

**Міністерство освіти України**  
**Національний технічний університет України**  
**“Київський політехнічний інститут”**  
*Кафедра ТОЕ*

***Розрахунково-графічна робота***

“Розрахунок перехідних процесів у лінійних колах”

Варіант № 204

Виконав: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Перевірив: \_\_\_\_\_

### Умова завдання

1. В колі з джерелом постійної ЕДС необхідно:

- 1) класичним методом розрахувати напруги на реактивних елементах та струми перехідного процесу;
- 2) розрахувати струм в колі з джерелом ЕДС  $E_1$  та напругу на реактивному елементі операторним методом;
- 3) побудувати в одному часовому масштабі діаграми струму та напруги на реактивних елементах.

2. Дослідити, яким повинен бути активний опір у вітці з джерелом  $E_1$ , щоб перехідний процес проходив в граничному режимі.

3. Визначити струми в вітках та напруги на реактивних елементах в момент комутації ( $t=0$ ), якщо замість джерел постійних ЕДС  $E_1$  і  $E_2$  в колі діють синусоїдні джерела.

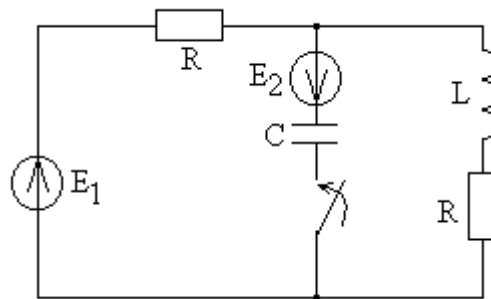
3. В післякомутаційній схемі закортити джерело ЕДС  $E_2$ .

а) виключити катушку індуктивності чи ємність, замінивши останню опором  $R$ ;

б) вважаючи, що замість джерела постійної ЕДС  $E_1$  до отриманного кола подається напруга, форма якої показана на малюнку;

в) розрахувати вхідний струм та напругу на реактивному елементі методом інтеграла Дюамеля при періоді  $T$ , заданому в долях від  $\tau$ ;

г) побудувати в одному часовому масштабі діаграми напруги на вході, вхідного струму і напруги на реактивних елементах.



Основна схема

Вхідні данні:

$L := 0.1$  Гн     $C := 100 \cdot 10^{-6}$  Ф

$R := 50$  Ом

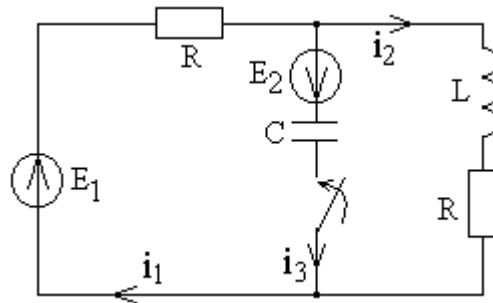
$E_1 := 100$  В     $E_2 := 80$  В

$\psi := 30 \cdot \text{deg}$   $C^0$

$\omega := 100$   $c^{-1}$

## Класичний метод

Оберемо додатній напрямок струмів у вітках схеми:



Знайдемо значення струмів та напруг безпосередньо до комутації:

Усталений режим до комутації:  $t < 0$

$$i_{1\text{дк}} := \frac{E_1}{2 \cdot R} \quad i_{2\text{дк}} := i_{1\text{дк}} \quad i_{2\text{дк}} = 1$$

$$i_{3\text{дк}} := 0 \quad u_{L\text{дк}} := 0$$

$$u_{C\text{дк}} := 0 \quad u_{C\text{дк}} = 0$$

Усталений режим після комутації:  $t = \infty$

$$i'_1 := \frac{E_1}{2 \cdot R} \quad i'_2 := i'_1 \quad i'_2 = 1$$

$$i'_3 := 0 \quad u'_L := 0$$

$$u'_C := E_1 + E_2 - i'_1 \cdot R \quad u'_C = 130$$

Незалежні початкові умови

$$i_{20} := i_{2\text{дк}} \quad i_{20} = 1$$

$$u_{C0} := u_{C\text{дк}} \quad u_{C0} = 0$$

Залежні початкові умови

Given

$$i_{10} = i_{20} + i_{30}$$

$$E_1 + E_2 = i_{10} \cdot R + u_{C0}$$

$$-E_2 = i_{20} \cdot R + u_{L0} - u_{C0}$$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{30} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \text{Find}(i_{10}, i_{30}, u_{L0}) \text{ float}, 6 \rightarrow \begin{pmatrix} 3.60000 \\ 2.60000 \\ -130. \end{pmatrix}$$

$$i_{10} = 3.6 \quad i_{30} = 2.6 \quad u_{L0} = -130$$

Незалежні початкові умови

$$di_{20} := \frac{u_{L0}}{L} \quad di_{20} = -1.3 \times 10^3$$

$$du_{C0} := \frac{i_{30}}{C} \quad du_{C0} = 2.6 \times 10^4$$

## Залежні початкові умови

Given

$$di_{10} = di_{20} + di_{30}$$

$$0 = du_{C0} + di_{10} \cdot R$$

$$0 = di_{20} \cdot R + du_{L0} - du_{C0}$$

$$\begin{pmatrix} di_{10} \\ di_{30} \\ du_{L0} \end{pmatrix} := \text{Find}(di_{10}, di_{30}, du_{L0}) \quad di_{10} = -520 \quad di_{30} = 780 \quad du_{L0} = 9.1 \times 10^4$$

Вільний режим після комутайії:  $t = 0$

Складемо характеристичне рівняння схеми

$$Z(p) := \frac{\frac{1}{p \cdot C} \cdot (R + p \cdot L)}{R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}} + R \quad Z(p) := \frac{\frac{1}{p \cdot C} \cdot (R + p \cdot L) + R \cdot \left(R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right)}{R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}}$$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := \frac{1}{p \cdot C} \cdot (R + p \cdot L) + R \cdot \left(R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) \Bigg|_{\text{solve}, p}^{\text{float}, 6} \rightarrow \begin{pmatrix} -350. - 278.388 \cdot i \\ -350. + 278.388 \cdot i \end{pmatrix}$$

Одже корні характеристичного рівняння мають вигляд:

$$p_1 = -350 - 278.388i \quad p_2 = -350 + 278.388i$$

Коефіцієнт затухання та кутова частота вільних коливань:

$$\delta := |\text{Re}(p_1)| \quad \delta = 350 \quad \omega_0 := |\text{Im}(p_2)| \quad \omega_0 = 278.388$$

Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$$i''_1(t) = A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_1)$$

$$i''_2(t) = B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_2)$$

$$i''_3(t) = C \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_3)$$

$$u''_C(t) = D \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_C)$$

$$u''_L(t) = F \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_L)$$

Визначення сталих інтегрування:

Для струму  $i_1(t)$ :

Given

$$i_{10} - i'_1 = A \cdot \sin(v_1)$$

$$di_{10} = -A \cdot \delta \cdot \sin(v_1) + A \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_1)$$

$$\begin{pmatrix} A \\ v_1 \end{pmatrix} := \text{Find}(A, v_1) \text{ float}, 5 \rightarrow \begin{pmatrix} -2.9534 & 2.9534 \\ -2.0650 & 1.0766 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$$A = -2.953 \quad v_1 = -2.065$$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i''_1(t) := A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_1) \text{ float}, 5 \rightarrow -2.9534 \cdot \exp(-350.00 \cdot t) \cdot \sin(278.39 \cdot t - 2.0650)$$

$$i_1(t) := i'_1 + i''_1(t) \text{ float}, 4 \rightarrow 1. - 2.953 \cdot \exp(-350.0 \cdot t) \cdot \sin(278.4 \cdot t - 2.065)$$

Для струму  $i_2(t)$ :

$$i_{20} - i'_2 = B \cdot \sin(v_2)$$

$$di_{20} = -B \cdot \delta \cdot \sin(v_2) + B \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_2)$$

$$\begin{pmatrix} B \\ v_2 \end{pmatrix} := \text{Find}(B, v_2) \text{ float}, 5 \rightarrow \begin{pmatrix} -4.6697 & 4.6697 \\ 0 & 3.1416 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$$B = -4.67 \quad v_2 = 0$$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i''_2(t) := B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_2) \text{ float}, 5 \rightarrow -4.6697 \cdot \exp(-350.00 \cdot t) \cdot \sin(278.39 \cdot t)$$

$$i_2(t) := i'_2 + i''_2(t) \text{ float}, 4 \rightarrow 1. - 4.670 \cdot \exp(-350.0 \cdot t) \cdot \sin(278.4 \cdot t)$$

Для струму  $i_3(t)$ :

$$i_{30} - i'_3 = C \cdot \sin(v_3)$$

$$di_{30} = -C \cdot \delta \cdot \sin(v_3) + C \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_3)$$

$$\begin{pmatrix} C \\ v_3 \end{pmatrix} := \text{Find}(C, v_3) \text{ float}, 5 \rightarrow \begin{pmatrix} -6.6040 & 6.6040 \\ -2.7369 & .40465 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$$C = -6.604 \quad v_3 = -2.737$$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i''_3(t) := C \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_3) \text{ float}, 5 \rightarrow -6.6040 \cdot \exp(-350.00 \cdot t) \cdot \sin(278.39 \cdot t - 2.7369)$$

$$i_3(t) := i'_3 + i''_3(t) \text{ float}, 4 \rightarrow -6.604 \cdot \exp(-350.0 \cdot t) \cdot \sin(278.4 \cdot t - 2.737)$$

Для напруги  $U_C(t)$ :

$$u_{C0} - u'_C = D \cdot \sin(v_C)$$

$$du_{C0} = -D \cdot \delta \cdot \sin(v_C) + D \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_C)$$

$$\begin{pmatrix} D \\ v_C \end{pmatrix} := \text{Find}(D, v_C) \begin{matrix} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -147.67 & 147.67 \\ 1.0766 & -2.0650 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$$D = -147.67 \quad v_C = 1.077$$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$u''_C(t) := D \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_C) \text{ float}, 5 \rightarrow -147.67 \cdot \exp(-350.00 \cdot t) \cdot \sin(278.39 \cdot t + 1.0766)$$

$$u_C(t) := u'_C + u''_C(t) \text{ float}, 4 \rightarrow 130. - 147.7 \cdot \exp(-350.0 \cdot t) \cdot \sin(278.4 \cdot t + 1.077)$$

Для напруги  $U_L(t)$ :

$$u_{L0} - u'_L = F \cdot \sin(v_L)$$

$$du_{L0} = -F \cdot \delta \cdot \sin(v_L) + F \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_L)$$

$$\begin{pmatrix} F \\ v_L \end{pmatrix} := \text{Find}(F, v_L) \begin{matrix} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -208.84 & 208.84 \\ 2.4697 & -.67193 \end{pmatrix}$$

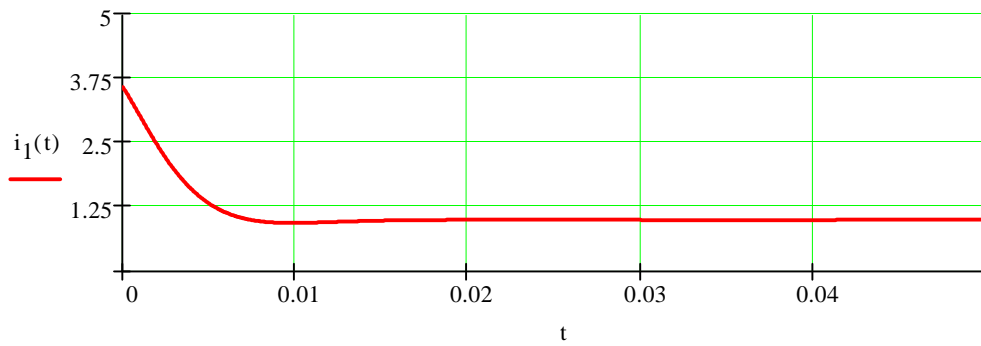
Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$$F = -208.84 \quad v_L = 2.47$$

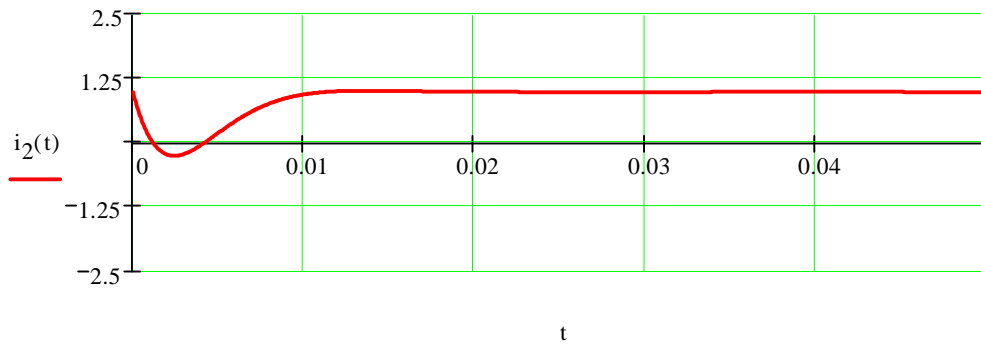
Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$u''_L(t) := F \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_L) \text{ float}, 5 \rightarrow -208.84 \cdot \exp(-350.00 \cdot t) \cdot \sin(278.39 \cdot t + 2.4697)$$

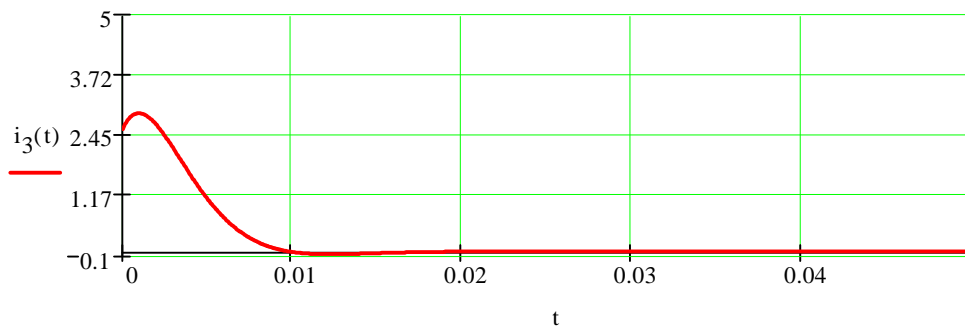
$$u_L(t) := u'_L + u''_L(t) \text{ float}, 4 \rightarrow -208.8 \cdot \exp(-350.0 \cdot t) \cdot \sin(278.4 \cdot t + 2.470)$$



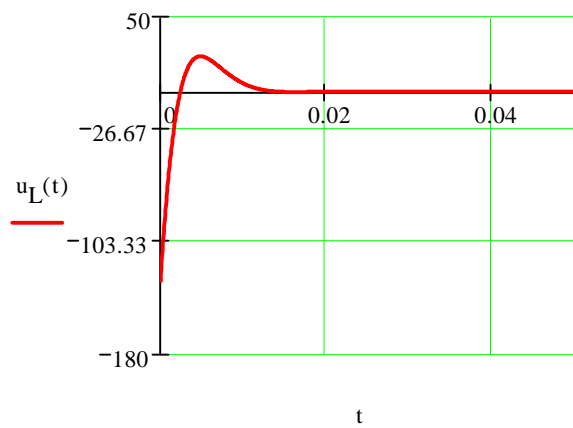
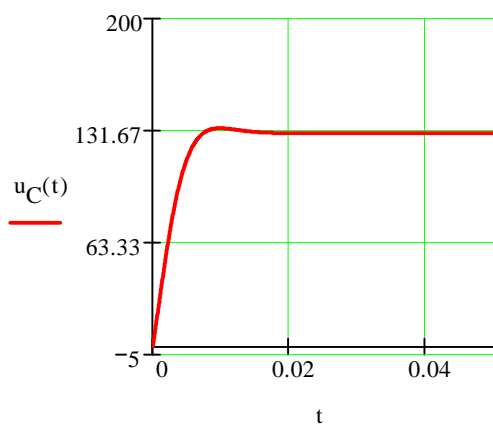
Графік перехідного струму  $i_1(t)$ .



Графік перехідного струму  $i_2(t)$ .

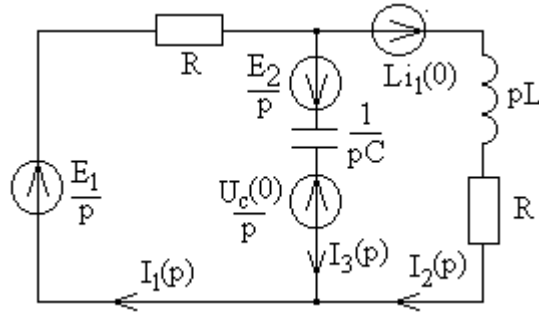


Графік перехідного струму  $i_3(t)$ .



Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

## Операторний метод



Операторна схема

Усталений режим до комутації:  $t < 0$

$$i_{1\text{дк}} := \frac{E_1}{2 \cdot R} \quad i_{2\text{дк}} := i_{1\text{дк}} \quad i_{2\text{дк}} = 1$$

$$i_{3\text{дк}} := 0 \quad u_{L\text{дк}} := 0$$

$$u_{C\text{дк}} := E_1 + E_2 - i_{1\text{дк}} \cdot R \quad u_{C\text{дк}} = 130$$

Початкові умови:

$$i_{L0} := i_{2\text{дк}} \quad i_{L0} = 1$$

$$u_{C0} = 0$$

$$I_{k1}(p) \cdot \left( R + \frac{1}{p \cdot C} \right) - I_{k2}(p) \cdot \left( \frac{1}{p \cdot C} \right) = \frac{E_1}{p} + \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p}$$

$$-I_{k1}(p) \cdot \left( \frac{1}{p \cdot C} \right) + I_{k2}(p) \cdot \left( \frac{1}{p \cdot C} + R + p \cdot L \right) = -\frac{E_2}{p} + \frac{u_{C0}}{p} + L \cdot i_{20}$$

$$\Delta(p) := \begin{bmatrix} R + \frac{1}{p \cdot C} & -\left( \frac{1}{p \cdot C} \right) \\ -\left( \frac{1}{p \cdot C} \right) & \frac{1}{p \cdot C} + R + p \cdot L \end{bmatrix}$$

$$\Delta(p) \text{ float,5} \rightarrow \frac{1}{p^1} \cdot (1.0000 \cdot 10^6 + 3500.0 \cdot p + 5.0 \cdot p^2)$$

$$\Delta_1(p) := \begin{bmatrix} \frac{E_1}{p} + \frac{E_2}{p} + \frac{u_{C0}}{p} & -\left( \frac{1}{p \cdot C} \right) \\ -\frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} + L \cdot i_{20} & \frac{1}{p \cdot C} + R + p \cdot L \end{bmatrix}$$

$$\Delta_1(p) \text{ float,5} \rightarrow \frac{(10000. \cdot p + 1.0000 \cdot 10^6 + 18.0 \cdot p^2)}{p^2}$$

$$\Delta_2(p) := \begin{bmatrix} R + \frac{1}{p \cdot C} & \frac{E_1}{p} + \frac{E_2}{p} + \frac{u_{C0}}{p} \\ -\left( \frac{1}{p \cdot C} \right) & -\frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} + L \cdot i_{20} \end{bmatrix}$$

$$\Delta_2(p) \text{ float,5} \rightarrow \frac{(1.0000 \cdot 10^6 - 3000.0 \cdot p + 5.0 \cdot p^2)}{p^2}$$

Контурні струми та напруга на індуктивності будуть мати вигляд:

$$I_{k1}(p) := \frac{\Delta_1(p)}{\Delta(p)} \quad I_1(p) := I_{k1}(p) \text{ float,5} \rightarrow \frac{(10000. \cdot p + 1.0000 \cdot 10^6 + 18.0 \cdot p^2)}{p^1 \cdot (1.0000 \cdot 10^6 + 3500.0 \cdot p + 5.0 \cdot p^2)}^1.$$

$$I_{k2}(p) := \frac{\Delta_2(p)}{\Delta(p)} \quad I_2(p) := I_{k2}(p) \text{ float,5} \rightarrow \frac{(1.0000 \cdot 10^6 - 3000.0 \cdot p + 5.0 \cdot p^2)}{p^1 \cdot (1.0000 \cdot 10^6 + 3500.0 \cdot p + 5.0 \cdot p^2)}^1.$$

$$I_3(p) := I_{k1}(p) - I_{k2}(p) \left| \begin{array}{l} \text{float,5} \\ \text{simplify} \end{array} \right. \rightarrow 2.60000000000000000000 \cdot \frac{(1000. + p)}{(200000. + 700. \cdot p + p^2)}$$

$$u_L(p) := L \cdot p \cdot I_2(p) - L \cdot i_{2\text{дк}} \text{ factor} \rightarrow -130. \cdot \frac{p}{(200000 + 700 \cdot p + p^2)}$$

$$u_C(p) := \frac{u_{C0}}{p} + \frac{I_3(p)}{p \cdot C} \text{ factor} \rightarrow 26000. \cdot \frac{(1000 + p)}{(200000 + 700 \cdot p + p^2) \cdot p}$$

Перейдемо тепер від зображення до функції часу за формулою розкладу:  
Для струму  $I_1(p)$ :

$$N_1(p) := (10000. \cdot p + 1.0000 \cdot 10^6 + 18.0 \cdot p^2) \quad M_1(p) := p^1 \cdot (1.0000 \cdot 10^6 + 3500.0 \cdot p + 5.0 \cdot p^2)^1.$$

$$\begin{pmatrix} p_2 \\ p_1 \\ p_0 \end{pmatrix} := M_1(p) \left| \begin{array}{l} \text{solve, p} \\ \text{float,5} \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -350. - 278.39 \cdot i \\ -350. + 278.39 \cdot i \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$p_0 = 0 \quad p_1 = -350 + 278.39i \quad p_2 = -350 - 278.39i$$

$$N_1(p_0) = 1 \times 10^6 \quad N_1(p_1) = -1.69 \times 10^6 - 7.238i \times 10^5 \quad N_1(p_2) = -1.69 \times 10^6 + 7.238i \times 10^5$$

$$dM_1(p) := \frac{d}{dp} M_1(p) \left| \begin{array}{l} \text{factor} \\ \text{float,5} \end{array} \right. \rightarrow 1.0000 \cdot 10^6 + 7000. \cdot p + 15. \cdot p^2.$$

$$dM_1(p_0) = 1 \times 10^6 \quad dM_1(p_1) = -7.75 \times 10^5 - 9.744i \times 10^5 \quad dM_1(p_2) = -7.75 \times 10^5 + 9.744i \times 10^5$$

Отже струм як функція часу буде мати вигляд:

$$i_1(t) := \frac{N_1(p_0)}{dM_1(p_0)} + \frac{N_1(p_1)}{dM_1(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_1(p_2)}{dM_1(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \quad i_1(0) = 3.6$$

$$i_1(t) \left| \begin{array}{l} \text{float,5} \\ \text{complex} \end{array} \right. \rightarrow 1.0000 + 2.6000 \cdot \exp(-350. \cdot t) \cdot \cos(278.39 \cdot t) + 1.40090 \cdot \exp(-350. \cdot t) \cdot \sin(278.39 \cdot t)$$

Для напруги на конденсаторі  $U_c(p)$ :

$$N_u(p) := 26000 \cdot (1000 + p) \quad M_u(p) := p \cdot (200000 + 700 \cdot p + p^2)$$

$$\begin{pmatrix} p_2 \\ p_1 \\ p_0 \end{pmatrix} := M_u(p) \left| \begin{array}{l} \text{solve, p} \\ \text{float,5} \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -350. + 278.39 \cdot i \\ -350. - 278.39 \cdot i \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$p_0 = 0 \quad p_1 = -350 - 278.39i \quad p_2 = -350 + 278.39i$$



$$N_u(p_0) = 2.6 \times 10^7 \quad N_u(p_1) = 1.69 \times 10^7 - 7.238i \times 10^6 \quad N_u(p_2) = 1.69 \times 10^7 + 7.238i \times 10^6$$

$$dM_u(p) := \frac{d}{dp} M_u(p) \text{ factor} \rightarrow 1400 \cdot p + 3 \cdot p^2 + 200000$$

$$dM_u(p_0) = 2 \times 10^5 \quad dM_u(p_1) = -1.55 \times 10^5 + 1.949i \times 10^5 \quad dM_u(p_2) = -1.55 \times 10^5 - 1.949i \times 10^5$$

Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$u_C(t) := \frac{N_u(p_0)}{dM_u(p_0)} + \frac{N_u(p_1)}{dM_u(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_u(p_2)}{dM_u(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \quad u_C(0) = 7.489 \times 10^{-4}$$

$$u_C(t) \begin{cases} \text{float, 5} \\ \text{complex} \end{cases} \rightarrow 130. - 130.000 \cdot \exp(-350. \cdot t) \cdot \cos(278.39 \cdot t) - 70.044 \cdot \exp(-350. \cdot t) \cdot \sin(278.39 \cdot t)$$

Для напруги на індуктивності:

$$N_L(p) := -130p \quad M_L(p) := (200000 + 700 \cdot p + p^2)$$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_L(p) \begin{cases} \text{solve, p} \\ \text{float, 5} \end{cases} \rightarrow \begin{pmatrix} -350. + 278.39 \cdot i \\ -350. - 278.39 \cdot i \end{pmatrix}$$

$$p_1 = -350 + 278.39i \quad p_2 = -350 - 278.39i$$

$$N_L(p_1) = 4.55 \times 10^4 - 3.619i \times 10^4 \quad N_L(p_2) = 4.55 \times 10^4 + 3.619i \times 10^4$$

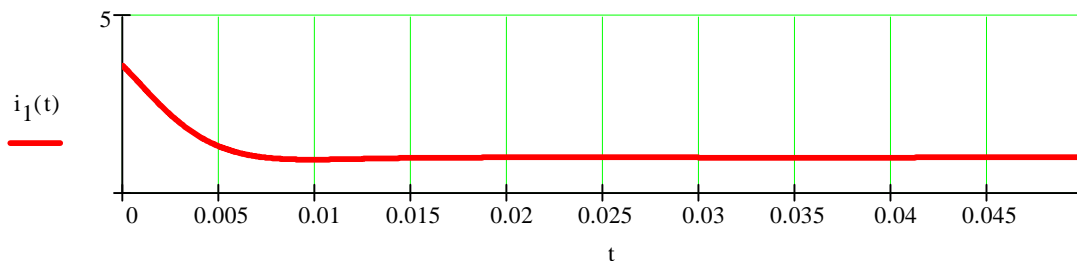
$$dM_L(p) := \frac{d}{dp} M_L(p) \text{ factor} \rightarrow 700 + 2 \cdot p$$

$$dM_L(p_1) = 556.78i \quad dM_L(p_2) = -556.78i$$

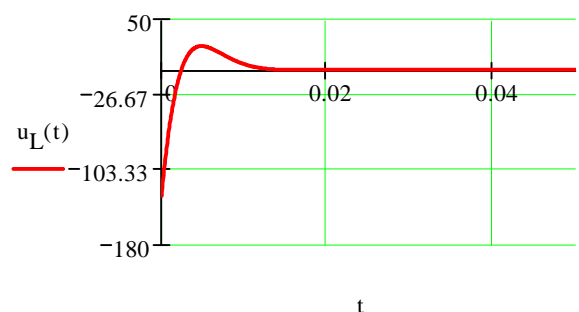
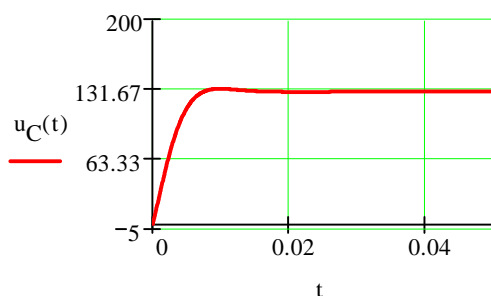
Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$u_L(t) := \frac{N_L(p_1)}{dM_L(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_L(p_2)}{dM_L(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \quad u_L(0) = -130$$

$$u_L(t) \begin{cases} \text{float, 5} \\ \text{complex} \end{cases} \rightarrow -130.000 \cdot \exp(-350. \cdot t) \cdot \cos(278.39 \cdot t) + 163.440 \cdot \exp(-350. \cdot t) \cdot \sin(278.39 \cdot t)$$



Графік перехідного струму  $i_L(t)$ .



**Дослідити чому повинен дорівнювати активний опір вітки с джерелом ЕРС Е1 щоб аперіодичний процес переходив у коливальний**

$$Z_{ab}(p) := \mathbf{R'} + \frac{(R + p \cdot L) \cdot \frac{1}{p \cdot C}}{\frac{1}{p \cdot C} + R + p \cdot L}$$

$$Z_{ab}(p) := \frac{\mathbf{R'} \cdot \left( \frac{1}{p \cdot C} + R + p \cdot L \right) + (R + p \cdot L) \cdot \frac{1}{p \cdot C}}{\frac{1}{p \cdot C} + R + p \cdot L}$$

$$(R' \cdot L) \cdot p^2 + \left( R \cdot R' + \frac{L}{C} \right) \cdot p + \left( \frac{R'}{C} + \frac{R}{C} \right) = 0$$

$$D = 0$$

$$\left( R \cdot R' + \frac{L}{C} \right)^2 - 4 \cdot (R' \cdot L) \cdot \left( \frac{R'}{C} + \frac{R}{C} \right) = 0$$

$$\left( R \cdot R' + \frac{L}{C} \right)^2 - 4 \cdot (R' \cdot L) \cdot \left( \frac{R'}{C} + \frac{R}{C} \right) \Big|_{\text{solve}, R'} \rightarrow \begin{pmatrix} -75.497 \\ 8.8304 \end{pmatrix}$$

$$R'_1 := 8.8304$$

Отже при такому значенні активного опору у вітці з джерелом напруги Е1 аперіодичний процес перейде в коливальний.

**Визначити струми віток і напруги на реактивних елементах у момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійної напруги Е1 і Е2 у колі діють джерела синусоїдної напруги:**

$$e_1(t) := \sqrt{2} \cdot E_1 \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi)$$

$$e_2(t) := \sqrt{2} \cdot E_2 \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi)$$

$$X_C := \frac{1}{\omega \cdot C}$$

$$X_C = 100$$

$$X_L := \omega \cdot L$$

$$X_L = 10$$

$$E_1 := E_1 \cdot e^{\psi \cdot i}$$

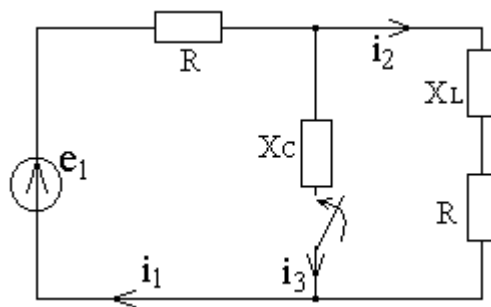
$$E_1 = 86.603 + 50i$$

$$F(E_1) = (100 \ 30)$$

$$E_2 := E_2 \cdot e^{\psi \cdot i}$$

$$E_2 = 69.282 + 40i$$

$$F(E_2) = (80 \ 30)$$



$$Z'_{vx} := 2 \cdot R + X_L \cdot i$$

$$Z'_{vx} = 100 + 10i$$

$$\Gamma_{1\text{дк}} := \frac{E_1}{Z'_{vx}}$$

$$\Gamma_{1\text{дк}} = 0.907 + 0.409i$$

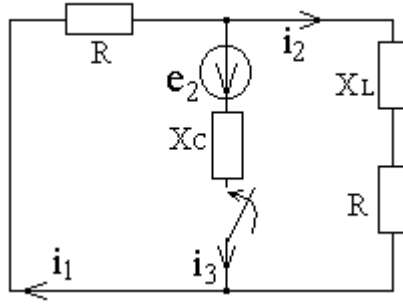
$$F(\Gamma_{1\text{дк}}) = (0.995 \ 24.289)$$

$$\Gamma_{2\text{дк}} := \Gamma_{1\text{дк}}$$

$$\Gamma_{2\text{дк}} = 0.907 + 0.409i$$

$$F(\Gamma_{2\text{дк}}) = (0.995 \ 24.289)$$

$$\Gamma_{3\text{дк}} := 0$$



$$\Gamma''_{2\text{ДК}} := 0$$

$$\Gamma''_{2\text{ДК}} = 0$$

$$\Gamma''_{1\text{ДК}} := 0$$

$$\Gamma''_{1\text{ДК}} = 0$$

$$\Gamma''_{3\text{ДК}} := 0$$

$$\Gamma''_{3\text{ДК}} = 0$$

$$I_{1\text{ДК}} := \Gamma_{1\text{ДК}} + \Gamma''_{1\text{ДК}}$$

$$I_{1\text{ДК}} = 0.907 + 0.409i$$

$$F(I_{1\text{ДК}}) = (0.995 \quad 24.289)$$

$$I_{2\text{ДК}} := \Gamma_{2\text{ДК}} + \Gamma''_{2\text{ДК}}$$

$$I_{2\text{ДК}} = 0.907 + 0.409i$$

$$F(I_{2\text{ДК}}) = (0.995 \quad 24.289)$$

$$I_{3\text{ДК}} := \Gamma_{3\text{ДК}} - \Gamma''_{3\text{ДК}}$$

$$I_{3\text{ДК}} = 0$$

$$u_{\text{CДК}} := E_1 + E_2 - I_{1\text{ДК}} \cdot R$$

$$u_{\text{CДК}} = 110.537 + 69.535i$$

$$F(u_{\text{CДК}}) = (130.589 \quad 32.173)$$

$$u_{\text{LДК}} := I_{1\text{ДК}} \cdot i \cdot X_L$$

$$u_{\text{LДК}} = -4.093 + 9.07i$$

$$F(u_{\text{LДК}}) = (9.95 \quad 114.289)$$

$$i_{1\text{ДК}}(t) := |I_{1\text{ДК}}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{1\text{ДК}}))$$

$$i_{2\text{ДК}}(t) := |I_{2\text{ДК}}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{2\text{ДК}}))$$

$$i_{3\text{ДК}}(t) := |I_{3\text{ДК}}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{3\text{ДК}}))$$

$$u_{\text{CДК}}(t) := |u_{\text{CДК}}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(u_{\text{CДК}}))$$

$$u_{\text{LДК}}(t) := |u_{\text{LДК}}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(u_{\text{LДК}}))$$

Початкові умови:

$$u_{\text{CДК}}(0) = 98.337$$

$$i_{\text{LДК}}(0) = 0.579$$

Given

$$i_{20} = i_{10} - i_{30}$$

$$e_1(0) = -u_{\text{C0}} + i_{10} \cdot R$$

$$-e_2(0) = i_{20} \cdot R - u_{\text{C0}} + u_{\text{L0}}$$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{30} \\ u_{\text{L0}} \end{pmatrix} := \text{Find}(i_{10}, i_{30}, u_{\text{L0}})$$

$$i_{10} = 3.381$$

$$i_{20} = 0.579$$

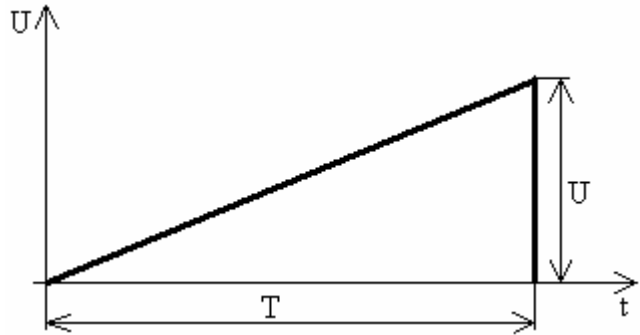
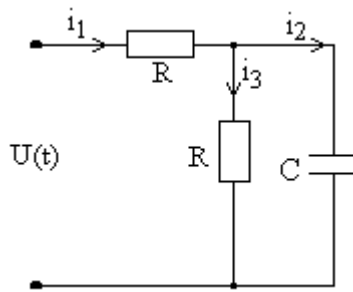
$$i_{30} = 2.802$$

$$u_{\text{L0}} = 12.826$$

$$u_{\text{C0}} = 98.337$$

## Інтеграл Дюамеля

$$T := 1.0 \quad E_1 := 100 \quad E := 1$$



Усталений режим до комутації:  $t < 0$

$$i_{1\text{дк}} := \frac{0}{R + R} \quad i_{1\text{дк}} = 0$$

$$i_{3\text{дк}} := i_{1\text{дк}} \quad i_{3\text{дк}} = 0 \quad i_{2\text{дк}} := 0 \quad i_{2\text{дк}} = 0$$

$$u_{\text{Cдк}} := 0 - i_{1\text{дк}} \cdot R \quad u_{\text{Cдк}} = 0$$

Усталений режим після комутації:  $t = \infty$

$$i'_1 := \frac{E}{R + R} \quad i'_1 = 0.01$$

$$i'_3 := i'_1 \quad i'_3 = 0.01 \quad i'_2 := 0 \quad i'_2 = 0$$

$$u'_C := E - i'_1 \cdot R \quad u'_C = 0.5$$

Незалежні початкові умови

$$u_{C0} := u_{\text{Cдк}} \quad u_{C0} = 0$$

Залежні початкові умови

Given

$$i_{20} = i_{10} - i_{30}$$

$$E = i_{30} \cdot R + i_{10} \cdot R$$

$$0 = u_{C0} - i_{30} \cdot R$$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ i_{30} \end{pmatrix} := \text{Find}(i_{10}, i_{20}, i_{30})$$

$$i_{10} = 0.02 \quad i_{20} = 0.02 \quad i_{30} = 0$$

Вільний режим після комутації:  $t = 0$

Складемо характеристичне рівняння схеми

$$Z_{\text{vx}}(p) := R + \frac{R \cdot \frac{1}{p \cdot C}}{R + \frac{1}{p \cdot C}}$$

$$Z_{\text{vx}}(p) := \frac{R \cdot \left( R + \frac{1}{p \cdot C} \right) + R \cdot \frac{1}{p \cdot C}}{R + \frac{1}{p \cdot C}}$$

$$p := R \cdot \left( R + \frac{1}{p \cdot C} \right) + R \cdot \frac{1}{p \cdot C} \quad \left| \begin{array}{l} \text{solve, p} \\ \text{float, 5} \end{array} \right. \rightarrow -400.$$

$$T := \frac{1}{|p|} \cdot T$$

$$T = 2.5 \times 10^{-3}$$

Одже корень характеристичного рівняння має вигляд:

$$p = -400$$

Вільна складова струма буде мати вигляд:

$$i''_1(t) = A_1 \cdot e^{pt}$$

Визначення сталих інтегрування:

$$A_1 := i_{10} - i'_1 \quad A_1 = 0.01$$

Отже:  $i''_1(t) := A_1 \cdot e^{pt}$

Повні значення цих струмів:

$$g_{11}(t) := i'_1 + i''_1(t) \quad g_{11}(t) \text{ float,5} \rightarrow 1.0000 \cdot 10^{-2} + 1.0000 \cdot 10^{-2} \cdot \exp(-400. \cdot t)$$

$$h_{cU}(t) := E \cdot \frac{R}{R + R} \cdot (1 - e^{pt}) \text{ float,5} \rightarrow .50000 - .50000 \cdot \exp(-400. \cdot t)$$

Визначимо закони зміни напруги на всіх проміжках часу:

$$U_0 := 0 \quad U_0 = 0$$

$$U_1(t) := U_0 + \frac{E_1}{T} \cdot t \quad U_1(t) \text{ float,5} \rightarrow 40000. \cdot t \quad 0 < t < T$$

$$U_2 := 0 \quad U_2 = 0 \quad T < t < \infty$$

$$U'_1 := \frac{d}{dt} U_1(t) \text{ float,5} \rightarrow 40000.$$

Струм на цих проміжках буде мати вигляд:

$$i_1(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + \int_0^t U'_1 \cdot g_{11}(t - \tau) d\tau \quad i_1(t) \left| \begin{array}{l} \text{factor} \\ \text{float,3} \end{array} \right. \rightarrow 400. \cdot t + 1. - 1. \cdot \exp(-400. \cdot t)$$

$$i_2(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + \int_0^T U'_1 \cdot g_{11}(t - \tau) d\tau + (U_2 - E_1) \cdot g_{11}(t - T)$$

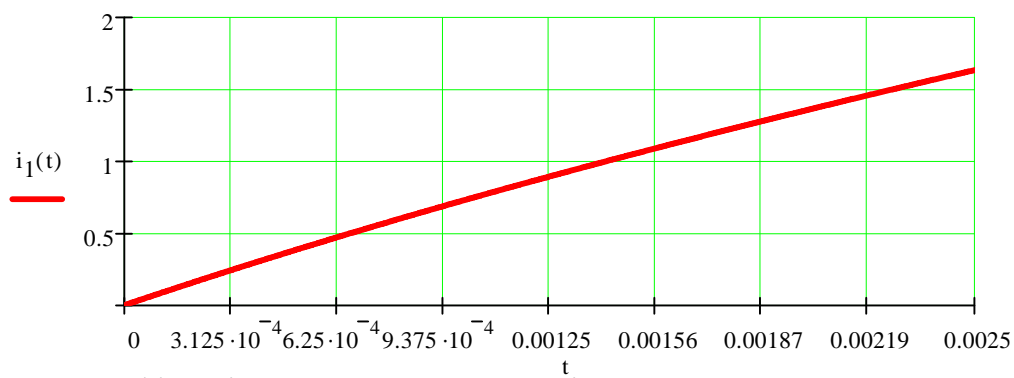
$$i_2(t) \left| \begin{array}{l} \text{factor} \\ \text{float,3} \end{array} \right. \rightarrow -1. \cdot \exp(-400. \cdot t)$$

Напруга на ємності на цих проміжках буде мати вигляд:

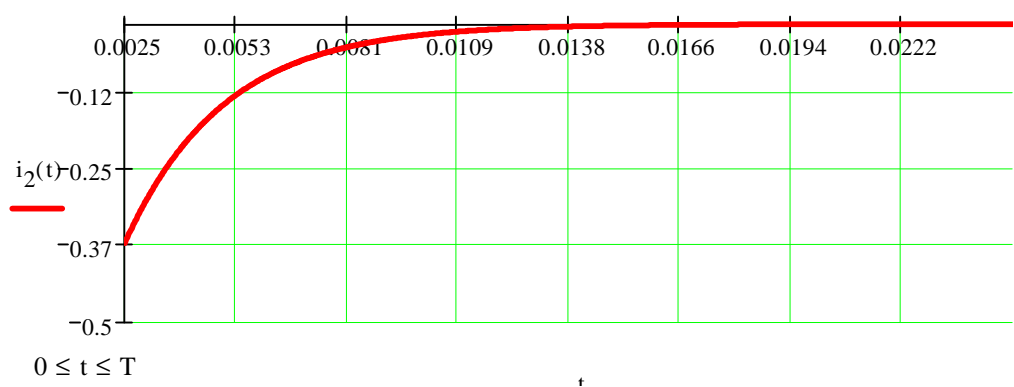
$$u_{C1}(t) := U_0 \cdot h_{cU}(t) + \int_0^t U'_1 \cdot h_{cU}(t - \tau) d\tau \text{ float,4} \rightarrow 2.000 \cdot 10^4 \cdot t - 50. + 50. \cdot \exp(-400. \cdot t)$$

$$u_{C2}(t) := U_0 \cdot h_{cU}(t) + \int_0^T U'_1 \cdot h_{cU}(t - \tau) d\tau + (U_2 - E_1) \cdot h_{cU}(t - T)$$

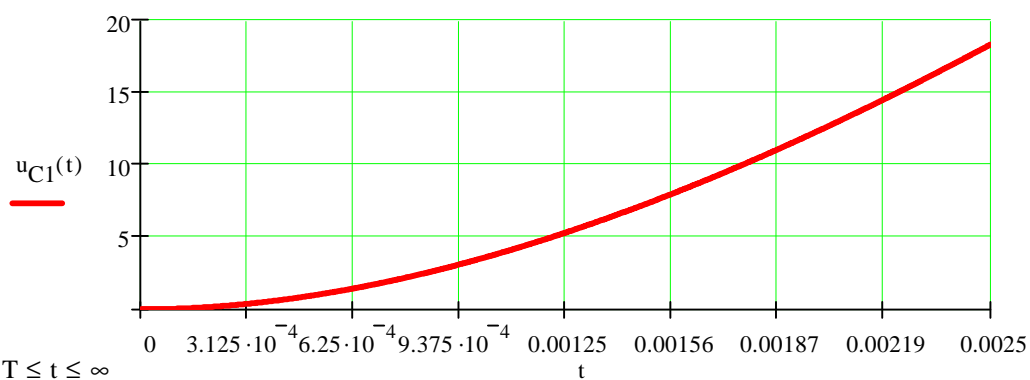
Графік вхідного струму на проміжку:  $0 \leq t \leq T$



Графік вхідного струму на проміжку:  $T \leq t \leq \infty$



$0 \leq t \leq T$



$T \leq t \leq \infty$

