

Министерство образования и науки Украины  
Национальный технический университет Украины  
“Киевский Политехнический Институт”  
Кафедра ТОЭ

***Расчетно-графическая работа***  
***“Трёхфазные цепи”***  
*Вариант № 138*

Выполнил:\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Проверил:\_\_\_\_\_

**Киев 2007**

## Условие задания

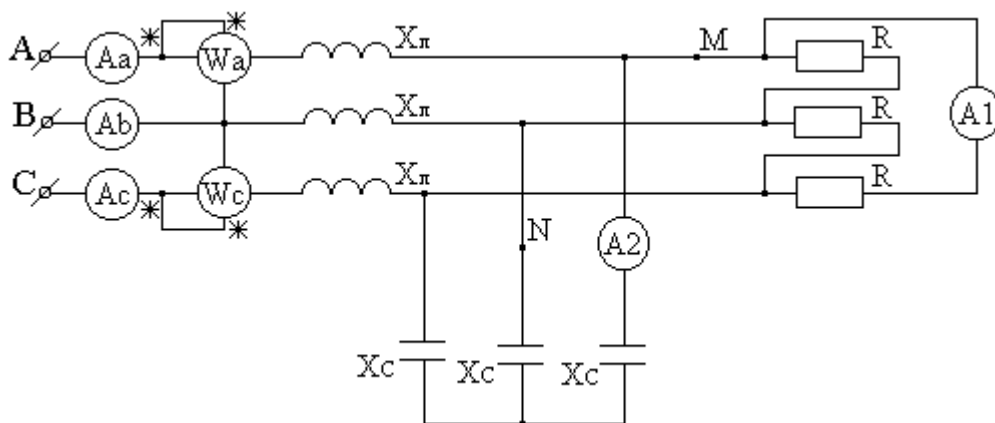
Симметричный трёхфазный генератор с обмотками, соединёнными в звезду, питает через трехпроводную линию электропередачи нагрузку с элементами, соединёнными звездой и треугольником.

### Требуется:

1. Определить показания включенных в цепь измерительных приборов, полагая нагрузки симметричной.
2. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
3. По результатам расчета п.1 построить для симметричной нагрузки совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.
4. Провести расчет токов во всех ветвях напряжений на всех участках цепи, определить показания измерительных приборов в аварийном режиме, делая обрыв в указанной точке.
5. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
6. По результатам расчета п.4 построить совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.

$$U_A := 220 \quad U_B := U_A \quad U_C := U_B \quad \psi_A := 0 \quad X_L := 7 \quad R := 48 \quad X_C := 72$$

Обрыв проводится в точке М.



Общая схема трёхфазной цепи

### Определение показаний измерительных приборов при симметричной нагрузке.

Так как нагрузка симметрическая, то будем проводить расчет только по одной фазе. Токи в остальных фазах будут такими же, только будут отличаться углы.

Для определения токов в ветвях цепи необходимо первоначально произвести упрощение схемы, сведя её к схеме с элементами, соединенными звездой.

$$R' := \frac{R \cdot R}{3 \cdot R}$$

$$R' = 16$$

За опорную примем фазу А. Фазные напряжения генератора и сопротивления элементов нагрузки в комплексной форме равны:

$$E_A := U_A \cdot e^{i \cdot \psi_A \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_B := U_B \cdot e^{i(\psi_A - 120) \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_C := U_C \cdot e^{i(\psi_A + 120) \cdot \frac{\pi}{180}}$$

$$F(E_A) = (220 \ 0) \quad F(E_B) = (220 \ -120) \quad F(E_C) = (220 \ 120)$$

$$Z_a := X_L \cdot i$$

$$Z_b := Z_a$$

$$Z_c := Z_b$$

$$Z_a = 7i$$

$$Z'_a := -X_C \cdot i$$

$$Z'_b := Z'_a$$

$$Z'_c := Z'_b$$

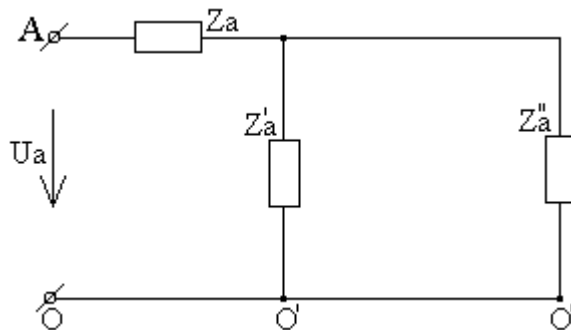
$$Z'_a = -72i$$

$$Z''_a := R'$$

$$Z''_b := Z''_a$$

$$Z''_c := Z''_b$$

$$Z''_a = 16$$



Преобразованная схема (фаза А)

Эквивалентное сопротивление данной схемы равно:

$$Z_{ea} := Z_a + \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a}$$

$$Z_{ea} = 15.247 + 3.612i$$

Ток в фазе А, согласно закону Ома, равен:

$$I_A := \frac{E_A}{Z_{ea}}$$

$$I_A = 13.662 - 3.236i$$

$$F(I_A) = (14.04 \ -13.327)$$

Соответственно в фазах В и С:

$$I_B := I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}}$$

$$I_B = -9.634 - 10.214i$$

$$F(I_B) = (14.04 \ -133.327)$$

$$I_C := I_A \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}}$$

$$I_C = -4.028 + 13.45i$$

$$F(I_C) = (14.04 \ 106.673)$$

Фазное напряжение на параллельном участке А'О равно:

$$Z_{ea'} := \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a}$$

$$Z_{ea'} = 15.247 - 3.388i$$

$$U_{A'O} := I_A \cdot Z_{ea'}$$

$$U_{A'O} = 197.345 - 95.637i$$

Токи звезды равны:

$$I_A := \frac{U_{A'O}}{Z'_a}$$

$$I_A = 1.328 + 2.741i$$

$$F(I_A) = (3.046 \ 64.144)$$

$$\begin{aligned} I_B &:= I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} & I_B &= 1.71 - 2.521i & F(I_B) &= (3.046 \quad -55.856) \\ I_C &:= I_A \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} & I_C &= -3.038 - 0.22i & F(I_C) &= (3.046 \quad -175.856) \end{aligned}$$

Линейное напряжение равно:

$$U_{A'B'} := U_{A'O} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad U_{A'B'} = 213.194 - 314.361i \quad F(U_{A'B'}) = (379.835 \quad -55.856)$$

Остальные токи равны:

$$\begin{aligned} I''_{A'B'} &:= \frac{U_{A'B'}}{R} & I''_{A'B'} &= 4.442 - 6.549i & F(I''_{A'B'}) &= (7.913 \quad -55.856) \\ I''_{B'C'} &:= I''_{A'B'} \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} & I''_{B'C'} &= -7.893 - 0.572i & F(I''_{B'C'}) &= (7.913 \quad -175.856) \\ I''_{C'A'} &:= I''_{A'B'} \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} & I''_{C'A'} &= 3.451 + 7.121i & F(I''_{C'A'}) &= (7.913 \quad 64.144) \end{aligned}$$

На основании выполненных расчетов, показания амперметров будут равны:

$$A_1 = 7.913 \text{ (A)} \quad A_2 = 3.046 \text{ (A)} \quad A_a = 14.04 \text{ (A)} \quad A_b = 14.04 \text{ (A)} \quad A_c = 14.04 \text{ (A)}$$

Находим показания ваттметров. Ваттметры показывают вещественную часть произведения комплекса напряжения, приложенного к обмотке напряжения (его отсчитывают от начала обмотки к концу), на сопряженный комплекс тока, протекающего через обмотку тока:

Показание ваттметра  $W_a$ :

$$\begin{aligned} E_{AB} &:= E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} & E_{AB} &= 330 + 190.526i \\ W_a &:= \operatorname{Re}(E_{AB} \cdot \overline{I_A}) & W_a &= 3.892 \times 10^3 \end{aligned}$$

Показание ваттметра  $W_b$ :

$$\begin{aligned} E_{CB} &:= E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot (30+180) \cdot \frac{\pi}{180}} & E_{CB} &= 381.051i \\ W_c &:= \operatorname{Re}(E_{CB} \cdot \overline{I_C}) & W_c &= 5.125 \times 10^3 \end{aligned}$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_c \quad W = 9.017 \times 10^3$$

### ***Баланс активной и реактивной мощностей***

Правильность расчетов проверим, составив баланс активных и реактивных мощностей. Мощность источника энергии определяют в виде суммы произведений комплексов фазных ЭДС (напряжений) на сопряженные комплексы токов соответствующих фаз. В симметричной трёхфазной системе мощность, отдаваемая в нагрузку источником, равна утроенной мощности одной фазы.

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C}$$

$$S_r = 9.017 \times 10^3 + 2.136i \times 10^3$$

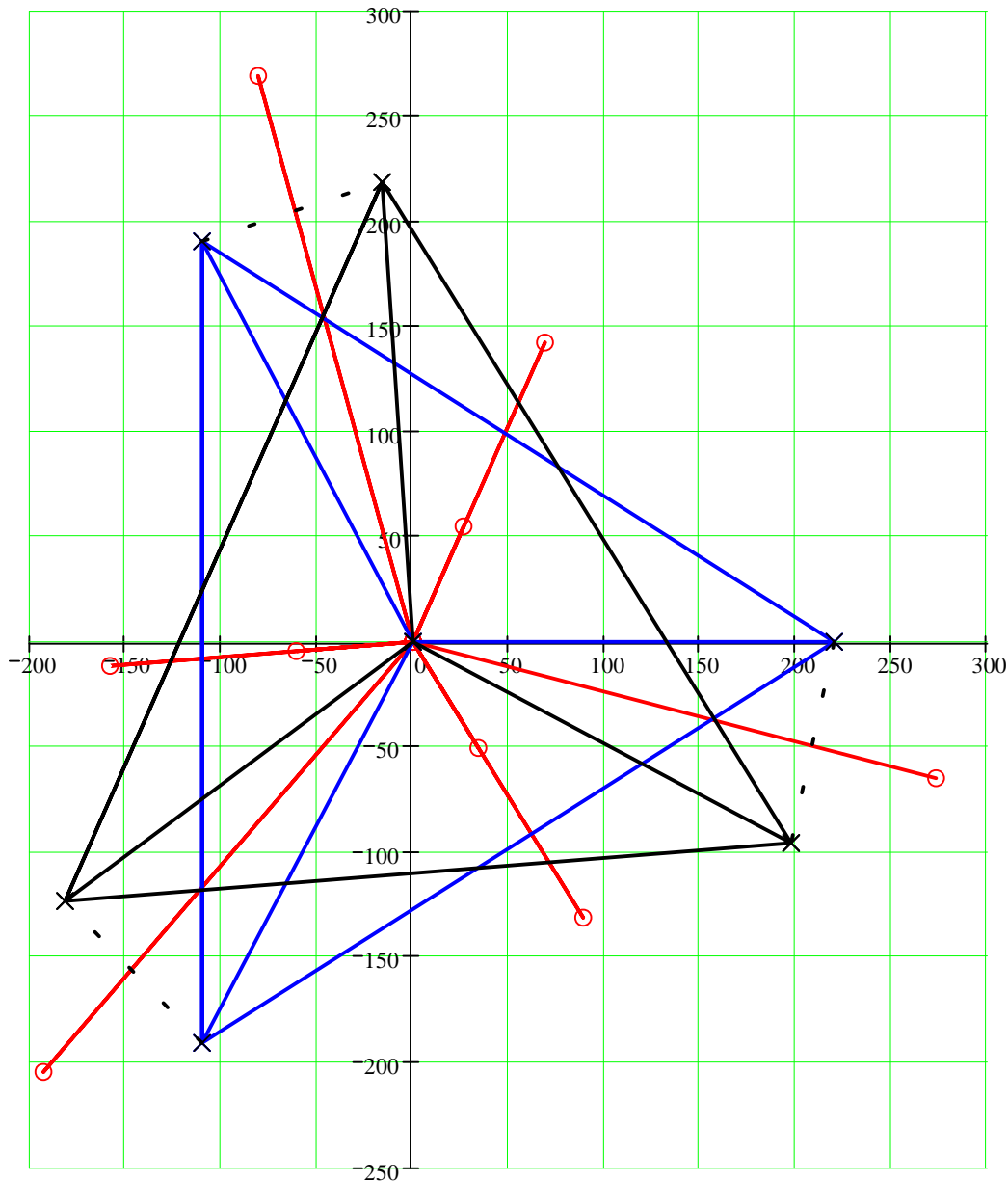
Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$P_{pr} := \left[ (|I_{A'B'}|^2 + |I_{B'C'}|^2 + |I_{C'A'}|^2) \right] \cdot R \quad P_{pr} = 9.017 \times 10^3$$

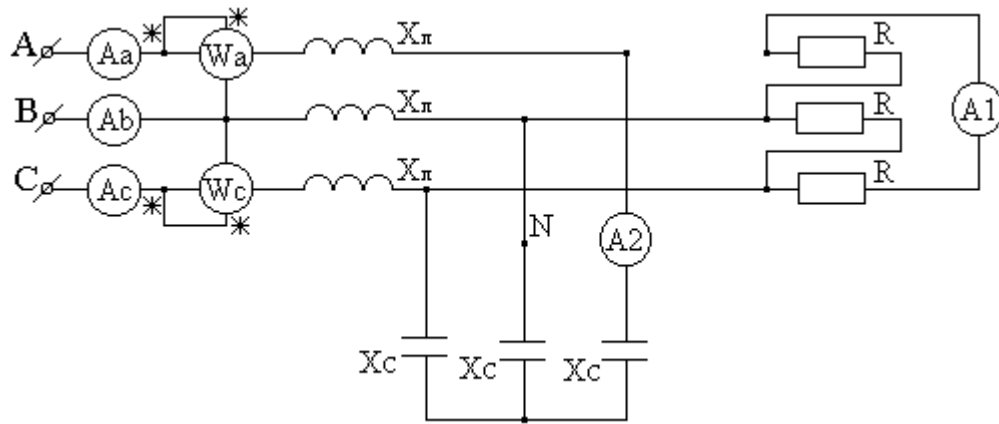
$$Q_{pr} := \left[ (|I_A|^2 + |I_B|^2 + |I_C|^2) \right] \cdot X_L \cdot i + \left[ (|I_A|^2 + |I_B|^2 + |I_C|^2) \right] \cdot (-X_C) \cdot i$$

$$Q_{pr} = 2.136i \times 10^3$$

***Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.***



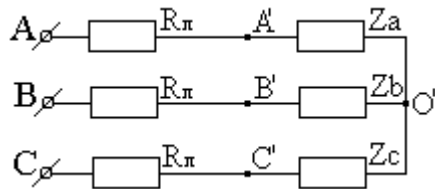
**Определение показаний измерительных приборов в аварийном режиме.**



Несимметричная трёхфазная система.

$$R' := \frac{(R + R) \cdot R}{3 \cdot R} \quad R' = 32 \quad X' := (-X_C \cdot i) + (-X_C \cdot i) + \frac{(-X_C \cdot i) \cdot (-X_C \cdot i)}{(-X_C \cdot i)} \quad X' = -216i$$

Параллельно включенные сопротивления нагрузки можно заменить эквивалентными, в результате чего образуется несимметричный треугольник. Заменяв его эквивалентной звездой, рассчитываемую цепь приводят к виду:



Несимметричная звезда

Сопротивления несимметричного треугольника равны:

$$Z_{B'C'} := \frac{X' \cdot R'}{R' + X'} \quad Z_{B'C'} = 31.313 - 4.639i$$

$$Z_{A'B'} := X' \quad Z_{C'A'} := X'$$

Сопротивление эквивалентной звезды:

$$Z_a := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_a = -7.624 - 106.306i$$

$$Z_b := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{B'C'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_b = 15.247 - 3.388i$$

$$Z_c := \frac{Z_{B'C'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_c = 15.247 - 3.388i$$

Полные комплексные сопротивления в каждой фазе цепи:

$$Z_{ea} := Z_a + Z_a \quad Z_{ea} = -7.624 - 99.306i$$

$$Z_{eb} := Z_b + Z_b \quad Z_{eb} = 15.247 + 3.612i$$

$$Z_{ec} := Z_c + Z_c \quad Z_{ec} = 15.247 + 3.612i$$

Фазные напряжения на нагрузке в цепи удобно определять, вычислив предварительно смещение нейтрали (О - потенциал узла генератора, который на схеме на показан):

$$Y_A := \frac{1}{Z_{ea}}$$

$$Y_B := \frac{1}{Z_{eb}}$$

$$Y_C := \frac{1}{Z_{ec}}$$

$$Y_A = -7.685 \times 10^{-4} + 0.01i$$

$$Y_B = 0.062 - 0.015i$$

$$Y_C = 0.062 - 0.015i$$

$$U_{O''O} := \frac{E_A \cdot Y_A + E_B \cdot Y_B + E_C \cdot Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C}$$

$$U_{O''O} = -116.112 + 25.803i$$

Фазные напряжения на элементах нагрузки цепи равны:

$$U_{AO''} := E_A - U_{O''O}$$

$$U_{AO''} = 336.112 - 25.803i$$

$$F(U_{AO''}) = (337.101 \quad -4.39)$$

$$U_{BO''} := E_B - U_{O''O}$$

$$U_{BO''} = 6.112 - 216.328i$$

$$F(U_{BO''}) = (216.415 \quad -88.382)$$

$$U_{CO''} := E_C - U_{O''O}$$

$$U_{CO''} = 6.112 + 164.723i$$

$$F(U_{CO''}) = (164.836 \quad 87.875)$$

Токи в фазах, равные фазным токам генератора и линейным токам исходной системы, определяют по закону Ома:

$$I_A := \frac{U_{AO''}}{Z_{ea}}$$

$$I_A = 3.385i$$

$$F(I_A) = (3.385 \quad 90)$$

$$I_B := \frac{U_{BO''}}{Z_{eb}}$$

$$I_B = -2.803 - 13.524i$$

$$F(I_B) = (13.812 \quad -101.708)$$

$$I_C := \frac{U_{CO''}}{Z_{ec}}$$

$$I_C = 2.803 + 10.14i$$

$$F(I_C) = (10.52 \quad 74.548)$$

$$U_{AB} := E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}}$$

$$U_{AB} = 330 + 190.526i$$

$$F(U_{AB}) = (381.051 \quad 30)$$

$$U_{AA'} := I_A \cdot Z_a$$

$$U_{AA'} = -23.692$$

$$F(U_{AA'}) = (23.692 \quad -180)$$

$$U_{BC} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}}$$

$$U_{BC} = -381.051i$$

$$F(U_{BC}) = (381.051 \quad -90)$$

$$U_{BB'} := I_B \cdot Z_b$$

$$U_{BB'} = 94.67 - 19.62i$$

$$F(U_{BB'}) = (96.681 \quad -11.708)$$

$$U_{CA} := E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}}$$

$$U_{CA} = -330 + 190.526i$$

$$F(U_{CA}) = (381.051 \quad 150)$$

$$U_{CC'} := I_C \cdot Z_c$$

$$U_{CC'} = -70.978 + 19.62i$$

$$F(U_{CC'}) = (73.639 \quad 164.548)$$

Для определения токов во всех ветвях рассчитываемой схемы необходимо определить напряжение между точками A', B' и C'.

Согласно второму закону Кирхгофа:

$$U_{AB} := U_{AA'} + U_{A'B'} - U_{BB'}$$

отсюда:

$$U_{A'B'} := U_{AB} - U_{AA'} + U_{BB'}$$

$$U_{A'B'} = 448.362 + 170.906i$$

$$F(U_{A'B'}) = (479.831 \quad 20.866)$$

аналогично вычисляют:

$$U_{B'C'} := U_{BC} - U_{BB'} + U_{CC'}$$

$$U_{B'C'} = -165.647 - 341.812i$$

$$F(U_{B'C'}) = (379.835 \quad -115.856)$$

$$U_{C'A'} := U_{CA} - U_{CC'} + U_{AA'}$$

$$U_{C'A'} = -282.715 + 170.906i$$

$$F(U_{C'A'}) = (330.358 \quad 148.846)$$

$$I''_{B''C''} := \frac{U_{B'C'}}{2 \cdot R}$$

$$I''_{B''C''} = -1.725 - 3.561i$$

$$F(I''_{B''C''}) = (3.957 \quad -115.856)$$

$$I''_{B'C'} := \frac{U_{B'C'}}{R}$$

$$I''_{B'C'} = -3.451 - 7.121i$$

$$F(I''_{B'C'}) = (7.913 \quad -115.856)$$

$$\begin{aligned}
I_A &:= I_A & I_A &= 3.385i & F(I_A) &= (3.385 \quad 90) \\
I_B &:= \frac{1}{(-X_C \cdot i)} \cdot [I_A \cdot (-X_C \cdot i) - U_{AB}] & I_B &= 2.374 - 2.843i & F(I_B) &= (3.703 \quad -50.137) \\
I_C &:= -I_A - I_B & I_C &= -2.374 - 0.542i & F(I_C) &= (2.435 \quad -167.138)
\end{aligned}$$

Согласно выполненным расчетам, показания включенных в цепь амперметров равны:

$$A_1 = 3.957 \text{ (A)} \quad A_2 = 3.385 \text{ (A)} \quad A_a = 3.385 \text{ (A)} \quad A_b = 13.812 \text{ (A)} \quad A_c = 10.52 \text{ (A)}$$

Расчет показаний ваттметров выполняется так же, как и в случае симметричной системы:

Показание ваттметра  $W_a$ :

$$E_{CA} := E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_{CA} = -330 + 190.526i$$

$$W_a := \operatorname{Re}(E_{CA} \cdot \overline{I_C}) \quad W_a = 1.007 \times 10^3$$

Показание ваттметра  $W_b$ :

$$E_{BA} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_{BA} = -330 - 190.526i$$

$$W_b := \operatorname{Re}(E_{BA} \cdot \overline{I_B}) \quad W_b = 3.502 \times 10^3$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 4.509 \times 10^3$$

### ***Баланс активной и реактивной мощностей***

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C} \quad S_r = 4.509 \times 10^3 - 48.918i$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$P_{pr} := (|I_{B''C''}|)^2 \cdot 2R + (|I_{B'C'}|)^2 \cdot R \quad P_{pr} = 4.509 \times 10^3$$

$$Q_{pr} := \left[ (|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot (X_L \cdot i) + \left[ (|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot (-X_C \cdot i) \quad Q_{pr} = -48.918i$$



*Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.*

