

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Факультет інформатики та обчислювальної техніки
Кафедра обчислювальної техніки

ЗВІТ ДО ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ №1
СИНТЕЗ ПЕРЕМИКАЛЬНИХ ФУНКЦІЙ В РІЗНИХ АЛГЕБРАХ

Виконав:
студент групи ІВ-71
Мазан Я. В.
Залікова книжка № ІВ-7109
Перевірив:
Верба О. А.

Київ 2017

1. ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №1

СИНТЕЗ ПЕРЕМИКАЛЬНИХ ФУНКЦІЙ В РІЗНИХ АЛГЕБРАХ

Ціль роботи – вивчити методи синтезу комбінаційних схем в заданому елементному базисі, визначення складності і дослідження швидкодії комбінаційних схем.

Теоретичні відомості

Логічний елемент – це електронна схема, що реалізує певну перемикальну функцію.

Сукупність логічних елементів, призначена для перетворення двійкових змінних, називається *логічною схемою*.

Логічні схеми поділяються на послідовні і комбінаційні.

Комбінаційною називається логічна схема, в якій значення вихідних сигналів цілком визначаються значеннями вхідних сигналів, що діють в даний момент часу і не залежать від значень вхідних сигналів, що діяли в попередні моменти часу.

Вважають, що така схема має один стан. Поведінка комбінаційної схеми може бути описана системою перемикальних функцій.

Розрізняють задачі аналізу і синтезу комбінаційних схем.

Задача аналізу комбінаційної схеми зводиться до знаходження системи функцій, що відбивають логіку роботи цієї схеми.

Задача синтезу зворотна задачі аналізу, тобто припускає побудову схеми, використовуючи заданий базис логічних елементів.

Синтез комбінаційної схеми з одним виходом можна розбити на три етапи.

На першому етапі виконують мінімізацію перемикальної функції.

На другому етапі функцію записують у так званій операторній формі, тобто у вигляді суперпозиції операторів заданих логічних елементів.

Оператором логічного елемента називають функцію, що реалізує цей елемент. Якщо число входів у елементів досить, то одержання операторного запису функції зводиться до її представлення в одній з нормальних форм.

В базисі елементів І, АБО, НЕ, І-НЕ, АБО-НЕ таких форм вісім.

На прикладі функції $F(X, Y, Z) = \bar{X} \cdot Y \vee X \cdot \bar{Y} \vee \bar{Y} \cdot Z$ і її заперечення $\overline{F(X, Y, Z)} = X \cdot Y \vee \bar{X} \cdot \bar{Y} \cdot \bar{Z}$, покажемо одержання всіх нормальних форм.

Позначати нормальні форми будемо з використанням внутрішньої і зовнішньої функцій. Наприклад, у диз'юнктивної нормальної форми (ДНФ) внутрішньою є функція І, а зовнішньою – АБО, тобто ДНФ – форма типу І/АБО.

Взявши подвійне заперечення заданої функції і застосувавши кілька разів правило де Моргана, послідовно одержимо такі нормальні форми:

$$\begin{aligned} F(X, Y, Z) &= \bar{X} \cdot Y \vee X \cdot \bar{Y} \vee \bar{Y} \cdot Z = && \text{(форма І/АБО);} \\ &= \overline{\overline{\bar{X} \cdot Y \vee X \cdot \bar{Y} \vee \bar{Y} \cdot Z}} = \\ &= \overline{\bar{X} \cdot Y \cdot \bar{X} \cdot \bar{Y} \cdot \bar{Y} \cdot Z} = && \text{(форма І-НЕ/І-НЕ);} \\ &= \overline{(X \vee \bar{Y}) \cdot (\bar{X} \vee Y) \cdot (Y \vee \bar{Z})} = && \text{(форма АБО/І-НЕ);} \\ &= \overline{(X \vee \bar{Y})} \vee \overline{(\bar{X} \vee Y)} \vee \overline{(Y \vee \bar{Z})} && \text{(форма АБО-НЕ/АБО).} \end{aligned}$$

Виходячи з заперечення заданої функції, запишемо ще чотири нормальні форми:

$$\begin{aligned}
F(X, Y, Z) &= \overline{X \cdot Y \vee \bar{X} \cdot \bar{Y} \cdot \bar{Z}} = && \text{(форма I/АБО-НЕ);} \\
&= \overline{X \cdot Y} \cdot \overline{\bar{X} \cdot \bar{Y} \cdot \bar{Z}} = && \text{(форма I-НЕ/I);} \\
&= (\bar{X} \vee \bar{Y}) \cdot (X \vee Y \vee Z) = && \text{(форма АБО/I);} \\
&= \overline{(\bar{X} \vee \bar{Y}) \cdot (X \vee Y \vee Z)} = && \\
&= \overline{(\bar{X} \vee \bar{Y})} \vee \overline{(X \vee Y \vee Z)} = && \text{(форма АБО-НЕ/АБО-НЕ).}
\end{aligned}$$

Нормальні форми дозволяють одержати комбінаційну схему з двома рівнями (каскадами) логічних елементів, якщо елементи мають необхідне число входів, а аргументи представлені прямими та інверсними значеннями.

Якщо число входів p елементів менше, ніж потрібно для реалізації нормальної форми, то для одержання операторної форми змінні поєднують у групи, що містять не більше p елементів, і використовують співвідношення виду:

$$\begin{aligned}
X_1 \cdot X_2 \cdot \square \cdot X_m &= (X_1 \cdot \square \cdot X_g) \cdot (X_s \cdot \square \cdot X_m); \\
X_1 \vee X_2 \vee \square \vee X_m &= (X_1 \vee \square \vee X_g) \vee (X_s \vee \square \vee X_m); \\
\overline{X_1 \cdot X_2 \cdot \square \cdot X_m} &= \overline{(X_1 \cdot \square \cdot X_g) \cdot (X_s \cdot \square \cdot X_m)}; \\
\overline{X_1 \vee X_2 \vee \square \vee X_m} &= \overline{(X_1 \vee \square \vee X_g) \vee (X_s \vee \square \vee X_m)},
\end{aligned}$$

де $g \leq p$ і $m-s+1 \leq p$.

Число груп змінних також не повинне перевищувати p . В протилежному випадку зазначені перетворення виконують стосовно груп змінних. Такі перетворення дозволяють представити задану функцію в операторній формі з урахуванням числа входів елементів. Схема, отримана по операторній формі, може містити більше двох рівнів.

На третьому етапі по операторних представленнях функцій складають комбінаційну схему. Задана система елементів може дозволити реалізувати кілька операторних представлень функції. Наприклад, при наявності елементів І, АБО та І-НЕ можна використовувати в якості вихідної одну з п'яти нормальних форм (І/АБО, І-НЕ/І-НЕ, АБО/І-НЕ, І-НЕ/І, АБО/І) для одержання відповідних операторних представлень з урахуванням числа входів елементів. Щоб вибрати одну схему з декількох можливих, необхідно порівнювати їх по заданих параметрах (найбільш часто – по складності і швидкодії).

Існує кілька способів оцінки складності схем. Часто використовують оцінку по Квайну (K), яка визначається як сумарне число входів усіх логічних елементів. Складність можна також оцінити в числі логічних елементів (M) чи в числі умовних корпусів мікросхем, що визначається по формулі

$$N = \sum_{i=1}^r \frac{m_i \cdot n_i}{g},$$

де r – число типів мікросхем; m_i , n_i – кількість відповідно мікросхем i -го типу і виводів такої мікросхеми, g – число виводів умовного корпусу. Як умовний корпус в даній роботі використовується корпус мікросхеми на 14 виводів.

Параметри K і M доцільно використовувати при проектуванні інтегральних схем, тому що їх складність залежить від площі кристала, яка пропорційна числу логічних елементів і числу їхніх входів.

Оцінка N зручна при порівнянні складності пристроїв, побудованих на мікросхемах.

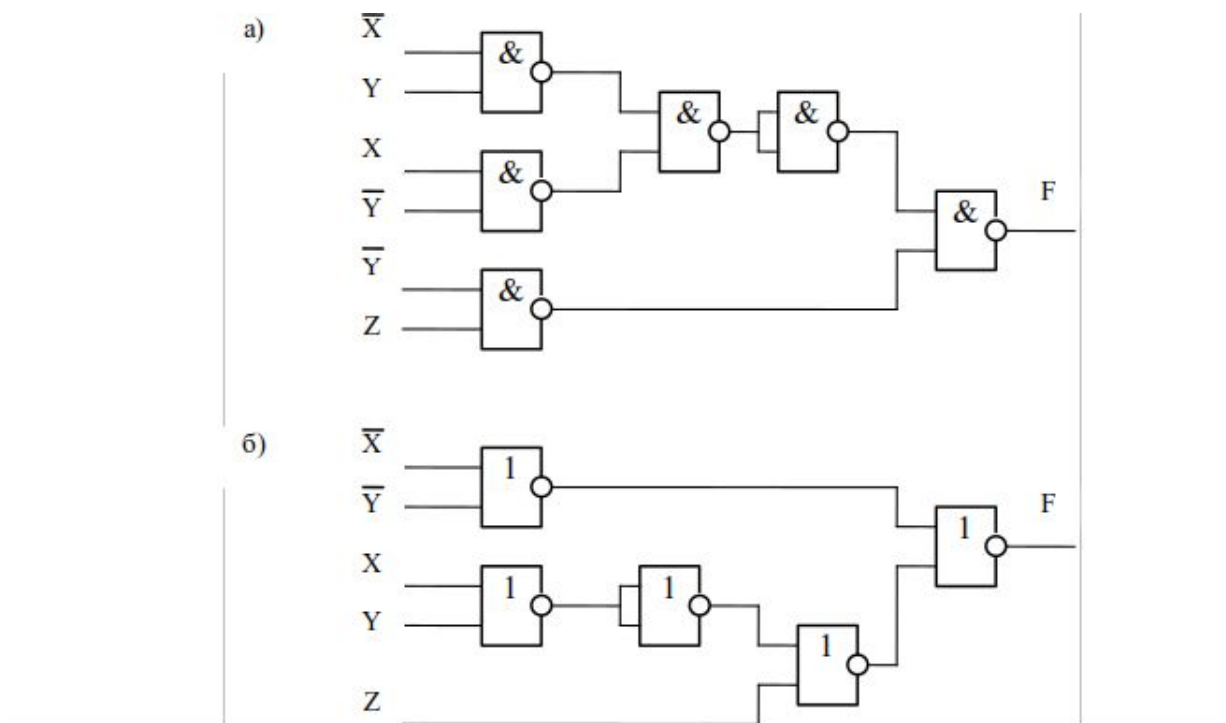


Рис. 1.1. Функціональні схеми реалізації функції: а – на елементах І-НЕ, б – на елементах АБО-НЕ

Швидкодія комбінаційних схем залежить від часових параметрів логічних елементів t_{01} і t_{10} , що характеризують затримку сигналів (час переходу вихідного сигналу від одного логічного рівня до іншого). На практиці використовують звичайно усереднене значення часу затримки $t = (t_{01} + t_{10})/2$ чи максимальне – $t^* = \max(t_{01}, t_{10})$.

Для комбінаційних схем на однотипних елементах (приклад на рис.1.1) середній час затримки сигналів $T = Lt$, де L – рівень схеми, дорівнює числу елементів, що входять в максимальний по довжині ланцюжок елементів. Якщо використовуються елементи з різною затримкою, то в схемі визначається шлях, який вимагає максимального часу поширення сигналів.

З декількох можливих вибирають комбінаційну схему, що краще інших задовольняє заданим параметрам. Наприклад, при наявності

елементів 2І-НЕ та 2АБО-НЕ розглянуту функцію можна представити в операторних формах І-НЕ/І-НЕ та АБО-НЕ/АБО-НЕ таким чином:

$$F(X, Y, Z) = \overline{\overline{\overline{X} \cdot Y} \cdot \overline{X \cdot \overline{Y}} \cdot \overline{\overline{Y}} \cdot Z} = \overline{\overline{\overline{X} \cdot Y} \cdot \overline{X \cdot \overline{Y}} \cdot \overline{\overline{Y}} \cdot Z};$$

$$F(X, Y, Z) = \overline{(\overline{\overline{X} \vee \overline{Y}}) \vee (X \vee Y \vee Z)} = \overline{(\overline{\overline{X} \vee \overline{Y}}) \vee (X \vee Y \vee Z)}.$$

Отриманим формам відповідають схеми на рис. 1.1.

Якщо елементи І-НЕ мають менший час затримки сигналів, ніж елементи АБО-НЕ, то схема на рис. 1.1,а більш швидкодіюча, але вона програє другій схемі (рис. 1.1,б) по складності (для першої схеми $K=12$, а для другої $K=10$).

Хід роботи

1. Номер залікової книжки: $7109 = 101111000101_2$. $h_6 = 0$; $h_5 = 0$; $h_4 = 0$; $h_3 = 1$; $h_2 = 0$; $h_1 = 1$;

Табл. 1.1
Таблиця
істинності

x_3	x_2	x_1	y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

Табл. 1.2
Варіанти систем елементів

1	0	1	Характеристики елементів		
			Тип	n	t
0	0	0	3І-НЕ	3	10
			3І	3	14
0	0	1	4І-НЕ	2	10
			2АБО	4	12
0	1	0	4І	2	14
			2АБО	4	12
0	1	1	3І	3	14
			2АБО	4	12
1	0	0	2АБО-НЕ	4	12
			4І	2	14
1	0	1	2І-НЕ	4	10
			2АБО	4	12

1	1	0	2АБО-НЕ 3І	4 3	10 14
1	1	1	2І-НЕ 2АБО-НЕ	4 4	10 12

2. ДДНФ функції: $y = \overline{x_3} x_2 x_1 \vee x_3 \overline{x_2} x_1$ - І/АБО

Заперечення ДДНФ: $y = \overline{x_3 x_2 x_1 \vee x_3 x_2 x_1}$

$$\overline{x_3 x_2 x_1 \vee x_3 x_2 x_1} = \overline{x_3 x_2 x_1} \vee \overline{x_3 x_2 x_1} = \overline{x_3 x_2 x_1} \cdot \overline{x_3 x_2 x_1} \text{ - І-НЕ/І-НЕ}$$

$$\overline{x_3 x_2 x_1} \cdot \overline{x_3 x_2 x_1} = (\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1}) \cdot (\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1}) \text{ - АБО/І-НЕ}$$

$$(\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1}) \cdot (\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1}) = (\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1}) \vee (\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1}) \text{ -}$$

АБО-НЕ/АБО

ДКНФ функції:

$$(\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1}) \cdot (\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1}) \cdot (\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1}) \cdot (\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1}) \cdot$$

$$\cdot (\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1}) \cdot (\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1}) = \text{ - АБО/І}$$

$$= (\overline{x_3} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_1}) \cdot (\overline{x_3} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_1}) \cdot (\overline{x_3} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_1}) \cdot (\overline{x_3} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_1}) \cdot (\overline{x_3} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_1}) \cdot$$

$$\cdot (\overline{x_3} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_1}) = \text{ - І-НЕ/І}$$

$$= (\overline{x_3} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_1}) \vee (\overline{x_3} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_1}) \vee (\overline{x_3} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_1}) \vee (\overline{x_3} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_1}) \vee$$

$$\vee (\overline{x_3} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_1}) \vee (\overline{x_3} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_1}) \text{ - І/АБО-НЕ}$$

$$(\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1}) \cdot (\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1}) \cdot (\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1}) \cdot (\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1}) \cdot$$

$$\cdot (\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1}) \cdot (\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1}) =$$

$$= \overline{\overline{(x_3 \vee x_2 \vee x_1)} \vee \overline{(x_3 \vee x_2 \vee x_1)} \vee \overline{(x_3 \vee x_2 \vee x_1)} \vee \overline{(x_3 \vee x_2 \vee x_1)} \vee \overline{(x_3 \vee x_2 \vee x_1)} \vee \overline{(x_3 \vee x_2 \vee x_1)}} - \text{АБО-НЕ/АБО-НЕ}$$

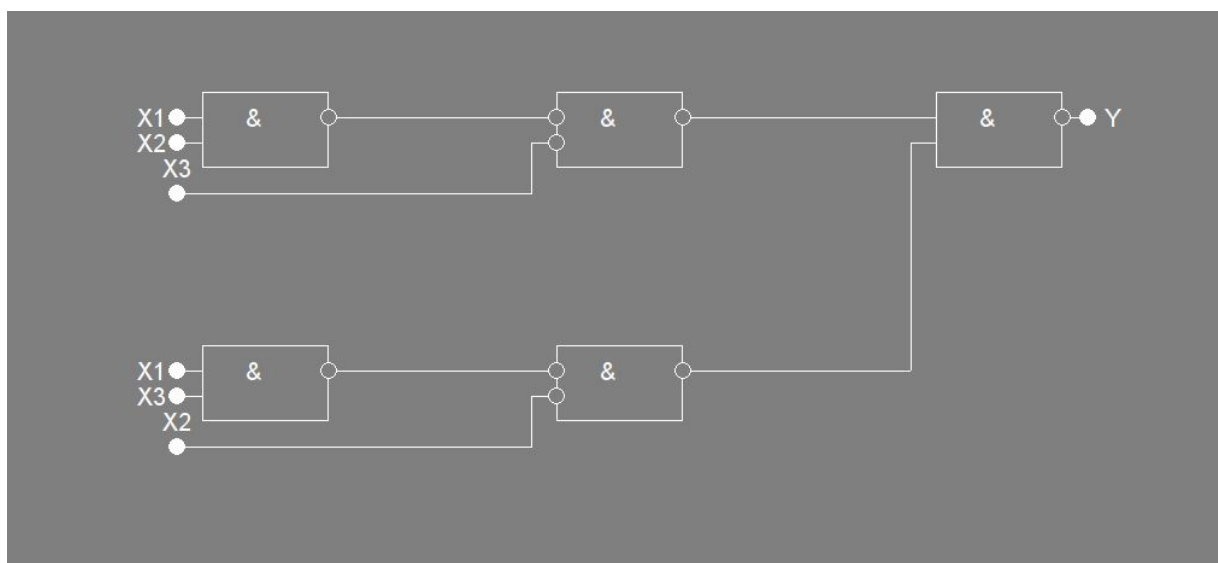
3. Завдання для мого варіанту.

h_3	h_2	h_1	Характеристики елементів		
			Тип	n	t
1	0	1	2І-НЕ	4	10
			2АБО	4	12

Для виконання мого варіанту завдання можна використовувати елементи 2І-НЕ та 2АБО. Для реалізації функції на цих елементах можна використовуватися лише операторні представлення І-НЕ/І-НЕ та АБО/І-НЕ

$$\overline{\overline{x_3 x_2 x_1} \cdot \overline{x_3 x_2 x_1}} = \overline{x_3 \cdot x_2 x_1 \cdot x_1 x_3 \cdot x_2} - \text{операторне представлення функції І-НЕ/І-НЕ.}$$

Модель комбінаційної схеми функції:

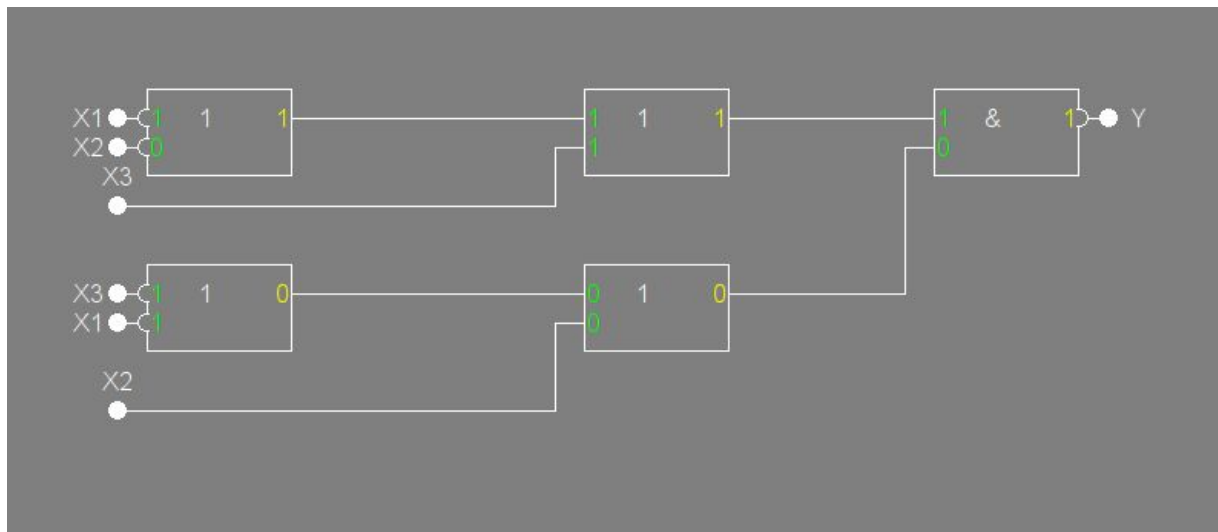


На жаль, вона потребує 5 логічних елементів для реалізації, тому її не можна виконати в моєму завданні.

$$\overline{(x_3 \vee x_2 \vee x_1)} \cdot \overline{(x_3 \vee x_2 \vee x_1)} = \overline{(x_3 \vee (x_2 \vee x_1))} \cdot \overline{((x_3 \vee x_1) \vee x_2)} -$$

операторне представлення функції АБО/І-НЕ

Модель комбінаційної схеми функції:

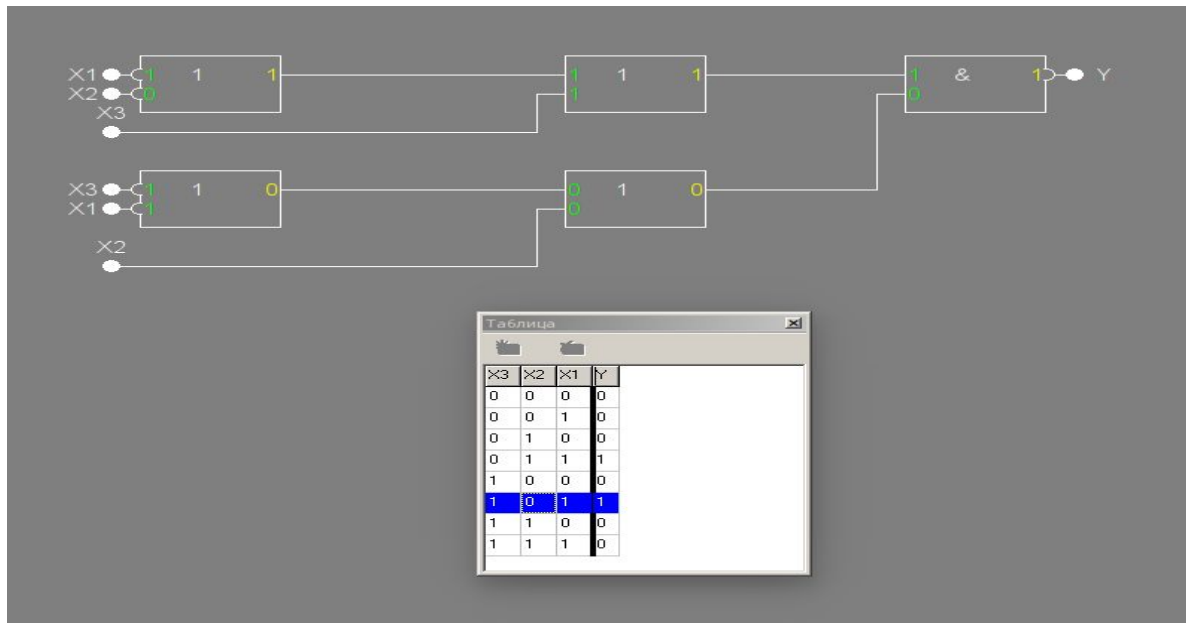


Для реалізації функції використано 4 елементи 2І та 1 елемент І-НЕ, що входить у дозволені в завданні рамки.

Схема має 12 входів у всіх логічних елементах. Тому її складність за Квайном $K = 12$.

Затримка схеми $T = 12 + 12 + 10 = 34$

Перевірка правильності схеми:



Отримані значення функцій при різних наборах даних співпадають із тими, які задано отримати в моєму завданні - схема побудована і працює коректно.

Висновки

Під час виконання даної лабораторної роботи я вивчив правила побудови комбінаційних схем за заданими умовами і логічними схемами, навчився оцінювати складність і затримку побудованих мною схем.

Література

1. Жабін В.І. Прикладна теорія цифрових автоматів: Навчальний посібник / В.І.Жабін, І.А.Жуков, І.А.Клименко, В.В.Ткаченко. – К.: Книжкове видавництво НАУ, 2009. – 364 с.

2. Майоров С.А. Принципы организации цифровых машин / С.А.Майоров., Г.И.Новиков. - Л.: Машиностроение, 1977. – 432 с.

3. Пospelов Д.А. Логические методы анализа и синтеза схем / Д.А. Пospelов. – М.: Энергия, 1974. – 367 с.

4. Савельев А.Я. Арифметические и логические основы цифровых автоматов: Учебник. / А.Я.Савельев. – М.: Высшая школа, 1980. – 255 с.

5. Самофалов К.Г. Прикладная теория цифровых автоматов / К.Г.Самофалов, А.М.Романкевич, В.Н.Валуйский и др. – К.: Вища школа, 1987. – 375 с.