Міністерство освіти України Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут"

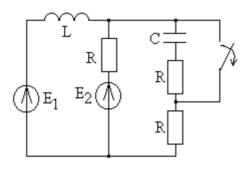
Кафедра ТОЕ

Розрахунково-графічна робота

"Розрахунок перехідних процесів у лінійних колах" Варіант № 416

Умова задання

- 1. В колі з джерелом постійної ЕДС необхідно:
- 1) класичним методом розрахзувати напруги на реактивних елементах та струми перехідного процесу;
- 2) розрахувати струм в колі з джерелом ЕДС Е1 та напругу на реактивному елементі операторним методом;
- 3) побудувати в одному часовому масштабі діаграми струму та напруги на реактивних елементах.
- 2. Дослідити, яким повинен бути активний опір у вітці з джерелом Е1, щоб перехідний процес проходив в граничному режимі.
- 3. Визначити струми в вітках та напруги на реактивних елементах в момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійних ЕДС Е1і Е2 в колі діють синусоїдні джерела.
- 3. В післякомутаційній схемі закоротити джерело ЕДС Е2.
- а) виключити катушку індуктивності чи ϵ мність, замінивши останню опором R;
- б) вважаючи, що замість ждерела постійної ЕДС Е1 до отриманного кола подається напруга, форма якої показана на малюнку;
- в) розрахувати вхідний струм та напругу на реактивном елементі методом інтеграла Дюамеля при періоді T, заданому в долях від τ ;
- г) побудувати в одному часовому масштабі діаграми напруги на вході, вхідного струму і напруги на реактивних елементі.



Основна схема

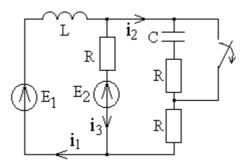
Вхідні данні:

L :=
$$0.15$$
 Γ_{H} C := $700 \cdot 10^{-6}$ Φ R := 50 O_{M}

E₁ := 90 B E₂ := 60 B ψ := $45 \cdot \text{deg}$ C^0 ω := 200 c^{-1}

Класичний метод

Оберемо додатній напрямок струмів у вітках схеми:



Знайдемо значення струмів та напруг безпосередньо до комутації:

Усталений режим до комутації: t < 0

Given

$$\begin{split} \mathbf{i}_{1\mathsf{J}\mathsf{K}} &= \mathbf{i}_{2\mathsf{J}\mathsf{K}} + \mathbf{i}_{3\mathsf{J}\mathsf{K}} \\ \mathbf{E}_1 &- \mathbf{E}_2 = \mathbf{i}_{3\mathsf{J}\mathsf{K}} \cdot \mathbf{R} \\ \mathbf{E}_2 &= -\mathbf{i}_{3\mathsf{J}\mathsf{K}} \cdot \mathbf{R} + \mathbf{i}_{2\mathsf{J}\mathsf{K}} \cdot \mathbf{R} \end{split}$$

$$\begin{pmatrix}
i_{1_{\text{ДK}}} \\
i_{2_{\text{ДK}}} \\
i_{3_{\text{ДK}}}
\end{pmatrix} := \text{Find}(i_{1_{\text{ДK}}}, i_{2_{\text{ДK}}}, i_{3_{\text{ДK}}}) \text{ float, 5} \rightarrow \begin{pmatrix}
2.4000 \\
1.8000 \\
.60000
\end{pmatrix}$$

$$i_{1_{\text{ДK}}} = 2.4 \qquad i_{2_{\text{ДK}}} = 1.8 \qquad i_{3_{\text{ДK}}} = 0.6$$

$$u_{C_{\text{TM}}} := 0 \qquad u_{C_{\text{TM}}} := 0$$

$$i_{1\pi K} = 2.4$$
 $i_{2\pi K} = 1.8$ $i_{3\pi K} = 0.4$

$$\mathbf{u}_{\mathbf{C}\pi\mathbf{K}} \coloneqq \mathbf{0} \qquad \mathbf{u}_{\mathbf{L}\pi\mathbf{K}} \coloneqq \mathbf{0}$$

Усталений режим після комутації: $t = \infty$

$$i'_1 := \frac{E_1 - E_2}{R}$$
 $i'_3 := i'_1$
 $i'_3 := 0.6$
 $i'_2 := 0$
 $u'_L := 0$
 $u'_C := E_1$
 $u'_C = 90$

Незалежні початкові умови

$$i_{10} := i_{1 \text{ JK}}$$
 $i_{10} = 2.4$ $u_{C0} := u_{C \text{ JK}}$ $u_{C0} = 0$

Залежні початкові умови

Given

$$\begin{split} &\mathbf{i}_{20} = \mathbf{i}_{10} - \mathbf{i}_{30} \\ &\mathbf{E}_{1} - \mathbf{E}_{2} = \mathbf{u}_{L0} + \mathbf{i}_{30} \cdot \mathbf{R} \\ &\mathbf{E}_{2} = \mathbf{i}_{20} \cdot 2 \cdot \mathbf{R} - \mathbf{i}_{30} \cdot \mathbf{R} + \mathbf{u}_{C0} \\ &\binom{\mathbf{i}_{30}}{\mathbf{i}_{20}} := \mathrm{Find} \big(\mathbf{i}_{30}, \mathbf{i}_{20}, \mathbf{u}_{L0} \big) \\ &\mathbf{i}_{30} = 1.2 \qquad \mathbf{i}_{20} = 1.2 \qquad \mathbf{u}_{L0} = -30 \end{split}$$

Незалежні початкові умови

$$di_{10} := \frac{u_{L0}}{L}$$

$$di_{10} = -200$$

$$du_{C0} := \frac{i_{20}}{C}$$

$$du_{C0} = 1.714 \times 10^{3}$$

Залежні початкові умови

Given

$$\begin{aligned} & \text{di}_{10} = \text{di}_{20} + \text{di}_{30} \\ & 0 = \text{du}_{L0} + \text{di}_{30} \cdot \text{R} \\ & 0 = \text{di}_{20} \cdot 2 \cdot \text{R} - \text{di}_{30} \cdot \text{R} + \text{du}_{C0} \\ & \begin{pmatrix} \text{di}_{20} \\ \text{di}_{30} \\ \text{du}_{L0} \end{pmatrix} & := \text{Find} \left(\text{di}_{20}, \text{di}_{30}, \text{du}_{L0} \right) \\ & \text{di}_{20} = -78.095 \qquad \text{di}_{30} = -121.905 \qquad \text{du}_{L0} = 6.095 \times 10^3 \end{aligned}$$

Вільний режим після комутайії: t = 0

Складемо характерестичне рівняння схеми

$$Z(p) := \frac{R \cdot \left(2 \cdot R + \frac{1}{p \cdot C}\right) + p \cdot L}{3 \cdot R + \frac{1}{p \cdot C}} + p \cdot L$$

$$Z(p) := \frac{R \cdot \left(2 \cdot R + \frac{1}{p \cdot C}\right) + \left(3 \cdot R + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot p \cdot L}{3 \cdot R + \frac{1}{p \cdot C}}$$

$$\frac{\left(p_{1}\right)}{p_{2}} := R \cdot \left(2 \cdot R + \frac{1}{p \cdot C}\right) + \left(3 \cdot R + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot p \cdot L \quad \begin{vmatrix} solve, p \\ float, 5 \end{vmatrix} \xrightarrow{float, 5} \begin{pmatrix} -217.12 \\ -14.621 \end{pmatrix}$$

Одже корні характеристичного рівняння мають вигляд:

$$p_1 = -217.12$$
 $p_2 = -14.621$

Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$$\begin{split} &i"_{1}(t) = A_{1} \cdot e^{p_{1} \cdot t} + A_{2} \cdot e^{p_{2} \cdot t} \\ &i"_{2}(t) = B_{1} \cdot e^{p_{1} \cdot t} + B_{2} \cdot e^{p_{2} \cdot t} \\ &i"_{3}(t) = C_{1} \cdot e^{p_{1} \cdot t} + C_{2} \cdot e^{p_{2} \cdot t} \\ &u"_{C}(t) = D_{1} \cdot e^{p_{1} \cdot t} + D_{2} \cdot e^{p_{2} \cdot t} \\ &u"_{L}(t) = F_{1} \cdot e^{p_{1} \cdot t} + F_{2} \cdot e^{p_{2} \cdot t} \end{split}$$

Визначення сталих інтегрування:

Given

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_{10} - \mathbf{i'}_1 &= \mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{di}_{10} - 0 &= \mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{A}_1 + \mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{A}_2 \\ \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \end{pmatrix} &\coloneqq \mathrm{Find} \Big(\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2 \Big) \\ &\qquad \qquad \mathbf{A}_1 = 0.858 \end{aligned} \qquad \mathbf{A}_2 = 0.942$$

Отже вільна складова струму i1(t) буде мати вигляд:

$$\begin{split} &i"_1(t) := A_1 \cdot e^{p_1 \cdot t} + A_2 \cdot e^{p_2 \cdot t} \text{ float, 5 } \rightarrow .85769 \cdot \exp(-217.12 \cdot t) + .94231 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) \\ &i_1(t) := i'_1 + i"_1(t) \text{ float, 5 } \rightarrow .60000 + .85769 \cdot \exp(-217.12 \cdot t) + .94231 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) \\ &i_1(0) = 2.4886 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) + .94231 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) + .94231 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) \\ &i_1(0) = 2.4886 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) + .94231 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) + .94231 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) \\ &i_1(0) = 2.4886 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) + .94231 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) + .94231 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) \\ &i_1(0) = 2.4886 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) + .94231 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) + .94231 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) \\ &i_1(0) = 2.4886 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) + .94231 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) \\ &i_1(0) = 2.4886 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) + .94231 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) \\ &i_1(0) = 2.4886 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) + .94231 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) \\ &i_1(0) = 2.4886 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) + .94231 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) \\ &i_1(0) = 2.4886 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) + .94231 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) \\ &i_1(0) = 2.4886 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) + .94231 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) \\ &i_1(0) = 2.4886 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) + .94231 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) \\ &i_1(0) = 2.4886 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) + .94231 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) \\ &i_1(0) = 2.4886 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) + .94231 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) \\ &i_1(0) = 2.4886 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) + .94231 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) \\ &i_1(0) = 2.4886 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) + .94231 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) \\ &i_1(0) = 2.4886 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) + .94231 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) \\ &i_1(0) = 2.4886 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) + .94231 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) \\ &i_1(0) = 2.4886 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) + .94231 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) \\ &i_1(0) = 2.4886 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) + .94231 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) \\ &i_1(0) = 2.4886 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) + .94231 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) \\ &i_1(0) = 2.4886 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) + .94231 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) \\ &i_1(0) = 2.4886 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) + .94231 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) \\ &i_1(0) = 2.4886 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) + .94231 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) \\ &i_1(0) = 2.4886 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) + .94231 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) \\ &i_1(0) = 2.4886 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) + .94231 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) \\ &i_1(0) = 2.4886 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) + .94231 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) \\ &i_1(0) = 2.4886 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) + .94231 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) \\ &i_1(0) = 2.4886 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) + .94231$$

Given

$$i_{20} - i'_{2} = B_{1} + B_{2}$$

 $di_{20} - 0 = p_{1} \cdot B_{1} + p_{2} \cdot B_{2}$

$$\begin{pmatrix}
B_1 \\
B_2
\end{pmatrix} := Find(B_1, B_2)$$
 $B_1 = 0.299$
 $B_2 = 0.901$

Отже вільна складова струму i2(t) буде мати вигляд:

$$\begin{split} i\text{"}_2(t) &:= \text{B}_1 \cdot \text{e}^{\text{P}_1 \cdot \text{t}} + \text{B}_2 \cdot \text{e}^{\text{P}_2 \cdot \text{t}} \text{ float, 5} \\ i_2(t) &:= i'_2 + i\text{"}_2(t) \text{ float, 5} \\ &\to .29901 \cdot \exp(-217.12 \cdot \text{t}) + .90099 \cdot \exp(-14.621 \cdot \text{t}) \end{split}$$

$$i_2(0) = 1.2$$

Given

$$i_{30} - i'_{3} = C_{1} + C_{2}$$

 $di_{30} - 0 = p_{1} \cdot C_{1} + p_{2} \cdot C_{2}$

$$\begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix}$$
 := Find $\begin{pmatrix} C_1, C_2 \end{pmatrix}$ $C_1 = 0.559$ $C_2 = 0.041$

Отже вільна складова струму i3(t) буде мати вигляд:

$$\begin{split} &i"_3(t) := C_1 \cdot e^{p_1 \cdot t} + C_2 \cdot e^{p_2 \cdot t} \text{ float, 5} \ \rightarrow .55868 \cdot \exp(-217.12 \cdot t) + 4.1320 \cdot 10^{-2} \cdot \exp(-14.621 \cdot t) \\ &i_3(t) := i'_3 + i"_3(t) \text{ float, 5} \ \rightarrow .60000 + .55868 \cdot \exp(-217.12 \cdot t) + 4.1320 \cdot 10^{-2} \cdot \exp(-14.621 \cdot t) \ i_3(0) = 1.20 \cdot 10^{-2} \cdot \exp(-14.621$$

Given

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{\text{C}0} - \mathbf{u'}_{\text{C}} &= \mathbf{D}_1 + \mathbf{D}_2 \\ \mathbf{d}\mathbf{u}_{\text{C}0} - \mathbf{0} &= \mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{D}_1 + \mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{D}_2 \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \end{pmatrix} := Find(D_1, D_2)$$
 $D_1 = -1.967$ $D_2 = -88.033$

Отже вільна складова напруга на конденсаторі буде мати вигляд:

$$\begin{split} &u"_{C}(t) \coloneqq D_{1} \cdot e^{p_{1} \cdot t} + D_{2} \cdot e^{p_{2} \cdot t} \; \text{float, 6} \; \rightarrow -1.96740 \cdot \exp(-217.12 \cdot t) - 88.0326 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) \\ &u_{C}(t) \coloneqq u'_{C} + u"_{C}(t) \; \text{float, 5} \; \rightarrow 90. - 1.9674 \cdot \exp(-217.12 \cdot t) - 88.033 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) \end{split}$$

Given

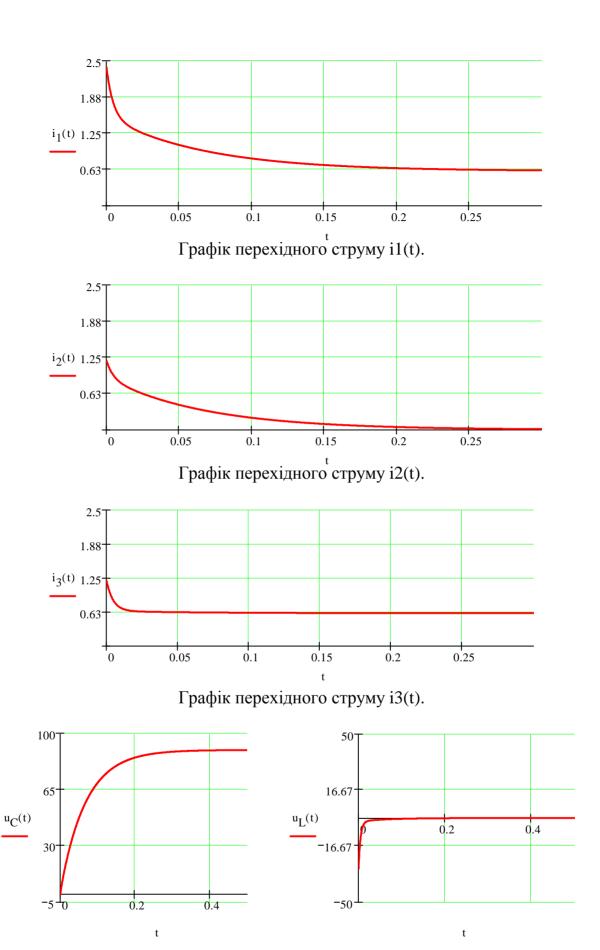
$$\mathbf{u}_{L0} - \mathbf{u'}_{L} = \mathbf{F}_{1} + \mathbf{F}_{2}$$

 $\mathbf{d}\mathbf{u}_{L0} - \mathbf{0} = \mathbf{p}_{1} \cdot \mathbf{F}_{1} + \mathbf{p}_{2} \cdot \mathbf{F}_{2}$

$$\begin{pmatrix}
F_1 \\
F_2
\end{pmatrix} := Find(F_1, F_2)$$
 $F_1 = -27.934$
 $F_2 = -2.066$

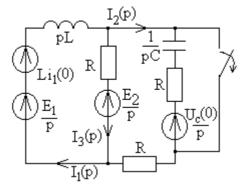
Отже вільна складова напруга на індуктивності буде мати вигляд:

$$\begin{split} u''_L(t) &:= F_1 \cdot e^{p_1 \cdot t} + F_2 \cdot e^{p_2 \cdot t} \text{ float, 5} \quad \rightarrow -27.934 \cdot \exp(-217.12 \cdot t) - 2.0660 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) \\ u_L(t) &:= u'_L + u''_L(t) \text{ float, 5} \quad \rightarrow -27.934 \cdot \exp(-217.12 \cdot t) - 2.0660 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) \\ u_L(0) &:= -30660 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) \end{split}$$



Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

Операторний метод



Операторна схема

Усталений режим до комутації: t < 0

Given

$$\begin{split} \mathbf{i}_{1\mathsf{ДK}} &= \mathbf{i}_{2\mathsf{ДK}} + \mathbf{i}_{3\mathsf{ДK}} \\ \mathbf{E}_{1} &- \mathbf{E}_{2} = \mathbf{i}_{3\mathsf{ДK}} \cdot \mathbf{R} \\ \mathbf{E}_{2} &= -\mathbf{i}_{3\mathsf{ДK}} \cdot \mathbf{R} + \mathbf{i}_{2\mathsf{ДK}} \cdot \mathbf{R} \end{split}$$

$$\begin{pmatrix} i_{1\text{ДK}} \\ i_{2\text{ДK}} \\ i_{3\text{ДK}} \end{pmatrix} := \text{Find} \begin{pmatrix} i_{1\text{ДK}}, i_{2\text{ДK}}, i_{3\text{ДK}} \end{pmatrix} \text{ float}, 4 \rightarrow \begin{pmatrix} 2.400 \\ 1.800 \\ .6000 \end{pmatrix}$$

$$i_{1\text{ДK}} = 2.4 \qquad i_{2\text{ДK}} = 1.8 \qquad i_{3\text{ДK}} = 0.6$$

$$u_{\text{C,JK}} := 0 \qquad u_{\text{L,JK}} := 0$$

Початкові умови:

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_{L0} &:= \mathbf{i}_{1 \text{ LK}} \\ \mathbf{u}_{C0} &= 0 \end{aligned}$$

$$I_{k1}(p) \cdot (R + p \cdot L) - I_{k2}(p) \cdot (R) = \frac{E_1}{p} - \frac{E_2}{p} + L \cdot i_{L0}$$
$$-I_{k1}(p) \cdot (R) + I_{k2}(p) \cdot \left(3 \cdot R + \frac{1}{p \cdot C}\right) = \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p}$$

$$\Delta(p) := \begin{bmatrix} R + p \cdot L & -(R) \\ -(R) & 3 \cdot R + \frac{1}{p \cdot C} \end{bmatrix} \qquad \Delta(p) \text{ float, 5} \rightarrow \frac{\left(5214.3 \cdot p + 71429. + 22.500 \cdot p^{2}.\right)}{p^{1}}$$

$$\Delta_{1}(p) := \begin{bmatrix} \frac{E_{1}}{p} - \frac{E_{2}}{p} + L \cdot i_{L0} & -(R) \\ \frac{E_{2}}{p} - \frac{u_{C0}}{p} & 3 \cdot R + \frac{1}{p \cdot C} \end{bmatrix} \qquad \Delta_{1}(p) \text{ float, 5} \rightarrow \frac{\left(8014.3 \cdot p + 42857. + 54.000 \cdot p^{2}.\right)}{p^{2}}$$

$$\Delta_{2}(p) := \left\| \begin{array}{ccc} R + p \cdot L & \frac{E_{1}}{p} - \frac{E_{2}}{p} + L \cdot i_{L0} \\ -(R) & \frac{E_{2}}{p} - \frac{u_{C0}}{p} \end{array} \right\| \qquad \Delta_{2}(p) \text{ float, 5} \rightarrow \frac{(4500. + 27.000 \cdot p)}{p^{1}}$$

Контурні струми та напруга на конденсаторі будуть мати вигляд:

$$\begin{split} &I_{k1}(p) \coloneqq \frac{\Delta_{1}(p)}{\Delta(p)} \qquad I_{1}(p) \coloneqq I_{k1}(p) \text{ float}, 5 \ \to \frac{\left(8014.3 \cdot p + 42857. + 54.000 \cdot p^{2.}\right)}{p^{1.} \cdot \left(5214.3 \cdot p + 71429. + 22.500 \cdot p^{2.}\right)^{1.}} \\ &I_{k2}(p) \coloneqq \frac{\Delta_{2}(p)}{\Delta(p)} \qquad I_{2}(p) \coloneqq I_{k2}(p) \text{ float}, 5 \ \to \frac{\left(4500. + 27.000 \cdot p\right)}{\left(5214.3 \cdot p + 71429. + 22.500 \cdot p^{2.}\right)^{1.}} \\ &I_{3}(p) \coloneqq I_{k1}(p) - I_{k2}(p) \quad \begin{vmatrix} \text{float}, 5 \\ \text{simplify} \end{vmatrix} \xrightarrow{\left(35143. \cdot p + 428570. + 270. \cdot p^{2}\right)} \\ &\frac{\left(35143. \cdot p + 714290. + 225. \cdot p^{2}\right)}{p \cdot \left(52143. \cdot p + 714290. + 225. \cdot p^{2}\right)} \\ &u_{C}(p) \coloneqq \frac{u_{C0}}{p} + \frac{I_{2}(p)}{p \cdot C} \\ &u_{C}(p) \quad \begin{vmatrix} \text{factor} \\ \text{float}, 5 \end{vmatrix} \xrightarrow{1.2857 \cdot 10^{5}} \xrightarrow{\left(500. + 3. \cdot p\right)} \\ &\frac{\left(52143. \cdot p + 7.1429 \cdot 10^{5} + 225. \cdot p^{2.}\right)^{1.}}{\left(52143. \cdot p + 7.1429 \cdot 10^{5} + 225. \cdot p^{2.}\right)^{1.}} \\ &u_{L}(p) \quad \begin{vmatrix} \text{factor} \\ \text{float}, 5 \end{vmatrix} \xrightarrow{-3.0000 \cdot 10^{-2}} \cdot \frac{\left(2.2500 \cdot 10^{5} \cdot p + 6.4286 \cdot 10^{6}\right)}{\left(52143. \cdot p + 7.1429 \cdot 10^{5} + 225. \cdot p^{2.}\right)^{1.}} \end{aligned}$$

Перейдемо тепер від зображення до функції часу за формулою розкладу: Для струму I1(p):

$$\begin{split} N_1(p) &:= 8014.3 \cdot p + 42857. + 54.000 \cdot p^2 \\ \begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} &:= M_1(p) \ \begin{vmatrix} solve, p \\ float, 10 \end{vmatrix} \leftarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -217.1255291 \\ -14.62113753 \end{pmatrix} \\ p_0 &= 0 \qquad p_1 = -217.126 \\ \end{pmatrix} \\ N_1(p_0) &= 4.286 \times 10^4 \qquad N_1(p_1) = 8.485 \times 10^5 \qquad N_1(p_2) = -6.278 \times 10^4 \\ dM_1(p) &:= \frac{d}{dp} M_1(p) \ \begin{vmatrix} factor \\ float, 5 \end{pmatrix} \rightarrow 10429. \cdot p + 71429. + 67.500 \cdot p^2. \\ dM_1(p_0) &= 7.143 \times 10^4 \ dM_1(p_1) = 9.892 \times 10^5 \qquad dM_1(p_2) = -6.662 \times 10^4 \end{split}$$

Отже струм як функція часу буде мати вигляд:

$$i_1(t) := \frac{N_1(p_0)}{dM_1(p_0)} + \frac{N_1(p_1)}{dM_1(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_1(p_2)}{dM_1(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \text{ float, } 3 \rightarrow .600 + .858 \cdot \exp(-217. \cdot t) + .942 \cdot \exp(-14.6 \cdot t)$$

Для напруги на конденсаторі Uc(p):

$$N_{\mathbf{u}}(\mathbf{p}) := 1.2857 \cdot 10^{5} \cdot (500. + 3. \cdot \mathbf{p}) \qquad M_{\mathbf{u}}(\mathbf{p}) := \mathbf{p} \cdot \left(52143. \cdot \mathbf{p} + 7.1429 \cdot 10^{5} + 225. \cdot \mathbf{p}^{2}\right)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{p}_{0} \\ \mathbf{p}_{1} \\ \mathbf{p}_{2} \end{pmatrix} := M_{\mathbf{u}}(\mathbf{p}) \quad \begin{vmatrix} \text{solve}, \mathbf{p} \\ -217.12552913942711681 \\ -14.621137527239549856 \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{p}_{0} = 0 \qquad \mathbf{p}_{1} = -217.126 \qquad \mathbf{p}_{2} = -14.621$$

$$\begin{split} N_u \! \left(p_0 \right) &= 6.428 \times 10^7 & N_u \! \left(p_1 \right) = -1.946 \times 10^7 & N_u \! \left(p_2 \right) = 5.865 \times 10^7 \\ dM_u \! \left(p \right) &\coloneqq \frac{d}{dp} M_u \! \left(p \right) \; \text{factor} \; \to 104286 \cdot p + 714290 + 675 \cdot p^2 \\ dM_u \! \left(p_0 \right) &= 7.143 \times 10^5 & dM_u \! \left(p_1 \right) = 9.893 \times 10^6 & dM_u \! \left(p_2 \right) = -6.662 \times 10^5 \end{split}$$

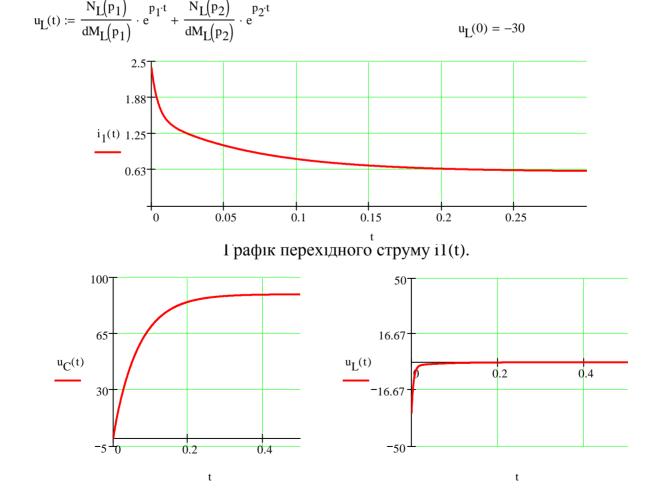
Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$\begin{split} u_C(t) &:= \frac{N_u\!\!\left(p_0\right)}{dM_u\!\!\left(p_0\right)} + \frac{N_u\!\!\left(p_1\right)}{dM_u\!\!\left(p_1\right)} \cdot e^{p_1\cdot t} + \frac{N_u\!\!\left(p_2\right)}{dM_u\!\!\left(p_2\right)} \cdot e^{p_2\cdot t} \\ u_C(t) \text{ float, } 5 &\to 89.998 - 1.9673 \cdot \exp(-217.13 \cdot t) - 88.031 \cdot \exp(-14.621 \cdot t) \end{split}$$

Для напруги на індуктивності:

$$\begin{split} N_L(p) &:= -3.0000 \cdot 10^{-2} \cdot \left(2.2500 \cdot 10^5 \cdot p + 6.4286 \cdot 10^6\right) & M_L(p) := 52143. \cdot p + 7.1429 \cdot 10^5 + 225. \cdot p^2 \\ \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} &:= M_L(p) \ \, \begin{vmatrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 10 \end{vmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -217.1255291 \\ -14.62113753 \end{pmatrix} \ \, p_1 = -217.126 & p_2 = -14.621 \\ N_L(p_1) &= 1.273 \times 10^6 & N_L(p_2) = -9.417 \times 10^4 \\ dM_L(p) &:= \frac{d}{dp} M_L(p) \ \, \text{factor} \ \, \rightarrow 52143 + 450 \cdot p \\ dM_L(p_1) &= -4.556 \times 10^4 & dM_L(p_2) = 4.556 \times 10^4 \end{split}$$

Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:



Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

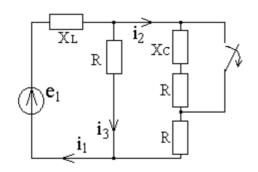
Дослідити чому повинен дорівнювати активний опір вітки с джерелом ЕРС Е1 щоб аперіодичний процес переходив у коливальний

$$\begin{split} Z_{ab}(p) &:= \mathbf{R'} + \mathbf{p} \cdot \mathbf{L} + \frac{\left(2 \cdot \mathbf{R} + \frac{1}{\mathbf{p} \cdot \mathbf{C}}\right) \cdot \mathbf{R}}{\frac{1}{\mathbf{p} \cdot \mathbf{C}} + 2 \cdot \mathbf{R} + \mathbf{R}} \\ Z_{ab}(p) &:= \frac{\left(\frac{1}{\mathbf{p} \cdot \mathbf{C}} + 2 \cdot \mathbf{R} + \mathbf{R}\right) \cdot (\mathbf{R'} + \mathbf{p} \cdot \mathbf{L}) + \left(2 \cdot \mathbf{R} + \frac{1}{\mathbf{p} \cdot \mathbf{C}}\right) \cdot \mathbf{R}}{\frac{1}{\mathbf{p} \cdot \mathbf{C}} + 2 \cdot \mathbf{R} + \mathbf{R}} \\ (3 \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{L}) \cdot \mathbf{p}^2 + \left(3 \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{R'} + \frac{\mathbf{L}}{\mathbf{C}} + 2 \cdot \mathbf{R}^2\right) \cdot \mathbf{p} + \left(\frac{\mathbf{R'}}{\mathbf{C}} + \frac{\mathbf{R}}{\mathbf{C}}\right) = 0 \\ \left(3 \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{R'} + \frac{\mathbf{L}}{\mathbf{C}} + 2 \cdot \mathbf{R}^2\right)^2 - 4 \cdot (3 \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{L}) \cdot \left(\frac{\mathbf{R'}}{\mathbf{C}} + \frac{\mathbf{R}}{\mathbf{C}}\right) = 0 \quad \mathbf{D} = 0 \\ \left(3 \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{R'} + \frac{\mathbf{L}}{\mathbf{C}} + 2 \cdot \mathbf{R}^2\right)^2 - 4 \cdot (3 \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{L}) \cdot \left(\frac{\mathbf{R'}}{\mathbf{C}} + \frac{\mathbf{R}}{\mathbf{C}}\right) = 0 \quad \mathbf{D} = 0 \end{split}$$

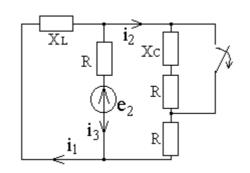
В схемі з данними параметрами перехід з аперіодичного процесу у коливальний не можливий.

Визначити струми віток і напруги на реактивних елементах у момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійної напруги E1 і E2 у колі діють джерела синусоідної напруги:

$$\begin{split} e_1(t) &:= \sqrt{2} \cdot E_1 \cdot \sin \bigl(\omega \cdot t + \psi \bigr) \\ X_C &:= \frac{1}{\omega \cdot C} \qquad X_C = 7.143 \qquad X_L := \omega \cdot L \qquad X_L = 30 \\ E_1 &:= E_1 \cdot e^{\psi \cdot i} \qquad E_1 = 63.64 + 63.64i \qquad F(E_1) = (90 \ 45) \\ E_2 &:= E_2 \cdot e^{\psi \cdot 1} \qquad E_2 = 42.426 + 42.426i \qquad F(E_2) = (60 \ 45) \end{split}$$



$$\begin{split} Z'_{\text{VX}} &\coloneqq i \cdot X_{\text{L}} + \frac{R \cdot R}{R + R} \\ &\Gamma'_{1\text{JK}} \coloneqq \frac{E_1}{Z'_{\text{VX}}} \\ &\Gamma'_{1\text{JK}} \coloneqq \frac{E_1}{Z'_{\text{VX}}} \\ &\Gamma'_{2\text{JK}} \coloneqq \Gamma'_{1\text{JK}} \cdot \frac{R}{R + R} \\ &\Gamma'_{2\text{JK}} = 1.148 - 0.104i \\ &\Gamma'_{3\text{JK}} \coloneqq \Gamma'_{1\text{JK}} - \Gamma'_{2\text{JK}} \\ &\Gamma'_{3\text{JK}} = 1.148 - 0.104i \\ &\Gamma'_{3\text{JK}} = 1.148 - 0.104i \\ \end{split}$$



$${Z''}_{vx} \coloneqq R + \frac{i \cdot X_L \cdot R}{R + i \cdot X_L}$$

$$Z''_{VX} = 63.235 + 22.059i$$

$$I''_{3д\kappa} := \frac{E_2}{Z''_{vx}}$$

$$I''_{3\pi\kappa} = 0.807 + 0.389i$$

$$F(I''_{3 \text{JK}}) = (0.896 \ 25.769)$$

$$I"_{1 \sharp K} \coloneqq I"_{3 \sharp K} \cdot \frac{R}{R + i \cdot X_I}$$

$$I''_{1 \text{ДK}} = 0.765 - 0.07i$$

$$F(I''_{1 \text{ JK}}) = (0.768 -5.194)$$

$$I''_{2\pi\kappa} := I''_{3\pi\kappa} - I''_{1\pi\kappa}$$

$$I''_{2\pi\kappa} = 0.042 + 0.459i$$

$$F(I''_{2\pi K}) = (0.461 \ 84.806)$$

$$I_{1 \text{ДK}} := I'_{1 \text{ДK}} + I''_{1 \text{ДK}}$$

$$I_{1\pi K} = 3.06 - 0.278i$$

$$F(I_{1 \mu \kappa}) = (3.073 -5.194)$$

$$I_{2 \perp K} := I'_{2 \perp K} + I''_{2 \perp K}$$

$$I_{2 \text{ДK}} = 1.189 + 0.355i$$

$$F(I_{2 \text{ДK}}) = (1.241 \ 16.607)$$

$$I_{3\pi K} := I'_{3\pi K} - I''_{3\pi K}$$

$$I_{3 \text{дK}} = 0.341 - 0.494i$$

$$F(I_{3 \text{JK}}) = (0.6 -55.389)$$

$$\mathbf{u}_{\mathbf{C}_{\mathbf{J}\mathbf{K}}} := \mathbf{I}_{\mathbf{3}_{\mathbf{J}\mathbf{K}}} \cdot \left(-\mathbf{i} \cdot \mathbf{X}_{\mathbf{C}} \right)$$

$$u_{\text{C}_{JIK}} = -3.527 - 2.434i$$

$$F(u_{C_{\pi K}}) = (4.286 -145.389)$$

$$\mathbf{u}_{L_{\mathcal{I}\mathcal{K}}} := \mathbf{I}_{1_{\mathcal{I}\mathcal{K}}} \cdot \mathbf{i} \cdot \mathbf{X}_{L}$$

$$u_{L_{JK}} = 8.346 + 91.808i$$

$$F(u_{L_{JIK}}) = (92.187 84.806)$$

$$i_{1\text{ДK}}(t) := \left| I_{1\text{ДK}} \right| \cdot \sqrt{2} \cdot \text{sin} \! \left(\omega \cdot t + \text{arg} \! \left(I_{1\text{ДK}} \right) \right)$$

$$i_{2\text{JK}}(t) := \left| I_{2\text{JK}} \right| \cdot \sqrt{2} \cdot \text{sin} \big(\omega \cdot t + \text{arg} \big(I_{2\text{JK}} \big) \big)$$

$$i_{3\text{JK}}(t) := \left| I_{3\text{JK}} \right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin \! \left(\omega \cdot t + \text{arg} \! \left(I_{3\text{JK}} \! \right) \right)$$

$$u_{C,\!J\!K}(t) := \left| u_{C,\!J\!K} \right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\!\left(\omega \cdot t + arg\!\left(u_{C,\!J\!K}\right)\right)$$

Початкові умови:

$$u_{\text{СДK}}(0) = -3.443$$

$$i_{L_{JK}}(0) = -0.393$$

Given

$$i_{20} = i_{10} - i_{30}$$

$$e_1(0) - e_2(0) = u_{L0} + i_{30} \cdot R$$

$$e_2(0) = i_{20} \cdot 2 \cdot R - i_{30} \cdot R + u_{C0}$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{i}_{30} \\ \mathbf{i}_{20} \\ \mathbf{u}_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find} \big(\mathbf{i}_{30}, \mathbf{i}_{20}, \mathbf{u}_{L0} \big)$$

$$i_{10} = -0.393$$

$$i_{20} = 0.292$$

$$i_{10} = -0.393$$
 $i_{20} = 0.292$ $i_{30} = -0.685$

$$u_{L0} = 64.262$$

$$u_{C0} = -3.443$$

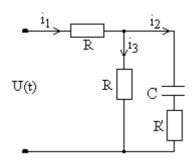
Інтеграл Дюамеля

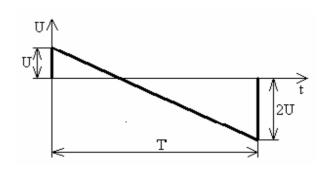
$$T := 0.9$$

$$E_1 := 90$$

$$E := 1$$

$$R' := 2R$$





Усталений режим до комутації: t < 0

$$i_{1 \sharp K} \coloneqq \frac{0}{R + R}$$

$$i_{1}_{1} = 0$$

$$i_{3 \text{дK}} := i_{1 \text{дK}}$$

$$i_{3\pi K} = 0$$

$$i_{2\pi\kappa} := 0$$

$$i_{2\pi K} = 0$$

$$\mathbf{u}_{\mathbf{C}\mathbf{J}\mathbf{K}} \coloneqq 0 - \mathbf{i}_{\mathbf{1}\mathbf{J}\mathbf{K}} \cdot \mathbf{R}$$

$$u_{\text{Сдк}} = 0$$

Усталений режим після комутації:

$${i'}_1 \coloneqq \frac{E}{R+R}$$

$$i'_1 = 0.01$$

$$i'_3 := i'_1$$

$$i'_3 = 0.01$$

$$i'_2 := 0$$

$$i'_2 = 0$$

$$u'_{C} := E - i'_{1} \cdot R$$
 $u'_{C} = 0.5$

$$u'_{C} = 0.5$$

Незалежні початкові умови

$$u_{C0} := u_{CдK}$$

$$u_{CO} = 0$$

Залежні початкові умови

Given

$$i_{20} = i_{10} - i_{30}$$

$$E = i_{30} \cdot R + i_{10} \cdot R$$

$$0 = u_{C0} - i_{30} \cdot R + i_{20} \cdot R'$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{i}_{10} \\ \mathbf{i}_{20} \\ \mathbf{i}_{30} \end{pmatrix} := \mathrm{Find} \left(\mathbf{i}_{10}, \mathbf{i}_{20}, \mathbf{i}_{30} \right)$$

$$i_{10} = 0.012$$

$$i_{20} = 4 \times 10^{-3}$$

$$i_{10} = 0.012$$
 $i_{20} = 4 \times 10^{-3}$ $i_{30} = 8 \times 10^{-3}$

Вільний режим після комутайії: t = 0

Складемо характерестичне рівняння схеми

$$Z_{VX}(p) := R + \frac{R \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C} + R'\right)}{R + R' + \frac{1}{p \cdot C}}$$

$$Z_{\text{VX}}(p) := R + \frac{R \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C} + R'\right)}{R + R' + \frac{1}{p \cdot C}}$$

$$Zvx(p) := \frac{R \cdot \left(R + R' + \frac{1}{p \cdot C}\right) + R \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C} + R'\right)}{R + R' + \frac{1}{p \cdot C}}$$

$$p := R \cdot \left(R + R' + \frac{1}{p \cdot C}\right) + R \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C} + R'\right) \begin{vmatrix} solve, p \\ float, 5 \end{vmatrix} \rightarrow -11.429 \qquad T := \frac{1}{|p|} \cdot T$$

$$T := \frac{1}{|p|} \cdot T$$

$$T = 0.079$$

Одже корень характеристичного рівняння має вигляд:

Вільна складова струма буде мати вигляд:

$$i''_1(t) = A_1 \cdot e^{p \cdot t}$$

Визначення сталих інтегрування:

$$A_1 := i_{10} - i'$$

$$A_1 := i_{10} - i'_1$$
 $A_1 = 2 \times 10^{-3}$

Oтже:
$$i''_1(t) := A_1 \cdot e^{p \cdot t}$$

Повні значення цих струмів:

$$\begin{split} g_{11}(t) &:= i'_1 + i''_1(t) & \qquad g_{11}(t) \text{ float, 5} \ \to 1.0000 \cdot 10^{-2} + 2.0000 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(-11.429 \cdot t) \\ h_{cU}(t) &:= E \cdot \frac{R}{R+R} \cdot \left(1 - e^{p \cdot t}\right) \text{ float, 5} \ \to .50000 - .50000 \cdot \exp(-11.429 \cdot t) \end{split}$$

Визначимо закони зміни напруги на всіх проміжках часу:

$$\begin{array}{lll} {\rm U}_0 \coloneqq {\rm E}_1 & {\rm U}_0 = 90 \\ & \\ {\rm U}_1({\rm t}) \coloneqq {\rm U}_0 - \frac{3{\rm E}_1}{{\rm T}} \cdot {\rm t} & {\rm U}_1({\rm t}) \; {\rm float}, 5 \; \to 90. - 3428.7 \cdot {\rm t} & 0 < {\rm t} < {\rm T} \\ & \\ {\rm U}_2 \coloneqq 0 & {\rm U}_2 = 0 & {\rm T} < {\rm t} < \infty \\ & \\ {\rm U}_1 \coloneqq \frac{{\rm d}}{{\rm d}{\rm t}} {\rm U}_1({\rm t}) \; {\rm float}, 5 \; \to -3428.7 \end{array}$$

Струм на цих проміжках буде мати вигляд:

$$\begin{split} i_1(t) &:= U_0 \cdot g_{11}(t) + \int_0^t U_1 \cdot g_{11}(t-\tau) \, d\tau \qquad i_1(t) \, \left| \begin{matrix} \text{factor} \\ \text{float}, 3 \end{matrix} \right| .300 + .780 \cdot \exp(-11.4 \cdot t) - 34.3 \cdot t \\ \\ i_2(t) &:= U_0 \cdot g_{11}(t) + \int_0^T U_1 \cdot g_{11}(t-\tau) \, d\tau + \left(U_2 + 2E_1\right) \cdot g_{11}(t-T) \\ \\ i_2(t) &\left| \begin{matrix} \text{factor} \\ \text{float}, 3 \end{matrix} \right| .780 \cdot \exp(-11.4 \cdot t) - .240 \cdot \exp(-11.4 \cdot t + .900) \end{split}$$

Напруга на індуктивнисті на цих проміжках буде мати вигляд:

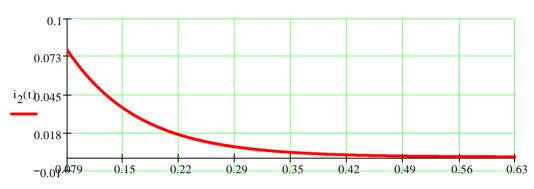
$$\begin{split} & u_{C1}(t) \coloneqq U_0 \cdot h_{cU}(t) + \int_0^t U_1' \cdot h_{cU}(t-\tau) \, d\tau \; \text{float}, 4 \; \to 195.0 - 195.0 \cdot \exp(-11.43 \cdot t) - 1714. \cdot t \\ & u_{C2}(t) \coloneqq U_0 \cdot h_{cU}(t) + \int_0^T U_1' \cdot h_{cU}(t-\tau) \, d\tau + \left(U_2 + 2E_1\right) \cdot h_{cU}(t-T) \end{split}$$

Графік вхідного струму на проміжку:



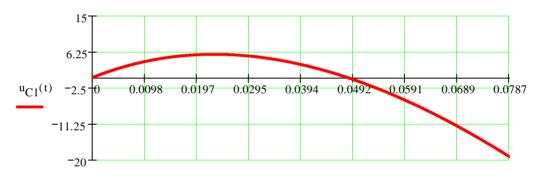
Графік вхідного струму на проміжку:

 $T \leq t \leq \infty$

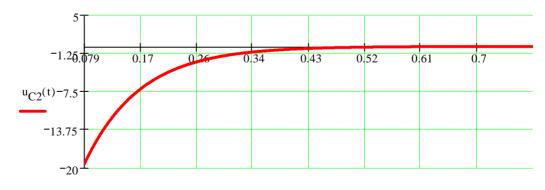


 $0 \le t \le T$

t



 $T \leq t \leq \infty$



t