

***Министерство образования и науки Украины
Национальный технический университет Украины
“Киевский Политехнический Институт”
Кафедра ТОЭ***

***Расчетно-графическая работа
“Периодические несинусоидальные токи в линейных
электрических цепях”
Вариант № 305***

Выполнил: _____

Проверил: _____

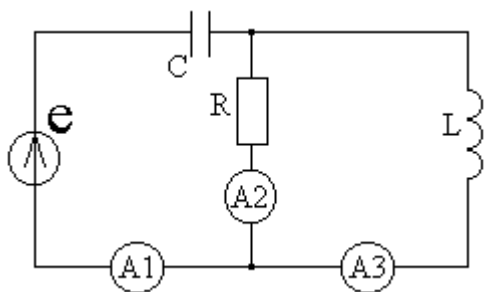
Задание

В электрической цепи, схема которой изображена на рисунке, действует источник периодической несинусоидальной ЭДС. График ЭДС задан кривой. Нелинейный отрезок кривой представляют собой участки синусоиды. Угловая частота изменения ЭДС $\omega = 1000$ рад/с.

Требуется:

1. Разложить заданную ЭДС в ряд Фурье (ограничиться 1-ой, 3-ей и 5-ой гармониками).
2. Построить в одной системе координат временные графики составляющих и суммарную кривую ЭДС, последнюю сравнить с заданной.
3. Рассчитать мгновенные значения токов всех ветвей заданной схемы.
4. Определить показания амперметров электромагнитной системы, включенных в цепь.
5. Вычислить мощность P , Q , S , T и коэффициент мощности источника. Составить баланс активных мощностей цепи.
6. Считая заданную схему одной из фаз симметричной трехфазной цепи при соединении генератора и нагрузки звездой с нулевым проводом, необходимо:
 - а) Записать выражения мгновенных значений ЭДС во всех фазах трехфазного источника (принять заданную ЭДС в качестве ЭДС фазы А),
 - б) Определить действующие значения линейного напряжения источника и тока в нейтральном проводе,
 - в) Вычислить действующие значения напряжения между нейтральными точками генератора и приемника и токов в линейных проводах при обрыве нейтрального провода.

$$E_m := 10(\text{В}) \quad R := 30 \text{ Ом} \quad L := 8 \text{ мГн} \quad C := 10 \text{ мкФ} \quad \omega := 1000 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$



Общая схема цепи

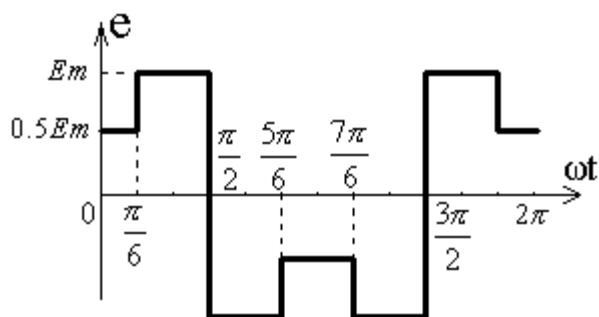


График ЭДС

Разложение заданной ЭДС в ряд Фурье.

Данная функция является симметричной относительно оси. Ряд Фурье такой функции не содержит синусоидных составляющих:

$$f(wt) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} C_{mk} \cos kwt \quad x = \omega t$$

$$A_0 := \frac{1}{2\pi} \cdot \left[\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{E_m}{2} dx + \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} E_m dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{6}} (-E_m) dx + \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \left(-\frac{E_m}{2} \right) dx + \int_{\frac{7\pi}{6}}^{\frac{3\pi}{2}} (-E_m) dx + \int_{\frac{3\pi}{2}}^{\frac{11\pi}{6}} E_m dx + \int_{\frac{11\pi}{6}}^{2\pi} \frac{E_m}{2} dx \right]$$

$$A_0 = -3.393 \times 10^{-15}$$

Нахождение коэффициента для 1-ой гармоники

$$C_{m1} := \frac{4}{\pi} \cdot \left[\int_0^{\frac{\pi}{6}} \left(\frac{E_m}{2} \right) \cdot \cos(x) d(x) \right] + \frac{4}{\pi} \cdot \left[\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} (E_m) \cdot \cos(x) d(x) \right] \quad C_{m1} = 95.493$$

Нахождение коэффициентов для 3-ой гармоники

$$C_{m3} := \frac{4}{\pi} \cdot \left[\int_0^{\frac{\pi}{6}} \left(\frac{E_m}{2} \right) \cdot \cos(3x) d(x) \right] + \frac{4}{\pi} \cdot \left[\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} (E_m) \cdot \cos(3x) d(x) \right] \quad C_{m3} = -63.662$$

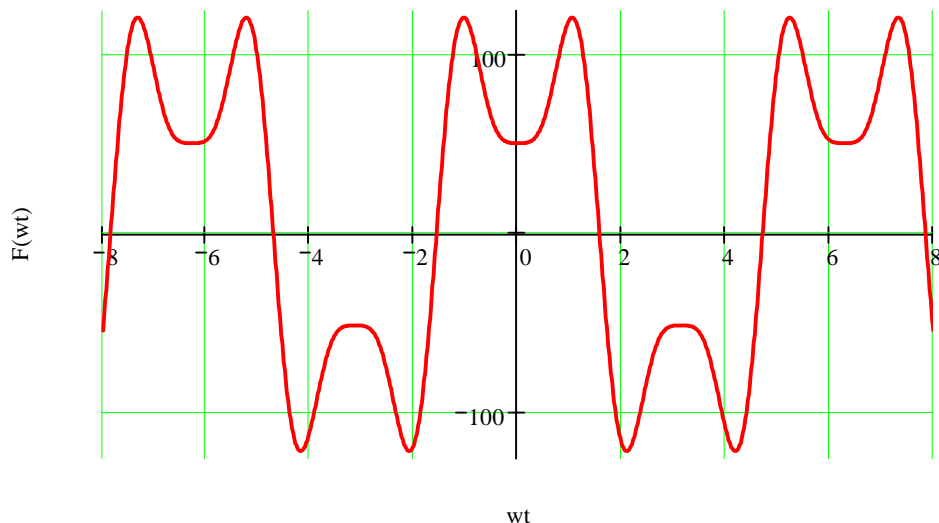
Нахождение коэффициентов для 5-ой гармоники

$$C_{m5} := \frac{4}{\pi} \cdot \left[\int_0^{\frac{\pi}{6}} \left(\frac{E_m}{2} \right) \cdot \cos(5x) d(x) \right] + \frac{4}{\pi} \cdot \left[\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} (E_m) \cdot \cos(5x) d(x) \right] \quad C_{m5} = 19.099$$

Искомое разложение функции можно представить в виде:

$$F(x) := A_0 + C_{m1} \cdot \cos(x) + C_{m3} \cdot \cos(3x) + C_{m5} \cdot \cos(5x)$$

Графики составляющих и суммарной ЭДС



Временной график суммарной кривой

Нахождение мгновенных значений токов всех ветвей заданной схемы.

Выполнив разложение периодической несинусоидальной ЭДС в ряд Фурье, заменяем её приближенно суммой нескольких синусоидальных составляющих.

Обозначим реактивные сопротивления цепи для К-ой гармоники:

$$X_C := \frac{1}{\omega \cdot C \cdot k \cdot 10^{-6}} \quad X_L := \omega \cdot L \cdot k \cdot 10^{-3}$$

Расчет токов, обусловленных каждой из составляющих ЭДС, выполним в комплексной форме. Комплексное сопротивление цепи для К-ой гармоники равно:

$$Z_k = -i \cdot X_C \cdot k + \frac{R \cdot (i \cdot X_L \cdot k)}{R + (i \cdot X_L \cdot k)}$$

Для основной гармоники ЭДС (K=1):

$$E_1 := \frac{Cm_1}{\sqrt{2}} \cdot e^{-i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_1 = 58.477 - 33.762i \quad F(E_1) = (67.524 \quad -30)$$

Комплексное сопротивление цепи для 1-ой гармоники равно:

$$Z_1 := -i \cdot X_C + \frac{R \cdot (i \cdot X_L)}{R + (i \cdot X_L)} \quad Z_1 = 1.992 - 92.531i$$

За законом Ома находим ток I₁:

$$I_{1_1} := \frac{E_1}{Z_1} \quad I_{1_1} = 0.378 + 0.624i \quad F(I_{1_1}) = (0.73 \quad 58.767)$$

Остальные токи находим за формулами чужого сопротивления:

$$I_{2_1} := I_{1_1} \cdot \frac{i \cdot X_L}{R + (i \cdot X_L)} \quad I_{2_1} = -0.13 + 0.136i \quad F(I_{2_1}) = (0.188 \quad 133.836)$$

$$I_{3_1} := I_{1_1} \cdot \frac{R}{R + (i \cdot X_L)} \quad I_{3_1} = 0.508 + 0.488i \quad F(I_{3_1}) = (0.705 \quad 43.836)$$

Для третьей гармоники ЭДС(K=3):

$$E_3 := \frac{Cm_3}{\sqrt{2}} \cdot e^{-i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_3 = -38.985 + 22.508i \quad F(E_3) = (45.016 \quad 150)$$

Комплексное сопротивление цепи для 3-ой гармоники равно:

$$Z_3 := -i \cdot X_C + \frac{R \cdot (i \cdot X_L)}{R + (i \cdot X_L)} \quad Z_3 = 11.707 - 18.699i$$

За законом Ома находим ток I₁:

$$I_{1_3} := \frac{E_3}{Z_3} \quad I_{1_3} = -1.802 - 0.956i \quad F(I_{1_3}) = (2.04 \quad -152.05)$$

Остальные токи находим за формулами чужого сопротивления:

$$I_{2_3} := I_{1_3} \cdot \frac{i \cdot X_L}{R + (i \cdot X_L)} \quad I_{2_3} = -0.237 - 1.252i \quad F(I_{2_3}) = (1.275 \quad -100.71)$$

$$I_{3_3} := I_{1_3} \cdot \frac{R}{R + (i \cdot X_L)} \quad I_{3_3} = -1.566 + 0.296i \quad F(I_{3_3}) = (1.593 \quad 169.29)$$

Для пятой гармоники ЭДС(K=5):

$$E_5 := \frac{C_{m5}}{\sqrt{2}} \cdot e^{-i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_5 = 11.695 - 6.752i \quad F(E_5) = (13.505 \quad -30)$$

Комплексное сопротивление цепи для 3-ой гармоники равно:

$$Z_5 := -i \cdot X_C + \frac{R \cdot (i \cdot X_L)}{R + (i \cdot X_L)} \quad Z_5 = 19.2 - 5.6i$$

За законом Ома находим ток I1:

$$I_{15} := \frac{E_5}{Z_5} \quad I_{15} = 0.656 - 0.16i \quad F(I_{15}) = (0.675 \quad -13.74)$$

Остальные токи находим за формулами чужого сопротивления:

$$I_{25} := I_{15} \cdot \frac{i \cdot X_L}{R + (i \cdot X_L)} \quad I_{25} = 0.497 + 0.212i \quad F(I_{25}) = (0.54 \quad 23.13)$$

$$I_{35} := I_{15} \cdot \frac{R}{R + (i \cdot X_L)} \quad I_{35} = 0.159 - 0.373i \quad F(I_{35}) = (0.405 \quad -66.87)$$

Мгновенные значения токов ветвей:

$$i_1 = 0.73 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 58.767) + 2.04 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(3 \cdot \omega t - 152.05) + 0.675 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(5 \cdot \omega t - 13.74)$$

$$i_2 = 0.188 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 133.836) + 1.275 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(3 \cdot \omega t - 100.71) + 0.54 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(5 \cdot \omega t + 23.13)$$

$$i_3 = 0.705 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 43.836) + 1.593 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(3 \cdot \omega t + 169.29) + 0.405 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(5 \cdot \omega t - 66.87)$$

Определение показаний амперметров электромагнитной системы, включенных в цепь.

$$\Gamma_1 := \sqrt{(|I_{11}|)^2 + (|I_{13}|)^2 + (|I_{15}|)^2} \quad \Gamma_1 = 2.27$$

$$\Gamma_2 := \sqrt{(|I_{21}|)^2 + (|I_{23}|)^2 + (|I_{25}|)^2} \quad \Gamma_2 = 1.397$$

$$\Gamma_3 := \sqrt{(|I_{31}|)^2 + (|I_{33}|)^2 + (|I_{35}|)^2} \quad \Gamma_3 = 1.789$$

Вычисление мощности P, Q, S, T и коэффициента мощности источника. Баланс активных мощностей цепи.

Активная мощность источника (на входе цепи):

$$P := |E_1| \cdot |I_{1_1}| \cdot \cos\left[-\left(\arg(I_{1_1}) - \arg(E_1)\right)\right] + |E_3| \cdot |I_{1_3}| \cdot \cos\left[-\left(\arg(I_{1_3}) - \arg(E_3)\right)\right]$$

$$P := P + |E_5| \cdot |I_{1_5}| \cdot \cos\left[-\left(\arg(I_{1_5}) - \arg(E_5)\right)\right] \quad P = 58.557$$

Реактивная мощность источника:

$$Q := |E_1| \cdot |I_{1_1}| \cdot \sin\left[-\left(\arg(I_{1_1}) - \arg(E_1)\right)\right] + |E_3| \cdot |I_{1_3}| \cdot \sin\left[-\left(\arg(I_{1_3}) - \arg(E_3)\right)\right]$$

$$Q := Q + |E_5| \cdot |I_{1_5}| \cdot \sin\left[-\left(\arg(I_{1_5}) - \arg(E_5)\right)\right] \quad Q = -129.658$$

Полная мощность источника:

$$E := \sqrt{\left(|E_1|\right)^2 + \left(|E_3|\right)^2 + \left(|E_5|\right)^2} \quad S := E \cdot I_1 \quad S = 186.729$$

Мощность искажения на входе цепи:

$$T := \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} \quad T = 120.944$$

Мощность, поступающая в активные сопротивления цепи:

$$P_a := \left(I_2^2\right) \cdot R \quad P_a = 58.557$$

Считем заданную схему одной из фаз симметричной трехфазной цепи при соединении генератора и нагрузки звездой с нулевым проводом.

Выражения мгновенных значений ЭДС во всех фазах трехфазного источника (принимая заданную ЭДС в качестве ЭДС фазы А).

В симметричных трёхфазных электрических цепях кривые напряжения (тока) во второй и третьей фазах аналогичны кривой напряжения (тока) первой фазы со сдвигом на треть периода:

$$U_A := f(t) \quad U_B := f\left(t - \frac{T}{3}\right) \quad U_C := f\left(t + \frac{T}{3}\right)$$

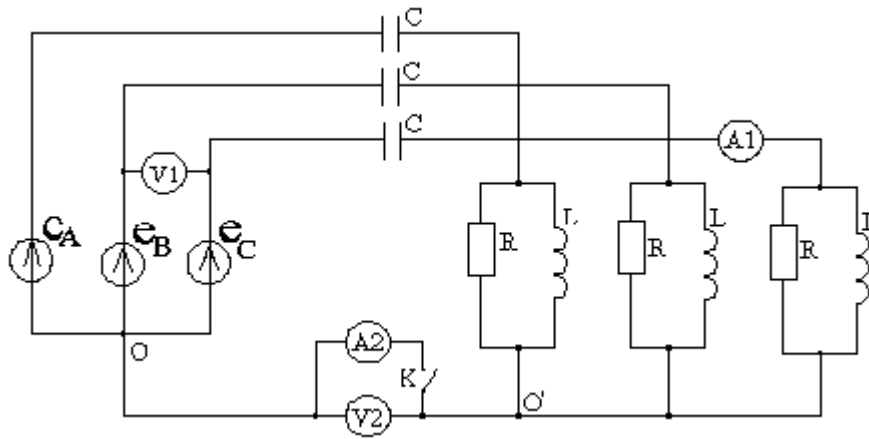


Схема трехфазной цепи

$$e_A = 95.493 \cdot \sin(\omega t - 30) - 63.662 \cdot \sin(3\omega t - 30) - 19.099 \cdot \sin(5\omega t - 30)$$

$$e_B = 95.493 \cdot \sin(\omega t - 150) - 63.662 \cdot \sin(3\omega t - 30) - 19.099 \cdot \sin(5\omega t - 289.345)$$

$$e_C = 95.493 \cdot \sin(\omega t + 90) - 63.662 \cdot \sin(3\omega t - 30) - 19.099 \cdot \sin(5\omega t - 268.401)$$

Определение действующего значения линейного напряжения источника и тока в нейтральном проводе.

Действующее значение линейного напряжения источника (показание вольтметра V1):

$$U_L := \sqrt{3} \cdot \sqrt{(|E_1|)^2 + (|E_5|)^2} \quad U_L = 119.271$$

Действующее значение тока в линейном проводе (показания амперметра A2 при замкнутом ключе K):

$$I_N := 3 \cdot \sqrt{(|I_{13}|)^2} \quad I_N = 6.121$$

Определение действующего значения напряжения между нейтральными точками генератора и приемника и токов в линейных проводах при обрыве нейтрального провода.

Действующее значение напряжения между нейтральными точками генератора O и приемника O' при размыкании ключа K (показания вольтметра V2):

$$U_N := |E_3| \quad U_N = 45.016$$

Действующее значение токов в линейных проводах при обрыве нейтрального провода (показание амперметра A1):

$$I_1 := \sqrt{(|I_{11}|)^2 + (|I_{15}|)^2} \quad I_1 = 0.994$$