Міністерство освіти України
Національний технічний університет України
“Київський політехнічний інститут”
Кафедра ТОЕ

Розрахунково-графічна робота

“Розрахунок перехідних процесів у лінійних колах“
Варіант № 503

Виконав: ________________
____
____
____

Перевірив: ________________

Київ 2007

Умова задання

1. В колі з джерелом постійної ЕДС необхідно:

1) класичним методом розрахзувати напруги на реактивних елементах та струми перехідного процесу;

2) розрахувати струм в колі з джерелом ЕДС Е1 та напругу на реактивному елементі операторним методом;

3) побудувати в одному часовому масштабі діаграми струму та напруги на реактивних елементах.

2. Дослідити, яким повинен бути активний опір у вітці з джерелом Е1, щоб перехідний процес проходив в граничному режимі.

3. Визначити струми в вітках та напруги на реактивних елементах в момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійних ЕДС Е1і Е2 в колі діють синусоїдні джерела.

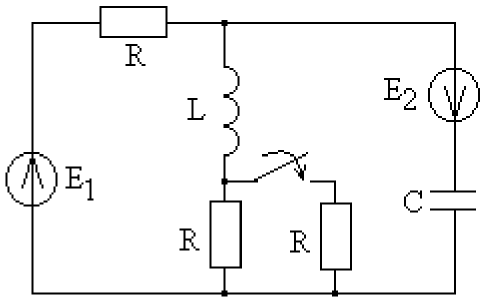
3. В післякомутаційній схемі закоротити джерело ЕДС Е2.

а) виключити катушку індуктивності чи ємність, замінивши останню опором R;

б) вважаючи, що замість ждерела постійної ЕДС Е1 до отриманного кола подається напруга, форма якої показана на малюнку;

в) розрахувати вхідний струм та напругу на реактивном елементі методом інтеграла Дюамеля при періоді Т, заданому в долях від τ;

г) побудувати в одному часовому масштабі діаграми напруги на вході, вхідного струму і напруги на реактивних елементі.



Основна схема

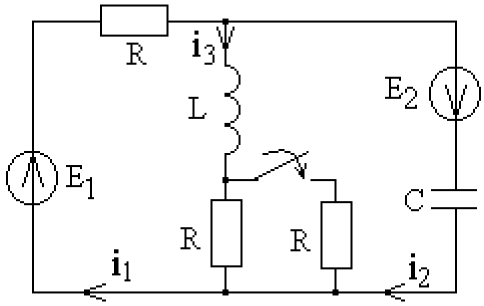
Вхідні данні:

$L := 0.15$ Гн $\quad C := 60 \cdot 10^{-6}$ Ф $\quad R := 30$ Ом

$E_1 := 100$ В $\quad E_2 := 80$ В $\quad \psi := 30 \cdot deg$ C^0 $\quad \omega := 100$ c^{-1}

Класичний метод

Оберемо додатній напрямок струмів у вітках схеми:



Знайдемо значення струмів та напруг безпосередньо до комутації:

Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \frac{E_1}{2 \cdot R}$ $\quad i_{3дк} := i_{1дк} \quad i_{3дк} = 1.667$

$i_{2дк} := 0 \quad u_{Lдк} := 0$

$u_{Cдк} := E_1 + E_2 - i_{1дк} \cdot R \quad u_{Cдк} = 130$

Усталений режим після комутації: $t = \infty$

$R' := 0.5 \cdot R$

$i'_1 := \frac{E_1}{R + R'} \quad i'_3 := i'_1 \quad i'_3 = 2.222$

$i'_2 := 0 \quad u'_L := 0$

$u'_C := E_1 + E_2 - i'_1 \cdot R \quad u'_C = 113.333$

Незалежні початкові умови

$i_{30} := i_{3дк} \quad i_{30} = 1.667$

$u_{C0} := u_{Cдк} \quad u_{C0} = 130$

Залежні початкові умови

Given

$i_{10} = i_{20} + i_{30}$

$E_1 = u_{L0} + i_{30} \cdot R' + i_{10} \cdot R$

$E_2 = -i_{30} \cdot R' + u_{C0} - u_{L0}$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{10}, i_{20}, u_{L0}) \text{ float}, 7 \rightarrow \begin{pmatrix} 1.666667 \\ -3.333333 \cdot 10^{-20} \\ 25. \end{pmatrix}$$

$i_{10} = 1.667 \quad i_{20} = 0 \quad u_{L0} = 25$

Незалежні початкові умови

$di_{30} := \frac{u_{L0}}{L} \quad di_{30} = 166.667$

$du_{C0} := \frac{i_{20}}{C} \quad du_{C0} = 0$

Залежні початкові умови

Given

$$di_{10} = di_{20} + di_{30}$$

$$0 = du_{L0} + di_{30}\cdot R' + di_{10}\cdot R$$

$$0 = -di_{30}\cdot R' + du_{C0} - du_{L0}$$

$$\begin{pmatrix} di_{10} \\ di_{20} \\ du_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(di_{10}, di_{30}, du_{L0})$$

$di_{10} = 0$ $\qquad$ $di_{20} = -1$ $\qquad$ $du_{L0} = 15$

Вільний режим після комутайії: $\quad t = 0$

Складемо характерестичне рівняння схеми

$$Z(p) := \frac{\frac{1}{p\cdot C}\cdot(R' + p\cdot L)}{R' + p\cdot L + \frac{1}{p\cdot C}} + R \qquad Z(p) := \frac{\frac{1}{p\cdot C}\cdot(R' + p\cdot L) + \left(R' + p\cdot L + \frac{1}{p\cdot C}\right)\cdot R}{R' + p\cdot L + \frac{1}{p\cdot C}}$$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := \frac{1}{p\cdot C}\cdot(R' + p\cdot L) + \left(R' + p\cdot L + \frac{1}{p\cdot C}\right)\cdot R \ \Big|\begin{matrix}\text{solve}, p \\ \text{float}, 5\end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -327.78 - 243.37\cdot i \\ -327.78 + 243.37\cdot i \end{pmatrix}$$

Одже корні характеристичного рівняння мають вигляд:

$p_1 = -327.78 - 243.37i$ $\qquad$ $p_2 = -327.78 + 243.37i$

Коефіцієнт затухання та кутова частота вільних коливань:

$\delta := |\mathrm{Re}(p_1)|$ $\quad$ $\delta = 327.78$ $\qquad$ $\omega_0 := |\mathrm{Im}(p_2)|$ $\quad$ $\omega_0 = 243.37$

Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$$i''_1(t) = A\cdot e^{-\delta\cdot t}\cdot\sin(\omega_0\cdot t + v_1)$$

$$i''_2(t) = B\cdot e^{-\delta\cdot t}\cdot\sin(\omega_0\cdot t + v_2)$$

$$i''_3(t) = C\cdot e^{-\delta\cdot t}\cdot\sin(\omega_0\cdot t + v_3)$$

$$u''_C(t) = D\cdot e^{-\delta\cdot t}\cdot\sin(\omega_0\cdot t + v_C)$$

$$u''_L(t) = F\cdot e^{-\delta\cdot t}\cdot\sin(\omega_0\cdot t + v_L)$$

Визначення сталих інтегрування:

Для струму i1(t):

Given

$$i_{10} - i'_1 = A\cdot\sin(v_1)$$

$$di_{10} = -A\cdot\delta\cdot\sin(v_1) + A\cdot\omega_0\cdot\cos(v_1)$$

$$\begin{pmatrix} A \\ v_1 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(A, v_1) \text{ float}, 5 \ \rightarrow \begin{pmatrix} .93194 & -.93194 \\ -2.5029 & .63867 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$A = 0.932$ $\qquad$ $v_1 = -2.503$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i''_1(t) := A\cdot e^{-\delta\cdot t}\cdot\sin(\omega_0\cdot t + v_1) \text{ float}, 5 \ \rightarrow .93194\cdot\exp(-327.78\cdot t)\cdot\sin(243.37\cdot t - 2.5029)$$

$$i_1(t) := i'_1 + i''_1(t) \text{ float}, 4 \ \rightarrow 2.222 + .9319\cdot\exp(-327.8\cdot t)\cdot\sin(243.4\cdot t - 2.503)$$

Для струму i2(t):

$i_{20} - i'_2 = B\cdot\sin(v_2)$

$di_{20} = -B\cdot\delta\cdot\sin(v_2) + B\cdot\omega_0\cdot\cos(v_2)$

$\begin{pmatrix} B \\ v_2 \end{pmatrix} := \text{Find}(B, v_2)\ \text{float}, 5\ \rightarrow \begin{pmatrix} -4.1090\cdot10^{-3} & 4.1090\cdot10^{-3} \\ 8.1123\cdot10^{-18} & -3.1416 \end{pmatrix}$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$B = -4.109\times10^{-3}$ $v_2 = 0$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$i''_2(t) := B\cdot e^{-\delta\cdot t}\cdot\sin(\omega_0\cdot t + v_2)\ \text{float}, 5\ \rightarrow -4.1090\cdot10^{-3}\cdot\exp(-327.78\cdot t)\cdot\sin(243.37\cdot t + 8.1123\cdot10^{-18})$

$i_2(t) := i'_2 + i''_2(t)\ \text{float}, 4\ \rightarrow -4.109\cdot10^{-3}\cdot\exp(-327.8\cdot t)\cdot\sin(243.4\cdot t + 8.112\cdot10^{-18})$

Для струму i3(t):

$i_{30} - i'_3 = C\cdot\sin(v_3)$

$di_{30} = -C\cdot\delta\cdot\sin(v_3) + C\cdot\omega_0\cdot\cos(v_3)$

$\begin{pmatrix} C \\ v_3 \end{pmatrix} := \text{Find}(C, v_3)\ \text{float}, 5\ \rightarrow \begin{pmatrix} -.55916 & .55916 \\ 1.4571 & -1.6845 \end{pmatrix}$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$C = -0.559$ $v_3 = 1.457$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$i''_3(t) := C\cdot e^{-\delta\cdot t}\cdot\sin(\omega_0\cdot t + v_3)\ \text{float}, 5\ \rightarrow -.55916\cdot\exp(-327.78\cdot t)\cdot\sin(243.37\cdot t + 1.4571)$

$i_3(t) := i'_3 + i''_3(t)\ \text{float}, 4\ \rightarrow 2.222 - .5592\cdot\exp(-327.8\cdot t)\cdot\sin(243.4\cdot t + 1.457)$

Для напруги Uc(t):

$u_{C0} - u'_C = D\cdot\sin(v_C)$

$du_{C0} = -D\cdot\delta\cdot\sin(v_C) + D\cdot\omega_0\cdot\cos(v_C)$

$\begin{pmatrix} D \\ v_C \end{pmatrix} := \text{Find}(D, v_C)\ \Big|\begin{matrix}\text{float}, 5 \\ \text{complex}\end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -27.958 & 27.958 \\ -2.5029 & .63867 \end{pmatrix}$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$D = -27.958$ $v_C = -2.503$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$u''_C(t) := D\cdot e^{-\delta\cdot t}\cdot\sin(\omega_0\cdot t + v_C)\ \text{float}, 5\ \rightarrow -27.958\cdot\exp(-327.78\cdot t)\cdot\sin(243.37\cdot t - 2.5029)$

$u_C(t) := u'_C + u''_C(t)\ \text{float}, 4\ \rightarrow 113.3 - 27.96\cdot\exp(-327.8\cdot t)\cdot\sin(243.4\cdot t - 2.503)$

Для напруги Ul(t):

$u_{L0} - u'_L = F\cdot\sin(v_L)$

$du_{L0} = -F\cdot\delta\cdot\sin(v_L) + F\cdot\omega_0\cdot\cos(v_L)$

$\begin{pmatrix} F \\ v_L \end{pmatrix} := \text{Find}(F, v_L)\ \Big|\begin{matrix}\text{float}, 5 \\ \text{complex}\end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -41.987 & 41.987 \\ -2.5038 & .63780 \end{pmatrix}$

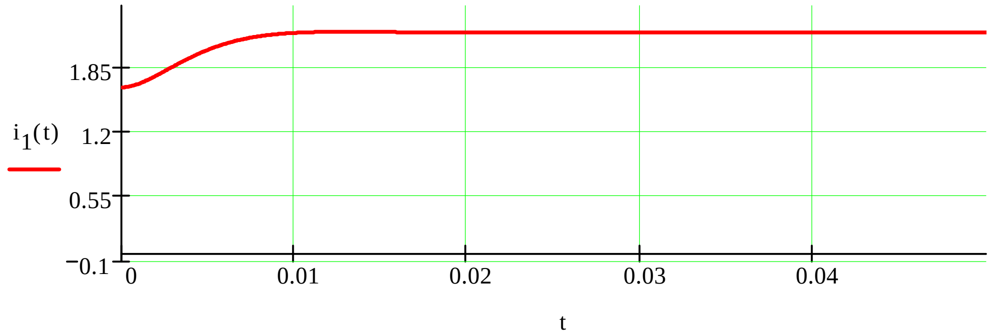
Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$F = -41.987$ $v_L = -2.504$

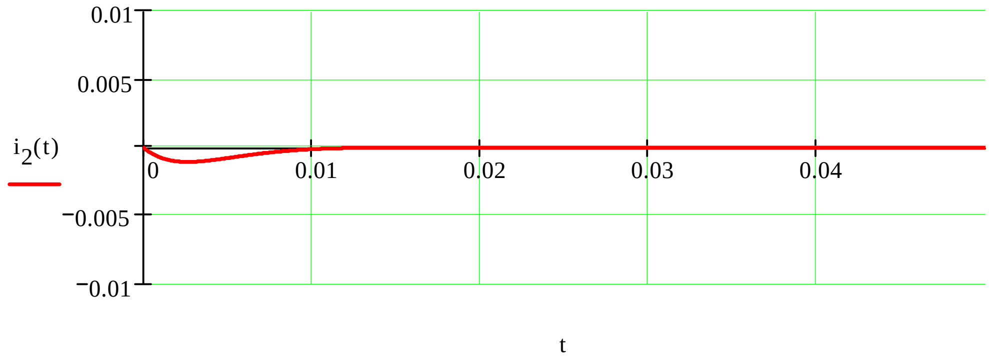
Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$u''_L(t) := F\cdot e^{-\delta\cdot t}\cdot\sin(\omega_0\cdot t + v_L)\ \text{float}, 5\ \rightarrow -41.987\cdot\exp(-327.78\cdot t)\cdot\sin(243.37\cdot t - 2.5038)$

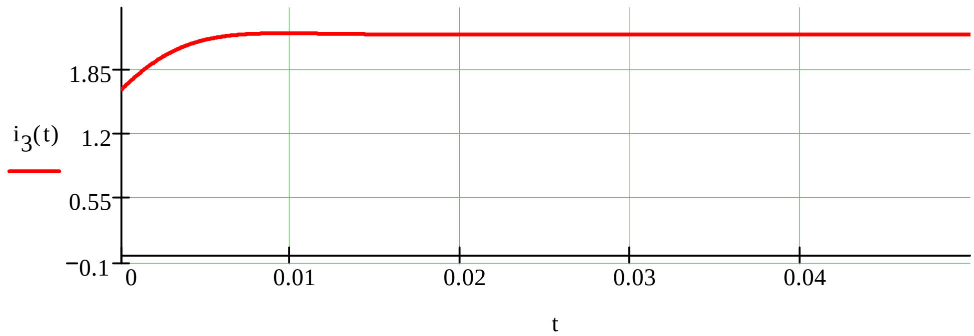
$u_L(t) := u'_L + u''_L(t)\ \text{float}, 4\ \rightarrow -41.99\cdot\exp(-327.8\cdot t)\cdot\sin(243.4\cdot t - 2.504)$



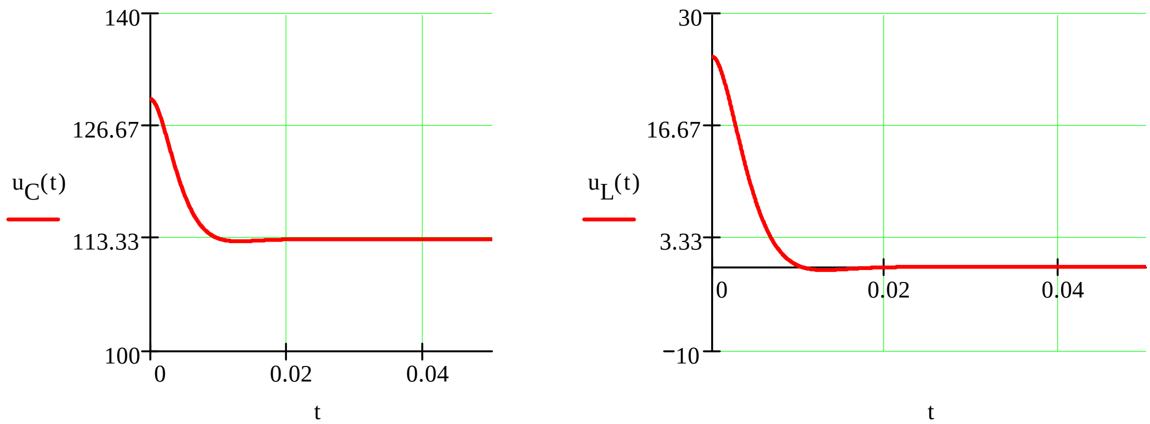
Графік перехідного струму i1(t).



Графік перехідного струму i2(t).

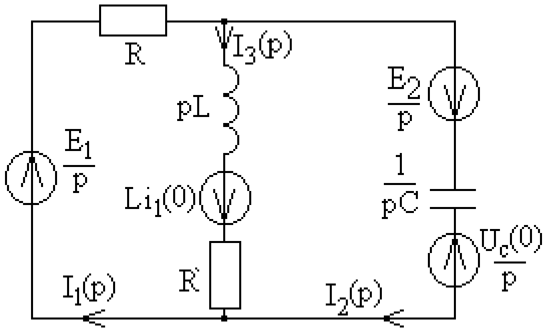


Графік перехідного струму i3(t).



Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

Операторний метод



Операторна схема

Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \frac{E_1}{2 \cdot R}$ $\qquad i_{3дк} := i_{1дк} \quad i_{3дк} = 1.667$

$i_{2дк} := 0$ $\qquad u_{Lдк} := 0$

$u_{Cдк} := E_1 + E_2 - i_{1дк} \cdot R$ $\qquad u_{Cдк} = 130$

Початкові умови:

$i_{L0} := i_{3дк}$ $\qquad i_{L0} = 1.5$

$u_{C0} = 130$

$$I_{k1}(p) \cdot (R + R' + p \cdot L) - I_{k2}(p) \cdot (R' + p \cdot L) = \frac{E_1}{p} + L \cdot i_{L0}$$

$$-I_{k1}(p) \cdot (R' + p \cdot L) + I_{k2}(p) \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + R'\right) = \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} - L \cdot i_{L0}$$

$$\Delta(p) := \left|\begin{bmatrix} R + R' + p \cdot L & -(R' + p \cdot L) \\ -(R' + p \cdot L) & \frac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + R' \end{bmatrix}\right| \qquad \Delta(p) \text{ float}, 5 \ \rightarrow \frac{\left(7.5000 \cdot 10^{5} + 4.500 \cdot p^{2.} + 2950.0 \cdot p\right)}{p^{1.}}$$

$$\Delta_1(p) := \left|\begin{bmatrix} \frac{E_1}{p} + L \cdot i_{L0} & -(R' + p \cdot L) \\ \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} - L \cdot i_{L0} & \frac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + R' \end{bmatrix}\right| \qquad \Delta_1(p) \text{ float}, 5 \ \rightarrow \frac{\left(1.6667 \cdot 10^{6} + 7.5000 \cdot p^{2.} + 4916.7 \cdot p\right)}{p^{2.}}$$

$$\Delta_2(p) := \left|\begin{bmatrix} R + R' + p \cdot L & \frac{E_1}{p} + L \cdot i_{L0} \\ -(R' + p \cdot L) & \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} - L \cdot i_{L0} \end{bmatrix}\right| \qquad \Delta_2(p) \text{ float}, 5 \ \rightarrow \frac{-750.0}{p^{1.}}$$

Контурні струми та напруга на конденсаторі будуть мати вигляд:

$$I_{k1}(p) := \frac{\Delta_1(p)}{\Delta(p)} \qquad I_1(p) := I_{k1}(p) \text{ float}, 5 \;\rightarrow\; \frac{\left(1.6667\cdot 10^6 + 7.5000\cdot p^{2.} + 4916.7\cdot p\right)}{p^{1.}\cdot\left(7.5000\cdot 10^5 + 4.500\cdot p^{2.} + 2950.0\cdot p\right)^{1.}}$$

$$I_{k2}(p) := \frac{\Delta_2(p)}{\Delta(p)} \qquad I_2(p) := I_{k2}(p) \text{ float}, 5 \;\rightarrow\; \frac{-750.0}{\left(7.5000\cdot 10^5 + 4.500\cdot p^{2.} + 2950.0\cdot p\right)^{1.}}$$

$$u_C(p) := \frac{u_{C0}}{p} + \frac{I_2(p)}{p\cdot C} \text{ factor} \;\rightarrow\; 10\cdot\frac{\left(17000000 + 76700\cdot p + 117\cdot p^2\right)}{p\cdot\left(1500000 + 5900\cdot p + 9\cdot p^2\right)}$$

$$u_L(p) := L\cdot p\cdot I_3(p) - L\cdot i_{3\text{дк}} \text{ factor} \;\rightarrow\; 25\cdot\frac{(5000 + 9\cdot p)}{\left(1500000 + 5900\cdot p + 9\cdot p^2\right)}$$

Перейдемо тепер від зображення до функції часу за формулою розкладу:
Для струму I1(p):

$$N_1(p) := 1.6667\cdot 10^6 + 7.5000\cdot p^{2.} + 4916.7\cdot p \qquad M_1(p) := p\cdot\left(7.5000\cdot 10^5 + 4.500\cdot p^{2.} + 2950.0\cdot p\right)$$

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_1(p) \left|\begin{matrix}\text{solve}, p \\ \text{float}, 5\end{matrix}\right. \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -327.78 - 243.37\cdot i \\ -327.78 + 243.37\cdot i \end{pmatrix}$$

$$p_0 = 0 \qquad p_1 = -327.78 - 243.37i \qquad p_2 = -327.78 + 243.37i$$

$$N_1(p_0) = 1.667\times 10^6 \qquad N_1(p_1) = 4.167\times 10^5 \qquad N_1(p_2) = 4.167\times 10^5$$

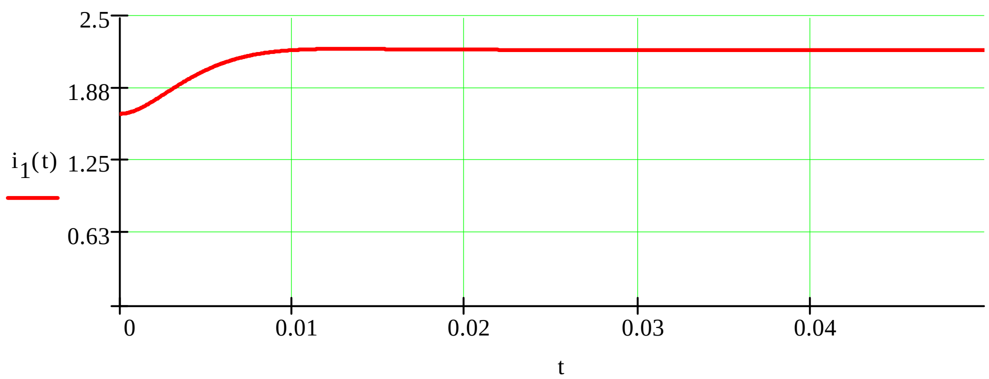
$$dM_1(p) := \frac{d}{dp}M_1(p) \left|\begin{matrix}\text{factor} \\ \text{float}, 5\end{matrix}\right. \rightarrow 7.5000\cdot 10^5 + 13.500\cdot p^{2.} + 5900.\cdot p$$

$$dM_1(p_0) = 7.5\times 10^5 \qquad dM_1(p_1) = -5.331\times 10^5 + 7.18i\times 10^5 \qquad dM_1(p_2) = -5.331\times 10^5 - 7.18i\times 10^5$$

Отже струм як функція часу буде мати вигляд:

$$i_1(t) = \frac{N_1(p_0)}{dM_1(p_0)} + \frac{N_1(p_1)}{dM_1(p_1)}\cdot e^{p_1\cdot t} + \frac{N_1(p_2)}{dM_1(p_2)}\cdot e^{p_2\cdot t} \qquad i_1(0) = 1.667$$

$$i_1(t) \left|\begin{matrix}\text{float}, 5 \\ \text{complex}\end{matrix}\right. \rightarrow 2.222 + .9319\cdot\exp(-327.8\cdot t)\cdot\sin(243.4\cdot t - 2.503)$$



Графік перехідного струму i1(t).

Для напруги на конденсаторі Uc(p):

$N_u(p) := 10\cdot\left(17000000 + 76700\cdot p + 117\cdot p^2\right)$ $M_u(p) := p\cdot\left(1500000 + 5900\cdot p + 9\cdot p^2\right)$

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_u(p) \;\Big|\; \begin{matrix}\text{solve}, p \\ \text{float}, 5\end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -327.78 + 243.37\cdot i \\ -327.78 - 243.37\cdot i \end{pmatrix}$$

$p_0 = 0$ $p_1 = -327.78 + 243.37i$ $p_2 = -327.78 - 243.37i$

$N_u(p_0) = 1.7\times 10^8$ $N_u(p_1) = -2.5\times 10^7 - 1.266i\times 10^3$ $N_u(p_2) = -2.5\times 10^7 + 1.266i\times 10^3$

$dM_u(p) := \frac{d}{dp}M_u(p)$ factor $\rightarrow 1500000 + 11800\cdot p + 27\cdot p^2$

$dM_u(p_0) = 1.5\times 10^6$ $dM_u(p_1) = -1.066\times 10^6 - 1.436i\times 10^6$ $dM_u(p_2) = -1.066\times 10^6 + 1.436i\times 10^6$

Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$u_C(t) := \frac{N_u(p_0)}{dM_u(p_0)} + \frac{N_u(p_1)}{dM_u(p_1)}\cdot e^{p_1\cdot t} + \frac{N_u(p_2)}{dM_u(p_2)}\cdot e^{p_2\cdot t} \qquad u_C(0) = 130.001$$

$$u_C(t) \;\Big|\; \begin{matrix}\text{float}, 5 \\ \text{complex}\end{matrix} \rightarrow 113.33 + 16.6678\cdot\exp(-327.78\cdot t)\cdot\cos(243.37\cdot t) + 22.446\cdot\exp(-327.78\cdot t)\cdot\sin(243.37\cdot t)$$

Для напруги на індуктивності:

$N_L(p) := 25(5000 + 9\cdot p)$ $M_L(p) := \left(1500000 + 5900\cdot p + 9\cdot p^2\right)$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_L(p) \;\Big|\; \begin{matrix}\text{solve}, p \\ \text{float}, 5\end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -327.78 + 243.37\cdot i \\ -327.78 - 243.37\cdot i \end{pmatrix}$$

$p_1 = -327.78 + 243.37i$ $p_2 = -327.78 - 243.37i$

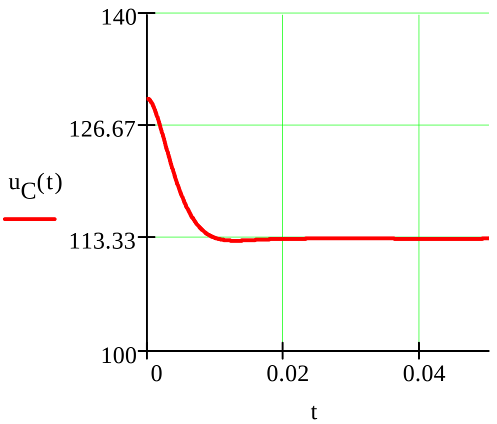
$N_L(p_1) = 5.125\times 10^4 + 5.476i\times 10^4$ $N_L(p_2) = 5.125\times 10^4 - 5.476i\times 10^4$

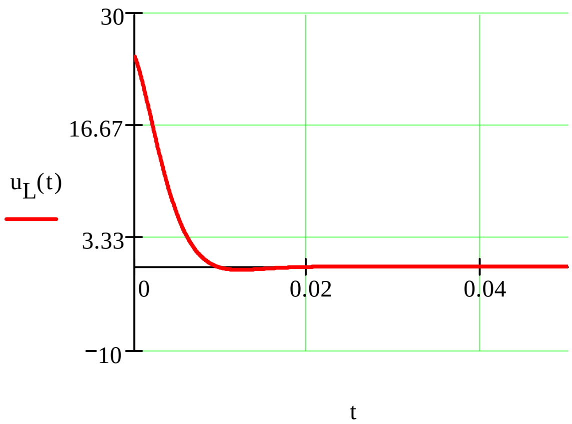
$dM_L(p) := \frac{d}{dp}M_L(p)$ factor $\rightarrow 5900 + 18\cdot p$

$dM_L(p_1) = -0.04 + 4.381i\times 10^3$ $dM_L(p_2) = -0.04 - 4.381i\times 10^3$

Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$u_L(t) := \frac{N_L(p_1)}{dM_L(p_1)}\cdot e^{p_1\cdot t} + \frac{N_L(p_2)}{dM_L(p_2)}\cdot e^{p_2\cdot t} \qquad u_L(0) = 25$$

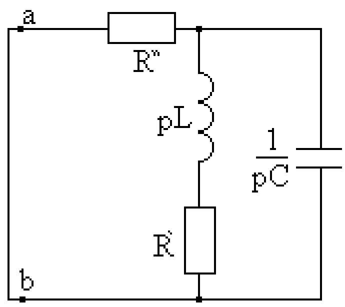




Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

Дослідити чому повинен дорівнювати активний опір вітки с джерелом ЕРС E1 щоб аперіодичний процес переходив у коливальний

$$Z_{ab}(p) := R'' + \frac{(R' + p\cdot L)\cdot\frac{1}{p\cdot C}}{\frac{1}{p\cdot C} + p\cdot L + R'}$$



$$Z_{ab}(p) := \frac{\left(\frac{1}{p\cdot C} + p\cdot L + R'\right)\cdot R'' + (R' + p\cdot L)\cdot\frac{1}{p\cdot C}}{\frac{1}{p\cdot C} + p\cdot L + R'}$$

$$(R''\cdot L)\cdot p^2 + \left(R''\cdot R' + \frac{L}{C}\right)\cdot p + \left(\frac{R''}{C} + \frac{R'}{C}\right) = 0$$

$$D = 0$$

$$\left(R''\cdot R' + \frac{L}{C}\right)^2 - 4\cdot(R''\cdot L)\cdot\left(\frac{R''}{C} + \frac{R'}{C}\right) = 0$$

$$R' := \left(R''\cdot R' + \frac{L}{C}\right)^2 - 4\cdot(R''\cdot L)\cdot\left(\frac{R''}{C} + \frac{R'}{C}\right) \left|\begin{array}{l}\text{solve}, R'' \\ \text{float}, 5\end{array}\right. \rightarrow \begin{pmatrix}-29.412 \\ 21.739\end{pmatrix}$$

$$R'_{1,0} = 21.739$$

Отже при такому значенні активного опору у вітці з джерелом напруги E1 аперіодичний процес перейде в коливальний.

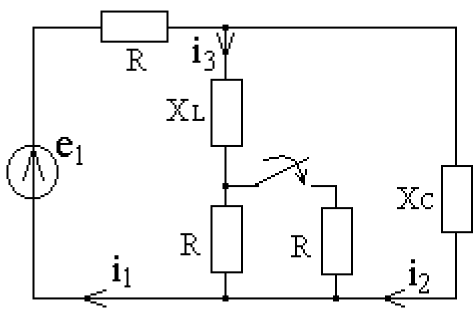
Визначити струми віток і напруги на реактивних елементах у момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійної напруги E1 і E2 у колі діють джерела синусоїдної напруги:

$$e_1(t) := \sqrt{2}\cdot E_1\cdot\sin(\omega\cdot t + \psi) \qquad e_2(t) := \sqrt{2}\cdot E_2\cdot\sin(\omega\cdot t + \psi)$$

$$X_C := \frac{1}{\omega\cdot C} \qquad X_C = 166.667 \qquad X_L := \omega\cdot L \qquad X_L = 15$$

$$E_1 := E_1\cdot e^{\psi\cdot i} \qquad E_1 = 86.603 + 50i \qquad F(E_1) = (100 \;\; 30)$$

$$E_2 := E_2\cdot e^{\psi\cdot i} \qquad E_2 = 69.282 + 40i \qquad F(E_2) = (80 \;\; 30)$$

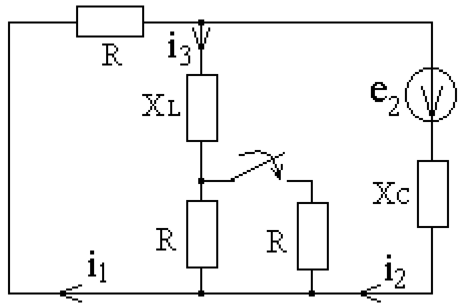


$$Z'_{vx} := R + \frac{X_C\cdot i\cdot(R + X_L\cdot i)}{R + X_L\cdot i - i\cdot X_C} \qquad Z'_{vx} = -4.863 - 9.587i$$

$$I'_{1дк} := \frac{E_1}{Z'_{vx}} \qquad I'_{1дк} = -7.792 + 5.08i \qquad F(I'_{1дк}) = (9.302 \;\; 146.897)$$

$$I'_{2дк} := I'_{1дк}\cdot\frac{R + X_L\cdot i}{R + X_L\cdot i - i\cdot X_C} \qquad I'_{2дк} = -0.614 - 1.922i \qquad F(I'_{2дк}) = (2.018 \;\; -107.726)$$

$$I'_{3дк} := I'_{1дк} - I'_{2дк} \qquad I'_{3дк} = -7.178 + 7.002i \qquad F(I'_{3дк}) = (10.028 \;\; 135.709)$$



$$Z''_{vx} := -X_C \cdot i + \frac{(R + i\cdot X_L)\cdot R}{R + i\cdot X_L + R} \qquad Z''_{vx} = 15.882 - 163.137i$$

$$I''_{2дк} := \frac{E_2}{Z''_{vx}} \qquad I''_{2дк} = -0.202 + 0.444i \qquad F(I''_{2дк}) = (0.488 \quad 114.439)$$

$$I''_{1дк} := I''_{2дк}\cdot\frac{R + X_L\cdot i}{R + i\cdot X_L + R} \qquad I''_{1дк} = -0.159 + 0.211i \qquad F(I''_{1дк}) = (0.265 \quad 126.968)$$

$$I''_{3дк} := I''_{2дк} - I''_{1дк} \qquad I''_{3дк} = -0.043 + 0.233i \qquad F(I''_{3дк}) = (0.237 \quad 100.403)$$

$$I_{1дк} := I'_{1дк} + I''_{1дк} \qquad I_{1дк} = -7.951 + 5.292i \qquad F(I_{1дк}) = (9.551 \quad 146.356)$$

$$I_{2дк} := I'_{2дк} + I''_{2дк} \qquad I_{2дк} = -0.816 - 1.478i \qquad F(I_{2дк}) = (1.688 \quad -118.916)$$

$$I_{3дк} := I'_{3дк} - I''_{3дк} \qquad I_{3дк} = -7.135 + 6.769i \qquad F(I_{3дк}) = (9.835 \quad 136.506)$$

$$u_{Cдк} := I_{3дк}\cdot(-i\cdot X_C) \qquad u_{Cдк} = 63.758 + 325.233i \qquad F(u_{Cдк}) = (1.639\times10^3 \quad 46.506)$$

$$u_{Lдк} := I_{3дк}\cdot i\cdot X_L \qquad u_{Lдк} = -101.542 - 107.025i \qquad F(u_{Lдк}) = (147.53 \quad -133.494)$$

$$i_{1дк}(t) := |I_{1дк}|\cdot\sqrt{2}\cdot\sin(\omega\cdot t + \arg(I_{1дк}))$$

$$i_{2дк}(t) := |I_{2дк}|\cdot\sqrt{2}\cdot\sin(\omega\cdot t + \arg(I_{2дк}))$$

$$i_{3дк}(t) := |I_{3дк}|\cdot\sqrt{2}\cdot\sin(\omega\cdot t + \arg(I_{3дк}))$$

$$u_{Cдк}(t) := |u_{Cдк}|\cdot\sqrt{2}\cdot\sin(\omega\cdot t + \arg(u_{Cдк}))$$

$$u_{Lдк}(t) := |u_{Lдк}|\cdot\sqrt{2}\cdot\sin(\omega\cdot t + \arg(u_{Lдк}))$$

Початкові умови:

$$u_{Cдк}(0) = 1.682\times10^3$$

$$i_{Lдк}(0) = 9.574$$

Given

$$i_{20} = i_{10} - i_{30}$$

$$e_1(0) = u_{L0} + i_{10}\cdot R + i_{30}\cdot R$$

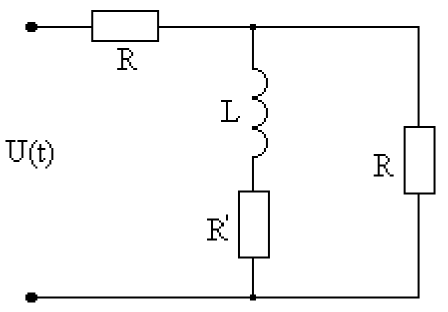
$$e_2(0) = -i_{30}\cdot R + u_{C0} - u_{L0}$$

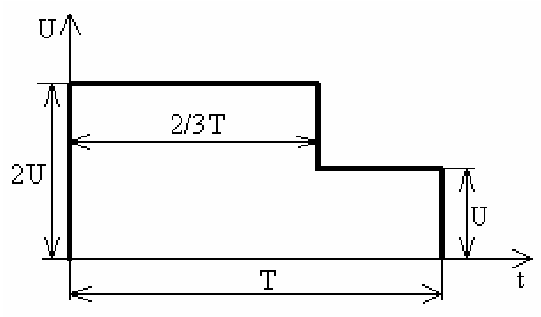
$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{10}, i_{20}, u_{L0})$$

$$i_{10} = -51.815 \qquad i_{20} = -61.389 \qquad i_{30} = 9.574 \qquad u_{L0} = 1.338\times10^3 \qquad u_{C0} = 1.682\times10^3$$

Інтеграл Дюамеля

$T := 1.0$ $\quad E_1 := 100$ $\quad E := 1$ $\quad R' := \dfrac{R \cdot R}{R + R}$ $\quad R' = 15$





Усталений режим до комутації: $t < 0$

$$i_{1дк} := \frac{0}{\left(\frac{R \cdot R'}{R + R'}\right) + R} \qquad i_{1дк} = 0$$

$$i_{3дк} := i_{1дк} \cdot \frac{R}{R + R'} \qquad i_{3дк} = 0 \qquad i_{2дк} := i_{1дк} \cdot \frac{R'}{R + R'} \qquad i_{2дк} = 0$$

$$u_{Lдк} := 0$$

Усталений режим після комутації: $t = \infty$

$$i'_1 := \frac{E}{\left(\frac{R \cdot R'}{R + R'}\right) + R} \qquad i'_1 = 0.025$$

$$i'_3 := i'_1 \cdot \frac{R}{R + R'} \qquad i'_3 = 0.017 \qquad i'_2 := i'_1 \cdot \frac{R'}{R + R'} \qquad i'_2 = 8.333 \times 10^{-3}$$

$$u'_L := 0$$

Незалежні початкові умови

$$i_{30} := i_{3дк} \qquad i_{30} = 0$$

Залежні початкові умови

Given

$$i_{10} = i_{20} + i_{30}$$

$$E = i_{20} \cdot R + i_{10} \cdot R$$

$$0 = i_{20} \cdot R - i_{30} \cdot R' - u_{L0}$$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{10}, i_{20}, u_{L0}) \qquad i_{10} = 0.017 \qquad i_{20} = 0.017 \qquad i_{30} = 0 \qquad u_{L0} = 0.5$$

Вільний режим після комутайії: $t = 0$

Складемо характерестичне рівняння схеми

$$Z_{vx}(p) := R + \frac{R \cdot (p \cdot L + R')}{p \cdot L + R' + R} \qquad Zvx(p) := \frac{R \cdot (p \cdot L + R' + R) + R \cdot (p \cdot L + R')}{p \cdot L + R + R}$$

$$p := R \cdot (p \cdot L + R' + R) + R \cdot (p \cdot L + R') \;\Big|\; \begin{matrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{matrix} \rightarrow -200. \qquad T := \frac{1}{|p|} \cdot T \qquad T = 5 \times 10^{-3}$$

Одже корень характеристичного рівняння має вигляд:

$$p = -200$$

Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$$i''_1(t) = A_1 \cdot e^{p \cdot t}$$

$$i''_2(t) = B_1 \cdot e^{p \cdot t}$$

Визначення сталих інтегрування:

$A_1 := i_{10} - i'_1 \qquad A_1 = -8.333 \times 10^{-3}$

$B_1 := i_{30} - i'_3 \qquad B_1 = -0.017$

Отже вільна складова струму i1(t) та i3(t) будуть мати вигляд:

$$i''_1(t) := A_1 \cdot e^{p \cdot t}$$

$$i''_3(t) := B_1 \cdot e^{p \cdot t}$$

Повні значення цих струмів:

$i_1(t) := i'_1 + i''_1(t) \qquad i_1(t)\ \text{float},5\ \to 2.5000 \cdot 10^{-2} - 8.3333 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(-200. \cdot t)$

$i_3(t) := i'_3 + i''_3(t) \qquad i_3(t)\ \text{float},5\ \to 1.6667 \cdot 10^{-2} - 1.6667 \cdot 10^{-2} \cdot \exp(-200. \cdot t)$

$g_{11}(t) := i_1(t) \qquad g_{11}(t)\ \text{float},5\ \to 2.5000 \cdot 10^{-2} - 8.3333 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(-200. \cdot t)$

$$U_L(t) := L \cdot \frac{d}{dt} i_3(t)$$

$h_{uL}(t) := U_L(t)\ \text{float},5\ \to .50000 \cdot \exp(-200. \cdot t)$

Визначимо закони зміни напруги на всіх проміжках часу:

$U_0 := 2E_1 \qquad U_0 = 200$

$U_1 := 2E_1 \qquad U_1 = 200 \qquad 0 < t < \frac{2T}{3}$

$U_2 := E_1 \qquad U_2 = 100 \qquad \frac{2T}{3} < t < T$

$U_3 := 0 \qquad T < t < \infty$

$U'_1 := 0 \qquad U'_2 := 0$

Струм на цих проміжках буде мати вигляд:

$$i_1(t) := U_0 \cdot g_{11}(t)$$

$$i_1(t)\ \left|\begin{matrix}\text{factor}\\ \text{float},3\end{matrix}\right. \to 5. - 1.67 \cdot \exp(-200. \cdot t)$$

$$i_2(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + (U_2 - U_1) \cdot g_{11}\left(t - \frac{2T}{3}\right)$$

$$i_2(t)\ \left|\begin{matrix}\text{factor}\\ \text{float},5\end{matrix}\right. \to 2.5000 - 1.6667 \cdot \exp(-200. \cdot t) + .83333 \cdot \exp(-200. \cdot t + .66667)$$

$$i_3(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + (U_2 - U_1) \cdot g_{11}\left(t - \frac{2T}{3}\right) + (U_3 - U_2) \cdot g_{11}(t - T)$$

$$i_3(t)\ \left|\begin{matrix}\text{factor}\\ \text{float},3\end{matrix}\right. \to -1.67 \cdot \exp(-200. \cdot t) + .833 \cdot \exp(-200. \cdot t + .667) + .833 \cdot \exp(-200. \cdot t + 1.)$$

Напруга на індуктивності на цих проміжках буде мати вигляд:

$u_{L1}(t) := U_0 \cdot h_{uL}(t) \text{ float},5 \rightarrow 100.00 \cdot \exp(-200. \cdot t)$

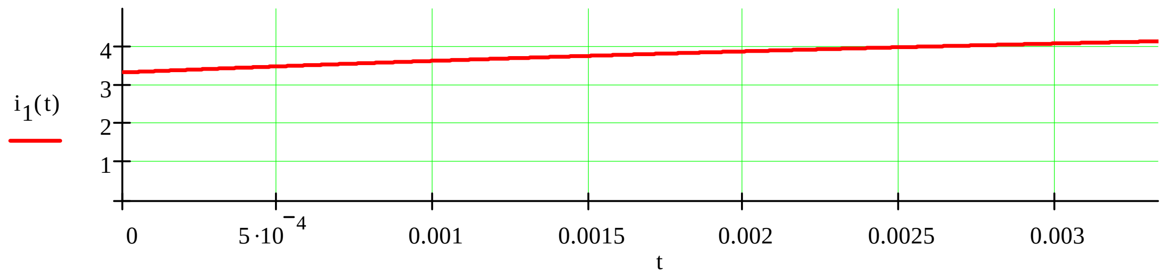
$$u_{L2}(t) := U_0 \cdot h_{uL}(t) + (U_2 - U_1) \cdot h_{uL}\left(t - \frac{2T}{3}\right)$$

$u_{L2}(t) \text{ float},5 \rightarrow 100.00 \cdot \exp(-200. \cdot t) - 50.000 \cdot \exp(-200. \cdot t + .66667)$

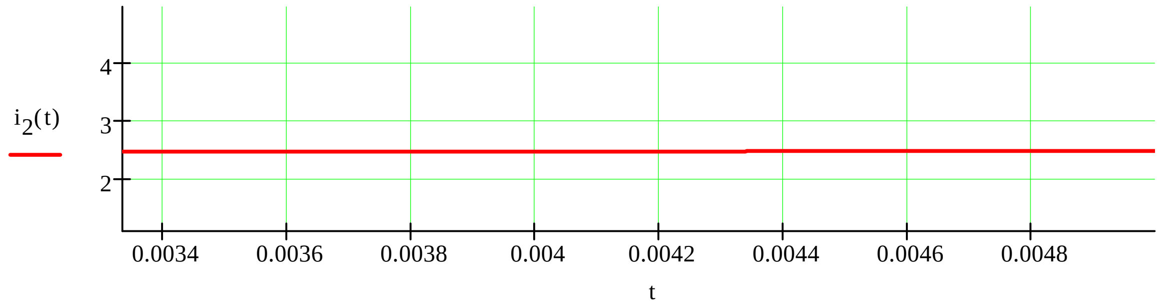
$$u_{L3}(t) := U_0 \cdot h_{uL}(t) + (U_2 - U_1) \cdot h_{uL}\left(t - \frac{2T}{3}\right) + (U_3 - U_2) \cdot h_{uL}(t - T)$$

$u_{L3}(t) \text{ float},5 \rightarrow 100.00 \cdot \exp(-200. \cdot t) - 50.000 \cdot \exp(-200. \cdot t + .66667) - 50.000 \cdot \exp(-200. \cdot t + 1.0000)$

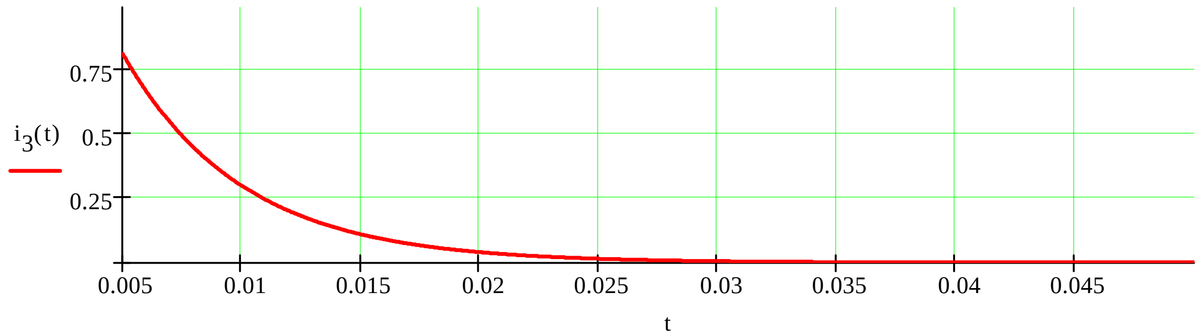
На промежутке от 0 до 2/3T



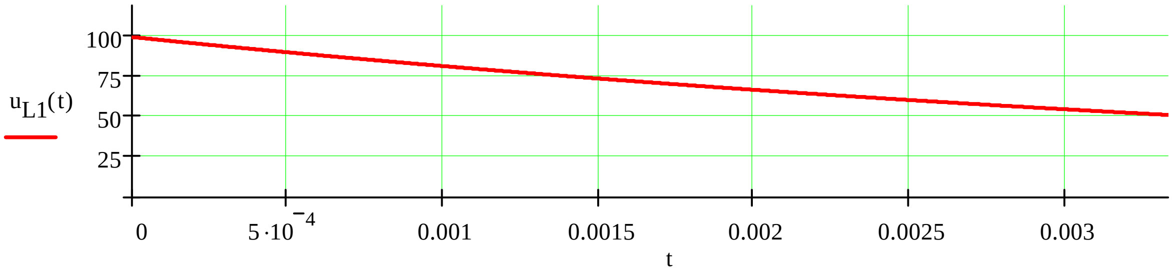
На промежутке от 1/3T до T



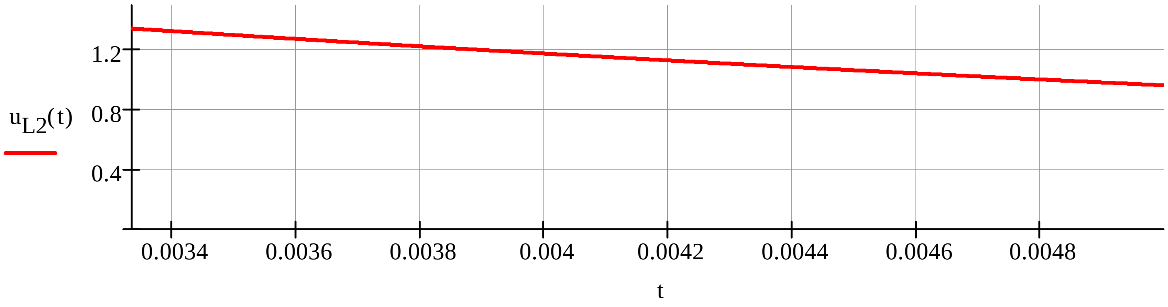
На промежутке от T до 10T



На промежутке от 0 до 1/3T



На промежутке от 1/3T до T



На промежутке от T до 10T