

Министерство образования и науки Украины
Национальный технический университет Украины
“Киевский Политехнический Институт”
Кафедра ТОЭ

Расчетно-графическая работа
“Трёхфазные цепи”
Вариант № 214

Выполнил: _____

Проверил: _____

Киев 2007

Условие задания

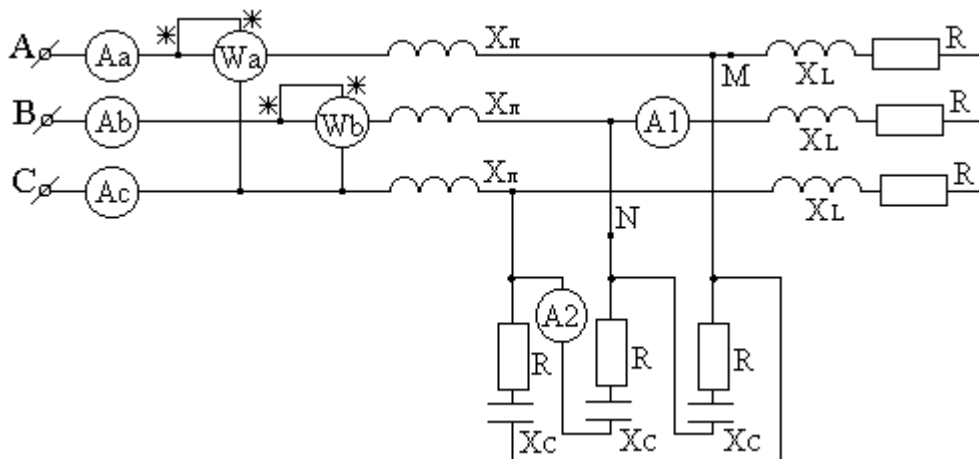
Симметричны трёхфазный генератор с обмотками, соединёнными в звезду, питает через трехпроводную линию электропередачи нагрузку с элементами, соединёнными звездой и треугольником.

Требуется:

1. Определить показания включенных в цепь измерительных приборов, полагая нагрузки симметричной.
2. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
3. По результатам расчета п.1 построить для симметричной нагрузки совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.
4. Провести расчет токов во всех ветвях напряжений на всех участках цепи, определить показания измерительных приборов в аварийном режиме, делая обрыв в указанной точке.
5. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
6. По результатам расчета п.4 построить совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.

$$U_A := 110 \quad U_B := U_A \quad U_C := U_B \quad \psi_A := 45 \quad X_I := 7 \quad R := 56 \quad X_L := 33 \quad X_C := 84$$

Обрыв проводится в точке N.



Общая схема трёхфазной цепи

Определение показаний измерительных приборов при симметричной нагрузке.

Так как нагрузка симметрическая, то будем проводить расчет только по одной фазе. Токи в остальных фазах будут такими же, только будут отличаться углы.

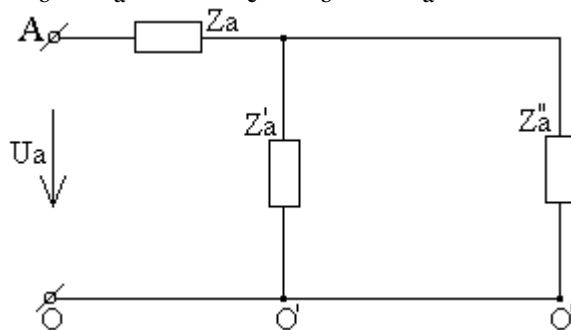
За опорную примем фазу А. Фазные напряжения генератора и сопротивления элементов нагрузки в комплексной форме равны:

$$E_A := U_A \cdot e^{i \cdot \psi_A \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_B := U_B \cdot e^{i(\psi_A - 120) \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_C := U_C \cdot e^{i(\psi_A + 120) \cdot \frac{\pi}{180}}$$

$$F(E_A) = (110 \quad 45) \quad F(E_B) = (110 \quad -75) \quad F(E_C) = (110 \quad 165)$$

$$Z' := \frac{(R - X_C \cdot i)^2}{3 \cdot (R - X_C \cdot i)} \quad Z' = 18.667 - 28i$$

$$\begin{aligned} Z_a &:= X_L \cdot i & Z_b &:= Z_a & Z_c &:= Z_b & Z_a &= 7i \\ Z'_a &:= Z' & Z'_b &:= Z'_a & Z'_c &:= Z'_b & Z'_a &= 18.667 - 28i \\ Z''_a &:= R + X_L \cdot i & Z''_b &:= Z''_a & Z''_c &:= Z''_b & Z''_a &= 56 + 33i \end{aligned}$$



Преобразованная схема (фаза А)

Эквивалентное сопротивление данной схемы равно:

$$Z_{ea} := Z_a + \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea} = 25.407 - 7.451i$$

Ток в фазе А, согласно закону Ома, равен:

$$I_A := \frac{E_A}{Z_{ea}} \quad I_A = 1.992 + 3.646i \quad F(I_A) = (4.154 \quad 61.345)$$

Соответственно в фазах В и С:

$$\begin{aligned} I_B &:= I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} & I_B &= 2.161 - 3.548i & F(I_B) &= (4.154 \quad -58.655) \\ I_C &:= I_A \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} & I_C &= -4.153 - 0.098i & F(I_C) &= (4.154 \quad -178.655) \end{aligned}$$

Фазное напряжение на параллельном участке А'О равно:

$$\begin{aligned} Z_{ea'} &:= \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} & Z_{ea'} &= 25.407 - 14.451i \\ U_{A'O} &:= I_A \cdot Z_{ea'} & U_{A'O} &= 103.301 + 63.836i \end{aligned}$$

Остальные токи равны:

$$\begin{aligned} I''_A &:= \frac{U_{A'O}}{Z''_a} & I''_A &= 1.868 + 0.039i & F(I''_A) &= (1.868 \quad 1.204) \\ I''_B &:= I''_A \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} & I''_B &= -0.9 - 1.637i & F(I''_B) &= (1.868 \quad -118.796) \end{aligned}$$

$$I''_C := I''_A \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I''_C = -0.968 + 1.598i \quad F(I''_C) = (1.868 \quad 121.204)$$

Линейное напряжение равно:

$$U_{A'B'} := U_{A'O} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad U_{A'B'} = 99.668 + 185.216i \quad F(U_{A'B'}) = (210.33 \quad 61.714)$$

$$I'_{A'B'} := \frac{U_{A'B'}}{R - X_C \cdot i} \quad I'_{A'B'} = -0.979 + 1.839i \quad F(I'_{A'B'}) = (2.083 \quad 118.024)$$

$$I'_{B'C'} := I'_{A'B'} \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I'_{B'C'} = 2.082 - 0.072i \quad F(I'_{B'C'}) = (2.083 \quad -1.976)$$

$$I'_{C'A'} := I'_{A'B'} \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I'_{C'A'} = -1.103 - 1.767i \quad F(I'_{C'A'}) = (2.083 \quad -121.976)$$

$$I'_A := I_A - I''_A \quad I'_{A'B'} = -0.979 + 1.839i \quad F(I'_{A'B'}) = (2.083 \quad 118.024)$$

$$I'_B := I_B - I''_B \quad I'_{B'C'} = 2.082 - 0.072i \quad F(I'_{B'C'}) = (2.083 \quad -1.976)$$

$$I'_C := I_C - I''_C \quad I'_{C'A'} = -1.103 - 1.767i \quad F(I'_{C'A'}) = (2.083 \quad -121.976)$$

На основании выполненных расчетов, показания амперметров будут равны:

$$A_1 = 1.868 \quad A_2 = 2.083 \quad A_a = 4.154 \quad A_b := A_a \quad A_c := A_b$$

Находим показания ваттметров. Ваттметры показывают вещественную часть произведения комплекса напряжения, приложенного к обмотке напряжения (его отсчитывают от начала обмотки к концу), на сопряженный комплекс тока, протекающего через обмотку тока:

Показание ваттметра W_a :

$$E_{CA} := E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_{CA} = -184.034 - 49.312i$$

$$W_a := \operatorname{Re}(E_{CA} \cdot \overline{I'_C}) \quad W_a = 769.164$$

Показание ваттметра W_b :

$$E_{BA} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_{BA} = -49.312 - 184.034i$$

$$W_b := \operatorname{Re}(E_{BA} \cdot \overline{I'_B}) \quad W_b = 546.406$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 1.316 \times 10^3$$

Баланс активной и реактивной мощностей

Правильность расчетов проверим, составив баланс активных и реактивных мощностей. Мощность источника энергии определяют в виде суммы произведений комплексов фазных ЭДС (напряжений) на сопряженные комплексы токов соответствующих фаз. В симметричной трёхфазной системе мощность, отдаваемая в нагрузку источником, равна утроенной мощности одной фазы.

$$S_r := E_A \cdot \overline{I'_A} + E_B \cdot \overline{I'_B} + E_C \cdot \overline{I'_C} \quad S_r = 1.316 \times 10^3 - 385.827i$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

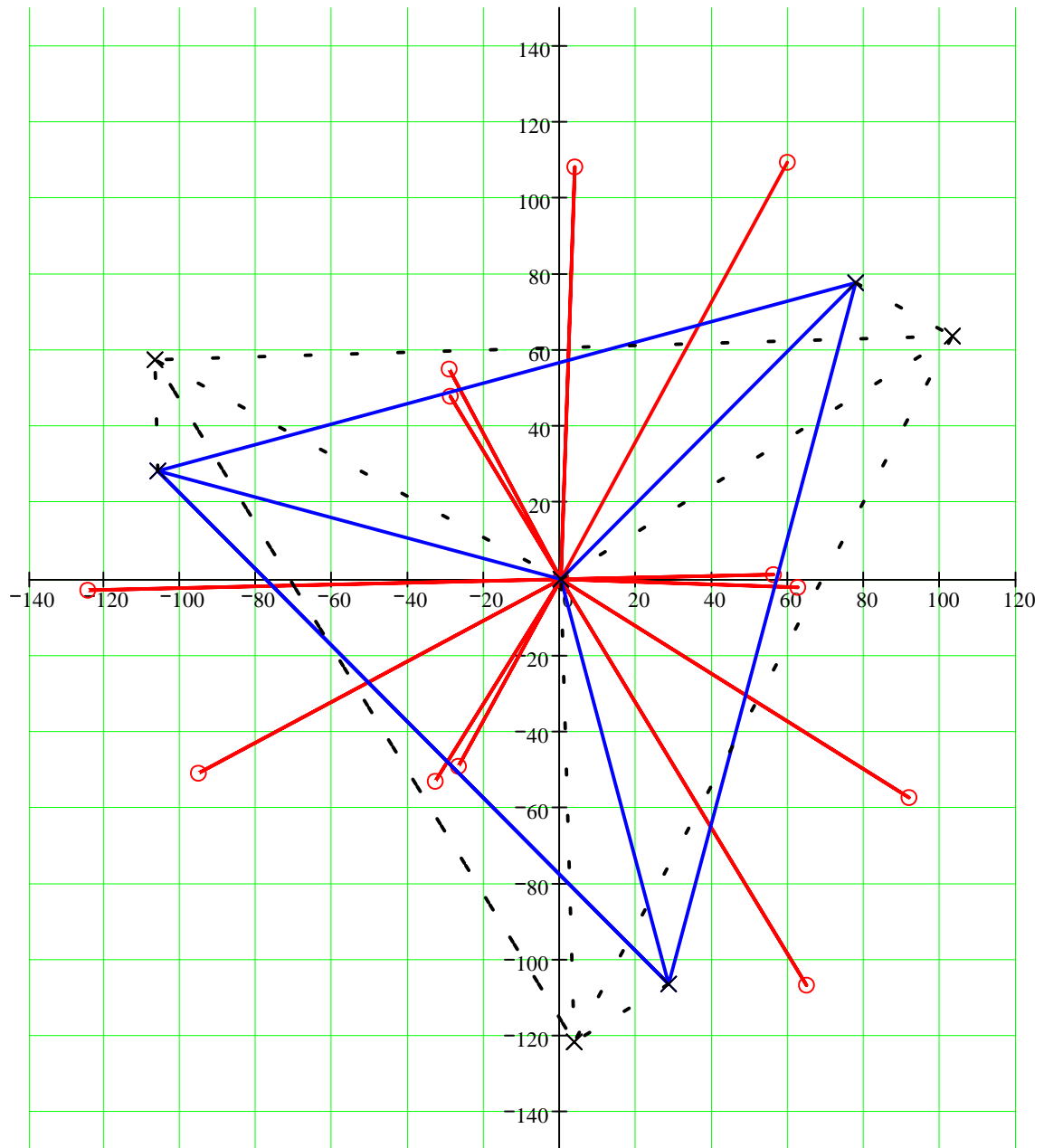
$$P_{Pr} := \left[(|I'_A|)^2 + (|I'_B|)^2 + (|I'_C|)^2 + (|I'_{A'B'}|)^2 + (|I'_{B'C'}|)^2 + (|I'_{C'A'}|)^2 \right] \cdot R \quad P_{Pr} = 1.316 \times 10^3$$

$$Q_{pr} := \left[(|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot X_1 \cdot i + \left[(|I_{A'B'}|)^2 + (|I_{B'C'}|)^2 + (|I_{C'A'}|)^2 \right] \cdot (-X_C \cdot i)$$

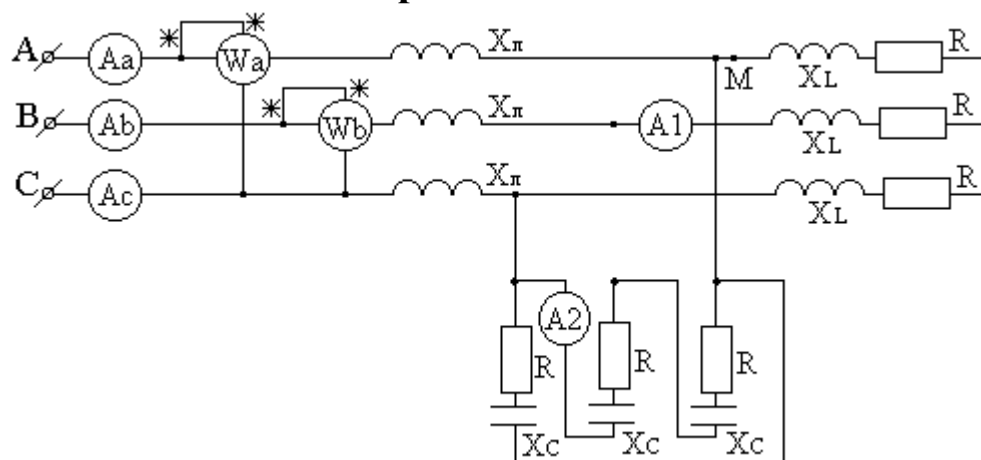
$$Q_{pr} := Q_{pr} + \left[(|I''_A|)^2 + (|I''_B|)^2 + (|I''_C|)^2 \right] \cdot X_L \cdot i$$

$$Q_{pr} = -385.827i$$

Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.



Определение показаний измерительных приборов в аварийном режиме.

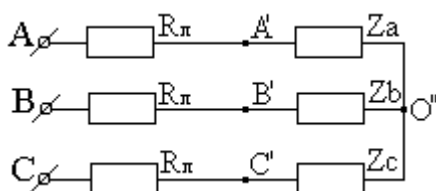


Несимметричная трёхфазная система.

С целью упрощения схемы несимметричной трёхфазной системы нагрузки с элементами, соединенными звездой, следует заменить эквивалентным треугольником.

$$Z' := (R + X_L \cdot i) + (R + X_L \cdot i) + \frac{(R + X_L \cdot i) \cdot (R + X_L \cdot i)}{(R + X_L \cdot i)} \quad Z' = 168 + 99i$$

Параллельно включенные сопротивления нагрузки можно заменить эквивалентными, в результате чего образуется несимметричный треугольник. Заменяв его эквивалентной звездой, рассчитываемую цепь приводят к виду:



Несимметричная звезда.

Сопротивления несимметричного треугольника равны:

$$Z'' := \frac{2(R - X_C \cdot i) \cdot (R - X_C \cdot i)}{3(R - X_C \cdot i)} \quad Z'' = 37.333 - 56i$$

$$Z_{A'B'} := Z' \quad Z_{A'B'} = 168 + 99i \quad Z_{B'C'} := Z' \quad Z_{B'C'} = 168 + 99i$$

$$Z_{C'A'} := \frac{Z' \cdot Z''}{Z' + Z''} \quad Z_{C'A'} = 49.547 - 38.194i$$

Сопротивление эквивалентной звезды:

$$Z_a := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_a = 25.407 - 14.451i$$

$$Z_b := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{B'C'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_b = 71.296 + 56.726i$$

$$Z_c := \frac{Z_{B'C'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_c = 25.407 - 14.451i$$

Полные комплексные сопротивления в каждой фазе цепи:

$$\begin{aligned} Z_{ea} &:= Z_a + Z_a & Z_{ea} &= 25.407 - 7.451i \\ Z_{eb} &:= Z_b + Z_b & Z_{eb} &= 71.296 + 63.726i \\ Z_{ec} &:= Z_c + Z_c & Z_{ec} &= 25.407 - 7.451i \end{aligned}$$

Фазные напряжения на нагрузке в цепи удобно определять, вычислив предварительно смещение нейтрали (О - потенциал узла генератора, который на схеме на показан):

$$\begin{aligned} Y_A &:= \frac{1}{Z_{ea}} & Y_B &:= \frac{1}{Z_{eb}} & Y_C &:= \frac{1}{Z_{ec}} \\ Y_A &= 0.036 + 0.011i & Y_B &= 7.797 \times 10^{-3} - 6.969i \times 10^{-3} & Y_C &= 0.036 + 0.011i \\ U_{O''O} &:= \frac{E_A \cdot Y_A + E_B \cdot Y_B + E_C \cdot Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} & U_{O''O} &= -26.935 + 36.2i \end{aligned}$$

Фазные напряжения на элементах нагрузки цепи равны:

$$\begin{aligned} U_{AO''} &:= E_A - U_{O''O} & U_{AO''} &= 104.717 + 41.582i & F(U_{AO''}) &= (112.671 \quad 21.657) \\ U_{BO''} &:= E_B - U_{O''O} & U_{BO''} &= 55.405 - 142.452i & F(U_{BO''}) &= (152.847 \quad -68.747) \\ U_{CO''} &:= E_C - U_{O''O} & U_{CO''} &= -79.316 - 7.73i & F(U_{CO''}) &= (79.692 \quad -174.434) \end{aligned}$$

Токи в фазах, равные фазным токам генератора и линейным токам исходной системы, определяют по закону Ома:

$$\begin{aligned} I_A &:= \frac{U_{AO''}}{Z_{ea}} & I_A &= 3.353 + 2.62i & F(I_A) &= (4.255 \quad 38.003) \\ I_B &:= \frac{U_{BO''}}{Z_{eb}} & I_B &= -0.561 - 1.497i & F(I_B) &= (1.598 \quad -110.538) \\ I_C &:= \frac{U_{CO''}}{Z_{ec}} & I_C &= -2.792 - 1.123i & F(I_C) &= (3.01 \quad -158.088) \\ U_{AB} &:= E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 - \frac{\pi}{180}} & U_{AB} &= 49.312 + 184.034i & F(U_{AB}) &= (190.526 \quad 75) \\ U_{AA'} &:= I_A \cdot Z_a & U_{AA'} &= -18.34 + 23.472i & F(U_{AA'}) &= (29.787 \quad 128.003) \\ U_{BC} &:= E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 - \frac{\pi}{180}} & U_{BC} &= 134.722 - 134.722i & F(U_{BC}) &= (190.526 \quad -45) \\ U_{BB'} &:= I_B \cdot Z_b & U_{BB'} &= 10.478 - 3.925i & F(U_{BB'}) &= (11.189 \quad -20.538) \\ U_{CA} &:= E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 - \frac{\pi}{180}} & U_{CA} &= -184.034 - 49.312i & F(U_{CA}) &= (190.526 \quad -165) \\ U_{CC'} &:= I_C \cdot Z_c & U_{CC'} &= 7.862 - 19.547i & F(U_{CC'}) &= (21.069 \quad -68.088) \end{aligned}$$

Для определения токов во всех ветвях рассчитываемой схемы необходимо определить напряжение между точками А', В' и С'.

Согласно второму закону Кирхгофа:

$$U_{AB} := U_{AA'} + U_{A'B'} - U_{BB'}$$

отсюда:

$$U_{A'B'} := U_{AB} - U_{AA'} + U_{BB'}, \quad U_{A'B'} = 78.129 + 156.636i, \quad F(U_{A'B'}) = (175.04 \quad 63.49)$$

аналогично вычисляют

$$U_{B'C'} := U_{BC} - U_{BB'} + U_{CC'}, \quad U_{B'C'} = 132.107 - 150.343i, \quad F(U_{B'C'}) = (200.138 \quad -48.694)$$

$$U_{C'A'} := U_{CA} - U_{CC'} + U_{AA'}, \quad U_{C'A'} = -210.236 - 6.293i, \quad F(U_{C'A'}) = (210.33 \quad -178.286)$$

$$\begin{aligned}
I_{C'A'} &:= \frac{U_{C'A'}}{2 \cdot (R - X_C \cdot i)} & I_{C'A'} &= -0.552 - 0.884i & F(I_{C'A'}) &= (1.042 \quad -121.976) \\
I_{C''A''} &:= \frac{U_{C'A'}}{(R - X_C \cdot i)} & I_{C''A''} &= -1.103 - 1.767i & F(I_{C''A''}) &= (2.083 \quad -121.976) \\
I_B &:= I_B & I_B &= -0.561 - 1.497i & F(I_B) &= (1.598 \quad -110.538) \\
I_A &:= I_A + (I_{C'A'} + I_{C''A''}) & I_A &= 1.698 - 0.031i & F(I_A) &= (1.699 \quad -1.043) \\
I_C &:= I_C - (I_{C'A'} + I_{C''A''}) & I_C &= -1.137 + 1.528i & F(I_C) &= (1.905 \quad 126.669)
\end{aligned}$$

Согласно выполненным расчетам, показания включенных в цепь амперметров равны:

$$A_1 = 1.598 \quad A_2 = 2.083 \quad A_a = 4.255 \quad A_b = 1.598 \quad A_c = 3.01$$

Расчет показаний ваттметров выполняется так же, как и в случае симметричной системы:

Показание ваттметра W_a :

$$E_{CA} := E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 - \frac{\pi}{180}} \quad E_{CA} = -184.034 - 49.312i$$

$$W_a := \operatorname{Re}(E_{CA} \cdot \overline{I_C}) \quad W_a = 569.281$$

Показание ваттметра W_b :

$$E_{BA} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 - \frac{\pi}{180}} \quad E_{BA} = -49.312 - 184.034i$$

$$W_b := \operatorname{Re}(E_{BA} \cdot \overline{I_B}) \quad W_b = 303.116$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 872.397$$

Баланс активной и реактивной мощностей

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C} \quad S_r = 872.397 - 39.62i$$

$$P_{pr} := \left[(|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 + (|I_{C''A''}|)^2 \right] \cdot R + (|I_{C'A'}|)^2 \cdot 2R \quad P_{pr} = 872.397$$

$$Q_{pr} := \left[(|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot X_L \cdot i + (|I_{C''A''}|)^2 \cdot (-X_C \cdot i) + (|I_{C'A'}|)^2 \cdot 2(-X_C \cdot i)$$

$$Q_{pr} := Q_{pr} + \left[(|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot X_L \cdot i \quad Q_{pr} = -39.62i$$

Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.

