Теория игр. Решение матричной игры.

Пример №1. Теория игр. Решение матричной игры в чистых стратегиях.

Пример №2. Теория игр. Решение матричной игры в смешанных стратегиях.

Пример №3. Теория игр. Решение матричной игры в смешанных стратегиях.

Программа позволяет решить матричную игру, путем сведения ее к задаче линейного программирования, которая, в свою очередь, решается симплекс методом. Вы можете ознакомиться с работой данной программы, посмотрев приведенные выше примеры.

Введите исходные данные
целые числа и (или) десятичные дроби (например -0.15 2.12 10)

		Стратегии игрока B			
		B 1	B 2	B 3	B 4
Стратегии игрока A	A 1	2	3	4	7
	A 2	6	5	1	4
	A 3	7	2	8	1

другое количество стратегий

решить

Введенная Вами матрица показывает выигрыш игрока A, в зависимости от выбранного им действия и от ответного действия игрока B. Данная матрица называется платежной матрицей. Мы рассматриваем игру двух игроков, в которой выигрыш одного из них равен проигрышу другого. Внешние факторы отсутствуют. Оба игрока обладают конечным числом действий и логикой, которая определят их действия (рассмотрим ниже). Строки матрицы являются возможными действиями игрока A, столбцы матрицы - возможными действиями игрока B. Возможные действия игроков называются чистыми стратегиями.

В нашем случае, количество чистых стратегий игрока A равно 3 . Количество чистых стратегий игрока B равно 4 .

Что думает игрок A?

Если я выберу стратегию A_1 ,то при любом действии игрока B, я гарантирую себе выигрыш 2 ,т.е. получу не менее 2 ден.ед.

Если я выберу стратегию A_2 ,то при любом действии игрока B, я гарантирую себе выигрыш 1 ,т.е. получу не менее 1 ден.ед.

Если я выберу стратегию A_3 ,то при любом действии игрока B, я гарантирую себе выигрыш 1 ,т.е. получу не менее 1 ден.ед.

		Стратегии игрока B				Минимальный элемент в строке
		B_1	B_2	B_3	B_4	
Стратегии игрока A	A_1	2	3	4	7	2
	A_2	6	5	1	4	1
	A_3	7	2	8	1	1

Игрок A использует логику, которая гарантирует ему максимальный выигрыш вне зависимости от поведения игрока B.
Свой выбор, игрок A остановит на стратегии A_1, которая обеспечит ему выигрыш 2, т.е. доход не менее 2 ден.ед.
Значение равное 2, называется нижней ценой игры.

Что думает игрок B?

Если я выберу стратегию B_1 ,то при любом действии игрока A, я гарантирую себе проигрыш 7 ,т.е. потеряю не более 7 ден.ед.

Если я выберу стратегию B_2 ,то при любом действии игрока A, я гарантирую себе проигрыш 5 ,т.е. потеряю не более 5 ден.ед.

Если я выберу стратегию B_3 ,то при любом действии игрока A, я гарантирую себе проигрыш 8 ,т.е. потеряю не более 8 ден.ед.

Если я выберу стратегию B_4 ,то при любом действии игрока A, я гарантирую себе проигрыш 7 ,т.е. потеряю не более 7 ден.ед.

		Стратегии игрока B				Минимальный элемент в строке
		B_1	B_2	B_3	B_4	
Стратегии игрока A	A_1	2	3	4	7	2
	A_2	6	5	1	4	1

	A_3	7	2	8	1	1
Максимальный элемент в столбце		7	5	8	7	

Игрок В использует логику, которая гарантирует ему минимальный проигрыш вне зависимости от поведения игрока А.
Свой выбор, игрок В остановит на стратегии B_2, которая обеспечит ему проигрыш 5, т.е. потерю не более 5 ден.ед.
Значение равное 5, называется верхней ценой игры.

В случае, если верхняя цена игры равна нижней цене игры - мы нашли оптимальное решение, которое устраивает обоих игроков, исходя из их логики. В нашей задаче, если игроки пользуются только чистыми стратегиями, оптимальное решение не найдено. Но, всегда есть решение в смешанных стратегиях.

- Смешанной стратегией игрока А называется применение чистых стратегий A_1 , A_2 , A_3 с вероятностями p_1 , p_2 , p_3 .

Смешанную стратегию первого игрока обозначают как вектор:
$P = (p_1 , p_2 , p_3)$, где $p_1 + p_2 + p_3 = 1$ и $p_1 , p_2 , p_3 \geq 0$

- Смешанной стратегией игрока В называется применение чистых стратегий B_1 , B_2 , B_3 , B_4 с вероятностями q_1 , q_2 , q_3 , q_4 .

Смешанную стратегию второго игрока обозначают как вектор:
$Q = (q_1 , q_2 , q_3 , q_4)$, где $q_1 + q_2 + q_3 + q_4 = 1$ и $q_1 , q_2 , q_3 , q_4 \geq 0$

- Оптимальное решение игры (или просто - решение игры) - это пара оптимальных смешанных стратегий

$P^* (p^*_1 , p^*_2 , p^*_3)$ и $Q^* (q^*_1 , q^*_2 , q^*_3 , q^*_4)$

обладающих следующим свойством:

если один из игроков придерживается своей оптимальной стратегии, то другому не может быть выгодно отступать от своей.

Выигрыш игрока А равный проигрышу игрока В , соответствующий оптимальному решению, **называется ценой игры v**.

Цена игры больше либо равна нижней цены игры и меньше или равна верхней цены игры.

В нашем случае : $2 \leq v \leq 5$.

		Стратегии игрока В			
		B_1	B_2	B_3	B_4
Стратегии игрока А	A_1	2	3	4	7
	A_2	6	5	1	4
	A_3	7	2	8	1

Если $P^* = (p^*_1 , p^*_2 , p^*_3)$ и $Q^* = (q^*_1 , q^*_2 , q^*_3 , q^*_4)$ являются оптимальным решением, то должны выполняться две следующие системы неравенств :

$$\begin{cases} 2 p^*_1 + 6 p^*_2 + 7 p^*_3 \geq v \\ 3 p^*_1 + 5 p^*_2 + 2 p^*_3 \geq v \\ 4 p^*_1 + p^*_2 + 8 p^*_3 \geq v \\ 7 p^*_1 + 4 p^*_2 + p^*_3 \geq v \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 q^*_1 + 3 q^*_2 + 4 q^*_3 + 7 q^*_4 \leq v \\ 6 q^*_1 + 5 q^*_2 + q^*_3 + 4 q^*_4 \leq v \\ 7 q^*_1 + 2 q^*_2 + 8 q^*_3 + q^*_4 \leq v \end{cases}$$

- Рассмотрим первую систему.

Разделим почленно первую систему на v (цену игры).

Т.к. цена игры положительная, то знаки в неравенствах системы не изменятся.

Введем новые обозначения:

$y_1 = p^*_1 / v$, $y_2 = p^*_2 / v$, $y_3 = p^*_3 / v$

Рассмотрим сумму:

$y_1 + y_2 + y_3 = p^*_1 / v + p^*_2 / v + p^*_3 / v = 1/v * (p^*_1 + p^*_2 + p^*_3) = 1/v$

Т.к игрок А старается увеличить свой выигрыш, т.е. цену игры v, то выражение 1/v будет стремиться к минимуму.

Мы получили задачу линейного программирования.

Требуется найти минимум линейной функции $F = y_1 + y_2 + y_3$ при следующей системе ограничений :

$$\begin{cases} 2 y_1 + 6 y_2 + 7 y_3 \geq 1 \\ 3 y_1 + 5 y_2 + 2 y_3 \geq 1 \\ 4 y_1 + y_2 + 8 y_3 \geq 1 \\ 7 y_1 + 4 y_2 + y_3 \geq 1 \end{cases}$$

- Рассмотрим вторую систему.

Разделим почленно вторую систему на v (цену игры).

Т.к. цена игры положительная, то знаки в неравенствах системы не изменятся.

Введем новые обозначения:

$x_1 = q^*_1 / v$, $x_2 = q^*_2 / v$, $x_3 = q^*_3 / v$, $x_4 = q^*_4 / v$

Рассмотрим сумму:

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = q^*_1 / v + q^*_2 / v + q^*_3 / v + q^*_4 / v = 1/v * (q^*_1 + q^*_2 + q^*_3 + q^*_4) = 1/v$

Т.к игрок B старается уменьшить свой проигрыш, т.е. цену игры v, то выражение 1/v будет стремиться к максимуму.

Мы получили задачу линейного программирования.

Требуется найти максимум линейной функции $L = x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ при следующей системе ограничений :

$$\begin{cases} 2 x_1 + 3 x_2 + 4 x_3 + 7 x_4 \le 1 \\ 6 x_1 + 5 x_2 + x_3 + 4 x_4 \le 1 \\ 7 x_1 + 2 x_2 + 8 x_3 + x_4 \le 1 \end{cases}$$

Полученные задачи являются парой симметричных взаимно двойственных задач.

Решив одну из них, мы автоматически получим решение второй.

Удобнее решить вторую задачу. Решим ее симплекс методом.

- Система ограничений должна быть приведена к каноническому виду.

К левой части неравенства 1 системы ограничений прибавляем неотрицательную переменную x_5 , тем самым мы преобразуем неравенство 1 в равенство.

К левой части неравенства 2 системы ограничений прибавляем неотрицательную переменную x_6 , тем самым мы преобразуем неравенство 2 в равенство.

К левой части неравенства 3 системы ограничений прибавляем неотрицательную переменную x_7 , тем самым мы преобразуем неравенство 3 в равенство.

$$\begin{cases} 2 x_1 + 3 x_2 + 4 x_3 + 7 x_4 + x_5 = 1 \\ 6 x_1 + 5 x_2 + x_3 + 4 x_4 + x_6 = 1 \\ 7 x_1 + 2 x_2 + 8 x_3 + x_4 + x_7 = 1 \end{cases}$$

Система ограничений приведена к каноническому виду, т.е.. все условия системы представляют собой уравнения.

- Определимся с начальным опорным решением.

Наличие единичного базиса в системе ограничений позволяет легко найти начальное опорное решение. Рассмотрим подробнее:

Переменная x_5 входит в уравнение 1 с коэффициентом 1, а в остальные уравнения системы с коэффициентом ноль, т.е. x_5 - базисная переменная.

Переменная x_6 входит в уравнение 2 с коэффициентом 1, а в остальные уравнения системы с коэффициентом ноль, т.е. x_6 - базисная переменная.

Переменная x_7 входит в уравнение 3 с коэффициентом 1, а в остальные уравнения системы с коэффициентом ноль, т.е. x_7 - базисная переменная.

Переменные , которые не являются базисными, называются свободными переменными. Приравняв свободные переменные нулю, в получившийся системе ограничений, мы получим начальное опорное решение.

$X_{нач} = (0 , 0 , 0 , 0 , 1 , 1 , 1)$

Значение функции для начального решения: $L (X_{нач}) = 0$

Обратите внимание:
При составлении исходной симплекс таблицы, коэффициенты при переменных функции L записываются с противоположными знаками, а свободный член со своим знаком.

Шаг 1

За ведущий выберем столбец 1 , так как -1 наименьший элемент в L строке. Элемент L строки, принадлежащий столбцу свободных членов не рассматриваем.

За ведущую выберем строку 3, так как отношение свободного члена к соответствующему элементу выбранного столбца для 3 строки является наименьшим. Обратите внимание, что отношение мы вычисляем только для положительных элементов столбца 1.

базисные переменные	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	свободные члены	отношение
x_5	2	3	4	7	1	0	0	1	$\frac{1}{2}$
x_6	6	5	1	4	0	1	0	1	$\frac{1}{6}$
x_7	7	2	8	1	0	0	1	1	1

									7
L	- 1	- 1	- 1	- 1	0	0	0	0	-

Разделим элементы строки 3 на 7.

базисные переменные	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	свободные члены	отношение
x_5	2	3	4	7	1	0	0	1	$\frac{1}{2}$
x_6	6	5	1	4	0	1	0	1	$\frac{1}{6}$
x_7	1	$\frac{2}{7}$	$\frac{8}{7}$	$\frac{1}{7}$	0	0	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$
L	- 1	- 1	- 1	- 1	0	0	0	0	-

От элементов строки 1 отнимает соответствующие элементы строки 3 умноженные на 2.

От элементов строки 2 отнимает соответствующие элементы строки 3 умноженные на 6.

От элементов строки L отнимает соответствующие элементы строки 3 умноженные на -1.

базисные переменные	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	свободные члены	отношение
x_5	0	$\frac{17}{7}$	$\frac{12}{7}$	$\frac{47}{7}$	1	0	$-\frac{2}{7}$	$\frac{5}{7}$	-
x_6	0	$\frac{23}{7}$	$-\frac{41}{7}$	$\frac{22}{7}$	0	1	$-\frac{6}{7}$	$\frac{1}{7}$	-
x_1	1	$\frac{2}{7}$	$\frac{8}{7}$	$\frac{1}{7}$	0	0	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	-
L	0	$-\frac{5}{7}$	$\frac{1}{7}$	$-\frac{6}{7}$	0	0	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	-

X_1 = (1/7 , 0 , 0 , 0 , 5/7 , 1/7 , 0)

Значение функции L для данного решения: L (X_1) = 1/7

Шаг 2

За ведущий выберем столбец 4 , так как -6/7 наименьший элемент в L строке. Элемент L строки, принадлежащий столбцу свободных членов не рассматриваем.

За ведущую выберем строку 2, так как отношение свободного члена к соответствующему элементу выбранного столбца для 2 строки является наименьшим. Обратите внимание, что отношение мы вычисляем только для положительных элементов столбца 4.

базисные переменные	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	свободные члены	отношение
x_5	0	$\frac{17}{7}$	$\frac{12}{7}$	$\frac{47}{7}$	1	0	$-\frac{2}{7}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{5}{47}$
x_6	0	$\frac{23}{7}$	$-\frac{41}{7}$	$\frac{22}{7}$	0	1	$-\frac{6}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{22}$
x_1	1	$\frac{2}{7}$	$\frac{8}{7}$	$\frac{1}{7}$	0	0	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	1
L	0	$-\frac{5}{7}$	$\frac{1}{7}$	$-\frac{6}{7}$	0	0	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	-

Разделим элементы строки 2 на 22/7.

базисные переменные	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	свободные члены	отношение
x_5	0	$\frac{17}{7}$	$\frac{12}{7}$	$\frac{47}{7}$	1	0	$-\frac{2}{7}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{5}{47}$
x_6	0	$\frac{23}{22}$	$-\frac{41}{22}$	1	0	$\frac{7}{22}$	$-\frac{3}{11}$	$\frac{1}{22}$	$\frac{1}{22}$
x_1	1	$\frac{2}{7}$	$\frac{8}{7}$	$\frac{1}{7}$	0	0	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	1
L	0	$-\frac{5}{7}$	$\frac{1}{7}$	$-\frac{6}{7}$	0	0	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	-

От элементов строки 1 отнимает соответствующие элементы строки 2 умноженные на 47/7.

От элементов строки 3 отнимает соответствующие элементы строки 2 .

От элементов строки L отнимает соответствующие элементы строки 2 умноженные на -6/7.

базисные переменные	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	свободные члены	отношение
x_5	0	$-\frac{101}{22}$	$\frac{313}{22}$	0	1	$-\frac{47}{22}$	$\frac{17}{11}$	$\frac{9}{22}$	-
x_4	0	$\frac{23}{22}$	$-\frac{41}{22}$	1	0	$\frac{7}{22}$	$-\frac{3}{11}$	$\frac{1}{22}$	-
x_1	1	$\frac{3}{22}$	$\frac{31}{22}$	0	0	$-\frac{1}{22}$	$\frac{2}{11}$	$\frac{3}{22}$	-
L	0	$\frac{2}{11}$	$-\frac{16}{11}$	0	0	$\frac{3}{11}$	$-\frac{1}{11}$	$\frac{2}{11}$	-

X_2 = (3/22 , 0 , 0 , 1/22 , 9/22 , 0 , 0)

Значение функции L для данного решения: L (X_2) = 2/11

Шаг 3

За ведущий выберем столбец 3 , так как -16/11 наименьший элемент в L строке. Элемент L строки, принадлежащий столбцу свободных членов не рассматриваем.

За ведущую выберем строку 1, так как отношение свободного члена к соответствующему элементу выбранного столбца для 1 строки является наименьшим. Обратите внимание, что отношение мы вычисляем только для положительных элементов столбца 3.

базисные переменные	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	свободные члены	отношение
x_5	0	$-\frac{101}{22}$	$\frac{313}{22}$	0	1	$-\frac{47}{22}$	$\frac{17}{11}$	$\frac{9}{22}$	$\frac{9}{313}$
x_4	0	$\frac{23}{22}$	$-\frac{41}{22}$	1	0	$\frac{7}{22}$	$-\frac{3}{11}$	$\frac{1}{22}$	-
x_1	1	$\frac{3}{22}$	$\frac{31}{22}$	0	0	$-\frac{1}{22}$	$\frac{2}{11}$	$\frac{3}{22}$	$\frac{3}{31}$
L	0	$\frac{2}{11}$	$-\frac{16}{11}$	0	0	$\frac{3}{11}$	$-\frac{1}{11}$	$\frac{2}{11}$	-

Разделим элементы строки 1 на 313/22.

базисные переменные	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	свободные члены	отношение
x_5	0	$-\frac{101}{313}$	1	0	$\frac{22}{313}$	$-\frac{47}{313}$	$\frac{34}{313}$	$\frac{9}{313}$	$\frac{9}{313}$
x_4	0	$\frac{23}{22}$	$-\frac{41}{22}$	1	0	$\frac{7}{22}$	$-\frac{3}{11}$	$\frac{1}{22}$	-
x_1	1	$\frac{3}{22}$	$\frac{31}{22}$	0	0	$-\frac{1}{22}$	$\frac{2}{11}$	$\frac{3}{22}$	$\frac{3}{31}$
L	0	$\frac{2}{11}$	$-\frac{16}{11}$	0	0	$\frac{3}{11}$	$-\frac{1}{11}$	$\frac{2}{11}$	-

От элементов строки 2 отнимает соответствующие элементы строки 1 умноженные на -41/22.

От элементов строки 3 отнимает соответствующие элементы строки 1 умноженные на 31/22.

От элементов строки L отнимает соответствующие элементы строки 1 умноженные на -16/11.

базисные переменные	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	свободные члены	отношение
x_3	0	$-\frac{101}{313}$	1	0	$\frac{22}{313}$	$-\frac{47}{313}$	$\frac{34}{313}$	$\frac{9}{313}$	-
x_4	0	$\frac{139}{313}$	0	1	$\frac{41}{313}$	$\frac{12}{313}$	$-\frac{22}{313}$	$\frac{31}{313}$	-
x_1	1	$\frac{185}{313}$	0	0	$-\frac{31}{313}$	$\frac{52}{313}$	$\frac{9}{313}$	$\frac{30}{313}$	-
L	0	-90	0	0	32	17	21	70	-

		313			313	313	313	313	

$X_3 = (30/313, 0, 9/313, 31/313, 0, 0, 0)$

Значение функции L для данного решения: $L(X_3) = 70/313$

Шаг 4

За ведущий выберем столбец 2 , так как -90/313 наименьший элемент в L строке. Элемент L строки, принадлежащий столбцу свободных членов не рассматриваем.

За ведущую выберем строку 3, так как отношение свободного члена к соответствующему элементу выбранного столбца для 3 строки является наименьшим. Обратите внимание, что отношение мы вычисляем только для положительных элементов столбца 2.

базисные переменные	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	свободные члены	отношение
x_3	0	$-\frac{101}{313}$	1	0	$\frac{22}{313}$	$-\frac{47}{313}$	$\frac{34}{313}$	$\frac{9}{313}$	-
x_4	0	$\frac{139}{313}$	0	1	$\frac{41}{313}$	$\frac{12}{313}$	$-\frac{22}{313}$	$\frac{31}{313}$	$\frac{31}{139}$
x_1	1	$\frac{185}{313}$	0	0	$-\frac{31}{313}$	$\frac{52}{313}$	$\frac{9}{313}$	$\frac{30}{313}$	$\frac{6}{37}$
L	0	$-\frac{90}{313}$	0	0	$\frac{32}{313}$	$\frac{17}{313}$	$\frac{21}{313}$	$\frac{70}{313}$	-

Разделим элементы строки 3 на 185/313.

базисные переменные	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	свободные члены	отношение
x_3	0	$-\frac{101}{313}$	1	0	$\frac{22}{313}$	$-\frac{47}{313}$	$\frac{34}{313}$	$\frac{9}{313}$	-
x_4	0	$\frac{139}{313}$	0	1	$\frac{41}{313}$	$\frac{12}{313}$	$-\frac{22}{313}$	$\frac{31}{313}$	$\frac{31}{139}$
x_1	$\frac{313}{185}$	1	0	0	$-\frac{31}{185}$	$\frac{52}{185}$	$\frac{9}{185}$	$\frac{6}{37}$	$\frac{6}{37}$
L	0	$-\frac{90}{313}$	0	0	$\frac{32}{313}$	$\frac{17}{313}$	$\frac{21}{313}$	$\frac{70}{313}$	-

От элементов строки 1 отнимает соответствующие элементы строки 3 умноженные на -101/313.

От элементов строки 2 отнимает соответствующие элементы строки 3 умноженные на 139/313.

От элементов строки L отнимает соответствующие элементы строки 3 умноженные на -90/313.

базисные переменные	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	свободные члены	отношение
x_3	$\frac{101}{185}$	0	1	0	$\frac{3}{185}$	$-\frac{11}{185}$	$\frac{23}{185}$	$\frac{3}{37}$	-
x_4	$-\frac{139}{185}$	0	0	1	$\frac{38}{185}$	$-\frac{16}{185}$	$-\frac{17}{185}$	$\frac{1}{37}$	-
x_2	$\frac{313}{185}$	1	0	0	$-\frac{31}{185}$	$\frac{52}{185}$	$\frac{9}{185}$	$\frac{6}{37}$	-
L	$\frac{18}{37}$	0	0	0	$\frac{2}{37}$	$\frac{5}{37}$	$\frac{3}{37}$	$\frac{10}{37}$	-

$X_4 = (0, 6/37, 3/37, 1/37, 0, 0, 0)$

Значение функции L для данного решения: $L(X_4) = 10/37$

$L = 10/37 \ -18/37\, x_1 \ -2/37\, x_5 \ -5/37\, x_6 \ -3/37\, x_7$

Учитывая, что все $x_i \geq 0$ по условию задачи, наибольшее значение функции равно свободному члену 10/37.

$x_1 = 0$

$x_2 = 6/37$

$x_3 = 3/37$

$x_4 = 1/37$

Учитывая правило формирования ответа симметричной двойственной задачи, запишем ее решение, на основании все той же последней симплекс таблицы.

$y_1 = 2/37$

$y_2 = 5/37$

$y_3 = 3/37$

Максимальное значение функции прямой задачи равно минимальному значению функции двойственной задачи.

$L_{max} = 10/37$, $F_{min} = 10/37$

Найдем цену игры v .

$v = 1 / F_{max} = 1 / L_{min} = 37/10$

Теперь, мы можем найти оптимальное решение нашей игры.

$p^*_1 = y_1 * v = 2/37 * 37/10 = 1/5$

$p^*_2 = y_2 * v = 5/37 * 37/10 = 1/2$

$p^*_3 = y_3 * v = 3/37 * 37/10 = 3/10$

$q^*_1 = x_1 * v = 0 * 37/10 = 0$

$q^*_2 = x_2 * v = 6/37 * 37/10 = 3/5$

$q^*_3 = x_3 * v = 3/37 * 37/10 = 3/10$

$q^*_4 = x_4 * v = 1/37 * 37/10 = 1/10$

Ответ :

P* = (1/5 , 1/2 , 3/10)

Q* = (0 , 3/5 , 3/10 , 1/10)

Цена игры v = 37/10.

Дадим объяснение полученному ответу.

Выигрыш игрока A составит 37/10 ден.ед.

Проигрыш игрока B составит 37/10 ден.ед.

Игрок A :

использует стратегию A_1 на 20 %

использует стратегию A_2 на 50 %

использует стратегию A_3 на 30 %

Игрок B :

использует стратегию B_1 на 0 %

использует стратегию B_2 на 60 %

использует стратегию B_3 на 30 %

использует стратегию B_4 на 10 %