

***Министерство образования и науки Украины  
Национальный технический университет Украины  
“Киевский Политехнический Институт”  
Кафедра ТОЭ***

***Расчетно-графическая работа  
“Периодические несинусоидальные токи в линейных  
электрических цепях”  
Вариант № 458***

Выполнил: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Проверил: \_\_\_\_\_

**Киев 2007**

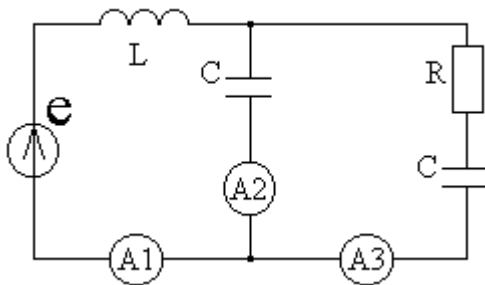
### Задание

В электрической цепи, схема которой изображена на рисунке, действует источник периодической несинусоидальной ЭДС. График ЭДС задан кривой. Нелинейный отрезок кривой представляют собой участки синусоиды. Угловая частота изменения ЭДС  $\omega = 1000$  рад/с.

#### Требуется:

1. Разложить заданную ЭДС в ряд Фурье (ограничиться 1-ой, 3-ей и 5-ой гармониками).
2. Построить в одной системе координат временные графики составляющих и суммарную кривую ЭДС, последнюю сравнить с заданной.
3. Рассчитать мгновенные значения токов всех ветвей заданной схемы.
4. Определить показания амперметров электромагнитной системы, включенных в цепь.
5. Вычислить мощность  $P$ ,  $Q$ ,  $S$ ,  $T$  и коэффициент мощности источника. Составить баланс активных мощностей цепи.
6. Считая заданную схему одной из фаз симметричной трехфазной цепи при соединении генератора и нагрузки звездой с нулевым проводом, необходимо:
  - а) Записать выражения мгновенных значений ЭДС во всех фазах трехфазного источника (принять заданную ЭДС в качестве ЭДС фазы А),
  - б) Определить действующие значения линейного напряжения источника и тока в нейтральном проводе,
  - в) Вычислить действующие значения напряжения между нейтральными точками генератора и приемника и токов в линейных проводах при обрыве нейтрального провода.

$$E_m := 110 \quad R := 35 \quad L := 10 \text{ мГн} \quad C := 8 \text{ мкФ} \quad \omega := 1000$$



Общая схема цепи

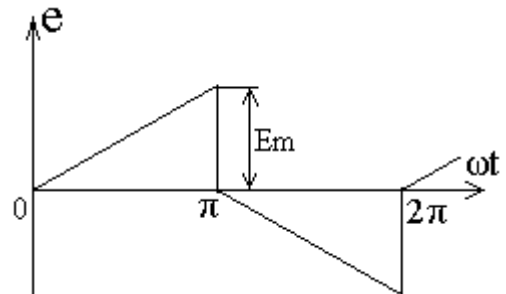


График ЭДС

## Разложение заданной ЭДС в ряд Фурье.

Данная функция является симметричной относительно оси абсцисс при совмещении двух полупериодов во времени.

Ряд Фурье такой функции не содержит четных гармоник и постоянной составляющей:

$$f(\omega t) := \sum_{k=1,3,5}^{\infty} (B_{mk} \cdot \sin(k\omega t) + C_{mk} \cdot \cos(k\omega t)) \quad x = \omega t$$

Нахождение коэффициентов для 1-ой гармоники

$$B_{m1} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} \left( \frac{E_m}{\pi} \cdot x \right) \cdot \sin(x) dx \quad B_{m1} \rightarrow \frac{220}{\pi}$$

$$C_{m1} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} \left( \frac{E_m}{\pi} \cdot x \right) \cdot \cos(x) dx \quad C_{m1} \rightarrow \frac{-440}{\pi^2}$$

$$F_1(x) := (B_{m1} \cdot \sin(x) + C_{m1} \cdot \cos(x)) \quad F_1(x) \rightarrow \frac{220}{\pi} \cdot \sin(x) - \frac{440}{\pi^2} \cdot \cos(x)$$

$$A_{m1} := \sqrt{B_{m1}^2 + C_{m1}^2} \quad A_{m1} = 83.015 \quad \psi_1 := \operatorname{atan}\left(\frac{C_{m1}}{B_{m1}}\right) \quad \psi_1 = -0.567$$

Нахождение коэффициентов для 3-ой гармоники

$$B_{m3} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} \left( \frac{E_m}{\pi} \cdot x \right) \cdot \sin(x \cdot 3) dx \quad B_{m3} \rightarrow \frac{220}{3 \cdot \pi}$$

$$C_{m3} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} \left( \frac{E_m}{\pi} \cdot x \right) \cdot \cos(x \cdot 3) dx \quad C_{m3} \rightarrow \frac{-440}{9 \cdot \pi^2}$$

$$F_3(x) := (B_{m3} \cdot \sin(x \cdot 3) + C_{m3} \cdot \cos(x \cdot 3)) \quad F_3(x) \rightarrow \frac{220}{3 \cdot \pi} \cdot \sin(3 \cdot x) - \frac{440}{9 \cdot \pi^2} \cdot \cos(3 \cdot x)$$

$$A_{m3} := \sqrt{B_{m3}^2 + C_{m3}^2} \quad A_{m3} = 23.863 \quad \psi_3 := \operatorname{atan}\left(\frac{C_{m3}}{B_{m3}}\right) \quad \psi_3 = -0.209$$

Нахождение коэффициентов для 5-ой гармоники

$$B_{m5} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} \left( \frac{E_m}{\pi} \cdot x \right) \cdot \sin(x \cdot 5) dx \quad B_{m5} \rightarrow \frac{44}{\pi}$$

$$C_{m5} := \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} \left( \frac{E_m}{\pi} \cdot x \right) \cdot \cos(x \cdot 5) dx \quad C_{m5} \rightarrow \frac{-88}{5 \cdot \pi^2}$$

$$F_5(x) := (B_{m5} \cdot \sin(x \cdot 5) + C_{m5} \cdot \cos(x \cdot 5)) \quad F_5(x) \rightarrow \frac{44}{\pi} \cdot \sin(5 \cdot x) - \frac{88}{5 \cdot \pi^2} \cdot \cos(5 \cdot x)$$

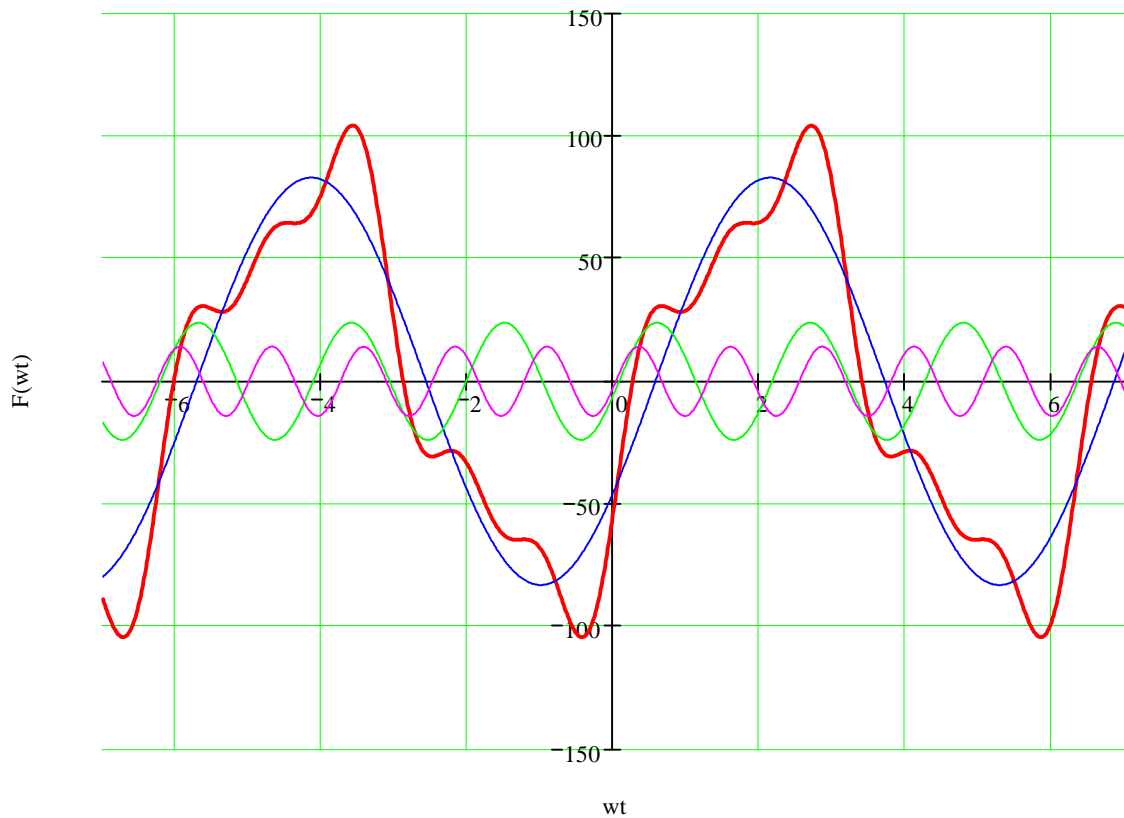
$$A_{m5} := \sqrt{B_{m5}^2 + C_{m5}^2} \quad A_{m5} = 14.119 \quad \psi_5 := \operatorname{atan}\left(\frac{C_{m5}}{B_{m5}}\right) \quad \psi_5 = -0.127$$

Искомое разложение функции можно представить в виде:

$$F(\omega t) := A_{m1} \cdot \sin(\omega t + \psi_1) + A_{m3} \cdot \sin(\omega t + \psi_3) + A_{m5} \cdot \sin(\omega t + \psi_5)$$

$$F(\omega t) = 83.015 \cdot \sin(\omega t - 32.482) + 23.863 \cdot \sin(3\omega t - 11.981) + 14.119 \cdot \sin(5\omega t - 7.256)$$

## Графики составляющих и суммарной ЭДС



Временные графики 1-ой, 3-ей, 5-ой гармоник ЭДС и их суммарная кривая

Нахождение мгновенных значений токов всех ветвей заданной схемы.

Выполнив разложение периодической несинусоидальной ЭДС в ряд Фурье, заменяем её приближенно суммой постоянной и нескольких синусоидальных составляющих:

$$e := E_0 + E_{m1} \cdot \sin(\omega_1 \cdot t + \psi_1) + E_{m3} \cdot \sin(\omega_3 \cdot t + \psi_3) + E_{m5} \cdot \sin(\omega_5 \cdot t + \psi_5)$$

Обозначим реактивные сопротивления цепи для К-ой гармоники:

$$X_C := \frac{1}{\omega \cdot C \cdot k \cdot 10^{-6}} \quad X_L := \omega \cdot L \cdot k \cdot 10^{-3}$$

Расчет токов, обусловленных каждой из составляющих ЭДС, выполним в комплексной форме. Комплексное сопротивление цепи для К-ой гармоники равно:

$$Z_k = i \cdot X_L \cdot k + \frac{-i \cdot X_C \cdot k \cdot (-i \cdot X_C \cdot k + R)}{-i \cdot X_C \cdot k + (-i \cdot X_C \cdot k + R)}$$

Для основной гармоники ЭДС (K=1):

$$E_1 := \frac{A_{m1}}{\sqrt{2}} \cdot e^{i \cdot \psi_1} \quad E_1 = 49.517 - 31.524i \quad F(E_1) = (58.7 \quad -32.482)$$

Комплексное сопротивление цепи для 1-ой гармоники равно:

$$Z_1 := i \cdot X_L + \frac{-i \cdot X_C \cdot (-i \cdot X_C + R)}{-i \cdot X_C + (-i \cdot X_C + R)} \quad Z_1 = 8.582 - 53.701i$$

За законом Ома находим ток  $I_1$ :

$$I_{1_1} := \frac{E_1}{Z_1} \quad I_{1_1} = 0.716 + 0.808i \quad F(I_{1_1}) = (1.079 \quad 48.439)$$

Остальные токи находим за формулами чужого сопротивления:

$$I_{2_1} := I_{1_1} \cdot \frac{-i \cdot X_C + R}{-i \cdot X_C + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{2_1} = 0.309 + 0.461i \quad F(I_{2_1}) = (0.555 \quad 56.112)$$

$$I_{3_1} := I_{1_1} \cdot \frac{-i \cdot X_C}{-i \cdot X_C + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{3_1} = 0.407 + 0.347i \quad F(I_{3_1}) = (0.534 \quad 40.469)$$

Для третьей гармоники ЭДС( $K=3$ ):

$$E_3 := \frac{Am_3}{\sqrt{2}} \cdot e^{i\psi_3} \quad E_3 = 16.506 - 3.503i \quad F(E_3) = (16.873 \quad -11.981)$$

Комплексное сопротивление цепи для 3-ой гармоники равно:

$$Z_3 := i \cdot X_L + \frac{-i \cdot X_C \cdot (-i \cdot X_C + R)}{-i \cdot X_C + (-i \cdot X_C + R)} \quad Z_3 = 7.438 + 6.043i$$

За законом Ома находим ток  $I_1$ :

$$I_{1_3} := \frac{E_3}{Z_3} \quad I_{1_3} = 1.106 - 1.37i \quad F(I_{1_3}) = (1.761 \quad -51.072)$$

Остальные токи находим за формулами чужого сопротивления:

$$I_{2_3} := I_{1_3} \cdot \frac{-i \cdot X_C + R}{-i \cdot X_C + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{2_3} = 0.881 - 0.59i \quad F(I_{2_3}) = (1.06 \quad -33.824)$$

$$I_{3_3} := I_{1_3} \cdot \frac{-i \cdot X_C}{-i \cdot X_C + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{3_3} = 0.226 - 0.78i \quad F(I_{3_3}) = (0.812 \quad -73.854)$$

Для пятой гармоники ЭДС( $K=5$ ):

$$E_5 := \frac{Am_5}{\sqrt{2}} \cdot e^{i\psi_5} \quad E_5 = 9.903 - 1.261i \quad F(E_5) = (9.983 \quad -7.256)$$

Комплексное сопротивление цепи для 5-ой гармоники равно:

$$Z_5 := i \cdot X_L + \frac{-i \cdot X_C \cdot (-i \cdot X_C + R)}{-i \cdot X_C + (-i \cdot X_C + R)} \quad Z_5 = 5.872 + 33.389i$$

За законом Ома находим ток  $I_1$ :

$$I_{1_5} := \frac{E_5}{Z_5} \quad I_{1_5} = 0.014 - 0.294i \quad F(I_{1_5}) = (0.294 \quad -87.281)$$

Остальные токи находим за формулами чужого сопротивления:

$$I_{2_5} := I_{1_5} \cdot \frac{-i \cdot X_C + R}{-i \cdot X_C + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{2_5} = 0.078 - 0.192i \quad F(I_{2_5}) = (0.208 \quad -67.811)$$

$$I_{3_5} := I_{1_5} \cdot \frac{-i \cdot X_C}{-i \cdot X_C + (-i \cdot X_C + R)} \quad I_{3_5} = -0.064 - 0.102i \quad F(I_{3_5}) = (0.121 \quad -122.273)$$

Мгновенные значения токов ветвей:

$$i_1 = 1.079 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 48.439) + 1.761 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(3 \cdot \omega t - 51.072) + 0.294 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(5 \cdot \omega t - 87.281)$$

$$i_2 = 0.555 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 56.112) + 1.06 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(3 \cdot \omega t - 33.824) + 0.208 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(5 \cdot \omega t - 67.811)$$

$$i_3 = 0.534 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 40.469) + 0.812 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(3 \cdot \omega t - 73.854) + 0.121 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(5 \cdot \omega t - 122.273)$$

Определение показаний амперметров электромагнитной системы, включенных в цепь.

$$\Gamma_1 := \sqrt{\left(|I_{11}|\right)^2 + \left(|I_{13}|\right)^2 + \left(|I_{15}|\right)^2} \quad \Gamma_1 = 2.086$$

$$\Gamma_2 := \sqrt{\left(|I_{21}|\right)^2 + \left(|I_{23}|\right)^2 + \left(|I_{25}|\right)^2} \quad \Gamma_2 = 1.214$$

$$\Gamma_3 := \sqrt{\left(|I_{31}|\right)^2 + \left(|I_{33}|\right)^2 + \left(|I_{35}|\right)^2} \quad \Gamma_3 = 0.979$$

Вычисление мощности P, Q, S, T и коэффициента мощности источника. Баланс активных мощностей цепи.

Активная мощность источника (на входе цепи):

$$P := |E_1| \cdot |I_{11}| \cdot \cos\left[-\left(\arg(I_{11}) - \arg(E_1)\right)\right] + |E_3| \cdot |I_{13}| \cdot \cos\left[-\left(\arg(I_{13}) - \arg(E_3)\right)\right]$$

$$P := P + |E_5| \cdot |I_{15}| \cdot \cos\left[-\left(\arg(I_{15}) - \arg(E_5)\right)\right] \quad P = 33.566$$

Реактивная мощность источника:

$$Q := |E_1| \cdot |I_{11}| \cdot \sin\left[-\left(\arg(I_{11}) - \arg(E_1)\right)\right] + |E_3| \cdot |I_{13}| \cdot \sin\left[-\left(\arg(I_{13}) - \arg(E_3)\right)\right]$$

$$Q := Q + |E_5| \cdot |I_{15}| \cdot \sin\left[-\left(\arg(I_{15}) - \arg(E_5)\right)\right] \quad Q = -40.938$$

Полная мощность источника:

$$E := \sqrt{\left(|E_1|\right)^2 + \left(|E_3|\right)^2 + \left(|E_5|\right)^2} \quad S := E \cdot \Gamma_1 \quad S = 129.106$$

Мощность искажения на входе цепи:

$$T := \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} \quad T = 117.753$$

Мощность, поступающая в активные сопротивления цепи:

$$P_a := \Gamma_3^2 \cdot R \quad P_a = 33.566$$

Считем заданную схему одной из фаз симметричной трехфазной цепи при соединении генератора и нагрузки звездой с нулевым проводом.

Выражения мгновенных значений ЭДС во всех фазах трехфазного источника (принимая заданную ЭДС в качестве ЭДС фазы А).

В симметричных трёхфазных электрических цепях кривые напряжения (тока) во второй и третьей фазах аналогичны кривой напряжения (тока) первой фазы со сдвигом на треть периода:

$$U_A := f(t) \quad U_B := f\left(t - \frac{T}{3}\right) \quad U_C := f\left(t + \frac{T}{3}\right)$$

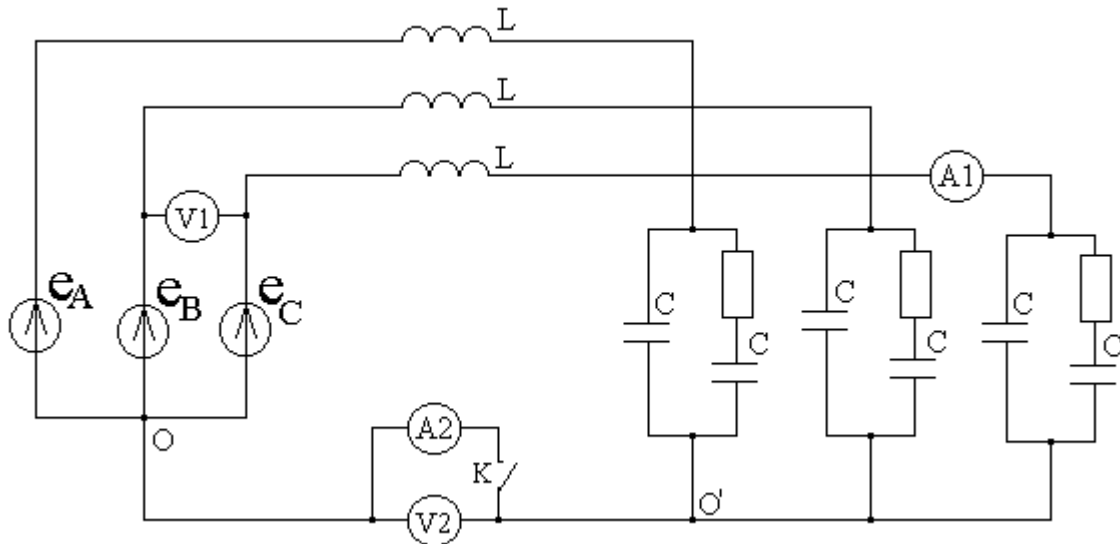


Схема трехфазной цепи

$$e_A = 83.015 \cdot \sin(\omega t - 32.482) + 23.863 \cdot \sin(3 \cdot \omega t - 11.981) + 14.119 \cdot \sin(5 \cdot \omega t - 7.256)$$

$$e_B = 83.015 \cdot \sin(\omega t - 152.482) + 23.863 \cdot \sin(3 \cdot \omega t - 11.981) + 14.119 \cdot \sin(5 \cdot \omega t - 247.256)$$

$$e_C = 83.015 \cdot \sin(\omega t + 87.518) + 23.863 \cdot \sin(3 \cdot \omega t - 11.981) + 14.119 \cdot \sin(5 \cdot \omega t + 232.744)$$

Определение действующего значения линейного напряжения источника и тока в нейтральном проводе.

Действующее значение линейного напряжения источника (показание вольтметра V1):

$$U_L := \sqrt{3} \cdot \sqrt{(|E_1|)^2 + (|E_5|)^2} \quad U_L = 103.132$$

Действующее значение тока в линейном проводе (показания амперметра A2 при замкнутом ключе K):

$$I_N := 3 \cdot \sqrt{(|I_{13}|)^2} \quad I_N = 5.282$$

Определение действующего значения напряжения между нейтральными точками генератора и приемника и токов в линейных проводах при обрыве нейтрального провода.

Действующее значение напряжения между нейтральными точками генератора O и приемника O' при размыкании ключа K (показания вольтметра V2):

$$U_N := |E_3| \quad U_N = 16.873$$

Действующее значение токов в линейных проводах при обрыве нейтрального провода (показание амперметра A1):

$$I_1 := \sqrt{(|I_{11}|)^2 + (|I_{15}|)^2} \quad I_1 = 1.119$$