

**Министерство образования и науки Украины
Национальный технический университет Украины
“Киевский Политехнический Институт”
Кафедра ТОЭ**

Расчетно-графическая работа

“Расчёт цепей постоянного тока”

Вариант № 115

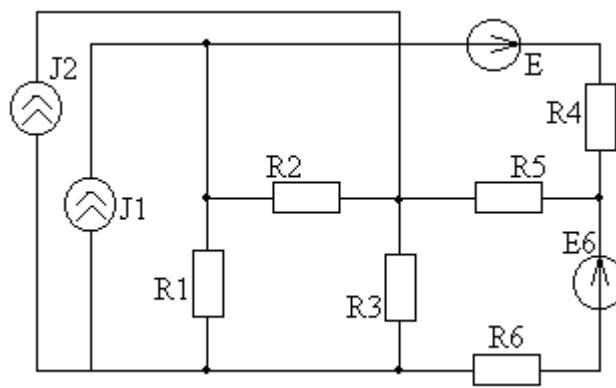
Выполнил: _____

Проверил: _____

Задание:

1. Найти токи в ветках данной электрической цепи методом узловых потенциалов и контурных токов. Проверить расчёт цепи при помощи законов Кирхгофа для каждого узла и независимого контура. Сложить и проверить уравнение баланса мощностей.
2. Построить потенциальную диаграмму для контура данной цепи.
3. Найти токи в ветках методом наложения. Проверить расчеты цепи за законами Кирхгофа.
4. Найти токи в ветвях данной цепи методом эквивалентного генератора.

$$\begin{array}{llllll} R_1 := 10 & R_2 := 20 & R_3 := 25 & R_4 := 40 & R_5 := 50 & R_6 := 100 \\ E := 100 & E_6 := 200 & J_1 := 10 & J_2 := 15 & & \end{array}$$



Метод контурных токов

За вторым законом Кирхгофа составляем систему уравнений. Решая полученную систему уравнений, находим контурные токи.

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_3) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_3 - J_1 \cdot R_1 + J_2 \cdot R_3 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_5) - I_{K3} \cdot R_5 = E$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_5 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_5 + R_6) - J_2 \cdot R_3 = -E_6$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -4.744$$

$$I_{K2} = 0.222$$

$$I_{K3} = 0.386$$

Токи ветвей схемы равны:

$$I_1 := J_1 - I_{K1} \quad I_1 = 14.744$$

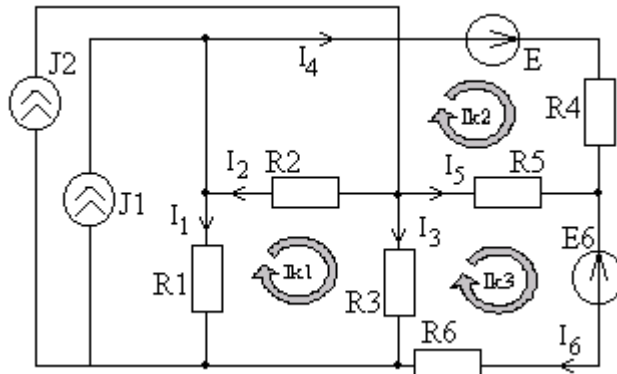
$$I_2 := I_{K2} - I_{K1} \quad I_2 = 4.966$$

$$I_3 := I_{K1} - I_{K3} + J_2 \quad I_3 = 9.87$$

$$I_4 := I_{K2} \quad I_4 = 0.222$$

$$I_5 := I_{K3} - I_{K2} \quad I_5 = 0.164$$

$$I_6 := I_{K3} \quad I_6 = 0.386$$



Метод узловых потенциалов

Примем потенциал точки 1 равным 0: $\phi_1 := 0$

Найдем узловые и межузловые проводимости и узловые токи:

$$G_{22} := \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} \quad G_{22} = 0.11$$

$$G_{44} := \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} \quad G_{44} = 0.175$$

$$G_{33} := \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} \quad G_{33} = 0.055$$

$$G_{21} := \frac{1}{R_3} \quad G_{21} = 0.04$$

$$G_{23} := \frac{1}{R_5} \quad G_{23} = 0.02$$

$$G_{24} := \frac{1}{R_2} \quad G_{24} = 0.05$$

$$G_{31} := \frac{1}{R_6} \quad G_{31} = 0.01$$

$$G_{32} := G_{23} \quad G_{32} = 0.02$$

$$G_{34} := \frac{1}{R_4} \quad G_{34} = 0.025$$

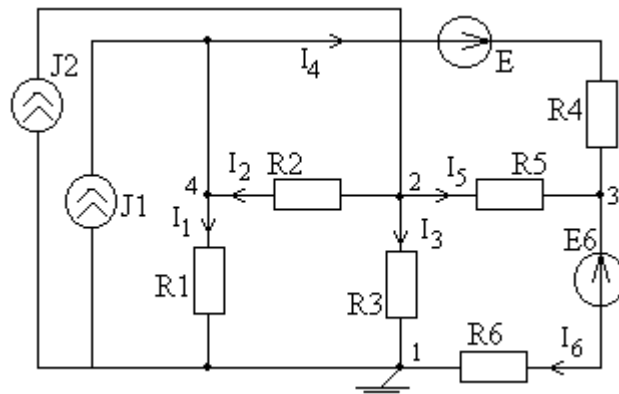
$$G_{42} := G_{24}$$

$$G_{42} = 0.05$$

$$G_{41} := \frac{1}{R_1} \quad G_{41} = 0.1$$

$$G_{43} := G_{34}$$

$$G_{43} = 0.025$$



$$J_{B2} := J_2 \quad J_{B2} = 15 \quad J_{B3} := \frac{E_6}{R_6} + \frac{E}{R_4} \quad J_{B3} = 4.5$$

$$J_{B4} := J_1 - \frac{E}{R_4} \quad J_{B4} = 7.5$$

Подставив найденные значения проводимостей и узловых токов в расчетную систему уравнений и найдем искомые потенциалы узлов:

$$\phi_2 := 1 \quad \phi_3 := 1 \quad \phi_4 := 1$$

Given

$$\begin{aligned} -G_{21} \cdot \phi_1 + G_{22} \cdot \phi_2 - G_{23} \cdot \phi_3 - G_{24} \cdot \phi_4 &= J_{B2} \\ -G_{31} \cdot \phi_1 - G_{32} \cdot \phi_2 + G_{33} \cdot \phi_3 - G_{34} \cdot \phi_4 &= J_{B3} \\ -G_{41} \cdot \phi_1 - G_{42} \cdot \phi_2 - G_{43} \cdot \phi_3 + G_{44} \cdot \phi_4 &= J_{B4} \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{pmatrix} := \text{Find}(\phi_2, \phi_3, \phi_4) \quad \phi_1 = 0 \quad \phi_2 = 246.758 \quad \phi_3 = 238.567 \quad \phi_4 = 147.44$$

Токи ветвей схемы находим за законом Ома:

$$\begin{aligned} I_1 &:= \frac{\phi_4 - \phi_1}{R_1} & I_1 &= 14.744 \\ I_2 &:= \frac{\phi_2 - \phi_4}{R_2} & I_2 &= 4.966 \\ I_3 &:= \frac{\phi_1 + \phi_2}{R_3} & I_3 &= 9.87 \\ I_4 &:= \frac{\phi_4 - \phi_3 + E}{R_4} & I_4 &= 0.222 \\ I_5 &:= \frac{\phi_2 - \phi_3}{R_5} & I_5 &= 0.164 \\ I_6 &:= I_5 + I_4 & I_6 &= 0.386 \end{aligned}$$

Проверка:

За 1-м законом Кирхгофа:

$$\begin{aligned} I_6 - I_5 - I_4 &= 0 & I_1 - I_2 + I_4 - J_1 &= 6.928 \times 10^{-14} \\ I_3 + I_2 + I_5 - J_2 &= 1.403 \times 10^{-13} & I_1 + I_3 + I_6 - J_1 - J_2 &= 2.096 \times 10^{-13} \end{aligned}$$

За 2-м законом Кирхгофа:

$$\begin{aligned} E - E_6 &= -100 & I_4 \cdot R_4 - I_1 \cdot R_1 + I_6 \cdot R_6 &= -100 \\ I_4 \cdot R_4 - I_5 \cdot R_5 + I_2 \cdot R_2 &= 100 & E &= 100 \\ I_2 \cdot R_2 - I_3 \cdot R_3 + I_1 \cdot R_1 &= 0 \\ -I_5 \cdot R_5 + I_3 \cdot R_3 - I_6 \cdot R_6 &= 200 & E_6 &= 200 \end{aligned}$$

Баланс мощностей:

$$\begin{aligned} E \cdot I_4 - E_6 \cdot I_6 + J_1 \cdot (I_1 \cdot R_1) + J_2 \cdot (I_3 \cdot R_3) &= 5.121 \times 10^3 \\ I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6 &= 5.121 \times 10^3 \end{aligned}$$

Потенциальная диаграмма

$$\phi_1 = 0$$

$$\phi_3' := \phi_1 + I_6 \cdot R_6$$

$$\phi_3 = 238.567$$

$$\phi_3 := \phi_3' + E_6$$

$$\phi_3 = 238.567$$

$$\phi_5 := \phi_3 + I_4 \cdot R_4$$

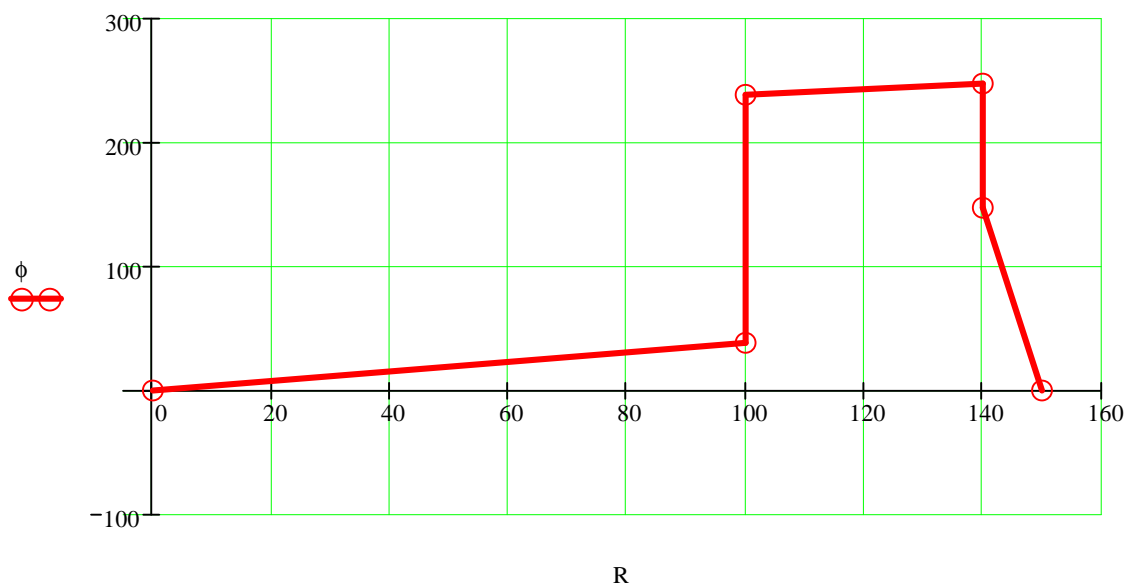
$$\phi_5 = 247.44$$

$$\phi_4 := \phi_5 - E$$

$$\phi_4 = 147.44$$

$$\phi_1 := \phi_4 - I_1 \cdot R_1$$

$$\phi_1 = -1.563 \times 10^{-12}$$



Метод наложения

В цепи действует только E:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_3) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_3 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_5) - I_{K3} \cdot R_5 = E$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_5 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_5 + R_6) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = 0.648$$

$$I_{K2} = 1.229$$

$$I_{K3} = 0.444$$

Токи ветвей схемы равны:

$$I_{1E} := I_{K1} \quad I_{1E} = 0.648$$

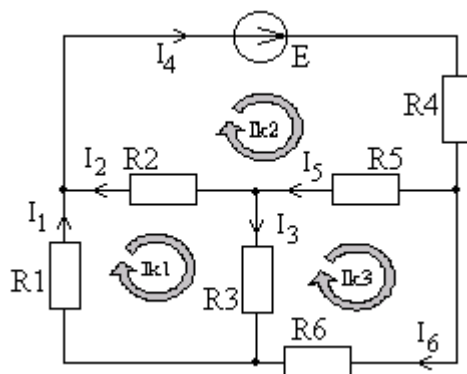
$$I_{2E} := I_{K2} - I_{K1} \quad I_{2E} = 0.58$$

$$I_{3E} := I_{K1} - I_{K3} \quad I_{3E} = 0.205$$

$$I_{4E} := I_{K2} \quad I_{4E} = 1.229$$

$$I_{5E} := I_{K2} - I_{K3} \quad I_{5E} = 0.785$$

$$I_{6E} := I_{K3} \quad I_{6E} = 0.444$$



В цепи действует только Е6:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_3) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_3 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_5) - I_{K3} \cdot R_5 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_5 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_5 + R_6) = -E_6$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -1.024$$

$$I_{K2} = -0.887$$

$$I_{K3} = -1.543$$

Токи ветвей схемы равны:

$$I_{1E6} := -I_{K1} \quad I_{1E6} = 1.024$$

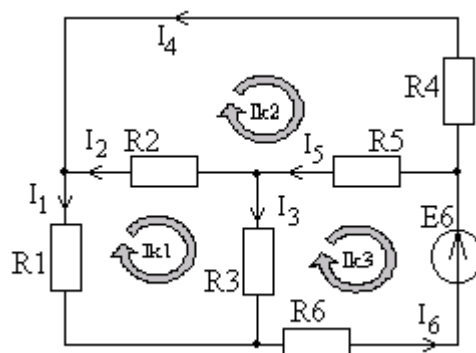
$$I_{2E6} := I_{K2} - I_{K1} \quad I_{2E6} = 0.137$$

$$I_{3E6} := I_{K1} - I_{K3} \quad I_{3E6} = 0.519$$

$$I_{4E6} := -I_{K2} \quad I_{4E6} = 0.887$$

$$I_{5E6} := I_{K2} - I_{K3} \quad I_{5E6} = 0.655$$

$$I_{6E6} := -I_{K3} \quad I_{6E6} = 1.543$$



В цепи действует только J1:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_3) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_3 - J_1 \cdot R_1 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_5) - I_{K3} \cdot R_5 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_5 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_5 + R_6) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = 2.287$$

$$I_{K2} = 0.648$$

$$I_{K3} = 0.512$$

Токи ветвей схемы равны:

$$I_{1J1} := J_1 - I_{K1} \quad I_{1J1} = 7.713$$

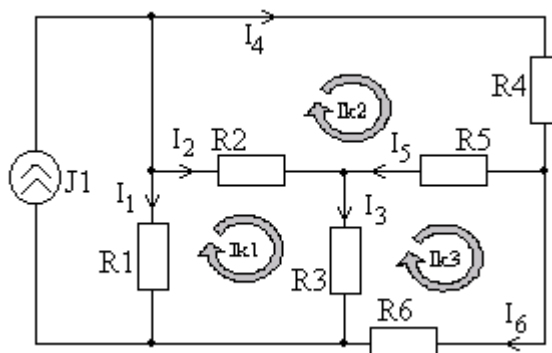
$$I_{2J1} := I_{K1} - I_{K2} \quad I_{2J1} = 1.638$$

$$I_{3J1} := I_{K1} - I_{K3} \quad I_{3J1} = 1.775$$

$$I_{4J1} := I_{K2} \quad I_{4J1} = 0.648$$

$$I_{5J1} := I_{K2} - I_{K3} \quad I_{5J1} = 0.137$$

$$I_{6J1} := I_{K3} \quad I_{6J1} = 0.512$$



В цепи действует только J2:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_3) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_3 + J_2 \cdot R_3 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_5) - I_{K3} \cdot R_5 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_5 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_5 + R_6) - J_2 \cdot R_3 = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -6.655$$

$$I_{K2} = -0.768$$

$$I_{K3} = 0.973$$

Токи ветвей схемы равны:

$$I_{1J2} := -I_{K1} \quad I_{1J2} = 6.655$$

$$I_{2J2} := I_{K2} - I_{K1} \quad I_{2J2} = 5.887$$

$$I_{3J2} := I_{K1} - I_{K3} + J_2 \quad I_{3J2} = 7.372$$

$$I_{4J2} := -I_{K2} \quad I_{4J2} = 0.768$$

$$I_{5J2} := I_{K3} - I_{K2} \quad I_{5J2} = 1.741$$

$$I_{6J2} := I_{K3} \quad I_{6J2} = 0.973$$

В основной цепи действуют токи:

$$I_1 := -I_{1E} + I_{1E6} + I_{1J1} + I_{1J2} \quad I_1 = 14.744$$

$$I_2 := I_{2E} + I_{2E6} - I_{2J1} + I_{2J2} \quad I_2 = 4.966$$

$$I_3 := I_{3E} + I_{3E6} + I_{3J1} + I_{3J2} \quad I_3 = 9.87$$

$$I_4 := I_{4E} - I_{4E6} + I_{4J1} - I_{4J2} \quad I_4 = 0.222$$

$$I_5 := -I_{5E} - I_{5E6} - I_{5J1} + I_{5J2} \quad I_5 = 0.164$$

$$I_6 := I_{6E} - I_{6E6} + I_{6J1} + I_{6J2} \quad I_6 = 0.386$$

Проверка:

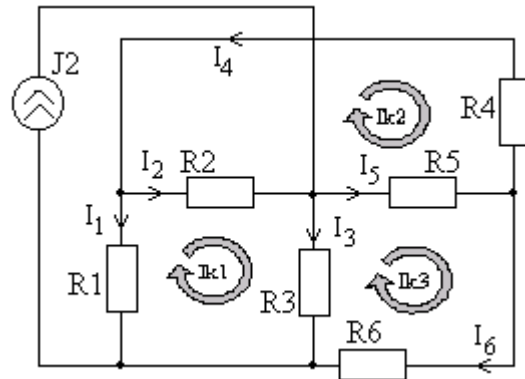
За 1-м законом Кирхгофа:

$$I_6 - I_5 - I_4 = 0$$

$$I_1 - I_2 + I_4 - J_1 = 0$$

$$I_3 + I_2 + I_5 - J_2 = 1.776 \times 10^{-15}$$

$$I_1 + I_3 + I_6 - J_1 - J_2 = 0$$



Метод эквивалентного генератора

Вырезавши из выходной схемы ветку с сопротивлением R_4 и источником питания E , получаем схему. В выходной схеме ток I_4 направленный от узла 4 к узлу 3, такое же направление выберем и для напряжения холостого хода U_{1x} .

Для нахождения напряжения U_{1x} сначала надо найти ток в ветви с сопротивлением R_2, R_5 . Для этого воспользуемся методом контурных токов:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_3) - I_{K2} \cdot R_3 - J_1 \cdot R_1 + J_2 \cdot R_3 = -I_{K1} \cdot R_3 + I_{K2} \cdot (R_3 + R_5 + R_6) - J_2 \cdot R_3 = -E_6$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2})$$

$$I_{K1} = -4.861 \quad I_{K2} = 0.306$$

Искомое напряжение холостого хода равно:

$$U_{1X} := -I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_5 \quad U_{1X} = 81.944$$

Эквивалентное сопротивление цепи равно:

$$R_E := \frac{\left(R_1 + \frac{R_3 \cdot R_6}{R_3 + R_5 + R_6} \right) \cdot \left(R_2 + \frac{R_3 \cdot R_5}{R_3 + R_5 + R_6} \right)}{\left(R_1 + \frac{R_3 \cdot R_6}{R_3 + R_5 + R_6} \right) + \left(R_2 + \frac{R_3 \cdot R_5}{R_3 + R_5 + R_6} \right)} + \frac{R_5 \cdot R_6}{R_3 + R_5 + R_6} \quad R_E = 41.389$$

Искомый ток, вырезанной ветки, равен:

$$I_1 := \frac{E - U_{1X}}{R_E + R_4} \quad I_1 = 0.222$$

