Міністерство освіти України
Національний технічний університет України
“Київський політехнічний інститут”
Кафедра ТОЕ

Розрахунково-графічна робота

“Розрахунок перехідних процесів у лінійних колах“
Варіант № 711

Виконав: ________________
____
____
____

Перевірив: ______________

Київ 2007

Умова задання

1. В колі з джерелом постійної ЕДС необхідно:

1) класичним методом розрахзувати напруги на реактивних елементах та струми перехідного процесу;

2) розрахувати струм в колі з джерелом ЕДС Е1 та напругу на реактивному елементі операторним методом;

3) побудувати в одному часовому масштабі діаграми струму та напруги на реактивних елементах.

2. Дослідити, яким повинен бути активний опір у вітці з джерелом Е1, щоб перехідний процес проходив в граничному режимі.

3. Визначити струми в вітках та напруги на реактивних елементах в момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійних ЕДС Е1і Е2 в колі діють синусоїдні джерела.

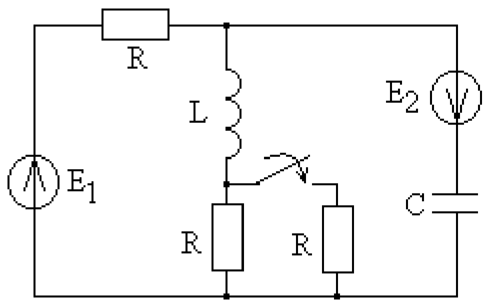
3. В післякомутаційній схемі закоротити джерело ЕДС Е2.

а) виключити катушку індуктивності чи ємність, замінивши останню опором R;

б) вважаючи, що замість ждерела постійної ЕДС Е1 до отриманного кола подається напруга, форма якої показана на малюнку;

в) розрахувати вхідний струм та напругу на реактивном елементі методом інтеграла Дюамеля при періоді Т, заданому в долях від τ;

г) побудувати в одному часовому масштабі діаграми напруги на вході, вхідного струму і напруги на реактивних елементі.



Основна схема

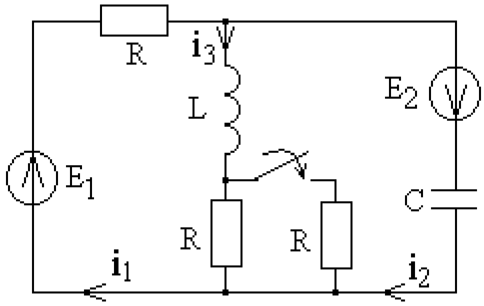
Вхідні данні:

$L := 0.18$ Гн $\quad C := 150\cdot10^{-6}$ Ф $\quad R := 60$ Ом

$E_1 := 90$ В $\quad E_2 := 60$ В $\quad \psi := 45\cdot deg$ C^0 $\quad \omega := 200$ c^{-1}

Класичний метод

Оберемо додатній напрямок струмів у вітках схеми:



Знайдемо значення струмів та напруг безпосередньо до комутації:

Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \frac{E_1}{2 \cdot R}$ $\quad$ $i_{3дк} := i_{1дк}$ $\quad$ $i_{3дк} = 0.75$

$i_{2дк} := 0$ $\quad$ $u_{Lдк} := 0$

$u_{Cдк} := E_1 + E_2 - i_{1дк} \cdot R$ $\quad$ $u_{Cдк} = 105$

Усталений режим після комутації: $t = \infty$

$R' := 0.5 \cdot R$

$i'_1 := \frac{E_1}{R + R'}$ $\quad$ $i'_3 := i'_1$ $\quad$ $i'_3 = 1$

$i'_2 := 0$ $\quad$ $u'_L := 0$

$u'_C := E_1 + E_2 - i'_1 \cdot R$ $\quad$ $u'_C = 90$

Незалежні початкові умови

$i_{30} := i_{3дк}$ $\quad$ $i_{30} = 0.75$

$u_{C0} := u_{Cдк}$ $\quad$ $u_{C0} = 105$

Залежні початкові умови

Given

$i_{10} = i_{20} + i_{30}$

$E_1 = u_{L0} + i_{30} \cdot R' + i_{10} \cdot R$

$E_2 = -i_{30} \cdot R' + u_{C0} - u_{L0}$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \text{Find}(i_{10}, i_{20}, u_{L0}) \text{ float}, 7 \rightarrow \begin{pmatrix} .7500000 \\ 0 \\ 22.50000 \end{pmatrix}$$

$i_{10} = 0.75$ $\quad$ $i_{20} = 0$ $\quad$ $u_{L0} = 22.5$

Незалежні початкові умови

$di_{30} := \frac{u_{L0}}{L}$ $\quad$ $di_{30} = 125$

$du_{C0} := \frac{i_{20}}{C}$ $\quad$ $du_{C0} = 0$

Залежні початкові умови

Given

$$di_{10} = di_{20} + di_{30}$$

$$0 = du_{L0} + di_{30} \cdot R' + di_{10} \cdot R$$

$$0 = -di_{30} \cdot R' + du_{C0} - du_{L0}$$

$$\begin{pmatrix} di_{10} \\ di_{20} \\ du_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(di_{10}, di_{30}, du_{L0})$$

$di_{10} = 0$ $\quad$ $di_{20} = -1$ $\quad$ $du_{L0} = 30$

Вільний режим після комутайії: $\quad t = 0$

Складемо характерестичне рівняння схеми

$$Z(p) := \frac{\frac{1}{p \cdot C} \cdot (R' + p \cdot L)}{R' + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}} + R \qquad Z(p) := \frac{\frac{1}{p \cdot C} \cdot (R' + p \cdot L) + \left(R' + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot R}{R' + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}}$$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := \frac{1}{p \cdot C} \cdot (R' + p \cdot L) + \left(R' + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot R \ \Bigg| \begin{matrix} \mathrm{solve}, p \\ \mathrm{float}, 5 \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -138.89 - 190.43 \cdot i \\ -138.89 + 190.43 \cdot i \end{pmatrix}$$

Одже корні характеристичного рівняння мають вигляд:

$p_1 = -138.89 - 190.43i$ $\quad$ $p_2 = -138.89 + 190.43i$

Коефіцієнт затухання та кутова частота вільних коливань:

$\delta := |\mathrm{Re}(p_1)|$ $\quad$ $\delta = 138.89$ $\quad$ $\omega_0 := |\mathrm{Im}(p_2)|$ $\quad$ $\omega_0 = 190.43$

Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$$i''_1(t) = A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_1)$$

$$i''_2(t) = B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_2)$$

$$i''_3(t) = C \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_3)$$

$$u''_C(t) = D \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_C)$$

$$u''_L(t) = F \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_L)$$

Визначення сталих інтегрування:

Для струму i1(t):

Given

$$i_{10} - i'_1 = A \cdot \sin(v_1)$$

$$di_{10} = -A \cdot \delta \cdot \sin(v_1) + A \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_1)$$

$$\begin{pmatrix} A \\ v_1 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(A, v_1) \ \mathrm{float}, 5 \ \rightarrow \begin{pmatrix} .30943 & -.30943 \\ -2.2009 & .94064 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$A = 0.309$ $\quad$ $v_1 = -2.201$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i''_1(t) := A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_1) \ \mathrm{float}, 5 \ \rightarrow .30943 \cdot \exp(-138.89 \cdot t) \cdot \sin(190.43 \cdot t - 2.2009)$$

$$i_1(t) := i'_1 + i''_1(t) \ \mathrm{float}, 4 \ \rightarrow 1.000 + .3094 \cdot \exp(-138.9 \cdot t) \cdot \sin(190.4 \cdot t - 2.201)$$

Для струму i2(t):

$i_{20} - i'_2 = B\cdot\sin(v_2)$

$di_{20} = -B\cdot\delta\cdot\sin(v_2) + B\cdot\omega_0\cdot\cos(v_2)$

$\begin{pmatrix} B \\ v_2 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(B, v_2)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow \begin{pmatrix} -5.2513\cdot10^{-3} & 5.2513\cdot10^{-3} \\ 0 & 3.1416 \end{pmatrix}$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$B = -5.251\times10^{-3}$ $\qquad v_2 = 0$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$i''_2(t) := B\cdot e^{-\delta\cdot t}\cdot\sin(\omega_0\cdot t + v_2)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow -5.2513\cdot10^{-3}\cdot\exp(-138.89\cdot t)\cdot\sin(190.43\cdot t)$

$i_2(t) := i'_2 + i''_2(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow -5.251\cdot10^{-3}\cdot\exp(-138.9\cdot t)\cdot\sin(190.4\cdot t)$

Для струму i3(t):

$i_{30} - i'_3 = C\cdot\sin(v_3)$

$di_{30} = -C\cdot\delta\cdot\sin(v_3) + C\cdot\omega_0\cdot\cos(v_3)$

$\begin{pmatrix} C \\ v_3 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(C, v_3)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow \begin{pmatrix} -.53595 & .53595 \\ 2.6563 & -.48528 \end{pmatrix}$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$C = -0.536$ $\qquad v_3 = 2.656$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$i''_3(t) := C\cdot e^{-\delta\cdot t}\cdot\sin(\omega_0\cdot t + v_3)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow -.53595\cdot\exp(-138.89\cdot t)\cdot\sin(190.43\cdot t + 2.6563)$

$i_3(t) := i'_3 + i''_3(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow 1.000 - .5360\cdot\exp(-138.9\cdot t)\cdot\sin(190.4\cdot t + 2.656)$

Для напруги Uc(t):

$u_{C0} - u'_C = D\cdot\sin(v_C)$

$du_{C0} = -D\cdot\delta\cdot\sin(v_C) + D\cdot\omega_0\cdot\cos(v_C)$

$\begin{pmatrix} D \\ v_C \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(D, v_C)\ \left|\begin{matrix}\mathrm{float}, 5 \\ \mathrm{complex}\end{matrix}\right. \rightarrow \begin{pmatrix} -18.566 & 18.566 \\ -2.2009 & .94064 \end{pmatrix}$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$D = -18.566$ $\qquad v_C = -2.201$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$u''_C(t) := D\cdot e^{-\delta\cdot t}\cdot\sin(\omega_0\cdot t + v_C)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow -18.566\cdot\exp(-138.89\cdot t)\cdot\sin(190.43\cdot t - 2.2009)$

$u_C(t) := u'_C + u''_C(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow 90.00 - 18.57\cdot\exp(-138.9\cdot t)\cdot\sin(190.4\cdot t - 2.201)$

Для напруги Ul(t):

$u_{L0} - u'_L = F\cdot\sin(v_L)$

$du_{L0} = -F\cdot\delta\cdot\sin(v_L) + F\cdot\omega_0\cdot\cos(v_L)$

$\begin{pmatrix} F \\ v_L \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(F, v_L)\ \left|\begin{matrix}\mathrm{float}, 5 \\ \mathrm{complex}\end{matrix}\right. \rightarrow \begin{pmatrix} -27.942 & 27.942 \\ -2.2055 & .93609 \end{pmatrix}$

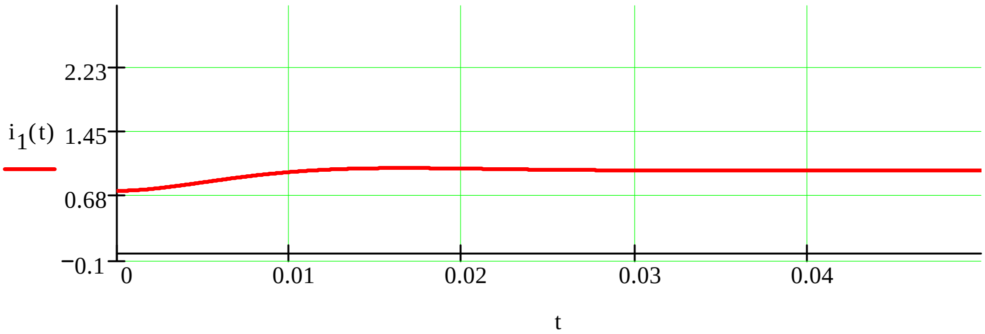
Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$F = -27.942$ $\qquad v_L = -2.205$

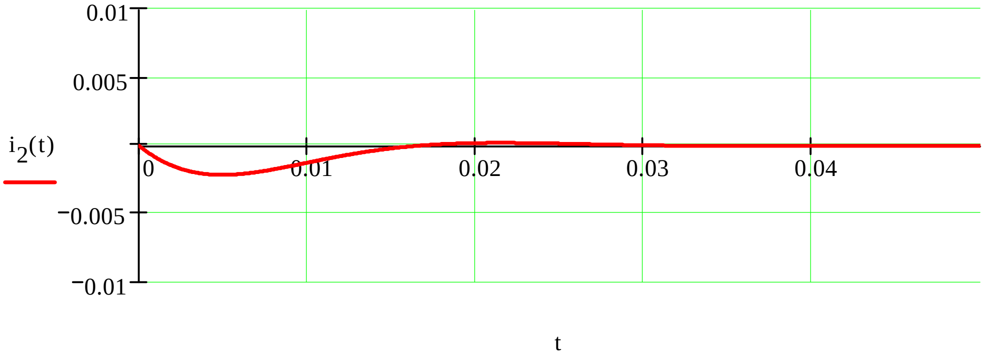
Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$u''_L(t) := F\cdot e^{-\delta\cdot t}\cdot\sin(\omega_0\cdot t + v_L)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow -27.942\cdot\exp(-138.89\cdot t)\cdot\sin(190.43\cdot t - 2.2055)$

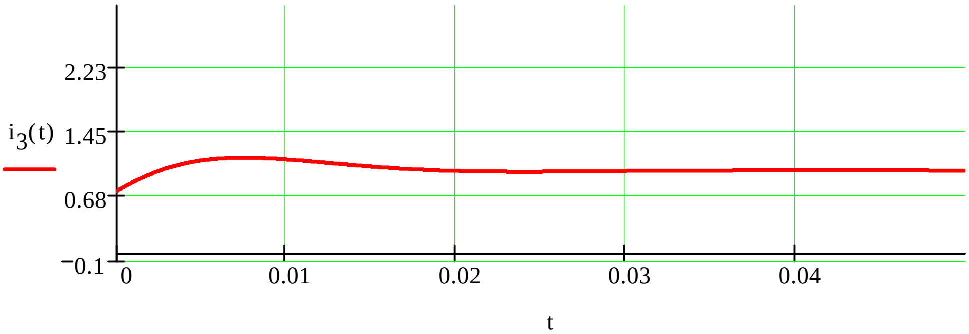
$u_L(t) := u'_L + u''_L(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow -27.94\cdot\exp(-138.9\cdot t)\cdot\sin(190.4\cdot t - 2.206)$



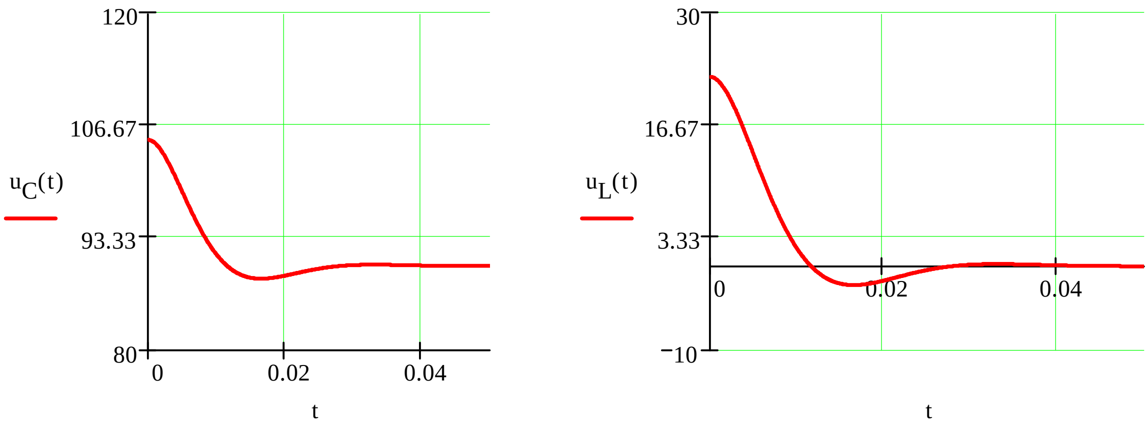
Графік перехідного струму i1(t).



Графік перехідного струму i2(t).

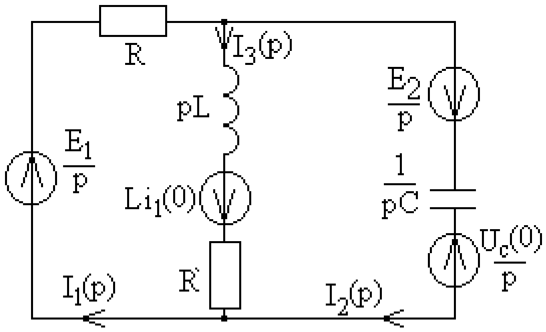


Графік перехідного струму i3(t).



Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

Операторний метод



Операторна схема

Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \frac{E_1}{2 \cdot R}$ $\quad i_{3дк} := i_{1дк}$ $\quad i_{3дк} = 0.75$

$i_{2дк} := 0$ $\quad u_{Lдк} := 0$

$u_{Cдк} := E_1 + E_2 - i_{1дк} \cdot R$ $\quad u_{Cдк} = 105$

Початкові умови:

$i_{L0} := i_{3дк}$ $\quad i_{L0} = 0.75$

$u_{C0} = 105$

$$I_{k1}(p)\cdot(R + R' + p\cdot L) - I_{k2}(p)\cdot(R' + p\cdot L) = \frac{E_1}{p} + L\cdot i_{L0}$$

$$-I_{k1}(p)\cdot(R' + p\cdot L) + I_{k2}(p)\cdot\left(\frac{1}{p\cdot C} + p\cdot L + R'\right) = \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} - L\cdot i_{L0}$$

$$\Delta(p) := \left|\begin{bmatrix} R + R' + p\cdot L & -(R' + p\cdot L) \\ -(R' + p\cdot L) & \frac{1}{p\cdot C} + p\cdot L + R' \end{bmatrix}\right| \qquad \Delta(p) \text{ float},5 \;\rightarrow\; \frac{\left(6.0000\cdot 10^{5} + 10.800\cdot p^{2.} + 3000.0\cdot p\right)}{p^{1.}}$$

$$\Delta_1(p) := \left|\begin{bmatrix} \frac{E_1}{p} + L\cdot i_{L0} & -(R' + p\cdot L) \\ \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} - L\cdot i_{L0} & \frac{1}{p\cdot C} + p\cdot L + R' \end{bmatrix}\right| \qquad \Delta_1(p) \text{ float},5 \;\rightarrow\; \frac{\left(6.0000\cdot 10^{5} + 8.1000\cdot p^{2.} + 2250.0\cdot p\right)}{p^{2.}}$$

$$\Delta_2(p) := \left|\begin{bmatrix} R + R' + p\cdot L & \frac{E_1}{p} + L\cdot i_{L0} \\ -(R' + p\cdot L) & \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} - L\cdot i_{L0} \end{bmatrix}\right| \qquad \Delta_2(p) \text{ float},5 \;\rightarrow\; \frac{-1350.0}{p^{1.}}$$

Контурні струми та напруга на конденсаторі будуть мати вигляд:

$$I_{k1}(p) := \frac{\Delta_1(p)}{\Delta(p)} \qquad I_1(p) := I_{k1}(p) \text{ float}, 5 \rightarrow \frac{\left(6.0000 \cdot 10^5 + 8.1000 \cdot p^{2.} + 2250.0 \cdot p\right)}{p^{1.} \cdot \left(6.0000 \cdot 10^5 + 10.800 \cdot p^{2.} + 3000.0 \cdot p\right)^{1.}}$$

$$I_{k2}(p) := \frac{\Delta_2(p)}{\Delta(p)} \qquad I_2(p) := I_{k2}(p) \text{ float}, 5 \rightarrow \frac{-1350.0}{\left(6.0000 \cdot 10^5 + 10.800 \cdot p^{2.} + 3000.0 \cdot p\right)^{1.}}$$

$$u_C(p) := \frac{u_{C0}}{p} + \frac{I_2(p)}{p \cdot C} \text{ factor} \rightarrow 15 \cdot \frac{\left(3000000 + 17500 \cdot p + 63 \cdot p^2\right)}{p \cdot \left(500000 + 2500 \cdot p + 9 \cdot p^2\right)}$$

$$u_L(p) := L \cdot p \cdot I_3(p) - L \cdot i_{3дк} \text{ factor} \rightarrow \frac{45}{2} \cdot \frac{(9 \cdot p + 1000)}{\left(500000 + 2500 \cdot p + 9 \cdot p^2\right)}$$

Перейдемо тепер від зображення до функції часу за формулою розкладу:
Для струму I1(p):

$$N_1(p) := 6.0000 \cdot 10^5 + 8.1000 \cdot p^{2.} + 2250.0 \cdot p \qquad M_1(p) := p \cdot \left(6.0000 \cdot 10^5 + 10.800 \cdot p^{2.} + 3000.0 \cdot p\right)$$

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_1(p) \left|\begin{matrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{matrix}\right. \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -138.89 - 190.43 \cdot i \\ -138.89 + 190.43 \cdot i \end{pmatrix}$$

$$p_0 = 0 \qquad p_1 = -138.89 - 190.43i \qquad p_2 = -138.89 + 190.43i$$

$$N_1(p_0) = 6 \times 10^5 \qquad N_1(p_1) = 1.5 \times 10^5 + 3.428i \qquad N_1(p_2) = 1.5 \times 10^5 - 3.428i$$

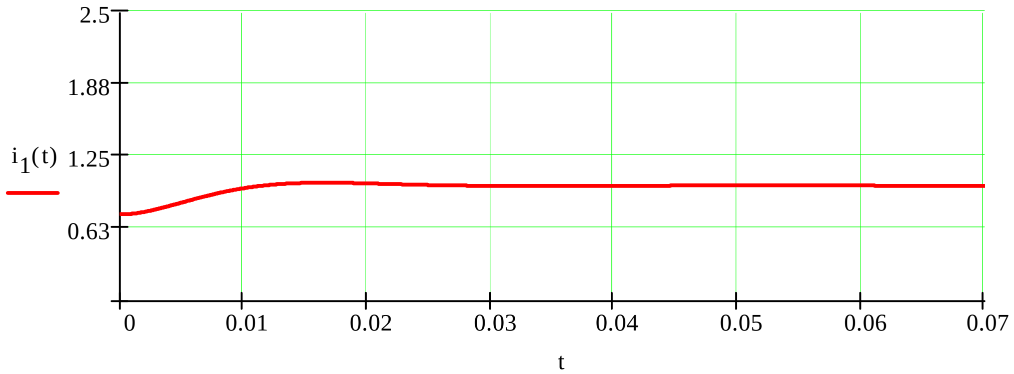
$$dM_1(p) := \frac{d}{dp} M_1(p) \left|\begin{matrix} \text{factor} \\ \text{float}, 5 \end{matrix}\right. \rightarrow 6.0000 \cdot 10^5 + 32.400 \cdot p^{2.} + 6000. \cdot p$$

$$dM_1(p_0) = 6 \times 10^5 \qquad dM_1(p_1) = -7.833 \times 10^5 + 5.713i \times 10^5 \qquad dM_1(p_2) = -7.833 \times 10^5 - 5.713i \times 10^5$$

Отже струм як функція часу буде мати вигляд:

$$i_1(t) = \frac{N_1(p_0)}{dM_1(p_0)} + \frac{N_1(p_1)}{dM_1(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_1(p_2)}{dM_1(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \qquad i_1(0) = 0.75$$

$$i_1(t) \left|\begin{matrix} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{matrix}\right. \rightarrow 1.000 + .3094 \cdot \exp(-138.9 \cdot t) \cdot \sin(190.4 \cdot t - 2.201)$$



Графік перехідного струму i1(t).

Для напруги на конденсаторі Uc(p):

$$N_u(p) := 15\cdot\left(3000000 + 17500\cdot p + 63\cdot p^2\right) \qquad M_u(p) := p\cdot\left(500000 + 2500\cdot p + 9\cdot p^2\right)$$

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_u(p) \left|\begin{array}{l} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{array}\right. \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -138.89 + 190.44\cdot i \\ -138.89 - 190.44\cdot i \end{pmatrix}$$

$$p_0 = 0 \qquad p_1 = -138.89 + 190.44i \qquad p_2 = -138.89 - 190.44i$$

$$N_u(p_0) = 4.5\times 10^7 \qquad N_u(p_1) = -7.502\times 10^6 - 399.924i \qquad N_u(p_2) = -7.502\times 10^6 + 399.924i$$

$$dM_u(p) := \frac{d}{dp}M_u(p) \text{ factor } \rightarrow 500000 + 5000\cdot p + 27\cdot p^2$$

$$dM_u(p_0) = 5\times 10^5 \qquad dM_u(p_1) = -6.528\times 10^5 - 4.761i\times 10^5 \qquad dM_u(p_2) = -6.528\times 10^5 + 4.761i\times 10^5$$

Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$u_C(t) := \frac{N_u(p_0)}{dM_u(p_0)} + \frac{N_u(p_1)}{dM_u(p_1)}\cdot e^{p_1\cdot t} + \frac{N_u(p_2)}{dM_u(p_2)}\cdot e^{p_2\cdot t} \qquad u_C(0) = 105.003$$

$$u_C(t) \left|\begin{array}{l} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{array}\right. \rightarrow 90. + 15.0034\cdot\exp(-138.89\cdot t)\cdot\cos(190.44\cdot t) + 10.9408\cdot\exp(-138.89\cdot t)\cdot\sin(190.44\cdot t)$$

Для напруги на індуктивності:

$$N_L(p) := \frac{45}{2}(9\cdot p + 1000) \qquad M_L(p) := \left(500000 + 2500\cdot p + 9\cdot p^2\right)$$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_L(p) \left|\begin{array}{l} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{array}\right. \rightarrow \begin{pmatrix} -138.89 + 190.44\cdot i \\ -138.89 - 190.44\cdot i \end{pmatrix} \qquad p_1 = -138.89 + 190.44i \qquad p_2 = -138.89 - 190.44i$$

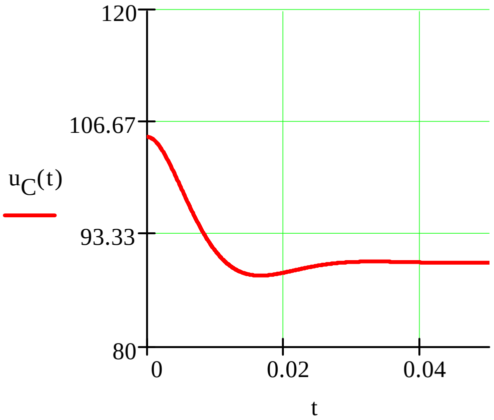
$$N_L(p_1) = -5.625\times 10^3 + 3.856i\times 10^4 \qquad N_L(p_2) = -5.625\times 10^3 - 3.856i\times 10^4$$

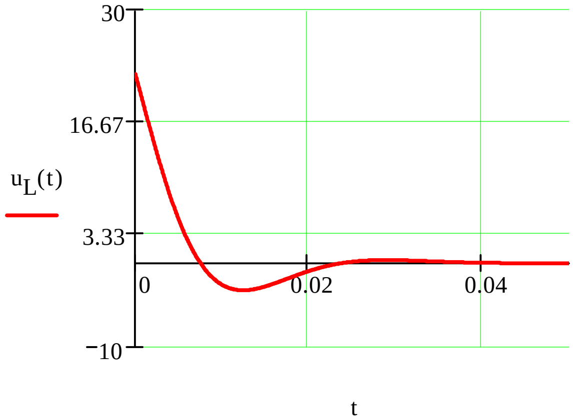
$$dM_L(p) := \frac{d}{dp}M_L(p) \text{ factor } \rightarrow 2500 + 18\cdot p$$

$$dM_L(p_1) = -0.02 + 3.428i\times 10^3 \qquad dM_L(p_2) = -0.02 - 3.428i\times 10^3$$

Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$u_L(t) := \frac{N_L(p_1)}{dM_L(p_1)}\cdot e^{p_1\cdot t} + \frac{N_L(p_2)}{dM_L(p_2)}\cdot e^{p_2\cdot t} \qquad u_L(0) = 22.5$$

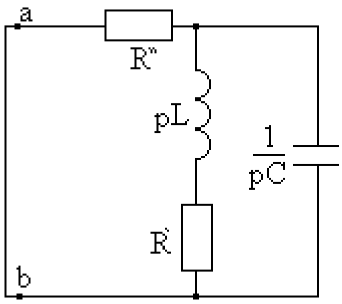




Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

Дослідити чому повинен дорівнювати активний опір вітки с джерелом ЕРС Е1 щоб аперіодичний процес переходив у коливальний

$$Z_{ab}(p) := R'' + \frac{(R' + p\cdot L)\cdot\frac{1}{p\cdot C}}{\frac{1}{p\cdot C} + p\cdot L + R'}$$



$$Z_{ab}(p) := \frac{\left(\frac{1}{p\cdot C} + p\cdot L + R'\right)\cdot R'' + (R' + p\cdot L)\cdot\frac{1}{p\cdot C}}{\frac{1}{p\cdot C} + p\cdot L + R'}$$

$$(R''\cdot L)\cdot p^2 + \left(R''\cdot R' + \frac{L}{C}\right)\cdot p + \left(\frac{R''}{C} + \frac{R'}{C}\right) = 0$$

$$D = 0$$

$$\left(R''\cdot R' + \frac{L}{C}\right)^2 - 4\cdot(R''\cdot L)\cdot\left(\frac{R''}{C} + \frac{R'}{C}\right) = 0$$

$$R' := \left(R''\cdot R' + \frac{L}{C}\right)^2 - 4\cdot(R''\cdot L)\cdot\left(\frac{R''}{C} + \frac{R'}{C}\right) \Bigg| \begin{matrix} \text{solve}, R'' \\ \text{float}, 5 \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -30.548 \\ 12.087 \end{pmatrix}$$

$$R'_{1,0} = 12.087$$

Отже при такому значенні активного опору у вітці з джерелом напруги Е1 аперіодичний процес перейде в коливальний.

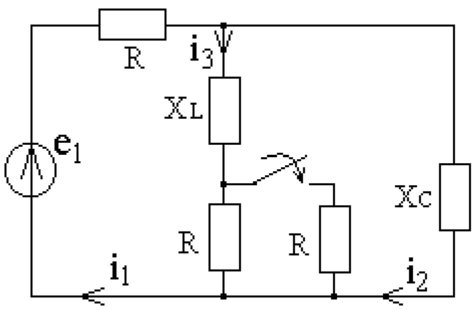
Визначити струми віток і напруги на реактивних елементах у момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійної напруги Е1 і Е2 у колі діють джерела синусоїдної напруги:

$$e_1(t) := \sqrt{2}\cdot E_1\cdot\sin(\omega\cdot t + \psi) \qquad e_2(t) := \sqrt{2}\cdot E_2\cdot\sin(\omega\cdot t + \psi)$$

$$X_C := \frac{1}{\omega\cdot C} \qquad X_C = 33.333 \qquad X_L := \omega\cdot L \qquad X_L = 36$$

$$E_1 := E_1\cdot e^{\psi\cdot i} \qquad E_1 = 63.64 + 63.64i \qquad F(E_1) = (90 \quad 45)$$

$$E_2 := E_2\cdot e^{\psi\cdot i} \qquad E_2 = 42.426 + 42.426i \qquad F(E_2) = (60 \quad 45)$$

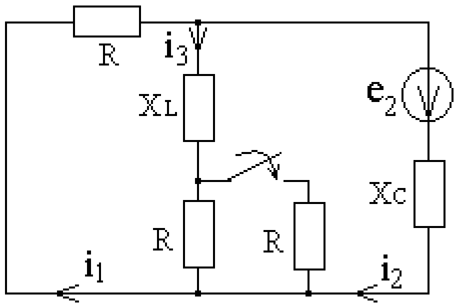


$$Z'_{vx} := R + \frac{X_C\cdot i\cdot(R + X_L\cdot i)}{R + X_L\cdot i - i\cdot X_C} \qquad Z'_{vx} = 41.518 + 34.155i$$

$$I'_{1дк} := \frac{E_1}{Z'_{vx}} \qquad I'_{1дк} = 1.666 + 0.162i \qquad F(I'_{1дк}) = (1.674 \quad 5.558)$$

$$I'_{2дк} := I'_{1дк}\cdot\frac{R + X_L\cdot i}{R + X_L\cdot i - i\cdot X_C} \qquad I'_{2дк} = 1.617 + 1.09i \qquad F(I'_{2дк}) = (1.95 \quad 33.977)$$

$$I'_{3дк} := I'_{1дк} - I'_{2дк} \qquad I'_{3дк} = 0.049 - 0.928i \qquad F(I'_{3дк}) = (0.929 \quad -86.987)$$



$$Z''_{vx} := -X_C \cdot i + \frac{(R + i \cdot X_L) \cdot R}{R + i \cdot X_L + R} \qquad Z''_{vx} = 32.477 - 25.076i$$

$$I''_{2дк} := \frac{E_2}{Z''_{vx}} \qquad I''_{2дк} = 0.186 + 1.45i \qquad F(I''_{2дк}) = (1.462 \quad 82.673)$$

$$I''_{1дк} := I''_{2дк} \cdot \frac{R + X_L \cdot i}{R + i \cdot X_L + R} \qquad I''_{1дк} = -0.099 + 0.811i \qquad F(I''_{1дк}) = (0.817 \quad 96.937)$$

$$I''_{3дк} := I''_{2дк} - I''_{1дк} \qquad I''_{3дк} = 0.285 + 0.64i \qquad F(I''_{3дк}) = (0.7 \quad 65.973)$$

$$I_{1дк} := I'_{1дк} + I''_{1дк} \qquad I_{1дк} = 1.568 + 0.973i \qquad F(I_{1дк}) = (1.845 \quad 31.824)$$

$$I_{2дк} := I'_{2дк} + I''_{2дк} \qquad I_{2дк} = 1.804 + 2.54i \qquad F(I_{2дк}) = (3.116 \quad 54.622)$$

$$I_{3дк} := I'_{3дк} - I''_{3дк} \qquad I_{3дк} = -0.236 - 1.567i \qquad F(I_{3дк}) = (1.585 \quad -98.573)$$

$$u_{Cдк} := I_{3дк} \cdot (-i \cdot X_C) \qquad u_{Cдк} = -52.249 + 7.877i \qquad F(u_{Cдк}) = (52.839 \quad 171.427)$$

$$u_{Lдк} := I_{3дк} \cdot i \cdot X_L \qquad u_{Lдк} = 56.429 - 8.507i \qquad F(u_{Lдк}) = (57.066 \quad -8.573)$$

$$i_{1дк}(t) := \left|I_{1дк}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{1дк}))$$

$$i_{2дк}(t) := \left|I_{2дк}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{2дк}))$$

$$i_{3дк}(t) := \left|I_{3дк}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{3дк}))$$

$$u_{Cдк}(t) := \left|u_{Cдк}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(u_{Cдк}))$$

$$u_{Lдк}(t) := \left|u_{Lдк}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(u_{Lдк}))$$

Початкові умови:

$$u_{Cдк}(0) = 11.139$$

$$i_{Lдк}(0) = -2.217$$

Given

$$i_{20} = i_{10} - i_{30}$$

$$e_1(0) = u_{L0} + i_{10} \cdot R + i_{30} \cdot R$$

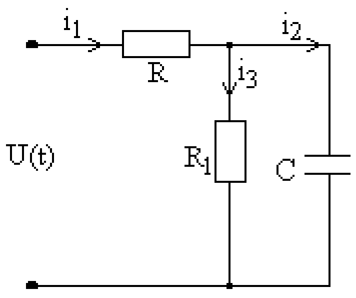
$$e_2(0) = -i_{30} \cdot R + u_{C0} - u_{L0}$$

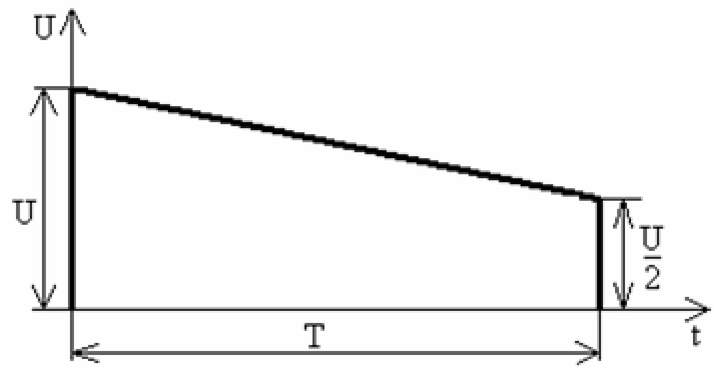
$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{10}, i_{20}, u_{L0})$$

$i_{10} = 2.314$ $\quad i_{20} = 4.531$ $\quad i_{30} = -2.217$ $\quad u_{L0} = 84.143$ $\quad u_{C0} = 11.139$

Інтеграл Дюамеля

$T := 0.9$ $\qquad E_1 := 90$ $\qquad E := 1$ $\qquad R_1 := \dfrac{R \cdot R}{R + R}$ $\qquad R_1 = 30$





Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \dfrac{0}{R_1 + R}$ $\qquad i_{1дк} = 0$

$i_{3дк} := i_{1дк}$ $\qquad i_{3дк} = 0$ $\qquad i_{2дк} := 0$ $\qquad i_{2дк} = 0$

$u_{Cдк} := 0 - i_{1дк} \cdot R$ $\qquad u_{Cдк} = 0$

Усталений режим після комутації: $t = \infty$

$i'_1 := \dfrac{E}{R_1 + R}$ $\qquad i'_1 = 0.011$

$i'_3 := i'_1$ $\qquad i'_3 = 0.011$ $\qquad i'_2 := 0$ $\qquad i'_2 = 0$

$u'_C := E - i'_1 \cdot R$ $\qquad u'_C = 0.333$

Незалежні початкові умови

$u_{C0} := u_{Cдк}$ $\qquad u_{C0} = 0$

Залежні початкові умови

Given

$i_{20} = i_{10} - i_{30}$

$E = i_{30} \cdot R_1 + i_{10} \cdot R$

$0 = u_{C0} - i_{30} \cdot R_1$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ i_{30} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{10}, i_{20}, i_{30})$$

$i_{10} = 0.017$ $\qquad i_{20} = 0.017$ $\qquad i_{30} = 0$

Вільний режим після комутайії: $t = 0$

Складемо характерестичне рівняння схеми

$$Z_{vx}(p) := R + \frac{R_1 \cdot \dfrac{1}{p \cdot C}}{R_1 + \dfrac{1}{p \cdot C}} \qquad Zvx(p) := \frac{R \cdot \left(R_1 + \dfrac{1}{p \cdot C}\right) + R_1 \cdot \dfrac{1}{p \cdot C}}{R_1 + \dfrac{1}{p \cdot C}}$$

$$p := R \cdot \left(R_1 + \frac{1}{p \cdot C}\right) + R_1 \cdot \frac{1}{p \cdot C} \ \Bigg|\begin{matrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{matrix} \rightarrow -333.33 \qquad T := \frac{1}{|p|} \cdot T \qquad T = 2.7 \times 10^{-3}$$

Одже корень характеристичного рівняння має вигляд: $p = -333.33$

Вільна складова струма буде мати вигляд:

$i''_1(t) := A_1 \cdot e^{p \cdot t}$

Визначення сталих інтегрування:

$A_1 := i_{10} - i'_1$ $\quad\quad A_1 = 5.556 \times 10^{-3}$

Отже: $\quad i''_1(t) := A_1 \cdot e^{p \cdot t}$

Повні значення цих струмів:

$g_{11}(t) := i'_1 - i''_1(t) \quad\quad g_{11}(t)\ \text{float},5 \ \rightarrow 1.1111 \cdot 10^{-2} - 5.5556 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(-333.33 \cdot t)$

$h_{cU}(t) := A_1 \cdot R - A_1 \cdot R \cdot e^{p \cdot t}\ \text{float},5 \ \rightarrow .33333 - .33333 \cdot \exp(-333.33 \cdot t)$

Визначимо закони зміни напруги на всіх проміжках часу:

$U_0 := E_1 \quad\quad U_0 = 90$

$U_1(t) := U_0 - \dfrac{E_1}{2T} \cdot t \quad\quad U_1(t)\ \text{float},5 \ \rightarrow 90. - 16667. \cdot t \quad\quad 0 < t < T$

$U_2 := 0 \quad\quad U_2 = 0 \quad\quad T < t < \infty$

$U'_1 := \dfrac{d}{dt} U_1(t)\ \text{float},5 \ \rightarrow -16667.$

Струм на цих проміжках буде мати вигляд:

$i_1(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + \int_0^t U'_1 \cdot g_{11}(t - \tau)\, d\tau \quad\quad i_1(t) \left| \begin{array}{l} \text{factor} \\ \text{float},2 \end{array} \right. \rightarrow 1.3 - .78 \cdot \exp\left(-3.3 \cdot 10^2 \cdot t\right) - 1.9 \cdot 10^2 \cdot t$

$i_2(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + \int_0^T U'_1 \cdot g_{11}(t - \tau)\, d\tau + \left(U_2 - \dfrac{E_1}{2}\right) \cdot g_{11}(t - T)$

$i_2(t) \left| \begin{array}{l} \text{factor} \\ \text{float},3 \end{array} \right. \rightarrow -1.50 \cdot 10^{-5} - .778 \cdot \exp(-333. \cdot t) + .528 \cdot \exp(-333. \cdot t + .900)$

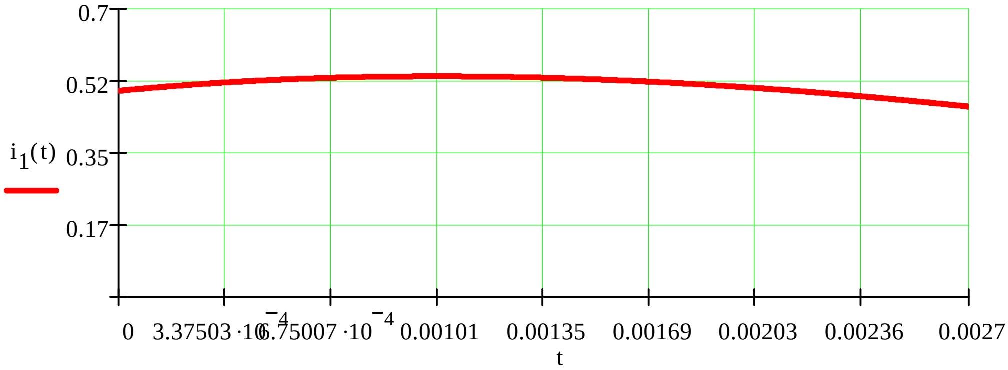
Напруга на ємності на цих проміжках буде мати вигляд:

$u_{C1}(t) := U_0 \cdot h_{cU}(t) + \int_0^t U'_1 \cdot h_{cU}(t - \tau)\, d\tau\ \text{float},5 \ \rightarrow 46.667 - 46.667 \cdot \exp(-333.33 \cdot t) - 5555.6 \cdot t$

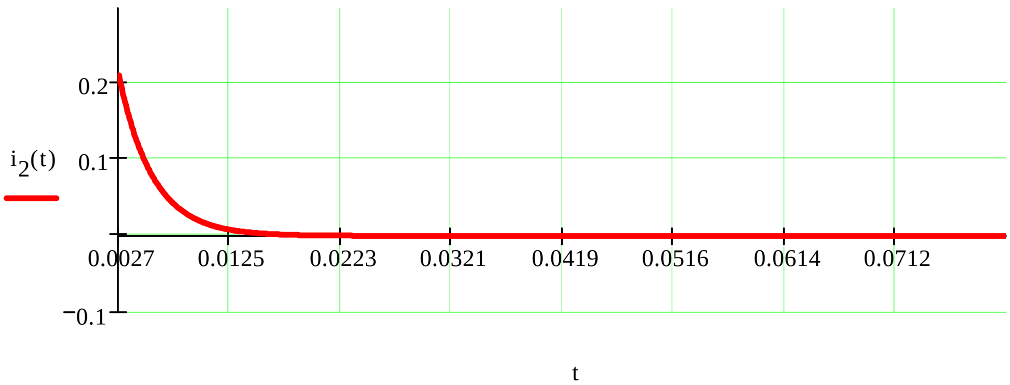
$u_{C2}(t) := U_0 \cdot h_{cU}(t) + \int_0^T U'_1 \cdot h_{cU}(t - \tau)\, d\tau + \left(U_2 - \dfrac{E_1}{2}\right) \cdot h_{cU}(t - T)$

$u_{C2}(t)\ \text{float},3 \ \rightarrow -4.50 \cdot 10^{-4} - 46.7 \cdot \exp(-333. \cdot t) + 31.7 \cdot \exp(-333. \cdot t + .900)$

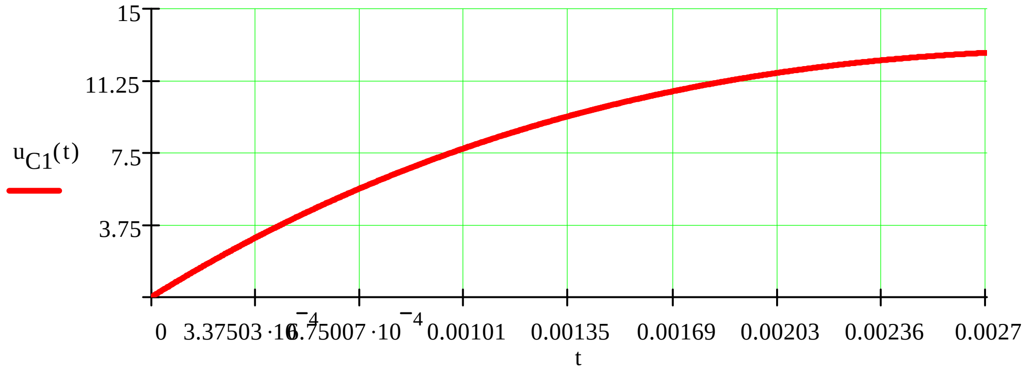
Графік вхідного струму на проміжку: $0 \le t \le T$



Графік вхідного струму на проміжку: $T \le t \le \infty$



Графік наруги на реактивному елементі на проміжку: $0 \le t \le T$



Графік наруги на реактивному елементі на проміжку: $T \le t \le \infty$