№ 18 (1), № 19 (2), № 18 (3)

№ 20 (1,2,3)

№ 17 (1,2,3)

№ 10 (1,2,3)

№ 9 (1,2,3)

№ 12 (1, 2)

№ 18 (1)

№ 6

Додаткові задачі

№ 18 (1), № 19 (2), № 18 (3)

{20 чисел $[-2; 2]$, сімпсон, >1

№ 19.1 (+2; −2)

$m=0$

$a=2$

$D=\frac{a^2}{6}=\frac{2}{3}$

$2a$: $m=0$

$D=\frac{40}{3}$

$\sigma=\sqrt{\frac{40}{3}}$

$$P=\Phi\left(\frac{b-m}{\sigma}\right)-\Phi\left(\frac{a-m}{\sigma}\right)=+0,5+0,1=1,04$$

№ 19.2 (+2; −2)

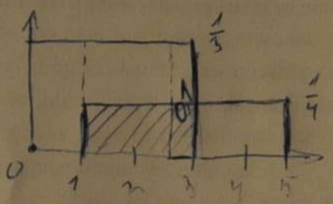
рівномірний 0..3 − шум

1..5 − корисний

ймовірність хибного $<0,1$

$m=\frac{1}{2}(a+b)$

$D=\frac{1}{12}(b-a)^2$



2,7 < корисний сигнал

№ 18.3 (+4; −1) ?

$\lambda=3$ шт/сек.

t обробк 0,1..0,4 рівномірно

с. довжина черги?

$m(n)=\frac{\lambda}{\mu-\lambda}=\frac{3}{4-3}=3$

$m(t_{обр})=\frac{1}{2}(a+b)=\frac{1}{2}(0,1+0,4)=0,25$

$\mu=\frac{1}{m(t_{обр})}=4$

$m(n)=\frac{1}{1-\rho}\left[\rho-\frac{1}{2}\rho^2(1-\mu^2\sigma^2)\right]=2,01$

$\rho=\frac{\lambda}{\mu}$

$\sigma=\frac{b-a}{\sqrt{12}}=0,0866=\frac{\sqrt{3}}{20}$

№ 20 (1,2,3)

№20.1 (+2;−2)

$p_1 = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = 0{,}3$ $\quad p_{24} = 0{,}4$

$p_2 = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = 0{,}1$ $\quad p_{15} = 0{,}8$

$n = 5$

$A_i - m = 3$

$B_i - n = 2$

$P(A_1) = \frac{3}{5}$

$P(B_1) = \frac{2}{5}$

$P(A_2/A_1) = \frac{2}{4}$

$P(A_2/B_1) = \frac{3}{4}$

$P(B_2/A_1) = \frac{2}{4}$

$P(B_2/A_1) = \frac{1}{4}$

$P(A_2/A_1) = P(A_1/A_2)$

№20.2 (+4;−2)

$-0{,}44 \quad 3{,}5 \quad 7{,}5 \quad 10$

$1, 3, 3, \mid 4, 5, 7 \mid 8, 10 \mid \; x < 10$

χ^2 - рівномірне-?

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^{k} \frac{(m_j - np_j)^2}{np_j}$$

$m = 5{,}125$ $\quad b - a = 11{,}13$ $\quad b = 10{,}69 \Rightarrow 10$

$\sigma = 3{,}21$ $\quad b + a = 10{,}25$ $\quad a = -0{,}44$

$p(x) = \frac{x-a}{b-a}$

1: $m = 3$

$p = p(3{,}5) - p(-0{,}44) = 0{,}37 - 0 = 0{,}37$

2: $m = 3$

$p = p(7{,}5) - p(3{,}5) = 0{,}76 - 0{,}37 = 0{,}39$

3: $m = 2$

$p = p(10) - p(7{,}5) = 1 - 0{,}76 = 0{,}24$

$$\chi^2 = \frac{(3 - 8 \cdot 0{,}37)^2}{8 \cdot 0{,}37} + \frac{(3 - 8 \cdot 0{,}39)^2}{8 \cdot 0{,}39} + \frac{(2 - 8 \cdot 0{,}24)^2}{8 \cdot 0{,}24} = 5{,}405 \cdot 10^{-4} + 4{,}61 \cdot 10^{-3} + 3{,}33 \cdot 10^{-3} = 8{,}48 \cdot 10^{-3}$$

$p \approx 1$

№20.3 (+3;−2)

$\lambda = 0{,}2$

2..6 рівномірно

$t_{cp} = 4$

$\mu = \frac{1}{4}$

$\sigma = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$

$$m(t) = \frac{1}{2\mu(1-\rho)}\left[2 - \rho(1 - \mu^2\sigma^2)\right] = 5{,}9351$$

№ 17 (1,2,3)

Б. 17 №1 +5/-1

$p=0{,}7$ $P=0{,}98$ ~~x5~~ не менше 5 р.

$$P(a \le x \le b) = \Phi\left(\frac{b-np}{\sqrt{np(1-p)}}\right) - \Phi\left(\frac{a-np}{\sqrt{np(1-p)}}\right)$$

$$P(5 \le x \le \infty) = \Phi(\infty) - \Phi\left(\frac{5-n\cdot 0{,}7}{\sqrt{np(1-p)}}\right)$$

$$0{,}98 = 0{,}5 - \Phi\left(\frac{5-n\cdot 0{,}7}{\sqrt{n\cdot p\cdot(1-p)}}\right)$$

$$0{,}48 = -\Phi\left(\frac{5-n\cdot 0{,}7}{\sqrt{n\cdot p\cdot(1-p)}}\right)$$

$$-\frac{5-n\cdot 0{,}7}{\sqrt{n\cdot 0{,}7(0{,}3)}} = 2{,}06$$

пораховано у вольфрамі

$$-5+n\cdot 0{,}7 = 2{,}06\cdot\sqrt{n}\cdot 0{,}458$$

$$0{,}7n - 0{,}944\sqrt{n} - 5 = 0$$

$$n = 11{,}7693 \approx 12$$

№17.2 (+4;-2)

1; 1,1; 0,9; 1,2; 0,9; 1,1; 0,7; 1,5; 0,9; 1,1 Шукаємо $y = A + B_1x_1 + B_2x_2$

№17.3 (+1;-3)

$$\begin{pmatrix} 0{,}1 & 0{,}4 & 0{,}5 \\ 0{,}3 & 0{,}3 & 0{,}4 \\ 0{,}4 & 0{,}4 & 0{,}2 \end{pmatrix}^3 = \begin{pmatrix} 0{,}33 & 0{,}36 & 0{,}31 \\ 0{,}28 & 0{,}37 & 0{,}35 \\ 0{,}24 & 0{,}36 & 0{,}4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0{,}1 & 0{,}4 & 0{,}5 \\ 0{,}3 & 0{,}3 & 0{,}4 \\ 0{,}4 & 0{,}4 & 0{,}2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}265 & 0{,}364 & 0{,}371 \\ 0{,}279 & 0{,}363 & 0{,}358 \\ 0{,}292 & 0{,}364 & 0{,}344 \end{pmatrix}$$

№ 10 (1,2,3)

Чеканський С.А ІО-01 10

1)

$(0,8)^3 + (0,8)^2(1-0,8) = 0,64$

3)

$t_A = \frac{1}{0,5+0,5} = 1$

$t_B = \frac{1}{0,2+0,4} = \frac{1}{0,6} = 1,66667$

$t_C = \frac{1}{2} = 0,5$

2) 3 5 6 6 | 7 7 7 | 8 9 11

6,5 7,5

$m = \frac{69}{10} = 6,9$; $m = n \cdot p$; $p = \frac{m}{n} = 0,69$

$D = n \cdot p(1-p) = 10 \cdot 0,69 \cdot 0,31 = 2,139$

$\sigma = 1,4625$

$P_1 = \Phi\left(\frac{6,5-6,9}{1,4625}\right) - \Phi\left(\frac{3-6,9}{1,4625}\right) = 0,3829$

$P_2 = \Phi\left(\frac{7,5-6,9}{1,4625}\right) - \Phi\left(\frac{6,5-6,9}{1,4625}\right) = 0,2655$

$P_3 = \Phi\left(\frac{11-6,9}{1,4625}\right) - \Phi\left(\frac{7,5-6,9}{1,4625}\right) = 0,3383$

$\chi^2 = \frac{(4-10\cdot 0,38)^2}{10\cdot 0,38} + \frac{(3-10\cdot 0,29)^2}{10\cdot 0,29} + \frac{(3-10\cdot 0,33)^2}{10\cdot 0,33} =$

$\cancel{=5,627} = 0,091$

$\cancel{p = 1-q = 1-0,94 = 0,06}$ $p = 1-q = 1-0,05 = 0,95$

6,5 4,5 № 10.2 (+4; -1)

3 5 6 6 | 7 7 7 | 8 9 11

Біноміальний

$\sigma = 2,58$

$m = 6,9$

Біноміальний розподіл близький до пуассонівського, для $\lambda > 5$ пуассонівський близький до нормального

$m = \lambda$

$\sigma = \sqrt{\lambda}$

$p_1 = \Phi\left(\frac{6,5-6,9}{2,58}\right) + 0,5 = \cancel{0,4416}$ 0,4404

$p_2 = \Phi\left(\frac{7,5-6,9}{2,58}\right) - \Phi\left(\frac{6,5-6,9}{2,58}\right) = 0,0910 + 0,0596 = 0,1506$

$p_3 = 0,5 - 0,0910 = 0,409$

$\chi^2 = 0,03706 + 1,482 + 0,29 = 1,8095$

$p = 0,5$

№ 10.3 (+2; -2)

λ	A	B	C
A	0	0,5	0,5
B	0,4	0	0,2
C	2	0	0

A	B	C
∞	2	2
2,5	∞	5
0,5	∞	∞

$t_A = \frac{1}{0,5+0,5} = 1$

$t_B = \frac{1}{0,2+0,4} = 1,66667$

$t_C = \frac{1}{2} = 0,5$

№ 9 (1,2,3)

3)

$\lambda = 2 \quad S = 10$

$t_{обс} = 0{,}4$ с

$\mu = \frac{1}{0{,}4} = 2{,}5$

$m(n) = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$ – середня довжина черги

$m(n) = \frac{2}{2{,}5-2} = \frac{2}{0{,}5} = 4$

$P = S \cdot m(n) = 40$ кб

Але в обмінювальній мережі середній обєм приймемо рівним $10 \cdot m(n)$

$D = S \cdot 10 \cdot m(n) = 400$ кб

1) Сума 2-х рівномірних – Сімпсон

$m = 150 \quad D = \left\{\frac{b-a}{25}\right\}^2$

$D = \frac{300^2}{25} = 3750 \quad \sigma = 61{,}23$

Сума правильна для < 256

$P(0 \le x < 256) = \Phi\left(\frac{256-150}{61{,}23}\right) - \Phi\left(\frac{-150}{61{,}23}\right) =$

$= 0{,}9509$

$\left| 0{,}2 \quad 0{,}3 \mid 2{,}3 \quad 4{,}1 \quad 4{,}5 \quad 4{,}6 \mid 6{,}9 \quad 7{,}3 \quad 7{,}9 \right|$

$0 \quad m_1 = 2 \quad 1{,}5 \quad m_2 = 4 \quad 5{,}8 \quad m_3 = 3 \quad 8$

$p_1 = \frac{1{,}5}{8} = 0{,}1875$

$p_2 = \frac{5{,}8-1{,}5}{8} = 0{,}5375$

$p_3 = \frac{8-5{,}8}{8} = 0{,}275$

$\chi^2 = \frac{(2-9\cdot 0{,}1875)^2}{9\cdot 0{,}1875} + \frac{(4-9\cdot 0{,}5375)^2}{9\cdot 0{,}5375} + \frac{(3-9\cdot 0{,}275)^2}{9\cdot 0{,}275} =$

$= 0{,}315$

$q = 0{,}9$

$p = 1 - 0{,}15 = 0{,}85$

№ 12 (1, 2)

Б. 12 № 1.

Кістка – рівном. розб.

Сума 35 → кидк.

$m_k = \frac{6+1}{2} = 3{,}5 \qquad D = \frac{(6-1)^2}{12} = \frac{25}{12}$

$M = \sum m_i = 35 \cdot 3{,}5 = 122{,}5 \qquad D = \sum D_i = 35 \cdot \frac{25}{12} = 72.9$

$35 \le \text{сума} \le 210 \qquad \sigma = 8.539$

$$\Phi\left(\frac{210-122{,}5}{8.539}\right) - \Phi\left(\frac{100-122.5}{8.539}\right) =$$

$$= 0{,}5 + 0.4953 = 0.9945$$

~~2. Сума 20-ти~~ $\boxed{Б\,12 \mid Е}$

2. Сума 20-ти рівномірно розподілених в інтервалі від 0 до 1 чисел розподілена за нормальним законом від 0 до 20.

Мат. очікув. для рівном. розп.:

$m_p = \frac{0+1}{2} = 0{,}5$

Дисперсія для рівном. розп.:

$D_p = \frac{(1-0)^2}{12} = 0{,}083$

$\sigma_p = \sqrt{D_p} = 0{,}289$

Мат. очікув. для суми 20:

$m = m_p \cdot 20 = 0{,}5 \cdot 20 = 10$

Дисперсія для суми 20

$D = D_p \cdot 20 = \frac{20}{12} = 1{,}667, \quad \sigma = 1{,}291$

Розіб'ємо вибірку на 3 частини

$\underbrace{3 \;\; 5 \;\; 8}_{m_1=3} \;\big|_{8,5}\; \underbrace{9 \;\; 10 \;\; 10 \;\; 11}_{m_2=4} \;\big|_{11,5}\; \underbrace{12 \;\; 14 \;\; 17}_{m_3=3}$

$P_1(0 < x < 8{,}5) = \Phi\left(\frac{8{,}5-10}{1{,}291}\right) - \Phi\left(\frac{0-10}{1{,}291}\right) = 0{,}123$

$P_2(8{,}5 < x < 11{,}5) = \Phi\left(\frac{11{,}5-10}{1{,}291}\right) - \Phi\left(\frac{8{,}5-10}{1{,}291}\right) = 0{,}755$

$P_3(11{,}5 < x < 20) = \Phi\left(\frac{20-10}{1{,}291}\right) - \Phi\left(\frac{11{,}5-10}{1{,}291}\right) = 0{,}123$

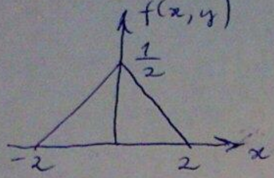
$$\chi^2 = \sum_{j=1}^{e} \frac{(m_j - np_j)^2}{np_j} = \frac{(3-10\cdot 0{,}123)^2}{10\cdot 0{,}123} + \frac{(4-10\cdot 0{,}755)^2}{10\cdot 0{,}12} + \frac{(3-10\cdot 0{,}123)^2}{10\cdot 0{,}123} = 6{,}797$$

$p = 1 - 0{,}95 = \boxed{0{,}05}$

№ 18 (1)

$\boxed{Б18 \mid Е}$

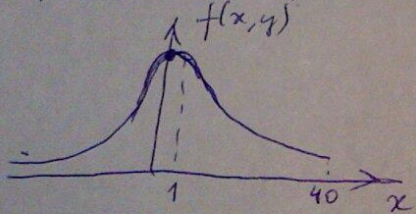
1.



$m_c = 0$

$D_c = \dfrac{(2-(-2))^2}{24} = \dfrac{2}{3}$

Сума 20 ~~рівномірних~~ розподіл за Сімпсоном чисел розподілена за нормальним законом.



$m = \sum m_{ci} = 0$

$D = \sum D_{ci} = 20 \cdot \dfrac{2}{3} = 13{,}333$

$P(1 < S < 40) = \Phi\left(\dfrac{40-0}{\sqrt{13{,}333}}\right) - \Phi\left(\dfrac{1-0}{\sqrt{13{,}333}}\right) = 0{,}5 - 0{,}108 = 0{,}392$

Моя помилка була в тому, що я написав $\Phi(\infty) = 1$, а насправді $\Phi(\infty) = 0{,}5$.

Билет #6

3 $p_1=p_2=p_3=\frac{1}{3}=0{,}33(3)$

2 $\frac{f_1(y)}{f_0(y)} = \frac{P_0 C_1}{(1-P_0) C_2}$ $\qquad C_1=C_2$, $P_0=0{,}5$

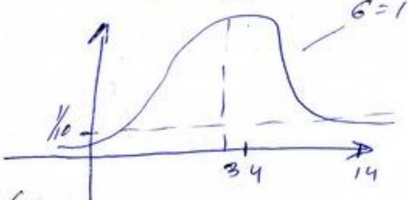
$f_1(y)=\frac{1}{b-a}=\frac{1}{10}$

1: 4 — 14

0: $m=3$, $D=1$, $\sigma=1$.

$\frac{f_1(y)}{f_0(y)}<1$

$f_0(y)>\frac{1}{10}$



~~Если~~ Априорная хрень, что сигнал А.

Если $\underbrace{\text{что-то}}_{\text{(какая-то хрень)}}$ < 1/10, то значение

мнение с нормального на равномер.

4 И: A=70% $\qquad$ Б: B=30%

B=30% $\qquad$ C=50%

D=20% $\qquad$ −0,6

A=5 $\quad m_И=5\cdot 0{,}7+4\cdot 0{,}3=4{,}7$

B=4 $\quad m_Б=4\cdot 0{,}3+3\cdot 0{,}5+2\cdot 0{,}2=3{,}1$

C=3 $\quad D_И=(5-4{,}7)^2\,0{,}7+(4-4{,}7)^2\,0{,}3=0{,}21$

D=2 $\quad D_Б=(4-3{,}1)^2\,0{,}3+(3-3{,}1)^2\,0{,}5+(2-3{,}1)^2\,0{,}2=0{,}49$

$\rho=\frac{cov}{\sigma_И \sigma_Б}$ $\qquad cov=-0{,}6\cdot\sqrt{0{,}21}\cdot\sigma_{0{,}49}=-0{,}19$

Короче, я сказал, что первым пусть задает Б. (больше мат. ож. зад. задачу), что при таких условиях дает Ивану задачу

Додаткові задачі

Б 32 | КР 2

Дано:

30	2000
-5	2001
10	2002
0	2003
2	2004
-5	2005
15	2006
-15	2007
25	2008
-10	2009
–	2010
-8	2011
?	2012

Побудуємо регресію рівня наступного року від рівня минулого:

y	x
-5	30
10	-5
0	10
2	0
-5	2
15	-5

y	x
-15	15
25	-15
-10	25
-8	-10
y_1 ?	-8
y_2 ?	? y_1

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{10} y_i}{10} = 3 \quad ; \quad \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i}{10} = 5$$

$$\bar{\bar{\sigma}}_y = \frac{y_{max} - y_{min}}{a_n} = \frac{25-(-15)}{3,1} = 12,9$$

$$\bar{\bar{\sigma}}_x = \frac{x_{max} - x_{min}}{a_n} = \frac{30-(-15)}{3,1} = 14,52$$

$$cov = \frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x}) = -110$$

$$\rho = \frac{cov}{\bar{\bar{\sigma}}_y \cdot \bar{\bar{\sigma}}_x} = -\frac{110}{12,9 \cdot 14,52} = -0,586$$

$$\alpha = \bar{y} - \rho\frac{\bar{\bar{\sigma}}_y}{\bar{\bar{\sigma}}_x}\bar{y} = 3 + 0,586\,\frac{12,9}{14,52}\cdot 3 = 4,26$$

$$\beta = \rho\frac{\bar{\bar{\sigma}}_y}{\bar{\bar{\sigma}}_x} = -0,586\,\frac{12,9}{14,52} = -0,521$$

$$y = 4,26 - 0,521 \cdot x$$

$$y_1 = 4,26 - 0,521 \cdot (-8) = 12$$

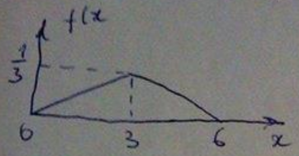
Отже, рівень води в 2012 році -

$$y_2 = 4,26 - 0,521 \cdot 12 = -2$$

55 | КР1

A, B — рівномірні від 0 до 3

S = A + B — закон Сімпсона



$$f(x) = \begin{cases} \cancel{\frac{x}{9}}\, 0, & \text{при } x < 0 \\ \frac{x}{9}, & \text{при } 0 \le x \le 3 \\ \frac{2}{3} - \frac{x}{9}, & \text{при } 3 \le x \le 6 \\ 0, & \text{при } x > 6 \end{cases}$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx$$

$$F_1(x) = \int_{-\infty}^{x} 0 \cdot dx = 0$$

$$F_2(x) = \int_{0}^{x} \frac{x}{9}\,dx = \frac{x^2}{18}$$

$$F_3(x) = \int_{0}^{3} \frac{x}{9}\,dx + \int_{3}^{x} \left(\frac{2}{3} - \frac{x}{9}\right)dx = \frac{1}{2} - \frac{(x-3)(x-9)}{18}$$

$$F_4(x) = \int_{0}^{3} \frac{x}{9}\,dx + \int_{3}^{6} \left(\frac{2}{3} - \frac{x}{9}\right)dx + \int_{6}^{x} 0\,dx = 1$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \le 0 \\ \frac{x^2}{18}, & \text{при } 0 \le x \le 3 \\ \frac{1}{2} - \frac{(x-3)(x-9)}{18}, & \text{при } 3 \le x \le 6 \\ 1, & \text{при } x \ge 6 \end{cases}$$

Ймовірність того, що $A + 5 > 5$

$$P(5 < S < 6) = F(6) - F(5) = 1 - \left(\frac{1}{2} - \frac{(5-3)(5-9)}{18}\right) =$$

$$= 1 - \frac{17}{18} = \frac{1}{18} = \boxed{0,056}$$

КУЛІ В УРНІ

З урни, що містить 3 червоні та 2 сині кулі, послідовно витягують навмання дві кулі. Визначити ймовірності появи кулі кожного кольору при першому вийманні, а також умовні ймовірності появи куль кожного кольору при другому вийманні.

<u>Розв'язання</u>

n – загальне число куль в урні;

m – число червоних куль в урні;

k – число синіх куль в урні;

A_i – подія, яка полягає в тому, що навмання витягнута i-а куля опиниться червоною, $i = 1, 2$;

B_i – подія, яка полягає в тому, що навмання витягнута i-а куля синя, $i = 1, 2$;

$P(A_1)$ – ймов. A_1; $P(B_1)$ – ймов. B_1;

$P(A_2/A_1)$ – умовна ймов. A_2 за умови, що відбулo A_1;

$P(A_1) = \frac{3}{5}$, оскільки $m = 3$ (число червоних куль), а загальне число виходів $n = 5$ (усього куль);

$P(B_1) = \frac{2}{5}$, $m = 2$ (число синіх), $n = 5$;

$P(A_2/A_1) = \frac{2}{4}$, $m = 2$ (число червоних після виймання однієї червоної), $n = 4$ (усього куль після першого виймання);

$P(A_2/B_1) = \frac{3}{4}$, $m = 3$ (число червоних після виймання однієї синьої), $n = 4$;

$P(B_2/A_1) = \frac{2}{4}$, $m = 2$ (число синіх після виймання червоної), $n = 4$;

$P(B_2/B_1) = \frac{1}{4}$, $m = 1$ (число синіх куль у результаті виймання однієї синьої кулі), $n = 4$ (усього куль після першого виймання).

$P(A_2/A_1) = P(A_1/A_2)$; $P(A_2/B_1) = P(B_1/A_2)$;

$P(B_2/A_1) = P(A_1/B_2)$; $P(B_2/B_1) = P(B_1/B_2)$.