Міністерство освіти України
Національний технічний університет України
“Київський політехнічний інститут”
Кафедра ТОЕ

Розрахунково-графічна робота

“Розрахунок перехідних процесів у лінійних колах“
Варіант № 757

Виконав: ________________
____
____
____

Перевірив: ________________

Київ 2007

Умова задання

1. В колі з джерелом постійної ЕДС необхідно:

1) класичним методом розрахзувати напруги на реактивних елементах та струми перехідного процесу;

2) розрахувати струм в колі з джерелом ЕДС Е1 та напругу на реактивному елементі операторним методом;

3) побудувати в одному часовому масштабі діаграми струму та напруги на реактивних елементах.

2. Дослідити, яким повинен бути активний опір у вітці з джерелом Е1, щоб перехідний процес проходив в граничному режимі.

3. Визначити струми в вітках та напруги на реактивних елементах в момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійних ЕДС Е1і Е2 в колі діють синусоїдні джерела.

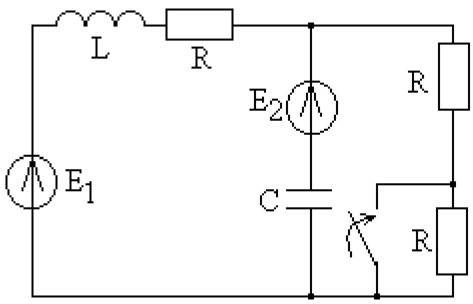
3. В післякомутаційній схемі закоротити джерело ЕДС Е2.

а) виключити катушку індуктивності чи ємність, замінивши останню опором R;

б) вважаючи, що замість ждерела постійної ЕДС Е1 до отриманного кола подається напруга, форма якої показана на малюнку;

в) розрахувати вхідний струм та напругу на реактивном елементі методом інтеграла Дюамеля при періоді Т, заданому в долях від τ;

г) побудувати в одному часовому масштабі діаграми напруги на вході, вхідного струму і напруги на реактивних елементі.



Основна схема

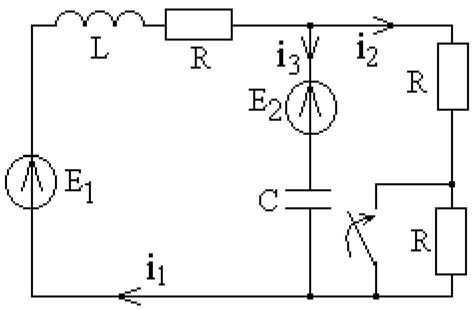
Вхідні данні:

$L := 0.18$ Гн $C := 150 \cdot 10^{-6}$ Ф $R := 60$ Ом

$E_1 := 70$ В $E_2 := 50$ В $\psi := 210 \cdot deg$ $С^0$ $\omega := 100$ c^{-1}

Класичний метод

Оберемо додатній напрямок струмів у вітках схеми:



Знайдемо значення струмів та напруг безпосередньо до комутації:

Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \frac{E_1}{3 \cdot R}$ $\quad i_{2дк} := i_{1дк} \quad i_{2дк} = 0.389$

$i_{3дк} := 0$ $\quad u_{Lдк} := 0$

$u_{Cдк} := E_1 - i_{1дк} \cdot R - E_2 \quad u_{Cдк} = -3.333$

Усталений режим після комутації: $t = \infty$

$i'_1 := \frac{E_1}{2 \cdot R} \quad i'_2 := i'_1 \quad i'_2 = 0.583$

$i'_3 := 0 \quad u'_L := 0$

$u'_C := E_1 - i'_1 \cdot R - E_2 \quad u'_C = -15$

Незалежні початкові умови

$i_{10} := i_{1дк} \quad i_{10} = 0.389$

$u_{C0} := u_{Cдк} \quad u_{C0} = -3.333$

Залежні початкові умови

Given

$i_{20} = i_{10} - i_{30}$

$E_1 - E_2 = u_{L0} + u_{C0} + i_{10} \cdot R$

$E_2 = i_{20} \cdot R - u_{C0}$

$$\begin{pmatrix} i_{30} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{30}, i_{20}, u_{L0}) \text{ float}, 6 \rightarrow \begin{pmatrix} -.388889 \\ .777778 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$i_{30} = -0.389 \quad i_{20} = 0.778 \quad u_{L0} = 0$

Незалежні початкові умови

$di_{10} := \frac{u_{L0}}{L} \quad di_{10} = 0$

$du_{C0} := \frac{i_{30}}{C} \quad du_{C0} = -2.593 \times 10^3$

Залежні початкові умови

Given

$$di_{10} = di_{20} + di_{30}$$

$$0 = du_{L0} + du_{C0} + di_{10} \cdot R$$

$$0 = di_{20} \cdot R - du_{C0}$$

$$\begin{pmatrix} di_{20} \\ di_{30} \\ du_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}\left(di_{20}, di_{30}, du_{L0}\right)$$

$di_{20} = -43.21$ $di_{30} = 43.21$ $du_{L0} = 2.593 \times 10^{3}$

Вільний режим після комутайії: $t = 0$

Складемо характерестичне рівняння схеми

$$Z(p) := \frac{R \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C}\right)}{R + \frac{1}{p \cdot C}} + p \cdot L + R \qquad Z(p) := \frac{R \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C}\right) + \left(R + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot (p \cdot L + R)}{R + \frac{1}{p \cdot C}}$$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := R \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C}\right) + \left(R + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot (p \cdot L + R) \;\Bigg|\begin{matrix} \mathrm{solve}, p \\ \mathrm{float}, 5 \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -222.22 - 157.13 \cdot i \\ -222.22 + 157.13 \cdot i \end{pmatrix}$$

Одже корні характеристичного рівняння мають вигляд:

$p_1 = -222.22 - 157.13i$ $p_2 = -222.22 + 157.13i$

Коефіцієнт затухання та кутова частота вільних коливань:

$\delta := \left|\mathrm{Re}\left(p_1\right)\right|$ $\delta = 222.22$ $\omega_0 := \left|\mathrm{Im}\left(p_2\right)\right|$ $\omega_0 = 157.13$

Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$$i''_1(t) = A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin\left(\omega_0 \cdot t + v_1\right)$$

$$i''_2(t) = B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin\left(\omega_0 \cdot t + v_2\right)$$

$$i''_3(t) = C \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin\left(\omega_0 \cdot t + v_3\right)$$

$$u''_C(t) = D \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin\left(\omega_0 \cdot t + v_C\right)$$

$$u''_L(t) = F \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin\left(\omega_0 \cdot t + v_L\right)$$

Визначення сталих інтегрування:

Для струму i1(t):

Given

$$i_{10} - i'_1 = A \cdot \sin\left(v_1\right)$$

$$di_{10} = -A \cdot \delta \cdot \sin\left(v_1\right) + A \cdot \omega_0 \cdot \cos\left(v_1\right)$$

$$\begin{pmatrix} A \\ v_1 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}\left(A, v_1\right) \;\mathrm{float}, 5 \;\rightarrow \begin{pmatrix} .33679 & -.33679 \\ -2.5261 & .61547 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$A = 0.337$ $v_1 = -2.526$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i''_1(t) := A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin\left(\omega_0 \cdot t + v_1\right) \;\mathrm{float}, 5 \;\rightarrow .33679 \cdot \exp(-222.22 \cdot t) \cdot \sin(157.13 \cdot t - 2.5261)$$

$$i_1(t) := i'_1 + i''_1(t) \;\mathrm{float}, 4 \;\rightarrow .5833 + .3368 \cdot \exp(-222.2 \cdot t) \cdot \sin(157.1 \cdot t - 2.526)$$

Для струму i2(t):

$$i_{20} - i'_2 = B \cdot \sin(v_2)$$

$$di_{20} = -B \cdot \delta \cdot \sin(v_2) + B \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_2)$$

$$\begin{pmatrix} B \\ v_2 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(B, v_2)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow \begin{pmatrix} -.19444 & .19444 \\ -1.5708 & 1.5708 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$B = -0.194$ $\qquad v_2 = -1.571$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i''_2(t) := B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_2)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow -.19444 \cdot \exp(-222.22 \cdot t) \cdot \sin(157.13 \cdot t - 1.5708)$$

$$i_2(t) := i'_2 + i''_2(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow .5833 - .1944 \cdot \exp(-222.2 \cdot t) \cdot \sin(157.1 \cdot t - 1.571)$$

Для струму i3(t):

$$i_{30} - i'_3 = C \cdot \sin(v_3)$$

$$di_{30} = -C \cdot \delta \cdot \sin(v_3) + C \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_3)$$

$$\begin{pmatrix} C \\ v_3 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(C, v_3)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow \begin{pmatrix} -.47629 & .47629 \\ .95531 & -2.1863 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$C = -0.476$ $\qquad v_3 = 0.955$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i''_3(t) := C \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_3)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow -.47629 \cdot \exp(-222.22 \cdot t) \cdot \sin(157.13 \cdot t + .95531)$$

$$i_3(t) := i'_3 + i''_3(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow -.4763 \cdot \exp(-222.2 \cdot t) \cdot \sin(157.1 \cdot t + .9553)$$

Для напруги Uc(t):

$$u_{C0} - u'_C = D \cdot \sin(v_C)$$

$$du_{C0} = -D \cdot \delta \cdot \sin(v_C) + D \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_C)$$

$$\begin{pmatrix} D \\ v_C \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(D, v_C)\ \left|\begin{matrix} \mathrm{float}, 5 \\ \mathrm{complex} \end{matrix}\right. \rightarrow \begin{pmatrix} -11.667 & 11.667 \\ -1.5708 & 1.5708 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$D = -11.667$ $\qquad v_C = -1.571$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$u''_C(t) := D \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_C)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow -11.667 \cdot \exp(-222.22 \cdot t) \cdot \sin(157.13 \cdot t - 1.5708)$$

$$u_C(t) := u'_C + u''_C(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow -15. - 11.67 \cdot \exp(-222.2 \cdot t) \cdot \sin(157.1 \cdot t - 1.571)$$

Для напруги Ul(t):

$$u_{L0} - u'_L = F \cdot \sin(v_L)$$

$$du_{L0} = -F \cdot \delta \cdot \sin(v_L) + F \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_L)$$

$$\begin{pmatrix} F \\ v_L \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(F, v_L)\ \left|\begin{matrix} \mathrm{float}, 5 \\ \mathrm{complex} \end{matrix}\right. \rightarrow \begin{pmatrix} 16.500 & -16.500 \\ 0 & 3.1416 \end{pmatrix}$$

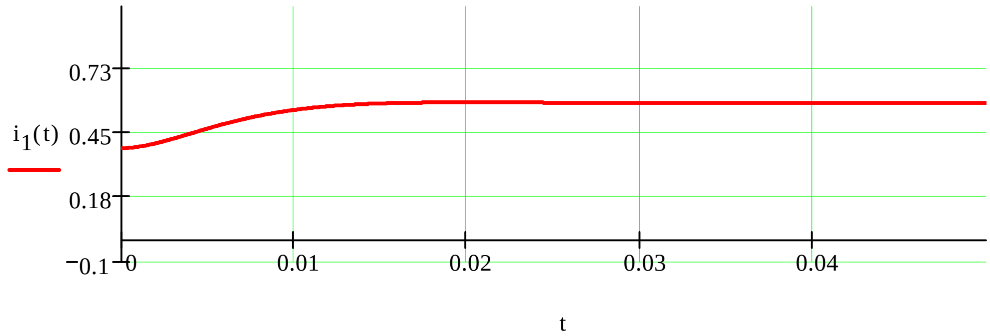
Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$F = 16.5$ $\qquad v_L = 0$

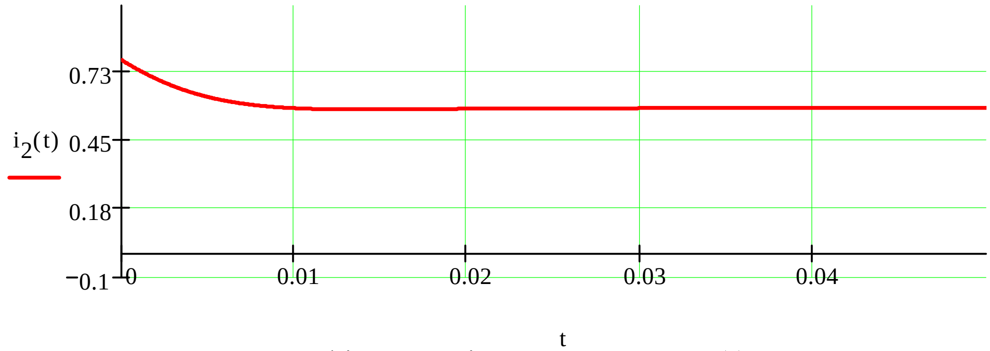
Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$u''_L(t) := F \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_L)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow 16.500 \cdot \exp(-222.22 \cdot t) \cdot \sin(157.13 \cdot t)$$

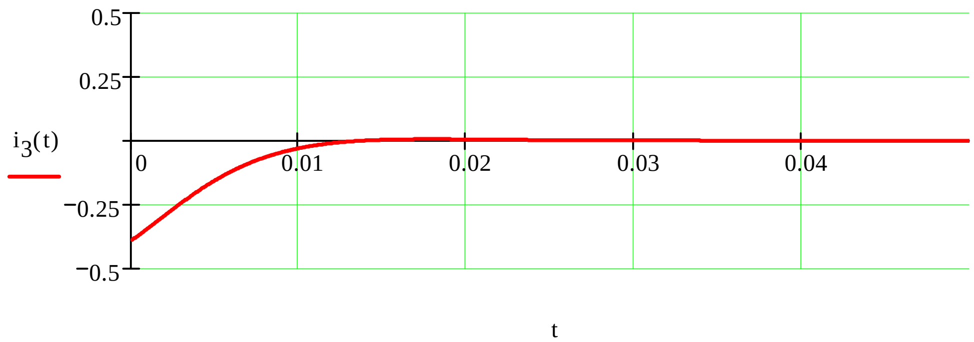
$$u_L(t) := u'_L + u''_L(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow 16.50 \cdot \exp(-222.2 \cdot t) \cdot \sin(157.1 \cdot t)$$



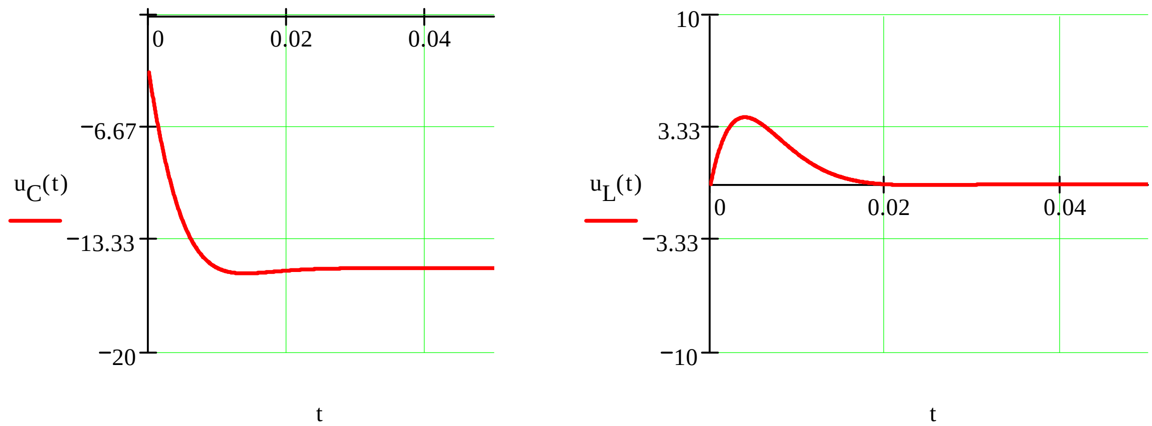
Графік перехідного струму i1(t).



Графік перехідного струму i2(t).

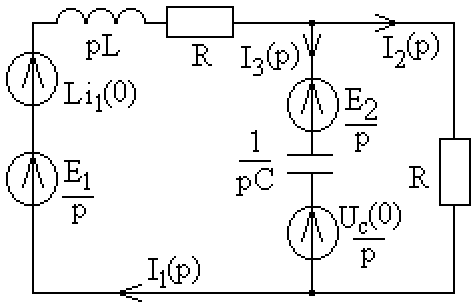


Графік перехідного струму i3(t).



Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

Операторний метод



Операторна схема

Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \dfrac{E_1}{3 \cdot R}$ $\qquad i_{2дк} := i_{1дк} \quad i_{2дк} = 0.389$

$i_{3дк} := 0$ $\qquad u_{Lдк} := 0$

$u_{Cдк} := E_1 - i_{1дк} \cdot R - E_2$ $\qquad u_{Cдк} = -3.333$

Початкові умови:

$i_{L0} := i_{1дк}$ $\qquad i_{L0} = 0.389$

$u_{C0} = -3.333$

$$I_{k1}(p) \cdot \left(R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) - I_{k2}(p) \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C}\right) = \frac{E_1}{p} - \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} + L \cdot i_{10}$$

$$-I_{k1}(p) \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C}\right) + I_{k2}(p) \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C} + R\right) = \frac{E_2}{p} + \frac{u_{C0}}{p}$$

$$\Delta(p) := \left|\begin{bmatrix} R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C} & -\left(\frac{1}{p \cdot C}\right) \\ -\left(\frac{1}{p \cdot C}\right) & \frac{1}{p \cdot C} + R \end{bmatrix}\right| \qquad \Delta(p) \text{ float}, 5 \ \to \frac{1}{p^{1.}} \cdot \left(10.800 \cdot p^{2.} + 4800.0 \cdot p + 8.0000 \cdot 1\right.$$

$$\Delta_1(p) := \left|\begin{bmatrix} \frac{E_1}{p} - \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} + L \cdot i_{10} & -\left(\frac{1}{p \cdot C}\right) \\ \frac{E_2}{p} + \frac{u_{C0}}{p} & \frac{1}{p \cdot C} + R \end{bmatrix}\right| \qquad \Delta_1(p) \text{ float}, 5 \ \to \frac{\left(1866.7 \cdot p + 4.6667 \cdot 10^{5} + 4.2000 \cdot p^{2.}\right)}{p^{2.}}$$

$$\Delta_2(p) := \left|\begin{bmatrix} R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C} & \frac{E_1}{p} - \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} + L \cdot i_{10} \\ -\left(\frac{1}{p \cdot C}\right) & \frac{E_2}{p} + \frac{u_{C0}}{p} \end{bmatrix}\right| \qquad \Delta_2(p) \text{ float}, 5 \ \to \frac{\left(8.4000 \cdot p^{2.} + 3266.7 \cdot p + 4.6667 \cdot 10^{5}\right)}{p^{2.}}$$

Контурні струми та напруга на конденсаторі будуть мати вигляд:

$$I_{k1}(p) := \frac{\Delta_1(p)}{\Delta(p)} \qquad I_{k1}(p) \text{ float}, 5 \ \to \frac{\left(1866.7 \cdot p + 4.6667 \cdot 10^{5} + 4.2000 \cdot p^{2.}\right)}{p^{1.} \cdot \left(10.800 \cdot p^{2.} + 4800.0 \cdot p + 8.0000 \cdot 10^{5}\right)^{1.}}$$

$$I_{k2}(p) := \frac{\Delta_2(p)}{\Delta(p)} \qquad I_{k2}(p) \text{ float}, 5 \ \to \frac{\left(8.4000 \cdot p^{2.} + 3266.7 \cdot p + 4.6667 \cdot 10^{5}\right)}{p^{1.} \cdot \left(10.800 \cdot p^{2.} + 4800.0 \cdot p + 8.0000 \cdot 10^{5}\right)^{1.}}$$

$$u_C(p) := \frac{u_{C0}}{p} + \frac{I_3(p)}{p \cdot C}$$

$$u_C(p) \;\Big|\begin{matrix}\text{float}, 5\\ \text{factor}\end{matrix} \rightarrow \frac{-1}{10000 \cdot p} \cdot \frac{\left(300000500000 + 899991 \cdot p^2 + 1099999500 \cdot p\right)}{\left(2000000 + 27 \cdot p^2 + 12000 \cdot p\right)}$$

$$u_L(p) := L \cdot p \cdot I_{k1}(p) - L \cdot i_{1дк}$$

$$u_L(p) \text{ factor } \rightarrow \frac{70000}{\left(2000000 + 27 \cdot p^2 + 12000 \cdot p\right)}$$

Перейдемо тепер від зображення до функції часу за формулою розкладу:
Для струму I1(p):

$$N_1(p) := 1866.7 \cdot p + 4.6667 \cdot 10^5 + 4.2000 \cdot p^{2.} \qquad M_1(p) := p \cdot \left(10.800 \cdot p^{2.} + 4800.0 \cdot p + 8.0000 \cdot 10^5\right)$$

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_1(p) \;\Big|\begin{matrix}\text{solve}, p\\ \text{float}, 5\end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -222.22 - 157.13 \cdot i \\ -222.22 + 157.13 \cdot i \end{pmatrix}$$

$$p_0 = 0 \qquad p_1 = -222.22 - 157.13i \qquad p_2 = -222.22 + 157.13i$$

$$N_1(p_0) = 4.667 \times 10^5 \qquad N_1(p_1) = 1.556 \times 10^5 - 8.171i \qquad N_1(p_2) = 1.556 \times 10^5 + 8.171i$$

$$dM_1(p) := \frac{d}{dp} M_1(p) \text{ factor } \rightarrow \frac{162}{5} \cdot p^2 + 9600 \cdot p + 800000$$

$$dM_1(p_0) = 8 \times 10^5 \qquad dM_1(p_1) = -5.333 \times 10^5 + 7.542i \times 10^5 \qquad dM_1(p_2) = -5.333 \times 10^5 - 7.542i \times 10^5$$

Отже струм як функція часу буде мати вигляд:

$$i_1(t) := \frac{N_1(p_0)}{dM_1(p_0)} + \frac{N_1(p_1)}{dM_1(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_1(p_2)}{dM_1(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \qquad i_1(0) = 0.389$$

$$i_1(t) \;\Big|\begin{matrix}\text{float}, 5\\ \text{complex}\end{matrix} \rightarrow .58334 - .194472 \cdot \exp(-222.22 \cdot t) \cdot \cos(157.13 \cdot t) - .27500 \cdot \exp(-222.22 \cdot t) \cdot \sin(157.13 \cdot t)$$

Для напруги на конденсаторі Uc(p):

$$N_u(p) := \frac{-1}{10000} \cdot \left(300000500000 + 899991 \cdot p^2 + 1099999500 \cdot p\right) \qquad M_u(p) := p \cdot \left(2000000 + 27 \cdot p^2 + 12000 \cdot p\right)$$

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_u(p) \;\Big|\begin{matrix}\text{solve}, p\\ \text{float}, 5\end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -222.22 + 157.13 \cdot i \\ -222.22 - 157.13 \cdot i \end{pmatrix}$$

$$p_0 = 0 \qquad p_1 = -222.22 + 157.13i \qquad p_2 = -222.22 - 157.13i$$

$$N_u(p_0) = -3 \times 10^7 \qquad N_u(p_1) = -7.778 \times 10^6 - 1.1i \times 10^7 \qquad N_u(p_2) = -7.778 \times 10^6 + 1.1i \times 10^7$$

$$dM_u(p) := \frac{d}{dp} M_u(p) \text{ factor } \rightarrow 2000000 + 81 \cdot p^2 + 24000 \cdot p$$

$$dM_u(p_0) = 2 \times 10^6 \qquad dM_u(p_1) = -1.333 \times 10^6 - 1.886i \times 10^6 \qquad dM_u(p_2) = -1.333 \times 10^6 + 1.886i \times 10^6$$

Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$u_C(t) := \frac{N_u(p_0)}{dM_u(p_0)} + \frac{N_u(p_1)}{dM_u(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_u(p_2)}{dM_u(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \qquad u_C(0) = -3.333$$

$$u_C(t) \left| \begin{array}{l} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{array} \right. \rightarrow -15.000 + 11.6674 \cdot \exp(-222.22 \cdot t) \cdot \cos(157.13 \cdot t) + 4.0864 \cdot 10^{-4} \cdot \exp(-222.22 \cdot t) \cdot \sin(157.13$$

Для напруги на індуктивності:

$$N_L(p) := 70000 \qquad M_L(p) := 2000000 + 27 \cdot p^2 + 12000 \cdot p$$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_L(p) \left| \begin{array}{l} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -222.22 + 157.13 \cdot i \\ -222.22 - 157.13 \cdot i \end{pmatrix}$$

$$p_1 = -222.22 + 157.13i \qquad p_2 = -222.22 - 157.13i$$

$$N_L(p_1) = 7 \times 10^4 \qquad N_L(p_2) = 7 \times 10^4$$

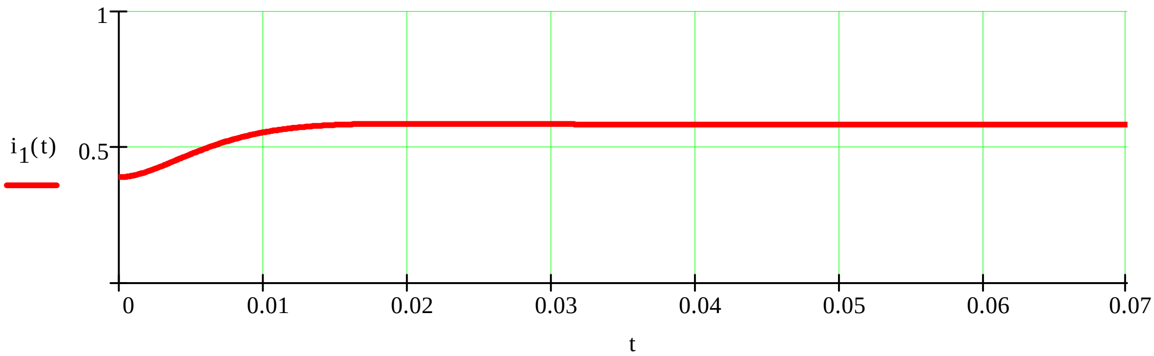
$$dM_L(p) := \frac{d}{dp} M_L(p) \text{ factor } \rightarrow 54 \cdot p + 12000$$

$$dM_L(p_1) = 0.12 + 8.485i \times 10^3 \qquad dM_L(p_2) = 0.12 - 8.485i \times 10^3$$

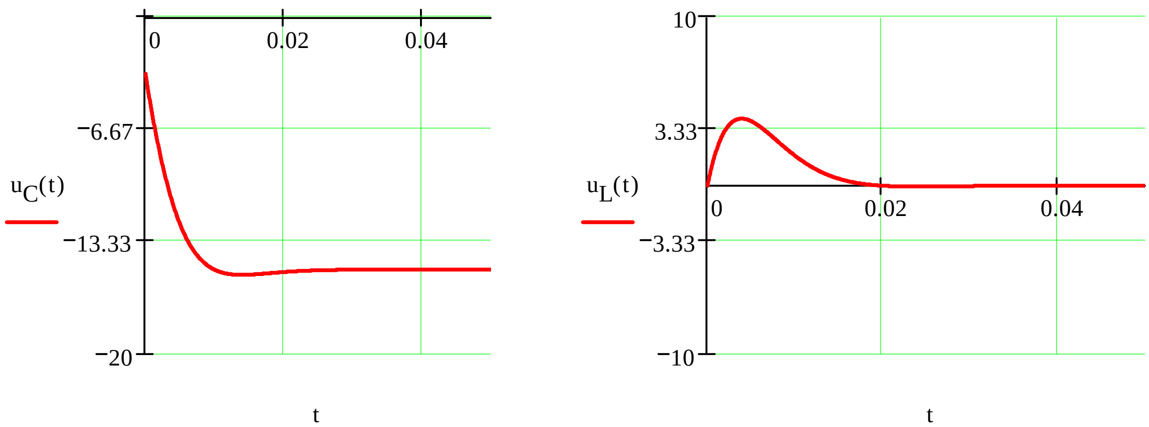
Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$u_L(t) := \frac{N_L(p_1)}{dM_L(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_L(p_2)}{dM_L(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \qquad u_L(0) = 2.333 \times 10^{-4}$$

$$u_L(t) \left| \begin{array}{l} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{array} \right. \rightarrow 2.3334 \cdot 10^{-4} \cdot \exp(-222.22 \cdot t) \cdot \cos(157.13 \cdot t) + 16.4996 \cdot \exp(-222.22 \cdot t) \cdot \sin(157.13 \cdot t)$$



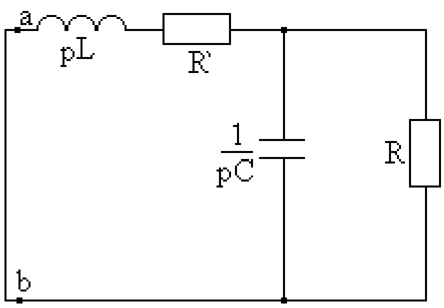
Графік перехідного струму i1(t).



Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

Дослідити чому повинен дорівнювати активний опір вітки с джерелом ЕРС Е1 щоб перехідний процес переходив в граничний режим

$$Z_{ab}(p) := R' + p\cdot L + \frac{\left(\frac{1}{p\cdot C}\right)\cdot R}{\frac{1}{p\cdot C} + R}$$



$$Z_{ab}(p) := \frac{\left(\frac{1}{p\cdot C} + R\right)\cdot(R' + p\cdot L) + \left(\frac{1}{p\cdot C}\right)\cdot R}{\frac{1}{p\cdot C} + R}$$

$$(R\cdot L)\cdot p^2 + \left(R\cdot R' + \frac{L}{C}\right)\cdot p + \left(\frac{R'}{C} + \frac{R}{C}\right) = 0$$

$$D = 0$$

$$\left(R\cdot R' + \frac{L}{C}\right)^2 - 4\cdot(R\cdot L)\cdot\left(\frac{R'}{C} + \frac{R}{C}\right) = 0$$

$$\left(R\cdot R' + \frac{L}{C}\right)^2 - 4\cdot(R\cdot L)\cdot\left(\frac{R'}{C} + \frac{R}{C}\right) \,\Bigg|\, \begin{matrix}\text{solve}, R' \\ \text{float}, 5\end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix}-49.282 \\ 89.282\end{pmatrix} \qquad R' := 89.282$$

Отже при такому значенні активного опору у вітці з джерелом напруги Е1 аперіодичний процес перейде в коливальний.

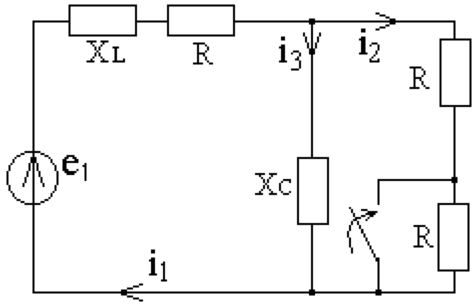
Визначити струми в вітках та напруги на реактивних елементах в момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійних ЕДС Е1і Е2 в колі діють синусоїдні джерела.

$$e_1(t) := \sqrt{2}\cdot E_1\cdot\sin(\omega\cdot t + \psi) \qquad e_2(t) := \sqrt{2}\cdot E_2\cdot\sin(\omega\cdot t + \psi)$$

$$X_C := \frac{1}{\omega\cdot C} \qquad X_C = 66.667 \qquad X_L := \omega\cdot L \qquad X_L = 18$$

$$E_1 := E_1\cdot e^{\psi\cdot i} \qquad E_1 = -60.622 - 35i \qquad F(E_1) = (70\ \ -150)$$

$$E_2 := E_2\cdot e^{\psi\cdot i} \qquad E_2 = -43.301 - 25i \qquad F(E_2) = (50\ \ -150)$$

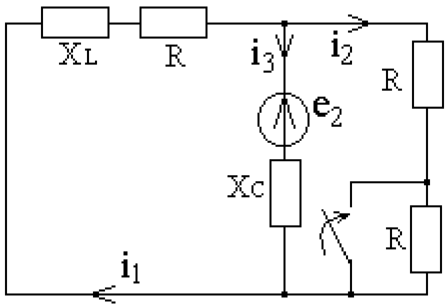


$$Z'_{vx} := R + i\cdot X_L + \frac{2\cdot R\cdot(i\cdot X_C)}{R + R - i\cdot X_C} \qquad Z'_{vx} = 31.698 + 68.943i$$

$$I'_{1дк} := \frac{E_1}{Z'_{vx}} \qquad I'_{1дк} = -0.753 + 0.533i \qquad F(I'_{1дк}) = (0.922\ \ 144.692)$$

$$I'_{2дк} := I'_{1дк}\cdot\frac{(-i\cdot X_C)}{R + R - i\cdot X_C} \qquad I'_{2дк} = 0.049 + 0.445i \qquad F(I'_{2дк}) = (0.448\ \ 83.746)$$

$$I'_{3дк} := I'_{1дк}\cdot\frac{2\cdot R}{R + R - i\cdot X_C} \qquad I'_{3дк} = -0.802 + 0.088i \qquad F(I'_{3дк}) = (0.806\ \ 173.746)$$



$Z''_{vx} := -X_C \cdot i + \frac{(R + i \cdot X_L) \cdot 2 \cdot R}{R + i \cdot X_L + R + R}$ $Z''_{vx} = 40.792 - 58.746i$

$I''_{3дк} := \frac{E_2}{Z''_{vx}}$ $I''_{3дк} = -0.058 - 0.697i$ $F(I''_{3дк}) = (0.699 \;\; -94.775)$

$I''_{1дк} := I''_{3дк} \cdot \frac{2 \cdot R}{R + i \cdot X_L + 2 \cdot R}$ $I''_{1дк} = -0.084 - 0.456i$ $F(I''_{1дк}) = (0.464 \;\; -100.486)$

$I''_{2дк} := I''_{3дк} \cdot \frac{R + i \cdot X_L}{R + i \cdot X_L + 2 \cdot R}$ $I''_{3дк} = -0.058 - 0.697i$ $F(I''_{3дк}) = (0.699 \;\; -94.775)$

$I_{1дк} := I'_{1дк} + I''_{1дк}$ $I_{1дк} = -0.837 + 0.077i$ $F(I_{1дк}) = (0.841 \;\; 174.734)$

$I_{2дк} := I'_{2дк} + I''_{2дк}$ $I_{2дк} = 0.075 + 0.205i$ $F(I_{2дк}) = (0.218 \;\; 69.874)$

$I_{3дк} := I'_{3дк} - I''_{3дк}$ $I_{3дк} = -0.743 + 0.785i$ $F(I_{3дк}) = (1.081 \;\; 133.458)$

$u_{Cдк} := I_{3дк} \cdot (-i \cdot X_C)$ $u_{Cдк} = 52.302 + 49.56i$ $F(u_{Cдк}) = (72.053 \;\; 43.458)$

$u_{Lдк} := I_{1дк} \cdot i \cdot X_L$ $u_{Lдк} = -1.389 - 15.07i$ $F(u_{Lдк}) = (15.134 \;\; -95.266)$

$i_{1дк}(t) := |I_{1дк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{1дк}))$

$i_{2дк}(t) := |I_{2дк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{2дк}))$

$i_{3дк}(t) := |I_{3дк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{3дк}))$

$u_{Cдк}(t) := |u_{Cдк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(u_{Cдк}))$

$u_{Lдк}(t) := |u_{Lдк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(u_{Lдк}))$

Початкові умови:

$u_{Cдк}(0) = 70.089$

$i_{Lдк}(0) = 0.109$

Given

$i_{20} = i_{10} - i_{30}$

$e_1(0) - e_2(0) = u_{L0} + u_{C0} + i_{10} \cdot R$

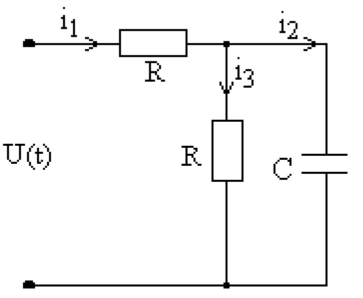
$e_2(0) = i_{20} \cdot R - u_{C0}$

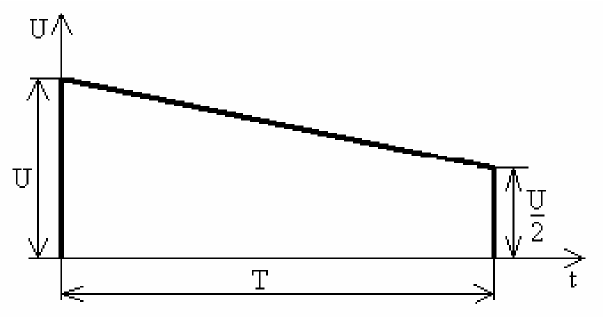
$$\begin{pmatrix} i_{30} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{30}, i_{20}, u_{L0})$$

$i_{10} = 0.109$ $i_{20} = 0.579$ $i_{30} = -0.47$ $u_{L0} = -90.779$ $u_{C0} = 70.089$

Інтеграл Дюамеля

$T := 1.5$ $\qquad E_1 := 70$ $\qquad E := 1$





Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \frac{0}{R + R}$ $\qquad i_{1дк} = 0$

$i_{3дк} := i_{1дк}$ $\qquad i_{3дк} = 0$ $\qquad i_{2дк} := 0$ $\qquad i_{2дк} = 0$

$u_{Cдк} := 0 - i_{1дк} \cdot R$ $\qquad u_{Cдк} = 0$

Усталений режим після комутації: $t = \infty$

$i'_1 := \frac{E}{R + R}$ $\qquad i'_1 = 8.333 \times 10^{-3}$

$i'_3 := i'_1$ $\qquad i'_3 = 8.333 \times 10^{-3}$ $\qquad i'_2 := 0$ $\qquad i'_2 = 0$

$u'_C := E - i'_1 \cdot R$ $\qquad u'_C = 0.5$

Незалежні початкові умови

$u_{C0} := u_{Cдк}$ $\qquad u_{C0} = 0$

Залежні початкові умови

Given

$i_{20} = i_{10} - i_{30}$

$E = i_{30} \cdot R + i_{10} \cdot R$

$0 = u_{C0} - i_{30} \cdot R$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ i_{30} \end{pmatrix} := \text{Find}(i_{10}, i_{20}, i_{30})$$

$i_{10} = 0.017$ $\qquad i_{20} = 0.017$ $\qquad i_{30} = 0$

Вільний режим після комутайії: $t = 0$

Складемо характерестичне рівняння схеми

$$Z_{vx}(p) := R + \frac{R \cdot \frac{1}{p \cdot C}}{R + \frac{1}{p \cdot C}} \qquad Zvx(p) := \frac{R \cdot \left(R + \frac{1}{p \cdot C}\right) + R \cdot \frac{1}{p \cdot C}}{R + \frac{1}{p \cdot C}}$$

$$p := R \cdot \left(R + \frac{1}{p \cdot C}\right) + R \cdot \frac{1}{p \cdot C} \;\Bigg|\begin{matrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{matrix} \rightarrow -222.22 \qquad T := \frac{1}{|p|} \cdot T \qquad T = 6.75 \times 10^{-3}$$

Одже корень характеристичного рівняння має вигляд: $p = -222.22$

Вільна складова струму буде мати вигляд:

$i''_1(t) = A_1 \cdot e^{p \cdot t}$

Визначення сталих інтегрування:

$A_1 := i_{10} - i'_1 \qquad A_1 = 8.333 \times 10^{-3}$

Отже: $i''_1(t) := A_1 \cdot e^{p \cdot t}$

Повні значення цих струмів:

$g_{11}(t) := i'_1 + i''_1(t) \qquad g_{11}(t) \text{ float}, 5 \ \rightarrow 8.3333 \cdot 10^{-3} + 8.3333 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(-222.22 \cdot t)$

$h_{cU}(t) := E \cdot \dfrac{R}{R+R} \cdot \left(1 - e^{p \cdot t}\right) \text{ float}, 5 \ \rightarrow .50000 - .50000 \cdot \exp(-222.22 \cdot t)$

Визначимо закони зміни напруги на всіх проміжках часу:

$U_0 := E_1 \qquad U_0 = 70$

$U_1(t) := U_0 - \dfrac{E_1}{2T} \cdot t \qquad U_1(t) \text{ float}, 5 \ \rightarrow 70. - 5185.1 \cdot t \qquad 0 < t < T$

$U_2 := 0 \qquad U_2 = 0 \qquad T < t < \infty$

$U'_1 := \dfrac{d}{dt} U_1(t) \text{ float}, 5 \ \rightarrow -5185.1$

Струм на цих проміжках буде мати вигляд:

$i_1(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + \int_0^t U'_1 \cdot g_{11}(t - \tau)\, d\tau \qquad i_1(t) \left| \begin{matrix} \text{factor} \\ \text{float}, 3 \end{matrix} \right. \rightarrow .389 + .778 \cdot \exp(-222. \cdot t) - 43.2 \cdot t$

$i_2(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + \int_0^T U'_1 \cdot g_{11}(t - \tau)\, d\tau + \left(U_2 - \dfrac{E_1}{2}\right) \cdot g_{11}(t - T)$

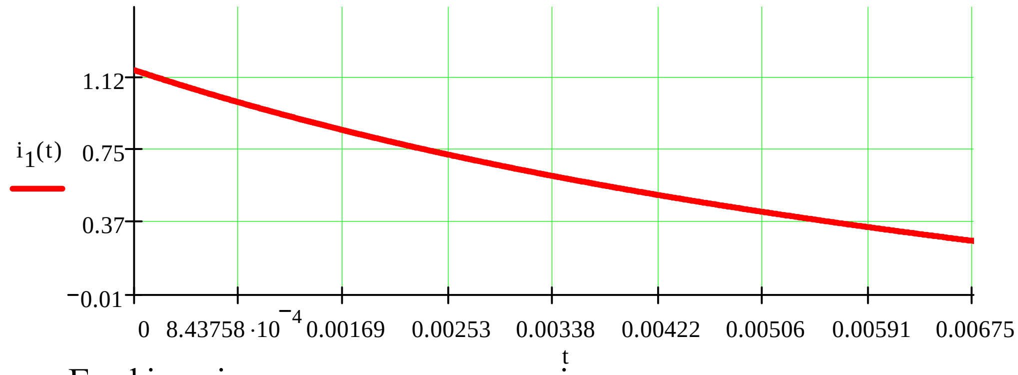
$i_2(t) \left| \begin{matrix} \text{factor} \\ \text{float}, 3 \end{matrix} \right. \rightarrow 1.88 \cdot 10^{-6} + .778 \cdot \exp(-222. \cdot t) - .486 \cdot \exp(-222. \cdot t + 1.50)$

Напруга на індуктивнисті на цих проміжках буде мати вигляд:

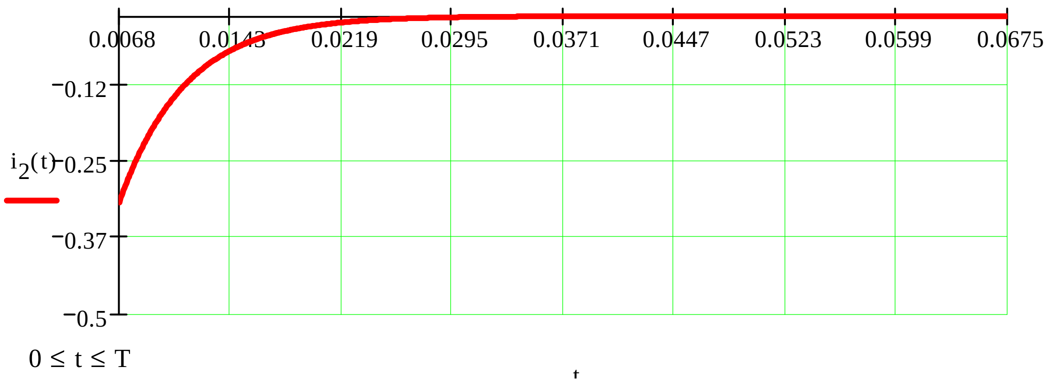
$u_{C1}(t) := U_0 \cdot h_{cU}(t) + \int_0^t U'_1 \cdot h_{cU}(t - \tau)\, d\tau \text{ float}, 4 \ \rightarrow 46.67 - 46.67 \cdot \exp(-222.2 \cdot t) - 2593. \cdot t$

$u_{C2}(t) := U_0 \cdot h_{cU}(t) + \int_0^T U'_1 \cdot h_{cU}(t - \tau)\, d\tau + \left(U_2 - \dfrac{E_1}{2}\right) \cdot h_{cU}(t - T)$

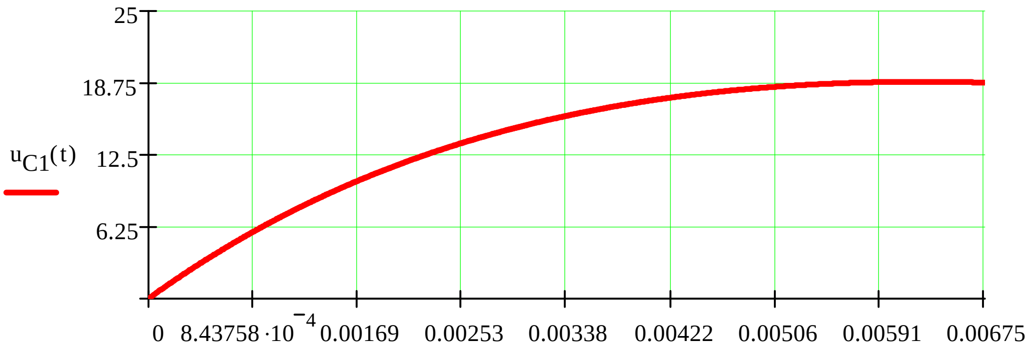
Графік вхідного струму на проміжку: $0 \le t \le T$



Графік вхідного струму на проміжку: $T \le t \le \infty$



$0 \le t \le T$



$T \le t \le \infty$