

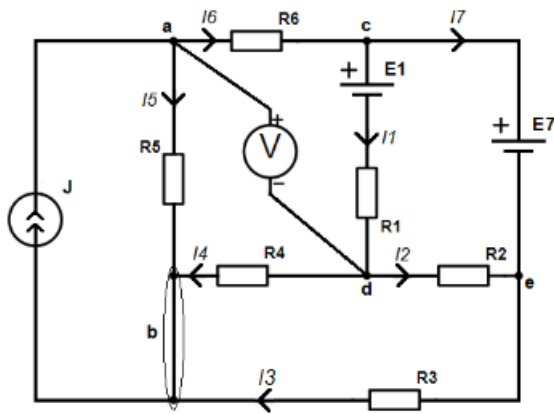
Міністерство освіти і науки України  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського»  
Факультет інформатики та обчислювальної техніки  
Кафедра обчислювальної техніки

## РОЗРАХУНКОВА ГРАФІЧНА РОБОТА № 1

з дисципліни «Теорія електричних та магнітних кіл»  
на тему «**Лінійні електричні кола постійного струму**»

ВИКОНАВ:  
студент II курсу ФІОТ  
групи ІО-64  
Потапенко Дмитро  
Варіант – 322

Київ – 2017

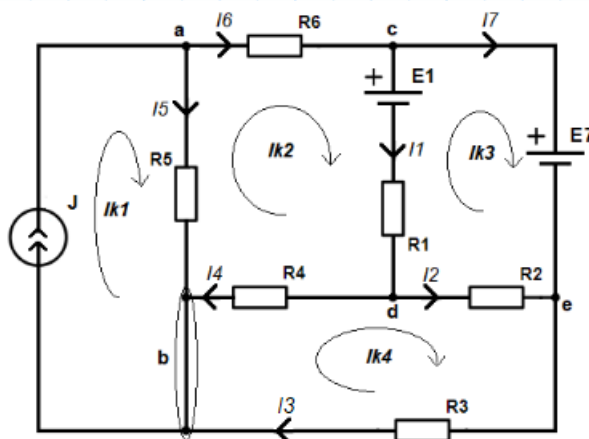


Розрахувати струми у всіх вітках кола методом контурних струмів.  
Скласти баланс потужностей.

Параметри елементів схеми:

$$\begin{array}{lll} E1 := 100 \text{ V} & R1 := 20 \, \Omega & R4 := 35 \, \Omega \\ E7 := 150 \text{ V} & R2 := 25 \, \Omega & R5 := 40 \, \Omega \\ J := 10 \text{ A} & R3 := 30 \, \Omega & R6 := 45 \, \Omega \end{array}$$

## МЕТОД КОНТУРНИХ СТРУМІВ



Аналізуємо електричне коло і бачимо, що в ньому наявна вітка із джерелом струму. Обираємо незалежні контури так, щоб через джерело струму проходив тільки один контурний струм. Тоді цей контурний струм буде відомим і складати рівняння для цього контура буде непотрібно.

Система рівнянь за методом контурних струмів в загальному вигляді для цієї схеми виглядає так:

$$\begin{cases} I_{k1} = J \\ R_{21} \cdot I_{k1} + R_{22} \cdot I_{k2} + R_{23} \cdot I_{k3} + R_{24} \cdot I_{k4} = E_{k2} \\ R_{31} \cdot I_{k1} + R_{32} \cdot I_{k2} + R_{33} \cdot I_{k3} + R_{34} \cdot I_{k4} = E_{k3} \\ R_{41} \cdot I_{k1} + R_{42} \cdot I_{k2} + R_{43} \cdot I_{k3} + R_{44} \cdot I_{k4} = E_{k4} \end{cases}$$

**Розшифруємо коефіцієнти рівнянь:**

Власні контурні опори

(сума опорів віток, які утворюють цей контур)

$$R_{22} := R1 + R4 + R5 + R6 = 140 \, \Omega$$

$$R_{33} := R2 + R1 = 45 \, \Omega$$

$$R_{44} := R2 + R3 + R4 = 90 \, \Omega$$

### Суміжні контурні опори

(сума опорів, через які проходять обидва контурні струми. "+" - в одну сторону, "-" - в різні)

$$R_{21} := -R_5 = -40 \, \Omega$$

$$R_{31} := 0 \, \Omega$$

$$R_{41} := 0 \, \Omega$$

$$R_{23} := -R_1 = -20 \, \Omega$$

$$R_{32} := -R_1 = -20 \, \Omega$$

$$R_{42} := -R_4 = -35 \, \Omega$$

$$R_{24} := -R_4 = -35 \, \Omega$$

$$R_{34} := -R_2 = -25 \, \Omega$$

$$R_{43} := -R_2 = -25 \, \Omega$$

### Контурні ЕРС (алгебраїчна сума ЕРС віток, що створюють незалежний контур)

$$E_{k2} := -E_1 = -100 \, V$$

$$E_{k3} := E_1 - E_7 = -50 \, V$$

$$E_{k4} := 0 \, V$$

Застосуємо **Метод Крамера** для розв'язання системи рівнянь

$$\Delta := \begin{vmatrix} R_{22} & R_{23} & R_{24} \\ R_{32} & R_{33} & R_{34} \\ R_{42} & R_{43} & R_{44} \end{vmatrix} = (3.534 \cdot 10^5) \, \Omega^3$$

$$\Delta_2 := \begin{vmatrix} E_{k2} - R_{21} \cdot J & R_{23} & R_{24} \\ E_{k3} - R_{31} \cdot J & R_{33} & R_{34} \\ E_{k4} - R_{41} \cdot J & R_{43} & R_{44} \end{vmatrix} = (8.938 \cdot 10^5) \frac{kg^3 \cdot m^6}{s^9 \cdot A^5}$$

$$\Delta_3 := \begin{vmatrix} R_{22} & E_{k2} - R_{21} \cdot J & R_{24} \\ R_{32} & E_{k3} - R_{31} \cdot J & R_{34} \\ R_{42} & E_{k4} - R_{41} \cdot J & R_{44} \end{vmatrix} = (2.338 \cdot 10^5) \frac{kg^3 \cdot m^6}{s^9 \cdot A^5}$$

$$\Delta_4 := \begin{vmatrix} R_{22} & R_{23} & E_{k2} - R_{21} \cdot J \\ R_{32} & R_{33} & E_{k3} - R_{31} \cdot J \\ R_{42} & R_{43} & E_{k4} - R_{41} \cdot J \end{vmatrix} = (4.125 \cdot 10^5) \frac{kg^3 \cdot m^6}{s^9 \cdot A^5}$$

$$I_{k1} := J = 10 \, A$$

$$I_{k3} := \frac{\Delta_3}{\Delta} = 0.661 \, A$$

$$I_{k2} := \frac{\Delta_2}{\Delta} = 2.529 \, A$$

$$I_{k4} := \frac{\Delta_4}{\Delta} = 1.167 \, A$$

**Струми віток** дорівнюють алгебраїчній сумі контурних струмів, що проходять через ці вітки.

$$I_1 := I_{k2} - I_{k3} = 1.868 \, A$$

$$I_5 := I_{k1} - I_{k2} = 7.471 \, A$$

$$I_2 := I_{k4} - I_{k3} = 0.506 \, A$$

$$I_6 := I_{k2} = 2.529 \, A$$

$$I_3 := I_{k4} = 1.167 \, A$$

$$I_7 := I_{k3} = 0.661 \, A$$

$$I_4 := I_{k2} - I_{k4} = 1.362 \, A$$

**Складемо баланс потужностей.**

Потужність джерел:  $P_{dg} := -E1 \cdot I1 - E7 \cdot I7 + J \cdot I5 \cdot R5 = (2.702 \cdot 10^3) \text{ W}$

\*Потужності на джерелах E1 та E7 взяли зі знаком "-", оскільки вони працюють як споживачі.

Потужність споживачів:

$$P_{sp} := R1 \cdot I1^2 + R2 \cdot I2^2 + R3 \cdot I3^2 + R4 \cdot I4^2 + R5 \cdot I5^2 + R6 \cdot I6^2 = (2.702 \cdot 10^3) \text{ W}$$

Похибка складає:  $\Delta P := \frac{|P_{dg} - P_{sp}|}{P_{dg}} \cdot 100\% = 3.36558874522163 \cdot 10^{-16}$

**Складаємо рівняння за законами Кірхгофа для перевірки правильності одержаних результатів.**

a)  $J - I5 - I6 = 0 \text{ A}$

b)  $J - I4 - I3 - I5 = 0 \text{ A}$

c)  $I6 - I1 - I7 = 0 \text{ A}$

d)  $I1 - I2 - I4 = 0 \text{ A}$

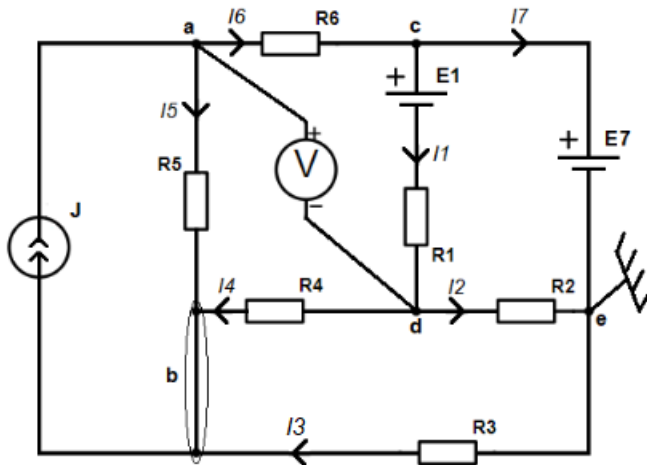
II)  $I4 \cdot R4 + I1 \cdot R1 + I6 \cdot R6 - I5 \cdot R5 + E1 = 0 \text{ V}$

III)  $-I2 \cdot R2 - I1 \cdot R1 + E7 - E1 = 0 \text{ V}$

IV)  $I2 \cdot R2 + R3 \cdot I3 - I4 \cdot R4 = 0 \text{ V}$

Отже розрахунки виконано правильно.

## МЕТОД ВУЗЛОВИХ ПОТЕНЦІАЛІВ



Аналізуємо електричне коло і бачимо, що в ньому наявна вітка із джерелом ЕРС та R=0. Це вітка №7. Тому заземляємо один з прилеглих до цієї вітки вузлів. Інший прилеглий вузол буде відомим.

$$U_e := 0 \text{ V}$$

$$U_c := E7 = 150 \text{ V}$$

Для цих вузлів складати рівняння не потрібно.

Система рівнянь за методом вузлових потенціалів у загальному вигляді для цієї схеми виглядає так:

$$\begin{cases} U_e = 0V \\ U_c = E7 \\ G_{aa}U_a - G_{ab}U_b - G_{ac}U_c - G_{ad}U_d - G_{ae}U_e = I_{aa} \\ -G_{ba}U_a + G_{bb}U_b - G_{bc}U_c - G_{bd}U_d - G_{be}U_e = I_{bb} \\ -G_{da}U_a - G_{db}U_b - G_{dc}U_c + G_{dd}U_d - G_{de}U_e = I_{dd} \end{cases}$$

**Розшифруємо коефіцієнти рівнянь:**

Власні провідності віток:

$$G_{aa} := \frac{1}{R5} + \frac{1}{R6} = 0.047 \text{ S}$$

$$G_{bb} := \frac{1}{R3} + \frac{1}{R4} + \frac{1}{R5} = 0.087 \text{ S}$$

$$G_{dd} := \frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \frac{1}{R4} = 0.119 \text{ S}$$

Суміжні провідності віток:

$$G_{ab} := \frac{1}{R5} = 0.025 \text{ S}$$

$$G_{ba} := \frac{1}{R5} = 0.025 \text{ S}$$

$$G_{da} := 0 \text{ S}$$

$$G_{ac} := \frac{1}{R6} = 0.022 \text{ S}$$

$$G_{bc} := 0 \text{ S}$$

$$G_{db} := \frac{1}{R4} = 0.029 \text{ S}$$

$$G_{ad} := 0 \text{ S}$$

$$G_{bd} := \frac{1}{R4} = 0.029 \text{ S}$$

$$G_{dc} := \frac{1}{R1} = 0.05 \text{ S}$$

$$G_{ae} := 0 \text{ S}$$

$$G_{be} := \frac{1}{R3} = 0.033 \text{ S}$$

$$G_{de} := \frac{1}{R2} = 0.04 \text{ S}$$

Струми віток:

$$I_{bb} := -J = -10 \text{ A}$$

$$I_{aa} := J = 10 \text{ A}$$

$$I_{dd} := \frac{-E1}{R1} = -5 \text{ A}$$

Застосуємо **Метод Крамера** для розв'язання системи рівнянь

$$\Delta := \begin{vmatrix} G_{aa} & -G_{ab} & -G_{ad} \\ -G_{ba} & G_{bb} & -G_{bd} \\ -G_{da} & -G_{db} & G_{dd} \end{vmatrix} = (3.739 \cdot 10^{-4}) \text{ S}^3$$

$$\Delta_a := \begin{vmatrix} I_{aa} + G_{ac} \cdot U_c + G_{ae} \cdot U_e & -G_{ab} & -G_{ad} \\ I_{bb} + G_{bc} \cdot U_c + G_{be} \cdot U_e & G_{bb} & -G_{bd} \\ I_{dd} + G_{dc} \cdot U_c + G_{de} \cdot U_e & -G_{db} & G_{dd} \end{vmatrix} = 0.099 \frac{\text{s}^6 \cdot \text{A}^5}{\text{kg}^2 \cdot \text{m}^4}$$

$$\Delta_b := \begin{vmatrix} G_{aa} & I_{aa} + G_{ac} \cdot U_c + G_{ae} \cdot U_e & -G_{ad} \\ -G_{ba} & I_{bb} + G_{bc} \cdot U_c + G_{be} \cdot U_e & -G_{bd} \\ -G_{da} & I_{dd} + G_{dc} \cdot U_c + G_{de} \cdot U_e & G_{dd} \end{vmatrix} = -0.013 \frac{\text{s}^6 \cdot \text{A}^5}{\text{kg}^2 \cdot \text{m}^4}$$

$$\Delta_d := \begin{vmatrix} G_{aa} & -G_{ab} & I_{aa} + G_{ac} \cdot U_c + G_{ae} \cdot U_e \\ -G_{ba} & G_{bb} & I_{bb} + G_{bc} \cdot U_c + G_{be} \cdot U_e \\ -G_{da} & -G_{db} & I_{dd} + G_{dc} \cdot U_c + G_{de} \cdot U_e \end{vmatrix} = 0.005 \frac{\text{s}^6 \cdot \text{A}^5}{\text{kg}^2 \cdot \text{m}^4}$$

$$U_b := \frac{\Delta_b}{\Delta} = -35.019 \text{ V}$$

$$U_d := \frac{\Delta_d}{\Delta} = 12.646 \text{ V}$$

$$U_a := \frac{\Delta_a}{\Delta} = 263.813 \text{ V}$$

Обчислюємо **струми віток** за законом Ома для ділянки кола.

$$I_1 := \frac{U_c - U_d - E1}{R1} = 1.868 \text{ A}$$

$$I_2 := \frac{U_d - U_e}{R2} = 0.506 \text{ A}$$

$$I_3 := \frac{U_e - U_b}{R3} = 1.167 \text{ A}$$

$$I_4 := \frac{U_d - U_b}{R4} = 1.362 \text{ A}$$

$$I_5 := \frac{U_a - U_b}{R5} = 7.471 \text{ A}$$

$$I_6 := \frac{U_a - U_c}{R6} = 2.529 \text{ A}$$

$$I_7 := I_6 - I_1 = 0.661 \text{ A}$$

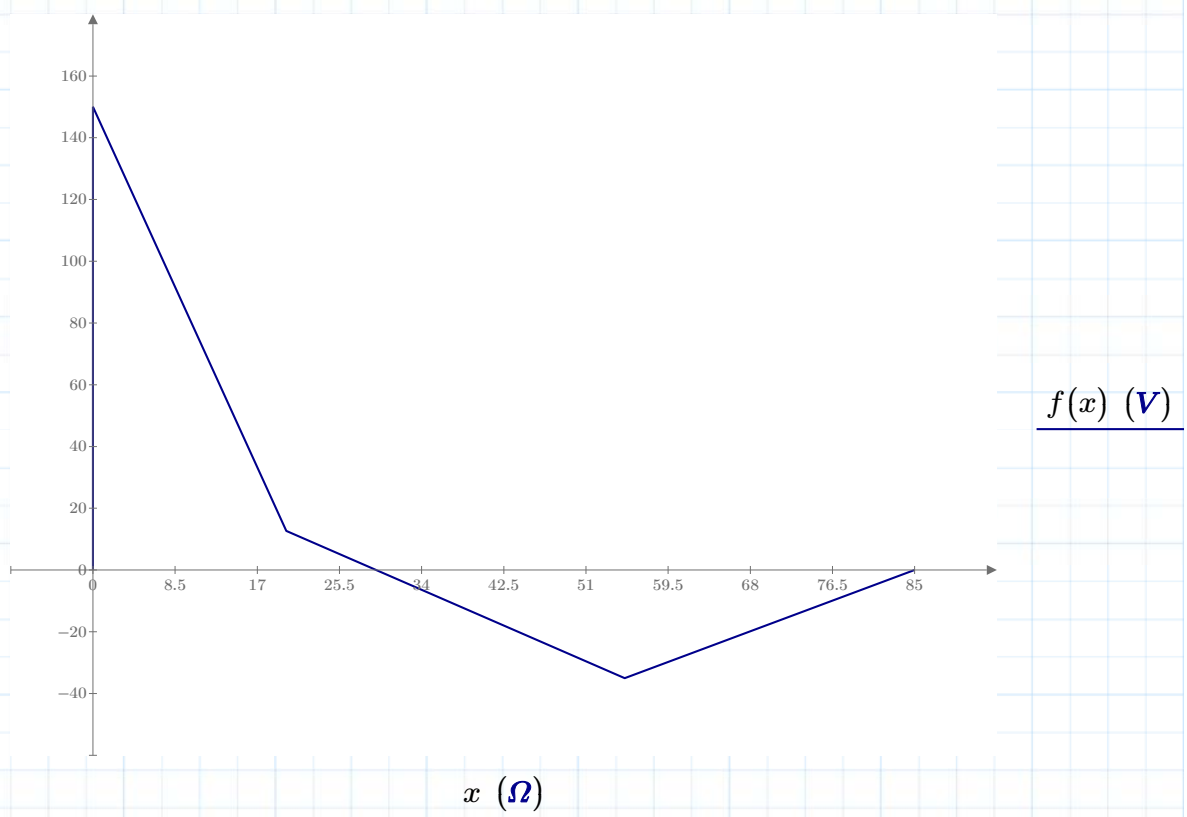
Напругу на вольтметрі  $U_v$  знайдемо за другим законом Кірхгофа.

$$U_v := I_5 \cdot R_5 - I_4 \cdot R_4 = 251.167 \text{ V}$$

Потенціальна діаграма.

$$f(x) := [U_e \ U_c \ U_d \ U_b \ U_e]^T$$

$$x := [0 \ 0 \ R_1 \ R_1 + R_4 \ R_1 + R_4 + R_3]^T$$

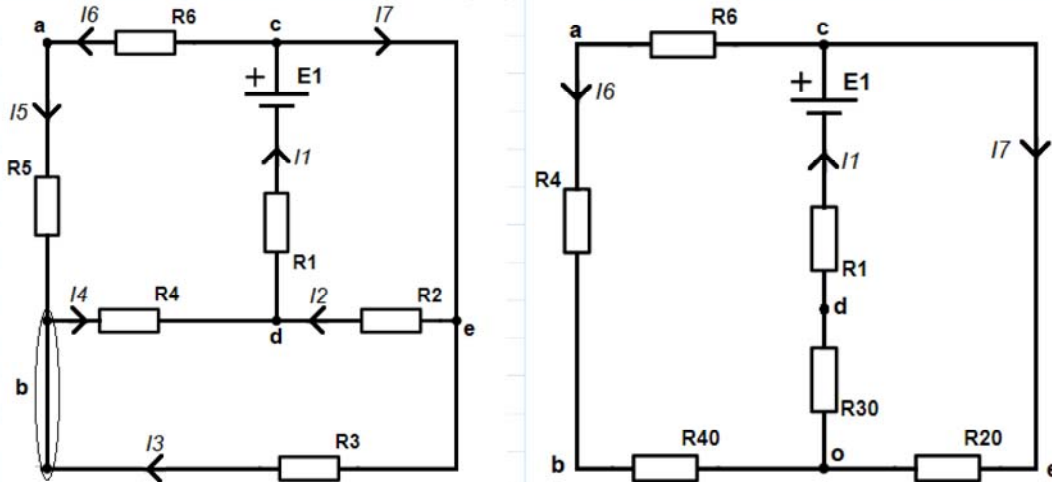




## МЕТОД НАКЛАДАННЯ

Розраховуємо 3 часткові схеми, які мають лише одне джерело струму чи напруги. Вилучаючи джерело ЕРС, залишаємо замість нього його внутрішній опір. Вилучаючи джерело струму, в схемі утворюється розрив, бо опір джерела струму нескінченно великий.

Схема 1



Застосувавши еквівалентні перетворення, отримали нову схему з такими опорами:

$$R_{30} := \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4} = 9.722 \, \Omega$$

$$R_{40} := \frac{R_4 \cdot R_3}{R_2 + R_3 + R_4} = 11.667 \, \Omega$$

$$R_{20} := \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3 + R_4} = 8.333 \, \Omega$$

Обчислення:

$$R := R_{30} + R_1 + \frac{R_{20} \cdot (R_5 + R_6 + R_{40})}{R_5 + R_6 + R_{20} + R_{40}} = 37.394 \, \Omega$$

$$I_{11} := \frac{E_1}{R} = 2.674 \, \text{A}$$

$$I_{61} := I_{11} \cdot \frac{R_{20}}{R_5 + R_6 + R_{20} + R_{40}} = 0.212 \, \text{A}$$

$$I_{51} := I_{61} = 0.212 \, \text{A}$$

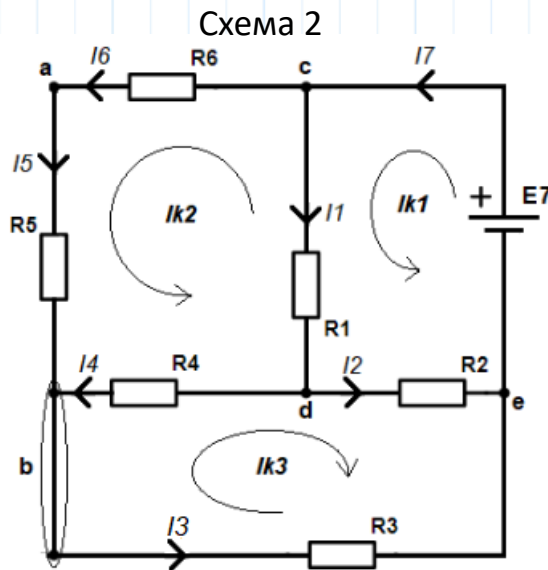
$$I_{71} := I_{11} - I_{61} = 2.462 \, \text{A}$$

$$I_{41} := \frac{R_{40} \cdot I_{51} + R_{30} \cdot I_{11}}{R_4} = 0.814 \, \text{A}$$

$$I_{21} := \frac{R_{20} \cdot I_{71} + R_{30} \cdot I_{11}}{R_2} = 1.861 \, \text{A}$$

$$I_{31} := \frac{R_{20} \cdot I_{71} - R_{40} \cdot I_{51}}{R_3} = 0.601 \, \text{A}$$





Розраховуємо за методом контурних струмів:

$$\begin{cases} (R1 + R2) * Ik1 - R1 * Ik2 + R2 * Ik3 = E7 \\ -R1 * Ik1 + (R1 + R4 + R5 + R6) * Ik2 + R4 * Ik3 = 0 \\ R2 * Ik1 + R4 * Ik2 + (R2 + R3 + R4) * Ik3 = 0 \end{cases}$$

$$\Delta := \begin{vmatrix} R1 + R2 & -R1 & R2 \\ -R1 & R1 + R4 + R5 + R6 & R4 \\ R2 & R4 & R2 + R3 + R4 \end{vmatrix} = (3.533750 \cdot 10^5) \, \Omega^3$$

$$\Delta_1 := \begin{vmatrix} E7 & -R1 & R2 \\ 0 \, \text{V} & R1 + R4 + R5 + R6 & R4 \\ 0 \, \text{V} & R4 & R2 + R3 + R4 \end{vmatrix} = (1.706250 \cdot 10^6) \frac{\text{kg}^3 \cdot \text{m}^6}{\text{s}^9 \cdot \text{A}^5}$$

$$\Delta_2 := \begin{vmatrix} R1 + R2 & E7 & R2 \\ -R1 & 0 \, \text{V} & R4 \\ R2 & 0 \, \text{V} & R2 + R3 + R4 \end{vmatrix} = (4.012500 \cdot 10^5) \frac{\text{kg}^3 \cdot \text{m}^6}{\text{s}^9 \cdot \text{A}^5}$$

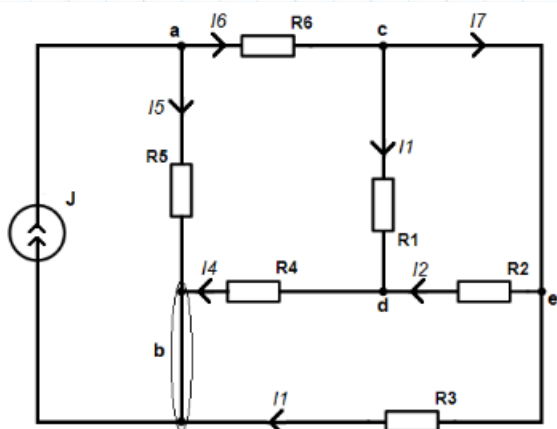
$$\Delta_3 := \begin{vmatrix} R1 + R2 & -R1 & E7 \\ -R1 & R1 + R4 + R5 + R6 & 0 \, \text{V} \\ R2 & R4 & 0 \, \text{V} \end{vmatrix} = -6.3 \cdot 10^5 \frac{\text{kg}^3 \cdot \text{m}^6}{\text{s}^9 \cdot \text{A}^5}$$

$$Ik1 := \frac{\Delta_1}{\Delta} = 4.828 \, \text{A} \quad Ik2 := \frac{\Delta_2}{\Delta} = 1.135 \, \text{A} \quad Ik3 := \frac{\Delta_3}{\Delta} = -1.783 \, \text{A}$$

Відповідь до схеми 2:

$$\begin{aligned} I_{12} &:= Ik1 - Ik2 = 3.693 \, \text{A} & I_{42} &:= Ik3 + Ik2 = -0.647 \, \text{A} & I_{72} &:= Ik1 = 4.828 \, \text{A} \\ I_{22} &:= Ik1 + Ik3 = 3.046 \, \text{A} & I_{52} &:= Ik2 = 1.135 \, \text{A} \\ I_{32} &:= -Ik3 = 1.783 \, \text{A} & I_{62} &:= Ik2 = 1.135 \, \text{A} \end{aligned}$$

Схема 3



$$R_{12} := \frac{R1 \cdot R2}{R1 + R2} = 11.111 \, \Omega$$

$$R_{1234} := \frac{R3 \cdot (R4 + R_{12})}{R4 + R3 + R_{12}} = 18.175 \, \Omega$$

Відповідь до схеми 3:

$$I_{63} := J \cdot \frac{R5}{R5 + R6 + R_{1234}} = 3.877 \, A$$

$$I_{53} := J - I_{63} = 6.123 \, A$$

$$I_{33} := I_{63} \cdot \frac{R_{12} + R4}{R4 + R3 + R_{12}} = 2.349 \, A$$

$$I_{43} := I_{63} - I_{33} = 1.528 \, A$$

$$I_{23} := I_{43} \cdot \frac{R1}{R1 + R2} = 0.679 \, A$$

$$I_{13} := I_{43} - I_{23} = 0.849 \, A$$

$$I_{73} := I_{63} - I_{13} = 3.028 \, A$$

Обчислюємо безпосередньо струми в початковій схемі:

$$I1 := -I_{11} + I_{12} + I_{13} = 1.868 \, A$$

$$I5 := I_{51} + I_{52} + I_{53} = 7.471 \, A$$

$$I2 := -I_{21} + I_{22} - I_{23} = 0.506 \, A$$

$$I6 := -I_{61} - I_{62} + I_{63} = 2.529 \, A$$

$$I3 := I_{31} - I_{32} + I_{33} = 1.167 \, A$$

$$I7 := I_{71} - I_{72} + I_{73} = 0.661 \, A$$

$$I4 := -I_{41} - I_{42} + I_{43} = 1.362 \, A$$

Виконаємо перевірку за I законом Кірхгофа:

$$J - I5 - I6 = 0 \, A$$

$$I6 - I7 - I1 = 0 \, A$$

$$I1 - I2 - I4 = 0 \, A$$

$$I3 - I7 - I2 = 0 \, A$$

## Визначення вхідних та взаємних провідностей віток, коефіцієнтів передачі струму.

Коло з джерелом напруги E1:

$$G_{11} := \frac{I_{11}}{E_1} = 0.027 \text{ S}$$

$$G_{51} := \frac{I_{51}}{E_1} = 0.002 \text{ S}$$

$$G_{21} := \frac{I_{21}}{E_1} = 0.019 \text{ S}$$

$$G_{61} := \frac{I_{61}}{E_1} = 0.002 \text{ S}$$

$$G_{31} := \frac{I_{31}}{E_1} = 0.006 \text{ S}$$

$$G_{71} := \frac{I_{71}}{E_1} = 0.025 \text{ S}$$

$$G_{41} := \frac{I_{41}}{E_1} = 0.008 \text{ S}$$

$$G_{j1} := 0 \text{ S}$$

Коло з джерелом напруги E7:

$$G_{17} := \frac{I_{12}}{E_7} = 0.025 \text{ S}$$

$$G_{57} := \frac{I_{52}}{E_7} = 0.008 \text{ S}$$

$$G_{27} := \frac{I_{22}}{E_7} = 0.02 \text{ S}$$

$$G_{67} := \frac{I_{62}}{E_7} = 0.008 \text{ S}$$

$$G_{37} := \frac{I_{32}}{E_7} = 0.012 \text{ S}$$

$$G_{77} := \frac{I_{72}}{E_7} = 0.032 \text{ S}$$

$$G_{47} := \frac{I_{42}}{E_7} = -0.004 \text{ S}$$

$$G_{j7} := 0 \text{ S}$$

Коло з джерелом струму J:

$$K_1 := \frac{I_{13}}{J} = 0.085$$

$$K_5 := \frac{I_{53}}{J} = 0.612$$

$$K_2 := \frac{I_{23}}{J} = 0.068$$

$$K_6 := \frac{I_{63}}{J} = 0.388$$

$$K_3 := \frac{I_{33}}{J} = 0.235$$

$$K_7 := \frac{I_{73}}{J} = 0.303$$

$$K_4 := \frac{I_{43}}{J} = 0.153$$

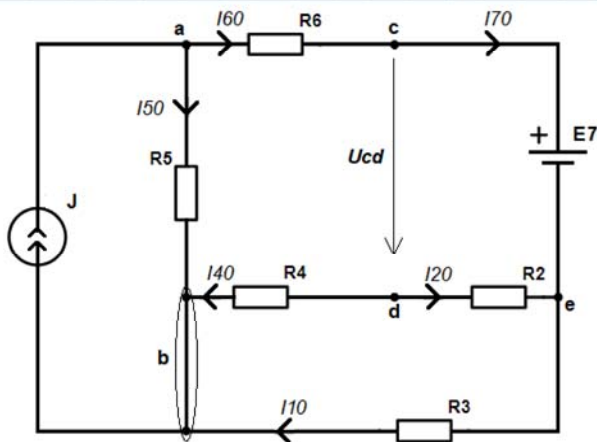
$$K_j := \frac{J}{J} = 1$$

Розрахуємо якою повинна бути ЕРС E1x, щоб  $I_{5x} := 5 \text{ A}$

$$E_{1x} := \frac{I_{5x} - G_{57} \cdot E_7 - K_5 \cdot J}{G_{51}} = -1064.167 \text{ V}$$

## МЕТОД ЕКВІВАЛЕНТНОГО ГЕНЕРАТОРА

$$U_{be} = E_7 + I_{20} \cdot R_2$$



За методом накладання:

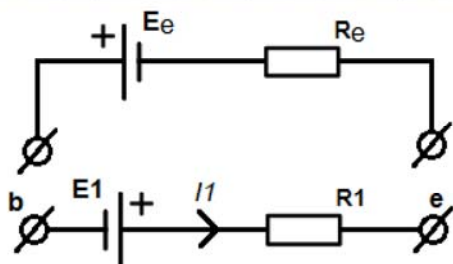
$$I_{201} := J \cdot \frac{R_5}{R_5 + R_6 + \frac{(R_2 + R_4) \cdot R_3}{R_2 + R_3 + R_4}} \cdot \frac{R_3}{R_4 + R_2 + R_3} = 1.27 \text{ A}$$

$$I_{202} := \frac{E_7}{R_5 + R_6 + \frac{(R_2 + R_4) \cdot R_3}{R_2 + R_3 + R_4}} \cdot \frac{R_3}{R_4 + R_2 + R_3} = 0.476 \text{ A}$$

$$I_{20} := I_{201} - I_{202} = 0.794 \text{ A}$$

$$U_{cd} := E_7 + I_{20} \cdot R_2 = 169.841 \text{ V}$$

$$R_{be} := \frac{R_2 \cdot \left( R_4 + \frac{R_3 \cdot (R_5 + R_6)}{R_3 + R_5 + R_6} \right)}{R_2 + R_4 + \frac{R_3 \cdot (R_5 + R_6)}{R_3 + R_5 + R_6}} = 17.394 \text{ } \Omega$$



$$E_e := U_{cd}$$

$$R_e := R_{be}$$

$$I_1 := \frac{-E_1 + E_e}{R_e + R_1} = 1.868 \text{ A}$$

Яку ЕРС ( $E_x$ ) потрібно увімкнути в 1 вітку, щоб струм  $I_1$  збільшився в 5 разів і змінив напрямок?

$$I_{1x} := -5 \cdot I_1 = -9.339 \text{ A}$$

$$E_x := \frac{I_{1x} \cdot (R_e + R_1) \cdot 1 \text{ V}}{-E_1 + E_e} = -5 \text{ V}$$