

**Министерство образования и науки Украины  
Национальный технический университет Украины  
“Киевский Политехнический Институт”  
Кафедра ТОЭ**

***Расчетно-графическая работа***  
***“Трёхфазные цепи”***  
*Вариант № 403*

Выполнил: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Проверил: \_\_\_\_\_

## Условие задания

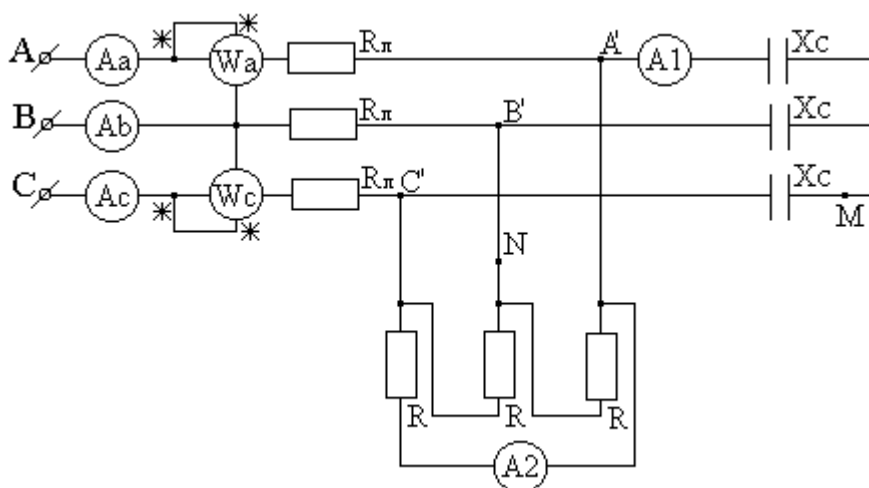
Симметричный трёхфазный генератор с обмотками, соединёнными в звезду, питает через трехпроводную линию электропередачи нагрузку с элементами, соединёнными звездой и треугольником.

### Требуется:

1. Определить показания включенных в цепь измерительных приборов, полагая нагрузки симметричной.
2. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
3. По результатам расчета п.1 построить для симметричной нагрузки совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.
4. Провести расчет токов во всех ветвях напряжений на всех участках цепи, определить показания измерительных приборов в аварийном режиме, делая обрыв в указанной точке.
5. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
6. По результатам расчета п.4 построить совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.

$$U_A := 150 \quad U_B := U_A \quad U_C := U_B \quad \psi_A := 0 \quad R_L := 13 \quad R := 80 \quad X_C := 93$$

Обрыв проводится в точке М.



Общая схема трёхфазной цепи

## Определение показаний измерительных приборов при симметричной нагрузке

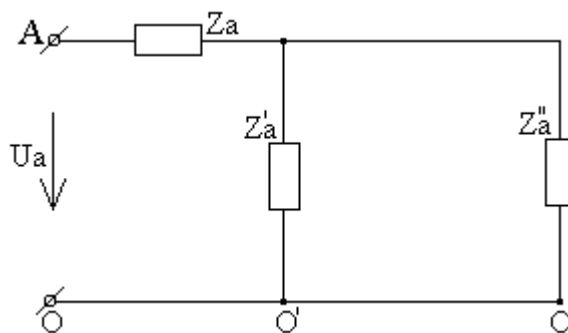
Так как нагрузка симметрическая, то будем проводить расчет только по одной фазе. Токи в остальных фазах будут такими же, только будут отличаться углы.

Для определения токов в ветвях цепи (рис.1) необходимо первоначально произвести упрощение схемы, сведя её к схеме с элементами, соединенными звездой.

$$R' := \frac{R \cdot R}{3 \cdot R} \quad R' = 26.667$$

За опорную примем фазу А. Фазные напряжения генератора и сопротивления элементов нагрузки в комплексной форме равны:

$$\begin{aligned} E_A &:= U_A \cdot e^{i\psi_A \frac{\pi}{180}} & E_B &:= U_B \cdot e^{i(\psi_A - 120) \frac{\pi}{180}} & E_C &:= U_C \cdot e^{i(\psi_A + 120) \frac{\pi}{180}} \\ F(E_A) &= (150 \ 0) & F(E_B) &= (150 \ -120) & F(E_C) &= (150 \ 120) \\ Z_a &:= R_L & Z_b &:= Z_a & Z_c &:= Z_b & Z_a &= 13 \\ Z'_a &:= R' & Z'_b &:= Z'_a & Z'_c &:= Z'_b & Z'_a &= 26.667 \\ Z''_a &:= -X_C \cdot i & Z''_b &:= Z''_a & Z''_c &:= Z''_b & Z''_a &= -93i \end{aligned}$$



Преобразованная схема (фаза А)

Эквивалентное сопротивление данной схемы равно:

$$Z_{ea} := Z_a + \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea} = 37.641 - 7.065i$$

Ток в фазе А, согласно закону Ома, равен:

$$I_A := \frac{E_A}{Z_{ea}} \quad I_A = 3.849 + 0.723i \quad F(I_A) = (3.917 \ 10.631)$$

Соответственно в фазах В и С:

$$I_B := I_A \cdot e^{-i120 \frac{\pi}{180}} \quad I_B = -1.299 - 3.695i \quad F(I_B) = (3.917 \ -109.369)$$

$$I_C := I_A \cdot e^{i120 \frac{\pi}{180}} \quad I_C = -2.55 + 2.972i \quad F(I_C) = (3.917 \ 130.631)$$

Фазное напряжение на параллельном участке А'О равно:

$$Z_{ea'} := \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea'} = 24.641 - 7.065i$$

$$U_{A'O} := I_A \cdot Z_{ea'} \quad U_{A'O} = 99.958 - 9.393i$$

Остальные токи равны:

$$I''_A := \frac{U_{A'O}}{Z''_a} \quad I''_A = 0.101 + 1.075i \quad F(I''_A) = (1.08 \ 84.632)$$

$$\Gamma_B := \Gamma_A \cdot e^{-i120\frac{\pi}{180}} \quad \Gamma_B = 0.88 - 0.625i \quad F(\Gamma_B) = (1.08 \quad -35.368)$$

$$\Gamma_C := \Gamma_A \cdot e^{i120\frac{\pi}{180}} \quad \Gamma_C = -0.981 - 0.45i \quad F(\Gamma_C) = (1.08 \quad -155.368)$$

Линейное напряжение равно:

$$U_{A'B'} := U_{A'O} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i30\frac{\pi}{180}} \quad U_{A'B'} = 141.802 - 100.656i \quad F(U_{A'B'}) = (173.894 \quad -35.368)$$

Остальные токи равны:

$$\Gamma_A := \frac{U_{A'B'}}{R} \quad \Gamma_A = 1.773 - 1.258i \quad F(\Gamma_A) = (2.174 \quad -35.368)$$

$$\Gamma_B := \Gamma_A \cdot e^{-i120\frac{\pi}{180}} \quad \Gamma_B = -1.976 - 0.906i \quad F(\Gamma_B) = (2.174 \quad -155.368)$$

$$\Gamma_C := \Gamma_A \cdot e^{i120\frac{\pi}{180}} \quad \Gamma_C = 0.203 + 2.164i \quad F(\Gamma_C) = (2.174 \quad 84.632)$$

На основании выполненных расчетов, показания амперметров будут равны:

$$A_1 = 1.08 \quad A_2 = 2.174 \quad A_a = 3.917 \quad A_b = 3.917 \quad A_c = 3.917$$

Находим показания ваттметров. Ваттметры показывают вещественную часть произведения комплекса напряжения, приложенного к обмотке напряжения (его отсчитывают от начала обмотки к концу), на сопряженный комплекс тока, протекающего через обмотку тока:

Показание ваттметра Wa:

$$E_{AC} := E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i30\frac{\pi}{180}} \quad E_{AC} = 225 - 129.904i$$

$$W_a := \operatorname{Re}(E_{AC} \cdot \overline{I_A}) \quad W_a = 772.254$$

Показание ваттметра Wb:

$$E_{BC} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i30\frac{\pi}{180}} \quad E_{BC} = 225 - 129.904i$$

$$W_b := \operatorname{Re}(E_{BC} \cdot \overline{I_B}) \quad W_b = 959.982$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 1.732 \times 10^3$$

## Баланс активной и реактивной мощностей

Правильность расчетов проверим, составив баланс активных и реактивных мощностей. Мощность источника энергии определяют в виде суммы произведений комплексных фазных ЭДС (напряжений) на сопряженные комплексы токов соответствующих фаз. В симметричной трёхфазной системе мощность, отдаваемая в нагрузку источником, равна утроенной мощности одной фазы.

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C}$$

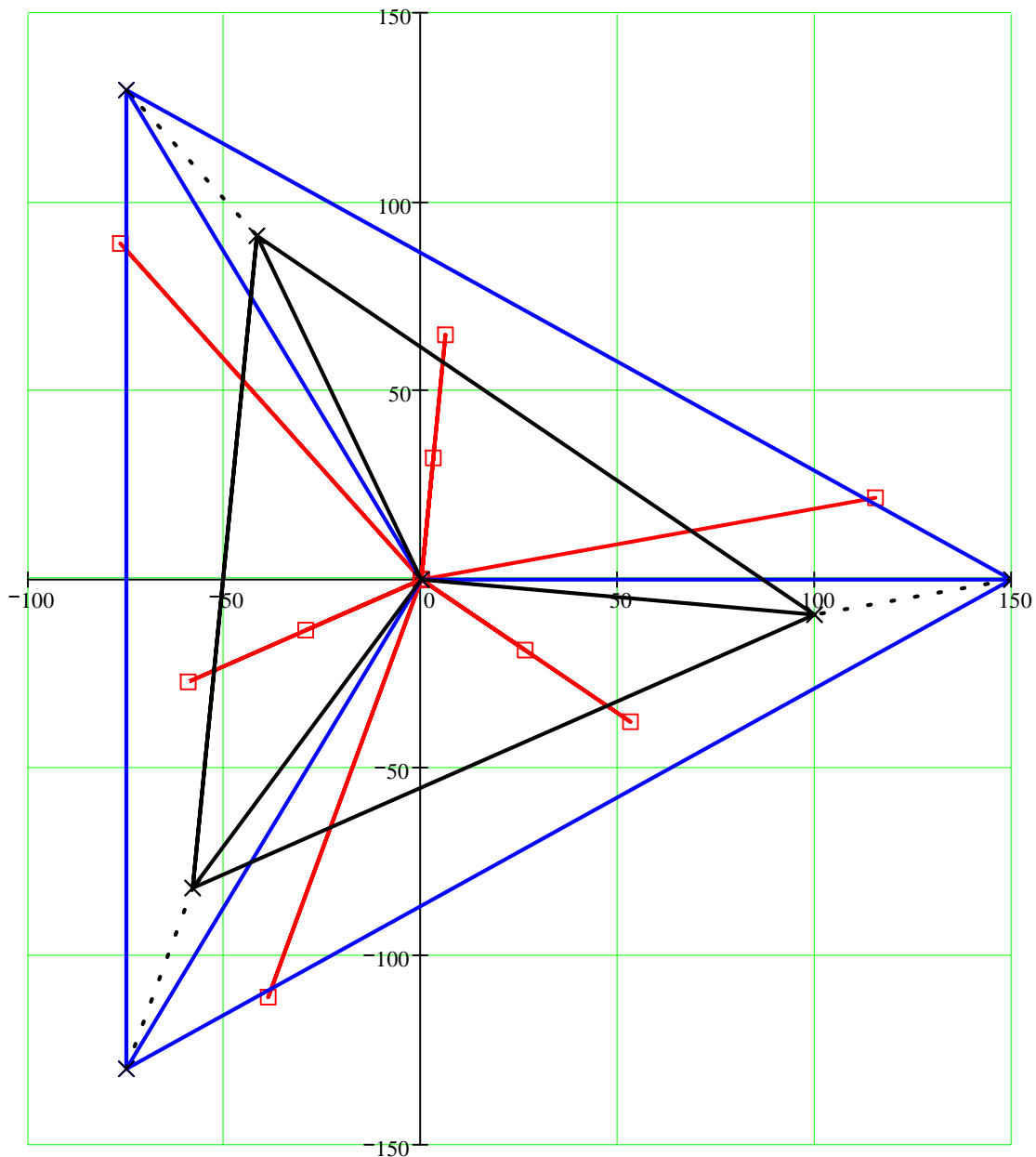
$$S_r = 1.732 \times 10^3 - 325.154i$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

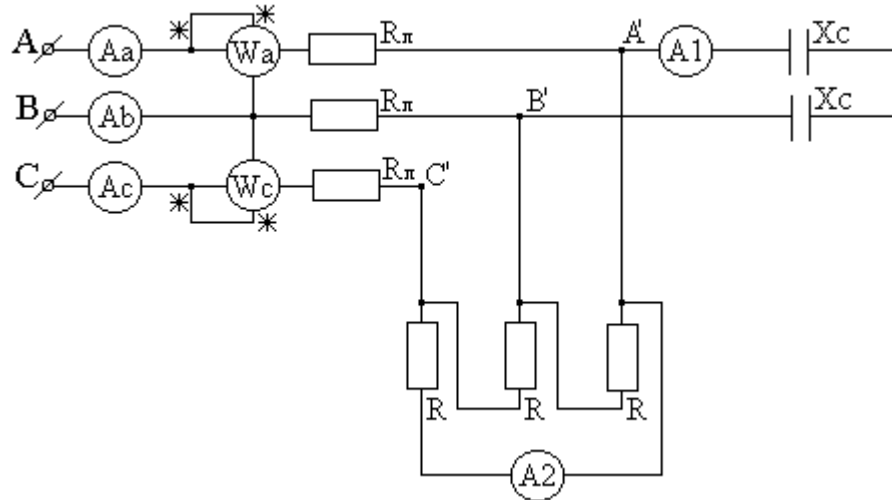
$$P_{pr} := \left[ (|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R_L + \left[ (|I'_A|)^2 + (|I'_B|)^2 + (|I'_C|)^2 \right] \cdot R \quad P_{pr} = 1.732 \times 10^3$$

$$Q_{pr} := \left[ (|I''_A|)^2 + (|I''_B|)^2 + (|I''_C|)^2 \right] \cdot (-X_C \cdot i) \quad Q_{pr} = -325.154i$$

## Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи

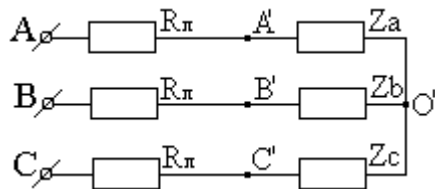


## Определение показаний измерительных приборов в аварийном режиме



Несимметричная трёхфазная система.

Параллельно включенные сопротивления нагрузки можно заменить эквивалентными, в результате чего образуется несимметричный треугольник. Заменив его эквивалентной звездой, рассчитываемую цепь приводят к виду:



Несимметричная звезда.

Сопротивления несимметричного треугольника равны:

$$Z_{A'B'} := \frac{-2 \cdot X_C \cdot i \cdot R}{R - 2 \cdot X_C \cdot i} \quad Z_{A'B'} = 67.511 - 29.037i$$

$$Z_{B'C'} := R \quad Z_{C'A'} := R$$

Сопротивление эквивалентной звезды:

$$Z_a := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_a = 24.641 - 7.065i$$

$$Z_b := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{B'C'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_b = 24.641 - 7.065i$$

$$Z_c := \frac{Z_{B'C'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_c = 27.68 + 3.533i$$

Полные комплексные сопротивления в каждой фазе цепи:

$$Z_{ea} := Z_a + Z_a \quad Z_{ea} = 37.641 - 7.065i$$

$$Z_{eb} := Z_b + Z_b \quad Z_{eb} = 37.641 - 7.065i$$

$$Z_{ec} := Z_c + Z_c \quad Z_{ec} = 40.68 + 3.533i$$

Фазные напряжения на нагрузке в цепи удобно определять, вычислив предварительно смещение нейтрали:

$$Y_A := \frac{1}{Z_{ea}} \quad Y_B := \frac{1}{Z_{eb}} \quad Y_C := \frac{1}{Z_{ec}}$$

$$Y_A = 0.026 + 4.817i \times 10^{-3} \quad Y_B = 0.026 + 4.817i \times 10^{-3} \quad Y_C = 0.024 - 2.119i \times 10^{-3}$$

$$U_{O''O} := \frac{E_A \cdot Y_A + E_B \cdot Y_B + E_C \cdot Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} \quad U_{O''O} = 13.485 + 3.362i$$

Фазные напряжения на элементах нагрузки цепи равны:

$$U_{AO''} := E_A - U_{O''O} \quad U_{AO''} = 136.515 - 3.362i \quad F(U_{AO''}) = (136.557 \quad -1.411)$$

$$U_{BO''} := E_B - U_{O''O} \quad U_{BO''} = -88.485 - 133.266i \quad F(U_{BO''}) = (159.967 \quad -123.583)$$

$$U_{CO''} := E_C - U_{O''O} \quad U_{CO''} = -88.485 + 126.542i \quad F(U_{CO''}) = (154.41 \quad 124.963)$$

Токи в фазах, равные фазным токам генератора и линейным токам исходной системы, определяют по закону Ома:

$$I_A := \frac{U_{AO''}}{Z_{ea}} \quad I_A = 3.52 + 0.571i \quad F(I_A) = (3.566 \quad 9.22)$$

$$I_B := \frac{U_{BO''}}{Z_{eb}} \quad I_B = -1.629 - 3.846i \quad F(I_B) = (4.177 \quad -112.952)$$

$$I_C := \frac{U_{CO''}}{Z_{ec}} \quad I_C = -1.891 + 3.275i \quad F(I_C) = (3.782 \quad 120)$$

$$U_{AB} := E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i30 - \frac{\pi}{180}} \quad U_{AB} = 225 + 129.904i \quad F(U_{AB}) = (259.808 \quad 30)$$

$$U_{AA'} := I_A \cdot Z_a \quad U_{AA'} = 45.754 + 7.427i \quad F(U_{AA'}) = (46.353 \quad 9.22)$$

$$U_{BC} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i30 - \frac{\pi}{180}} \quad U_{BC} = -259.808i \quad F(U_{BC}) = (259.808 \quad -90)$$

$$U_{BB'} := I_B \cdot Z_b \quad U_{BB'} = -21.174 - 50.001i \quad F(U_{BB'}) = (54.299 \quad -112.952)$$

$$U_{CA} := E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i30 - \frac{\pi}{180}} \quad U_{CA} = -225 + 129.904i \quad F(U_{CA}) = (259.808 \quad 150)$$

$$U_{CC'} := I_C \cdot Z_c \quad U_{CC'} = -24.58 + 42.574i \quad F(U_{CC'}) = (49.16 \quad 120)$$

Для определения токов во всех ветвях рассчитываемой схемы необходимо определить напряжение между точками A', B' и C'.

Согласно второму закону Кирхгофа:

$$U_{AB} := U_{AA'} + U_{A'B'} - U_{BB'}$$

отсюда:

$$U_{A'B'} := U_{AB} - U_{AA'} + U_{BB'} \quad U_{A'B'} = 158.071 + 72.476i \quad F(U_{A'B'}) = (173.894 \quad 24.632)$$

аналогично вычисляют

$$U_{B'C'} := U_{BC} - U_{BB'} + U_{CC'} \quad U_{B'C'} = -3.405 - 167.233i \quad F(U_{B'C'}) = (167.268 \quad -91.167)$$

$$U_{C'A'} := U_{CA} - U_{CC'} + U_{AA'} \quad U_{C'A'} = -154.666 + 94.758i \quad F(U_{C'A'}) = (181.385 \quad 148.506)$$

$$Z''_{a'b'} := Z''_a + Z''_b \quad Z''_{a'b'} = -186i$$

$$Z'_{a'b'} := R \quad Z'_{b'c'} := Z'_{a'b'} \quad Z'_{c'a'} := Z'_{b'c'} \quad Z'_{a'b'} = 80$$

Ток в нагрузке  $Z''_{a'b'}$ , согласно закону Ома, равен:

$$I''_A := \frac{U_{A'B'}}{Z''_{a'b'}} \quad I''_A = -0.39 + 0.85i \quad F(I''_A) = (0.935 \quad 114.632)$$

$$I''_B := I''_A$$

Ток в нагрузке  $R$ , согласно закону Ома, равен:

$$I'_A := \frac{U_{A'B'}}{R} \quad I'_A = 1.976 + 0.906i \quad F(I'_A) = (2.174 \quad 24.632)$$

$$I'_B := \frac{U_{B'C'}}{R} \quad I'_B = -0.043 - 2.09i \quad F(I'_B) = (2.091 \quad -91.167)$$

$$I'_C := \frac{U_{C'A'}}{R} \quad I'_C = -1.933 + 1.184i \quad F(I'_C) = (2.267 \quad 148.506)$$

Согласно выполненным расчетам, показания включенных в цепь амперметров равны:

$$A_1 = 0.935 \quad A_2 = 2.174 \quad A_a = 3.566 \quad A_b = 4.177 \quad A_c = 3.782$$

Расчет показаний ваттметров выполняется так же, как и в случае симметричной системы:

Показание ваттметра  $W_a$ :

$$E_{AC} := E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i30 \frac{\pi}{180}} \quad E_{AC} = 225 - 129.904i$$

$$W_a := \operatorname{Re}(E_{AC} \cdot \overline{I_A}) \quad W_a = 717.684$$

Показание ваттметра  $W_b$ :

$$E_{BC} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i30 \frac{\pi}{180}} \quad E_{AC} = 225 - 129.904i$$

$$W_b := \operatorname{Re}(E_{BC} \cdot \overline{I_B}) \quad W_b = 999.275$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 1.717 \times 10^3$$



## Баланс активной и реактивной мощностей

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C}$$

$$S_r = 1.717 \times 10^3 - 162.577i$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$P_{pr} := \left[ (|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot R_L + \left[ (|I'_A|)^2 + (|I'_B|)^2 + (|I'_C|)^2 \right] \cdot R \quad P_{pr} = 1.717 \times 10^3$$

$$Q_{pr} := \left[ (|I''_A|)^2 + (|I''_B|)^2 \right] \cdot (-X_C \cdot i) \quad Q_{pr} = -162.577i$$

## Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи

