Національний технічний університет України «Київський Політехнічний Інститут» Факультет інформатики і обчислювальної техніки Кафедра обчислювальної техніки

Лабораторна робота №3 3 предмету «Надійність комп'ютерних систем»

Виконав:

Студент IV курсу ФІОТ групи IO-12 Бута С. О.

Залікова книжка №1205

Завдання

Задача 3.5.1. ЗП ємністю N=32(1+ C_{30})М байт має довжину слова 64 біти і побудований на ІМС пам'яті, відмови (збої) яких є одиночними відмовами (збоями) накопичувача. Для такого ЗП визначити:

- А1) ймовірність безвідмовної роботи за 1, 2, 3, 4 і 5 років;
- А2) ймовірність беззбійної роботи за 1, 5 і 10 годин;
- А3) напрацювання на відмову;
- А4) напрацювання на збій; за умови, що інтенсивність відмов λ 3E дорівнює $10^{-15}(1+C_{10})$ (годин⁻¹), а інтенсивність збоїв 3E становить $\lambda_3=10^{-10}(1+C_{11})$ (годин⁻¹).

Для тих же умов розрахувати параметри A1...A4 для 3П, в якому застосовується код, що виправляє одну, дві й три помилки.

Дослідити економічну доцільність застосування в 3П КК, які виправляють $k=1+C_3$ помилок, по:

- В1) збоях;
- В2) відмовах, якщо технічний ресурс 3П дорівнює $T_P=1+C_9$ років.

Наслідком відмов 3П є тільки необхідність заміни 3П (витрати на новий 3П — S_0), а наслідком збоїв є необхідність повторення всіх операцій, виконаних від останнього збереження результатів до моменту появи збою. Період збереження результатів фіксований, T_3 =0,5(1+ C_4) (годин), $\frac{\delta}{S_0}$ =0,01(1+ C_5).

Знайти T_P , T_3 і $\frac{\delta}{S_0}$ (δ — вартість однієї години роботи оператора), за яких

застосування КК, який виправляє к помилок:

- В3) доцільно;
- В4) недоцільно.

Виконання

$$\begin{split} \mathbf{n} &= 64 \qquad \text{-- довжина слова} \\ \mathbf{N} &= \frac{32 \cdot \left(1 + \text{mod}\left(N_{3\text{K}}, 30\right)\right) \cdot 2^{20} \cdot 8}{\mathbf{n}} = 29360128 \qquad \text{-- кількість комірок пам'яті} \\ \lambda &= 10^{-15} \left(1 + \text{mod}\left(N_{3\text{K}}, 10\right)\right) = 7 \times 10^{-15} \qquad \text{-- інтенсивність відмов} \\ \lambda_3 &= 10^{-10} \left(1 + \text{mod}\left(N_{3\text{K}}, 11\right)\right) = 8 \times 10^{-10} \qquad \text{-- інтенсивність збоїв} \\ P_{0\text{B}}(t) &:= e^{-\lambda \cdot t} \rightarrow e^{-7.0\text{c-}15 \cdot t} \qquad \text{-- надійність 3E по відмовах} \\ P_{03}(t) &:= e^{-\lambda_3 \cdot t} \rightarrow e^{-8.0\text{c-}10 \cdot t} \qquad \text{-- надійність 3E по збоям} \end{split}$$

Завдання 1:

Для 1 помилки:

$$k := ceil \Biggl(log \Biggl(\sum_{i=0}^{r} combin(n+k,i), 2 \Biggr) \Biggr)$$
 - кількість контрольних бітів

- кількість помилок

$$P_{\mathbf{B}}(t) := \left[\sum_{i=n+k-r}^{n+k} \left[combin(n+k,i) \cdot P_{\mathbf{0B}}(t)^{i} \cdot \left(1 - P_{\mathbf{0B}}(t)\right)^{n+k-i} \right] \right]^{N}$$

- надійність ЗП по відмовам

$$P_{\textbf{B}}(t) \rightarrow \left[e^{-4.97e - 13 \cdot t} + -71.0 \cdot e^{-4.9e - 13 \cdot t} \cdot \left(e^{-7.0e - 15 \cdot t} - 1.0 \right) \right]^{29360128}$$

$$P_{3}(t) := \left[\sum_{i = n+k-r}^{n+k} \left[combin(n+k,i) \cdot P_{03}(t)^{i} \cdot \left(1 - P_{03}(t)\right)^{n+k-i} \right] \right]^{N}$$

- надійність ЗП по збоям

$$P_3(t) \rightarrow \left[e^{-5.68e-8 \cdot t} + -71.0 \cdot e^{-5.6e-8 \cdot t} \cdot \left(e^{-8.0e-10 \cdot t} - 1.0\right)\right]^{29360128}$$

А1.1. Вірогідність безвідмовної роботи за 1, 2, 3, 4 і 5 років

 $hoursInYear \equiv 24.356 = 8544$

 $P_{R}(hoursInYear) \rightarrow 0.9999999973902260261$

- безвідмовна робота за 1 рік

 $P_{B}(2hoursInYear) \rightarrow 0.99999999995609041383$

- безвідмовна робота за 2 роки

 $P_{R}(3hoursInYear) \rightarrow 0.9999999765120343919$

- безвідмовна робота за 3 роки

 $P_{R}(4hoursInYear) \rightarrow 0.99999999582436168501$

- безвідмовна робота за 4 роки

 $P_B(5hoursInYear) \rightarrow 0.9999999347556515855$

- безвідмовна робота за 5 років

А2.1. Вірогідність беззбійної роботи за 1, 5 і 10 год.

 $P_3(1) \rightarrow 0.99999995330565527473$

- беззбійна робота за 1 год.

 $P_3(5) \rightarrow 0.99999883264221154602$

- беззбійна робота за 5 год.

 $P_3(10) \rightarrow 0.99999533057790037203$

- беззбійна робота за 10 год.

АЗ.1. Напрацювання на відмову

$$inf \equiv 10^{12}$$

$$T_{0B} := \int_{0}^{\inf} P_B(t) dt = 468756567.7662188$$

А4.1. Напрацювання на збій

$$T_{03} := \int_0^\infty P_3(t) dt = 4101.619974930238$$

Для 2 помилок:

$$k = 12$$

$$\underset{i \,=\, n+k-r}{P_{\text{NB}}(t)} := \left[\sum_{i \,=\, n+k-r}^{n+k} \left[\, \operatorname{combin}(n+k\,,i) \cdot P_{0\text{B}}(t)^{i} \cdot \left(1 - P_{0\text{B}}(t)\right)^{n+k-i} \right] \right]^{N} \\ \qquad \qquad \text{- надійність 3П по відмовам}$$

$$P_{\mathbf{B}}(t) \rightarrow \left[e^{-5.32e - 13 \cdot t} + -76.0 \cdot e^{-5.25e - 13 \cdot t} \cdot \left(e^{-7.0e - 15 \cdot t} - 1.0 \right) + 2850.0 \cdot e^{-5.18e - 13 \cdot t} \cdot \left(e^{-7.0e - 15 \cdot t} - 1.0 \right)^2 \right]^2$$

$$P_{\text{M3}}(t) := \left[\sum_{i=n+k-r}^{n+k} \left[\operatorname{combin}(n+k,i) \cdot P_{03}(t)^i \cdot \left(1-P_{03}(t)\right)^{n+k-i} \right]^N \right]^N$$
 - надійність ЗП по збоям

$$P_{3}(t) \rightarrow \left[e^{-6.08e-8 \cdot t} + -76.0 \cdot e^{-6.0e-8 \cdot t} \cdot \left(e^{-8.0e-10 \cdot t} - 1.0\right) + 2850.0 \cdot e^{-5.92e-8 \cdot t} \cdot \left(e^{-8.0e-10 \cdot t} - 1.0\right)^{2}\right]^{29360}$$

А1.2. Вірогідність безвідмовної роботи за 1, 2, 3, 4 і 5 років

hoursInYear = 24.356

 $P_{R}(3hoursInYear) \rightarrow 0.99999999999999998813$ - безвідмовна робота за 3 роки

 P_{B} (4hoursInYear) $\rightarrow 0.9999999999999997175$ - безвідмовна робота за 4 роки

 $P_{\mathbf{R}}(5 \text{hoursInYear}) \rightarrow 0.9999999999999994482$ - безвідмовна робота за 5 років

А2.2. Вірогідність беззбійної роботи за 1, 5 і 10 год.

 $P_3(5) \rightarrow 0.99999999999986790294$ - беззбійна робота за 5 год.

АЗ.2. Напрацювання на відмову

$$\inf \equiv 10^{12}$$

$$T_{OBA} := \int_{0}^{\inf} P_{B}(t) dt = 10034288422.013083$$

А4.2. Напрацювання на збій

$$inf \equiv 10^8$$

$$T_{0.0a} := \int_{0}^{\inf} P_3(t) dt = 87800.02377059667$$

Для 3 помилок:

$$k = 17$$

$$\underbrace{P_{\text{NB}}(t)}_{i} := \left[\sum_{i=n+k-r}^{n+k} \left[\operatorname{combin}(n+k,i) \cdot P_{0\text{B}}(t)^{i} \cdot \left(1-P_{0\text{B}}(t)\right)^{n+k-i} \right] \right]^{N} \\ - \text{надійність 3П по відмовам}$$

$$P_{\mathbf{B}}(t) \rightarrow \left[e^{-5.67e - 13 \cdot t} + -81.0 \cdot e^{-5.6e - 13 \cdot t} \cdot \left(e^{-7.0e - 15 \cdot t} - 1.0 \right) + -85320.0 \cdot e^{-5.46e - 13 \cdot t} \cdot \left(e^{-7.0e - 15 \cdot t} - 1.0 \right)^{3} \right]$$

$$\Pr_{i=n+k-r}\left[\operatorname{combin}(n+k,i)\cdot P_{03}(t)^{i}\cdot \left(1-P_{03}(t)\right)^{n+k-i}\right]^{N} - \text{ надійність 3П по збоям}$$

$$P_{3}(t) \rightarrow \left[e^{-6.48e-8 \cdot t} + -85320.0 \cdot e^{-6.24e-8 \cdot t} \cdot \left(e^{-8.0e-10 \cdot t} - 1.0\right)^{3} + 3240.0 \cdot e^{-6.32e-8 \cdot t} \cdot \left(e^{-8.0e-10 \cdot t} - 1.0\right)^{2} + 3240.0 \cdot e^{-6.32e-8 \cdot t} \cdot \left(e^{-8.0e-10 \cdot t} - 1.0\right)^{2} + 3240.0 \cdot e^{-6.32e-8 \cdot t} \cdot \left(e^{-8.0e-10 \cdot t} - 1.0\right)^{2} + 3240.0 \cdot e^{-6.32e-8 \cdot t} \cdot \left(e^{-8.0e-10 \cdot t} - 1.0\right)^{2} + 3240.0 \cdot e^{-6.32e-8 \cdot t} \cdot \left(e^{-8.0e-10 \cdot t} - 1.0\right)^{2} + 3240.0 \cdot e^{-6.32e-8 \cdot t} \cdot \left(e^{-8.0e-10 \cdot t} - 1.0\right)^{2} + 3240.0 \cdot e^{-6.32e-8 \cdot t} \cdot \left(e^{-8.0e-10 \cdot t} - 1.0\right)^{2} + 3240.0 \cdot e^{-6.32e-8 \cdot t} \cdot \left(e^{-8.0e-10 \cdot t} - 1.0\right)^{2} + 3240.0 \cdot e^{-6.32e-8 \cdot t} \cdot \left(e^{-8.0e-10 \cdot t} - 1.0\right)^{2} + 3240.0 \cdot e^{-6.32e-8 \cdot t} \cdot \left(e^{-8.0e-10 \cdot t} - 1.0\right)^{2} + 3240.0 \cdot e^{-6.32e-8 \cdot t} \cdot \left(e^{-8.0e-10 \cdot t} - 1.0\right)^{2} + 3240.0 \cdot e^{-6.32e-8 \cdot t} \cdot \left(e^{-8.0e-10 \cdot t} - 1.0\right)^{2} + 3240.0 \cdot e^{-6.32e-8 \cdot t} \cdot \left(e^{-8.0e-10 \cdot t} - 1.0\right)^{2} + 3240.0 \cdot e^{-6.32e-8 \cdot t} \cdot \left(e^{-8.0e-10 \cdot t} - 1.0\right)^{2} + 3240.0 \cdot e^{-6.32e-8 \cdot t} \cdot \left(e^{-8.0e-10 \cdot t} - 1.0\right)^{2} + 3240.0 \cdot e^{-6.32e-8 \cdot t} \cdot \left(e^{-8.0e-10 \cdot t} - 1.0\right)^{2} + 3240.0 \cdot e^{-6.32e-8 \cdot t} \cdot \left(e^{-8.0e-10 \cdot t} - 1.0\right)^{2} + 3240.0 \cdot e^{-6.32e-8 \cdot t} \cdot \left(e^{-8.0e-10 \cdot t} - 1.0\right)^{2} + 3240.0 \cdot e^{-6.32e-8 \cdot t} \cdot \left(e^{-8.0e-10 \cdot t} - 1.0\right)^{2} + 3240.0 \cdot e^{-6.32e-8 \cdot t} \cdot \left(e^{-8.0e-10 \cdot t} - 1.0\right)^{2} + 3240.0 \cdot e^{-6.32e-8 \cdot t} \cdot \left(e^{-8.0e-10 \cdot t} - 1.0\right)^{2} + 3240.0 \cdot e^{-6.32e-8 \cdot t} \cdot \left(e^{-8.0e-10 \cdot t} - 1.0\right)^{2} + 3240.0 \cdot e^{-6.32e-8 \cdot t} \cdot \left(e^{-8.0e-10 \cdot t} - 1.0\right)^{2} + 3240.0 \cdot e^{-6.32e-8 \cdot t} \cdot \left(e^{-8.0e-10 \cdot t} - 1.0\right)^{2} + 3240.0 \cdot e^{-6.32e-8 \cdot t} \cdot \left(e^{-8.0e-10 \cdot t} - 1.0\right)^{2} + 3240.0 \cdot e^{-6.32e-8 \cdot t} \cdot \left(e^{-8.0e-10 \cdot t} - 1.0\right)^{2} + 3240.0 \cdot e^{-6.32e-8 \cdot t} \cdot \left(e^{-8.0e-10 \cdot t} - 1.0\right)^{2} + 3240.0 \cdot e^{-6.32e-8 \cdot t} \cdot \left(e^{-8.0e-10 \cdot t} - 1.0\right)^{2} + 3240.0 \cdot e^{-6.32e-8 \cdot t} \cdot \left(e^{-8.0e-10 \cdot t} - 1.0\right)^{2} + 3240.0 \cdot e^{-6.32e-8 \cdot t} \cdot \left(e^{-8.0e-10 \cdot t} - 1.0\right)^{2} + 3240.0 \cdot e^{-6.32e-8 \cdot t} \cdot \left(e^{-8.0e-10 \cdot t} - 1.0\right)^{2} + 3240.0 \cdot e^{-6.32e-8 \cdot t} \cdot \left(e^{-8.0e-10 \cdot t} - 1.0\right)^{2}$$

А1.3. Вірогідність безвідмовної роботи за 1, 2, 3, 4 і 5 років

 $hoursInYear \equiv 24.356$

 $P_{\mathbf{R}}(\text{hoursInYear}) \rightarrow 1.0$ - безвідмовна робота за 1 рік

 $P_{\mathbf{R}}(2\text{hoursInYear}) \rightarrow 1.0$ - безвідмовна робота за 2 роки

 $P_{\mathbf{R}}(4 \text{hoursInYear}) \rightarrow 1.0$ - безвідмовна робота за 4 роки

 $P_{B}(5 hoursInYear) \rightarrow 1.0$ - безвідмовна робота за 5 років

А2.3. Вірогідність беззбійної роботи за 1, 5 і 10 год.

АЗ.З. Напрацювання на відмову

$$\inf \equiv 10^{12}$$

$$T_{\text{OBA}} := \int_{0}^{\inf} P_{\text{B}}(t) dt = 49269848818.768936$$

А4.3. Напрацювання на збій

$$inf = 10^8$$

$$T_{0,0} := \int_0^{\inf} P_3(t) dt = 431111.17716583965$$

Завдання 2:

$$r := 1 + mod(N_{3K}, 3) = 1$$

- кількість помилок

$$T_{D} := 1 + mod(N_{3K}, 9) = 1$$

- технічний ресурс ЗП

$$T_3 := 0.5(1 + \text{mod}(N_{3K}, 4)) = 1.5$$

- період збереження результатів роботи

$$\sigma_0 := 0.01(1 + \text{mod}(N_{3K}, 5)) = 0.02$$

$$\sigma(S_0) := S_0 \cdot \sigma_0 \rightarrow 0.02 \cdot S_0$$

- вартість 1 год. роботи оператора

$$\Pr_{\mathsf{NMB}}(t) := \left[\sum_{i = n+k-r}^{n+k} \left[\mathsf{combin}(n+k,i) \cdot \mathsf{P}_{\mathsf{0B}}(t)^i \cdot \left(1 - \mathsf{P}_{\mathsf{0B}}(t)\right)^{n+k-i} \right] \right]^N$$

$$P_{\mathbf{B}}(t) \rightarrow \left[e^{-4.97e - 13 \cdot t} + -71.0 \cdot e^{-4.9e - 13 \cdot t} \cdot \left(e^{-7.0e - 15 \cdot t} - 1.0 \right) \right]^{29360128}$$

$$P_{\text{max}}(t) := \left[\sum_{i=n+k-r}^{n+k} \left[combin(n+k,i) \cdot P_{03}(t)^{i} \cdot \left(1 - P_{03}(t)\right)^{n+k-i} \right] \right]^{N}$$

- надійність ЗП по збоям з КК

$$P_{3}(t) \rightarrow \left[e^{-5.68e-8 \cdot t} + -71.0 \cdot e^{-5.6e-8 \cdot t} \cdot \left(e^{-8.0e-10 \cdot t} - 1.0\right)\right]^{29360128}$$

$$P_{{\sf B_0}}(t) := \left(P_{0{\sf B}}(t)^n\right)^N$$
 - надійність ЗП по відмовам без КК

$$P_{B=0}(t) \rightarrow e^{-0.000013153337344 \cdot t}$$

$$P_{3_0}(t) \coloneqq \left(P_{03}(t)^n\right)^N$$
 - надійність ЗП по збоям без КК

$$P_{3_0}(t) \rightarrow e^{-1.5032385536 \cdot t}$$

$$\frac{n+k}{n} = 1.109375$$

- надлишковість

$$\mathbf{S}_1\!\left(\mathbf{S}_0\!\right) := \!\left(\frac{n+k}{n}\right) \! \cdot \! \mathbf{S}_0$$

- вартість заміни ЗП з КК

В1. Економічна доцільність застосування КК, виправляючих збої

$$C_{\mathbf{3}_\mathbf{0}}(S) := 0.5 \cdot T_{\mathbf{3}} \cdot \sigma(S) \cdot \left(1 - P_{\mathbf{3}_\mathbf{0}} \Big(T_{\mathbf{3}} \Big) \right) \cdot \left(\frac{T_{\mathbf{p}}}{T_{\mathbf{3}}} \right) \\ -\text{ збитки від збоїв для ЗП без КК}$$

$$C_{3_0}(S_0) \rightarrow 0.00895111545374037045224 \cdot S_0$$

$$C_{3_1}(S) := 0.5 \cdot T_3 \cdot \sigma(S) \cdot \left(1 - P_3\!\!\left(T_3\!\!\right)\right) \cdot \left(\frac{T_p}{T_3}\right)$$
 - збитки від збоїв для ЗП з КК

$$C_{3_1}(S_1(S_0)) \rightarrow 1.16553456436502343751e-9 \cdot S_0$$

$$\frac{C_{3_1}\big(S_1\big(S_0\big)\big) + \big(S_1\big(S_0\big) - S_0\big)}{C_{3_0}\big(S_0\big)} \to 12.2191476281126980241633$$

Отже, застосування КК, виправляючих збої, НЕДОЦІЛЬНЕ

В2. Економічна доцільність застосування КК, виправляючих відмови

$$C_{B}_{0}(S) := S \cdot (1 - P_{B}_{0}(T_{D}))$$
 - збитки від відмов для ЗП без КК

$$C_{B_0}(S_0) \rightarrow 0.00001315325083923771 \cdot S_0$$

$$C_{B_1}(S) := S \cdot (1 - P_B(T_p))$$

- збитки від відмов для ЗП з КК

$$C_{B_1}(S_1(S_0)) \rightarrow 3.91609375000905791172e-18 \cdot S_0$$

$$\frac{C_{\mathtt{B_1}}\big(\mathtt{S_1}\big(\mathtt{S_0}\big)\big)}{C_{\mathtt{B_0}}\big(\mathtt{S_0}\big)} \to 2.97728204067004103785\text{e-}13$$

Отже, застосування КК, виправляючих відмови, ДОЦІЛЬНЕ

ВЗ. Доцільність застосування КК

$$\sigma(S, \sigma_0) := S \cdot \sigma_0$$

- вартість 1 год. роботи оператора

$$\underline{C}_{3\underline{\omega}0}\!\!\left(S\,,T_{p},T_{3},\sigma_{0}\right) := 0.5\cdot T_{3}\cdot \sigma\!\left(S\,,\sigma_{0}\right)\cdot\!\left(1-P_{3\underline{}0}\!\!\left(T_{3}\right)\right)\cdot\!\left(\frac{T_{p}}{T_{3}}\right) \quad \text{- збитки від збоїв для 3П без КК}$$

$$\underbrace{C_{\text{A}}}_{\text{M}} \Big(S \,, T_{\text{p}} \,, T_{\text{3}}, \sigma_0 \Big) := 0.5 \cdot T_{\text{3}} \cdot \sigma \Big(S \,, \sigma_0 \Big) \cdot \Big(1 - P_{\text{3}} \Big(T_{\text{3}} \Big) \Big) \cdot \left(\frac{T_{\text{p}}}{T_{\text{3}}} \right)$$
 - збитки від збоїв для ЗП з КК

$$C_{B \sim O}(S, T_p) := S \cdot (1 - P_{B O}(T_p))$$

- збитки від відмов для ЗП без КК

$$C_{B_{\underline{M}}}(S,T_p) := S \cdot (1 - P_B(T_p))$$

- збитки від відмов для ЗП з КК

$$T_{\mathbf{p}} := 1$$

$$T_{a} := 1$$

$$\sigma_{\Omega} = 0.01$$

$$S_0 := 10$$

Given

$$\frac{C_{3_1}\left(S_{1}\left(S_{0}\right),T_{p},T_{3},\sigma_{0}\right)+\left(S_{1}\left(S_{0}\right)-S_{0}\right)}{C_{3_0}\left(S_{0},T_{p},T_{3},\sigma_{0}\right)}<1$$

$$\frac{C_{\mathsf{B}_1}\left(S_1\left(S_0\right), T_{\mathsf{p}}\right)}{C_{\mathsf{B}_0}\left(S_0, T_{\mathsf{p}}\right)} < 1$$

$$Find(T_p, T_3, \sigma_0) \rightarrow$$

ВЗ. Недоцільність застосування КК

Given

$$\frac{C_{3_1}(S_1(S_0), T_p, T_3, \sigma_0) + (S_1(S_0) - S_0)}{C_{3_0}(S_0, T_p, T_3, \sigma_0)} \ge 1$$

$$\frac{C_{B_{\underline{1}}}(S_{1}(S_{0}), T_{p})}{C_{B_{\underline{1}}}(S_{0}, T_{p})} \ge 1$$

$$Find(T_p, T_3, \sigma_0) \rightarrow$$

Висновок: у цій лабораторній роботі були досліджені відмови і збої в запам'ятовуючому пристрої, в якому використовується метод корегуючих кодів. Були обраховані ймовірність безвідмовної/беззбійної роботи та напрацювання на відмову/збій. Була визначена доцільність використання КК для даного пристрою.