

***Министерство образования и науки Украины  
Национальный технический университет Украины  
“Киевский Политехнический Институт”  
Кафедра ТОЭ***

***Расчетно-графическая работа  
“Периодические несинусоидальные токи в линейных  
электрических цепях”  
Вариант № 411***

Выполнил: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Проверил: \_\_\_\_\_

**Киев 2007**

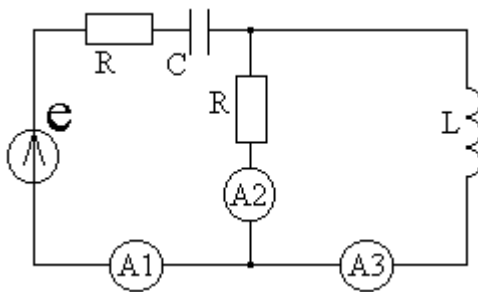
### Задание

В электрической цепи, схема которой изображена на рисунке, действует источник периодической несинусоидальной ЭДС. График ЭДС задан кривой. Нелинейный отрезок кривой представляют собой участки синусоиды. Угловая частота изменения ЭДС  $\omega = 1000$  рад/с.

#### Требуется:

1. Разложить заданную ЭДС в ряд Фурье (ограничиться 1-ой, 3-ей и 5-ой гармониками).
2. Построить в одной системе координат временные графики составляющих и суммарную кривую ЭДС, последнюю сравнить с заданной.
3. Рассчитать мгновенные значения токов всех ветвей заданной схемы.
4. Определить показания амперметров электромагнитной системы, включенных в цепь.
5. Вычислить мощность  $P$ ,  $Q$ ,  $S$ ,  $T$  и коэффициент мощности источника. Составить баланс активных мощностей цепи.
6. Считая заданную схему одной из фаз симметричной трехфазной цепи при соединении генератора и нагрузки звездой с нулевым проводом, необходимо:
  - а) Записать выражения мгновенных значений ЭДС во всех фазах трехфазного источника (принять заданную ЭДС в качестве ЭДС фазы А),
  - б) Определить действующие значения линейного напряжения источника и тока в нейтральном проводе,
  - в) Вычислить действующие значения напряжения между нейтральными точками генератора и приемника и токов в линейных проводах при обрыве нейтрального провода.

$$E_m := 11(\text{В}) \quad R := 35 \text{ Ом} \quad L := 1(\text{мГн}) \quad C := 8 \text{ мкФ} \quad \omega := 1000 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$



Общая схема цепи

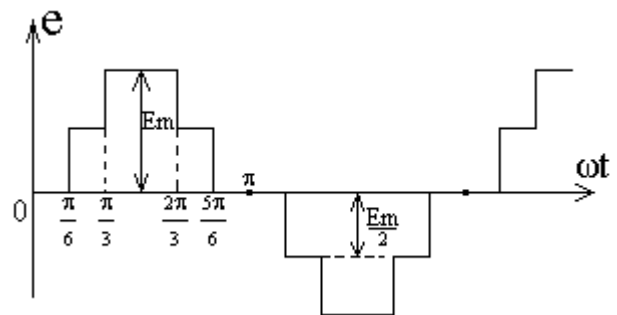


График ЭДС

## Разложение заданной ЭДС в ряд Фурье.

Данная функция является симметричной относительно начала координат.

Ряд Фурье такой функции не содержит косинусных членов и постоянной составляющей. А так как функция симметрична относительно и оси абсцисс, то в разложении это функции содержатся только нечетные синусоиды:

$$f(\omega t) = \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} B_{m_k} \cdot \sin(k \cdot \omega t) \quad x = \omega t$$

Нахождение коэффициента для 1-ой гармоники

$$B_{m1} := \frac{4}{\pi} \cdot \left[ \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \left( \frac{E_m}{2} \right) \cdot \sin(x) \, d(x) + \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} E_m \cdot \sin(x) \, d(x) \right] \quad B_{m1} = 95.66$$

$$B_{m1}(x) := B_{m1} \cdot \sin(x)$$

Нахождение коэффициентов для 3-ой гармоники

$$B_{m3} := \frac{4}{\pi} \cdot \left[ \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \left( \frac{E_m}{2} \right) \cdot \sin(3 \cdot x) \, d(x) + \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} E_m \cdot \sin(3 \cdot x) \, d(x) \right] \quad B_{m3} = -23.343$$

$$B_{m3}(x) := B_{m3} \cdot \sin(3 \cdot x)$$

Нахождение коэффициентов для 5-ой гармоники

$$B_{m5} := \frac{4}{\pi} \cdot \left[ \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \left( \frac{E_m}{2} \right) \cdot \sin(5 \cdot x) \, d(x) + \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} E_m \cdot \sin(5 \cdot x) \, d(x) \right] \quad B_{m5} = -5.126$$

$$B_{m5}(x) := B_{m5} \cdot \sin(5 \cdot x)$$

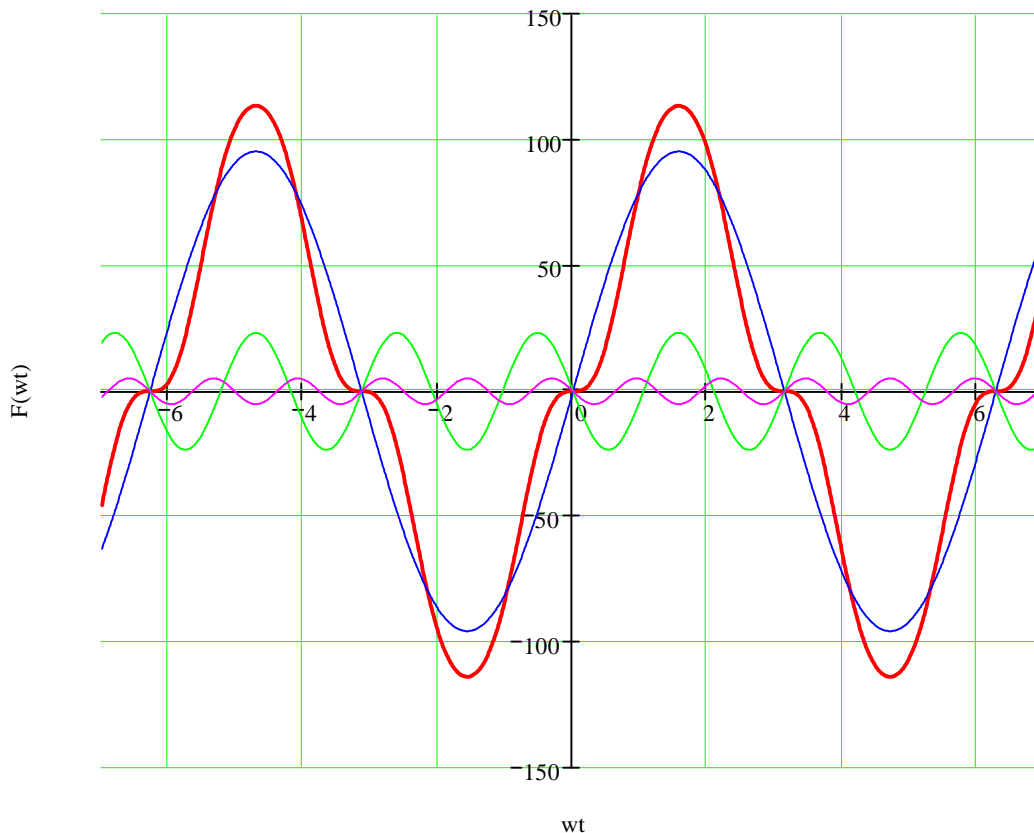
Искомое разложение функции можно представить в виде:

$$F(\omega t) = B_{m1} \cdot \sin(\omega t) + B_{m3} \cdot \sin(3\omega t) + B_{m5} \cdot \sin(5\omega t)$$

$$C_{m1} := 0 \quad C_{m3} := 0 \quad C_{m5} := 0$$

$$\psi_1 := 0 \quad \psi_3 := 0 \quad \psi_5 := 0$$

## Графики составляющих и суммарной ЭДС



Временные графики 1-ой, 3-ей, 5-ой гармоник ЭДС и их суммарная кривая

Нахождение мгновенных значений токов всех ветвей заданной схемы.

Выполнив разложение периодической несинусоидальной ЭДС в ряд Фурье, заменяем её приближенно суммой нескольких составляющих.

Обозначим реактивные сопротивления цепи для К-ой гармоники:

$$X_C := \frac{1}{\omega \cdot C \cdot k \cdot 10^{-6}} \quad X_L := \omega \cdot L \cdot k \cdot 10^{-3}$$

Расчет токов, обусловленных каждой из составляющих ЭДС, выполним в комплексной форме. Комплексное сопротивление цепи для К-ой гармоники равно:

$$Z_k = -i \cdot X_C \cdot k + R + \frac{R \cdot (i \cdot X_L \cdot k)}{R + (i \cdot X_L \cdot k)}$$

Для основной гармоники ЭДС (K=1):

$$E_1 := \frac{Bm_1}{\sqrt{2}} \cdot e^{i \cdot \psi_1} \quad E_1 = 67.642 \quad F(E_1) = (67.642 \ 0)$$

Комплексное сопротивление цепи для 1-ой гармоники равно:

$$Z_1 := -i \cdot X_C + R + \frac{R \cdot (i \cdot X_L)}{R + (i \cdot X_L)} \quad Z_1 = 37.642 - 115.755i$$

За законом Ома находим ток I1:

$$I_{1_1} := \frac{E_1}{Z_1} \quad I_{1_1} = 0.172 + 0.528i \quad F(I_{1_1}) = (0.556 \ 71.986)$$

Остальные токи находим за формулами чужого сопротивления:

$$I_{2_1} := I_{1_1} \cdot \frac{i \cdot X_L}{R + (i \cdot X_L)} \quad I_{2_1} = -0.127 + 0.085i \quad F(I_{2_1}) = (0.153 \quad 146.041)$$

$$I_{3_1} := I_{1_1} \cdot \frac{R}{R + (i \cdot X_L)} \quad I_{3_1} = 0.298 + 0.443i \quad F(I_{3_1}) = (0.534 \quad 56.041)$$

Для третьей гармоники ЭДС(K=3):

$$E_3 := \frac{Bm_3}{\sqrt{2}} \cdot e^{i \cdot \psi_3} \quad E_3 = -16.506 \quad F(E_3) = (16.506 \quad 180)$$

Комплексное сопротивление цепи для 3-ой гармоники равно:

$$Z_3 := -i \cdot X_C + R + \frac{R \cdot (i \cdot X_L)}{R + (i \cdot X_L)} \quad Z_3 = 49.824 - 24.373i$$

За законом Ома находим ток I1:

$$I_{1_3} := \frac{E_3}{Z_3} \quad I_{1_3} = -0.267 - 0.131i \quad F(I_{1_3}) = (0.298 \quad -153.933)$$

Остальные токи находим за формулами чужого сопротивления:

$$I_{2_3} := I_{1_3} \cdot \frac{i \cdot X_L}{R + (i \cdot X_L)} \quad I_{2_3} = -0.049 - 0.187i \quad F(I_{2_3}) = (0.194 \quad -104.534)$$

$$I_{3_3} := I_{1_3} \cdot \frac{R}{R + (i \cdot X_L)} \quad I_{3_3} = -0.219 + 0.057i \quad F(I_{3_3}) = (0.226 \quad 165.466)$$

Для пятой гармоники ЭДС(K=5):

$$E_5 := \frac{Bm_5}{\sqrt{2}} \cdot e^{i \cdot \psi_5} \quad E_5 = -3.625 \quad F(E_5) = (3.625 \quad 180)$$

Комплексное сопротивление цепи для 3-ой гармоники равно:

$$Z_5 := -i \cdot X_C + R + \frac{R \cdot (i \cdot X_L)}{R + (i \cdot X_L)} \quad Z_5 = 58.49 - 8.557i$$

За законом Ома находим ток I1:

$$I_{1_5} := \frac{E_5}{Z_5} \quad I_{1_5} = -0.061 - 8.877i \times 10^{-3} \quad F(I_{1_5}) = (0.061 \quad -171.677)$$

Остальные токи находим за формулами чужого сопротивления:

$$I_{2_5} := I_{1_5} \cdot \frac{i \cdot X_L}{R + (i \cdot X_L)} \quad I_{2_5} = -0.037 - 0.034i \quad F(I_{2_5}) = (0.05 \quad -136.685)$$

$$I_{3_5} := I_{1_5} \cdot \frac{R}{R + (i \cdot X_L)} \quad I_{3_5} = -0.024 + 0.026i \quad F(I_{3_5}) = (0.035 \quad 133.315)$$

Мгновенные значения токов ветвей:

$$i_1 = 0.556 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 71.986) + 0.298 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(3 \cdot \omega t - 153.933) + 0.061 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(5 \cdot \omega t - 171.677)$$

$$i_2 = 0.153 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 146.041) + 0.194 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(3 \cdot \omega t - 104.534) + 0.05 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(5 \cdot \omega t - 136.685)$$

$$i_3 = 0.534 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 56.041) + 0.226 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(3 \cdot \omega t + 165.466) + 0.035 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(5 \cdot \omega t + 133.315)$$

Определение показаний амперметров электромагнитной системы, включенных в цепь.

$$\Gamma_1 := \sqrt{\left(|I_{11}|\right)^2 + \left(|I_{13}|\right)^2 + \left(|I_{15}|\right)^2} \quad \Gamma_1 = 0.633$$

$$\Gamma_2 := \sqrt{\left(|I_{21}|\right)^2 + \left(|I_{23}|\right)^2 + \left(|I_{25}|\right)^2} \quad \Gamma_2 = 0.252$$

$$\Gamma_3 := \sqrt{\left(|I_{31}|\right)^2 + \left(|I_{33}|\right)^2 + \left(|I_{35}|\right)^2} \quad \Gamma_3 = 0.581$$

Вычисление мощности P, Q, S, T и коэффициента мощности источника. Баланс активных мощностей цепи.

Активная мощность источника (на входе цепи):

$$P := |E_1| \cdot |I_{11}| \cdot \cos\left[-\left(\arg(I_{11}) - \arg(E_1)\right)\right] + |E_3| \cdot |I_{13}| \cdot \cos\left[-\left(\arg(I_{13}) - \arg(E_3)\right)\right]$$

$$P := P + |E_5| \cdot |I_{15}| \cdot \cos\left[-\left(\arg(I_{15}) - \arg(E_5)\right)\right] \quad P = 16.257$$

Реактивная мощность источника:

$$Q := |E_1| \cdot |I_{11}| \cdot \sin\left[-\left(\arg(I_{11}) - \arg(E_1)\right)\right] + |E_3| \cdot |I_{13}| \cdot \sin\left[-\left(\arg(I_{13}) - \arg(E_3)\right)\right]$$

$$Q := Q + |E_5| \cdot |I_{15}| \cdot \sin\left[-\left(\arg(I_{15}) - \arg(E_5)\right)\right] \quad Q = -37.938$$

Полная мощность источника:

$$E := \sqrt{\left(|E_1|\right)^2 + \left(|E_3|\right)^2 + \left(|E_5|\right)^2} \quad S := E \cdot \Gamma_1 \quad S = 44.158$$

Мощность искажения на входе цепи:

$$T := \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} \quad T = 15.697$$

Мощность, поступающая в активные сопротивления цепи:

$$P_a := \left(\Gamma_1^2 + \Gamma_2^2\right) \cdot R \quad P_a = 16.257$$

Считем заданную схему одной из фаз симметричной трехфазной цепи при соединении генератора и нагрузки звездой с нулевым проводом.

Выражения мгновенных значений ЭДС во всех фазах трехфазного источника (принимая заданную ЭДС в качестве ЭДС фазы А).

В симметричных трёхфазных электрических цепях кривые напряжения (тока) во второй и третьей фазах аналогичны кривой напряжения (тока) первой фазы со сдвигом на треть периода:

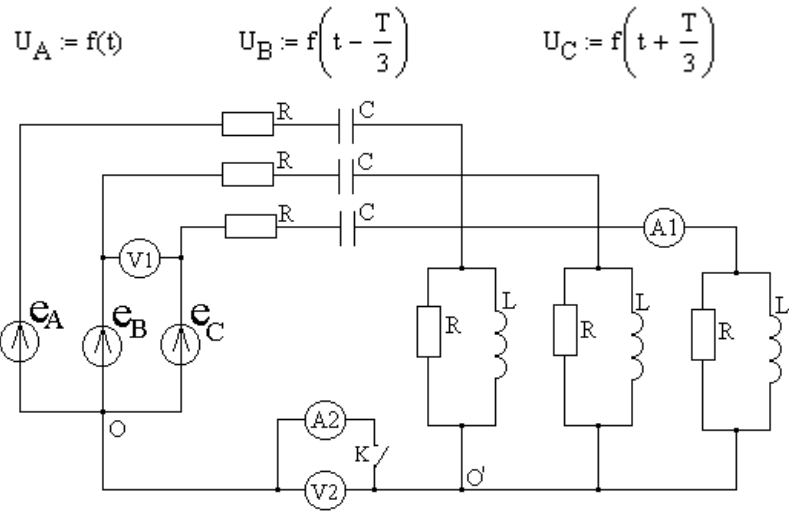


Схема трехфазной цепи

$$e_A = 95.66 \cdot \sin(\omega t) - 23.343 \cdot \sin(3 \cdot \omega t) - 5.126 \cdot \sin(5 \cdot \omega t)$$

$$e_B = 95.66 \cdot \sin(\omega t - 120) - 23.343 \cdot \sin(3 \cdot \omega t) - 5.126 \cdot \sin(5 \cdot \omega t - 240)$$

$$e_C = 95.66 \cdot \sin(\omega t + 120) - 23.343 \cdot \sin(3 \cdot \omega t) - 5.126 \cdot \sin(5 \cdot \omega t + 300)$$

Определение действующего значения линейного напряжения источника и тока в нейтральном проводе.

Действующее значение линейного напряжения источника (показание вольтметра V1):

$$U_L := \sqrt{3} \cdot \sqrt{(|E_1|)^2 + (|E_5|)^2} \quad U_L = 117.328$$

Действующее значение тока в линейном проводе (показания амперметра A2 при замкнутом ключе K):

$$I_N := 3 \cdot \sqrt{(|I_{13}|)^2} \quad I_N = 0.893$$

Определение действующего значения напряжения между нейтральными точками генератора и приемника и токов в линейных проводах при обрыве нейтрального провода.

Действующее значение напряжения между нейтральными точками генератора O и приемника O' при размыкании ключа K (показания вольтметра V2):

$$U_N := |E_3| \quad U_N = 16.506$$

Действующее значение токов в линейных проводах при обрыве нейтрального провода (показание амперметра A1):

$$I_1 := \sqrt{(|I_{11}|)^2 + (|I_{15}|)^2} \quad I_1 = 0.559$$