

Министерство образования и науки Украины
Национальный технический университет Украины
“Киевский Политехнический Институт”
Кафедра ТОЭ

Расчетно-графическая работа
“Трёхфазные цепи”
Вариант № 670

Выполнил:_____

Проверил:_____

Киев 2007

Условие задания

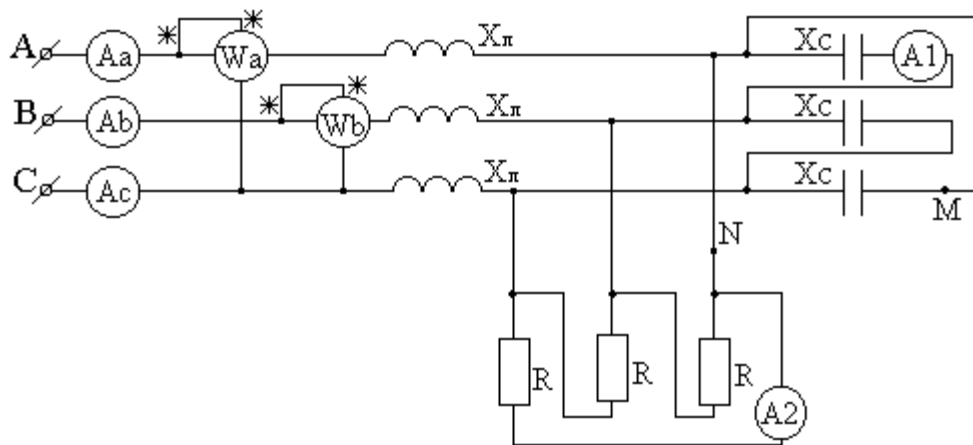
Симметричный трёхфазный генератор с обмотками, соединёнными в звезду, питает через трехпроводную линию электропередачи нагрузку с элементами, соединёнными звездой и треугольником.

Требуется:

1. Определить показания включенных в цепь измерительных приборов, полагая нагрузки симметричной.
2. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
3. По результатам расчета п.1 построить для симметричной нагрузки совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.
4. Провести расчет токов во всех ветвях напряжений на всех участках цепи, определить показания измерительных приборов в аварийном режиме, делая обрыв в указанной точке.
5. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
6. По результатам расчета п.4 построить совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.

$$U_A := 240 \quad U_B := U_A \quad U_C := U_B \quad \psi_A := 0 \quad X_L := 4.2 \quad R := 78 \quad X_C := 69$$

Обрыв проводится в точке М.



Общая схема трёхфазной цепи

Определение показаний измерительных приборов при симметричной нагрузке.

Так как нагрузка симметрическая, то будем проводить расчет только по одной фазе. Токи в остальных фазах будут такими же, только будут отличаться углы.

За опорную примем фазу А. Фазные напряжения генератора и сопротивления элементов нагрузки в комплексной форме равны:

$$E_A := U_A \cdot e^{i \cdot \psi_A \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_B := U_B \cdot e^{i(\psi_A - 120) \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_C := U_C \cdot e^{i(\psi_A + 120) \cdot \frac{\pi}{180}}$$

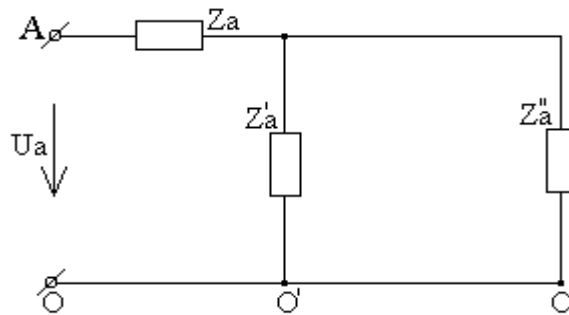
$$F(E_A) = (240 \ 0) \quad F(E_B) = (240 \ -120) \quad F(E_C) = (240 \ 120)$$

$$R' := \frac{R \cdot R}{R + R + R} \quad R' = 26 \quad X'_C := \frac{X_C \cdot X_C}{X_C + X_C + X_C} \quad X'_C = 23$$

$$Z_a := X_L \cdot i \quad Z_b := Z_a \quad Z_c := Z_b \quad Z_a = 4.2i$$

$$Z'_a := R' \quad Z'_b := Z'_a \quad Z'_c := Z'_b \quad Z'_a = 26$$

$$Z''_a := -X'_C \cdot i \quad Z''_b := Z''_a \quad Z''_c := Z''_b \quad Z''_a = -23i$$



Преобразованная схема (фаза А)

Эквивалентное сопротивление данной схемы равно:

$$Z_{ea} := Z_a + \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea} = 11.414 - 8.703i$$

Ток в фазе А, согласно закону Ома, равен:

$$I_A := \frac{E_A}{Z_{ea}} \quad I_A = 13.297 + 10.138i \quad F(I_A) = (16.721 \ 37.324)$$

$$I_B := I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_B = 2.132 - 16.584i \quad F(I_B) = (16.721 \ -82.676)$$

$$I_C := I_A \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_C = -15.428 + 6.446i \quad F(I_C) = (16.721 \ 157.324)$$

Фазное напряжение на параллельных участках равно:

$$Z_{ea'} := \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea'} = 11.414 - 12.903i$$

$$U_{A'O} := I_A \cdot Z_{ea'} \quad U_{A'O} = 282.58 - 55.845i$$

Линейное напряжение равно:

$$U_{A'B'} := U_{A'O} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad U_{A'B'} = 472.234 + 160.954i \quad F(U_{A'B'}) = (498.91 \ 18.821)$$

Остальные токи равны:

$$I''_{A'B'} := \frac{U_{A'B'}}{-X_C \cdot i} \quad I''_{A'B'} = -2.333 + 6.844i \quad F(I''_{A'B'}) = (7.231 \ 108.821)$$

$$\begin{aligned}
\Gamma''_{B'C'} &:= \Gamma''_{A'B'} \cdot e^{-i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} & \Gamma''_{B'C'} &= 7.093 - 1.402i & F(\Gamma''_{B'C'}) &= (7.231 \quad -11.179) \\
\Gamma''_{C'A'} &:= \Gamma''_{A'B'} \cdot e^{i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} & \Gamma''_{C'A'} &= -4.761 - 5.442i & F(\Gamma''_{C'A'}) &= (7.231 \quad -131.179) \\
\Gamma_{A'B'} &:= \frac{U_{A'B'}}{R} & \Gamma_{A'B'} &= 6.054 + 2.064i & F(\Gamma_{A'B'}) &= (6.396 \quad 18.821) \\
\Gamma_{B'C'} &:= \Gamma_{A'B'} \cdot e^{-i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} & \Gamma_{B'C'} &= -1.24 - 6.275i & F(\Gamma_{B'C'}) &= (6.396 \quad -101.179) \\
\Gamma_{C'A'} &:= \Gamma_{A'B'} \cdot e^{i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} & \Gamma_{C'A'} &= -4.814 + 4.211i & F(\Gamma_{C'A'}) &= (6.396 \quad 138.821)
\end{aligned}$$

Остальные токи равны:

$$\begin{aligned}
\Gamma_A &:= \frac{U_{A'O}}{Z_a} & \Gamma_A &= 10.868 - 2.148i & F(\Gamma_A) &= (11.079 \quad -11.179) \\
\Gamma_B &:= \Gamma_A \cdot e^{-i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} & \Gamma_B &= -7.294 - 8.338i & F(\Gamma_B) &= (11.079 \quad -131.179) \\
\Gamma_C &:= \Gamma_A \cdot e^{i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} & \Gamma_C &= -3.574 + 10.486i & F(\Gamma_C) &= (11.079 \quad 108.821) \\
\Gamma''_A &:= \frac{U_{A'O}}{Z''_a} & \Gamma''_A &= 2.428 + 12.286i & F(\Gamma''_A) &= (12.524 \quad 78.821) \\
\Gamma''_B &:= \Gamma''_A \cdot e^{-i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} & \Gamma''_B &= 9.426 - 8.246i & F(\Gamma''_B) &= (12.524 \quad -41.179) \\
\Gamma''_C &:= \Gamma''_A \cdot e^{i \cdot 120 \frac{\pi}{180}} & \Gamma''_C &= -11.854 - 4.04i & F(\Gamma''_C) &= (12.524 \quad -161.179)
\end{aligned}$$

На основании выполненных расчетов, показания амперметров будут равны:

$$A_1 = 7.231 \quad A_2 = 6.396 \quad A_a = 16.721 \quad A_b = 16.721 \quad A_c = 16.721$$

Находим показания ваттметров. Ваттметры показывают вещественную часть произведения комплекса напряжения, приложенного к обмотке напряжения (его отсчитывают от начала обмотки к концу), на сопряженный комплекс тока, протекающего через обмотку тока:

Показание ваттметра Wa:

$$\begin{aligned}
E_{AC} &:= E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} & E_{AC} &= 360 - 207.846i \\
W_a &:= \operatorname{Re}(E_{AC} \cdot \overline{I_A}) & W_a &= 2.68 \times 10^3
\end{aligned}$$

Показание ваттметра Wb:

$$\begin{aligned}
E_{BC} &:= E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \frac{\pi}{180}} & E_{BC} &= 360 - 207.846i \\
W_b &:= \operatorname{Re}(E_{BC} \cdot \overline{I_B}) & W_b &= 6.894 \times 10^3
\end{aligned}$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 9.574 \times 10^3$$

Баланс активной и реактивной мощностей

Правильность расчетов проверим, составив баланс активных и реактивных мощностей. Мощность источника энергии определяют в виде суммы произведений комплексов фазных ЭДС (напряжений) на сопряженные комплексы токов соответствующих фаз. В симметричной трёхфазной системе мощность, отдаваемая в нагрузку источником, равна утроенной мощности одной фазы.

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C}$$

$$S_r = 9.574 \times 10^3 - 7.3i \times 10^3$$

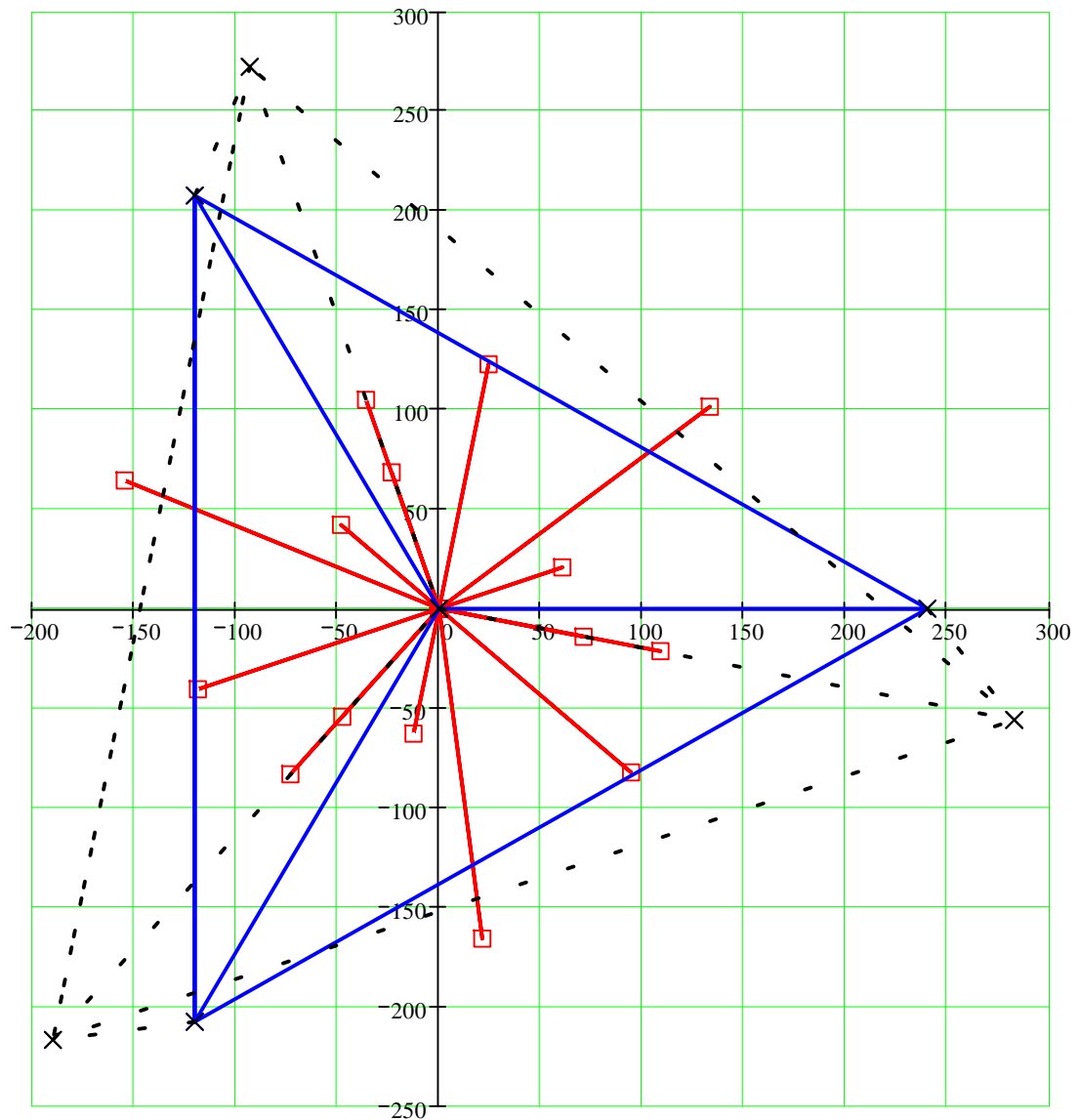
Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$P_{pr} := \left[(|I'_{A'B'}|)^2 + (|I'_{B'C'}|)^2 + (|I'_{C'A'}|)^2 \right] \cdot R \quad P_{pr} = 9.574 \times 10^3$$

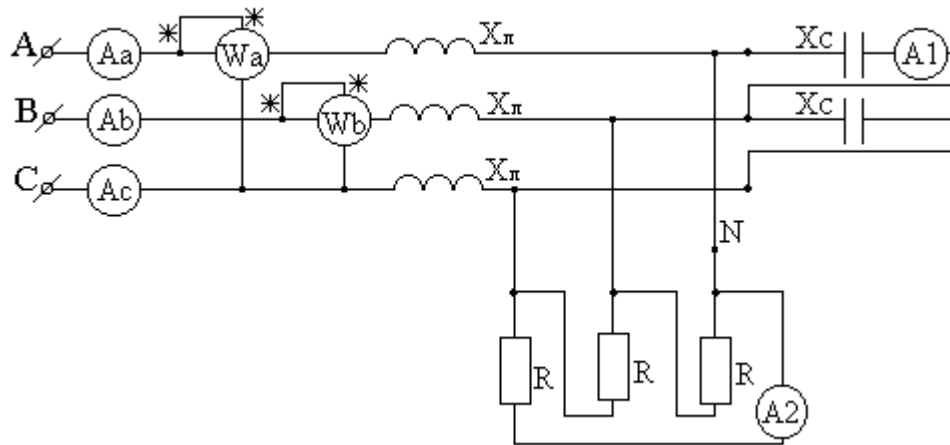
$$Q_{pr} := \left[(|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot X_L \cdot i + \left[(|I''_{A'B'}|)^2 + (|I''_{B'C'}|)^2 + (|I''_{C'A'}|)^2 \right] \cdot (-X_C \cdot i)$$

$$Q_{pr} = -7.3i \times 10^3$$

Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.



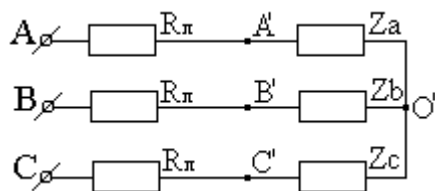
Определение показаний измерительных приборов в аварийном режиме.



Несимметричная трёхфазная система.

С целью упрощения схемы несимметричной трёхфазной системы нагрузки с элементами, соединенными звездой, следует заменить эквивалентным треугольником.

Параллельно включенные сопротивления нагрузки можно заменить эквивалентными, в результате чего образуется несимметричный треугольник. Заменяв его эквивалентной звездой, рассчитываемую цепь приводят к виду:



Несимметричная звезда.

Сопротивления несимметричного треугольника равны:

$$Z_{C'A'} := R \quad Z_{C'A'} = 78$$

$$Z_{A'B'} := \frac{R \cdot (-X_C \cdot i)}{R - X_C \cdot i}$$

$$Z_{B'C'} := Z_{A'B'}$$

$$Z_{B'C'} = 34.242 - 38.709i$$

Сопротивление эквивалентной звезды:

$$Z_a := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}}$$

$$Z_a = 22.767 - 8.579i$$

$$Z_b := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{B'C'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}}$$

$$Z_b = 5.737 - 15.065i$$

$$Z_c := \frac{Z_{B'C'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}}$$

$$Z_c = 22.767 - 8.579i$$

Полные комплексные сопротивления в каждой фазе цепи:

$$Z_{ea} := Z_a + Z_a$$

$$Z_{ea} = 22.767 - 4.379i$$

$$Z_{eb} := Z_b + Z_b$$

$$Z_{eb} = 5.737 - 10.865i$$

$$Z_{ec} := Z_c + Z_c$$

$$Z_{ec} = 22.767 - 4.379i$$

Фазные напряжения на нагрузке в цепи удобно определять, вычислив предварительно смещение нейтрали (О - потенциал узла генератора, который на схеме на показан):

$$Y_A := \frac{1}{Z_{ea}} \quad Y_B := \frac{1}{Z_{eb}} \quad Y_C := \frac{1}{Z_{ec}}$$

$$Y_A = 0.042 + 8.147i \times 10^{-3} \quad Y_B = 0.038 + 0.072i \quad Y_C = 0.042 + 8.147i \times 10^{-3}$$

$$U_{O''O} := \frac{E_A \cdot Y_A + E_B \cdot Y_B + E_C \cdot Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} \quad U_{O''O} = 47.955 - 89.534i$$

Фазные напряжения на элементах нагрузки цепи равны:

$$U_{AO''} := E_A - U_{O''O} \quad U_{AO''} = 192.045 + 89.534i \quad F(U_{AO''}) = (211.89 \quad 24.996)$$

$$U_{BO''} := E_B - U_{O''O} \quad U_{BO''} = -167.955 - 118.312i \quad F(U_{BO''}) = (205.443 \quad -144.838)$$

$$U_{CO''} := E_C - U_{O''O} \quad U_{CO''} = -167.955 + 297.38i \quad F(U_{CO''}) = (341.531 \quad 119.457)$$

Токи в фазах, равные фазным токам генератора и линейным токам исходной системы, определяют по закону Ома:

$$I_A := \frac{U_{AO''}}{Z_{ea}} \quad I_A = 7.405 + 5.357i \quad F(I_A) = (9.139 \quad 35.883)$$

$$I_B := \frac{U_{BO''}}{Z_{eb}} \quad I_B = 2.132 - 16.584i \quad F(I_B) = (16.721 \quad -82.676)$$

$$I_C := \frac{U_{CO''}}{Z_{ec}} \quad I_C = -9.536 + 11.227i \quad F(I_C) = (14.731 \quad 130.344)$$

$$U_{AB} := E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 - \frac{\pi}{180}} \quad U_{AB} = 360 + 207.846i \quad F(U_{AB}) = (415.692 \quad 30)$$

$$U_{AA'} := I_A \cdot Z_a \quad U_{AA'} = -22.498 + 31.1i \quad F(U_{AA'}) = (38.385 \quad 125.883)$$

$$U_{BC} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 - \frac{\pi}{180}} \quad U_{BC} = -415.692i \quad F(U_{BC}) = (415.692 \quad -90)$$

$$U_{BB'} := I_B \cdot Z_b \quad U_{BB'} = 69.654 + 8.953i \quad F(U_{BB'}) = (70.227 \quad 7.324)$$

$$U_{CA} := E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 - \frac{\pi}{180}} \quad U_{CA} = -360 + 207.846i \quad F(U_{CA}) = (415.692 \quad 150)$$

$$U_{CC'} := I_C \cdot Z_c \quad U_{CC'} = -47.155 - 40.053i \quad F(U_{CC'}) = (61.87 \quad -139.656)$$

Для определения токов во всех ветвях рассчитываемой схемы необходимо определить напряжение между точками А', В' и С'.

Согласно второму закону Кирхгофа:

$$U_{AB} := U_{AA'} + U_{A'B'} - U_{BB'}$$

отсюда:

$$U_{A'B'} := U_{AB} - U_{AA'} + U_{BB'} \quad U_{A'B'} = 452.152 + 185.699i \quad F(U_{A'B'}) = (488.8 \quad 22.328)$$

$$U_{B'C'} := U_{BC} - U_{BB'} + U_{CC'} \quad U_{B'C'} = -116.809 - 464.698i \quad F(U_{B'C'}) = (479.154 \quad -104.11)$$

$$U_{C'A'} := U_{CA} - U_{CC'} + U_{AA'} \quad U_{C'A'} = -335.343 + 278.999i \quad F(U_{C'A'}) = (436.229 \quad 140.24)$$

$$I''_{A'B'} := \frac{U_{A'B'}}{-X_C \cdot i} \quad I''_{A'B'} = -2.691 + 6.553i \quad F(I''_{A'B'}) = (7.084 \quad 112.328)$$

$$I''_{B'C'} := \frac{U_{B'C'}}{-X_C \cdot i} \quad I''_{B'C'} = 6.735 - 1.693i \quad F(I''_{B'C'}) = (6.944 \quad -14.11)$$

$$\begin{aligned} I_{A'B'} &:= \frac{U_{A'B'}}{R} & I_{A'B'} &= 5.797 + 2.381i & F(I_{A'B'}) &= (6.267 \quad 22.328) \\ I_{B'C'} &:= \frac{U_{B'C'}}{R} & I_{B'C'} &= -1.498 - 5.958i & F(I_{B'C'}) &= (6.143 \quad -104.11) \\ I_{C'A'} &:= \frac{U_{C'A'}}{R} & I_{C'A'} &= -4.299 + 3.577i & F(I_{C'A'}) &= (5.593 \quad 140.24) \end{aligned}$$

Согласно закону Ома токи равны:

$$\begin{aligned} I''_A &:= I''_{A'B'} & I''_A &= -2.691 + 6.553i & F(I''_A) &= (7.084 \quad 112.328) \\ I''_C &:= I''_{B'C'} & I''_C &= 6.735 - 1.693i & F(I''_C) &= (6.944 \quad -14.11) \\ I''_B &:= -I''_A + I''_C & I''_B &= 9.426 - 8.246i & F(I''_B) &= (12.524 \quad -41.179) \\ I'_A &:= I_A - I''_A & I'_A &= 10.096 - 1.196i & F(I'_A) &= (10.167 \quad -6.757) \\ I'_B &:= I_B - I''_B & I'_B &= -7.294 - 8.338i & F(I'_B) &= (11.079 \quad -131.179) \\ I'_C &:= I_C - I''_C & I'_C &= -16.271 + 12.92i & F(I'_C) &= (20.777 \quad 141.548) \end{aligned}$$

Согласно выполненным расчетам, показания включенных в цепь амперметров равны:

$$A_1 = 6.944 \quad A_2 = 5.593 \quad A_a = 9.139 \quad A_b = 16.721 \quad A_c = 14.731$$

Расчет показаний ваттметров выполняется так же, как и в случае симметричной системы:

Показание ваттметра W_a :

$$\begin{aligned} E_{AC} &:= E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i30 - \frac{\pi}{180}} & E_{AC} &= 360 - 207.846i \\ W_a &:= \operatorname{Re}(E_{AC} \cdot \overline{I'_A}) & W_a &= 1.552 \times 10^3 \end{aligned}$$

Показание ваттметра W_b :

$$\begin{aligned} E_{BC} &:= E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i30 - \frac{\pi}{180}} & E_{BC} &= 360 - 207.846i \\ W_b &:= \operatorname{Re}(E_{BC} \cdot \overline{I'_B}) & W_b &= 6.894 \times 10^3 \end{aligned}$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 8.446 \times 10^3$$

Баланс активной и реактивной мощностей

$$S_r := E_A \cdot \overline{I'_A} + E_B \cdot \overline{I'_B} + E_C \cdot \overline{I'_C} \quad S_r = 8.446 \times 10^3 - 4.354i \times 10^3$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$P_{pr} := \left[(|I_{A'B'}|)^2 + (|I_{B'C'}|)^2 + (|I_{C'A'}|)^2 \right] \cdot R \quad P_{pr} = 8.446 \times 10^3$$

$$Q_{pr} := \left[(|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot X_L \cdot i + \left[(|I''_{A'B'}|)^2 + (|I''_{B'C'}|)^2 \right] \cdot (-X_C \cdot i) \quad Q_{pr} = -4.354i \times 10^3$$

Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.

