Міністерство освіти України Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут"

Кафедра ТОЕ

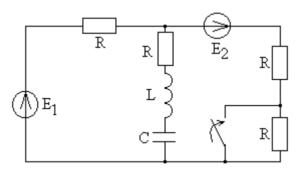
Розрахунково-графічна робота

"Розрахунок перехідних процесів у лінійних колах" Варіант № 403

Виконав:		
Іеревірив: _		

Умова задання

- 1. В колі з джерелом постійної ЕДС необхідно:
- 1) класичним методом розрахзувати напруги на реактивних елементах та струми перехідного процесу;
- 2) розрахувати струм в колі з джерелом ЕДС Е1 та напругу на реактивному елементі операторним методом;
- 3) побудувати в одному часовому масштабі діаграми струму та напруги на реактивних елементах.
- 2. Дослідити, яким повинен бути активний опір у вітці з джерелом Е1, щоб перехідний процес проходив в граничному режимі.
- 3. Визначити струми в вітках та напруги на реактивних елементах в момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійних ЕДС Е1і Е2 в колі діють синусоїдні джерела.
- 3. В післякомутаційній схемі закоротити джерело ЕДС Е2.
- а) виключити катушку індуктивності чи ϵ мність, замінивши останню опором R;
- б) вважаючи, що замість ждерела постійної ЕДС Е1 до отриманного кола подається напруга, форма якої показана на малюнку;
- в) розрахувати вхідний струм та напругу на реактивном елементі методом інтеграла Дюамеля при періоді T, заданому в долях від τ ;
- г) побудувати в одному часовому масштабі діаграми напруги на вході, вхідного струму і напруги на реактивних елементі.



Основна схема

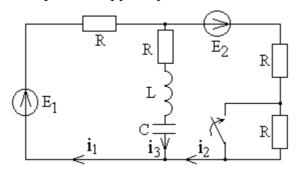
Вхідні данні:

L:= 0.15
$$\Gamma_H$$
 C:= $700 \cdot 10^{-6}$ Φ R:= 50 OM

E₁:= 100 B E₂:= 80 B ψ := $30 \cdot \deg$ C^0 ω := $100 \cdot c^{-1}$

Класичний метод

Оберемо додатній напрямок струмів у вітках схеми:



Знайдемо значення струмів та напруг безпосередньо до комутації:

Усталений режим до комутації: t < 0

$$i_{1\text{ДK}} \coloneqq \frac{E_1 + E_2}{3 \cdot R}$$

$$i_{2 \text{ДK}} := i_{1 \text{ДK}} \quad i_{2 \text{ДK}} = 1.2$$

$$i_{3 \pi \kappa} := 0$$

$$u_{I,\pi\kappa} := 0$$

$$\mathbf{u}_{\mathbf{C}_{\mathbf{J}\mathbf{K}}} \coloneqq \mathbf{E}_1 - \mathbf{i}_{\mathbf{1}_{\mathbf{J}\mathbf{K}}} \cdot \mathbf{R}$$

$$u_{C_{\pi K}} = 40$$

Усталений режим після комутації:

$$\mathbf{i'}_1 \coloneqq \frac{\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2}{2 \cdot \mathbf{R}} \qquad \qquad \mathbf{i'}_2 \coloneqq \mathbf{i'}_1$$

$$i'_2 = 1.8$$

$$i'_3 := 0$$

$$u'_{I} := 0$$

$$u'_{C} := E_1 - i'_1 \cdot R$$
 $u'_{C} = 10$

$$u'_{C} = 10$$

Незалежні початкові умови

$$i_{30} := i_{3\pi K}$$

$$i_{30} = 0$$

$$u_{C0} := u_{C_{JK}}$$

$$u_{C0} = 40$$

Залежні початкові умови

Given

$$i_{20} = i_{10} - i_{30}$$

$$E_1 = u_{I,0} + u_{C0} + i_{30} \cdot R + i_{10} \cdot R$$

$$E_2 = i_{20} \cdot R - i_{30} \cdot R - u_{C0} - u_{L0}$$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := Find(i_{10}, i_{20}, u_{L0}) \text{ float, 7 } \rightarrow \begin{pmatrix} 1.800000 \\ 1.800000 \\ -30. \end{pmatrix}$$

$$i_{10} = 1.8$$

$$i_{20} = 1.8$$

$$i_{10} = 1.8$$
 $i_{20} = 1.8$ $u_{L0} = -30$

Незалежні початкові умови

$$di_{30} := \frac{u_{L0}}{L}$$

$$di_{30} = -200$$

$$du_{C0} := \frac{i_{30}}{C}$$

$$du_{C0} = 0$$

Залежні початкові умови

Given

$$\begin{split} & \operatorname{di}_{10} = \operatorname{di}_{20} + \operatorname{di}_{30} \\ & 0 = \operatorname{du}_{L0} + \operatorname{du}_{C0} + \operatorname{di}_{30} \cdot R + \operatorname{di}_{10} \cdot R \\ & 0 = \operatorname{di}_{20} \cdot R - \operatorname{di}_{30} \cdot R - \operatorname{du}_{C0} - \operatorname{du}_{L0} \\ & \begin{pmatrix} \operatorname{di}_{10} \\ \operatorname{di}_{20} \\ \operatorname{du}_{L0} \end{pmatrix} \coloneqq \operatorname{Find} \left(\operatorname{di}_{10}, \operatorname{di}_{20}, \operatorname{du}_{L0} \right) \\ & \operatorname{di}_{10} = -100 \qquad \operatorname{di}_{20} = 100 \qquad \operatorname{du}_{L0} = 1.5 \times 10^4 \end{split}$$

Вільний режим після комутайії: t = 0

Складемо характерестичне рівняння схеми

$$Z(p) := \frac{R \cdot \left(R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right)}{2 \cdot R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}} + R$$

$$Z(p) := \frac{R \cdot \left(R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) + \left(2 \cdot R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot R}{2 \cdot R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}}$$

$$\left(\frac{p_1}{p_2}\right) := R \cdot \left(R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) + \left(2 \cdot R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot R \quad \begin{vmatrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{vmatrix} \leftarrow \begin{pmatrix} -480.17 \\ -19.834 \end{pmatrix}$$

Одже корні характеристичного рівняння мають вигляд:

$$p_1 = -480.17$$
 $p_2 = -19.834$

Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$$\begin{split} &i"_{1}(t) = A_{1} \cdot e^{p_{1} \cdot t} + A_{2} \cdot e^{p_{2} \cdot t} \\ &i"_{2}(t) = B_{1} \cdot e^{p_{1} \cdot t} + B_{2} \cdot e^{p_{2} \cdot t} \\ &i"_{3}(t) = C_{1} \cdot e^{p_{1} \cdot t} + C_{2} \cdot e^{p_{2} \cdot t} \\ &u"_{C}(t) = D_{1} \cdot e^{p_{1} \cdot t} + D_{2} \cdot e^{p_{2} \cdot t} \\ &u"_{L}(t) = F_{1} \cdot e^{p_{1} \cdot t} + F_{2} \cdot e^{p_{2} \cdot t} \end{split}$$

Визначення сталих інтегрування:

Given

$$\begin{split} &i_{10}-i'_1 = A_1 + A_2 \\ &di_{10}-0 = p_1 \cdot A_1 + p_2 \cdot A_2 \\ &\binom{A_1}{A_2} \coloneqq \text{Find} \Big(A_1, A_2 \Big) \\ &A_1 = 0.217 \end{split} \qquad A_2 = -0.217 \end{split}$$

Отже вільна складова струму i1(t) буде мати вигляд:

$$\begin{split} i"_1(t) &:= A_1 \cdot e^{p_1 \cdot t} + A_2 \cdot e^{p_2 \cdot t} \\ i_1(t) &:= i'_1 + i"_1(t) \text{ float, } 7 \ \to 1.800000 + .2172326 \cdot \exp(-480.17 \cdot t) - .2172326 \cdot \exp(-19.834 \cdot t) i_1(0) = 1.8 \\ & \text{Given} \\ i_{20} - i'_2 &= B_1 + B_2 \\ di_{20} - 0 &= p_1 \cdot B_1 + p_2 \cdot B_2 \end{split}$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{pmatrix} := \operatorname{Find}(\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2)$$

$$B_1 = -0.217$$
 $B_2 = 0.217$

Отже вільна складова струму i2(t) буде мати вигляд:

$$\begin{split} i"_2(t) &:= B_1 \cdot e^{p_1 \cdot t} + B_2 \cdot e^{p_2 \cdot t} \\ i_2(t) &:= i'_2 + i"_2(t) \text{ float, } 7 \ \to 1.800000 - .2172326 \cdot \exp(-480.17 \cdot t) + .2172326 \cdot \exp(-19.834 \cdot i_2(0) = 1.800000) \end{split}$$

$$i_{30} - i'_{3} = C_{1} + C_{2}$$

 $di_{30} - 0 = p_{1} \cdot C_{1} + p_{2} \cdot C_{2}$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{C}_1 \\ \mathbf{C}_2 \end{pmatrix} := \operatorname{Find}(\mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2)$$

$$C_1 = 0.434$$

$$C_2 = -0.434$$

 $\begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix}$:= Find $\begin{pmatrix} C_1, C_2 \end{pmatrix}$ $C_1 = 0.434$ $C_2 = -0.434$ Отже вільна складова струму і3(t) буде мати вигляд:

$$\begin{split} i"_3(t) &:= C_1 \cdot e^{p_1 \cdot t} + C_2 \cdot e^{p_2 \cdot t} \\ i_3(t) &:= i'_3 + i"_3(t) \text{ float, } 7 \ \rightarrow .4344653 \cdot \exp(-480.17 \cdot t) - .4344653 \cdot \exp(-19.834 \cdot t) \end{split} \qquad i_3(0) = 0 \end{split}$$

$$\mathbf{u}_{C0} - \mathbf{u'}_{C} = \mathbf{D}_{1} + \mathbf{D}_{2}$$

 $\mathbf{d}\mathbf{u}_{C0} - \mathbf{0} = \mathbf{p}_{1} \cdot \mathbf{D}_{1} + \mathbf{p}_{2} \cdot \mathbf{D}_{2}$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{D}_1 \\ \mathbf{D}_2 \end{pmatrix} := \mathrm{Find} \big(\mathbf{D}_1, \mathbf{D}_2 \big)$$

$$D_1 = -1.293$$
 $D_2 = 31.293$

$$D_2 = 31.293$$

Отже вільна складова напруга на конденсаторі буде мати вигляд:

$$\mathbf{u''}_{\mathbf{C}}(t) := \mathbf{D}_1 \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{t}} + \mathbf{D}_2 \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{t}}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{L0} - \mathbf{u}'_{L} &= \mathbf{F}_{1} + \mathbf{F}_{2} \\ \mathbf{d}\mathbf{u}_{L0} - \mathbf{0} &= \mathbf{p}_{1} \cdot \mathbf{F}_{1} + \mathbf{p}_{2} \cdot \mathbf{F}_{2} \end{aligned}$$

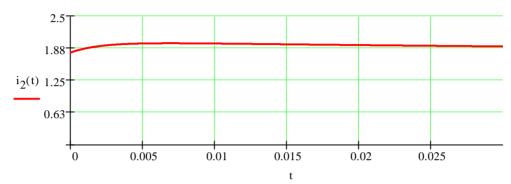
$$\begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix} := Find(F_1, F_2)$$

$$F_1 = -31.292$$
 $F_2 = 1.292$

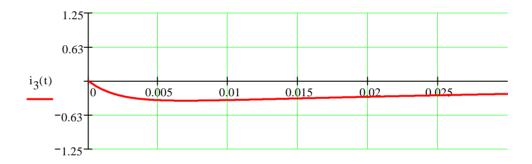
$$F_2 = 1.292$$

Отже вільна складова напруга на індуктивності буде мати вигляд:

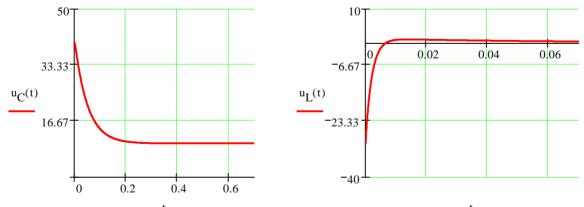




Графік перехідного струму i2(t).

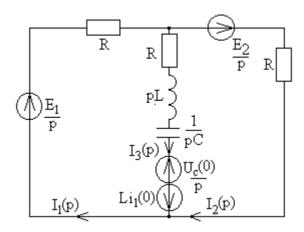


Графік перехідного струму i3(t).



Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

Операторний метод



Операторна схема

Усталений режим до комутації: t < 0

$$i_{1 \text{ДK}} := \frac{E_1 + E_2}{3 \cdot R}$$
 $i_{2 \text{ДK}} := i_{1 \text{ДK}}$ $i_{2 \text{ДK}} = 1.2$ $i_{3 \text{ДK}} := 0$ $u_{\text{L} \text{ДK}} := 0$ $u_{\text{C} \text{ДK}} := 40$

Початкові умови:

$$i_{L0} := i_{3 \mu \kappa}$$
 $i_{L0} =$ $u_{C0} = 40$

$$I_{k1}(p) \cdot \left(R + R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) - I_{k2}(p) \cdot \left(R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) = \frac{E_1}{p} - \frac{u_{C0}}{p} + L \cdot i_{L0}$$
$$-I_{k1}(p) \cdot \left(R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) + I_{k2}(p) \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + 2 \cdot R\right) = \frac{E_2}{p} + \frac{u_{C0}}{p} - L \cdot i_{L0}$$

$$\Delta(p) := \begin{bmatrix} R + R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C} & -\left(R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) \\ -\left(R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) & \frac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + 2 \cdot R \end{bmatrix} \\ \Delta(p) \text{ float, 5} \rightarrow \frac{1}{p^{1}} \cdot \left(7500.0 \cdot p + 1.4286 \cdot 10^{5} + 15.00 \cdot p^{2} + 15.$$

$$\Delta_{1}(p) := \begin{bmatrix} \frac{E_{1}}{p} - \frac{u_{C0}}{p} + L \cdot i_{L0} & -\left(R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) \\ \frac{E_{2}}{p} + \frac{u_{C0}}{p} - L \cdot i_{L0} & \frac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + 2 \cdot R \end{bmatrix} \\ \Delta_{1}(p) \text{ float, 5} \rightarrow \frac{\left(2.5714 \cdot 10^{5} + 27.00 \cdot p^{2} \cdot + 12000. \cdot p\right)}{p^{2}}$$

$$\Delta_{2}(p) := \begin{bmatrix} R + R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C} & \frac{E_{1}}{p} - \frac{u_{C0}}{p} + L \cdot i_{L0} \\ -\left(R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) & \frac{E_{2}}{p} + \frac{u_{C0}}{p} - L \cdot i_{L0} \end{bmatrix} \\ \Delta_{2}(p) \text{ float, 5} \rightarrow \frac{\left(2.5714 \cdot 10^{5} + 27.00 \cdot p^{2} \cdot + 15000. \cdot p\right)}{p^{2}} \\ \frac{e^{2}}{p} + \frac{u_{C0}}{p} - L \cdot i_{L0} \end{bmatrix}$$

Контурні струми та напруга на конденсаторі будуть мати вигляд:

$$\begin{split} I_{k1}(p) &\coloneqq \frac{\Delta_1(p)}{\Delta(p)} & \quad I_1(p) \coloneqq I_{k1}(p) \text{ float}, 5 \ \to \frac{\left(2.5714 \cdot 10^5 + 27.00 \cdot p^2 \cdot + 12000 \cdot p\right)}{p^1 \cdot \left(7500.0 \cdot p + 1.4286 \cdot 10^5 + 15.00 \cdot p^2 \cdot\right)^1}. \\ I_{k2}(p) &\coloneqq \frac{\Delta_2(p)}{\Delta(p)} & \quad I_2(p) \coloneqq I_{k2}(p) \text{ float}, 5 \ \to \frac{\left(2.5714 \cdot 10^5 + 27.00 \cdot p^2 \cdot + 15000 \cdot p\right)}{p^1 \cdot \left(7500.0 \cdot p + 1.4286 \cdot 10^5 + 15.00 \cdot p^2 \cdot\right)^1}. \\ I_3(p) &\coloneqq I_{k1}(p) - I_{k2}(p) \ \begin{vmatrix} \text{float}, 5 \\ \text{simplify} \end{vmatrix} \to \frac{-200.}{\left(500 \cdot p + 9524 \cdot p^2\right)} \\ u_C(p) &\coloneqq \frac{u_{C0}}{p} + \frac{I_3(p)}{p \cdot C} \\ u_C(p) \text{ factor } \to \frac{40}{7} \cdot \frac{\left(3500 \cdot p + 16668 + 7 \cdot p^2\right)}{\left(500 \cdot p + 9524 + p^2\right) \cdot p} \\ u_L(p) &\coloneqq L \cdot p \cdot I_3(p) - L \cdot i_{3\pi K} \\ u_L(p) \text{ factor } \to -30 \cdot \frac{p}{\left(500 \cdot p + 9524 + p^2\right)} \end{split}$$

Перейдемо тепер від зображення до функції часу за формулою розкладу: Для струму I1(p):

$$\begin{split} N_1(p) &:= \left(2.5714 \cdot 10^5 + 27.00 \cdot p^2 \cdot + 12000 \cdot p\right) & M_1(p) := p^1 \cdot \left(7500.0 \cdot p + 1.4286 \cdot 10^5 + 15.00 \cdot p^2 \cdot \right)^{1} \cdot \left(\frac{p_0}{p_1}\right) &:= M_1(p) \begin{vmatrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{vmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -480.17 \\ -19.835 \end{pmatrix} \\ p_0 &= 0 \qquad p_1 = -480.17 \qquad p_2 = -19.835 \\ N_1(p_0) &= 2.571 \times 10^5 \qquad N_1(p_1) = 7.203 \times 10^5 \qquad N_1(p_2) = 2.974 \times 10^4 \\ dM_1(p) &:= \frac{d}{dp} M_1(p) \begin{vmatrix} \text{factor} \\ \text{float}, 5 \end{vmatrix} \rightarrow 15000 \cdot p + 1.4286 \cdot 10^5 + 45 \cdot p^2 \cdot dM_1(p_0) = 1.429 \times 10^5 & dM_1(p_1) = 3.316 \times 10^6 \\ dM_1(p_0) &= 1.429 \times 10^5 & dM_1(p_1) = 3.316 \times 10^6 \\ \end{pmatrix} \end{split}$$

Отже струм як функція часу буде мати вигляд:

$$\mathrm{i}_1(\mathsf{t}) \coloneqq \frac{\mathrm{N}_1\!\left(p_0\right)}{\mathrm{d}\mathrm{M}_1\!\left(p_0\right)} + \frac{\mathrm{N}_1\!\left(p_1\right)}{\mathrm{d}\mathrm{M}_1\!\left(p_1\right)} \cdot e^{p_1 \cdot \mathsf{t}} + \frac{\mathrm{N}_1\!\left(p_2\right)}{\mathrm{d}\mathrm{M}_1\!\left(p_2\right)} \cdot e^{p_2 \cdot \mathsf{t}} \; \mathrm{float}, \\ 3 \; \to \; 1.80 + .217 \cdot \exp(-480. \cdot \, \mathsf{t}) - .217 \cdot \exp(-19.8 \cdot \, \mathsf{t}) + .217 \cdot \exp(-480. \cdot \, \mathsf{t}) - .217 \cdot \exp(-19.8 \cdot \, \mathsf{t}) + .217 \cdot \exp(-480. \cdot \, \mathsf{t}) + .217 \cdot \exp(-48$$

Для напруги на конденсаторі Uc(р):

$$\begin{split} N_{\mathbf{u}}(\mathbf{p}) &:= \frac{40}{7} \cdot \left(3500 \cdot \mathbf{p} + 16668 + 7 \cdot \mathbf{p}^2\right) \\ \begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} &:= M_{\mathbf{u}}(\mathbf{p}) \ \begin{vmatrix} \text{solve}, \mathbf{p} \\ -19.84 \\ -480.16 \end{pmatrix} \\ p_0 &= 0 \end{split} \qquad p_1 = -19.84 \qquad p_2 = -480.16 \end{split}$$

$$\begin{split} N_u\!\!\left(p_0\right) &= 9.525 \times 10^4 \qquad N_u\!\!\left(p_1\right) = -2.858 \times 10^5 \\ dM_u\!\!\left(p\right) &:= \frac{d}{dp} M_u\!\!\left(p\right) \text{ factor } \to 1000 \cdot p + 9524 + 3 \cdot p^2 \\ dM_u\!\!\left(p_0\right) &= 9.524 \times 10^3 \qquad dM_u\!\!\left(p_1\right) = -9.135 \times 10^3 \qquad dM_u\!\!\left(p_2\right) = 2.21 \times 10^5 \end{split}$$

Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$\begin{split} u_C(t) &:= \frac{N_u\!\!\left(p_0\right)}{dM_u\!\!\left(p_0\right)} + \frac{N_u\!\!\left(p_1\right)}{dM_u\!\!\left(p_1\right)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_u\!\!\left(p_2\right)}{dM_u\!\!\left(p_2\right)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \\ u_C(t) \text{ float, 5} &\to 10.001 + 31.287 \cdot \exp(-19.84 \cdot t) - 1.2931 \cdot \exp(-480.16 \cdot t) \end{split}$$

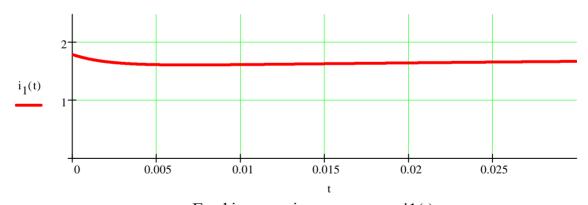
Для напруги на індуктивності:

Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

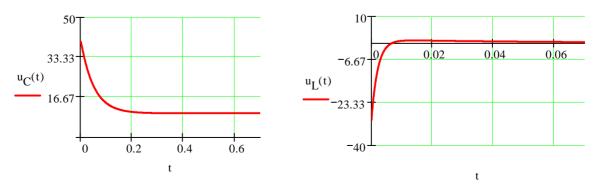
$$\mathbf{u}_{L}(t) := \frac{N_{L}(\mathbf{p}_{1})}{dM_{L}(\mathbf{p}_{1})} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{p}_{1} \cdot \mathbf{t}} + \frac{N_{L}(\mathbf{p}_{2})}{dM_{L}(\mathbf{p}_{2})} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{p}_{2} \cdot \mathbf{t}}$$

$$\mathbf{u}_{L}(0) = -30$$

 $u_{I}(t) \text{ float}, 5 \rightarrow 1.2930 \cdot \exp(-19.84 \cdot t) - 31.293 \cdot \exp(-480.16 \cdot t)$



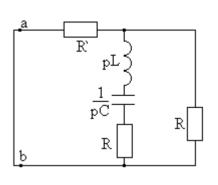
Графік перехідного струму i1(t).



Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

Дослідити чому повинен дорівнювати активний опір вітки с джерелом ЕРС Е1 щоб аперіодичний процес переходив у коливальний

$$\begin{split} Z_{ab}(p) &:= \mathbf{R'} + \frac{\left(R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot R}{\frac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + R + R} \\ Z_{ab}(p) &:= \frac{\left(\frac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + R + R\right) \cdot \mathbf{R'} + \left(R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot R}{\frac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + R + R} \\ (R' \cdot L + R \cdot L) \cdot p^2 + \left(2 \cdot R \cdot R' + R^2\right) \cdot p + \left(\frac{R'}{C} + \frac{R}{C}\right) = 0 \\ D &= 0 \end{split}$$

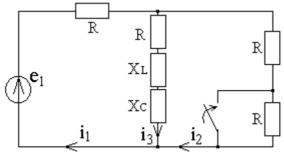


$$\left(2 \cdot R \cdot R' + R^2\right)^2 - 4 \cdot (R' \cdot L + R \cdot L) \cdot \left(\frac{R'}{C} + \frac{R}{C}\right) = 0$$

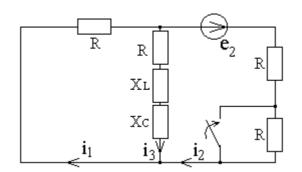
$$\left(2 \cdot R \cdot R' + R^2\right)^2 - 4 \cdot (R' \cdot L + R \cdot L) \cdot \left(\frac{R'}{C} + \frac{R}{C}\right) \begin{vmatrix} \text{solve}, R' \\ \text{float}, 5 \end{vmatrix} \xrightarrow{-30.662}$$

Визначити струми віток і напруги на реактивних елементах у момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійної напруги E1 і E2 у колі діють джерела синусоідної напруги:

$$\begin{split} e_1(t) &:= \sqrt{2} \cdot E_1 \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi) \\ X_C &:= \frac{1}{\omega \cdot C} \\ E_1 &:= E_1 \cdot e^{\psi \cdot i} \\ E_2 &:= E_2 \cdot e^{\psi \cdot i} \\ E_2 &:= E_2 \cdot e^{\psi \cdot i} \\ E_2 &:= 69.282 + 40i \end{split} \qquad \begin{aligned} e_2(t) &:= \sqrt{2} \cdot E_2 \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi) \\ X_L &:= 0 \cdot L \\ X_L &:= 15 \\ F(E_1) &= (100 \ 30) \\ F(E_2) &= (80 \ 30) \end{aligned}$$



$$\begin{split} Z'_{\text{VX}} \coloneqq R + \frac{2 \cdot R \cdot \left(R + X_{\text{L}} \cdot i - i \cdot X_{\text{C}}\right)}{2 \cdot R + R + X_{\text{L}} \cdot i - i \cdot X_{\text{C}}} & Z'_{\text{VX}} = 83.335 + 0.317i \\ I'_{1\text{ДK}} \coloneqq \frac{E_{1}}{Z'_{\text{VX}}} & I'_{1\text{ДK}} = 1.041 + 0.596i & F(I'_{1\text{ДK}}) = (1.2 - 29.782) \\ I'_{2\text{ДK}} \coloneqq I'_{1\text{ДK}} \cdot \frac{\left(R + X_{\text{L}} \cdot i - i \cdot X_{\text{C}}\right)}{2 \cdot R + R + X_{\text{L}} \cdot i - i \cdot X_{\text{C}}} & I'_{2\text{ДK}} = 0.345 + 0.202i & F(I'_{2\text{ДK}}) = (0.4 - 30.327) \\ I'_{3\text{ДK}} \coloneqq I'_{1\text{ДK}} - I'_{2\text{ДK}} & I'_{3\text{ДK}} = 0.696 + 0.394i & F(I'_{3\text{ДK}}) = (0.8 - 29.509) \end{split}$$



$$\begin{split} Z_{VX}^{"} &:= R + R + \frac{\left(R + i \cdot X_L - X_C \cdot i\right) \cdot R}{R + i \cdot X_L - X_C \cdot i + R} \\ Z_{VX}^{"} &:= \frac{E_2}{Z_{VX}^{"}} \\ &I_{2JK}^{"} := \frac{E_2}{Z_{VX}^{"}} \\ I_{1JK}^{"} &:= I_{2JK}^{"} \cdot \frac{\left(R + X_L \cdot i - X_C \cdot i\right)}{R + i \cdot X_L - X_C \cdot i + R} \\ I_{1JK}^{"} &= I_{2JK}^{"} \cdot \frac{\left(R + X_L \cdot i - X_C \cdot i\right)}{R + i \cdot X_L - X_C \cdot i + R} \\ I_{1JK}^{"} &= I_{2JK}^{"} \cdot \frac{\left(R + X_L \cdot i - X_C \cdot i\right)}{R + i \cdot X_L - X_C \cdot i + R} \\ I_{1JK}^{"} &= I_{2JK}^{"} \cdot \frac{\left(I_{1JK}^{"}\right) = \left(0.32 \ 30.327\right)}{I_{1JK}^{"} := I_{2JK}^{"} - I_{1JK}^{"}} \\ I_{1JK}^{"} &= I.318 + 0.758i \\ I_{2JK}^{"} &= I.318 + 0.758i \\ I_{2JK}^{"} &= I_{2JK}^{"} + I_{2JK}^{"} \\ I_{2JK}^{"} &= I_{2JK}^{"} + I_{2JK}^{"} \\ I_{2JK}^{"} &= I.318 + 0.236i \\ I_{2JK}^{"} &= I$$

Початкові умови:

$$u_{\text{C}_{\text{ДK}}}(0) = -8.439$$

$$i_{L_{JK}}(0) = 0.334$$

$$i_{20} = i_{10} - i_{30}$$

$$e_1(0) = u_{L0} + i_{10} \cdot R + u_{C0} + i_{30} \cdot R$$

 $\mathbf{u}_{\mathbf{C},\mathbf{I},\mathbf{K}}(t) := \left| \mathbf{u}_{\mathbf{C},\mathbf{I},\mathbf{K}} \right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(\mathbf{u}_{\mathbf{C},\mathbf{I},\mathbf{K}}))$

 $u_{L,\pi K}(t) := \ \left| u_{L,\pi K} \right| \ \cdot \sqrt{2} \cdot \sin \! \left(\omega \cdot t + \text{arg} \! \left(u_{L,\pi K} \right) \! \right)$

$$e_2(0) = i_{20} \cdot R - i_{30} \cdot R - u_{C0} - u_{L0}$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{i}_{10} \\ \mathbf{i}_{20} \\ \mathbf{u}_{L0} \end{pmatrix} \coloneqq \mathsf{Find} \! \left(\mathbf{i}_{10}, \mathbf{i}_{20}, \mathbf{u}_{L0} \right)$$

$$^{1}10 = 1.44$$

$$i_{20} = 1.106$$

$$i_{10} = 1.44$$
 $i_{20} = 1.106$ $i_{30} = 0.334$

$$u_{L0} = -9.566$$

$$u_{C0} = -8.439$$

Інтеграл Дюамеля

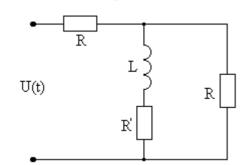
$$T := 1.0$$

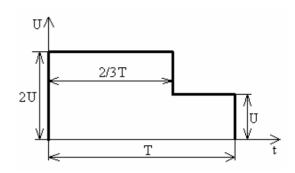
$$E_1 := 100$$

$$E := 1$$

$$R' := R + R$$

$$R' = 100$$





Усталений режим до комутації: t < 0

$$i_{1 \text{ДK}} \coloneqq \frac{0}{\left(\frac{R \cdot R'}{R + R'}\right) + R}$$

$$i_{1$$
дк = 0

$$i_{3\text{dk}} \coloneqq i_{1\text{dk}} \cdot \frac{R}{R+R'}$$

$$i_{3\pi\nu} = 0$$

$$i_{3\mu\kappa} = 0$$
 $i_{2\mu\kappa} := i_{1\mu\kappa} \cdot \frac{R'}{R + R'}$ $i_{2\mu\kappa} = 0$

$$i_{2 \pm K} = 0$$

$$u_{L_{JK}} := 0$$

Усталений режим після комутації: $t = \infty$

$$i'_1 := \frac{E}{\left(\frac{R \cdot R'}{R + R'}\right) + R}$$

$$i'_1 = 0.012$$

$$i'_3 := i'_1 \cdot \frac{R}{R + R'}$$

$$i'_3 = 4 \times 10^{-3}$$

$$i'_2 := i'_1 \cdot \frac{R'}{R + R'}$$
 $i'_2 = 8 \times 10^{-3}$

$$i'_2 = 8 \times 10^{-3}$$

$$\mathbf{u'_L} \coloneqq \mathbf{0}$$

Незалежні початкові умови

$$i_{30} := i_{3\pi K}$$

$$i_{30} = 0$$

Залежні початкові умови

$$i_{10} = i_{20} + i_{30}$$

$$E = i_{20} \cdot R + i_{10} \cdot R$$

$$0 = i_{20} \cdot R - i_{30} \cdot R' - u_{L0}$$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathsf{Find} \big(i_{10}, i_{20}, u_{L0} \big) \qquad \qquad i_{10} = 0.01 \qquad \qquad i_{20} = 0.01 \qquad \qquad i_{30} = 0 \qquad \qquad u_{L0} = 0.5$$

$$i_{10} = 0.03$$

$$i_{20} = 0.0$$

$$i_{30} = 0$$

$$u_{L0} = 0.5$$

Вільний режим після комутайії:

Складемо характерестичне рівняння схеми

$$Z_{VX}(p) := R + \frac{R \cdot (p \cdot L + R')}{p \cdot L + R' + R}$$

$$Z_{\text{VX}}(p) := R + \frac{R \cdot (p \cdot L + R')}{p \cdot L + R' + R} \qquad \qquad Z\text{VX}(p) := \frac{R \cdot (p \cdot L + R' + R) + R \cdot (p \cdot L + R')}{p \cdot L + R + R}$$

$$p := R \cdot (p \cdot L + R' + R) + R \cdot (p \cdot L + R') \begin{vmatrix} solve, p \\ float, 5 \end{vmatrix} \rightarrow -833.33$$

$$T := \frac{1}{|p|} \cdot T \qquad T = 1.2 \times 10^{-3}$$

$$T := \frac{1}{|p|} \cdot T$$
 $T = 1.2 \times 10^{-3}$

Одже корень характеристичного рівняння має вигляд:

$$p = -833.33$$

Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$$i"_1(t) = A_1 \cdot e^{p \cdot t}$$

$$i''_{2}(t) = B_{1} \cdot e^{p \cdot t}$$

Визначення сталих інтегрування:

$$\mathsf{A}_1 \coloneqq \mathsf{i}_{10} - \mathsf{i'}_1$$

$$A_1 = -2 \times 10^{-3}$$

$$B_1 := i_{30} - i'_3$$

$$B_1 = -4 \times 10^{-3}$$

Отже вільна складова струму i1(t) та i3(t) будуть мати вигляд:

$$i"_1(t) := A_1 \cdot e^{p \cdot t}$$

$$i''_3(t) := B_1 \cdot e^{p \cdot t}$$

Повні значення цих струмів:

$$i_1(t) := i'_1 + i''_1(t)$$

$$i_1(t) \text{ float, 5} \rightarrow 1.2000 \cdot 10^{-2} - 2.0000 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(-833.33 \cdot t)$$

$$i_3(t) := i'_3 + i''_3(t)$$

$$i_3(t) := i'_3 + i''_3(t) \qquad \qquad i_3(t) \text{ float, 5} \ \rightarrow 4.0000 \cdot 10^{-3} - 4.0000 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(-833.33 \cdot t)$$

$$\mathsf{g}_{11}(\mathsf{t}) \coloneqq \mathsf{i}_1(\mathsf{t})$$

$$g_{11}(t) \text{ float, 5} \rightarrow 1.2000 \cdot 10^{-2} - 2.0000 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(-833.33 \cdot t)$$

$$U_L(t) := L \cdot \frac{d}{dt} i_3(t)$$

$$h_{\mathbf{n}\mathbf{I}}(t) := \mathbf{U}_{\mathbf{I}}(t) \text{ float}, 5 \rightarrow .50000 \cdot \exp(-833.33 \cdot t)$$

Визначимо закони зміни напруги на всіх проміжках часу:

$$U_0 := 2E_1$$

$$U_0 = 200$$

$$U_1 := 2E_1$$

$$U_1 = 200$$

$$0 < t < \frac{2T}{3}$$

$$U_2 := E_1$$

$$U_2 = 100$$

$$\frac{2T}{3} < t < T$$

$$U_3 := 0$$

$$T < t < \infty$$

$$U'_1 := 0$$

$$U'_2 := 0$$

Струм на цих проміжках буде мати вигляд:

$$\mathsf{i}_1(\mathsf{t}) \coloneqq \mathsf{U}_0 \cdot \mathsf{g}_{11}(\mathsf{t})$$

$$i_1(t)$$
 $\begin{vmatrix} factor \\ float, 3 \end{vmatrix} \rightarrow 2.40 - .400 \cdot exp(-833. \cdot t)$

$$\mathbf{i}_2(t) \coloneqq \mathbf{U}_0 \cdot \mathbf{g}_{11}(t) + \left(\mathbf{U}_2 - \mathbf{U}_1\right) \cdot \mathbf{g}_{11}\!\!\left(t - \frac{2\mathrm{T}}{3}\right)$$

$$i_2(t)$$
 $factor$ $float, 5 \rightarrow 1.2000 - .40000 \cdot exp(-833.33 \cdot t) + .20000 \cdot exp(-833.33 \cdot t + .66667)$

$$\mathbf{i}_{3}(t) := \mathbf{U}_{0} \cdot \mathbf{g}_{11}(t) + \left(\mathbf{U}_{2} - \mathbf{U}_{1}\right) \cdot \mathbf{g}_{11}\!\!\left(t - \frac{2\mathsf{T}}{3}\right) + \left(\mathbf{U}_{3} - \mathbf{U}_{2}\right) \cdot \mathbf{g}_{11}(t - \mathsf{T})$$

$$i_3(t) \mid \substack{factor \\ float, 3} \rightarrow -.400 \cdot exp(-833. \cdot t) + .200 \cdot exp(-833. \cdot t + .667) + .200 \cdot exp(-833. \cdot t + 1.)$$

Напруга на індуктивності на цих проміжках буде мати вигляд:

$$u_{L,1}(t) := U_0 \cdot h_{uL}(t) \text{ float, } 5 \rightarrow 100.00 \cdot \exp(-833.33 \cdot t)$$

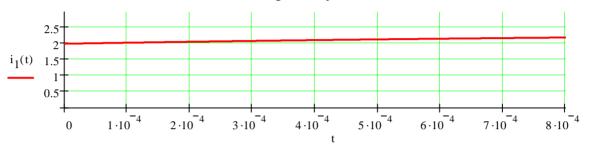
$$\mathbf{u}_{L2}(t) := \mathbf{U}_0 \cdot \mathbf{h}_{uL}(t) + \left(\mathbf{U}_2 - \mathbf{U}_1\right) \cdot \mathbf{h}_{uL}\!\!\left(t - \frac{2T}{3}\right)$$

 $u_{I,2}(t) \text{ float}, 5 \rightarrow 100.00 \cdot \exp(-833.33 \cdot t) - 50.000 \cdot \exp(-833.33 \cdot t + .66667)$

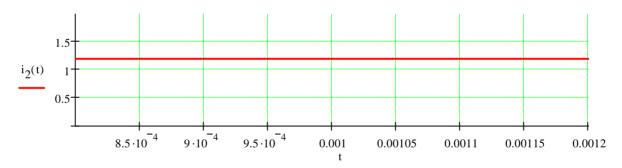
$$\mathbf{u}_{L3}(t) := \mathbf{U}_0 \cdot \mathbf{h}_{uL}(t) + \left(\mathbf{U}_2 - \mathbf{U}_1\right) \cdot \mathbf{h}_{uL}\left(t - \frac{2\mathrm{T}}{3}\right) + \left(\mathbf{U}_3 - \mathbf{U}_2\right) \cdot \mathbf{h}_{uL}(t - \mathrm{T})$$

 $u_{1,3}(t) \ \text{float}, 5 \ \rightarrow \ 100.00 \cdot \exp(-833.33 \cdot t) \ - \ 50.000 \cdot \exp(-833.33 \cdot t \ + \ .66667) \ - \ 50.000 \cdot \exp(-833.33 \cdot t \ + \ 1.0000)$

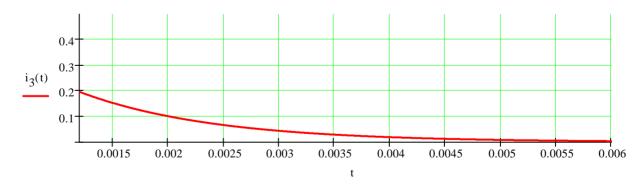
На промежутке от 0 до 2/3Т



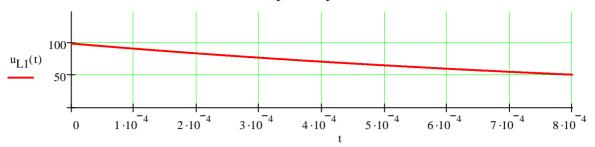
На промежутке от 2/3Т до Т



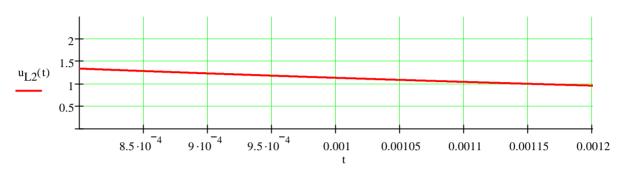
На промежутке от Т до 5Т



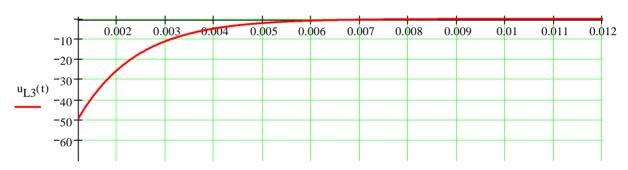
На промежутке от 0 до 2/3Т



На промежутке от 2/3Т до Т



На промежутке от Т до 10Т



t