

**Министерство образования и науки Украины
Национальный технический университет Украины
“Киевский Политехнический Институт”
Кафедра ТОЭ**

Расчетно-графическая работа

“Расчёт цепей постоянного тока”

Вариант № 354

Выполнил:_____

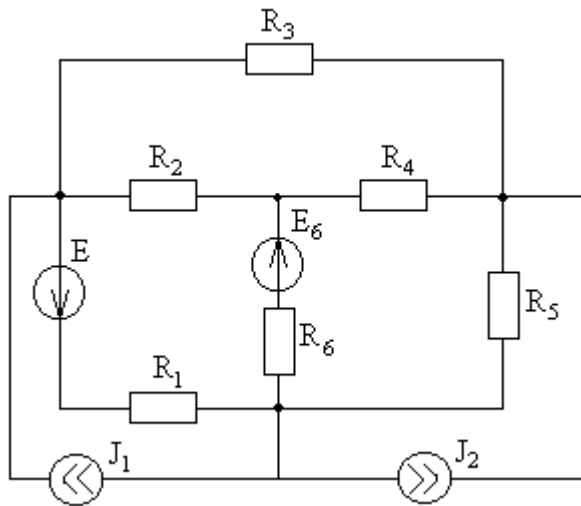
Проверил:_____

Киев 2006

Задание:

1. Найти токи в ветках данной электрической цепи методом узловых потенциалов и контурных токов. Проверить расчёт цепи при помощи законов Кирхгофа для каждого узла и независимого контура. Сложить и проверить уравнение баланса мощностей.
2. Построить потенциальную диаграмму для контура данной цепи.
3. Найти токи в ветках методом наложения. Проверить расчеты цепи за законами Кирхгофа.
4. Найти токи в ветвях данной цепи методом эквивалентного генератора.

$$\begin{array}{llllll} R_1 := 25 & R_2 := 40 & R_3 := 50 & R_4 := 5 & R_5 := 10 & R_6 := 100 \\ E := 100 & E_6 := 50 & J_1 := 10 & J_2 := 15 & & \end{array}$$



Метод контурных токов

За вторым законом Кирхгофа составляем систему уравнений. Решая полученную систему уравнений, находим контурные токи.

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_6) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_6 - J_1 \cdot R_1 = -E_6 - E$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) - I_{K3} \cdot R_4 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_6 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_4 + R_5 + R_6) + J_2 \cdot R_5 = E_6$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = 0.192 \quad I_{K2} = 0.044 \quad I_{K3} = -0.701$$

Токи ветвей схемы равны:

$$I_1 := J_1 - I_{K1} \quad I_1 = 9.808$$

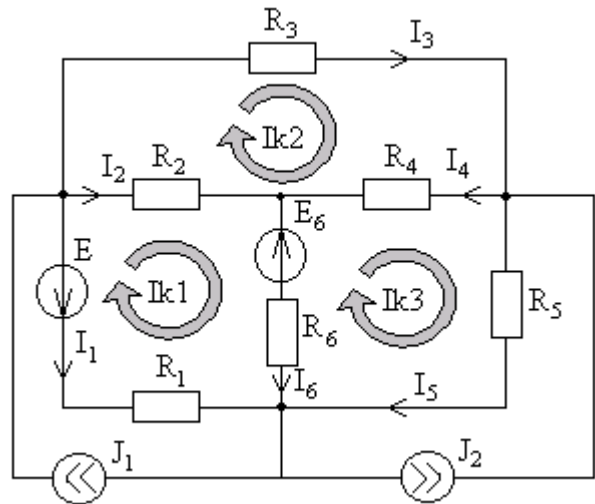
$$I_2 := I_{K1} - I_{K2} \quad I_2 = 0.148$$

$$I_3 := I_{K2} \quad I_3 = 0.044$$

$$I_4 := I_{K2} - I_{K3} \quad I_4 = 0.745$$

$$I_5 := I_{K3} + J_2 \quad I_5 = 14.299$$

$$I_6 := I_{K1} - I_{K3} \quad I_6 = 0.893$$



Метод узловых потенциалов

Примем потенциал точки 1 равным 0: $\phi_1 := 0$

Найдем узловые и межузловые проводимости и узловые токи:

$$G_{22} := \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \quad G_{22} = 0.32$$

$$G_{44} := \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad G_{44} = 0.085$$

$$G_{33} := \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6} \quad G_{33} = 0.235$$

$$G_{21} := \frac{1}{R_5} \quad G_{21} = 0.1$$

$$G_{23} := \frac{1}{R_4} \quad G_{23} = 0.2$$

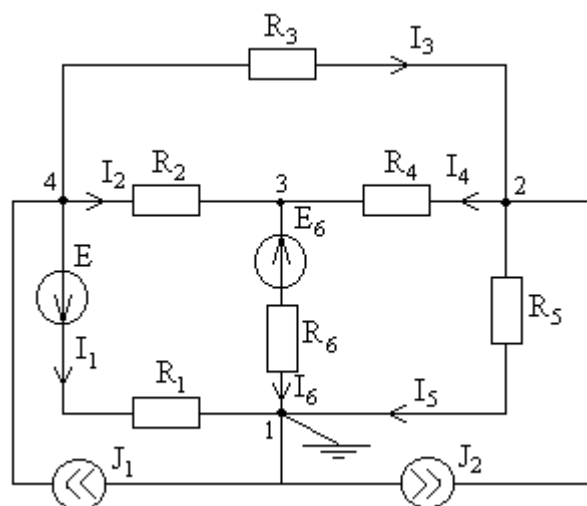
$$G_{24} := \frac{1}{R_3} \quad G_{24} = 0.02$$

$$G_{31} := \frac{1}{R_6} \quad G_{31} = 0.01$$

$$G_{32} := G_{23} \quad G_{32} = 0.2$$

$$G_{34} := \frac{1}{R_2} \quad G_{34} = 0.025$$

$$G_{41} := \frac{1}{R_1} \quad G_{41} = 0.04$$



$$G_{42} := G_{24}$$

$$G_{42} = 0.02$$

$$G_{43} := G_{34}$$

$$G_{43} = 0.025$$

$$J_{B2} := J_2 \quad J_{B2} = 15 \quad J_{B3} := \frac{E_6}{R_6} \quad J_{B3} = 0.5$$

$$J_{B4} := J_1 - \frac{E}{R_1} \quad J_{B4} = 6$$

Подставив найденные значения проводимостей и узловых токов в расчетную систему уравнений и найдем искомые потенциалы узлов:

$$\begin{aligned} \phi_2 &:= 1 & \phi_3 &:= 1 & \phi_4 &:= 1 \\ &\text{Given} \\ -G_{21} \cdot \phi_1 + G_{22} \cdot \phi_2 - G_{23} \cdot \phi_3 - G_{24} \cdot \phi_4 &= J_{B2} \\ -G_{31} \cdot \phi_1 - G_{32} \cdot \phi_2 + G_{33} \cdot \phi_3 - G_{34} \cdot \phi_4 &= J_{B3} \\ -G_{41} \cdot \phi_1 - G_{42} \cdot \phi_2 - G_{43} \cdot \phi_3 + G_{44} \cdot \phi_4 &= J_{B4} \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{pmatrix} := \text{Find}(\phi_2, \phi_3, \phi_4) \quad \phi_1 = 0 \quad \phi_2 = 142.994 \quad \phi_3 = 139.271 \quad \phi_4 = 145.196$$

Токи ветвей схемы находим за законом Ома:

$$\begin{aligned} I_1 &:= \frac{\phi_4 - \phi_1 + E}{R_1} & I_1 &= 9.808 \\ I_2 &:= \frac{\phi_4 - \phi_3}{R_2} & I_2 &= 0.148 \\ I_3 &:= \frac{\phi_4 - \phi_2}{R_3} & I_3 &= 0.044 \\ I_4 &:= \frac{\phi_2 - \phi_3}{R_4} & I_4 &= 0.745 \\ I_5 &:= \frac{\phi_2 - \phi_1}{R_5} & I_5 &= 14.299 \\ I_6 &:= I_4 + I_2 & I_6 &= 0.893 \end{aligned}$$

Проверка:

За 1-м законом Кирхгофа:

$$\begin{aligned} I_6 - I_4 - I_2 &= 0 & I_6 + I_1 + I_5 - J_1 - J_2 &= -2.061 \times 10^{-13} \\ I_3 - I_4 + I_2 - I_5 &= 2.007 \times 10^{-13} & I_1 + I_3 + I_2 - J_1 &= -7.105 \times 10^{-15} \end{aligned}$$

За 2-м законом Кирхгофа:

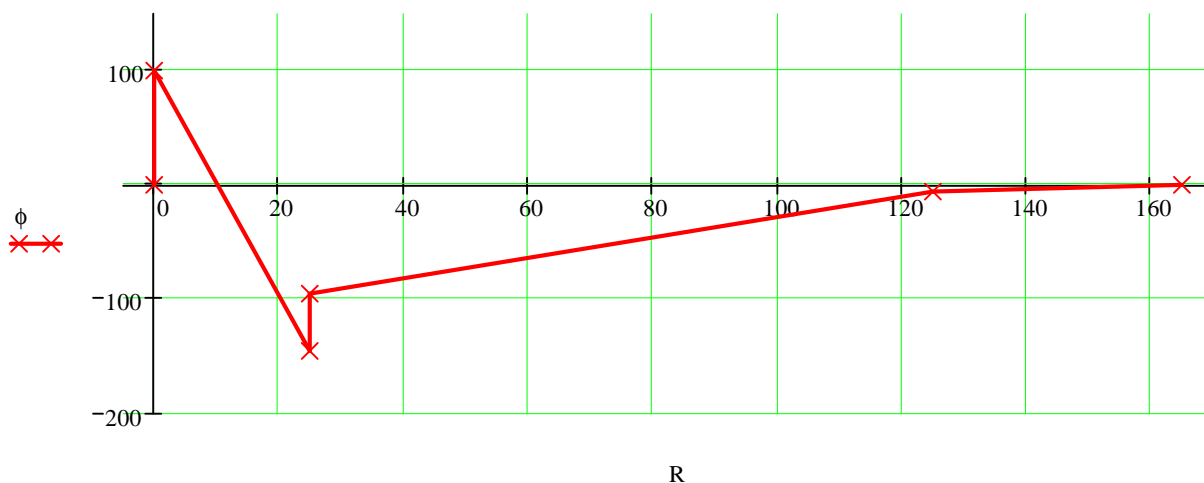
$$\begin{aligned} E_6 + E &= 150 & -I_2 \cdot R_2 + I_1 \cdot R_1 - I_6 \cdot R_6 &= 150 \\ I_1 \cdot R_1 - I_5 \cdot R_5 - I_3 \cdot R_3 &= 100 & E &= 100 \\ -I_4 \cdot R_4 - I_3 \cdot R_3 + I_2 \cdot R_2 &= 0 \\ -I_4 \cdot R_4 + I_5 \cdot R_5 - I_6 \cdot R_6 &= 50 & E_6 &= 50 \end{aligned}$$

Баланс мощностей:

$$\begin{aligned} E \cdot I_1 - E_6 \cdot I_6 + J_1 \cdot (I_1 \cdot R_1 - E) + J_2 \cdot (I_5 \cdot R_5) &= 4.533 \times 10^3 \\ I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 &= 4.453 \times 10^3 \end{aligned}$$

Потенциальная диаграмма

$$\begin{aligned}
 \phi_1 &:= 0 & \phi_2 &:= 100 \\
 \phi_2 &:= \phi_1 + E & \phi_3 &:= -145.196 \\
 \phi_3 &:= \phi_2 - I_1 \cdot R_1 & \phi_4 &:= -95.196 \\
 \phi_4 &:= \phi_3 + E_6 & \phi_5 &:= -5.925 \\
 \phi_5 &:= \phi_4 + I_6 \cdot R_6 & \phi_1 &:= 2.274 \times 10^{-13} \\
 \phi_1 &:= \phi_5 + I_2 \cdot R_2
 \end{aligned}$$



Метод наложения

В цепи действует только E:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_6) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_6 = -E$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) - I_{K3} \cdot R_4 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_6 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_4 + R_5 + R_6) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -1.745 \quad I_{K2} = -0.817 \quad I_{K3} = -1.553$$

Токи ветвей схемы равны:

$$I_{1E} := -I_{K1} \quad I_{1E} = 1.745$$

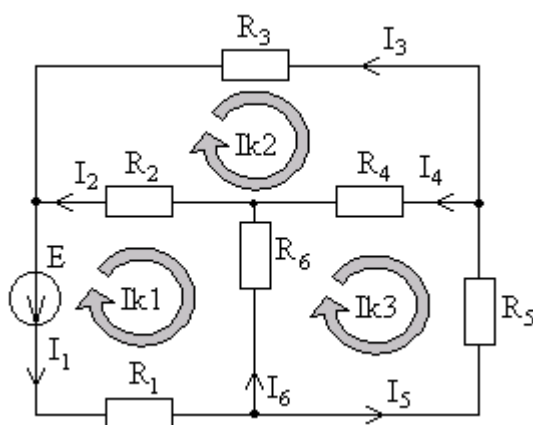
$$I_{2E} := I_{K2} - I_{K1} \quad I_{2E} = 0.929$$

$$I_{3E} := -I_{K2} \quad I_{3E} = 0.817$$

$$I_{4E} := I_{K2} - I_{K3} \quad I_{4E} = 0.737$$

$$I_{5E} := -I_{K3} \quad I_{5E} = 1.553$$

$$I_{6E} := I_{K3} - I_{K1} \quad I_{6E} = 0.192$$



В цепи действует только E_6 :

$$\begin{aligned} I_{K1} &:= 1 & I_{K2} &:= 1 & I_{K3} &:= 1 \\ \text{Given} \\ I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_6) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_6 &= -E_6 \\ -I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) - I_{K3} \cdot R_4 &= 0 \\ -I_{K1} \cdot R_6 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_4 + R_5 + R_6) &= E_6 \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -0.096 \quad I_{K2} = -0.022 \quad I_{K3} = 0.35$$

Токи ветвей схемы равны:

$$\begin{aligned} I_{1E6} &:= -I_{K1} & I_{1E6} &= 0.096 \\ I_{2E6} &:= I_{K2} - I_{K1} & I_{2E6} &= 0.074 \\ I_{3E6} &:= -I_{K2} & I_{3E6} &= 0.022 \\ I_{4E6} &:= I_{K3} - I_{K2} & I_{4E6} &= 0.372 \\ I_{5E6} &:= I_{K3} & I_{5E6} &= 0.35 \\ I_{6E6} &:= I_{K3} - I_{K1} & I_{6E6} &= 0.446 \end{aligned}$$

В цепи действует только J_1 :

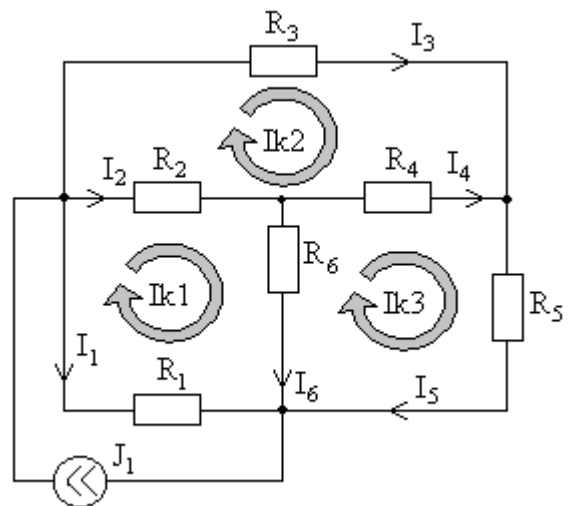
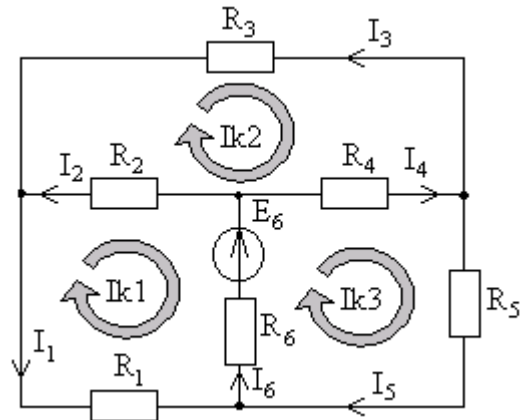
$$\begin{aligned} I_{K1} &:= 1 & I_{K2} &:= 1 & I_{K3} &:= 1 \\ \text{Given} \\ I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_6) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_6 - J_1 \cdot R_1 &= 0 \\ -I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) - I_{K3} \cdot R_4 &= 0 \\ -I_{K1} \cdot R_6 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_4 + R_5 + R_6) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = 4.363 \quad I_{K2} = 2.042 \quad I_{K3} = 3.883$$

Токи ветвей схемы равны:

$$\begin{aligned} I_{1J1} &:= J_1 - I_{K1} & I_{1J1} &= 5.637 \\ I_{2J1} &:= I_{K1} - I_{K2} & I_{2J1} &= 2.322 \\ I_{3J1} &:= I_{K2} & I_{3J1} &= 2.042 \\ I_{4J1} &:= I_{K3} - I_{K2} & I_{4J1} &= 1.841 \\ I_{5J1} &:= I_{K3} & I_{5J1} &= 3.883 \\ I_{6J1} &:= I_{K1} - I_{K3} & I_{6J1} &= 0.48 \end{aligned}$$



В цепи действует только J2:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_6) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_6 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) - I_{K3} \cdot R_4 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_6 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_4 + R_5 + R_6) + J_2 \cdot R_5 = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -2.33 \quad I_{K2} = -1.159 \quad I_{K3} = -3.381$$

Токи ветвей схемы равны:

$$I_{1J2} := -I_{K1} \quad I_{1J2} = 2.33$$

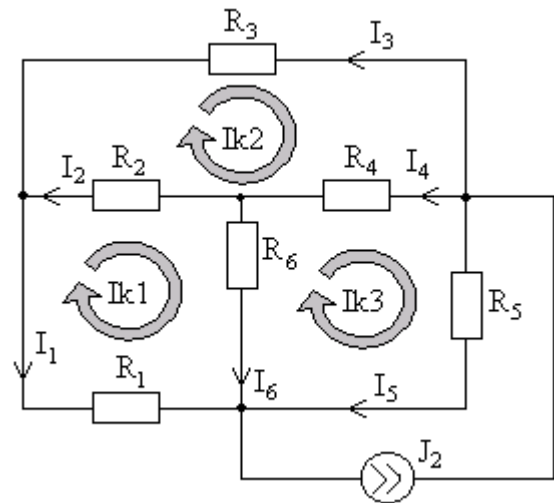
$$I_{2J2} := I_{K2} - I_{K1} \quad I_{2J2} = 1.171$$

$$I_{3J2} := -I_{K2} \quad I_{3J2} = 1.159$$

$$I_{4J2} := I_{K2} - I_{K3} \quad I_{4J2} = 2.222$$

$$I_{5J2} := I_{K3} + J_2 \quad I_{5J2} = 11.619$$

$$I_{6J2} := I_{K1} - I_{K3} \quad I_{6J2} = 1.051$$



В основной цепи действуют токи:

$$I_1 := I_{1E} + I_{1E6} + I_{1J1} + I_{1J2} \quad I_1 = 9.808$$

$$I_2 := -I_{2E} - I_{2E6} + I_{2J1} - I_{2J2} \quad I_2 = 0.148$$

$$I_3 := -I_{3E} - I_{3E6} + I_{3J1} - I_{3J2} \quad I_3 = 0.044$$

$$I_4 := I_{4E} - I_{4E6} - I_{4J1} + I_{4J2} \quad I_4 = 0.745$$

$$I_5 := -I_{5E} + I_{5E6} + I_{5J1} + I_{5J2} \quad I_5 = 14.299$$

$$I_6 := -I_{6E} - I_{6E6} + I_{6J1} + I_{6J2} \quad I_6 = 0.893$$

Проверка:

За 1-м законом Кирхгофа:

$$I_6 - I_4 - I_2 = 0$$

$$I_6 + I_1 + I_5 - J_1 - J_2 = 0$$

$$I_3 - I_4 + J_2 - I_5 = -1.776 \times 10^{-15}$$

$$I_1 + I_3 + I_2 - J_1 = 0$$

Метод эквивалентного генератора

Вырезавши из выходной схемы ветку с сопротивлением R_1 и источником питания E , получаем схему. В выходной схеме ток I_1 направленный от узла 4 к узлу 1, такое же направление выберем и для напряжения холостого хода U_{1X} .

Для нахождения напряжения U_{1X} сначала надо найти ток в ветви с сопротивлением R_2 и R_6 . Для этого воспользуемся методом контурных токов:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) - I_{K2} \cdot R_4 - J_1 \cdot R_2 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_4 + I_{K2} \cdot (R_4 + R_5 + R_6) - J_1 \cdot R_6 + J_2 \cdot R_5 = E_6$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2})$$

$$I_{K1} = 4.633 \quad I_{K2} = 8.028$$

Искомое напряжение холостого хода равно:

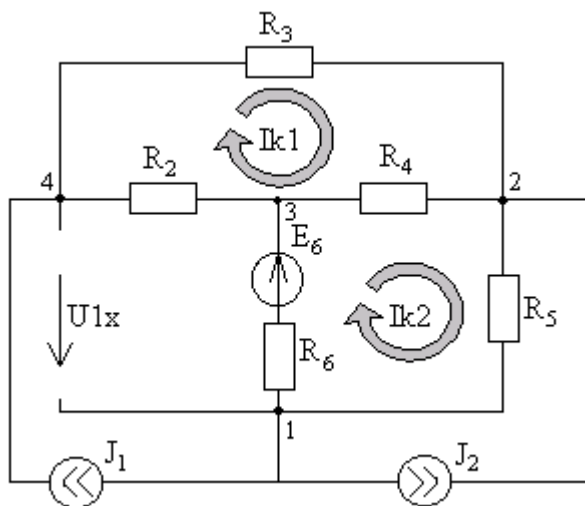
$$U_{1X} := (J_1 - I_{K1}) \cdot R_2 + (J_1 - I_{K2}) \cdot R_6 + E_6$$

$$U_{1X} = 461.927$$

Эквивалентное сопротивление цепи равно:

$$R_E := \frac{\left(R_5 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4} \right) \cdot \left(R_6 + \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4} \right)}{\left(R_5 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4} \right) + \left(R_6 + \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4} \right)} + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3 + R_4}$$

$$R_E = 32.294$$



Искомый ток, вырезаной ветки, равен:

$$I_1 := \frac{E + U_{1X}}{R_E + R_1}$$

$$I_1 = 9.808$$