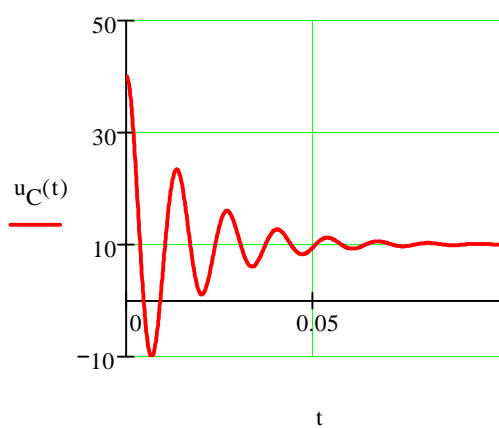
Графік перехідного струму  $i_1(t)$ .



Графік перехідного струму  $i_2(t)$ .

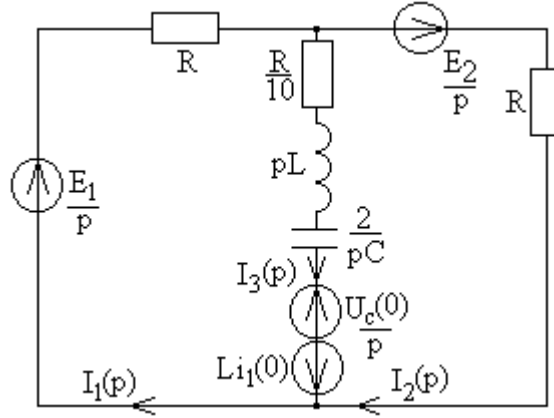


Графік перехідного струму  $i_3(t)$ .



Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

## Операторний метод



Операторна схема

Усталений режим до комутації:  $t < 0$

$$i_{1\text{дк}} := \frac{E_1 + E_2}{3 \cdot R} \quad i_{2\text{дк}} := i_{1\text{дк}} \quad i_{2\text{дк}} = 2$$

$$i_{3\text{дк}} := 0 \quad u_{\text{Лдк}} := 0$$

$$u_{\text{Сдк}} := E_1 - i_{1\text{дк}} \cdot R \quad u_{\text{Сдк}} = 40$$

Початкові умови:

$$i_{\text{L0}} := i_{3\text{дк}} \quad i_{\text{L0}} = 0$$

$$u_{\text{C0}} = 40$$

$$I_{k1}(p) \cdot \left( R + \frac{R}{10} + p \cdot L + \frac{2}{p \cdot C} \right) - I_{k2}(p) \cdot \left( \frac{R}{10} + p \cdot L + \frac{2}{p \cdot C} \right) = \frac{E_1}{p} - \frac{u_{\text{C0}}}{p} + L \cdot i_{\text{L0}}$$

$$-I_{k1}(p) \cdot \left( \frac{R}{10} + p \cdot L + \frac{2}{p \cdot C} \right) + I_{k2}(p) \cdot \left( \frac{2}{p \cdot C} + p \cdot L + \frac{R}{10} + R \right) = \frac{E_2}{p} + \frac{u_{\text{C0}}}{p} - L \cdot i_{\text{L0}}$$

$$\Delta(p) := \begin{bmatrix} R + \frac{R}{10} + p \cdot L + \frac{2}{p \cdot C} & -\left( \frac{R}{10} + p \cdot L + \frac{2}{p \cdot C} \right) \\ -\left( \frac{R}{10} + p \cdot L + \frac{2}{p \cdot C} \right) & \frac{2}{p \cdot C} + p \cdot L + \frac{R}{10} + R \end{bmatrix}$$

$$\Delta(p) \text{ float,5} \rightarrow \frac{1}{p^1} \cdot (1080.0 \cdot p + 9.00 \cdot p^2 + 2.0000 \cdot 10^6)$$

$$\Delta_1(p) := \begin{bmatrix} \frac{E_1}{p} - \frac{u_{\text{C0}}}{p} + L \cdot i_{\text{L0}} & -\left( \frac{R}{10} + p \cdot L + \frac{2}{p \cdot C} \right) \\ \frac{E_2}{p} + \frac{u_{\text{C0}}}{p} - L \cdot i_{\text{L0}} & \frac{2}{p \cdot C} + p \cdot L + \frac{R}{10} + R \end{bmatrix} \quad \Delta_1(p) \text{ float,5} \rightarrow \frac{(2340. \cdot p + 27.00 \cdot p^2 + 6.0000 \cdot 10^6)}{p^2}$$

$$\Delta_2(p) := \begin{bmatrix} R + \frac{R}{10} + p \cdot L + \frac{2}{p \cdot C} & \frac{E_1}{p} - \frac{u_{\text{C0}}}{p} + L \cdot i_{\text{L0}} \\ -\left( \frac{R}{10} + p \cdot L + \frac{2}{p \cdot C} \right) & \frac{E_2}{p} + \frac{u_{\text{C0}}}{p} - L \cdot i_{\text{L0}} \end{bmatrix} \quad \Delta_2(p) \text{ float,5} \rightarrow \frac{(4140. \cdot p + 27.00 \cdot p^2 + 6.0000 \cdot 10^6)}{p^2}$$

Контурні струми та напруга на конденсаторі будуть мати вигляд:

$$I_{k1}(p) := \frac{\Delta_1(p)}{\Delta(p)} \quad I_1(p) := I_{k1}(p) \text{ float},5 \rightarrow \frac{(2340. \cdot p + 27.00 \cdot p^2 + 6.0000 \cdot 10^6)}{p^1 \cdot (1080.0 \cdot p + 9.00 \cdot p^2 + 2.0000 \cdot 10^6)^1.}$$

$$I_{k2}(p) := \frac{\Delta_2(p)}{\Delta(p)} \quad I_2(p) := I_{k2}(p) \text{ float},5 \rightarrow \frac{(4140. \cdot p + 27.00 \cdot p^2 + 6.0000 \cdot 10^6)}{p^1 \cdot (1080.0 \cdot p + 9.00 \cdot p^2 + 2.0000 \cdot 10^6)^1.}$$

$$I_3(p) := I_{k1}(p) - I_{k2}(p) \left| \begin{array}{l} \text{float},5 \\ \text{simplify} \end{array} \right. \rightarrow \frac{-1800.}{(1080. \cdot p + 9. \cdot p^2 + 2000000.)}$$

$$u_C(p) := \frac{u_{C0}}{p} + \frac{2 \cdot I_3(p)}{p \cdot C}$$

$$u_C(p) \text{ factor} \rightarrow 40 \cdot \frac{(1080 \cdot p + 9 \cdot p^2 + 500000)}{(1080 \cdot p + 9 \cdot p^2 + 2000000) \cdot p}$$

$$u_L(p) := L \cdot p \cdot I_3(p) - L \cdot i_{3\text{дк}}$$

$$u_L(p) \text{ factor} \rightarrow -270 \cdot \frac{p}{(1080 \cdot p + 9 \cdot p^2 + 2000000)}$$

Перейдемо тепер від зображення до функції часу за формулою розкладу:  
Для струму  $I_1(p)$ :

$$N_1(p) := 2340. \cdot p + 27.00 \cdot p^2 + 6.0000 \cdot 10^6 \quad M_1(p) := p \cdot (1080.0 \cdot p + 9.00 \cdot p^2 + 2.0000 \cdot 10^6)$$

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_1(p) \left| \begin{array}{l} \text{solve}, p \\ \text{float},5 \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -60. - 467.57 \cdot i \\ -60. + 467.57 \cdot i \end{pmatrix}$$

$$p_0 = 0 \quad p_1 = -60 - 467.57i \quad p_2 = -60 + 467.57i$$

$$N_1(p_0) = 6 \times 10^6 \quad N_1(p_1) = 5.401 \times 10^4 + 4.208i \times 10^5 \quad N_1(p_2) = 5.401 \times 10^4 - 4.208i \times 10^5$$

$$dM_1(p) := \frac{d}{dp} M_1(p) \left| \begin{array}{l} \text{factor} \\ \text{float},5 \end{array} \right. \rightarrow 2160. \cdot p + 27. \cdot p^2 + 2.0000 \cdot 10^6$$

$$dM_1(p_0) = 2 \times 10^6 \quad dM_1(p_1) = -3.935 \times 10^6 + 5.05i \times 10^5 \quad dM_1(p_2) = -3.935 \times 10^6 - 5.05i \times 10^5$$

Отже струм як функція часу буде мати вигляд:

$$i_1(t) := \frac{N_1(p_0)}{dM_1(p_0)} + \frac{N_1(p_1)}{dM_1(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_1(p_2)}{dM_1(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t}$$

$$i_1(t) \left| \begin{array}{l} \text{float},5 \\ \text{complex} \end{array} \right. \rightarrow 3.0000 - 6.9520 \cdot 10^{-6} \cdot \exp(-60. \cdot t) \cdot \cos(467.57 \cdot t) - .21388 \cdot \exp(-60. \cdot t) \cdot \sin(467.57 \cdot t)$$

Для напруги на конденсаторі  $U_c(p)$ :

$$N_u(p) := 40 \cdot (1080 \cdot p + 9 \cdot p^2 + 500000) \quad M_u(p) := p \cdot (1080 \cdot p + 9 \cdot p^2 + 2000000)$$

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_u(p) \left| \begin{array}{l} \text{solve}, p \\ \text{float},5 \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -60. + 467.58 \cdot i \\ -60. - 467.58 \cdot i \end{pmatrix} \quad p_0 = 0 \quad p_1 = -60 + 467.58i \quad p_2 = -60 - 467.58i$$



$$N_u(p_0) = 2 \times 10^7 \quad N_u(p_1) = -6 \times 10^7 \quad N_u(p_2) = -6 \times 10^7$$

$$dM_u(p) := \frac{d}{dp} M_u(p) \text{ factor} \rightarrow 2160 \cdot p + 27 \cdot p^2 + 2000000$$

$$dM_u(p_0) = 2 \times 10^6 \quad dM_u(p_1) = -3.935 \times 10^6 - 5.05i \times 10^5 \quad dM_u(p_2) = -3.935 \times 10^6 + 5.05i \times 10^5$$

Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$u_C(t) := \frac{N_u(p_0)}{dM_u(p_0)} + \frac{N_u(p_1)}{dM_u(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_u(p_2)}{dM_u(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \quad u_C(0) = 40$$

$$u_C(t) \left| \begin{array}{l} \text{float, 5} \\ \text{complex} \end{array} \right. \rightarrow 10. + 30.000 \cdot \exp(-60. \cdot t) \cdot \cos(467.58 \cdot t) + 3.8496 \cdot \exp(-60. \cdot t) \cdot \sin(467.58 \cdot t)$$

Для напруги на індуктивності:

$$N_L(p) := -270 \cdot p \quad M_L(p) := (1080 \cdot p + 9 \cdot p^2 + 2000000)$$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_L(p) \left| \begin{array}{l} \text{solve, p} \\ \text{float, 5} \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -60. + 467.58 \cdot i \\ -60. - 467.58 \cdot i \end{pmatrix} \quad p_1 = -60 + 467.58i \quad p_2 = -60 - 467.58i$$

$$N_L(p_1) = 1.62 \times 10^4 - 1.262i \times 10^5 \quad N_L(p_2) = 1.62 \times 10^4 + 1.262i \times 10^5$$

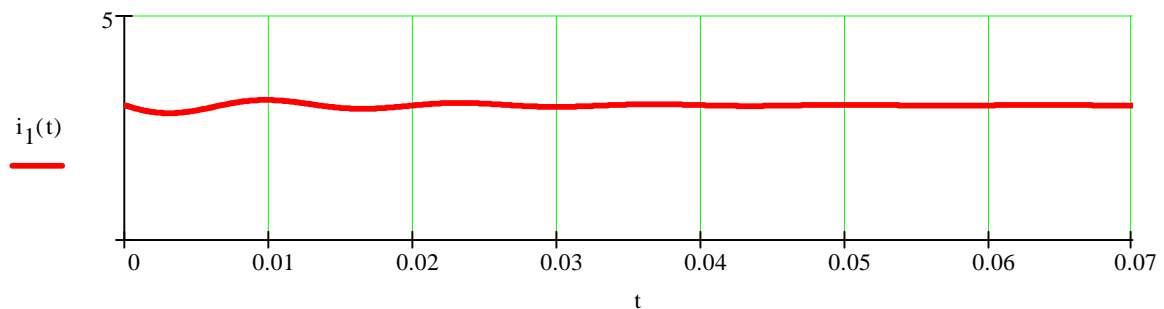
$$dM_L(p) := \frac{d}{dp} M_L(p) \text{ factor} \rightarrow 1080 + 18 \cdot p$$

$$dM_L(p_1) = 8.416i \times 10^3 \quad dM_L(p_2) = -8.416i \times 10^3$$

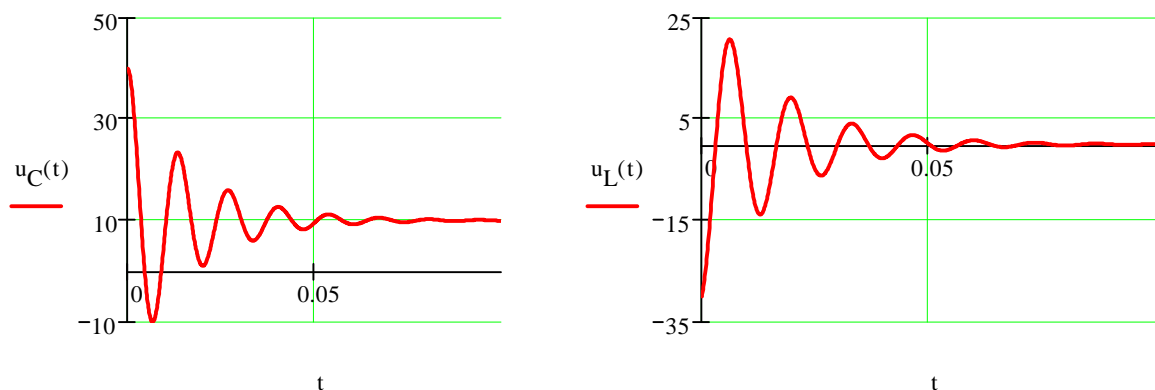
Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$u_L(t) := \frac{N_L(p_1)}{dM_L(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_L(p_2)}{dM_L(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \quad u_L(0) = -30$$

$$u_L(t) \left| \begin{array}{l} \text{float, 5} \\ \text{complex} \end{array} \right. \rightarrow -30.000 \cdot \exp(-60. \cdot t) \cdot \cos(467.58 \cdot t) + 3.8496 \cdot \exp(-60. \cdot t) \cdot \sin(467.58 \cdot t)$$



І графік перехідного струму  $i_1(t)$ .



Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

**Дослідити чому повинен дорівнювати активний опір вітки с джерелом ЕРС Е1 щоб аперіодичний процес переходив у коливальний**

$$Z_{ab}(p) := \mathbf{R'} + \frac{\left(\frac{R}{10} + p \cdot L + \frac{2}{p \cdot C}\right) \cdot R}{\frac{2}{p \cdot C} + p \cdot L + \frac{R}{10} + R}$$

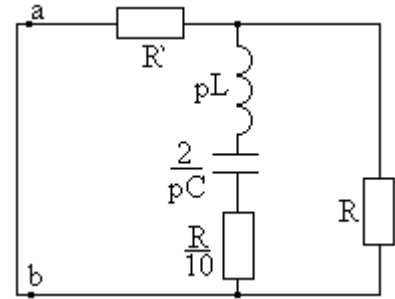
$$Z_{ab}(p) := \frac{\left(\frac{2}{p \cdot C} + p \cdot L + \frac{R}{10} + R\right) \cdot \mathbf{R'} + \left(\frac{R}{10} + p \cdot L + \frac{2}{p \cdot C}\right) \cdot R}{\frac{2}{p \cdot C} + p \cdot L + \frac{R}{10} + R}$$

$$(R' \cdot L + R \cdot L) \cdot p^2 + \left[\frac{R \cdot (R + R')}{10} + R' \cdot R\right] \cdot p + \frac{2 \cdot (R' + R)}{C} = 0$$

$$D = 0$$

$$\left[\frac{R \cdot (R + R')}{10} + R' \cdot R\right]^2 - 4 \cdot (R' \cdot L + R \cdot L) \cdot \frac{2 \cdot (R' + R)}{C} = 0$$

$$\left[\frac{R \cdot (R + R')}{10} + R' \cdot R\right]^2 - 4 \cdot (R' \cdot L + R \cdot L) \cdot \frac{2 \cdot (R' + R)}{C} \left| \begin{array}{l} \text{solve, } R' \\ \text{float, } 5 \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -38.301 \\ -24.840 \end{pmatrix}$$



**Визначити струми віток і напруги на реактивних елементах у момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійної напруги Е1 і Е2 у колі діють джерела синусоїдної напруги:**

$$e_1(t) := \sqrt{2} \cdot E_1 \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi)$$

$$e_2(t) := \sqrt{2} \cdot E_2 \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi)$$

$$X_C := \frac{2}{\omega \cdot C}$$

$$X_C = 333.333$$

$$X_L := \omega \cdot L$$

$$X_L = 15$$

$$E_1 := E_1 \cdot e^{\psi \cdot i}$$

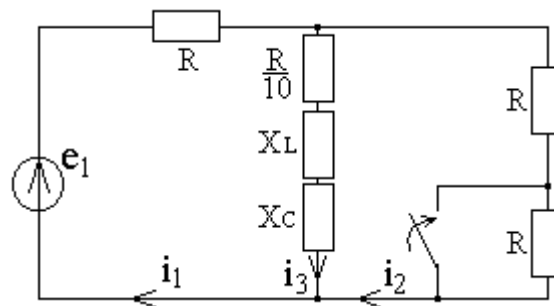
$$E_1 = 86.603 + 50i$$

$$F(E_1) = (100 \ 30)$$

$$E_2 := E_2 \cdot e^{\psi \cdot i}$$

$$E_2 = 69.282 + 40i$$

$$F(E_2) = (80 \ 30)$$



$$Z'_{vx} := R + \frac{2 \cdot R \cdot \left(\frac{R}{10} + X_L \cdot i - i \cdot X_C\right)}{2 \cdot R + \frac{R}{10} + X_L \cdot i - i \cdot X_C} \quad Z'_{vx} = 87.846 - 10.883i$$

$$\Gamma_{1дк} := \frac{E_1}{Z'_{vx}}$$

$$\Gamma_{1дк} = 0.901 + 0.681i$$

$$F(\Gamma_{1дк}) = (1.13 \ 37.062)$$

$$\Gamma_{2дк} := \Gamma_{1дк} \cdot \frac{\left(\frac{R}{10} + X_L \cdot i - i \cdot X_C\right)}{2 \cdot R + \frac{R}{10} + X_L \cdot i - i \cdot X_C}$$

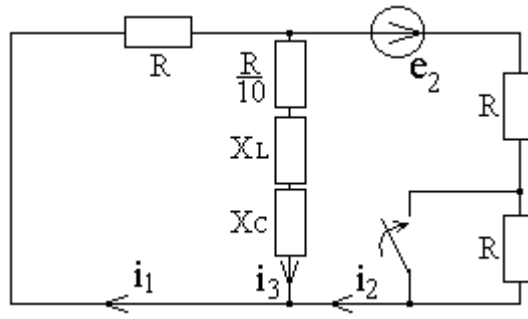
$$\Gamma_{2дк} = 0.993 + 0.493i$$

$$F(\Gamma_{2дк}) = (1.108 \ 26.407)$$

$$\Gamma_{3дк} := \Gamma_{1дк} - \Gamma_{2дк}$$

$$\Gamma_{3дк} = -0.091 + 0.188i$$

$$F(\Gamma_{3дк}) = (0.209 \ 115.867)$$



$$Z''_{vx} := R + R + \frac{\left(\frac{R}{10} + i \cdot X_L - X_C \cdot i\right) \cdot R}{\frac{R}{10} + i \cdot X_L - X_C \cdot i + R} \quad Z''_{vx} = 89.71 - 2.797i$$

$$I''_{2DK} := \frac{E_2}{Z''_{vx}} \quad I''_{2DK} = 0.758 + 0.47i \quad F(I''_{2DK}) = (0.891 \quad 31.786)$$

$$I''_{1DK} := I''_{2DK} \cdot \frac{\left(\frac{R}{10} + X_L \cdot i - X_C \cdot i\right)}{\frac{R}{10} + i \cdot X_L - X_C \cdot i + R} \quad I''_{1DK} = 0.794 + 0.394i \quad F(I''_{1DK}) = (0.887 \quad 26.407)$$

$$I''_{3DK} := I''_{2DK} - I''_{1DK} \quad I''_{3DK} = -0.036 + 0.075i \quad F(I''_{3DK}) = (0.084 \quad 115.867)$$

$$I_{1DK} := I'_{1DK} + I''_{1DK} \quad I_{1DK} = 1.696 + 1.075i \quad F(I_{1DK}) = (2.008 \quad 32.379)$$

$$I_{2DK} := I'_{2DK} + I''_{2DK} \quad I_{2DK} = 1.75 + 0.962i \quad F(I_{2DK}) = (1.997 \quad 28.805)$$

$$I_{3DK} := I'_{3DK} - I''_{3DK} \quad I_{3DK} = -0.055 + 0.113i \quad F(I_{3DK}) = (0.125 \quad 115.867)$$

$$u_{CDK} := I_{3DK} \cdot (-i \cdot X_C) \quad u_{CDK} = 37.59 + 18.226i \quad F(u_{CDK}) = (41.776 \quad 25.867)$$

$$u_{LDK} := I_{3DK} \cdot i \cdot X_L \quad u_{LDK} = -1.692 - 0.82i \quad F(u_{LDK}) = (1.88 \quad -154.133)$$

$$i_{1DK}(t) := |I_{1DK}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{1DK}))$$

$$i_{2DK}(t) := |I_{2DK}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{2DK}))$$

$$i_{3DK}(t) := |I_{3DK}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{3DK}))$$

$$u_{CDK}(t) := |u_{CDK}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(u_{CDK}))$$

$$u_{LDK}(t) := |u_{LDK}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(u_{LDK}))$$

Початкові умови:

$$u_{CDK}(0) = 25.776$$

$$i_{LDK}(0) = 0.159$$

Given

$$i_{10} = i_{20} + i_{30}$$

$$e_1(0) = u_{L0} + i_{10} \cdot R + u_{C0} + i_{30} \cdot \frac{R}{10}$$

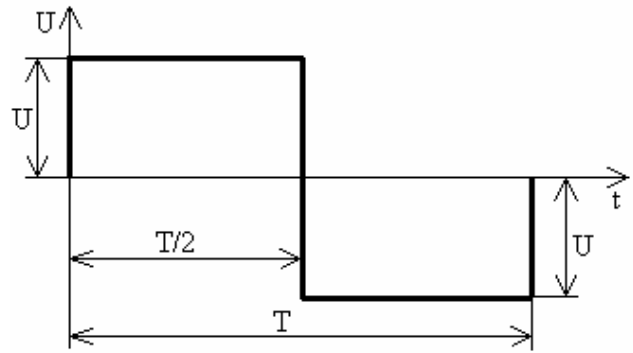
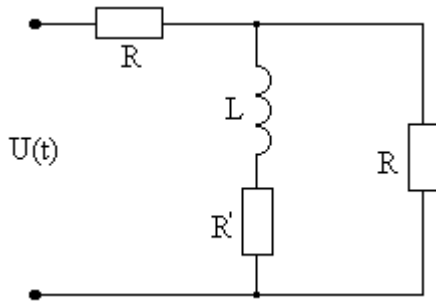
$$e_2(0) = i_{20} \cdot R - i_{30} \cdot \frac{R}{10} - u_{C0} - u_{L0}$$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \text{Find}(i_{10}, i_{20}, u_{L0})$$

$$i_{10} = 2.201 \quad i_{20} = 2.042 \quad i_{30} = 0.159 \quad u_{L0} = -21.576 \quad u_{C0} = 25.776$$

## Інтеграл Дюамеля

$$T := 1.0 \quad E_1 := 100 \quad E := 1 \quad R' := R + \frac{R}{10} \quad R' = 33$$



Усталений режим до комутації:  $t < 0$

$$i_{1\text{дк}} := \frac{0}{\left(\frac{R \cdot R'}{R + R'}\right) + R} \quad i_{1\text{дк}} = 0$$

$$i_{3\text{дк}} := i_{1\text{дк}} \cdot \frac{R}{R + R'} \quad i_{3\text{дк}} = 0 \quad i_{2\text{дк}} := i_{1\text{дк}} \cdot \frac{R'}{R + R'} \quad i_{2\text{дк}} = 0$$

$$u_{L\text{дк}} := 0$$

Усталений режим після комутації:  $t = \infty$

$$i'_1 := \frac{E}{\left(\frac{R \cdot R'}{R + R'}\right) + R} \quad i'_1 = 0.022$$

$$i'_3 := i'_1 \cdot \frac{R}{R + R'} \quad i'_3 = 0.01 \quad i'_2 := i'_1 \cdot \frac{R'}{R + R'} \quad i'_2 = 0.011$$

$$u'_L := 0$$

Незалежні початкові умови

$$i_{30} := i_{3\text{дк}} \quad i_{30} = 0$$

Залежні початкові умови

Given

$$i_{10} = i_{20} + i_{30}$$

$$E = i_{20} \cdot R + i_{10} \cdot R$$

$$0 = i_{20} \cdot R - i_{30} \cdot R' - u_{L0}$$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \text{Find}(i_{10}, i_{20}, u_{L0}) \quad i_{10} = 0.017 \quad i_{20} = 0.017 \quad i_{30} = 0 \quad u_{L0} = 0.5$$

Вільний режим після комутації:  $t = 0$

Складемо характеристичне рівняння схеми

$$Z_{vx}(p) := R + \frac{R \cdot (p \cdot L + R')}{p \cdot L + R' + R} \quad Z_{vx}(p) := \frac{R \cdot (p \cdot L + R' + R) + R \cdot (p \cdot L + R')}{p \cdot L + R' + R}$$

$$p := R \cdot (p \cdot L + R' + R) + R \cdot (p \cdot L + R') \quad \left| \begin{array}{l} \text{solve, } p \\ \text{float, } 5 \end{array} \right. \rightarrow -320. \quad T := \frac{1}{|p|} \cdot T \quad T = 3.125 \times 10^{-3}$$

Одже корень характеристичного рівняння має вигляд:

$$p = -320$$

Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$$i''_1(t) = A_1 \cdot e^{pt}$$

$$i''_2(t) = B_1 \cdot e^{pt}$$

Визначення сталих інтегрування:

$$A_1 := i_{10} - i'_1 \quad A_1 = -5.208 \times 10^{-3}$$

$$B_1 := i_{30} - i'_3 \quad B_1 = -0.01$$

Отже вільна складова струму  $i_1(t)$  та  $i_3(t)$  будуть мати вигляд:

$$i''_1(t) := A_1 \cdot e^{pt}$$

$$i''_3(t) := B_1 \cdot e^{pt}$$

Повні значення цих струмів:

$$i_1(t) := i'_1 + i''_1(t) \quad i_1(t) \text{ float,5} \rightarrow 2.1875 \cdot 10^{-2} - 5.2083 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(-320. \cdot t)$$

$$i_3(t) := i'_3 + i''_3(t) \quad i_3(t) \text{ float,5} \rightarrow 1.0417 \cdot 10^{-2} - 1.0417 \cdot 10^{-2} \cdot \exp(-320. \cdot t)$$

$$g_{11}(t) := i_1(t) \quad g_{11}(t) \text{ float,5} \rightarrow 2.1875 \cdot 10^{-2} - 5.2083 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(-320. \cdot t)$$

$$U_L(t) := L \cdot \frac{d}{dt} i_3(t)$$

$$h_{uL}(t) := U_L(t) \text{ float,5} \rightarrow .50000 \cdot \exp(-320. \cdot t)$$

Визначимо закони зміни напруги на всіх проміжках часу:

$$U_0 := E_1 \quad U_0 = 100$$

$$U_1 := E_1 \quad U_1 = 100 \quad 0 < t < \frac{T}{2}$$

$$U_2 := -E_1 \quad U_2 = -100 \quad \frac{T}{2} < t < T$$

$$U_3 := 0 \quad T < t < \infty$$

$$U'_1 := 0 \quad U'_2 := 0$$

Струм на цих проміжках буде мати вигляд:

$$i_1(t) := U_0 \cdot g_{11}(t)$$

$$i_1(t) \left| \begin{array}{l} \text{factor} \\ \text{float,3} \end{array} \right. \rightarrow 2.19 - .521 \cdot \exp(-320. \cdot t)$$

$$i_2(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + (U_2 - U_1) \cdot g_{11}\left(t - \frac{T}{2}\right)$$

$$i_2(t) \left| \begin{array}{l} \text{factor} \\ \text{float,5} \end{array} \right. \rightarrow -2.1875 - .52083 \cdot \exp(-320. \cdot t) + 1.0417 \cdot \exp(-320. \cdot t + .50000)$$

$$i_3(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + (U_2 - U_1) \cdot g_{11}\left(t - \frac{T}{2}\right) + (U_3 - U_2) \cdot g_{11}(t - T)$$

$$i_3(t) \left| \begin{array}{l} \text{factor} \\ \text{float,3} \end{array} \right. \rightarrow -.521 \cdot \exp(-320. \cdot t) + 1.04 \cdot \exp(-320. \cdot t + .500) - .521 \cdot \exp(-320. \cdot t + 1.)$$

Напруга на індуктивності на цих проміжках буде мати вигляд:

$$u_{L1}(t) := U_0 \cdot h_{uL}(t) \text{ float},5 \rightarrow 50.000 \cdot \exp(-320 \cdot t)$$

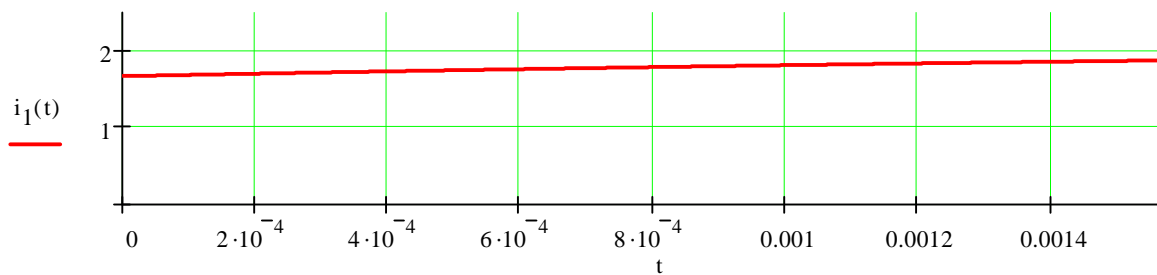
$$u_{L2}(t) := U_0 \cdot h_{uL}(t) + (U_2 - U_1) \cdot h_{uL}\left(t - \frac{T}{2}\right)$$

$$u_{L2}(t) \text{ float},5 \rightarrow 50.000 \cdot \exp(-320 \cdot t) - 100.00 \cdot \exp(-320 \cdot t + .50000)$$

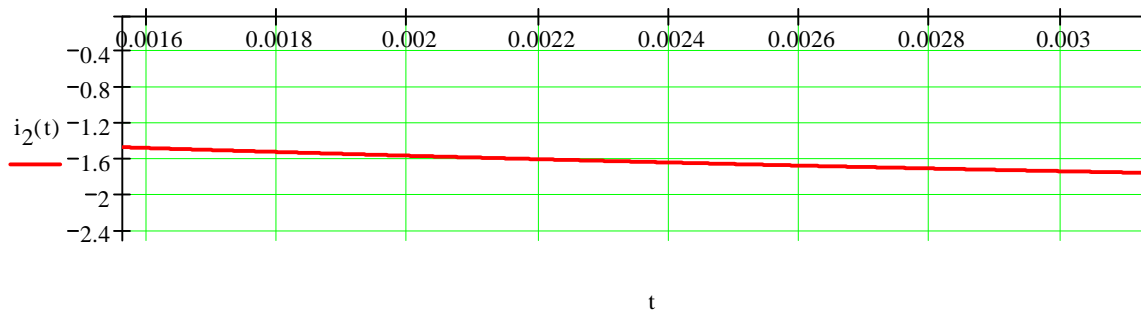
$$u_{L3}(t) := U_0 \cdot h_{uL}(t) + (U_2 - U_1) \cdot h_{uL}\left(t - \frac{T}{2}\right) + (U_3 - U_2) \cdot h_{uL}(t - T)$$

$$u_{L3}(t) \text{ float},5 \rightarrow 50.000 \cdot \exp(-320 \cdot t) - 100.00 \cdot \exp(-320 \cdot t + .50000) + 50.000 \cdot \exp(-320 \cdot t + 1.0000)$$

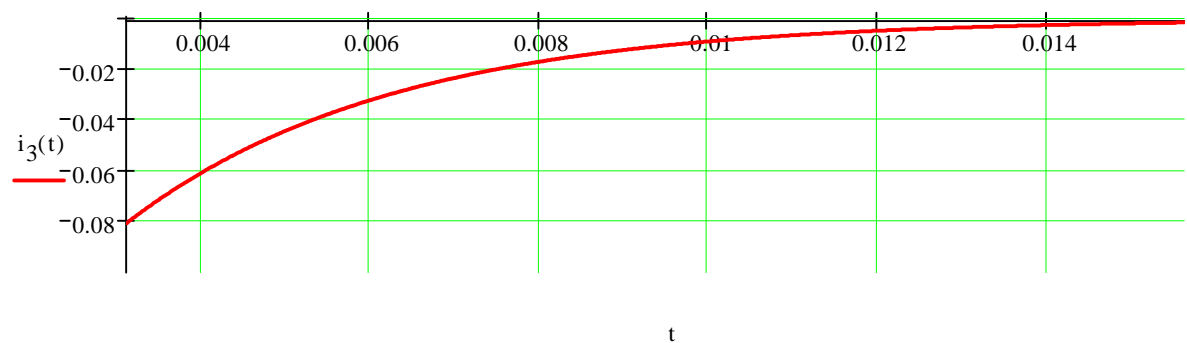
На проміжку від 0 до  $1/2T$



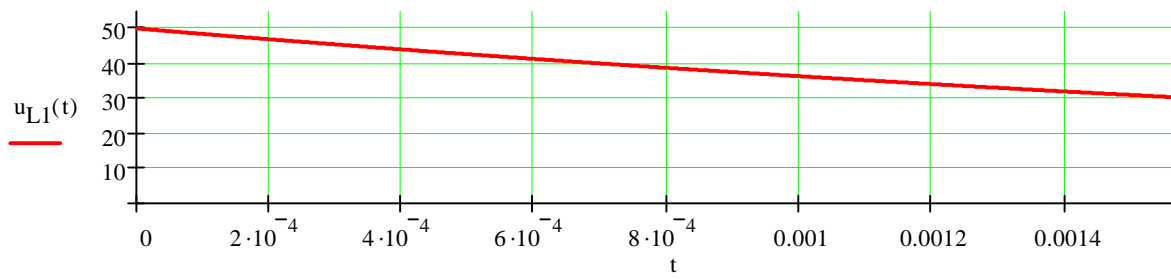
На проміжку від  $1/2T$  до  $T$



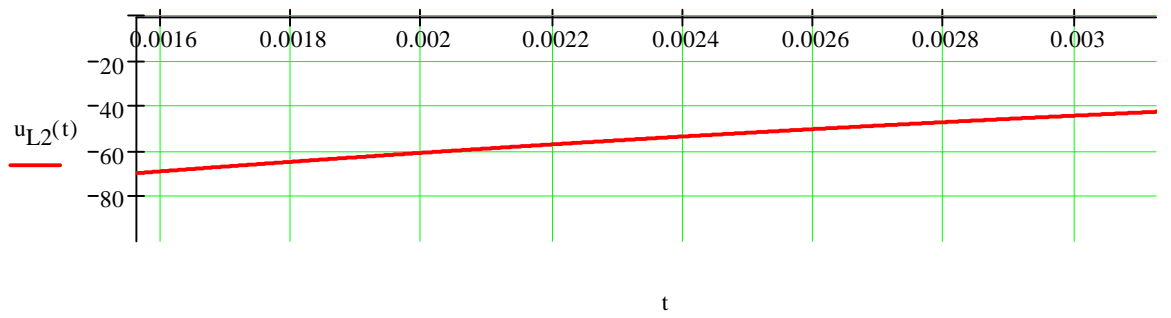
На проміжку від  $T$  до  $5T$



На промежутке от 0 до  $1/2T$



На промежутке от  $1/2T$  до  $T$



На промежутке от  $T$  до  $10T$

