# Министерство образования и науки Украины Национальный технический университет Украины "Киевский Политехнический Институт" Кафедра ТОЭ

# Расчетно-графическая работа

"Расчёт цепей постоянного тока" Вариант № 135

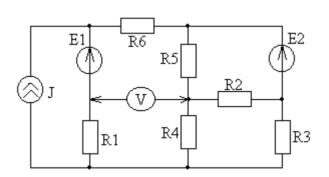
Выполнил:	
Проверил:	 

В электрической цепи действуют источники напряжения ЭРС Е1 и Е2 и источник тока J. Параметры схемы и значения источников приведены в таблицах.

#### Необходимо:

- 1. Рассчитать токи во всех ветвях заданной схемы методом контурных токов:
- **Ø** Составить баланс мощностей для заданной схемы,
- **Ø** На основании законов Кирхгофа составить систему уравнений для заданного контура, подставить в эти уравнения значения токов и убедиться в правильности полученных расчетов.
- 2. Рассчитать токи во всех ветвях заданной схемы методом узловых потенциалов:
- **Ø** Построить потенциальную диаграмму для всех элементов замкнутого контура, который проходит через обе ЭРС,
- **Ø** Убедиться, что показания вольтметра V не зависит от способа, по которому находиться напряжение между клеммами вольтметра.
- 3. Рассчитать токи во всех ветвях заданной схемы методом наложения:
- **Ø** Для расчета схемы с источником напряжения E1 использовать эквивалентные реобразования, для схем с E2 и J любые другие методы.
- 4. Рассчитать токи во всех ветвях заданной схемы **методом эквивалентного генератора:**
- **Ø** Найти какую надо включить ЭРС в первую ветку чтобы ток I1 изменил направление и увеличился в 5 раз.
- **Ø** Найти зависимость между током в первой ветви I1 и сопротивлением в третей ветке R3 (I1=f(R3)) при постоянстве всех остальных параметров. Рассчитать ток I1 при R3 = 5 (Ом).

$$R_1 := 25$$
  $R_2 := 30$   $R_3 := 35$   $R_4 := 40$   $R_5 := 45$   $R_6 := 50$   $E_1 := 50$   $E_2 := 100$   $J := 5$ 



# Метод контурных токов

За вторым законом Кирхгофа составляем систему уравнений. Решая получиную систему уравнений, находим контурные токи.

$$I_{K1} := 1$$
  $I_{K2} := 1$   $I_{K3} := 1$ 

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_6 + R_5 + R_4) - I_{K2} \cdot R_5 - I_{K3} \cdot R_4 - J \cdot R_1 = E_1$$

$$-I_{K1} \cdot R_5 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_5) - I_{K3} \cdot R_2 = -E_2$$

$$-I_{K1} \cdot R_4 - I_{K2} \cdot R_2 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} \coloneqq \mathsf{Find} \big(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3}\big)$$

$$I_{K1} = 0.93 \,A$$
  $I_{K2} = -0.715 \,A$   $I_{K3} = 0.15 \,A$ 

Токи ветвей схемы равны:

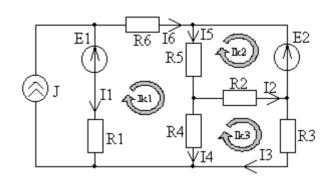
$$I_1 := J - I_{K1}$$
  $I_1 = 4.07 (A)$   
 $I_2 := I_{K3} - I_{K2}$   $I_2 = 0.865 (A)$ 

$$I_3 := I_{K3}$$
  $I_3 = 0.15 (A)$ 

$$I_4 := I_{K1} - I_{K3}$$
  $I_4 = 0.78(A)$ 

$$I_5 := I_{K1} - I_{K2}$$
  $I_5 = 1.645 (A)$ 

$$I_6 := I_{K1}$$
  $I_6 = 0.93(A)$ 



# Проверка:

За 1-м законом Кирхгофа:

$$I_5 - I_2 - I_4 = 0$$
  $I_2 + I_{K2} - I_3 = 0$   
 $I_1 + I_4 + I_3 - J = 0$   $I_1 + I_6 - J = 0$ 

За 2-м законом Кирхгофа:

$$\begin{split} E_1 - E_2 &= -50 \, (B) & -I_1 \cdot R_1 + I_6 \cdot R_6 + I_3 \cdot R_3 = -50 \, (B) \\ -I_1 \cdot R_1 + I_6 \cdot R_6 + I_5 \cdot R_5 + I_4 \cdot R_4 &= 50 \, (B) & E_1 &= 50 \, (B) \\ I_4 \cdot R_4 - I_2 \cdot R_2 - I_3 \cdot R_3 &= 1.776 \times 10^{-15} \, (B) \\ I_5 \cdot R_5 + I_2 \cdot R_2 &= 100 \, (B) & E_2 &= 100 \, (B) \end{split}$$

Баланс мощностей:

$$-E_1 \cdot I_1 - E_2 \cdot I_{K2} + J \cdot (I_1 \cdot R_1 + E_1) = 626.781 \text{ (Bt)}$$

$$I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6 = 626.781 \text{ (Bt)}$$

#### Метод узловых потенциалов

Примем потенциал точки 1 равным 0:  $\phi_1 := 0$  тогда потенциал точки 3 будет равен:

$$\phi_3 := \phi_1 + E_2 \qquad \phi_3 = 100$$

Найдем узловые и межузловые проводимости и узловые токи:

$$G_{22} := \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \qquad G_{22} = 0.081 \qquad \qquad G_{44} := \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \qquad G_{44} = 0.094$$

$$G_{55} := \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_6} \qquad \qquad G_{55} = 0.06$$

$$G_{21} := \frac{1}{R_2} \qquad \qquad G_{21} = 0.033 \qquad \qquad G_{23} := \frac{1}{R_5} \qquad \qquad G_{23} = 0.022$$

$$G_{24} := \frac{1}{R_4}$$

$$G_{25} := 0$$

$$G_{41} := \frac{1}{R_3}$$

$$G_{43} := 0$$

$$G_{45} := \frac{1}{R_1}$$

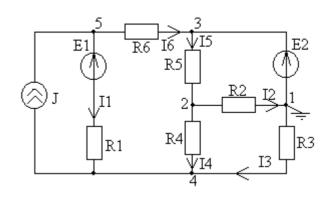
$$G_{45} := \frac{1}{R_1}$$

$$G_{51} := 0$$

$$G_{52} := G_{25}$$

$$G_{53} := \frac{1}{R_6}$$

$$G_{54} := G_{45}$$



$$J_{B2} := 0$$
  $J_{B4} := -J - \frac{E_1}{R_1}$   $J_{B4} = -7$   $J_{B5} := J + \frac{E_1}{R_1}$   $J_{B5} = 7$ 

Подставив найденые значения проводимостей и узловых токов в расчетную систему уравнений и найдем искомые потенциалы узлов 2 и 4:

$$\phi_{2} := 1 \qquad \phi_{4} := 1 \qquad \phi_{5} := 1$$
Given
$$-G_{21} \cdot \phi_{1} + G_{22} \cdot \phi_{2} - G_{23} \cdot \phi_{3} - G_{24} \cdot \phi_{4} - G_{25} \cdot \phi_{5} = J_{B2}$$

$$-G_{41} \cdot \phi_{1} - G_{42} \cdot \phi_{2} - G_{43} \cdot \phi_{3} + G_{44} \cdot \phi_{4} - G_{45} \cdot \phi_{5} = J_{B4}$$

$$-G_{51} \cdot \phi_{1} - G_{52} \cdot \phi_{2} - G_{53} \cdot \phi_{3} - G_{54} \cdot \phi_{4} + G_{55} \cdot \phi_{5} = J_{B5}$$

$$\begin{pmatrix} \phi_{2} \\ \phi_{4} \\ \phi_{5} \end{pmatrix} := Find(\phi_{2}, \phi_{4}, \phi_{5})$$

$$\phi_2 = 25.958 \, (B)$$
  $\phi_4 = -5.247 \, (B)$   $\phi_5 = 146.502 \, (B)$ 

Токи ветвей схемы находим за законом Ома:

$$I_{1} := \frac{\phi_{5} - \phi_{4} - E_{1}}{R_{1}}$$

$$I_{2} := \frac{\phi_{2} - \phi_{1}}{R_{2}}$$

$$I_{3} := \frac{\phi_{1} - \phi_{4}}{R_{3}}$$

$$I_{4} := \frac{\phi_{2} - \phi_{4}}{R_{4}}$$

$$I_{5} := \frac{\phi_{3} - \phi_{2}}{R_{5}}$$

$$I_{6} := \frac{\phi_{5} - \phi_{3}}{R_{6}}$$

$$I_{1} = 4.07 (A)$$

$$I_{2} = 0.865 (A)$$

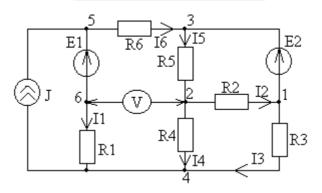
$$I_{3} = 0.15 (A)$$

$$I_{4} = 0.78 (A)$$

$$I_{5} := \frac{\phi_{1} - \phi_{2}}{R_{5}}$$

$$I_{6} := 0.93 (A)$$

# Показание вольтметра



$$\phi_1 = O(B)$$

$$\phi_2 = 25.958 \, (B)$$

$$\phi_3 = 100 \, (B)$$

$$\phi_4 = -5.247$$
 (B)

$$\phi_1 = 0 \, (B)$$
  $\phi_2 = 25.958 \, (B)$   $\phi_3 = 100 \, (B)$   $\phi_4 = -5.247 \, (B)$   $\phi_5 = 146.502 \, (B)$ 

Первый способ:

$$\phi_6 := \phi_4 + I_1 \cdot R_1$$
  $\phi_6 = 96.502 \, (B)$ 

$$\phi_6 = 96.502 \, (B)$$

$$V := \phi_6 - \phi_2$$

$$V = 70.544 (B)$$

Второй способ:

$$\phi_6 := \phi_5 - E_1$$

$$\phi_6 = 96.502 \, (B)$$

$$V := \phi_6 - \phi_2$$

$$V = 70.544 (B)$$

# Потенциальная диаграмма

$$\phi_1 = 0$$

$$\phi_3 := \phi_1 + E_2$$

$$\phi_3 = 100(B)$$

$$\phi_5 := \phi_3 + I_6 \cdot R_6$$

$$\phi_5 = 146.502 \, (B)$$

$$\phi_6 \coloneqq \phi_5 - \operatorname{E}_1$$

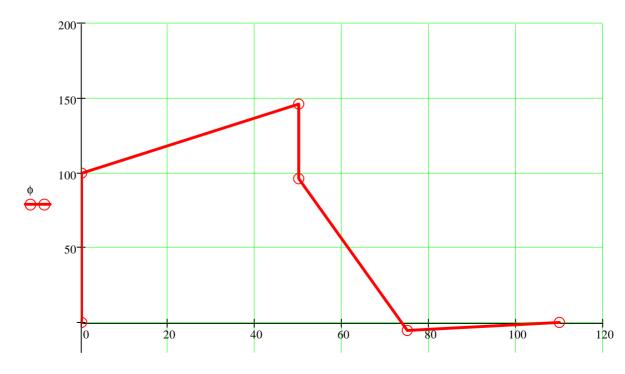
$$\phi_6 = 96.502 \, (B)$$

$$\phi_4 := \phi_6 - I_1 \cdot R_1$$

$$\phi_4 = -5.247 \, (B)$$

$$\phi_1 := \phi_4 + I_3 \cdot R_3$$

$$\phi_1 = 4.441 \times 10^{-15} (B)$$



#### Метод наложения

 $R_{254} = 58 (Om)$ 

#### В цепи действует только Е1:

$$R_{254} := \frac{R_2 \cdot R_5}{R_2 + R_5} + R_4$$

$$R_{E1} := \frac{R_{254} \cdot R_3}{R_{254} + R_3} + R_6 \qquad \qquad R_{E1} = 71.828 \, (\text{Om})$$

$$I_{1E1} := \frac{E_1}{R_{E1} + R_1}$$
  $I_{1E1} = 0.516(A)$ 

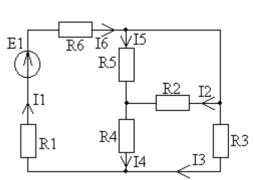
$$I_{6E1} := I_{1E1}$$
  $I_{6E1} = 0.516 (A)$ 

$$I_{3E1} := I_{6E1} \cdot \frac{R_{254}}{R_{254} + R_3}$$
  $I_{3E1} = 0.322 \, (A)$ 

$$I_{4E1} := I_{6E1} \cdot \frac{R_3}{R_{254} + R_3}$$
  $I_{4E1} = 0.194 (A)$ 

$$I_{5E1} := I_{4E1} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_5}$$
  $I_{5E1} = 0.078 (A)$ 

$$I_{2E1} := I_{4E1} \cdot \frac{R_5}{R_2 + R_5}$$
  $I_{2E1} = 0.117 \text{ (A)}$ 



# В цепи действует только Е2:

$$I_{K1} := 1$$
  $I_{K2} := 1$   $I_{K3} := 1$ 

Given

$$\begin{split} &\mathbf{I}_{K1} \cdot \left( \mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_6 + \mathbf{R}_5 + \mathbf{R}_4 \right) - \mathbf{I}_{K2} \cdot \mathbf{R}_5 - \mathbf{I}_{K3} \cdot \mathbf{R}_4 = 0 \\ &- \mathbf{I}_{K1} \cdot \mathbf{R}_5 + \mathbf{I}_{K2} \cdot \left( \mathbf{R}_2 + \mathbf{R}_5 \right) - \mathbf{I}_{K3} \cdot \mathbf{R}_2 = - \mathbf{E}_2 \\ &- \mathbf{I}_{K1} \cdot \mathbf{R}_4 - \mathbf{I}_{K2} \cdot \mathbf{R}_2 + \mathbf{I}_{K3} \cdot \left( \mathbf{R}_2 + \mathbf{R}_3 + \mathbf{R}_4 \right) = 0 \\ &\left( \begin{matrix} \mathbf{I}_{K1} \\ \mathbf{I}_{K2} \\ \mathbf{I}_{K3} \end{matrix} \right) \coloneqq \mathrm{Find} \! \left( \mathbf{I}_{K1}, \mathbf{I}_{K2}, \mathbf{I}_{K3} \right) \end{split}$$

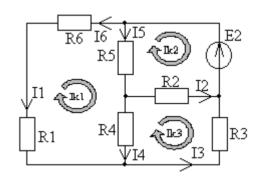
$$I_{K1} = -0.877 \, (A \, I_{K2} = -2.251 \, (A) \, I_{K3} = -0.977 \, (A)$$

# Токи ветвей схемы равны:

$$\begin{split} I_{1E2} &\coloneqq -I_{K1} & I_{1E2} = 0.877 \, (A) \\ I_{2E2} &\coloneqq I_{K3} - I_{K2} & I_{2E2} = 1.273 \, (A) \\ I_{3E2} &\coloneqq -I_{K3} & I_{3E2} = 0.977 \, (A) \\ I_{4E2} &\coloneqq I_{K1} - I_{K3} & I_{4E2} = 0.1 \, (A) \\ I_{5E2} &\coloneqq I_{K1} - I_{K2} & I_{5E2} = 1.373 \, (A) \\ I_{6E2} &\coloneqq -I_{K1} & I_{6E2} = 0.877 \, (A) \end{split}$$



$$\begin{split} I_{K1} &\coloneqq 1 & I_{K2} \coloneqq 1 & I_{K3} \coloneqq 1 \\ & \text{Given} \\ I_{K1} \cdot \left(R_1 + R_6 + R_5 + R_4\right) - I_{K2} \cdot R_5 - I_{K3} \cdot R_4 - J \cdot R_1 = 0 \\ -I_{K1} \cdot R_5 + I_{K2} \cdot \left(R_2 + R_5\right) - I_{K3} \cdot R_2 = 0 \\ -I_{K1} \cdot R_4 - I_{K2} \cdot R_2 + I_{K3} \cdot \left(R_2 + R_3 + R_4\right) = 0 \end{split}$$

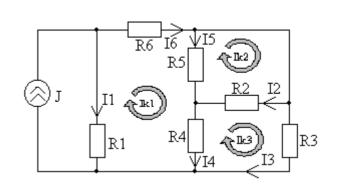


$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} \coloneqq \mathsf{Find} \big(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3}\big)$$

 $I_{K1} = 1.291 \, (A) \quad I_{K2} = 1.097 \, (A) \quad I_{K3} = 0.805 \, (A)$ 

Токи ветвей схемы равны:

$$\begin{split} I_{1J} &\coloneqq J - I_{K1} & I_{1J} = 3.709 \, (A) \\ I_{2J} &\coloneqq I_{K2} - I_{K3} & I_{2J} = 0.292 \, (A) \\ I_{3J} &\coloneqq I_{K3} & I_{3J} = 0.805 \, (A) \\ I_{4J} &\coloneqq I_{K1} - I_{K3} & I_{4J} = 0.486 \, (A) \\ I_{5J} &\coloneqq I_{K1} - I_{K2} & I_{5J} = 0.194 \, (A) \\ I_{6J} &\coloneqq I_{K1} & I_{6J} = 1.291 \, (A) \end{split}$$



#### В основной цепи действуют токи:

$$\begin{split} I_1 &\coloneqq -I_{1E1} + I_{1E2} + I_{1J} & I_1 = 4.07 \, (A) \\ I_2 &\coloneqq -I_{2E1} + I_{2E2} - I_{2J} & I_2 = 0.865 \, (A) \\ I_3 &\coloneqq I_{3E1} - I_{3E2} + I_{3J} & I_3 = 0.15 \, (A) \\ I_4 &\coloneqq I_{4E1} + I_{4E2} + I_{4J} & I_4 = 0.78 \, (A) \\ I_5 &\coloneqq I_{5E1} + I_{5E2} + I_{5J} & I_5 = 1.645 \, (A) \\ I_6 &\coloneqq I_{6E1} - I_{6E2} + I_{6J} & I_6 = 0.93 \, (A) \end{split}$$

#### Проверка:

За 1-м законом Кирхгофа:

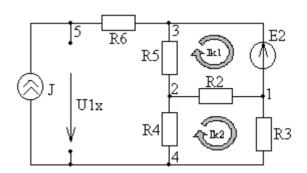
$$I_5 - I_2 - I_4 = 0$$
  $I_1 + I_6 - J = 0$   $I_1 + I_4 + I_3 - J = 0$ 

#### Метод эквивалентного генератора

Вырезавши из выходной схемы ветку с сопротивлением R1 и источником питания E1, получаем схему. В выходной схеме ток I1 направленый от узла 5 к узлу 4, такое же направление выберем и для напряжения холостого хода U1х.

Для нахождения напряжения U1х сначала надо найти токи в ветвях с сопротивлениями R6, R5 и R4. Для этого воспользуемся методом контурных токов:

$$\begin{split} I_{K1} &:= 1 & I_{K2} := 1 \\ I_{K1} \cdot \left(R_2 + R_5\right) - I_{K2} \cdot R_2 - J \cdot R_5 = -E_2 \\ -I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot \left(R_2 + R_3 + R_4\right) - J \cdot R_4 = 0 \\ \begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \end{pmatrix} &:= Find \begin{pmatrix} I_{K1}, I_{K2} \end{pmatrix} \\ I_{K1} &= 2.742 \, (A) & I_{K2} &= 2.688 \, (A) \end{split}$$



Искомое напряжение холостого хода равно:

$$\mathbf{U}_{1\mathrm{X}} \coloneqq \left(\mathbf{J} - \mathbf{I}_{\mathrm{K}1}\right) \cdot \mathbf{R}_5 + \left(\mathbf{J} - \mathbf{I}_{\mathrm{K}2}\right) \cdot \mathbf{R}_4 + \mathbf{J} \cdot \mathbf{R}_6 \qquad \quad \mathbf{U}_{1\mathrm{X}} = 444.086 \, (\mathrm{B})$$

Эквивалентное сопротивление цепи равно:

$$R_{254} \coloneqq \frac{R_2 \cdot R_5}{R_2 + R_5} + R_4 \qquad R_{254} = 58 \, (\text{Om}) \qquad \qquad R_{2543} \coloneqq \frac{R_{254} \cdot R_3}{R_{254} + R_3} \qquad \qquad R_{2543} = 21.828 \, (\text{Om})$$

$$R_E := R_{2543} + R_6$$
  $R_E = 71.828 \, (Om)$ 

Искомый ток, вырезаной ветки, равен:

$$I_1 := -\frac{E_1 - U_{1X}}{R_E + R_1} \qquad \qquad I_1 = 4.07 \, (A)$$

Найдем Е'1 если ток в первой ветке меняет направление и увеличивается в 5 раз:

$$I'_1 := -I_1 \cdot 5$$
  $I'_1 = -20.35 (A)$ 

$$E'_{1} := -I'_{1} \cdot \left(R_{E} + R_{1}\right) + U_{1X} \qquad \qquad E'_{1} = 2.415 \times 10^{3} (B)$$

При R3 = 5 Om:

$$I_{1E1}(R_3) := \frac{E_1}{R_1 + R_6 + \frac{\left(\frac{R_2 \cdot R_5}{R_2 + R_5} + R_4\right) \cdot R_3}{\frac{R_2 \cdot R_5}{R_2 + R_5} + R_4 + R_3}}$$

$$I_{1E1}(R_3) = 0.628 (A)$$