

**Министерство образования и науки Украины
Национальный технический университет Украины
“Киевский Политехнический Институт”
Кафедра ТОЭ**

Расчетно-графическая работа

“Расчёт цепей постоянного тока”

Вариант № 304

Выполнил:_____

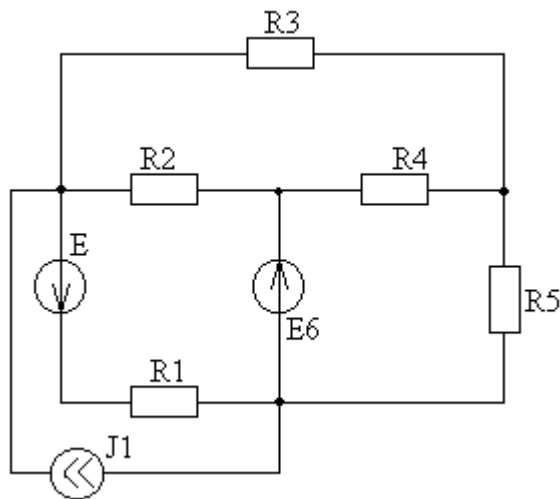
Проверил:_____

Киев 2006

Задание:

1. Найти токи в ветках данной электрической цепи методом узловых потенциалов и контурных токов. Проверить расчёт цепи при помощи законов Кирхгофа для каждого узла и независимого контура. Сложить и проверить уравнение баланса мощностей.
2. Построить потенциальную диаграмму для контура данной цепи.
3. Найти токи в ветках методом наложения. Проверить расчеты цепи за законами Кирхгофа.
4. Найти токи в ветвях данной цепи методом эквивалентного генератора.

$$\begin{array}{lllll} R_1 := 25 & R_2 := 40 & R_3 := 50 & R_4 := 5 & R_5 := 10 \\ E := 50 & E_6 := 100 & J_1 := 5 & & \end{array}$$



Метод контурных токов

За вторым законом Кирхгофа составляем систему уравнений. Решая полученную систему уравнений, находим контурные токи.

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$\begin{aligned} I_{K1} \cdot (R_1 + R_2) - I_{K2} \cdot R_2 - J_1 \cdot R_1 &= -E_6 - E \\ -I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) - I_{K3} \cdot R_4 &= 0 \\ -I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_4 + R_5) &= E_6 \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -0.224$$

$$I_{K2} = 0.261$$

$$I_{K3} = 6.754$$

Токи ветвей схемы равны:

$$I_1 := J_1 - I_{K1} \quad I_1 = 5.224$$

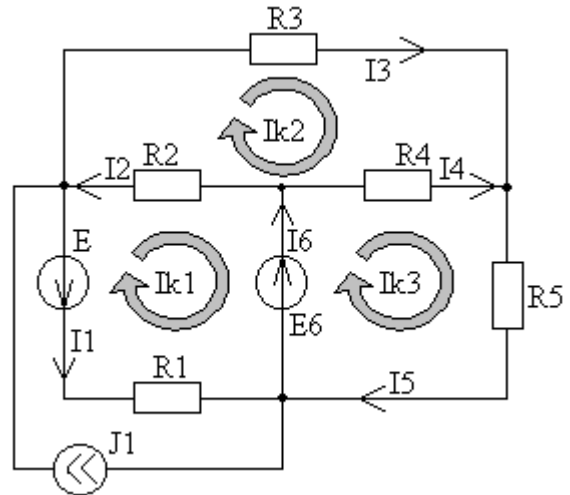
$$I_2 := I_{K2} - I_{K1} \quad I_2 = 0.485$$

$$I_3 := I_{K2} \quad I_3 = 0.261$$

$$I_4 := I_{K3} - I_{K2} \quad I_4 = 6.493$$

$$I_5 := I_{K3} \quad I_5 = 6.754$$

$$I_6 := I_{K3} - I_{K1} \quad I_6 = 6.978$$



Метод узловых потенциалов

Примем потенциал точки 1 равным 0: $\phi_1 := 0$ тогда потенциал точки 3 будет равен: $\phi_3 := \phi_1 + E_6 \quad \phi_3 = 100$

Найдем узловые и межузловые проводимости и узловые токи:

$$G_{22} := \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \quad G_{22} = 0.32 \quad G_{44} := \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad G_{44} = 0.085$$

$$G_{21} := \frac{1}{R_5} \quad G_{21} = 0.1$$

$$G_{23} := \frac{1}{R_4} \quad G_{23} = 0.2$$

$$G_{24} := \frac{1}{R_3} \quad G_{24} = 0.02$$

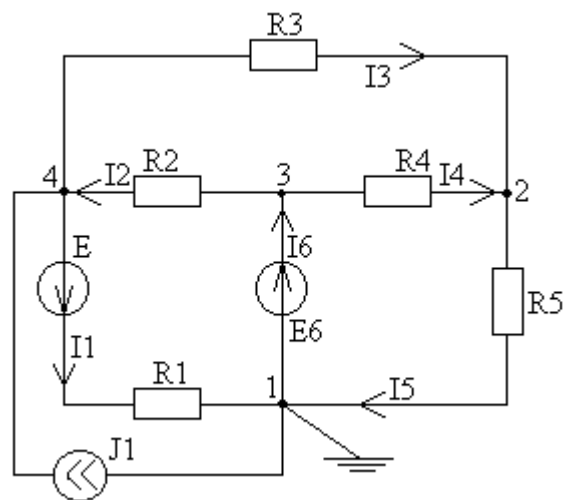
$$G_{41} := \frac{1}{R_1} \quad G_{41} = 0.04$$

$$G_{42} := \frac{1}{R_3} \quad G_{42} = 0.02$$

$$G_{43} := \frac{1}{R_2} \quad G_{43} = 0.025$$

$$J_{B2} := 0 \quad J_{B2} = 0$$

$$J_{B4} := J_1 - \frac{E}{R_1} \quad J_{B4} = 3$$



Подставив найденные значения проводимостей и узловых токов в расчетную систему уравнений и найдем искомые потенциалы узлов 2 и 4:

$$\phi_2 := 1 \quad \phi_4 := 1$$

Given

$$-G_{21} \cdot \phi_1 + G_{22} \cdot \phi_2 - G_{23} \cdot \phi_3 - G_{24} \cdot \phi_4 = J_{B2}$$

$$-G_{41} \cdot \phi_1 - G_{42} \cdot \phi_2 - G_{43} \cdot \phi_3 + G_{44} \cdot \phi_4 = J_{B4}$$

$$\begin{pmatrix} \phi_2 \\ \phi_4 \end{pmatrix} := \text{Find}(\phi_2, \phi_4)$$

$$\phi_2 = 67.537$$

$$\phi_4 = 80.597$$

Токи ветвей схемы находим за законом Ома:

$$I_1 := \frac{\phi_4 - \phi_1 + E}{R_1} \quad I_1 = 5.224$$

$$I_2 := \frac{\phi_3 - \phi_4}{R_2} \quad I_2 = 0.485$$

$$I_3 := \frac{\phi_4 - \phi_2}{R_3} \quad I_3 = 0.261$$

$$I_4 := \frac{\phi_3 - \phi_2}{R_4} \quad I_4 = 6.493$$

$$I_5 := \frac{\phi_2 - \phi_1}{R_5} \quad I_5 = 6.754$$

$$I_6 := I_2 + I_4 \quad I_6 = 6.978$$

Проверка:

За 1-м законом Кирхгофа:

$$I_6 - I_4 - I_2 = 0$$

$$-I_6 + I_1 + I_5 - J_1 = -7.994 \times 10^{-14}$$

$$I_3 + I_4 - I_5 = 5.329 \times 10^{-14}$$

$$I_1 + I_3 - I_2 - J_1 = -2.665 \times 10^{-14}$$

За 2-м законом Кирхгофа:

$$E_6 + E = 150$$

$$I_2 \cdot R_2 + I_1 \cdot R_1 = 150$$

$$I_1 \cdot R_1 - I_5 \cdot R_5 - I_3 \cdot R_3 = 50$$

$$E = 50$$

$$I_4 \cdot R_4 - I_3 \cdot R_3 - I_2 \cdot R_2 = 0$$

$$I_4 \cdot R_4 + I_5 \cdot R_5 = 100$$

$$E_6 = 100$$

Баланс мощностей:

$$E \cdot I_1 + E_6 \cdot I_6 + J_1 \cdot (I_1 \cdot R_1 - E) = 1.362 \times 10^3$$

$$I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 = 1.362 \times 10^3$$

Потенциальная диаграмма

$$\phi_1 = 0$$

$$\phi_2 := \phi_1 + E$$

$$\phi_3 := \phi_2 - I_1 \cdot R_1$$

$$\phi_4 := \phi_3 + E_6$$

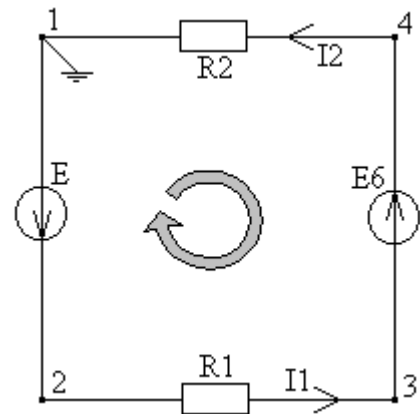
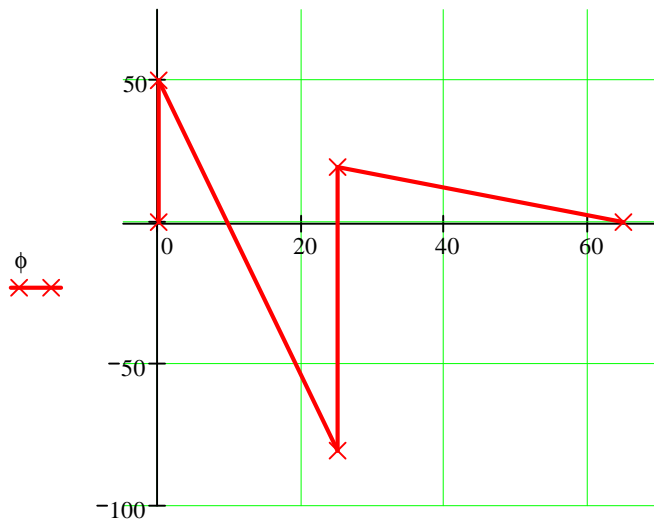
$$\phi_1 := \phi_4 - I_2 \cdot R_2$$

$$\phi_2 = 50$$

$$\phi_3 = -80.597$$

$$\phi_4 = 19.403$$

$$\phi_1 = 1.421 \times 10^{-14}$$



R

Метод наложения

В цепи действует только E:

$$R_{345} := \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} + R_3$$

$$R_{345} = 53.333$$

$$R_{2345} := \frac{R_{345} \cdot R_2}{R_{345} + R_2}$$

$$R_{2345} = 22.857$$

$$I_{1E} := \frac{E}{R_1 + R_{2345}}$$

$$I_{1E} = 1.045$$

$$I_{2E} := I_{1E} \cdot \frac{R_{345}}{R_2 + R_{345}}$$

$$I_{2E} = 0.597$$

$$I_{3E} := I_{1E} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_{345}}$$

$$I_{3E} = 0.448$$

$$I_{4E} := I_{3E} \cdot \frac{R_5}{R_4 + R_5}$$

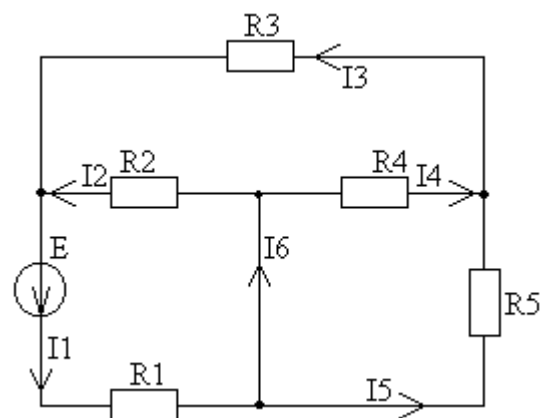
$$I_{4E} = 0.299$$

$$I_{5E} := I_{3E} \cdot \frac{R_4}{R_4 + R_5}$$

$$I_{5E} = 0.149$$

$$I_{6E} := I_{2E} + I_{4E}$$

$$I_{6E} = 0.896$$



В цепи действует только E6:

Преобразуем треугольник из сопротивлений R2 R3 R4 в звезду:

$$R_{24} := \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4 + R_3}$$

$$R_{24} = 2.105$$

$$R_{43} := \frac{R_4 \cdot R_3}{R_2 + R_3 + R_4}$$

$$R_{43} = 2.632$$

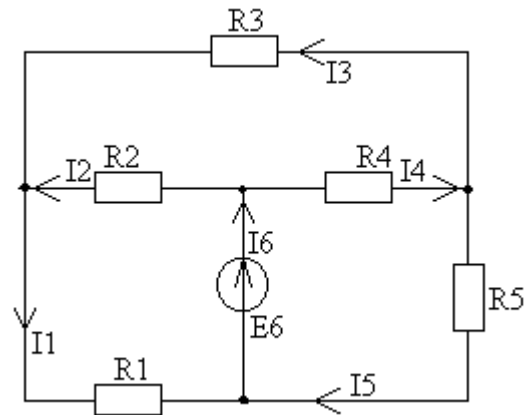
$$R_{23} := \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3 + R_4} \quad R_{23} = 21.053$$

$$R_{E1} := \frac{(R_1 + R_{23}) \cdot (R_5 + R_{43})}{R_1 + R_{23} + R_5 + R_{43}} \quad R_{E1} = 9.913$$

$$I_{6E6} := \frac{E_6}{R_{E1} + R_{24}} \quad I_{6E6} = 8.321$$

$$I_{1E6} := I_{6E6} \cdot \frac{R_5 + R_{43}}{R_5 + R_{43} + R_1 + R_{23}} \quad I_{1E6} = 1.791$$

$$I_{5E6} := I_{6E6} \cdot \frac{R_1 + R_{23}}{R_5 + R_{43} + R_1 + R_{23}} \quad I_{5E6} = 6.53$$



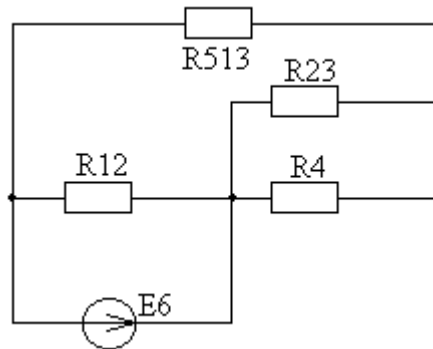
Преобразуем звезду сопротивлений R1, R2, R3 в треугольник:

$$R_{13} := R_1 + R_3 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_2} \quad R_{13} = 106.25$$

$$R_{23} := R_2 + R_3 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1} \quad R_{23} = 170$$

$$R_{12} := R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_3} \quad R_{12} = 85$$

$$R_{513} := \frac{R_5 \cdot R_{13}}{R_5 + R_{13}} \quad R_{513} = 9.14$$



Преобразуем треугольник из сопротивлений R513 R12 R23 в звезду:

$$R_7 := \frac{R_{12} \cdot R_{513}}{R_{12} + R_{23} + R_{513}} \quad R_7 = 2.941$$

$$R_8 := \frac{R_{23} \cdot R_{513}}{R_{12} + R_{23} + R_{513}} \quad R_8 = 5.882$$

$$R_9 := \frac{R_{12} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{513}} \quad R_9 = 54.706$$

$$I_{4E6} := I_{6E6} \cdot \frac{R_9}{R_9 + R_4 + R_8} \quad I_{4E6} = 6.94$$

$$I_{3E6} := I_{4E6} - I_{5E6} \quad I_{3E6} = 0.41$$

$$I_{2E6} := I_{1E6} - I_{3E6} \quad I_{2E6} = 1.381$$

В цепи действует только J2:

$$R_{345} := \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} + R_3 \quad R_{345} = 53.333 \quad R_{2345} := \frac{R_{345} \cdot R_2}{R_{345} + R_2} \quad R_{2345} = 22.857$$

$$I_{1J1} := J_1 \cdot \frac{R_{2345}}{R_1 + R_{2345}} \quad I_{1J1} = 2.388$$

$$R_{12} := \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad R_{12} = 15.385$$

$$I_{3J1} := J_1 \cdot \frac{R_{12}}{R_{12} + R_{345}} \quad I_{3J1} = 1.119$$

$$I_{4J1} := I_{3J1} \cdot \frac{R_5}{R_4 + R_5} \quad I_{4J1} = 0.746$$

$$I_{5J1} := I_{3J1} \cdot \frac{R_4}{R_4 + R_5} \quad I_{5J1} = 0.373$$

$$I_{2J1} := J_1 - I_{3J1} - I_{1J1} \quad I_{2J1} = 1.493$$

$$I_{6J1} := I_{4J1} + I_{2J1} \quad I_{6J1} = 2.239$$

В основной цепи действуют токи:

$$I_1 := I_{1E} + I_{1E6} + I_{1J1} \quad I_1 = 5.224$$

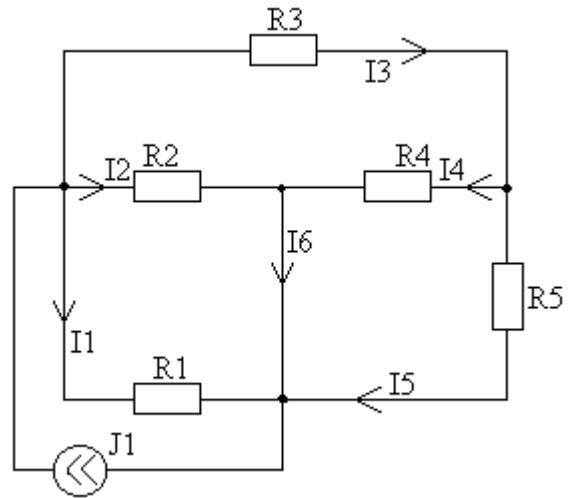
$$I_2 := I_{2E} + I_{2E6} - I_{2J1} \quad I_2 = 0.485$$

$$I_3 := -I_{3E} - I_{3E6} + I_{3J1} \quad I_3 = 0.261$$

$$I_4 := I_{4E} + I_{4E6} - I_{4J1} \quad I_4 = 6.493$$

$$I_5 := -I_{5E} + I_{5E6} + I_{5J1} \quad I_5 = 6.754$$

$$I_6 := I_{6E} + I_{6E6} - I_{6J1} \quad I_6 = 6.978$$



Проверка:

За 1-м законом Кирхгофа:

$$I_6 - I_4 - I_2 = 0$$

$$-I_6 + I_1 + I_5 - J_1 = 0$$

$$I_3 + I_4 - I_5 = 0$$

$$I_1 + I_3 - I_2 - J_1 = 0$$

Метод эквивалентного генератора

Вырезавши из выходной схемы ветку с сопротивлением R1 и источником питания E, получаем схему. В выходной схеме ток I1 направленный от узла 4 к узлу 1, такое же направление выберем и для напряжения холостого хода U1x.

Для нахождения напряжения U1x сначала надо найти ток в ветви с сопротивлением R2. Для этого воспользуемся методом контурных токов:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) - I_{K2} \cdot R_4 - J_1 \cdot R_2 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_4 + I_{K2} \cdot (R_4 + R_5) = E_6$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2})$$

$$I_{K1} = 2.5 \quad I_{K2} = 7.5$$

Искомое напряжение холостого хода равно:

$$U_{1X} := (J_1 - I_{K1}) \cdot R_2 + E_6 \quad U_{1X} = 200$$

Эквивалентное сопротивление цепи равно:

$$R_{345} := \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} + R_3 \quad R_E := \frac{R_{345} \cdot R_2}{R_{345} + R_2} \quad R_E = 22.857$$

Искомый ток, вырезанной ветки, равен:

$$I_1 := \frac{E + U_{1X}}{R_E + R_1} \quad I_1 = 5.224$$

