$x_{imin} := 1$ $x_{imax} := 4$ $k := 2$

$y_{11} := 1.1$ $y_{12} := 1.3$ $y_{13} := 1.5$ $y_{14} := 1.2$ $y_{15} := 1.4$

$y_{21} := 2.3$ $y_{22} := 2.2$ $y_{23} := 2.4$ $y_{24} := 2.5$ $y_{25} := 2.1$

$y_{31} := 3.5$ $y_{32} := 3.2$ $y_{33} := 3.4$ $y_{34} := 3.3$ $y_{35} := 3.1$

$y_{41} := 4.1$ $y_{42} := 4.4$ $y_{43} := 4.3$ $y_{44} := 4.2$ $y_{45} := 4.5$

$p := 0.950$ $b := 0.00375$ $S^2\ ад := 0.275$ $d := 2$

$m_x := 1$ $m_y := 2$ $a_2 := -1$ $a_3 := -1$ $a_4 := -1$

$a_{11} := 8$ $a_{21} := -2$ $b_0 := 1$ $b_1 := -3$ $b_{11} := -4$

## Хід роботи

***Завдання №1***

Визначити абсолютне значення $x_{i0}$ та кодоване значення $x_{i0}$ основного рівня фактора $x_i$ при заданих значеннях $x_{imin}$ та $x_{imax}$.
Значення $x_{imin}$ та $x_{imax}$ узяти з таблиці варіантів.

Абсолютні значення $x_i$ $x_{imin} := -1$ $x_{imax} := 4$ $x_{i0} := \frac{x_{imin} + x_{imax}}{2} = 1.5$

Кодовані значення $\overline{x_i}$ $\overline{x_{iminK}} := -1$ $\overline{x_{imaxK}} := 1$ $\overline{x_{i0K}} := 0$

***Завдання №2***

Визначити значення (розмір) зоряного плеча $l$, від'ємне кодоване значення $x_{il}$ та відповідне абсолютне значення $x_{il}$ фактора $x_i$ для зоряної точки при використанні рототабельного композиційного плану для $k$ факторів.

Значення $k$ та $x_{imax}$ узяти з таблиці варіантів, а значеня $x_{i0}$ – результат розрахунків по п.1.

$l1 := \sqrt{k}$

Кодоване значення $\overline{x_{ilK}} := -l1 = -1.414$

Абсолютне значення знаходимо з формули $\overline{x_{ilK}} = \frac{x_{il} - x_{i0}}{\Delta X_i}$ де $\Delta X_i = (x_{imax} - x_{i0})$

Абсолютне значення $x_{il} := \overline{x_{ilK}} \cdot (x_{imax} - x_{i0}) + x_{i0} = -2.036$

***Завдання №3***

Визначити значення (розмір) зоряного плеча $l$, додатнє кодоване значення $x_{il}$ та відповідне абсолютне значення $x_{il}$ фактора $x_i$ для зоряної точки при використанні центрального ортогонального композиційного плану для двох факторів.

Значення $x_{imax}$ узяти з таблиці варіантів, а значеня $x_{i0}$ – результат розрахунків по п.1.

Розмір зоряного плеча визначаємо з біквадратного рівняння $4 \cdot l^4 + 4 \cdot 2^k \cdot l^2 - 2^k \cdot (2 \cdot k + 1) = 0$

$l2 := 1$

Кодоване значення $\overline{x}_{ilK} := l2 = 1$

Абсолютне значення знаходимо з формули $\overline{x}_{ilK} = \dfrac{x_{il} - x_{i0}}{\Delta X_i}$ де $\Delta X_i = (x_{imax} - x_{i0})$

Абсолютне значення $x_{il} := \overline{x}_{ilK} \cdot (x_{imax} - x_{i0}) + x_{i0} = 4$

***Завдання №4***

Визначити середньоарифметичне значення $y_m (m=1,4)$ для п'яти повторень вимірювань функції відгуку $y_{ms} (m=1,4; s=1,5)$ у кожній m-ій точці факторного простору $(m=5)$, значення статистичних оцінок дисперсій $S^2{}_m (m=1,4)$ та середнє значення статистичної оцінки дисперсій $S^2$.

Значення $y_{ms} (m=1,4; s=1,5)$ узяти з таблиці варіантів.

Середньоарифметичні значення

$$y_{1C} := \frac{1}{5} \cdot (y_{11} + y_{12} + y_{13} + y_{14} + y_{15}) = 1.3$$

$$y_{2C} := \frac{1}{5} \cdot (y_{21} + y_{22} + y_{23} + y_{24} + y_{25}) = 2.3$$

$$y_{3C} := \frac{1}{5} \cdot (y_{31} + y_{32} + y_{33} + y_{34} + y_{35}) = 3.3$$

$$y_{4C} := \frac{1}{5} \cdot (y_{41} + y_{42} + y_{43} + y_{44} + y_{45}) = 4.3$$

Значення статистичних оцінок дисперсій $S^2{}_m$

$$S2_1 := \frac{1}{5-1} \cdot \left( (y_{11} - y_{1C})^2 + (y_{12} - y_{1C})^2 + (y_{13} - y_{1C})^2 + (y_{14} - y_{1C})^2 + (y_{15} - y_{1C})^2 \right) = 2.5 \cdot 10^{-2}$$

$$S2_2 := \frac{1}{5-1} \cdot \left( (y_{21} - y_{2C})^2 + (y_{22} - y_{2C})^2 + (y_{23} - y_{2C})^2 + (y_{24} - y_{2C})^2 + (y_{25} - y_{2C})^2 \right) = 2.5 \cdot 10^{-2}$$

$$S2_3 := \frac{1}{5-1} \cdot \left( (y_{31} - y_{3C})^2 + (y_{32} - y_{3C})^2 + (y_{33} - y_{3C})^2 + (y_{34} - y_{3C})^2 + (y_{35} - y_{3C})^2 \right) = 2.5 \cdot 10^{-2}$$

$$S2_4 := \frac{1}{5-1} \cdot \left( (y_{41} - y_{4C})^2 + (y_{42} - y_{4C})^2 + (y_{43} - y_{4C})^2 + (y_{44} - y_{4C})^2 + (y_{45} - y_{4C})^2 \right) = 2.5 \cdot 10^{-2}$$

Середнє значення статистичної оцінки дисперсії $S^2$.

$$S2 := \frac{1}{4} \cdot (S2_1 + S2_2 + S2_3 + S2_4) = 0.025$$

***Завдання №5***

Визначити значення параметра $G$, кількість ступенів вільності $f_1$ і $f_2$ та рівень значущості $q$, що використовуються для перевірки однорідності дисперсії $\{\sigma^2 [y_m]=\sigma^2 =const(m=1,4)\}$ по критерію Кохрена для заданих значень статистичних оцінок дисперсії $S^2{}_m(m=1,4)$ при $m=5$ для двох факторів ($k=2$). Підтвердити (чи не підтвердити) гіпотезу про однорідність дисперсії по критерію Кохрена з ймовірністю $p$.

Значення ймовірності $p$ підтвердження (чи не підтвердження) гіпотези про однорідність дисперсії по критерію Кохрена взяти з таблиці варіантів, а значення $S^2{}_m(m=1,4)$ – результати розрахунків по п.4.

$$G:=\frac{S2_1}{S2_1+S2_2+S2_3+S2_4}=0.25$$

$f_1:=m-1$ $\quad f_1:=5-1=4$ $\quad m=5$ – кількість повторень комбінації

$f_2:=N$ $\quad f_2:=4$ $\quad N=4$ – кількість комбінацій

$q:=1-p$ $\quad q=0.05$

За даними визначаємо $G_{кр}:=Q$

$G_{кр}:=0.5441$

Оскільки $G\le G_{кр}$ тоді з ймовірністю $p$ гіпотеза про одорідність дисперсії підтверджується.

Отже, кількість повторень правильна – ми отримали нормальний розподіл.

***Завдання №6***

Визначити значення статистичної оцінки дисперсії похибки розрахунку будь-якого коефіцієнта рівняння регресії $S^2\{b\}$, значення параметра $t$ та кількість ступенів вільності $f_3$, що використовуються при перевірці значущості коєфіцієнтів лінійної регресії по критерію Стьюдента (повний факторний експеримент) при $m=5$ для двох факторів ($k=2$). Визначити з ймовірністю $p$ незначущі коефіцієнти лінійної регресії та кількість значущих коефіцієнтів $d$ лінійної регресії.

Значення $b$ узяти з таблиці варіантів, значення $f_3$ розраховується за формулою $f_3 = f_1\, f_2$ (значення $f_1$ та $f_2$ узяти з п.5), а значення $S^2$ – результати розрахунків по п.4.

$$S2_b:=\frac{1}{5\cdot 4}\cdot S2=0.001$$

$m=5$ – кількість повторень комбінації

$N=4$ – кількість комбінацій

$$t_i:=\frac{|b|}{S2_b}=3$$

$f_3:=f_1\cdot f_2$ $\quad f_3=16$

$q := 1 - p$ $\qquad q = 0.05$

За даними визначаємо $t_{кр}$

$t_{кр} := 2.1199$

Оскільки $t > t_{кр}$ тоді з ймовірністю $p$ заданий по варіанту коєфицієнт $b$ є значимим. Отже, кількість повторень правильна – ми отримали нормальний розподіл.

***Завдання №7***

Визначити значення параметра $F$, кількість ступенів вільності $f_4$, що використовується при перевірці адекватності моделі ***(рівняння регресії)*** оригіналу ***(усім експериментальним даним)*** по критерію Фішера. Визначити чи адекватна статистична математична модель оригіналу з ймовірність $p$ чи ні.

Значення статистичної оцінки дисперсії адекватності $S^2{}_{ад}$ та кількість значущих коефіцієнтів рівняння регресії $d$ узяти з таблиці варіантівю

$S2_{ад} := 0.275$

$F := \dfrac{S2_{ад}}{S2}$ $\qquad F = 11$

Ступені вільності:

$f_3 := f_1 \cdot f_2$ $\qquad f_3 = 16$

$f_4 := N - d$ $\qquad f_4 = 2$

$q := 1 - p$ $\qquad q = 0.05$

За даними визначаємо $F_{кр}$

$F_{кр} := 19.43$

Оскільки $F < F_{кр}$, тоді з ймовірністю р рівняння регресії адекватне усім експерементальним даним по критерію Фішера.
Це означає, що кількість членів ряду обрано достатньо.

***Завдання №8***

Для лінійної форми рівняння регресії (один фактор) $y = b_0 + b_1 \cdot x$ визначити значення коефіцієнтів $b_0$ та $b_1$, якщо відомі наступні значення статистичних моментів $m_x = (\frac{1}{n}) \sum x_i$ та $m_y = (\frac{1}{n}) \sum y_i$ і значення статистичних коефіцієнтів $a_2 = (\frac{1}{n}) \sum {x_i}^2$ та $a_{11} = (\frac{1}{n}) \sum x_i \cdot y_i$ .

Значення $m_x$, $m_y$, $a_2$ та $a_{11}$ узяти з таблиці варіантів.

Для лінійної форми рівняння регресії $y=b_0+b_1 \cdot x$ маємо таку систему рівнянь з якої можемо обчислити невідомі коефіцієнти $b_0$ і $b_1$:

$$\begin{cases} b_0+m_x b_1=m_y \\ m_x b_0+a_2 b_1=a_{11} \end{cases}$$

Розв'язки невідомих $b_0$ та $b_1$ знайдемо методом Крамера:

$$b_0:=\frac{\begin{bmatrix} m_y & m_x \\ a_{11} & a_2 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 1 & m_x \\ m_x & a_2 \end{bmatrix}} \quad b_0:=\frac{m_y \cdot a_2-m_x \cdot a_{11}}{a_2-{m_x}^2} \qquad b_0=5$$

$$b_1:=\frac{\begin{bmatrix} m_y & m_x \\ a_{11} & a_2 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 1 & m_x \\ m_x & a_2 \end{bmatrix}} \quad b_1:=\frac{a_{11}-m_x \cdot m_y}{a_2-{m_x}^2} \qquad b_1=-3$$