# Министерство образования и науки Украины Национальный технический университет Украины "Киевский Политехнический Институт" Кафедра ТОЭ

# Расчетно-графическая работа

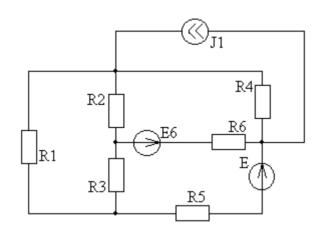
"Расчёт цепей постоянного тока" Вариант № 317

Выполнил:		
Проверил:	 	

# Задание:

- 1. Найти токи в ветках данной электрической цепи методом узловых потенциалов и контурных токов. Проверить расчёт цепи при помощи законов Кирхгофа для каждого узла и независимого контура. Сложить и проверить уравнение баланса мощностей.
- 2. Построить потенциальную диаграмму для контура данной цепи.
- 3. Преобразовать данную цепь к трём независимым контурам. В полученной цепи найти токи в ветках методом наложения. Проверить расчеты цепи за законами Кирхгофа
- 4. Найти токи в ветвях данной цепи методом эквивалентного генератора.

$$R_1 := 25$$
  $R_2 := 40$   $R_3 := 50$   $R_4 := 5$   $R_5 := 10$   $R_6 := 0$   $R_6 := 10$   $R_6 := 10$ 



# Метод контурных токов

За вторым законом Кирхгофа составляем систему уравнений. Решая получиную систему уравнений, находим контурные токи.

$$I_{K1} := 1 \qquad \quad I_{K2} := 1 \qquad \quad I_{K3} := 1$$

Given

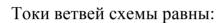
$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_3) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_3 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_6) - I_{K3} \cdot R_6 + J_1 \cdot R_4 = -E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_6 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_5 + R_6) = E_6 - E$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find} \big(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3}\big)$$

$$I_{K1} = -3.676$$
  $I_{K2} = -8.824$   $I_{K3} = -1.397$ 



$$I_1 := -I_{K1}$$
  $I_1 = 3.676$ 

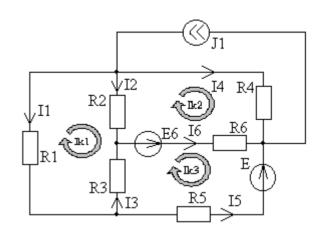
$$I_2 := I_{K1} - I_{K2}$$
  $I_2 = 5.147$ 

$$I_3 := I_{K3} - I_{K1}$$
  $I_3 = 2.279$ 

$$I_4 := J_1 + I_{K2}$$
  $I_4 = 1.176$ 

$$I_5 := -I_{K3}$$
  $I_5 = 1.397$ 

$$I_6 := I_{K3} - I_{K2}$$
  $I_6 = 7.426$ 



# Метод узловых потенциалов

Примем потенциал точки 1 равным 0:  $\phi_1 := 0$  тогда потенциал точки 3 будет равен:  $\phi_3 := \phi_1 + E_6$   $\phi_3 = 200$ 

Найдем узловые и межузловые проводимости и узловые токи:

$$G_{22} := \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4}$$
  $G_{22} = 0.265$ 

$$G_{44} := \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5}$$
  $G_{44} = 0.16$ 

$$G_{21} := \frac{1}{R_2}$$
  $G_{21} = 0.025$ 

$$G_{23} := \frac{1}{R_4}$$
  $G_{23} = 0.2$ 

$$G_{24} := \frac{1}{R_1}$$
  $G_{24} = 0.04$ 

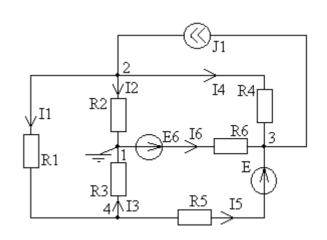
$$G_{41} := \frac{1}{R_3}$$
  $G_{41} = 0.02$ 

$$G_{43} := \frac{1}{R_5}$$
  $G_{43} = 0.1$ 

$$G_{42} := \frac{1}{R_1}$$
  $G_{42} = 0.04$ 

$$\mathbf{J_{B2}} \coloneqq \mathbf{J_1} \qquad \qquad \mathbf{J_{B2}} = \mathbf{10}$$

$$J_{B4} := -\frac{E}{R_5} \qquad \qquad J_{B4} = -10$$



Подставив найденые значения проводимостей и узловых токов в расчетную систему уравнений и найдем искомые потенциалы узлов 2 и 4:

$$\phi_2 := 1 \qquad \qquad \phi_4 := 1$$

Given

$$\begin{aligned} -G_{21} \cdot \phi_1 + G_{22} \cdot \phi_2 - G_{23} \cdot \phi_3 - G_{24} \cdot \phi_4 &= J_{B2} \\ -G_{41} \cdot \phi_1 - G_{42} \cdot \phi_2 - G_{43} \cdot \phi_3 + G_{44} \cdot \phi_4 &= J_{B4} \\ \begin{pmatrix} \phi_2 \\ \phi_4 \end{pmatrix} &:= Find(\phi_2, \phi_4) \end{aligned}$$

$$\phi_2 = 205.882$$
  $\phi_4 = 113.971$ 

Токи ветвей схемы находим за законом Ома:

$$I_{1} := \frac{\phi_{2} - \phi_{4}}{R_{1}}$$

$$I_{2} := \frac{\phi_{2} - \phi_{1}}{R_{2}}$$

$$I_{3} := \frac{\phi_{4} - \phi_{1}}{R_{3}}$$

$$I_{4} := \frac{\phi_{2} - \phi_{3}}{R_{4}}$$

$$I_{5} := \frac{\phi_{4} - \phi_{3} + E}{R_{5}}$$

$$I_{6} := I_{2} + I_{3}$$

$$I_{1} = 3.676$$

$$I_{2} = 5.147$$

$$I_{3} = 2.279$$

$$I_{4} = 1.176$$

$$I_{5} := \frac{\phi_{4} - \phi_{3} + E}{R_{5}}$$

$$I_{6} = 7.426$$

### Проверка:

За 1-м законом Кирхгофа:

$$I_6 - I_2 - I_3 = 0$$
  $-I_3 + I_1 - I_5 = 1.898 \times 10^{-13}$   $I_1 + I_2 + I_4 - J_1 = -2.078 \times 10^{-13}$   $-I_4 - I_5 - I_6 + J_1 = 3.979 \times 10^{-13}$ 

За 2-м законом Кирхгофа:

$$\begin{split} E_6 - E &= 100 & -I_5 \cdot R_5 + I_3 \cdot R_3 + I_6 \cdot R_6 = 100 \\ -I_4 \cdot R_4 + I_1 \cdot R_1 + I_5 \cdot R_5 &= 100 & E &= 100 \\ -I_2 \cdot R_2 + I_1 \cdot R_1 + I_3 \cdot R_3 &= 4.263 \times 10^{-14} \\ I_2 \cdot R_2 - I_4 \cdot R_4 &= 200 & E_6 &= 200 \end{split}$$

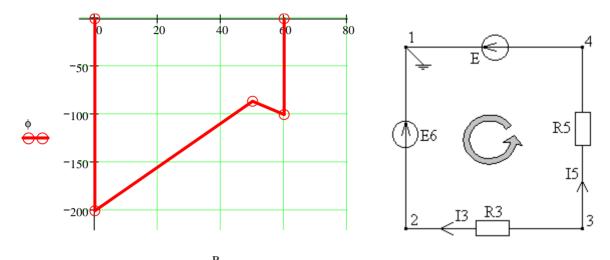
Баланс мощностей:

$$E \cdot I_5 + E_6 \cdot I_6 + J_1 \cdot (I_4 \cdot R_4) = 1.684 \times 10^3$$

$$I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6 = 1.684 \times 10^3$$

# Потенциальная диаграмма

$$\begin{split} \phi_1 &= 0 \\ \phi_2 &\coloneqq \phi_1 - E_6 \\ \phi_3 &\coloneqq \phi_2 + I_3 \cdot R_3 \\ \phi_4 &\coloneqq \phi_3 - I_5 \cdot R_5 \\ \phi_1 &\coloneqq \phi_4 + E \end{split} \qquad \begin{aligned} \phi_2 &= -200 \\ \phi_3 &= -86.029 \\ \phi_4 &= -100 \\ \phi_1 &= 1.421 \times 10^{-14} \end{aligned}$$

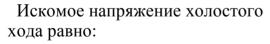


# Метод эквивалентного генератора

Вырезавши из выходной схемы ветку с сопротивлением R5 и источником питания E, получаем схему. В выходной схеме ток I5 направленый от узла 3 к узлу 4, такое же направление выберем и для напряжения холостого хода U1х.

Для нахождения напряжения U1x сначала надо найти токи в ветвях с сопротивлениями R6 и R3. Для этого воспользуемся методом контурных токов:

$$\begin{split} I_{K1} &:= 1 & I_{K2} := 1 \\ Given & \\ I_{K1} \cdot \left(R_1 + R_2 + R_3\right) - I_{K2} \cdot R_2 = 0 \\ -I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot \left(R_2 + R_4 + R_6\right) + J_1 \cdot R_4 = -E_6 \\ \left(\begin{matrix} I_{K1} \\ I_{K2} \end{matrix}\right) &:= Find \left(I_{K1}, I_{K2}\right) \\ I_{K1} &= -2.797 & I_{K2} = -8.042 \end{split}$$



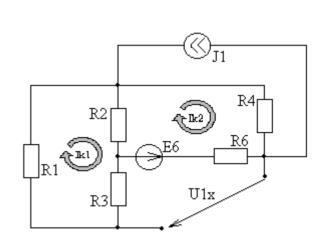
$${\rm U_{1X}} := {\rm I_{K1}} \cdot {\rm R_3} + {\rm E_6} \qquad \qquad {\rm U_{1X}} = 60.14$$

Эквивалентное сопротивление цепи равно:

$$R_{145} := \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4} + R_1$$
  $R_E := \frac{R_{145} \cdot R_3}{R_{145} + R_3}$   $R_E = 18.531$ 

Искомый ток, вырезаной ветки, равен:

$$I_5 := \frac{E - U_{1X}}{R_E + R_5} \qquad I_5 = 1.397$$



### Метод наложения

#### В цепи действует только Е:

$$I_{K1} := 1$$
  $I_{K2} := 1$   $I_{K3} := 1$ 

Given

$$\begin{split} & I_{K1} \cdot \left( R_1 + R_2 + R_3 \right) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_3 = 0 \\ & - I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot \left( R_2 + R_4 + R_6 \right) - I_{K3} \cdot R_6 = 0 \\ & - I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_6 + I_{K3} \cdot \left( R_3 + R_5 + R_6 \right) = -E \\ & \left( \begin{matrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{matrix} \right) & := Find \left( I_{K1}, I_{K2}, I_{K3} \right) \end{split}$$

$$I_{K1} = -2.206 \quad I_{K2} = -1.961 \qquad I_{K3} = -3.505$$

$$I_{1E} := -I_{K1}$$
  $I_{1E} = 2.206$ 

$$I_{2E} := I_{K2} - I_{K1}$$
  $I_{2E} = 0.245$ 

$$I_{3E} := I_{K1} - I_{K3}$$
  $I_{3E} = 1.299$ 

$$I_{4E} := -I_{K2}$$
  $I_{4E} = 1.961$ 

$$I_{5E} := -I_{K3}$$
  $I_{5E} = 3.505$ 

 $I_{6E} = 1.544$ 

В цепи действует только Е6:

$$I_{K1} := 1 \qquad \qquad I_{K2} := 1 \qquad \qquad I_{K3} := 1$$

Given

 $I_{6E} := I_{K2} - I_{K3}$ 

$$\begin{split} & I_{K1} \cdot \left(R_1 + R_2 + R_3\right) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_3 = 0 \\ & - I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot \left(R_2 + R_4 + R_6\right) - I_{K3} \cdot R_6 = - E_6 \\ & - I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_6 + I_{K3} \cdot \left(R_3 + R_5 + R_6\right) = E_6 \\ & \left(\begin{matrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{matrix}\right) := \operatorname{Find} \left(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3}\right) \end{split}$$

$$I_{K1} = -0.294$$
  $I_{K2} = -4.706$   $I_{K3} = 3.088$ 

$$I_{1E6} := -I_{K1}$$
  $I_{1E6} = 0.294$ 

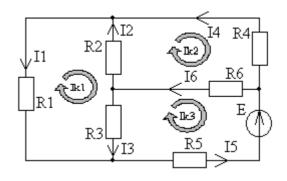
$$I_{2E6} := I_{K1} - I_{K2}$$
  $I_{2E6} = 4.412$ 

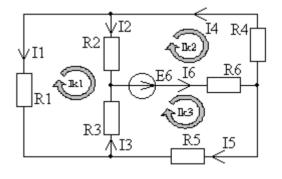
$$I_{3E6} := I_{K3} - I_{K1}$$
  $I_{3E6} = 3.382$ 

$$I_{4E6} := -I_{K2}$$
  $I_{4E6} = 4.706$ 

$$I_{5E6} := I_{K3}$$
  $I_{5E6} = 3.088$ 

$$I_{6E6} := I_{K3} - I_{K2}$$
  $I_{6E6} = 7.794$ 





#### В цепи действует только Ј1:

$$\begin{split} I_{K1} &:= 1 & I_{K2} := 1 & I_{K3} := 1 \\ & \text{Given} \\ I_{K1} \cdot \left(R_1 + R_2 + R_3\right) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_3 = 0 \\ - I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot \left(R_2 + R_4 + R_6\right) - I_{K3} \cdot R_6 + J_1 \cdot R_4 = 0 \\ - I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_6 + I_{K3} \cdot \left(R_3 + R_5 + R_6\right) = 0 \end{split}$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := Find \begin{pmatrix} I_{K1}, I_{K2}, I_{K3} \end{pmatrix}$$

$$I_{K1} = -1.176 \quad I_{K2} = -2.157 \quad I_{K3} = -0.98$$

$$I_{1J1} := -I_{K1} \quad I_{1J1} = 1.176$$

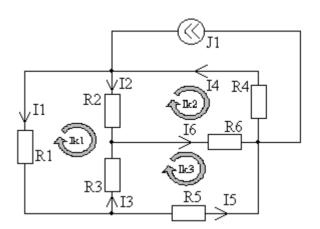
$$I_{2J1} := I_{K1} - I_{K2} \quad I_{2J1} = 0.98$$

$$I_{3J1} := I_{K3} - I_{K1} \quad I_{3J1} = 0.196$$

$$I_{4J1} := J_1 + I_{K2} \quad I_{4J1} = 7.843$$

$$I_{5J1} := -I_{K3} \quad I_{5J1} = 0.98$$

$$I_{6J1} := I_{K3} - I_{K2} \quad I_{6J1} = 1.176$$



### В основной цепи действуют токи:

$I_1 := I_{1E} + I_{1E6} + I_{1J1}$	$I_1 = 3.676$
$I_2 := -I_{2E} + I_{2E6} + I_{2J1}$	$I_2 = 5.147$
$I_3 := -I_{3E} + I_{3E6} + I_{3J1}$	$I_3 = 2.279$
$I_4 := -I_{4E} - I_{4E6} + I_{4J1}$	$I_4 = 1.176$
$I_5 := I_{5E} - I_{5E6} + I_{5J1}$	$I_5 = 1.397$
$I_6 := -I_{6E} + I_{6E6} + I_{6I1}$	$I_6 = 7.426$

### Проверка:

### За 1-м законом Кирхгофа:

$$I_6 - I_2 - I_3 = 0$$
  $-I_3 + I_1 - I_5 = 0$   $I_1 + I_2 + I_4 - J_1 = 1.776 \times 10^{-15}$   $-I_4 - I_5 - I_6 + J_1 = 0$