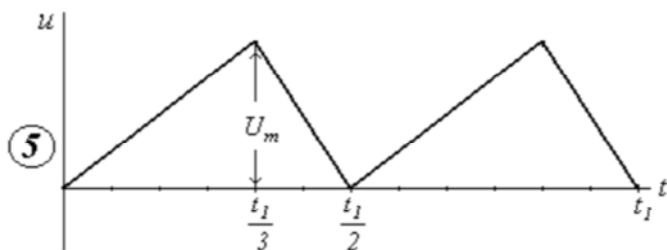


## ЗАВДАННЯ:

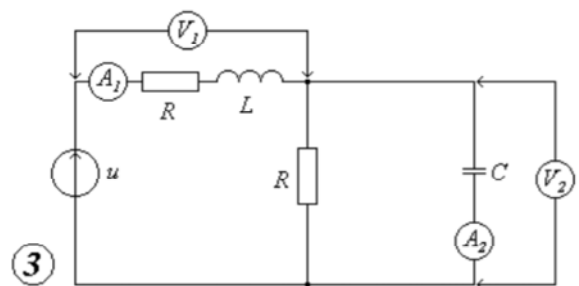
В електричному колі діє джерело періодичної несинусоїдної напруги, форма якої зображена на рис.4,  $t_1 := 5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ . Нелінійні ділянки є відтинками синусоїди.

## ПОТРІБНО:

1. Розкласти задану напругу в тригонометричний ряд (обмежитися постійною і трьома гармонічними складовими).
  2. Побудувати в одній системі координат часові графіки складових і сумарну криву напруги, останню порівняти з заданою.
  3. Розрахувати миттєві значення струмів усіх віток заданої схеми.
  4. Побудувати амплітудні і фазові спектральні діаграми для струму і напруги джерела.
  5. Обчислити для змінної складової прикладеної напруги коефіцієнти форми, спотворення, амплітуди, гармонік.
  6. Визначити покази увімкнених у схему приладів (амперметри – електромагнітної системи, вольтметри – магнітоелектричної).
  7. Скласти баланс активних потужностей і обчислити потужності  $S$ ,  $Q$ ,  $T$  джерела і коефіцієнт потужності.
  8. Показати, при якій ємності  $C$  можливий резонанс усього кола для однієї з вищих гармонік.
  9. Вважаючи задану схему однією з фаз симетричного трифазного кола при з'єднанні генератора і навантаження зіркою з нульовим проводом, визначити діюче значення лінійної напруги і струму в нульовому проводі.
- При розрахунку вважати, що постійна складова напруги кожної фази і опір нульового проводу дорівнюють нулю.



Задана напруга



Задана схема кола

## Задані параметри:

$$U_m := 90 \text{ V}$$

$$R := 9 \text{ }\Omega$$

$$C := 120 \text{ }\mu\text{F}$$

$$L := 4.5 \text{ mH}$$

$$j := \sqrt{-1}$$

$$t := 0, 0.00001 \text{ s} \dots t_1$$

$$w := \frac{2 \cdot \pi}{t_1} = (1.257 \cdot 10^3) \frac{1}{\text{s}}$$

## Розклад заданої ЕРС в ряд Фур'є

$$U(t) := \left\| \begin{array}{l} \text{if } 0 \leq t < \frac{t_1}{3} \\ \left\| \frac{3 \cdot Um}{t_1} \cdot t \right\| \\ \text{else if } \frac{t_1}{3} \leq t < \frac{t_1}{2} \\ \left\| Um \cdot \left( 3 - \frac{6 \cdot t}{t_1} \right) \right\| \\ \text{else if } \frac{t_1}{2} \leq t < \frac{5 \cdot t_1}{6} \\ \left\| 3 \cdot Um \cdot \left( \frac{t}{t_1} - \frac{1}{2} \right) \right\| \\ \text{else if } \frac{5 \cdot t_1}{6} \leq t \leq t_1 \\ \left\| 6 \cdot Um \cdot \left( 1 - \frac{t}{t_1} \right) \right\| \end{array} \right\|$$

$$U_0 := \frac{1}{t_1} \cdot \int_0^{t_1} U(t) \, dt = 45 \, \text{В}$$

$$A_2 := \frac{2}{t_1} \cdot \int_0^{t_1} U(t) \cdot \sin(2 \cdot w \cdot t) \, dt = -17.769 \, \text{В}$$

$$A_4 := \frac{2}{t_1} \cdot \int_0^{t_1} U(t) \cdot \sin(4 \cdot w \cdot t) \, dt = 4.442 \, \text{В}$$

$$A_6 := \frac{2}{t_1} \cdot \int_0^{t_1} U(t) \cdot \sin(6 \cdot w \cdot t) \, dt = 0 \, \text{В}$$

$$A_8 := \frac{2}{t_1} \cdot \int_0^{t_1} U(t) \cdot \sin(8 \cdot w \cdot t) \, dt = -1.111 \, \text{В}$$

$$B_2 := \frac{2}{t_1} \cdot \int_0^{t_1} U(t) \cdot \cos(2 \cdot w \cdot t) \, dt = -30.776 \, \text{В}$$

$$B_4 := \frac{2}{t_1} \cdot \int_0^{t_1} U(t) \cdot \cos(4 \cdot w \cdot t) \, dt = -7.653 \, \text{В}$$

$$B_6 := \frac{2}{t_1} \cdot \int_0^{t_1} U(t) \cdot \cos(6 \cdot w \cdot t) \, dt = 0 \, \text{В}$$

$$B_8 := \frac{2}{t_1} \cdot \int_0^{t_1} U(t) \cdot \cos(8 \cdot w \cdot t) \, dt = -1.913 \, \text{В}$$

$$E_p(t) := U_0$$

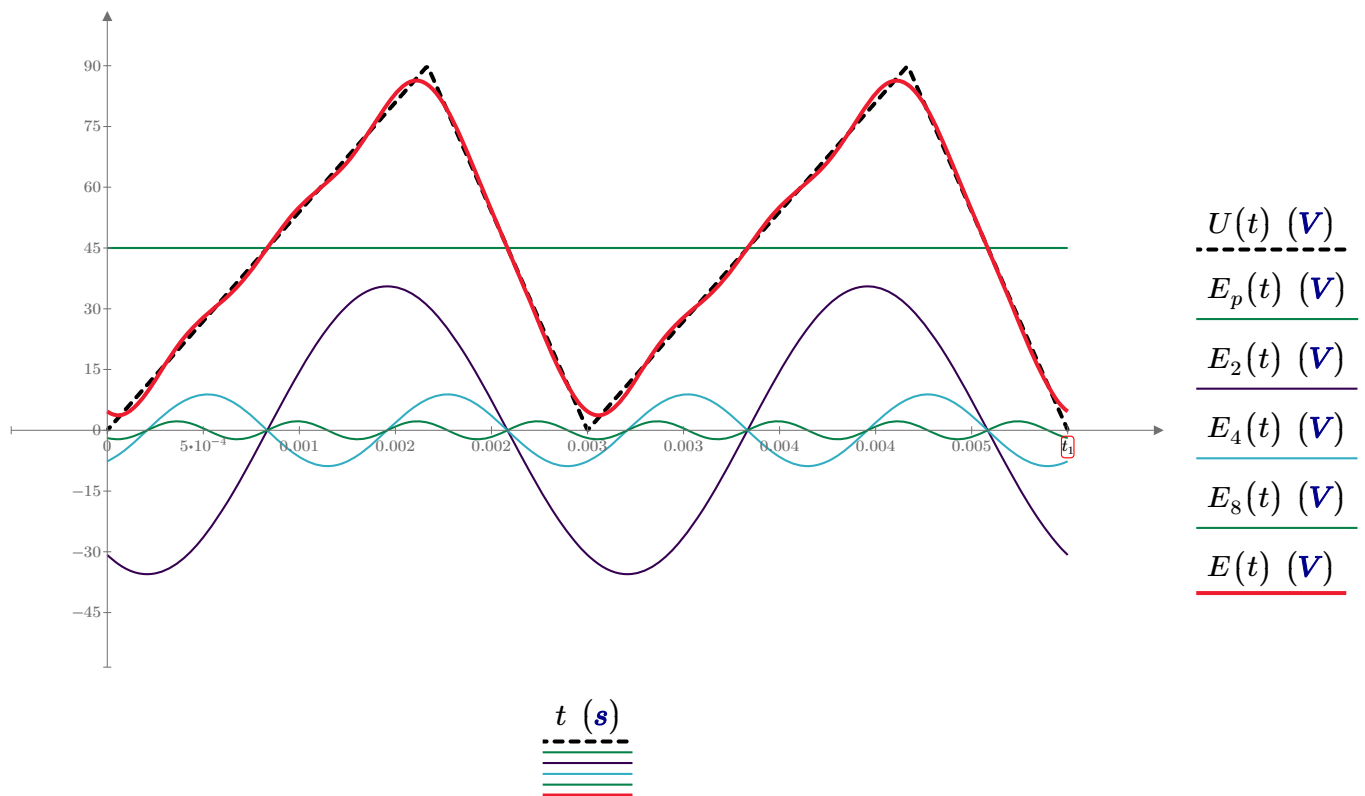
$$E_2(t) := A_2 \cdot \sin(2 \cdot w \cdot t) + B_2 \cdot \cos(2 \cdot w \cdot t)$$

$$E_4(t) := A_4 \cdot \sin(4 \cdot w \cdot t) + B_4 \cdot \cos(4 \cdot w \cdot t)$$

$$E_8(t) := A_8 \cdot \sin(8 \cdot w \cdot t) + B_8 \cdot \cos(8 \cdot w \cdot t)$$

$$E_{3M}(t) := A_2 \cdot \sin(2 \cdot w \cdot t) + B_2 \cdot \cos(2 \cdot w \cdot t) + A_4 \cdot \sin(4 \cdot w \cdot t) + B_4 \cdot \cos(4 \cdot w \cdot t) \downarrow \\ + A_8 \cdot \sin(8 \cdot w \cdot t) + B_8 \cdot \cos(8 \cdot w \cdot t)$$

$$E(t) := U_0 + A_2 \cdot \sin(2 \cdot w \cdot t) + B_2 \cdot \cos(2 \cdot w \cdot t) + A_4 \cdot \sin(4 \cdot w \cdot t) + B_4 \cdot \cos(4 \cdot w \cdot t) \downarrow \\ + A_8 \cdot \sin(8 \cdot w \cdot t) + B_8 \cdot \cos(8 \cdot w \cdot t)$$



$$XL_2 := 2 \cdot \omega \cdot L = 11.31 \, \Omega$$

$$XL_4 := 4 \cdot \omega \cdot L = 22.619 \, \Omega$$

$$XL_8 := 8 \cdot \omega \cdot L = 45.239 \, \Omega$$

$$Z_{1_2} := R + j \cdot XL_2 = (9 + 11.31j) \, \Omega$$

$$Z_{1_4} := R + j \cdot XL_4 = (9 + 22.619j) \, \Omega$$

$$Z_{1_8} := R + j \cdot XL_8 = (9 + 45.239j) \, \Omega$$

$$Z_{2_2} := R = 9 \, \Omega$$

$$Z_{2_4} := R = 9 \, \Omega$$

$$Z_{2_8} := R = 9 \, \Omega$$

$$XC_2 := \frac{1}{2 \cdot \omega \cdot C} = 3.316 \, \Omega$$

$$XC_4 := \frac{1}{4 \cdot \omega \cdot C} = 1.658 \, \Omega$$

$$XC_8 := \frac{1}{8 \cdot \omega \cdot C} = 0.829 \, \Omega$$

$$Z_{3_2} := -j \cdot XC_2 = -3.316j \, \Omega$$

$$Z_{3_4} := -j \cdot XC_4 = -1.658j \, \Omega$$

$$Z_{3_8} := -j \cdot XC_8 = -0.829j \, \Omega$$

## Струми гармонік у вітках

$$\phi_2 := \text{atan}\left(\frac{A_2}{B_2}\right) = 30^\circ$$

$$Um_2 := \sqrt{A_2^2 + B_2^2} \cdot e^{j \cdot \phi_2} = (30.776 + 17.769j) \, V$$

$$\phi_4 := \text{atan}\left(\frac{A_4}{B_4}\right) = -30.134^\circ$$

$$Um_4 := \sqrt{A_4^2 + B_4^2} \cdot e^{j \cdot \phi_4} = (7.653 - 4.442j) \, V$$

$$\phi_8 := \text{atan}\left(\frac{A_8}{B_8}\right) = 30.134^\circ$$

$$Um_8 := \sqrt{A_8^2 + B_8^2} \cdot e^{j \cdot \phi_8} = (1.913 + 1.111j) \, V$$

Для постійної  
складової напруги:

$$I_{1_0} := \frac{U_0}{2 \cdot R} = 2.5 \text{ A}$$

$$I_{2_0} := \frac{U_0}{2 \cdot R} = 2.5 \text{ A}$$

$I_{3_0} := 0 \text{ A}$  -> конденсатор - розрив у колі постійного струму,  
через який струм не тече

Струми гармонік в  
першій вітці кола:

$$I_{1_2} := \frac{Um_2}{Z_{1_2} + \frac{Z_{2_2} \cdot Z_{3_2}}{Z_{2_2} + Z_{3_2}}} = (2.671 - 0.461j) \text{ A}$$

$$I_{1_4} := \frac{Um_4}{Z_{1_4} + \frac{Z_{2_4} \cdot Z_{3_4}}{Z_{2_4} + Z_{3_4}}} = (-0.042 - 0.383j) \text{ A}$$

$$I_{1_8} := \frac{Um_8}{Z_{1_8} + \frac{Z_{2_8} \cdot Z_{3_8}}{Z_{2_8} + Z_{3_8}}} = (0.032 - 0.036j) \text{ A}$$

Струми гармонік в  
другій вітці кола:

$$I_{2_2} := I_{1_2} \cdot \frac{Z_{3_2}}{Z_{2_2} + Z_{3_2}} = (0.17 - 0.921j) \text{ A}$$

$$I_{2_4} := I_{1_4} \cdot \frac{Z_{3_4}}{Z_{2_4} + Z_{3_4}} = (-0.07 - 0.005j) \text{ A}$$

$$I_{2_8} := I_{1_8} \cdot \frac{Z_{3_8}}{Z_{2_8} + Z_{3_8}} = (-0.003 - 0.003j) \text{ A}$$

Струми гармонік в  
третій вітці кола:

$$I_{3_2} := I_{1_2} \cdot \frac{Z_{2_2}}{Z_{2_2} + Z_{3_2}} = (2.501 + 0.461j) \text{ A}$$

$$I_{3_4} := I_{1_4} \cdot \frac{Z_{2_4}}{Z_{2_4} + Z_{3_4}} = (0.027 - 0.378j) \text{ A}$$

$$I_{3_8} := I_{1_8} \cdot \frac{Z_{2_8}}{Z_{2_8} + Z_{3_8}} = (0.036 - 0.033j) \text{ A}$$

## Миттєві значення струмів і напруг

$$\psi_2 := \arg(I_{1_2}) = -9.785^\circ \quad \psi_4 := \arg(I_{1_4}) = -96.274^\circ \quad \psi_8 := \arg(I_{1_8}) = -48.318^\circ$$

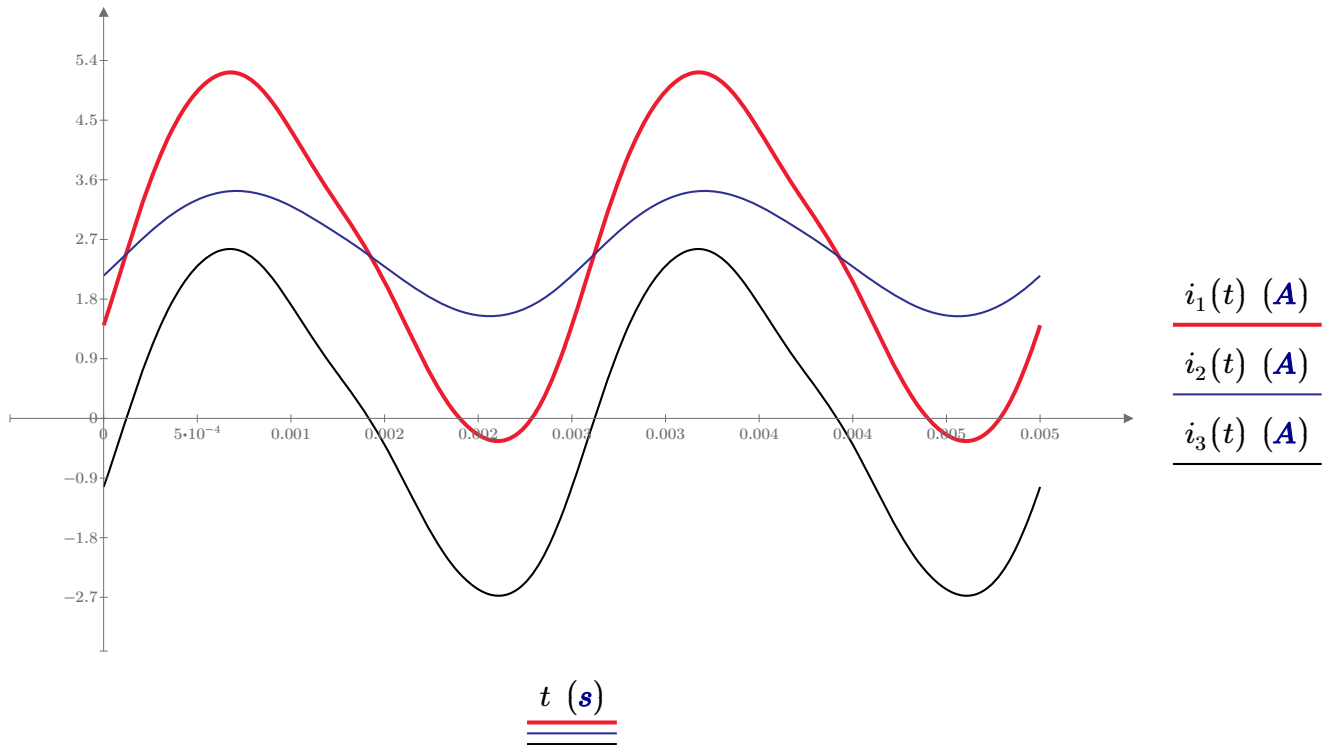
$$i_1(t) := I_{1_0} + |I_{1_2}| \cdot \sin(2 \cdot (w \cdot t + \psi_2)) + |I_{1_4}| \cdot \sin(4 \cdot (w \cdot t + \psi_4)) + |I_{1_8}| \cdot \sin(8 \cdot (w \cdot t + \psi_8))$$

$$i_2(t) := I_{2_0} + |I_{2_2}| \cdot \sin(2 \cdot (w \cdot t + \psi_2)) + |I_{2_4}| \cdot \sin(4 \cdot (w \cdot t + \psi_4)) + |I_{2_8}| \cdot \sin(8 \cdot (w \cdot t + \psi_8))$$

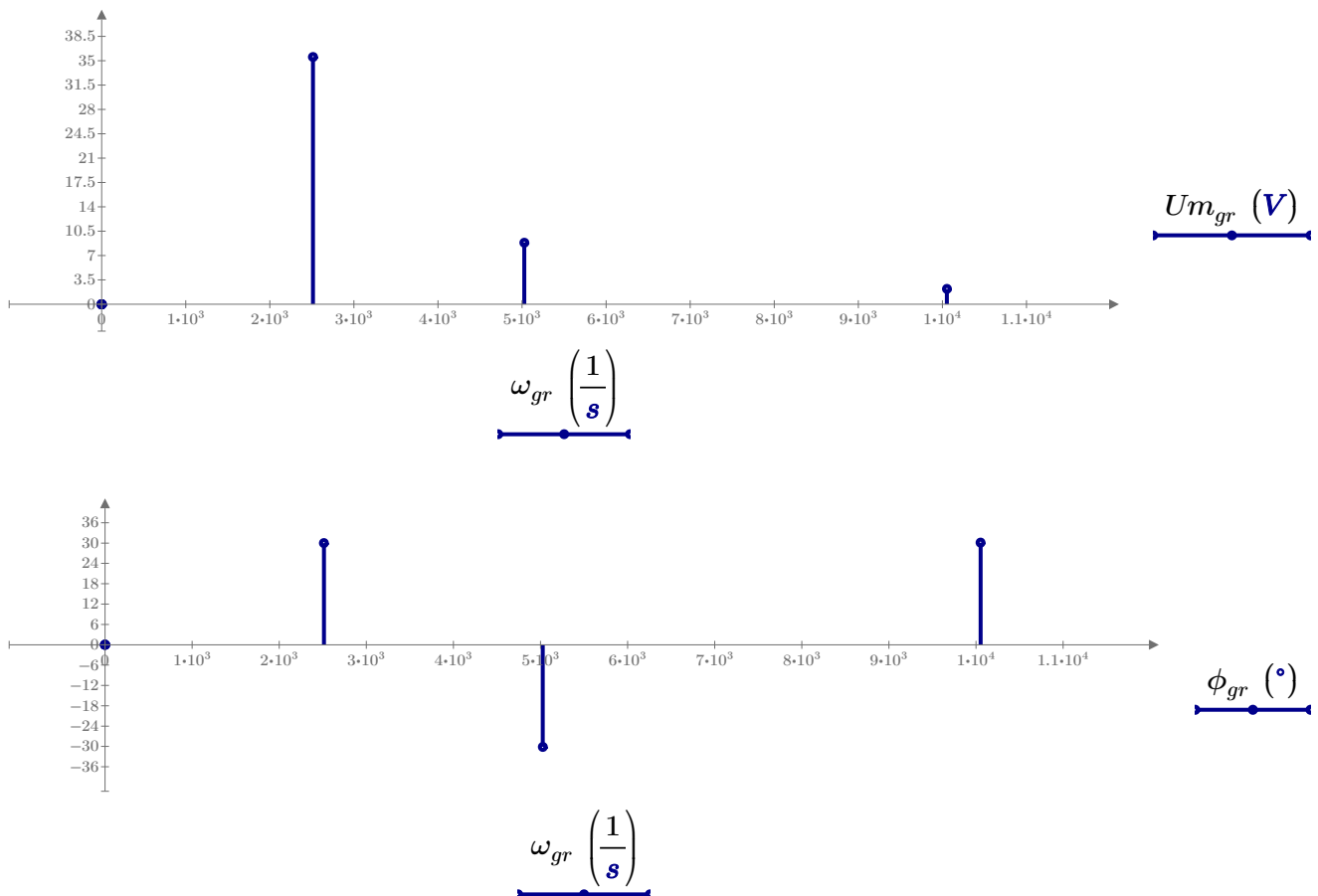
$$i_3(t) := I_{3_0} + |I_{3_2}| \cdot \sin(2 \cdot (w \cdot t + \psi_2)) + |I_{3_4}| \cdot \sin(4 \cdot (w \cdot t + \psi_4)) + |I_{3_8}| \cdot \sin(8 \cdot (w \cdot t + \psi_8))$$

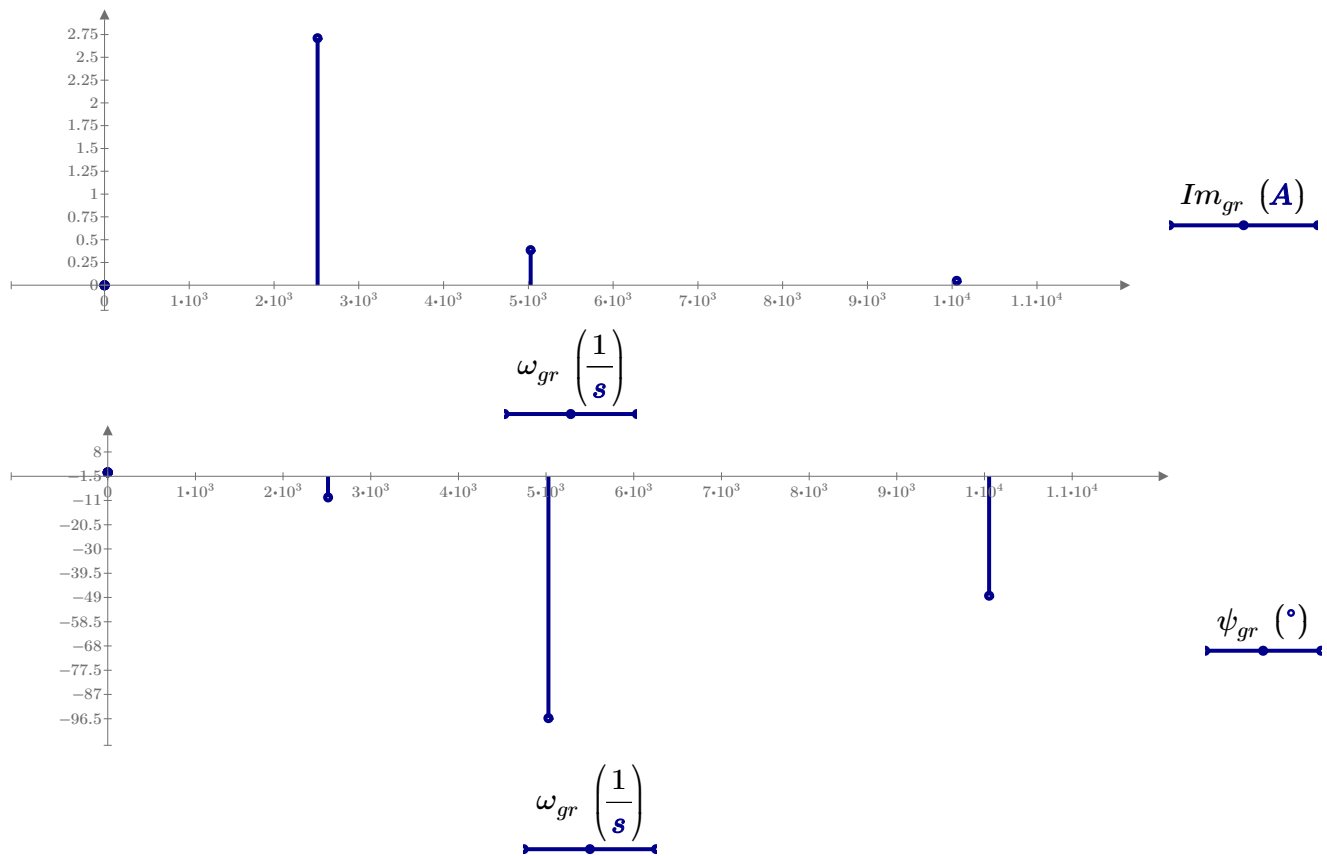
$$u(t) := U_0 + |Um_2| \cdot \sin(2 \cdot (w \cdot t + \phi_2)) + |Um_4| \cdot \sin(4 \cdot (w \cdot t + \phi_4)) + |Um_8| \cdot \sin(8 \cdot (w \cdot t + \phi_8))$$

## Будуємо графіки миттєвих значень



Амплітудні і фазові спектральні діаграми  
для струму і напруги джерела.





## Діючі значення напруг і струмів

$$A1 := \sqrt{I_{10}^2 + |I_{12}|^2 + |I_{14}|^2 + |I_{18}|^2} = 3.708 \text{ A}$$

$$A2 := \sqrt{I_{30}^2 + |I_{32}|^2 + |I_{34}|^2 + |I_{38}|^2} = 2.572 \text{ A}$$

$$V1 := \sqrt{(I_{10} \cdot 2 \cdot R)^2 + |I_{12} \cdot Z_{12}|^2 + |I_{14} \cdot Z_{14}|^2 + |I_{18} \cdot Z_{18}|^2} = 60.437 \text{ V}$$

$$V2 := \sqrt{(I_{20} \cdot 2 \cdot R)^2 + |I_{22} \cdot Z_{22}|^2 + |I_{24} \cdot Z_{24}|^2 + |I_{28} \cdot Z_{28}|^2} = 45.788 \text{ V}$$

## Розрахунок потужностей

$$U_2 := \left| \frac{Um_2}{\sqrt{2}} \right| = 25.129 \text{ V}$$

$$U_4 := \left| \frac{Um_4}{\sqrt{2}} \right| = 6.257 \text{ V}$$

$$U_8 := \left| \frac{Um_8}{\sqrt{2}} \right| = 1.564 \text{ V}$$

$$U := \sqrt{U_0^2 + U_2^2 + U_4^2 + U_8^2} = 51.943 \text{ V}$$

$$P := U_0 \cdot I_{10} + |U_2| \cdot |I_{12}| \cdot \cos(\psi_2 - \phi_2) + |U_4| \cdot |I_{14}| \cdot \cos(\psi_4 - \phi_4) + |U_8| \cdot |I_{18}| \cdot \cos(\psi_8 - \phi_8) = 165.828 \text{ W}$$

$$Q := |U_2| \cdot |I_{12}| \cdot \sin(\psi_2 - \phi_2) + |U_4| \cdot |I_{14}| \cdot \sin(\psi_4 - \phi_4) + |U_8| \cdot |I_{18}| \cdot \sin(\psi_8 - \phi_8) = -45.862 \text{ W}$$

$$S := U \cdot A1 = 192.587 \text{ W}$$

$$T := \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} = 86.531 \text{ W}$$

Коефіцієнт потужності:  $K_p := \frac{P}{S} = 0.861$

Коефіцієнти для змінної складової напруги

$$U_{\text{сер\_по\_мод}} := \frac{U_2 + U_4 + U_8}{1.11} = 29.685 \text{ V}$$

$$K_f := \frac{\sqrt{U_2^2 + U_4^2 + U_8^2}}{U_{\text{сер\_по\_мод}}} = 0.874$$

$$K_{sp} := \frac{U_2}{\sqrt{U_2^2 + U_4^2 + U_8^2}} = 0.969$$

$$K_a := \frac{|Um_2|}{\sqrt{U_2^2 + U_4^2 + U_8^2}} = 1.37$$

$$K_g := \frac{U_4 + U_8}{U_2} = 0.311$$

Ємність, при якій відбудеться резонанс:  $C_r := \frac{1}{w^2 \cdot L} = (1.407 \cdot 10^{-4}) \text{ F}$

Вважаючи задану схему однією з фаз симетричного трифазного кола при з'єднанні генератора і навантаження зіркою з нульовим проводом, визначимо діюче значення лінійної напруги і струму в нульовому проводі:

$$I_\phi := \sqrt{|I_{12}|^2 + |I_{14}|^2 + |I_{18}|^2} = 2.738 \text{ A}$$

$$a := e^{j \cdot 120^\circ}$$

$$I_{0\partial} := I_\phi + I_\phi \cdot a + I_\phi \cdot a^2 = 0 \text{ A}$$

$$U_{0\partial} := \sqrt{3} \cdot \sqrt{U_2^2 + U_4^2 + U_8^2} = 44.935 \text{ V}$$