

Министерство образования и науки Украины  
Национальный технический университет Украины  
“Киевский Политехнический Институт”  
Кафедра ТОЭ

***Расчетно-графическая работа***  
***“Трёхфазные цепи”***  
*Вариант № 409*

Выполнил:\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Проверил:\_\_\_\_\_

**Киев 2007**

## Условие задания

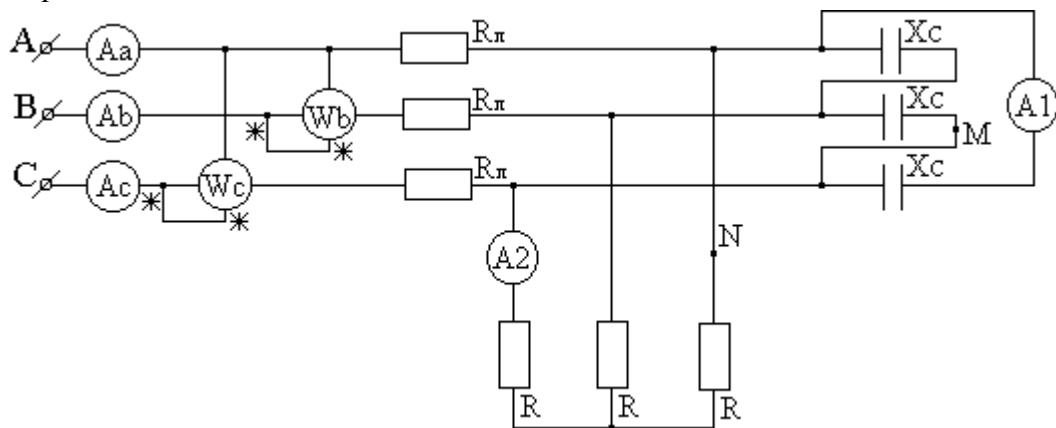
Симметричный трёхфазный генератор с обмотками, соединёнными в звезду, питает через трехпроводную линию электропередачи нагрузку с элементами, соединёнными звездой и треугольником.

### Требуется:

1. Определить показания включенных в цепь измерительных приборов, полагая нагрузки симметричной.
2. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
3. По результатам расчета п.1 построить для симметричной нагрузки совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.
4. Провести расчет токов во всех ветвях напряжений на всех участках цепи, определить показания измерительных приборов в аварийном режиме, делая обрыв в указанной точке.
5. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
6. По результатам расчета п.4 построить совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.

$$U_A := 150 \quad U_B := U_A \quad U_C := U_B \quad \psi_A := 0 \quad R_L := 13 \quad R := 80 \quad X_C := 93$$

Обрыв проводится в точке М



Общая схема трёхфазной цепи

## Определение показаний измерительных приборов при симметричной нагрузке.

Так как нагрузка симметрическая, то будем проводить расчет только по одной фазе. Токи в остальных фазах будут такими же, только будут отличаться углы.

Для определения токов в ветвях цепи (рис.1) необходимо первоначально произвести упрощение схемы, сведя её к схеме с элементами, соединенными звездой.

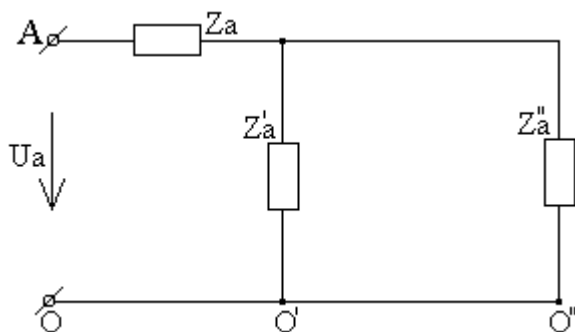
$$X'_C := \frac{(-X_C \cdot i) \cdot (-X_C \cdot i)}{3 \cdot (-X_C \cdot i)} \quad X'_C = -31i$$

За опорную примем фазу А. Фазные напряжения генератора и сопротивления элементов нагрузки в комплексной форме равны:

$$E_A := U_A \cdot e^{i\psi_A \frac{\pi}{180}} \quad E_B := U_B \cdot e^{i(\psi_A - 120) \frac{\pi}{180}} \quad E_C := U_C \cdot e^{i(\psi_A + 120) \frac{\pi}{180}}$$

$$F(E_A) = (150 \ 0) \quad F(E_B) = (150 \ -120) \quad F(E_C) = (150 \ 120)$$

$$\begin{array}{llll} Z_a := R_L & Z_b := Z_a & Z_c := Z_b & Z_a = 13 \\ Z'_a := R & Z'_b := Z'_a & Z'_c := Z'_b & Z'_a = 80 \\ Z''_a := X'_C & Z''_b := Z''_a & Z''_c := Z''_b & Z''_a = -31i \end{array}$$



Преобразованная схема (фаза А)

Эквивалентное сопротивление данной схемы равно:

$$Z_{ea} := Z_a + \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea} = 23.444 - 26.953i$$

Ток в фазе А, согласно закону Ома, равен:

$$I_A := \frac{E_A}{Z_{ea}} \quad I_A = 2.756 + 3.168i \quad F(I_A) = (4.199 \ 48.982)$$

Соответственно в фазах В и С:

$$I_B := I_A \cdot e^{-i120 \frac{\pi}{180}} \quad I_B = 1.366 - 3.971i \quad F(I_B) = (4.199 \ -71.018)$$

$$I_C := I_A \cdot e^{i120 \frac{\pi}{180}} \quad I_C = -4.122 + 0.802i \quad F(I_C) = (4.199 \ 168.982)$$

Фазное напряжение на параллельном участке А'О равно:

$$Z_{ea'} := \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea'} = 10.444 - 26.953i$$

$$U_{A'O} := I_A \cdot Z_{ea'} \quad U_{A'O} = 114.175 - 41.187i$$

Токи звезды равны:

$$\begin{aligned} \Gamma_A &:= \frac{U_{A'O}}{Z_a} & \Gamma_A &= 1.427 - 0.515i & F(\Gamma_A) &= (1.517 \quad -19.836) \\ \Gamma_B &:= \Gamma_A \cdot e^{-i120\frac{\pi}{180}} & \Gamma_B &= -1.159 - 0.979i & F(\Gamma_B) &= (1.517 \quad -139.836) \\ \Gamma_C &:= \Gamma_A \cdot e^{i120\frac{\pi}{180}} & \Gamma_C &= -0.268 + 1.493i & F(\Gamma_C) &= (1.517 \quad 100.164) \end{aligned}$$

Линейное напряжение равно:

$$U_{A'B'} := U_{A'O} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i30\frac{\pi}{180}} \quad U_{A'B'} = 135.593 - 160.658i \quad F(U_{A'B'}) = (210.23 \quad -49.836)$$

Остальные токи равны:

$$\begin{aligned} \Gamma''_A &:= \frac{U_{A'B'}}{(-X_C \cdot i)} & \Gamma''_A &= 1.728 + 1.458i & F(\Gamma''_A) &= (2.261 \quad 40.164) \\ \Gamma''_B &:= \Gamma''_A \cdot e^{-i120\frac{\pi}{180}} & \Gamma''_B &= 0.399 - 2.225i & F(\Gamma''_B) &= (2.261 \quad -79.836) \\ \Gamma''_C &:= \Gamma''_A \cdot e^{i120\frac{\pi}{180}} & \Gamma''_C &= -2.126 + 0.767i & F(\Gamma''_C) &= (2.261 \quad 160.164) \end{aligned}$$

На основании выполненных расчетов, показания амперметров будут равны:

$$A_1 = 2.261 \text{ (A)} \quad A_2 = 1.517 \text{ (A)} \quad A_a = 4.199 \text{ (A)} \quad A_b = 4.199 \text{ (A)} \quad A_c = 4.199 \text{ (A)}$$

Находим показания ваттметров. Ваттметры показывают вещественную часть произведения комплекса напряжения, приложенного к обмотке напряжения (его отсчитывают от начала обмотки к концу), на сопряженный комплекс тока, протекающего через обмотку тока:

Показание ваттметра  $W_a$ :

$$\begin{aligned} E_{CA} &:= E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i30\frac{\pi}{180}} & E_{CA} &= -225 + 129.904i \\ W_a &:= \operatorname{Re}(E_{CA} \cdot \overline{I_C}) & W_a &= 1.032 \times 10^3 \end{aligned}$$

Показание ваттметра  $W_b$ :

$$\begin{aligned} E_{BA} &:= E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i30\frac{\pi}{180}} & E_{BA} &= -225 - 129.904i \\ W_b &:= \operatorname{Re}(E_{BA} \cdot \overline{I_B}) & W_b &= 208.489 \end{aligned}$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 1.24 \times 10^3$$

## Баланс активной и реактивной мощностей

Правильность расчетов проверим, составив баланс активных и реактивных мощностей. Мощность источника энергии определяют в виде суммы произведений комплексных фазных ЭДС (напряжений) на сопряженные комплексы токов соответствующих фаз. В симметричной трёхфазной системе мощность, отдаваемая в нагрузку источником, равна утроенной мощности одной фазы.

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C}$$

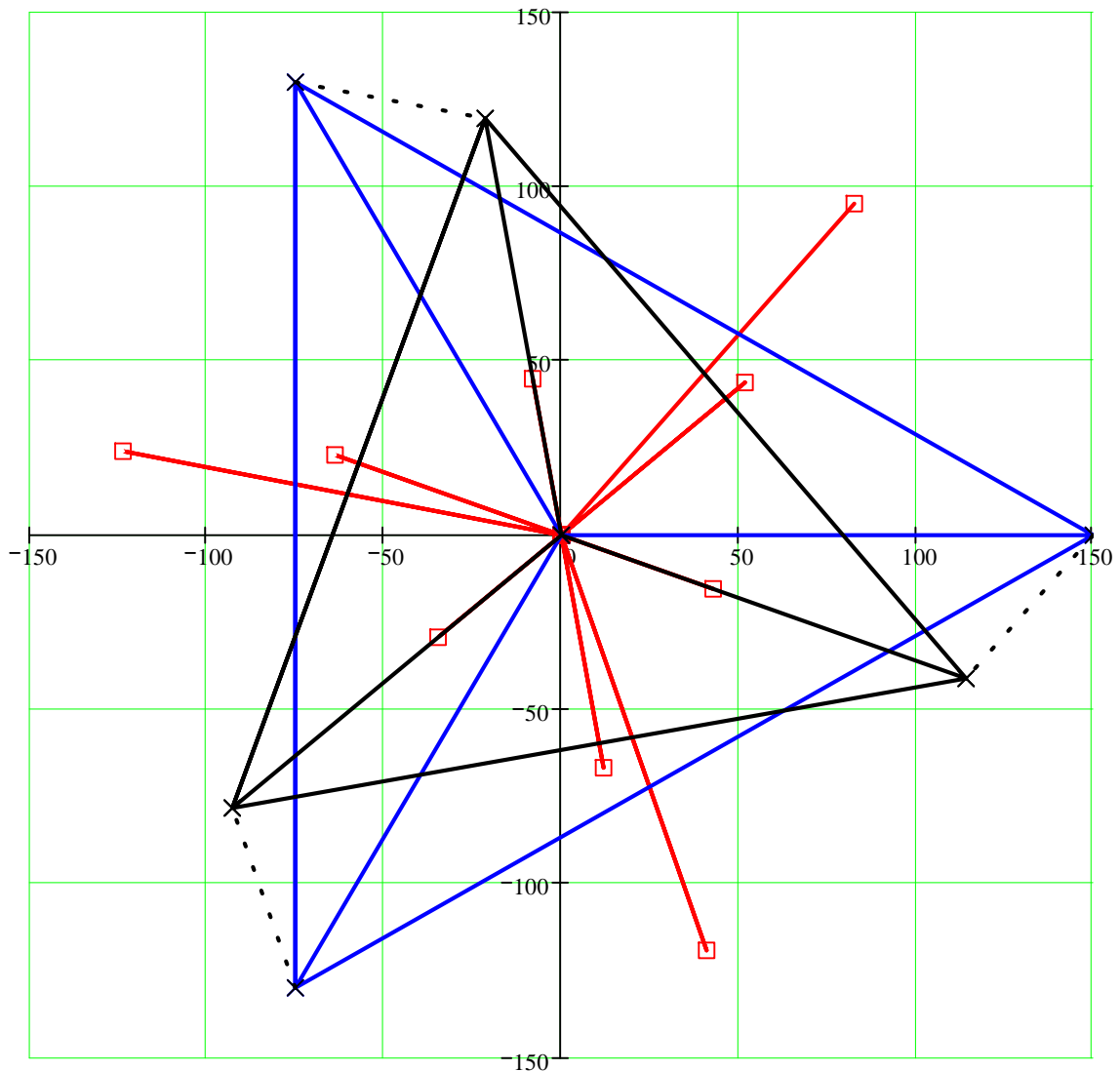
$$S_r = 1.24 \times 10^3 - 1.426i \times 10^3$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

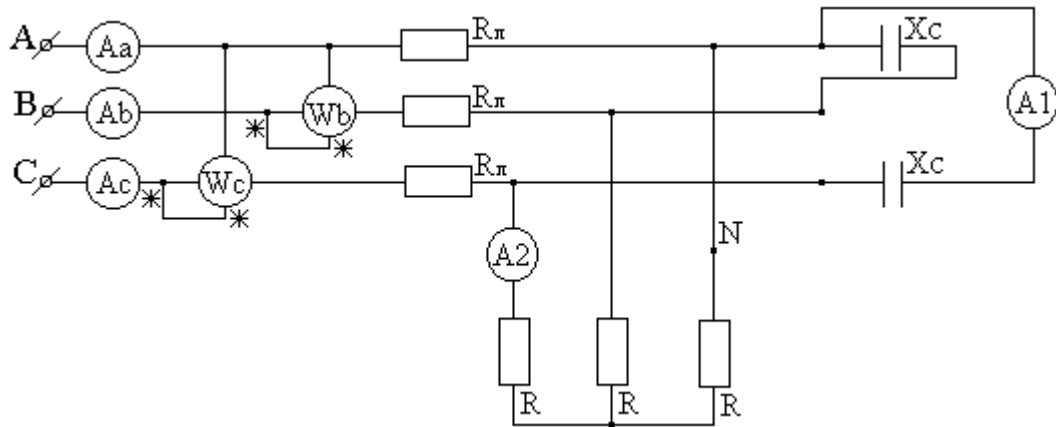
$$P_{pr} := \left[ (|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R_L + \left[ (|I'_A|)^2 + (|I'_B|)^2 + (|I'_C|)^2 \right] \cdot R \quad P_{pr} = 1.24 \times 10^3$$

$$Q_{pr} := \left[ (|I''_A|)^2 + (|I''_B|)^2 + (|I''_C|)^2 \right] \cdot (-X_C \cdot i) \quad Q_{pr} = -1.426i \times 10^3$$

## Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.



## Определение показаний измерительных приборов в аварийном режиме.



Несимметричная трёхфазная система.

С целью упрощения схемы несимметричной трёхфазной системы нагрузку с элементами, соединенными звездой, следует заменить эквивалентным треугольником.

$$R' := R + R + \frac{R \cdot R}{R}$$

$$R' = 240$$

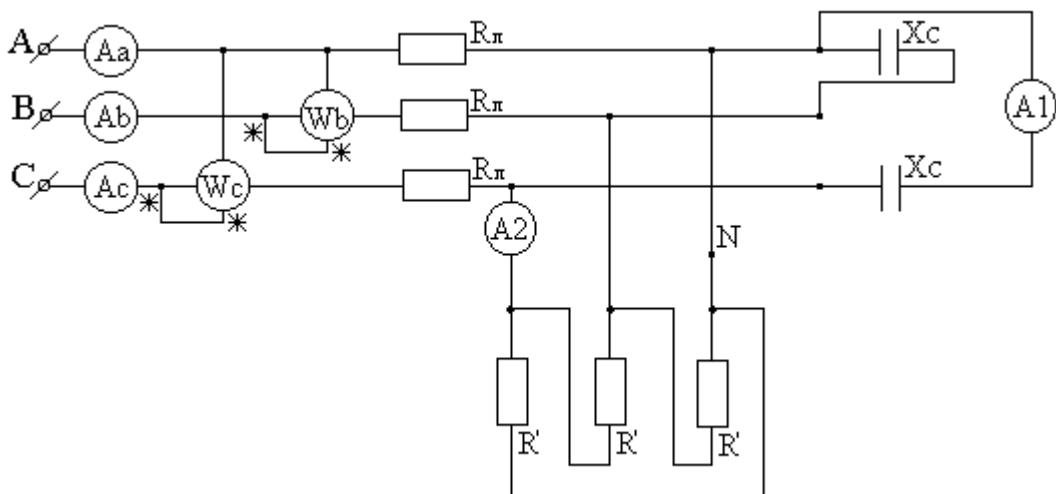
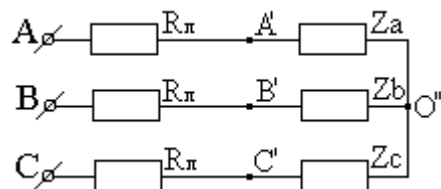


Схема преобразованной цепи.

Параллельно включенные сопротивления нагрузки можно заменить эквивалентными, в результате чего образуется несимметричный треугольник. Заменяв его эквивалентной звездой, рассчитываемую цепь приводят к виду:



Несимметричная звезда.

Сопровитвления несимметричного треугольника равны:

$$Z_{B'C'} := R' \quad Z_{B'C'} = 240$$

$$Z_{A'B'} := \frac{-X_C \cdot i \cdot R'}{R' - X_C \cdot i} \quad Z_{C'A'} := Z_{A'B'} \quad Z_{C'A'} = 31.333 - 80.859i$$

Сопровитвление эквивалентной звезды:

$$Z_a := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_a = -7.323 - 20.654i$$

$$Z_b := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{B'C'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_b = 45.978 - 39.551i$$

$$Z_c := \frac{Z_{B'C'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_c = 45.978 - 39.551i$$

Полные комплексные сопровитвления в каждой фазе цепи:

$$Z_{ea} := Z_a + Z_a \quad Z_{ea} = 5.677 - 20.654i$$

$$Z_{eb} := Z_b + Z_b \quad Z_{eb} = 58.978 - 39.551i$$

$$Z_{ec} := Z_c + Z_c \quad Z_{ec} = 58.978 - 39.551i$$

Фазные напряжения на нагрузке в цепи удобно определять, вычислив предварительно смещение нейтрали:

$$Y_A := \frac{1}{Z_{ea}} \quad Y_B := \frac{1}{Z_{eb}} \quad Y_C := \frac{1}{Z_{ec}}$$

$$Y_A = 0.012 + 0.045i \quad Y_B = 0.012 + 7.843i \times 10^{-3} \quad Y_C = 0.012 + 7.843i \times 10^{-3}$$

$$U_{O''O} := \frac{E_A \cdot Y_A + E_B \cdot Y_B + E_C \cdot Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} \quad U_{O''O} = 68.918 + 38.93i$$

Фазные напряжения на элементах нагрузки цепи (рис.5) равны:

$$U_{AO''} := E_A - U_{O''O} \quad U_{AO''} = 81.082 - 38.93i \quad F(U_{AO''}) = (89.944 \quad -25.647)$$

$$U_{BO''} := E_B - U_{O''O} \quad U_{BO''} = -143.918 - 168.834i \quad F(U_{BO''}) = (221.85 \quad -130.445)$$

$$U_{CO''} := E_C - U_{O''O} \quad U_{CO''} = -143.918 + 90.973i \quad F(U_{CO''}) = (170.26 \quad 147.702)$$

Токи в фазах, равные фазным токам генератора и линейным токам исходной системы, определяют по закону Ома:

$$I_A := \frac{U_{AO''}}{Z_{ea}} \quad I_A = 2.756 + 3.168i \quad F(I_A) = (4.199 \quad 48.982)$$

$$I_B := \frac{U_{BO''}}{Z_{eb}} \quad I_B = -0.359 - 3.103i \quad F(I_B) = (3.124 \quad -96.599)$$

$$I_C := \frac{U_{CO''}}{Z_{ec}} \quad I_C = -2.397 - 0.065i \quad F(I_C) = (2.398 \quad -178.452)$$

$$U_{AB} := E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i30 \frac{\pi}{180}} \quad U_{AB} = 225 + 129.904i \quad F(U_{AB}) = (259.808 \quad 30)$$

$$U_{AA'} := I_A \cdot Z_a \quad U_{AA'} = 35.825 + 41.187i \quad F(U_{AA'}) = (54.588 \quad 48.982)$$

$$\begin{aligned}
U_{BC} &:= E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i30 - \frac{\pi}{180}} & U_{BC} &= -259.808i & F(U_{BC}) &= (259.808 \quad -90) \\
U_{BB'} &:= I_B \cdot Z_b & U_{BB'} &= -4.667 - 40.345i & F(U_{BB'}) &= (40.614 \quad -96.599) \\
U_{CA} &:= E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i30 - \frac{\pi}{180}} & U_{CA} &= -225 + 129.904i & F(U_{CA}) &= (259.808 \quad 150) \\
U_{CC'} &:= I_C \cdot Z_c & U_{CC'} &= -31.158 - 0.842i & F(U_{CC'}) &= (31.169 \quad -178.452)
\end{aligned}$$

Для определения токов во всех ветвях рассчитываемой схемы необходимо определить напряжение между точками A', B' и C'.

Согласно второму закону Кирхгофа:

$$U_{AB} := U_{AA'} + U_{A'B'} - U_{BB'}$$

отсюда:

$$U_{A'B'} := U_{AB} - U_{AA'} + U_{BB'} \quad U_{A'B'} = 184.507 + 48.372i \quad F(U_{A'B'}) = (190.743 \quad 14.691)$$

аналогично вычисляют

$$U_{B'C'} := U_{BC} - U_{BB'} + U_{CC'} \quad U_{B'C'} = -26.491 - 220.305i \quad F(U_{B'C'}) = (221.892 \quad -96.857)$$

$$U_{C'A'} := U_{CA} - U_{CC'} + U_{AA'} \quad U_{C'A'} = -158.017 + 171.933i \quad F(U_{C'A'}) = (233.517 \quad 132.585)$$

Токи, проходящие через реактивную нагрузку, согласно закону Ома, равны:

$$I''_{A'B'} := \frac{U_{A'B'}}{-X_C \cdot i} \quad I''_{A'B'} = -0.52 + 1.984i \quad F(I''_{A'B'}) = (2.051 \quad 104.691)$$

$$I''_{C'A'} := \frac{U_{C'A'}}{-X_C \cdot i} \quad I''_{C'A'} = -1.849 - 1.699i \quad F(I''_{C'A'}) = (2.511 \quad -137.415)$$

Токи в нагрузке, соединенной звездой в системе (рис.3) могут быть вычислены по первому закону Кирхгофа.

$$\begin{aligned}
I_A &:= I_A - I''_{A'B'} + I''_{C'A'} & I_A &= 1.427 - 0.515i & F(I_A) &= (1.517 \quad -19.836) \\
I_B &:= I_B + I''_{A'B'} & I_B &= -0.879 - 1.119i & F(I_B) &= (1.423 \quad -128.143) \\
I_C &:= I_C - I''_{C'A'} & I_C &= -0.548 + 1.634i & F(I_C) &= (1.724 \quad 108.537)
\end{aligned}$$

На основании выполненных расчетов, показания амперметров будут равны:

$$A_1 = 2.511(A) \quad A_2 = 1.724(A) \quad A_a = 4.199(A) \quad A_b = 3.124(A) \quad A_c = 2.398(A)$$

Расчет показаний ваттметров выполняется так же, как и в случае симметричной системы:

Показание ваттметра Wa:

$$E_{CA} := E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i30 - \frac{\pi}{180}} \quad E_{CA} = -225 + 129.904i$$

$$W_a := \operatorname{Re}(E_{CA} \cdot \overline{I_C}) \quad W_a = 530.857$$

Показание ваттметра Wb:

$$E_{BA} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i30 - \frac{\pi}{180}} \quad E_{BA} = -225 - 129.904i$$

$$W_b := \operatorname{Re}(E_{BA} \cdot \overline{I_B}) \quad W_b = 483.929$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 1.015 \times 10^3$$



## Баланс активной и реактивной мощностей

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C}$$

$$S_r = 1.015 \times 10^3 - 977.559i$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$P_{pr} := \left[ (|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R_L + \left[ (|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R \quad P_{pr} = 1.015 \times 10^3$$

$$Q_{pr} := \left[ (|I_{A'B'}|)^2 + (|I_{C'A'}|)^2 \right] \cdot (-X_C \cdot i) \quad Q_{pr} = -977.559i$$

## Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.

