

**Министерство образования и науки Украины  
Национальный технический университет Украины  
“Киевский Политехнический Институт”  
Кафедра ТОЭ**

***Расчетно-графическая работа***

*“Расчёт цепей постоянного тока”*

*Вариант № 187*

Выполнил: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

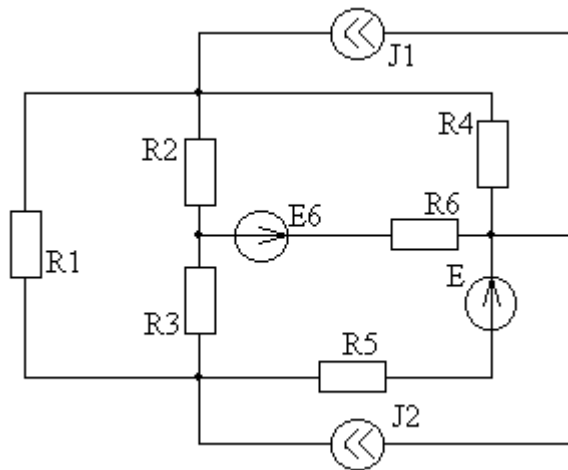
Проверил: \_\_\_\_\_

Киев 2006

### Задание:

1. Найти токи в ветках данной электрической цепи методом узловых потенциалов и контурных токов. Проверить расчёт цепи при помощи законов Кирхгофа для каждого узла и независимого контура. Сложить и проверить уравнение баланса мощностей.
2. Построить потенциальную диаграмму для контура данной цепи.
3. Преобразовать данную цепь к трём независимым контурам. В полученной цепи найти токи в ветках методом наложения. Проверить расчеты цепи за законами Кирхгофа
4. Найти токи в ветвях данной цепи методом эквивалентного генератора.

$R_1 := 10$      $R_2 := 20$      $R_3 := 25$      $R_4 := 40$      $R_5 := 50$      $R_6 := 100$   
 $E := 100$      $E_6 := 200$      $J_1 := 25$      $J_2 := 10$



## **Метод контурных токов**

За вторым законом Кирхгофа составляем систему уравнений. Решая полученную систему уравнений, находим контурные токи.

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_3) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_3 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_6) - I_{K3} \cdot R_6 + J_1 \cdot R_4 = -E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_6 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_5 + R_6) - J_2 \cdot R_5 = E_6 - E$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -5 \quad I_{K2} = -10 \quad I_{K3} = -3$$

Токи ветвей схемы равны:

$$I_1 := -I_{K1} \quad I_1 = 5$$

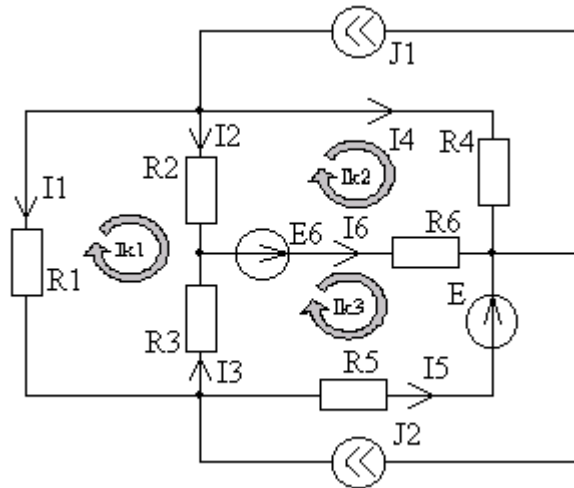
$$I_2 := I_{K1} - I_{K2} \quad I_2 = 5$$

$$I_3 := I_{K3} - I_{K1} \quad I_3 = 2$$

$$I_4 := J_1 + I_{K2} \quad I_4 = 15$$

$$I_5 := J_2 - I_{K3} \quad I_5 = 13$$

$$I_6 := I_{K3} - I_{K2} \quad I_6 = 7$$



## **Метод узловых потенциалов**

Примем потенциал точки 1 равным 0:  $\phi_1 := 0$

Найдем узловые и межузловые проводимости и узловые токи:

$$G_{22} := \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} \quad G_{22} = 0.175$$

$$G_{44} := \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} \quad G_{44} = 0.16$$

$$G_{33} := \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} \quad G_{33} = 0.16$$

$$G_{21} := \frac{1}{R_2} \quad G_{21} = 0.05$$

$$G_{23} := \frac{1}{R_4} \quad G_{23} = 0.025$$

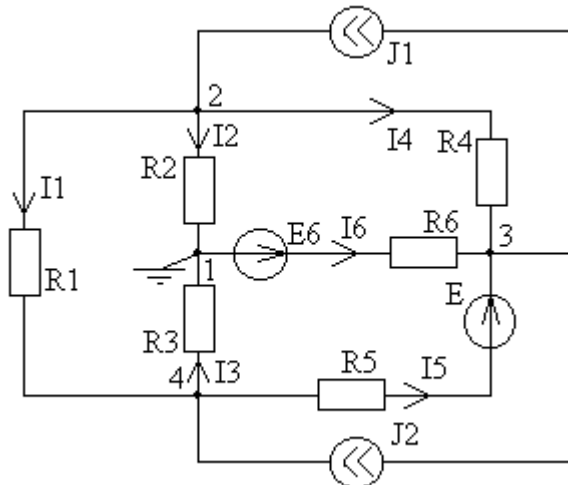
$$G_{24} := \frac{1}{R_1} \quad G_{24} = 0.1$$

$$G_{31} := \frac{1}{R_6} \quad G_{31} = 0.01$$

$$G_{32} := G_{23} \quad G_{32} = 0.025$$

$$G_{34} := \frac{1}{R_5} \quad G_{34} = 0.02$$

$$G_{41} := \frac{1}{R_3} \quad G_{41} = 0.04 \quad G_{42} := G_{24} \quad G_{42} = 0.1 \quad G_{43} := G_{34} \quad G_{43} = 0.02$$



$$J_{B2} := J_1 \quad J_{B2} = 25 \quad J_{B3} := -J_1 - J_2 + \frac{E_6}{R_6} + \frac{E}{R_5} \quad J_{B2} = 25$$

$$J_{B4} := -\frac{E}{R_5} + J_2 \quad J_{B4} = 8$$

Подставив найденные значения проводимостей и узловых токов в расчетную систему уравнений и найдем искомые потенциалы узлов 2 и 4:

$$\phi_2 := 1 \quad \phi_3 := 1 \quad \phi_4 := 1$$

Given

$$-G_{21} \cdot \phi_1 + G_{22} \cdot \phi_2 - G_{23} \cdot \phi_3 - G_{24} \cdot \phi_4 = J_{B2}$$

$$-G_{31} \cdot \phi_1 - G_{32} \cdot \phi_2 + G_{33} \cdot \phi_3 - G_{34} \cdot \phi_4 = J_{B3}$$

$$-G_{41} \cdot \phi_1 - G_{42} \cdot \phi_2 - G_{43} \cdot \phi_3 + G_{44} \cdot \phi_4 = J_{B4}$$

$$\begin{pmatrix} \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{pmatrix} := \text{Find}(\phi_2, \phi_3, \phi_4)$$

$$\phi_1 = 0 \quad \phi_2 = 100 \quad \phi_3 = -500 \quad \phi_4 = 50$$

Токи ветвей схемы находим за законом Ома:

$$I_1 := \frac{\phi_2 - \phi_4}{R_1} \quad I_1 = 5$$

$$I_2 := \frac{\phi_2 - \phi_1}{R_2} \quad I_2 = 5$$

$$I_3 := \frac{\phi_4 - \phi_1}{R_3} \quad I_3 = 2$$

$$I_4 := \frac{\phi_2 - \phi_3}{R_4} \quad I_4 = 15$$

$$I_5 := \frac{\phi_4 - \phi_3 + E}{R_5} \quad I_5 = 13$$

$$I_6 := I_2 + I_3 \quad I_6 = 7$$

### Проверка:

За 1-м законом Кирхгофа:

$$I_6 - I_2 - I_3 = 0 \quad -I_3 + I_1 - I_5 + J_2 = -1.634 \times 10^{-13}$$

$$I_1 + I_2 + I_4 - J_1 = 7.176 \times 10^{-13} \quad -I_4 - I_5 - I_6 + J_1 + J_2 = -8.811 \times 10^{-13}$$

За 2-м законом Кирхгофа:

$$E_6 - E = 100 \quad -I_5 \cdot R_5 + I_3 \cdot R_3 + I_6 \cdot R_6 = 100$$

$$-I_4 \cdot R_4 + I_1 \cdot R_1 + I_5 \cdot R_5 = 100 \quad E = 100$$

$$-I_2 \cdot R_2 + I_1 \cdot R_1 + I_3 \cdot R_3 = 0$$

$$I_2 \cdot R_2 - I_4 \cdot R_4 + I_6 \cdot R_6 = 200 \quad E_6 = 200$$

Баланс мощностей:

$$E \cdot I_5 + E_6 \cdot I_6 + J_1 \cdot (I_4 \cdot R_4) + J_2 \cdot (I_5 \cdot R_5 - E) = 2.32 \times 10^4$$

$$I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6 = 2.32 \times 10^4$$

## Потенциальная диаграмма

$$\phi_1 = 0$$

$$\phi_2 := \phi_1 - E_6$$

$$\phi_2 = -200$$

$$\phi_3 := \phi_2 + I_3 \cdot R_3$$

$$\phi_3 = -150$$

$$\phi_4 := \phi_3 - I_5 \cdot R_5$$

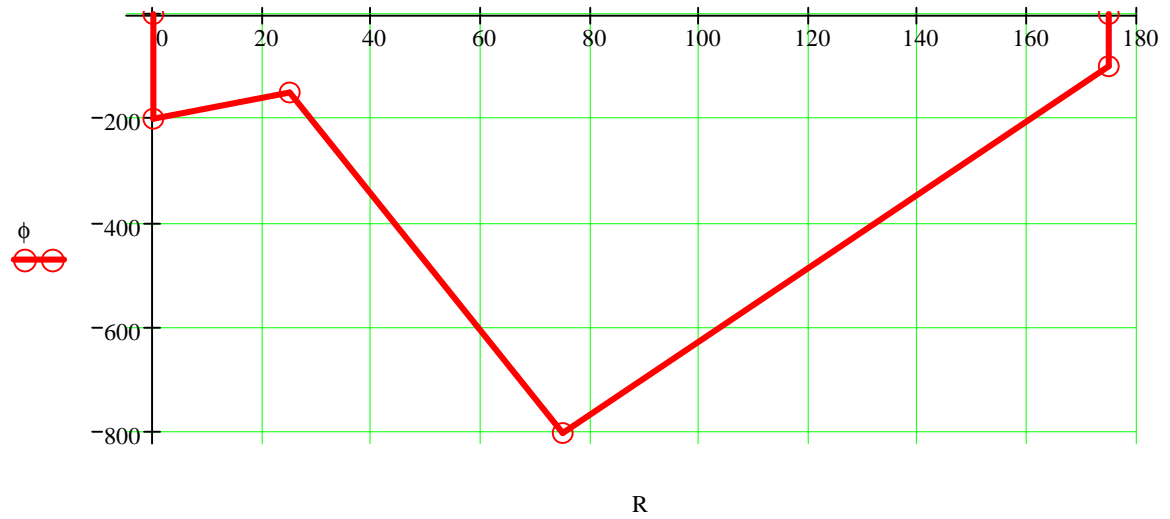
$$\phi_4 = -800$$

$$\phi_5 := \phi_4 + I_6 \cdot R_6$$

$$\phi_5 = -100$$

$$\phi_1 := \phi_5 + E$$

$$\phi_1 = 5.753 \times 10^{-11}$$



## Метод эквивалентного генератора

Вырезавши из выходной схемы ветку с сопротивлением  $R_5$  и источником питания  $E$ , получаем схему. В выходной схеме ток  $I_5$  направленный от узла 3 к узлу 4, такое же направление выберем и для напряжения холостого хода  $U_{1x}$ .

Для нахождения напряжения  $U_{1x}$  сначала надо найти токи в ветвях с сопротивлениями  $R_6$  и  $R_3$ . Для этого воспользуемся методом контурных токов:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_3) - I_{K2} \cdot R_2 + J_2 \cdot R_1 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_6) + (J_1 + J_2) \cdot R_4 = -E_6$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2})$$

$$I_{K1} = -5.714 \quad I_{K2} = -10.714$$

Искомое напряжение холостого хода равно:

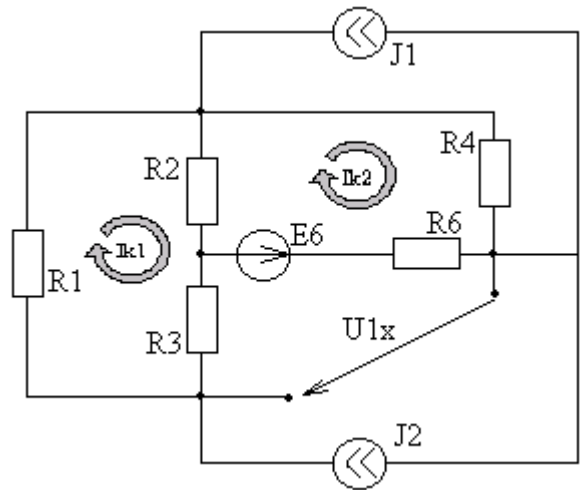
$$U_{1X} := I_{K1} \cdot R_3 + I_{K2} \cdot R_6 + E_6 \quad U_{1X} = -1.014 \times 10^3$$

Эквивалентное сопротивление цепи равно:

$$R_E := \frac{\left( R_4 + \frac{R_2 \cdot R_1}{R_1 + R_2 + R_3} \right) \cdot \left( R_6 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \right)}{\left( R_4 + \frac{R_2 \cdot R_1}{R_1 + R_2 + R_3} \right) + \left( R_6 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \right)} + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Искомый ток, вырезанной ветки, равен:

$$I_5 := \frac{E - U_{1X}}{R_E + R_5} \quad I_5 = 13$$



## Метод наложения

В цепи действует только E:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$\begin{aligned} I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_3) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_3 &= 0 \\ -I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_6) - I_{K3} \cdot R_6 &= 0 \\ -I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_6 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_5 + R_6) &= -E \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -0.833 \quad I_{K2} = -0.833 \quad I_{K3} = -1.167$$

$$I_{1E} := -I_{K1} \quad I_{1E} = 0.833$$

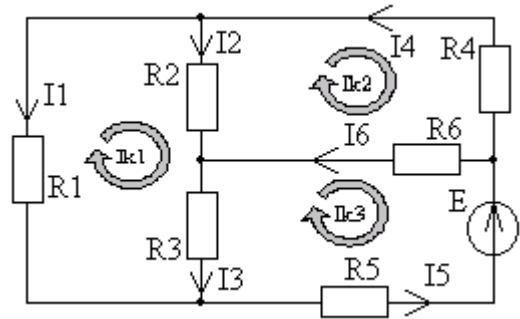
$$I_{2E} := I_{K1} - I_{K2} \quad I_{2E} = 0$$

$$I_{3E} := I_{K1} - I_{K3} \quad I_{3E} = 0.333$$

$$I_{4E} := -I_{K2} \quad I_{4E} = 0.833$$

$$I_{5E} := -I_{K3} \quad I_{5E} = 1.167$$

$$I_{6E} := I_{K2} - I_{K3} \quad I_{6E} = 0.333$$



В цепи действует только E6:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$\begin{aligned} I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_3) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_3 &= 0 \\ -I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_6) - I_{K3} \cdot R_6 &= -E_6 \\ -I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_6 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_5 + R_6) &= E_6 \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = 0 \quad I_{K2} = -0.833 \quad I_{K3} = 0.667$$

$$I_{1E6} := -I_{K1} \quad I_{1E6} = 0$$

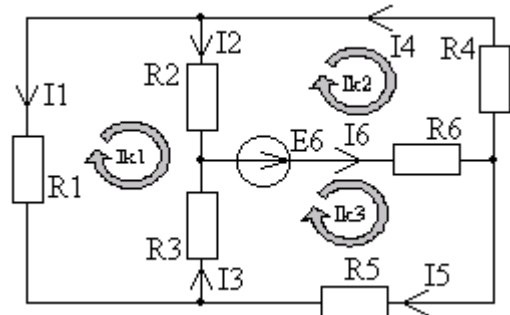
$$I_{2E6} := I_{K1} - I_{K2} \quad I_{2E6} = 0.833$$

$$I_{3E6} := I_{K3} - I_{K1} \quad I_{3E6} = 0.667$$

$$I_{4E6} := -I_{K2} \quad I_{4E6} = 0.833$$

$$I_{5E6} := I_{K3} \quad I_{5E6} = 0.667$$

$$I_{6E6} := I_{K3} - I_{K2} \quad I_{6E6} = 1.5$$



В цепи действует только J1:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$\begin{aligned} I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_3) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_3 &= 0 \\ -I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_6) - I_{K3} \cdot R_6 + J_1 \cdot R_4 &= 0 \\ -I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_6 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_5 + R_6) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -8.333 \quad I_{K2} = -12.5 \quad I_{K3} = -8.333$$

$$I_{1J1} := -I_{K1} \quad I_{1J1} = 8.333$$

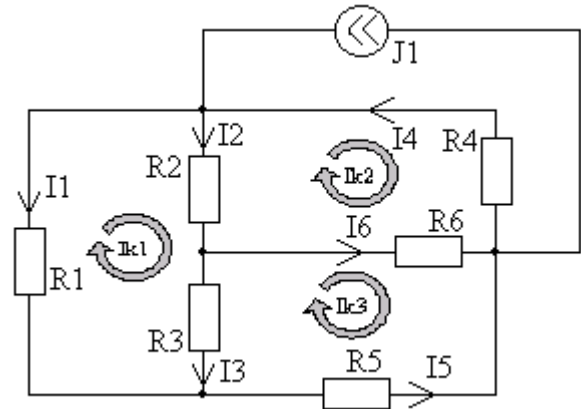
$$I_{2J1} := I_{K1} - I_{K2} \quad I_{2J1} = 4.167$$

$$I_{3J1} := I_{K1} - I_{K3} \quad I_{3J1} = 0$$

$$I_{4J1} := J_1 + I_{K2} \quad I_{4J1} = 12.5$$

$$I_{5J1} := -I_{K3} \quad I_{5J1} = 8.333$$

$$I_{6J1} := I_{K3} - I_{K2} \quad I_{6J1} = 4.167$$



В цепи действует только J2:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_3) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_3 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_6) - I_{K3} \cdot R_6 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_6 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_5 + R_6) - J_2 \cdot R_5 = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = 4.167 \quad I_{K2} = 4.167 \quad I_{K3} = 5.833$$

$$I_{1J2} := I_{K1} \quad I_{1J2} = 4.167$$

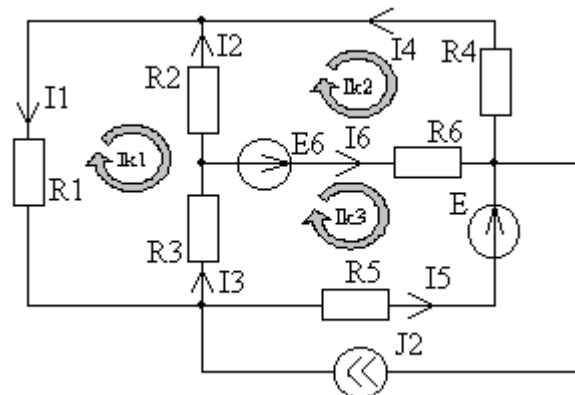
$$I_{2J2} := I_{K2} - I_{K1} \quad I_{2J2} = 0$$

$$I_{3J2} := I_{K3} - I_{K1} \quad I_{3J2} = 1.667$$

$$I_{4J2} := I_{K2} \quad I_{4J2} = 4.167$$

$$I_{5J2} := J_2 - I_{K3} \quad I_{5J2} = 4.167$$

$$I_{6J2} := I_{K3} - I_{K2} \quad I_{6J2} = 1.667$$



В основной цепи действуют токи:

$$I_1 := I_{1E} + I_{1E6} + I_{1J1} - I_{1J2} \quad I_1 = 5$$

$$I_2 := I_{2E} + I_{2E6} + I_{2J1} - I_{2J2} \quad I_2 = 5$$

$$I_3 := -I_{3E} + I_{3E6} - I_{3J1} + I_{3J2} \quad I_3 = 2$$

$$I_4 := -I_{4E} - I_{4E6} + I_{4J1} + I_{4J2} \quad I_4 = 15$$

$$I_5 := I_{5E} - I_{5E6} + I_{5J1} + I_{5J2} \quad I_5 = 13$$

$$I_6 := -I_{6E} + I_{6E6} + I_{6J1} + I_{6J2} \quad I_6 = 7$$

**Проверка:**

За 1-м законом Кирхгофа:

$$I_6 - I_2 - I_3 = 0$$

$$I_1 + I_2 + I_4 - J_1 = 0$$

$$-I_3 + I_1 - I_5 + J_2 = 1.776 \times 10^{-15}$$

$$-I_4 - I_5 - I_6 + J_1 + J_2 = 0$$