Министерство образования и науки Украины Национальный технический университет Украины "Киевский Политехнический Институт" Кафедра ТОЭ

Расчетно-графическая работа "Трёхфазные цепи"

Вариант № 609

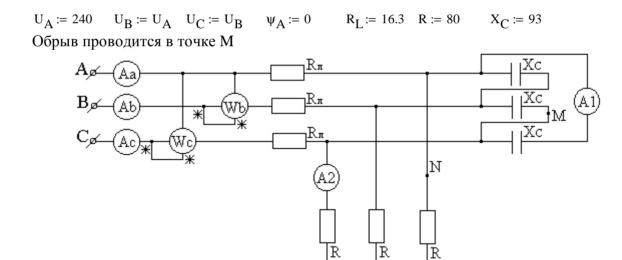
Выполнил:	
Проверил:	

Условие задания

Симметричны трёхфазный генератор с обмотками, соединёнными в звезду, питает через трехпроводную линию электропередачи нагрузку с элементами, соединёнными звездой и треугольником.

Требуется:

- 1. Определить показания включенных в цепь измерительных приборов, полагая нагрузки симметричной.
- 2. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
- 3. По результатам расчета п.1 построить для симметричной нагрузки совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.
- 4. Провести расчет токов во всех ветвях напряжений на всех участках цепи, определить показания измерительных приборов в аварийном режиме, делая обрыв в указанной точке.
- 5. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
- 6. По результатам расчета п.4 построить совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.



Общая схема трёхфазной цепи

Определение показаний измерительных приборов при симметричной нагрузке.

Так как нагрузка симметрическая, то будем проводить расчет только по одной фазе. Токи в остальных фазах будут такими же, только будут отличаться углы.

Для определения токов в ветвях цепи (рис.1) необходимо первоначально произвести упрощение схемы, сведя её к схеме с элементами, соединенными звездой.

$$X'_{C} := \frac{\left(-X_{C} \cdot i\right) \cdot \left(-X_{C} \cdot i\right)}{3 \cdot \left(-X_{C} \cdot i\right)} \qquad X'_{C} = -31i$$

За опорную примем фазу А. Фазные напряжения генератора и сопротивления элементов нагрузки в комплексной форме равны:

Преобразованая схема (фаза А)

Эквивалентное сопротивление данной схемы равно:

$$Z_{ea} := Z_a + \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a}$$
 $Z_{ea} = 26.744 - 26.953i$

Ток в фазе А, согласно закону Ома, равен:

$$I_A := \frac{E_A}{Z_{ea}}$$
 $I_A = 4.452 + 4.487i$ $F(I_A) = (6.321 + 45.223)$

Соответственно в фазах В и С:

$$I_{B} := I_{A} \cdot e \qquad I_{B} = 1.66 - 6.099i \qquad F(I_{B}) = (6.321 -74.777)$$

$$I_{C} := I_{A} \cdot e \qquad I_{C} = -6.112 + 1.612i \qquad F(I_{C}) = (6.321 165.223)$$

Фазное напряжение на параллельном участке А'О равно:

$$Z_{ea'} := \frac{Z'_{a} \cdot Z''_{a}}{Z'_{a} + Z''_{a}}$$
 $Z_{ea'} = 10.444 - 26.953i$
 $U_{A'O} := I_{A} \cdot Z_{ea'}$
 $U_{A'O} = 167.431 - 73.135i$

Токи звезды равны:

$$I'_{A} := \frac{U_{A'O}}{Z'_{a}} \qquad \qquad I'_{A} = 2.093 - 0.914i \qquad \qquad F(I'_{A}) = (2.284 - 23.596)$$

$$I'_{B} := I'_{A} \cdot e \qquad \qquad I'_{B} = -1.838 - 1.355i \qquad \qquad F(I'_{B}) = (2.284 - 143.596)$$

$$I'_{C} := I'_{A} \cdot e \qquad \qquad I'_{C} = -0.255 + 2.27i \qquad \qquad F(I'_{C}) = (2.284 - 96.404)$$

Линейное напряжение равно:

$$U_{A'B'} := U_{A'O} \cdot \sqrt{3} \cdot e \qquad \qquad U_{A'B'} = 187.81 - 254.702i \qquad F(U_{A'B'}) = (316.458 -53.596)$$

Остальные токи равны:

$$\begin{split} \Gamma''_{A} &:= \frac{U_{A'B'}}{\left(-X_{C} \cdot i\right)} & \Gamma''_{A} = 2.739 + 2.019i & F\left(\Gamma''_{A}\right) = (3.403 - 36.404) \\ \Gamma''_{B} &:= \Gamma''_{A} \cdot e & \Gamma''_{B} = 0.38 - 3.382i & F\left(\Gamma''_{B}\right) = (3.403 - 83.596) \\ & \Gamma''_{C} &:= \Gamma''_{A} \cdot e & \Gamma''_{C} = -3.118 + 1.362i & F\left(\Gamma''_{C}\right) = (3.403 - 156.404) \end{split}$$

На основании выполненых расчетов, показания амперметров будут равны:

$$A_1 = 3.403 (A)$$
 $A_2 = 2.284 (A)$ $A_a = 6.321 (A)$ $A_b = 6.321 (A)$ $A_c = 6.321 (A)$

Находим показания ваттметров. Ваттметры показывают вещественную часть произведения комплекса напряжения, приложеного к обмотке напряжения (его отсчитывают от начала обмотки к концу), на сопряженный комплекс тока, протекающего через обмотку тока:

Показание ваттметра Wa:

$$E_{CA} := E_{C} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}}$$
 $E_{CA} = -360 + 207.846i$
 $E_{CA} = -360 + 207.846i$
 $E_{CA} = -360 + 207.846i$

Показание ваттметра Wb:

$$E_{BA} := E_{B} \cdot \sqrt{3} \cdot e$$

$$E_{BA} = -360 - 207.846i$$

$$Wb := Re(E_{BA} \cdot \overline{I_{B}})$$

$$Wb = 670.183$$

Полная мощность равна:

$$W := Wa + Wb$$
 $W = 3.205 \times 10^3$

Баланс активной и реактивной мощностей

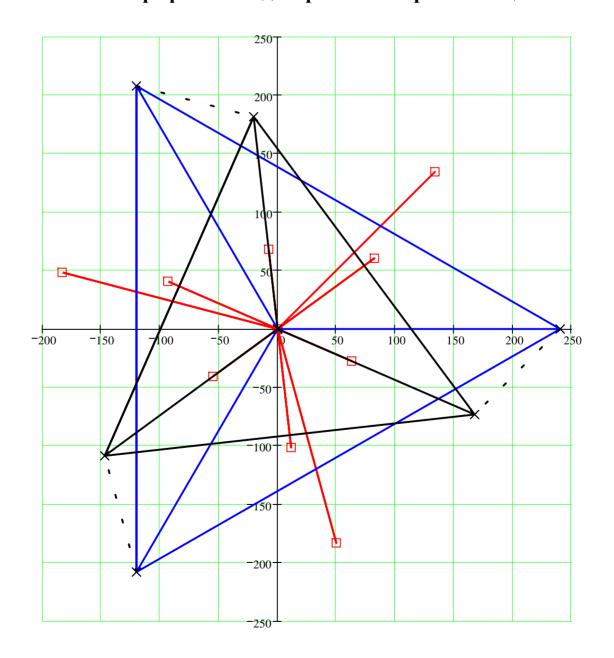
Правильность расчетов проверим, составив баланс активных и реактивный мощностей. Мощность источника энергии определяют в виде суммы произведений комплексов фазных ЭДС (напряжений) на сопряженные комплексы токов соответствующих фаз. В симметричной трёхфазной системе мощность, отдаваемая в нагрузку источником, равна утроенной мощности одной фазы.

$$Sr := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C}$$
 $Sr = 3.205 \times 10^3 - 3.231i \times 10^3$

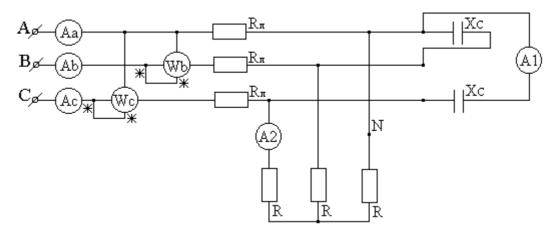
Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$\begin{split} \operatorname{Ppr} &:= \left[\left(\left| I_{A} \right| \right)^{2} + \left(\left| I_{B} \right| \right)^{2} + \left(\left| I_{C} \right| \right)^{2} \right] \cdot R_{L} + \left[\left(\left| I'_{A} \right| \right)^{2} + \left(\left| I'_{B} \right| \right)^{2} + \left(\left| I'_{C} \right| \right)^{2} \right] \cdot R \\ \operatorname{Qpr} &:= \left[\left(\left| I''_{A} \right| \right)^{2} + \left(\left| I''_{B} \right| \right)^{2} + \left(\left| I''_{C} \right| \right)^{2} \right] \cdot \left(-X_{C} \cdot i \right) \\ \operatorname{Qpr} &:= \left[\left(\left| I''_{A} \right| \right)^{2} + \left(\left| I''_{B} \right| \right)^{2} + \left(\left| I''_{C} \right| \right)^{2} \right] \cdot \left(-X_{C} \cdot i \right) \\ \end{split}$$

Построение совмещененной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.



Определение показаний измерительных приборов в аварийном режиме.



Несимметричная трёхфазная система.

С целью упрощения схемы несимметричной трёхфазной системы нагрузку с элементами, соединенными звездой, следует заменить эквивалентным треугольником.

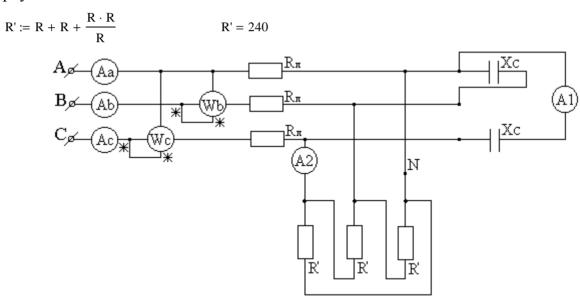
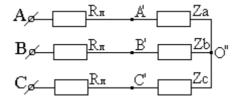


Схема преобразованой цепи.

Параллельно включенные сопротивления нагрузки можно заменить эквивалентными, в результате чего образуется несимметричный треугольник. Заменив его эквивалентной звездой, рассчитываемую цепь приводят к виду:



Несимметричная звезда.

Сопротивления несимметричного треугольника равны:

$$\begin{split} Z_{B'C'} &:= R' & Z_{B'C'} = 240 \\ Z_{A'B'} &:= \frac{-X_C \cdot i \cdot R'}{R' - X_C \cdot i} & Z_{C'A'} := Z_{A'B'} & Z_{C'A'} = 31.333 - 80.859i \end{split}$$

Сопротивление эквивалентной звезды:

$$Za := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}}$$

$$Za = -7.323 - 20.654i$$

$$Zb := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{B'C'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}}$$

$$Zb = 45.978 - 39.551i$$

$$Zc := \frac{Z_{B'C'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}}$$

$$Zc = 45.978 - 39.551i$$

Полные комплексные сопротивления в каждой фазе цепи:

Фазные напряжения на нагрузке в цепи удобно определять, вычислив предварительно смещение нейтрали:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_{\mathbf{A}} &\coloneqq \frac{1}{\mathsf{Zea}} & \mathbf{Y}_{\mathbf{B}} &\coloneqq \frac{1}{\mathsf{Zeb}} & \mathbf{Y}_{\mathbf{C}} &\coloneqq \frac{1}{\mathsf{Zec}} \\ \mathbf{Y}_{\mathbf{A}} &= 0.018 + 0.041 \mathbf{i} & \mathbf{Y}_{\mathbf{B}} &= 0.011 + 7.267 \mathbf{i} \times 10^{-3} & \mathbf{Y}_{\mathbf{C}} &= 0.011 + 7.267 \mathbf{i} \times 10^{-3} \\ \mathbf{U}_{\mathbf{O}''\mathbf{O}} &\coloneqq \frac{\mathbf{E}_{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{Y}_{\mathbf{A}} + \mathbf{E}_{\mathbf{B}} \cdot \mathbf{Y}_{\mathbf{B}} + \mathbf{E}_{\mathbf{C}} \cdot \mathbf{Y}_{\mathbf{C}}}{\mathbf{Y}_{\mathbf{A}} + \mathbf{Y}_{\mathbf{B}} + \mathbf{Y}_{\mathbf{C}}} & \mathbf{U}_{\mathbf{O}''\mathbf{O}} &= 107.362 + 51.673 \mathbf{i} \end{aligned}$$

Фазные напряжения на элементах нагрузки цепи равны:

$$\begin{array}{lll} U_{\text{AO"}} \coloneqq E_{\text{A}} - U_{\text{O"O}} & U_{\text{AO"}} = 132.638 - 51.673i & F\big(U_{\text{AO"}}\big) = (142.348 - 21.285) \\ U_{\text{BO"}} \coloneqq E_{\text{B}} - U_{\text{O"O}} & U_{\text{BO"}} = -227.362 - 259.519i & F\big(U_{\text{BO"}}\big) = (345.026 - 131.221) \\ U_{\text{CO"}} \coloneqq E_{\text{C}} - U_{\text{O"O}} & U_{\text{CO"}} = -227.362 + 156.173i & F\big(U_{\text{CO"}}\big) = (275.832 - 145.515) \end{array}$$

Токи в фазах, равные фазным токам генератора и линейным токам исходной системы, определяют по закону Ома:

$$\begin{split} I_A &\coloneqq \frac{U_{AO"}}{Zea} & I_A = 4.452 + 4.487i & F\big(I_A\big) = (6.321 \ 45.223\,) \\ I_B &\coloneqq \frac{U_{BO"}}{Zeb} & I_B = -0.716 - 4.622i & F\big(I_B\big) = (4.677 \ -98.803\,) \\ I_C &\coloneqq \frac{U_{CO"}}{Zec} & I_C = -3.736 + 0.135i & F\big(I_C\big) = (3.739 \ 177.933\,) \\ U_{AB} &\coloneqq E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e & U_{AB} = 360 + 207.846i & F\big(U_{AB}\big) = (415.692 \ 30\,) \\ U_{AA'} &\coloneqq I_A \cdot Z_a & U_{AA'} = 72.569 + 73.135i & F\big(U_{AA'}\big) = (103.029 \ 45.223\,) \end{split}$$

Для определения токов во всех ветвях рассчитываемой схемы необходимо определить напряжение между точками А', В' и С'.

Согласно второму закону Кирхгофа:

$$U_{AB} := U_{AA'} + U_{A'B'} - U_{BB}$$

отсюда:

$$\mathbf{U_{A'B'}} := \mathbf{U_{AB}} - \mathbf{U_{AA'}} + \mathbf{U_{BB'}} \qquad \qquad \mathbf{U_{A'B'}} = 275.765 + 59.378 \mathbf{i} \qquad \qquad \mathbf{F} \left(\mathbf{U_{A'B'}} \right) = (282.085 \ 12.152) \mathbf{I} + \mathbf$$

аналогично вычисляют

$$\begin{split} &U_{\mathbf{B'C'}} \coloneqq U_{\mathbf{BC}} - U_{\mathbf{BB'}} + U_{\mathbf{CC'}} & U_{\mathbf{B'C'}} = -49.237 - 338.162\mathrm{i} & F\big(U_{\mathbf{B'C'}}\big) = (341.728 - 98.284) \\ &U_{\mathbf{C'A'}} \coloneqq U_{\mathbf{CA}} - U_{\mathbf{CC'}} + U_{\mathbf{AA'}} & U_{\mathbf{C'A'}} = -226.528 + 278.784\mathrm{i} & F\big(U_{\mathbf{C'A'}}\big) = (359.215 - 129.096) \end{split}$$

Токи, проходящие через реактивную нагрузку, согласно закону Ома, равны:

$$I''_{A'B'} := \frac{U_{A'B'}}{-X_{C} \cdot i}$$

$$I''_{A'B'} = -0.638 + 2.965i$$

$$F(I''_{A'B'}) = (3.033 \ 102.152)$$

$$I''_{C'A'} := \frac{U_{C'A'}}{-X_{C} \cdot i}$$

$$I''_{C'A'} = -2.998 - 2.436i$$

$$F(I''_{C'A'}) = (3.863 \ -140.904)$$

Токи в нагрузке, соединенной звездой в системе могут быть вычислены по первому закону Кирхгофа.

$$\begin{split} \Gamma_{A} &:= I_{A} - \Gamma'_{A'B'} + \Gamma'_{C'A'} & \Gamma_{A} = 2.093 - 0.914i & F(\Gamma_{A}) = (2.284 - 23.596) \\ \Gamma_{B} &:= I_{B} + \Gamma'_{A'B'} & \Gamma_{B} = -1.354 - 1.656i & F(\Gamma_{B}) = (2.14 - 129.267) \\ \Gamma_{C} &:= I_{C} - \Gamma'_{C'A'} & \Gamma_{C} = -0.739 + 2.571i & F(\Gamma_{C}) = (2.675 - 106.033) \end{split}$$

На основании выполненых расчетов, показания амперметров будут равны:

$$A_1 = 3.863 (A)$$
 $A_2 = 2.675 (A)$ $A_a = 6.321 (A)$ $A_b = 4.677 (A)$ $A_c = 3.739 (A)$

Расчет показаний ваттметров выполняется так же, как и в случае симметричной системы:

Показание ваттметра Wa:

$$E_{CA} := E_{C} \cdot \sqrt{3} \cdot e$$

$$E_{CA} = -360 + 207.846i$$

$$Wa := Re(E_{CA} \cdot \overline{I_{C}})$$

$$Wa = 1.373 \times 10^{3}$$

Показание ваттметра Wb:

$$E_{BA} := E_{B} \cdot \sqrt{3} \cdot e$$

$$E_{BA} = -360 - 207.846i$$

$$Wb := Re(E_{BA} \cdot \overline{I_{B}})$$

$$Wb = 1.218 \times 10^{3}$$

Полная мощность равна:

$$W := Wa + Wb$$
 $W = 2.591 \times 10^3$

Баланс активной и реактивной мощностей

$$Sr := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C}$$

$$Sr = 2.591 \times 10^3 - 2.243i \times 10^3$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$\begin{split} \operatorname{Ppr} &:= \left[\left(\left| I_{A} \right| \right)^{2} + \left(\left| I_{B} \right| \right)^{2} + \left(\left| I_{C} \right| \right)^{2} \right] \cdot R_{L} + \left[\left(\left| I'_{A} \right| \right)^{2} + \left(\left| I'_{B} \right| \right)^{2} + \left(\left| I'_{C} \right| \right)^{2} \right] \cdot R \\ \operatorname{Qpr} &:= \left[\left(\left| I''_{A'B'} \right| \right)^{2} + \left(\left| I''_{C'A'} \right| \right)^{2} \right] \cdot \left(-X_{C} \cdot i \right) \\ \operatorname{Qpr} &:= \left[\left(\left| I''_{A'B'} \right| \right)^{2} + \left(\left| I''_{C'A'} \right| \right)^{2} \right] \cdot \left(-X_{C} \cdot i \right) \\ \operatorname{Qpr} &:= \left[\left(\left| I''_{A'B'} \right| \right)^{2} + \left(\left| I''_{C'A'} \right| \right)^{2} \right] \cdot \left(-X_{C} \cdot i \right) \\ \operatorname{Qpr} &:= \left[\left(\left| I''_{A'B'} \right| \right)^{2} + \left(\left| I''_{C'A'} \right| \right)^{2} \right] \cdot \left(-X_{C} \cdot i \right) \\ \operatorname{Qpr} &:= \left[\left(\left| I''_{A'B'} \right| \right)^{2} + \left(\left| I''_{C'A'} \right| \right)^{2} \right] \cdot \left(-X_{C} \cdot i \right) \\ \operatorname{Qpr} &:= \left[\left(\left| I''_{A'B'} \right| \right)^{2} + \left(\left| I''_{C'A'} \right| \right)^{2} \right] \cdot \left(-X_{C} \cdot i \right) \\ \operatorname{Qpr} &:= \left[\left(\left| I''_{A'B'} \right| \right)^{2} + \left(\left| I''_{C'A'} \right| \right)^{2} \right] \cdot \left(-X_{C} \cdot i \right) \\ \operatorname{Qpr} &:= \left[\left(\left| I''_{A'B'} \right| \right)^{2} + \left(\left| I''_{C'A'} \right| \right)^{2} \right] \cdot \left(-X_{C} \cdot i \right) \\ \operatorname{Qpr} &:= \left[\left(\left| I''_{A'B'} \right| \right)^{2} + \left(\left| I''_{C'A'} \right| \right)^{2} \right] \cdot \left(-X_{C} \cdot i \right) \\ \operatorname{Qpr} &:= \left[\left(\left| I''_{A'B'} \right| \right)^{2} + \left(\left| I''_{C'A'} \right| \right)^{2} \right] \cdot \left(-X_{C} \cdot i \right) \\ \operatorname{Qpr} &:= \left[\left(\left| I''_{A'B'} \right| \right)^{2} + \left(\left| I''_{C'A'} \right| \right)^{2} \right] \cdot \left(-X_{C} \cdot i \right) \\ \operatorname{Qpr} &:= \left[\left(\left| I''_{A'B'} \right| \right)^{2} + \left(\left| I''_{C'A'} \right| \right)^{2} \right] \cdot \left(-X_{C} \cdot i \right) \\ \operatorname{Qpr} &:= \left[\left(\left| I''_{A'B'} \right| \right)^{2} + \left(\left| I''_{C'A'} \right| \right)^{2} \right] \cdot \left(-X_{C} \cdot i \right) \\ \operatorname{Qpr} &:= \left[\left(\left| I''_{A'B'} \right| \right)^{2} + \left(\left| I''_{C'A'} \right| \right)^{2} \right] \cdot \left(-X_{C} \cdot i \right) \\ \operatorname{Qpr} &:= \left[\left(\left| I''_{A'B'} \right| \right)^{2} + \left(\left| I''_{A'B'} \right| \right)^{2} \right] \cdot \left(-X_{C} \cdot i \right) \\ \operatorname{Qpr} &:= \left[\left(\left| I''_{A'B'} \right| \right)^{2} + \left(\left| I''_{A'B'} \right| \right)^{2} \right] \cdot \left(-X_{C} \cdot i \right) \\ \operatorname{Qpr} &:= \left[\left(\left| I''_{A'B'} \right| \right)^{2} + \left(\left| I''_{A'B'} \right| \right)^{2} \right] \cdot \left(-X_{C} \cdot i \right) \\ \operatorname{Qpr} &:= \left[\left(\left| I''_{A'B'} \right| \right)^{2} + \left(\left| I''_{A'A'} \right| \right)^{2} \right] \cdot \left(-X_{C} \cdot i \right)$$

Построение совмещененной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.

