

Министерство образования и науки Украины  
Национальный технический университет Украины  
“Киевский Политехнический Институт”  
Кафедра ТОЭ

***Расчетно-графическая работа***  
***“Трёхфазные цепи”***  
*Вариант № 577*

Выполнил:\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Проверил:\_\_\_\_\_

**Киев 2007**

## Условие задания

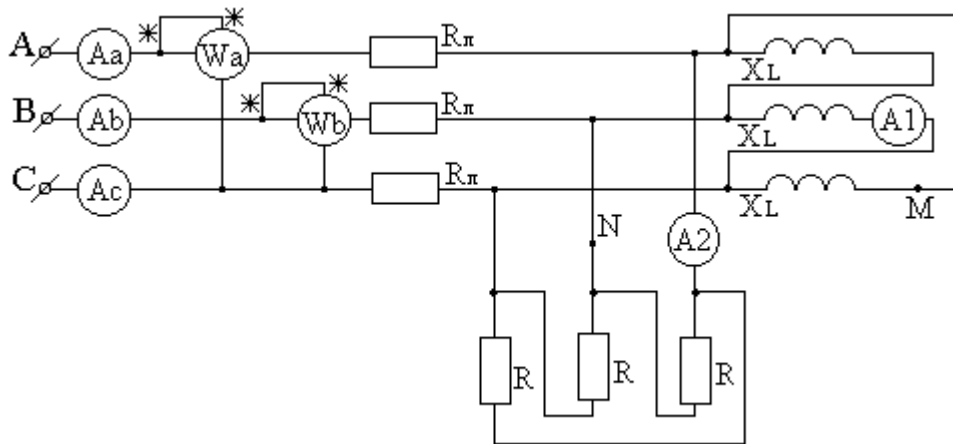
Симметричный трёхфазный генератор с обмотками, соединёнными в звезду, питает через трехпроводную линию электропередачи нагрузку с элементами, соединёнными звездой и треугольником.

### Требуется:

1. Определить показания включенных в цепь измерительных приборов, полагая нагрузки симметричной.
2. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
3. По результатам расчета п.1 построить для симметричной нагрузки совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.
4. Провести расчет токов во всех ветвях напряжений на всех участках цепи, определить показания измерительных приборов в аварийном режиме, делая обрыв в указанной точке.
5. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
6. По результатам расчета п.4 построить совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.

$$U_A := 300 \quad U_B := U_A \quad U_C := U_B \quad \psi_A := 0 \quad R_L := 22 \quad R := 78 \quad X_L := 25$$

Обрыв проводится в точке М.



Общая схема трёхфазной цепи

## Определение показаний измерительных приборов при симметричной нагрузке.

Так как нагрузка симметрическая, то будем проводить расчет только по одной фазе. Токи в остальных фазах будут такими же, только будут отличаться углы.

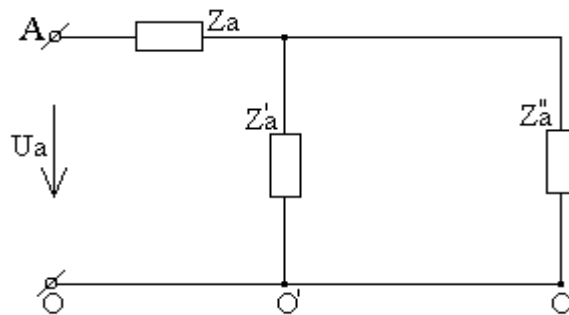
За опорную примем фазу А. Фазные напряжения генератора и сопротивления элементов нагрузки в комплексной форме равны:

$$E_A := U_A \cdot e^{i \cdot \psi_A \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_B := U_B \cdot e^{i \cdot (\psi_A - 120) \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_C := U_C \cdot e^{i \cdot (\psi_A + 120) \cdot \frac{\pi}{180}}$$

$$F(E_A) = (300 \ 0) \quad F(E_B) = (300 \ -120) \quad F(E_C) = (300 \ 120)$$

$$R' := \frac{R \cdot R}{R + R + R} \quad R' = 26 \quad X'_L := \frac{X_L \cdot X_L}{X_L + X_L + X_L} \quad X'_L = 8.333$$

$$\begin{array}{llll} Z_a := R_L & Z_b := Z_a & Z_c := Z_b & Z_a = 22 \\ Z'_a := R' & Z'_b := Z'_a & Z'_c := Z'_b & Z'_a = 26 \\ Z''_a := X'_L \cdot i & Z''_b := Z''_a & Z''_c := Z''_b & Z''_a = 8.333i \end{array}$$



Преобразованная схема (фаза А)

Эквивалентное сопротивление данной схемы равно:

$$Z_{ea} := Z_a + \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea} = 24.422 + 7.557i$$

Ток в фазе А, согласно закону Ома, равен:

$$I_A := \frac{E_A}{Z_{ea}} \quad I_A = 11.211 - 3.469i \quad F(I_A) = (11.735 \ -17.194)$$

$$I_B := I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_B = -8.609 - 7.974i \quad F(I_B) = (11.735 \ -137.194)$$

$$I_C := I_A \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_C = -2.601 + 11.443i \quad F(I_C) = (11.735 \ 102.806)$$

Фазное напряжение на параллельных участках равно:

$$Z_{ea'} := \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea'} = 2.422 + 7.557i$$

$$U_{A'O} := I_A \cdot Z_{ea'} \quad U_{A'O} = 53.368 + 76.316i$$

Линейное напряжение равно:

$$U_{A'B'} := U_{A'O} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad U_{A'B'} = 146.144 + 68.256i \quad F(U_{A'B'}) = (161.297 \ 25.035)$$

Остальные токи равны:

$$I''_{A'B'} := \frac{U_{A'B'}}{X_L \cdot i} \quad I''_{A'B'} = 2.73 - 5.846i \quad F(I''_{A'B'}) = (6.452 \quad -64.965)$$

$$I''_{B'C'} := I''_{A'B'} \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I''_{B'C'} = -6.428 + 0.558i \quad F(I''_{B'C'}) = (6.452 \quad 175.035)$$

$$I''_{C'A'} := I''_{A'B'} \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I''_{C'A'} = 3.697 + 5.287i \quad F(I''_{C'A'}) = (6.452 \quad 55.035)$$

$$I'_{A'B'} := \frac{U_{A'B'}}{R} \quad I'_{A'B'} = 1.874 + 0.875i \quad F(I'_{A'B'}) = (2.068 \quad 25.035)$$

$$I'_{B'C'} := I'_{A'B'} \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I'_{B'C'} = -0.179 - 2.06i \quad F(I'_{B'C'}) = (2.068 \quad -94.965)$$

$$I'_{C'A'} := I'_{A'B'} \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I'_{C'A'} = -1.695 + 1.185i \quad F(I'_{C'A'}) = (2.068 \quad 145.035)$$

$$I_A := \frac{U_{A'O}}{Z_a} \quad I_A = 2.053 + 2.935i \quad F(I_A) = (3.582 \quad 55.035)$$

На основании выполненных расчетов, показания амперметров будут равны:

$$A_1 = 6.452 \quad A_2 = 3.582 \quad A_a = 11.735 \quad A_b = 11.735 \quad A_c = 11.735$$

Находим показания ваттметров. Ваттметры показывают вещественную часть произведения комплекса напряжения, приложенного к обмотке напряжения (его отсчитывают от начала обмотки к концу), на сопряженный комплекс тока, протекающего через обмотку тока:

Показание ваттметра  $W_a$ :

$$E_{AC} := E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_{AC} = 450 - 259.808i$$

$$W_a := \operatorname{Re}(E_{AC} \cdot \overline{I_A}) \quad W_a = 5.946 \times 10^3$$

Показание ваттметра  $W_b$ :

$$E_{BC} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_{BC} = 450 - 259.808i$$

$$W_b := \operatorname{Re}(E_{BC} \cdot \overline{I_B}) \quad W_b = 4.143 \times 10^3$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 1.009 \times 10^4$$

### Баланс активной и реактивной мощностей

Правильность расчетов проверим, составив баланс активных и реактивных мощностей. Мощность источника энергии определяют в виде суммы произведений комплексов фазных ЭДС (напряжений) на сопряженные комплексы токов соответствующих фаз. В симметричной трёхфазной системе мощность, отдаваемая в нагрузку источником, равна утроенной мощности одной фазы.

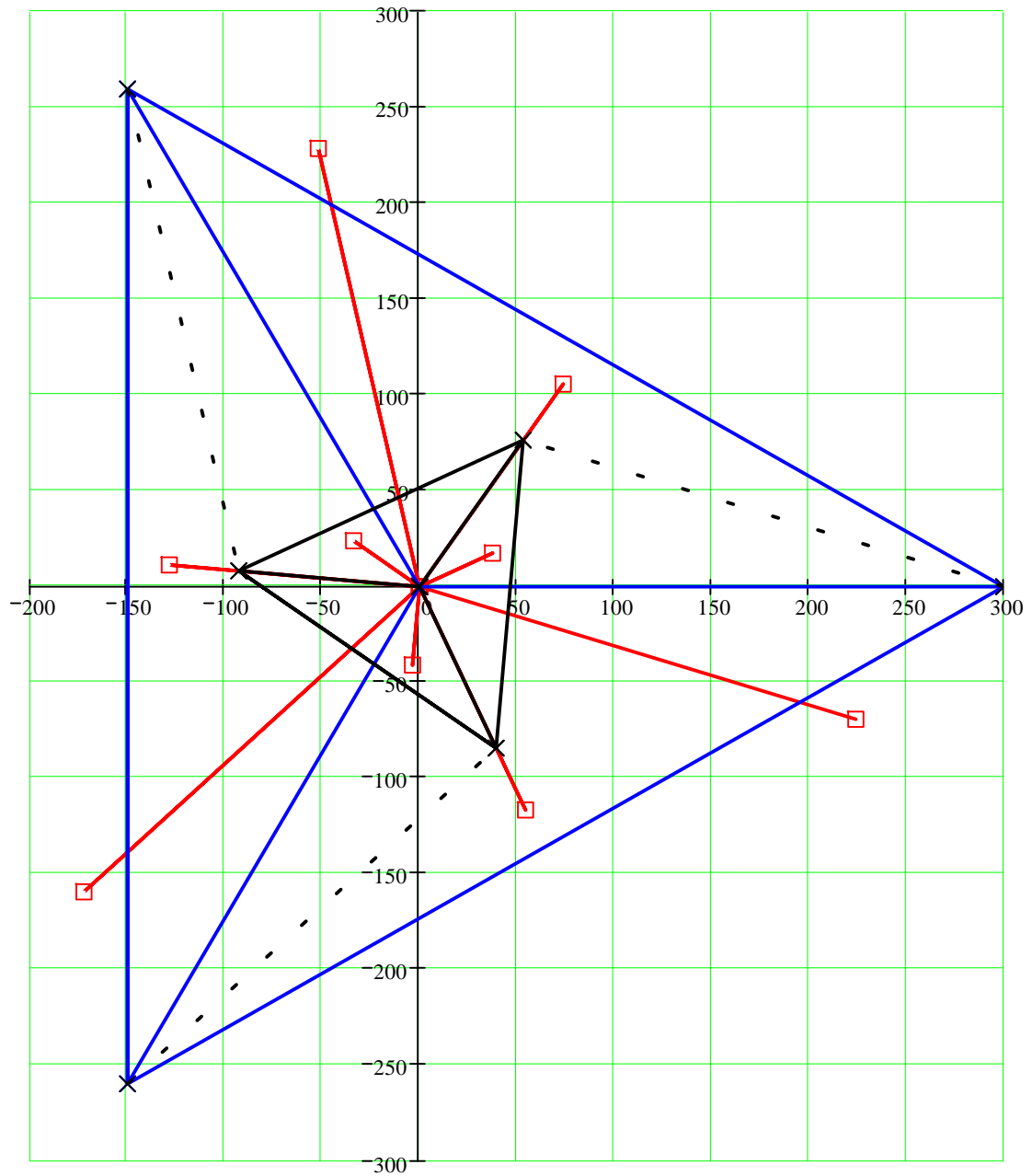
$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C} \quad S_r = 1.009 \times 10^4 + 3.122i \times 10^3$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

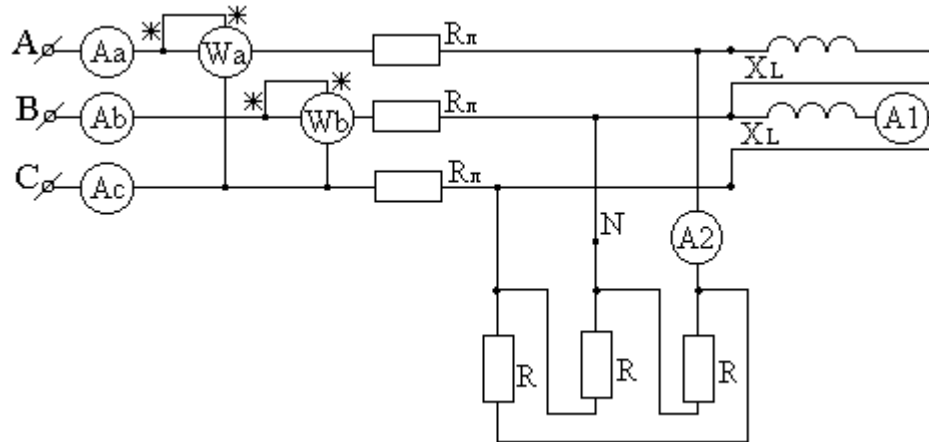
$$P_{\text{pr}} := \left[ (|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R_L + \left[ (|I'_{A'B'}|)^2 + (|I'_{B'C'}|)^2 + (|I'_{C'A'}|)^2 \right] \cdot R \quad P_{\text{pr}} = 1.009 \times 10^4$$

$$Q_{\text{pr}} := \left[ (|I''_{A'B'}|)^2 + (|I''_{B'C'}|)^2 + (|I''_{C'A'}|)^2 \right] \cdot X_L \cdot i \quad Q_{\text{pr}} = 3.122i \times 10^3$$

### Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.



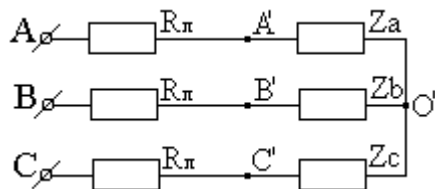
## Определение показаний измерительных приборов в аварийном режиме.



Несимметричная трёхфазная система.

С целью упрощения схемы несимметричной трёхфазной системы нагрузку с элементами, соединенными звездой, следует заменить эквивалентным треугольником.

Параллельно включенные сопротивления нагрузки можно заменить эквивалентными, в результате чего образуется несимметричный треугольник. Заменив его эквивалентной звездой, рассчитываемую цепь приводят к виду:



Несимметричная звезда.

Сопротивления несимметричного треугольника равны:

$$Z_{C'A'} := R$$

$$Z_{C'A'} = 78$$

$$Z_{A'B'} := \frac{X_L \cdot i \cdot R}{R + X_L \cdot i}$$

$$Z_{B'C'} := Z_{A'B'}$$

$$Z_{B'C'} = 7.266 + 22.671i$$

Сопротивление эквивалентной звезды:

$$Z_a := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}}$$

$$Z_a = 12.49 + 12.99i$$

$$Z_b := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{B'C'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}}$$

$$Z_b = -2.612 + 4.841i$$

$$Z_c := \frac{Z_{B'C'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}}$$

$$Z_c = 12.49 + 12.99i$$

Полные комплексные сопротивления в каждой фазе цепи:

$$Z_{ea} := Z_a + Z_a$$

$$Z_{ea} = 34.49 + 12.99i$$

$$Z_{eb} := Z_b + Z_b$$

$$Z_{eb} = 19.388 + 4.841i$$

$$Z_{ec} := Z_c + Z_c$$

$$Z_{ec} = 34.49 + 12.99i$$

Фазные напряжения на нагрузке в цепи удобно определять, вычислив предварительно смещение нейтрали:

$$Y_A := \frac{1}{Z_{ea}} \quad Y_B := \frac{1}{Z_{eb}} \quad Y_C := \frac{1}{Z_{ec}}$$

$$Y_A = 0.025 - 9.563i \times 10^{-3} \quad Y_B = 0.049 - 0.012i \quad Y_C = 0.025 - 9.563i \times 10^{-3}$$

$$U_{O''O} := \frac{E_A \cdot Y_A + E_B \cdot Y_B + E_C \cdot Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} \quad U_{O''O} = -21.679 - 63.531i$$

Фазные напряжения на элементах нагрузки цепи равны:

$$U_{AO''} := E_A - U_{O''O} \quad U_{AO''} = 321.679 + 63.531i \quad F(U_{AO''}) = (327.893 \quad 11.172)$$

$$U_{BO''} := E_B - U_{O''O} \quad U_{BO''} = -128.321 - 196.277i \quad F(U_{BO''}) = (234.501 \quad -123.176)$$

$$U_{CO''} := E_C - U_{O''O} \quad U_{CO''} = -128.321 + 323.338i \quad F(U_{CO''}) = (347.87 \quad 111.646)$$

Токи в фазах, равные фазным токам генератора и линейным токам исходной системы, определяют по закону Ома:

$$I_A := \frac{U_{AO''}}{Z_{ea}} \quad I_A = 8.776 - 1.463i \quad F(I_A) = (8.897 \quad -9.466)$$

$$I_B := \frac{U_{BO''}}{Z_{eb}} \quad I_B = -8.609 - 7.974i \quad F(I_B) = (11.735 \quad -137.194)$$

$$I_C := \frac{U_{CO''}}{Z_{ec}} \quad I_C = -0.166 + 9.437i \quad F(I_C) = (9.439 \quad 91.009)$$

$$U_{AB} := E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad U_{AB} = 450 + 259.808i \quad F(U_{AB}) = (519.615 \quad 30)$$

$$U_{AA'} := I_A \cdot Z_a \quad U_{AA'} = 193.063 - 32.189i \quad F(U_{AA'}) = (195.728 \quad -9.466)$$

$$U_{BC} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad U_{BC} = -519.615i \quad F(U_{BC}) = (519.615 \quad -90)$$

$$U_{BB'} := I_B \cdot Z_b \quad U_{BB'} = -189.408 - 175.432i \quad F(U_{BB'}) = (258.17 \quad -137.194)$$

$$U_{CA} := E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad U_{CA} = -450 + 259.808i \quad F(U_{CA}) = (519.615 \quad 150)$$

$$U_{CC'} := I_C \cdot Z_c \quad U_{CC'} = -3.655 + 207.621i \quad F(U_{CC'}) = (207.653 \quad 91.009)$$

Для определения токов во всех ветвях рассчитываемой схемы необходимо определить напряжение между точками A', B' и C'.

Согласно второму закону Кирхгофа:

$$U_{AB} := U_{AA'} + U_{A'B'} - U_{BB'}$$

отсюда:

$$U_{A'B'} := U_{AB} - U_{AA'} + U_{BB'} \quad U_{A'B'} = 67.53 + 116.565i \quad F(U_{A'B'}) = (134.713 \quad 59.915)$$

$$U_{B'C'} := U_{BC} - U_{BB'} + U_{CC'} \quad U_{B'C'} = 185.753 - 136.563i \quad F(U_{B'C'}) = (230.551 \quad -36.323)$$

$$U_{C'A'} := U_{CA} - U_{CC'} + U_{AA'} \quad U_{C'A'} = -253.282 + 19.998i \quad F(U_{C'A'}) = (254.071 \quad 175.486)$$

$$I''_{A'B'} := \frac{U_{A'B'}}{X_L \cdot i} \quad I''_{A'B'} = 4.663 - 2.701i \quad F(I''_{A'B'}) = (5.389 \quad -30.085)$$

$$I''_{B'C'} := \frac{U_{B'C'}}{X_L \cdot i} \quad I''_{B'C'} = -5.463 - 7.43i \quad F(I''_{B'C'}) = (9.222 \quad -126.323)$$

$$\begin{aligned}
I_{A'B'} &:= \frac{U_{A'B'}}{R} & I_{A'B'} &= 0.866 + 1.494i & F(I_{A'B'}) &= (1.727 \quad 59.915) \\
I_{B'C'} &:= \frac{U_{B'C'}}{R} & I_{B'C'} &= 2.381 - 1.751i & F(I_{B'C'}) &= (2.956 \quad -36.323) \\
I_{C'A'} &:= \frac{U_{C'A'}}{R} & I_{C'A'} &= -3.247 + 0.256i & F(I_{C'A'}) &= (3.257 \quad 175.486) \\
I_A &:= I_A - I_{A'B'} & I_A &= 4.113 + 1.238i & F(I_A) &= (4.295 \quad 16.752)
\end{aligned}$$

Согласно выполненным расчетам, показания включенных в цепь амперметров равны:

$$A_1 = 9.222 \quad A_2 = 4.295 \quad A_a = 8.897 \quad A_b = 11.735 \quad A_c = 9.439$$

Расчет показаний ваттметров выполняется так же, как и в случае симметричной системы:

Показание ваттметра  $W_a$ :

$$\begin{aligned}
E_{AC} &:= E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} & E_{AC} &= 450 - 259.808i \\
W_a &:= \operatorname{Re}(E_{AC} \cdot \overline{I_A}) & W_a &= 4.329 \times 10^3
\end{aligned}$$

Показание ваттметра  $W_b$ :

$$\begin{aligned}
E_{BC} &:= E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} & E_{AC} &= 450 - 259.808i \\
W_b &:= \operatorname{Re}(E_{BC} \cdot \overline{I_B}) & W_b &= 4.143 \times 10^3
\end{aligned}$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 8.473 \times 10^3$$

### Баланс активной и реактивной мощностей

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C} \quad S_r = 8.473 \times 10^3 + 2.852i \times 10^3$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$\begin{aligned}
P_{pr} &:= \left[ (|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R_L + \left[ (|I_{A'B'}|)^2 + (|I_{B'C'}|)^2 + (|I_{C'A'}|)^2 \right] \cdot R & P_{pr} &= 8.473 \times 10^3 \\
Q_{pr} &:= \left[ (|I_{A'B'}|)^2 + (|I_{B'C'}|)^2 \right] \cdot X_L \cdot i & Q_{pr} &= 2.852i \times 10^3
\end{aligned}$$



## Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.

