

Министерство образования и науки Украины
Национальный технический университет Украины
“Киевский Политехнический Институт”
Кафедра ТОЭ

Расчетно-графическая работа

“Расчёт цепей постоянного тока”

Вариант № 138

Выполнил: _____

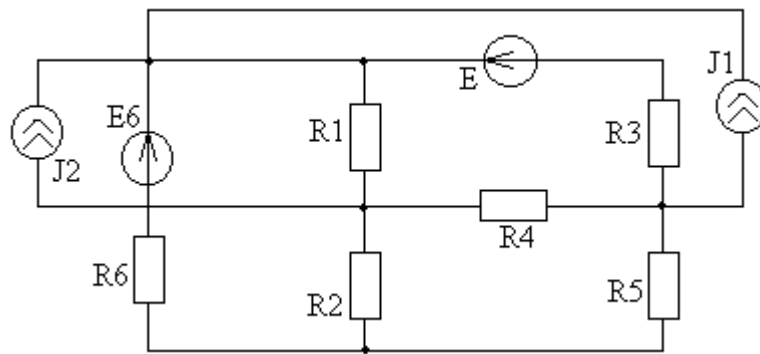
Проверил: _____

Киев 2006

Задание:

1. Найти токи в ветках данной электрической цепи методом узловых потенциалов и контурных токов. Проверить расчёт цепи при помощи законов Кирхгофа для каждого узла и независимого контура. Сложить и проверить уравнение баланса мощностей.
2. Построить потенциальную диаграмму для контура данной цепи.
3. Найти токи в ветвях с источниками напряжения данной цепи методом эквивалентного генератора.
4. Найти токи в ветках методом наложения. Проверить расчеты цепи за законами Кирхгофа.

$R_1 := 10$ $R_2 := 20$ $R_3 := 25$ $R_4 := 40$ $R_5 := 50$ $R_6 := 100$
 $E := 200$ $E_6 := 100$ $J_1 := 20$ $J_2 := 10$



Метод контурных токов

За вторым законом Кирхгофа составляем систему уравнений. Решая полученную систему уравнений, находим контурные токи.

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_6) - I_{K2} \cdot R_1 - I_{K3} \cdot R_2 + J_2 \cdot R_1 = E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_1 + I_{K2} \cdot (R_1 + R_3 + R_4) - I_{K3} \cdot R_4 - J_2 \cdot R_1 + J_1 \cdot R_3 = -E$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_4 + R_5) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -1.412 \quad I_{K2} = -10.328 \quad I_{K3} = -4.012$$

Токи ветвей схемы равны:

$$I_1 := J_2 + I_{K1} - I_{K2} \quad I_1 = 18.916$$

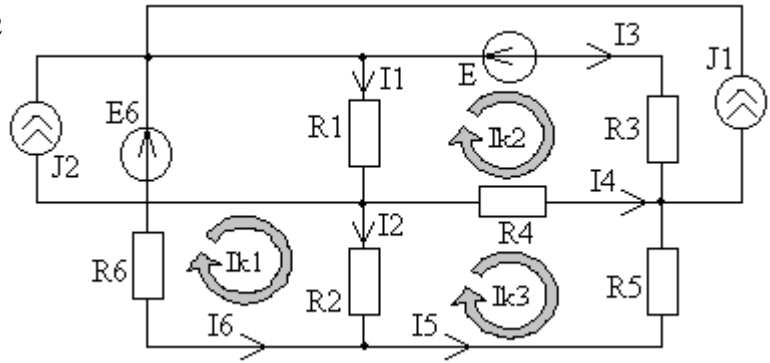
$$I_2 := I_{K1} - I_{K2} \quad I_2 = 2.601$$

$$I_3 := J_1 + I_{K2} \quad I_3 = 9.672$$

$$I_4 := I_{K3} - I_{K2} \quad I_4 = 6.316$$

$$I_5 := -I_{K3} \quad I_5 = 4.012$$

$$I_6 := -I_{K1} \quad I_6 = 1.412$$



Метод узловых потенциалов

Примем потенциал точки 1 равным 0: $\phi_1 := 0$

Найдем узловые и межузловые проводимости и узловые токи:

$$G_{22} := \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} \quad G_{22} = 0.175$$

$$G_{33} := \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_6} \quad G_{33} = 0.15$$

$$G_{44} := \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \quad G_{44} = 0.085$$

$$G_{21} := \frac{1}{R_2} \quad G_{21} = 0.05$$

$$G_{23} := \frac{1}{R_1} \quad G_{23} = 0.1$$

$$G_{24} := \frac{1}{R_4} \quad G_{24} = 0.025$$

$$G_{31} := \frac{1}{R_6} \quad G_{31} = 0.01$$

$$G_{32} := G_{23} \quad G_{32} = 0.1$$

$$G_{34} := \frac{1}{R_3} \quad G_{34} = 0.04$$

$$J_{B2} := -J_2 \quad J_{B2} = -10$$

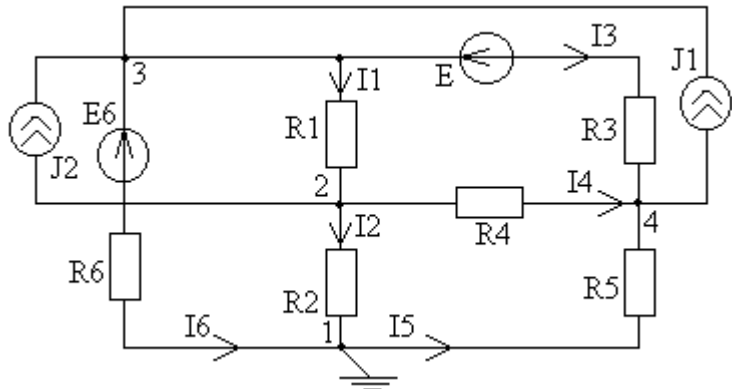
$$J_{B3} := \frac{E_6}{R_6} + \frac{E}{R_3} + J_2 + J_1 \quad J_{B3} = 39$$

$$G_{41} := \frac{1}{R_5} \quad G_{41} = 0.02$$

$$G_{42} := G_{24} \quad G_{42} = 0.025$$

$$G_{43} := \frac{1}{R_3} \quad G_{43} = 0.04$$

$$J_{B4} := -\frac{E}{R_3} - J_1 \quad J_{B4} = -28$$



Подставив найденные значения проводимостей и узловых токов в расчетную систему уравнений и найдем искомые потенциалы узлов 2, 3 и 4:

$$\phi_2 := 1 \quad \phi_3 := 1 \quad \phi_4 := 1$$

Given

$$-G_{21} \cdot \phi_1 + G_{22} \cdot \phi_2 - G_{23} \cdot \phi_3 - G_{24} \cdot \phi_4 = J_{B2}$$

$$-G_{31} \cdot \phi_1 - G_{32} \cdot \phi_2 + G_{33} \cdot \phi_3 - G_{34} \cdot \phi_4 = J_{B3}$$

$$-G_{41} \cdot \phi_1 - G_{42} \cdot \phi_2 - G_{43} \cdot \phi_3 + G_{44} \cdot \phi_4 = J_{B4}$$

$$\begin{pmatrix} \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{pmatrix} := \text{Find}(\phi_2, \phi_3, \phi_4)$$

$$\phi_2 = 52.012 \quad \phi_3 = 241.176 \quad \phi_4 = -200.619$$

Токи ветвей схемы находим за законом Ома:

$$I_1 := \frac{\phi_3 - \phi_2}{R_1} \quad I_1 = 18.916$$

$$I_2 := \frac{\phi_2 - \phi_1}{R_2} \quad I_2 = 2.601$$

$$I_3 := \frac{\phi_3 - \phi_4 - E}{R_3} \quad I_3 = 9.672$$

$$I_4 := \frac{\phi_2 - \phi_4}{R_4} \quad I_4 = 6.316$$

$$I_5 := \frac{\phi_1 - \phi_4}{R_5} \quad I_5 = 4.012$$

$$I_6 := I_5 - I_2 \quad I_6 = 1.412$$

Проверка:

За 1-м законом Кирхгофа:

$$-I_6 - I_2 + I_5 = 0$$

$$I_4 + I_5 + I_3 - J_1 = 1.066 \times 10^{-13}$$

$$I_1 - I_4 - I_2 - J_2 = 1.99 \times 10^{-13}$$

$$I_6 + I_1 + I_3 - J_1 - J_2 = 3.055 \times 10^{-13}$$

За 2-м законом Кирхгофа:

$$E_6 - E = -100$$

$$I_3 \cdot R_3 - I_5 \cdot R_5 - I_6 \cdot R_6 = -100$$

$$I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2 - I_6 \cdot R_6 = 100$$

$$E_6 = 100$$

$$I_4 \cdot R_4 - I_5 \cdot R_5 - I_2 \cdot R_2 = -1.421 \times 10^{-14}$$

$$I_1 \cdot R_1 + I_4 \cdot R_4 - I_3 \cdot R_3 = 200$$

$$E = 200$$

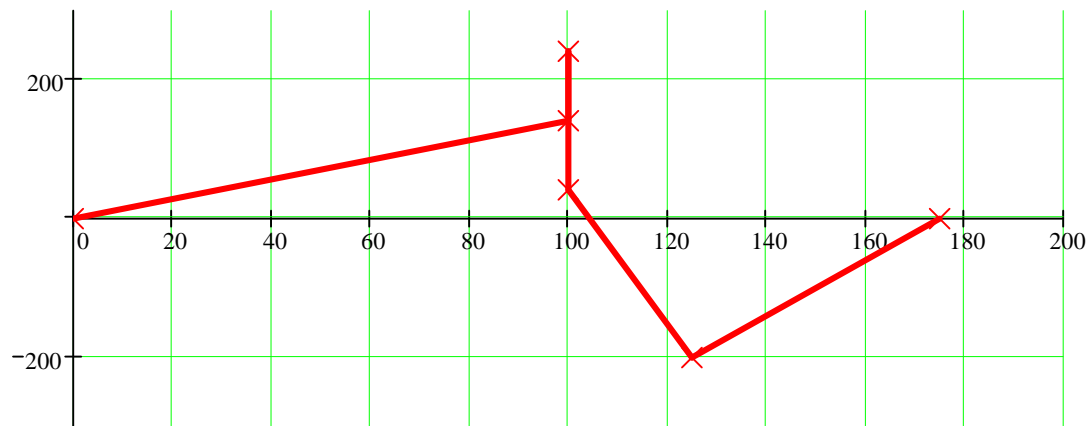
Баланс мощностей:

$$-E \cdot I_3 - E_6 \cdot I_6 + J_2 \cdot (I_1 \cdot R_1) + J_1 \cdot (I_3 \cdot R_3 + E) = 8.652 \times 10^3$$

$$I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6 = 8.652 \times 10^3$$

$$\begin{aligned}
 \phi_1 &= 0 \\
 \phi_5 &:= \phi_1 + I_6 \cdot R_6 & \phi_5 &= 141.176 \\
 \phi_3 &:= \phi_5 + E_6 & \phi_3 &= 241.176 \\
 \phi_6 &:= \phi_3 - E & \phi_6 &= 41.176 \\
 \phi_4 &:= \phi_6 - I_3 \cdot R_3 & \phi_4 &= -200.619 \\
 \phi_1 &:= \phi_4 + I_5 \cdot R_5 & \phi_1 &= -2.859 \times 10^{-11}
 \end{aligned}$$

Потенциальная диаграмма

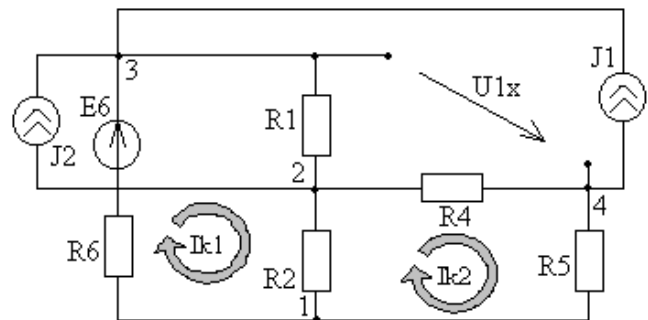


Метод эквивалентного генератора

1) Вырезавши из выходной схемы ветку с сопротивлением R_3 и источником питания E , получаем схему. В выходной схеме ток I_3 направленный от узла 3 к узлу 4, такое же направление выберем и для напряжения холостого хода U_{1x} .

Для нахождения напряжения U_{1x} сначала надо найти токи в ветвях с сопротивлениями R_1 и R_4 . Для этого воспользуемся методом контурных токов:

$$\begin{aligned}
 I_{K1} &:= 1 & I_{K2} &:= 1 \\
 &\text{Given} \\
 I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_6) - I_{K2} \cdot R_2 + (J_2 + J_1) \cdot R_1 &= E_6 \\
 -I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_5) + J_1 \cdot R_4 &= 0 \\
 \begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \end{pmatrix} &:= \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}) \\
 I_{K1} &= -2.734 & I_{K2} &= -7.77
 \end{aligned}$$



Искомое напряжение холостого хода равно:

$$U_{1X} := I_{K1} \cdot R_1 + I_{K2} \cdot R_4 + (J_2 + J_1) \cdot R_1 + J_1 \cdot R_4 \quad U_{1X} = 761.871$$

Эквивалентное сопротивление цепи равно:

$$\begin{aligned}
 R_{42} &:= \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4 + R_5} & R_{54} &:= \frac{R_5 \cdot R_4}{R_2 + R_4 + R_5} & R_{25} &:= \frac{R_2 \cdot R_5}{R_2 + R_4 + R_5} \\
 R_{42} &= 7.273 & R_{54} &= 18.182 & R_{25} &= 9.091
 \end{aligned}$$

$$R_E := \frac{(R_1 + R_{42}) \cdot (R_6 + R_{25})}{R_1 + R_{42} + R_6 + R_{25}} + R_{54}$$

Искомый ток, вырезанной ветки, равен:

$$I_3 := \frac{-E + U_{1X}}{R_E + R_3} \quad I_3 = 9.672$$

Метод наложения

В цепи действует только E1:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$\begin{aligned} I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_6) - I_{K2} \cdot R_1 - I_{K3} \cdot R_2 &= 0 \\ -I_{K1} \cdot R_1 + I_{K2} \cdot (R_1 + R_3 + R_4) - I_{K3} \cdot R_4 &= -E \\ -I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_4 + R_5) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -0.471 \quad I_{K2} = -3.443 \quad I_{K3} = -1.337$$

Токи ветвей схемы равны:

$$\begin{aligned} I_{1E} &:= I_{K1} - I_{K2} & I_{1E} &= 2.972 \\ I_{2E} &:= I_{K1} - I_{K3} & I_{2E} &= 0.867 \\ I_{3E} &:= -I_{K2} & I_{3E} &= 3.443 \\ I_{4E} &:= I_{K3} - I_{K2} & I_{4E} &= 2.105 \\ I_{5E} &:= -I_{K3} & I_{5E} &= 1.337 \\ I_{6E} &:= -I_{K1} & I_{6E} &= 0.471 \end{aligned}$$

В цепи действует только E6:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

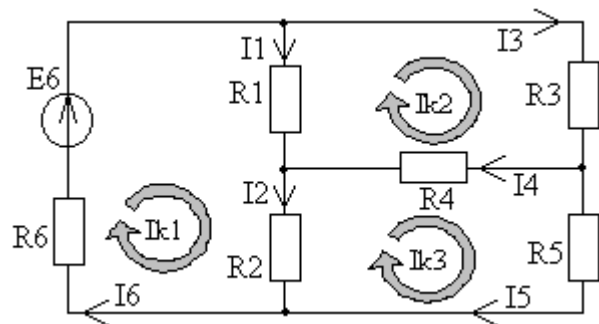
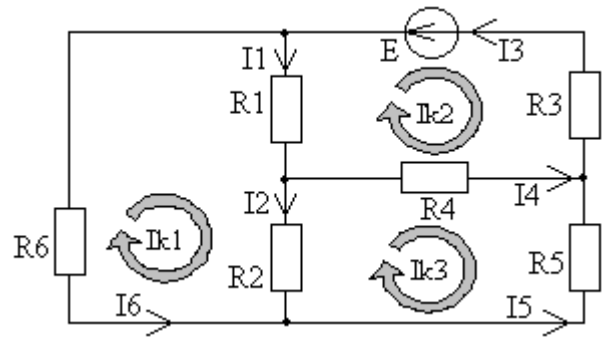
$$\begin{aligned} I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_6) - I_{K2} \cdot R_1 - I_{K3} \cdot R_2 &= E_6 \\ -I_{K1} \cdot R_1 + I_{K2} \cdot (R_1 + R_3 + R_4) - I_{K3} \cdot R_4 &= 0 \\ -I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_4 + R_5) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = 0.824 \quad I_{K2} = 0.235 \quad I_{K3} = 0.235$$

Токи ветвей схемы равны:

$$\begin{aligned} I_{1E6} &:= I_{K1} - I_{K2} & I_{1E6} &= 0.588 \\ I_{2E6} &:= I_{K1} - I_{K3} & I_{2E6} &= 0.588 \\ I_{3E6} &:= I_{K2} & I_{3E6} &= 0.235 \\ I_{4E6} &:= I_{K3} - I_{K2} & I_{4E6} &= 0 \\ I_{5E6} &:= I_{K3} & I_{5E6} &= 0.235 \\ I_{6E6} &:= I_{K1} & I_{6E6} &= 0.824 \end{aligned}$$



В цепи действует только J1:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_6) - I_{K2} \cdot R_1 - I_{K3} \cdot R_2 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_1 + I_{K2} \cdot (R_1 + R_3 + R_4) - I_{K3} \cdot R_4 + J_1 \cdot R_3 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_4 + R_5) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -1.176 \quad I_{K2} = -8.607 \quad I_{K3} = -3.344$$

Токи ветвей схемы равны:

$$I_{1J1} := I_{K1} - I_{K2} \quad I_{1J1} = 7.43$$

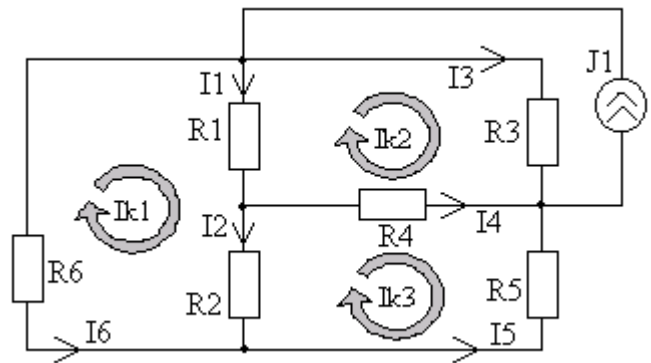
$$I_{2J1} := I_{K1} - I_{K3} \quad I_{2J1} = 2.167$$

$$I_{3J1} := I_{K2} + J_1 \quad I_{3J1} = 11.393$$

$$I_{4J1} := I_{K3} - I_{K2} \quad I_{4J1} = 5.263$$

$$I_{5J1} := -I_{K3} \quad I_{5J1} = 3.344$$

$$I_{6J1} := -I_{K1} \quad I_{6J1} = 1.176$$



В цепи действует только J2:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_6) - I_{K2} \cdot R_1 - I_{K3} \cdot R_2 + J_2 \cdot R_1 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_1 + I_{K2} \cdot (R_1 + R_3 + R_4) - I_{K3} \cdot R_4 - J_2 \cdot R_1 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_4 + R_5) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -0.588 \quad I_{K2} = 1.486 \quad I_{K3} = 0.433$$

Токи ветвей схемы равны:

$$I_{1J2} := I_{K1} - I_{K2} + J_2 \quad I_{1J2} = 7.926$$

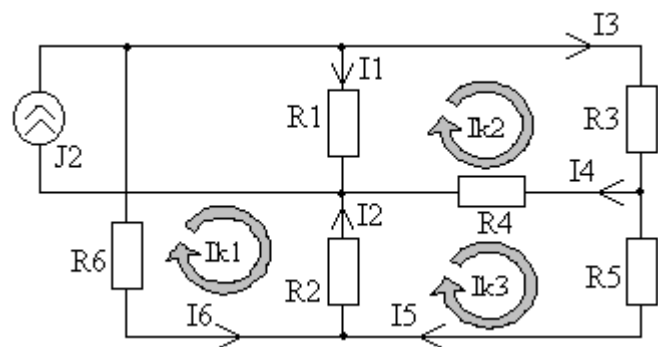
$$I_{2J2} := I_{K3} - I_{K1} \quad I_{2J2} = 1.022$$

$$I_{3J2} := I_{K2} \quad I_{3J2} = 1.486$$

$$I_{4J2} := I_{K2} - I_{K3} \quad I_{4J2} = 1.053$$

$$I_{5J2} := I_{K3} \quad I_{5J2} = 0.433$$

$$I_{6J2} := -I_{K1} \quad I_{6J2} = 0.588$$



В основной цепи действуют токи:

$$I_1 := I_{1E} + I_{1E6} + I_{1J1} + I_{1J2}$$

$$I_1 = 18.916$$

$$I_2 := I_{2E} + I_{2E6} + I_{2J1} - I_{2J2}$$

$$I_2 = 2.601$$

$$I_3 := -I_{3E} + I_{3E6} + I_{3J1} + I_{3J2}$$

$$I_3 = 9.672$$

$$I_4 := I_{4E} + I_{4E6} + I_{4J1} - I_{4J2}$$

$$I_4 = 6.316$$

$$I_5 := I_{5E} - I_{5E6} + I_{5J1} - I_{5J2}$$

$$I_5 = 4.012$$

$$I_6 := I_{6E} - I_{6E6} + I_{6J1} + I_{6J2}$$

$$I_6 = 1.412$$