

Министерство образования и науки Украины
Национальный технический университет Украины
“Киевский Политехнический Институт”
Кафедра ТОЭ

Расчетно-графическая работа
“Трёхфазные цепи”
Вариант № 654

Выполнил:_____

Проверил:_____

Киев 2007

Условие задания

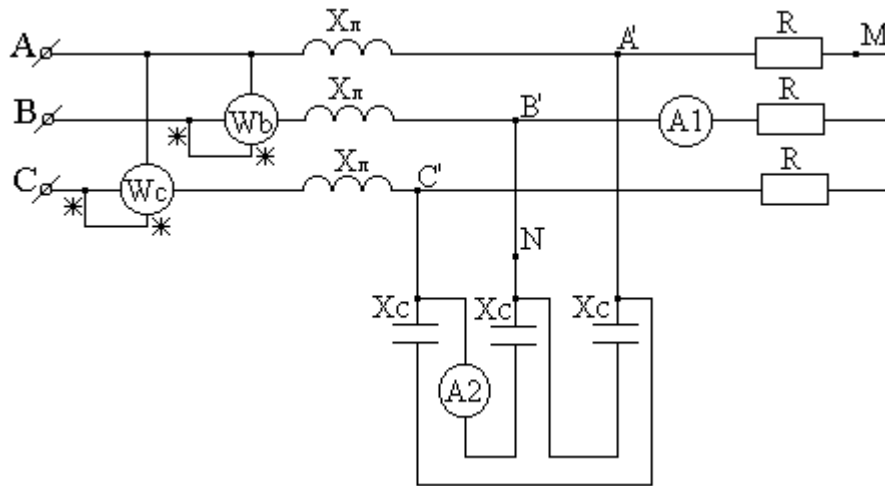
Симметричны трёхфазный генератор с обмотками, соединёнными в звезду, питает через трехпроводную линию электропередачи нагрузку с элементами, соединёнными звездой и треугольником.

Требуется:

1. Определить показания включенных в цепь измерительных приборов, полагая нагрузки симметричной.
2. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
3. По результатам расчета п.1 построить для симметричной нагрузки совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.
4. Провести расчет токов во всех ветвях напряжений на всех участках цепи, определить показания измерительных приборов в аварийном режиме, делая обрыв в указанной точке.
5. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
6. По результатам расчета п.4 построить совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.

$$U_A := 240 \quad U_B := U_A \quad U_C := U_B \quad \psi_A := 0 \quad X_L := 4.2 \quad R := 60 \quad X_C := 57$$

Обрыв проводится в точке М.



Общая схема трёхфазной цепи

Определение показаний измерительных приборов при симметричной нагрузке.

Так как нагрузка симметрическая, то будем проводить расчет только по одной фазе. Токи в остальных фазах будут такими же, только будут отличаться углы.

Для определения токов в ветвях цепи необходимо первоначально произвести упрощение схемы, сведя её к схеме с элементами, соединенными звездой.

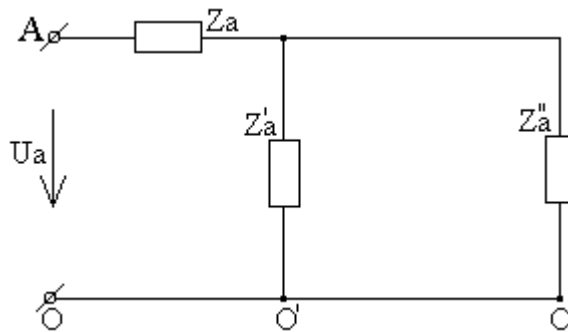
$$X'_C := \frac{(-X_C \cdot i) \cdot (-X_C \cdot i)}{3 \cdot (-X_C \cdot i)} \quad X'_C = -19i$$

За опорную примем фазу А. Фазные напряжения генератора и сопротивления элементов нагрузки в комплексной форме равны:

$$E_A := U_A \cdot e^{i \cdot \psi_A \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_B := U_B \cdot e^{i(\psi_A - 120) \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_C := U_C \cdot e^{i(\psi_A + 120) \cdot \frac{\pi}{180}}$$

$$F(E_A) = (240 \ 0) \quad F(E_B) = (240 \ -120) \quad F(E_C) = (240 \ 120)$$

$$\begin{aligned} Z_a &:= X_L \cdot i & Z_b &:= Z_a & Z_c &:= Z_b & Z_a &= 4.2i \\ Z'_a &:= X'_C & Z'_b &:= Z'_a & Z'_c &:= Z'_b & Z'_a &= -19i \\ Z''_a &:= R & Z''_b &:= Z''_a & Z''_c &:= Z''_b & Z''_a &= 60 \end{aligned}$$



Преобразованная схема (фаза А)

Эквивалентное сопротивление данной схемы равно:

$$Z_{ea} := Z_a + \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea} = 5.468 - 13.068i$$

Ток в фазе А, согласно закону Ома, равен:

$$I_A := \frac{E_A}{Z_{ea}} \quad I_A = 6.54 + 15.629i \quad F(I_A) = (16.942 \ 67.294)$$

Соответственно в фазах В и С:

$$I_B := I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_B = 10.265 - 13.478i \quad F(I_B) = (16.942 \ -52.706)$$

$$I_C := I_A \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I_C = -16.805 - 2.151i \quad F(I_C) = (16.942 \ -172.706)$$

Фазное напряжение на параллельном участке А'О равно:

$$Z_{ea'} := \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea'} = 5.468 - 17.268i$$

$$U_{A'O} := I_A \cdot Z_{ea'} \quad U_{A'O} = 305.64 - 27.466i$$

Остальные токи равны:

$$I''_A := \frac{U_{A'O}}{Z''_a} \quad I''_A = 5.094 - 0.458i \quad F(I''_A) = (5.115 \quad -5.135)$$

$$I''_B := I''_A \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I''_B = -2.943 - 4.183i \quad F(I''_B) = (5.115 \quad -125.135)$$

$$I''_C := I''_A \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I''_C = -2.151 + 4.64i \quad F(I''_C) = (5.115 \quad 114.865)$$

Линейное напряжение равно:

$$U_{A'B'} := U_{A'O} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad U_{A'B'} = 434.673 - 305.891i \quad F(U_{A'B'}) = (531.517 \quad -35.135)$$

Остальные токи равны:

$$I'_{A'B'} := \frac{U_{A'B'}}{X_C \cdot i} \quad I'_{A'B'} = -5.367 - 7.626i \quad F(I'_{A'B'}) = (9.325 \quad -125.135)$$

$$I'_{B'C'} := I'_{A'B'} \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I'_{B'C'} = -3.921 + 8.46i \quad F(I'_{B'C'}) = (9.325 \quad 114.865)$$

$$I'_{C'A'} := I'_{A'B'} \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad I'_{C'A'} = 9.287 - 0.835i \quad F(I'_{C'A'}) = (9.325 \quad -5.135)$$

На основании выполненных расчетов, показания амперметров будут равны:

$$A_1 = 5.115 (A) \quad A_2 = 9.325 (A) \quad A_a = 16.942 (A) \quad A_b = 16.942 (A) \quad A_c = 16.942 (A)$$

Находим показания ваттметров. Ваттметры показывают вещественную часть произведения комплекса напряжения, приложенного к обмотке напряжения (его отсчитывают от начала обмотки к концу), на сопряженный комплекс тока, протекающего через обмотку тока:

Показание ваттметра W_a :

$$E_{CA} := E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_{CA} = -360 + 207.846i$$

$$W_a := \operatorname{Re}(E_{CA} \cdot \overline{I_C}) \quad W_a = 5.603 \times 10^3$$

Показание ваттметра W_b :

$$E_{BA} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_{BA} = -360 - 207.846i$$

$$W_b := \operatorname{Re}(E_{BA} \cdot \overline{I_B}) \quad W_b = -894.077$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 4.709 \times 10^3$$

Баланс активной и реактивной мощностей

Правильность расчетов проверим, составив баланс активных и реактивных мощностей. Мощность источника энергии определяют в виде суммы произведений комплексов фазных ЭДС (напряжений) на сопряженные комплексы токов соответствующих фаз. В симметричной трёхфазной системе мощность, отдаваемая в нагрузку источником, равна утроенной мощности одной фазы.

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C} \quad S_r = 4.709 \times 10^3 - 1.125i \times 10^4$$

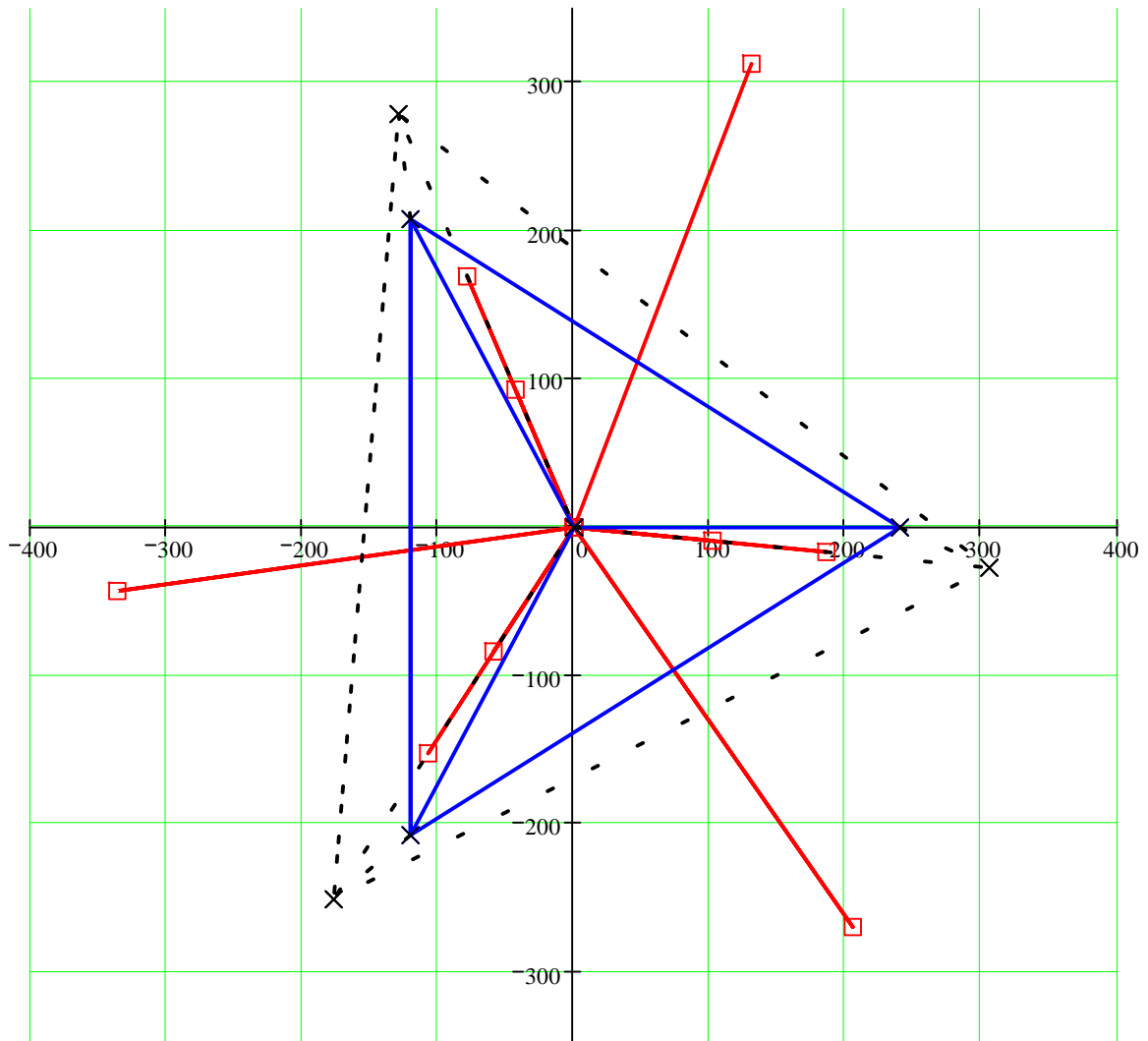
Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$P_{\text{pr}} := \left[(|I''_A|)^2 + (|I''_B|)^2 + (|I''_C|)^2 \right] \cdot R$$

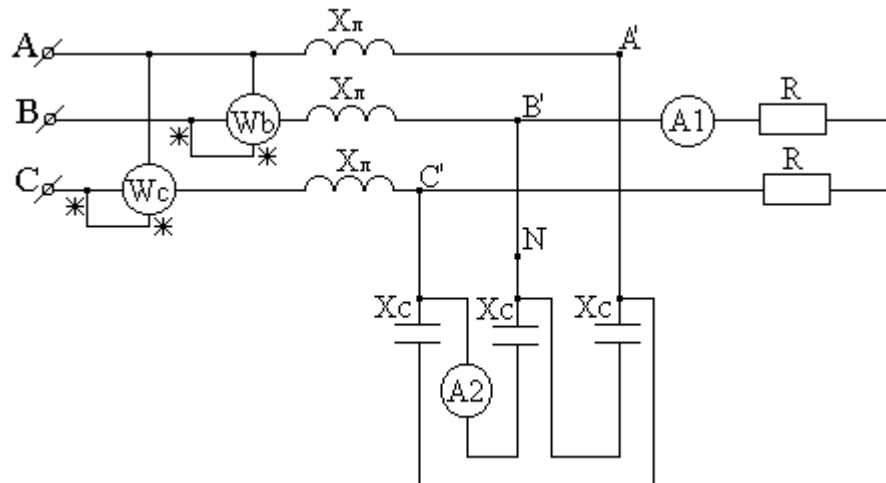
$$P_{\text{pr}} = 4.709 \times 10^3$$

$$Q_{\text{pr}} := \left[(|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot X_L \cdot i + \left[(|I'_{AB}|)^2 + (|I'_{BC}|)^2 + (|I'_{CA}|)^2 \right] \cdot (-X_C \cdot i), Q_{\text{pr}} = -1.125i \times 10^4$$

Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.

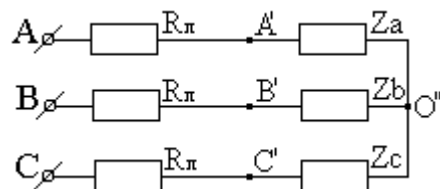


Определение показаний измерительных приборов в аварийном режиме.



Несимметричная трёхфазная система.

Параллельно включенные сопротивления нагрузки можно заменить эквивалентными, в результате чего образуется несимметричный треугольник. Заменив его эквивалентной звездой, рассчитываемую цепь приводят к виду:



Несимметричная звезда.

Сопротивления несимметричного треугольника равны:

$$Z_{B'C'} := \frac{-X_C \cdot i \cdot 2R}{2R - X_C \cdot i} \quad Z_{B'C'} = 22.091 - 46.507i$$

$$Z_{A'B'} := -X_C \cdot i \quad Z_{C'A'} := Z_{A'B'} \quad Z_{C'A'} = -57i$$

Сопротивление эквивалентной звезды:

$$Z_a := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_a = -2.734 - 19.866i$$

$$Z_b := \frac{Z_{A'B'} \cdot Z_{B'C'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_b = 5.468 - 17.268i$$

$$Z_c := \frac{Z_{B'C'} \cdot Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}} \quad Z_c = 5.468 - 17.268i$$

Полные комплексные сопротивления в каждой фазе цепи:

$$Z_{ea} := Z_a + Z_a \quad Z_{ea} = -2.734 - 15.666i$$

$$Z_{eb} := Z_b + Z_b \quad Z_{eb} = 5.468 - 13.068i$$

$$Z_{ec} := Z_c + Z_c \quad Z_{ec} = 5.468 - 13.068i$$

Фазные напряжения на нагрузке в цепи удобно определять, вычислив предварительно смещение нейтрали:

$$Y_A := \frac{1}{Z_{ea}}$$

$$Y_A = -0.011 + 0.062i$$

$$Y_B := \frac{1}{Z_{eb}}$$

$$Y_B = 0.027 + 0.065i$$

$$Y_C := \frac{1}{Z_{ec}}$$

$$Y_C = 0.027 + 0.065i$$

$$U_{O''O} := \frac{E_A \cdot Y_A + E_B \cdot Y_B + E_C \cdot Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C}$$

$$U_{O''O} = -14.04 + 44.338i$$

Фазные напряжения на элементах нагрузки цепи равны:

$$\begin{aligned} U_{AO''} &:= E_A - U_{O''O} & U_{AO''} &= 254.04 - 44.338i & F(U_{AO''}) &= (257.88 \quad -9.9) \\ U_{BO''} &:= E_B - U_{O''O} & U_{BO''} &= -105.96 - 252.184i & F(U_{BO''}) &= (273.54 \quad -112.791) \\ U_{CO''} &:= E_C - U_{O''O} & U_{CO''} &= -105.96 + 163.508i & F(U_{CO''}) &= (194.84 \quad 122.945) \end{aligned}$$

Токи в фазах, равные фазным токам генератора и линейным токам исходной системы, определяют по закону Ома:

$$\begin{aligned} I_A &:= \frac{U_{AO''}}{Z_{ea}} & I_A &= 16.216i & F(I_A) &= (16.216 \quad 90) \\ I_B &:= \frac{U_{BO''}}{Z_{eb}} & I_B &= 13.535 - 13.772i & F(I_B) &= (19.309 \quad -45.497) \\ I_C &:= \frac{U_{CO''}}{Z_{ec}} & I_C &= -13.535 - 2.445i & F(I_C) &= (13.754 \quad -169.762) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{AB} &:= E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} & U_{AB} &= 360 + 207.846i & F(U_{AB}) &= (415.692 \quad 30) \\ U_{AA'} &:= I_A \cdot Z_a & U_{AA'} &= -68.108 & F(U_{AA'}) &= (68.108 \quad -180) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{BC} &:= E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} & U_{BC} &= -415.692i & F(U_{BC}) &= (415.692 \quad -90) \\ U_{BB'} &:= I_B \cdot Z_b & U_{BB'} &= 57.841 + 56.846i & F(U_{BB'}) &= (81.099 \quad 44.503) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{CA} &:= E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} & U_{CA} &= -360 + 207.846i & F(U_{CA}) &= (415.692 \quad 150) \\ U_{CC'} &:= I_C \cdot Z_c & U_{CC'} &= 10.268 - 56.846i & F(U_{CC'}) &= (57.766 \quad -79.762) \end{aligned}$$

Для определения токов во всех ветвях рассчитываемой схемы необходимо определить напряжение между точками A', B' и C'.

Согласно второму закону Кирхгофа:

$$U_{AB} := U_{AA'} + U_{A'B'} - U_{BB'}$$

отсюда:

$$\begin{aligned} U_{A'B'} &:= U_{AB} - U_{AA'} + U_{BB'} & U_{A'B'} &= 485.949 + 264.692i & F(U_{A'B'}) &= (553.361 \quad 28.577) \\ U_{B'C'} &:= U_{BC} - U_{BB'} + U_{CC'} & U_{B'C'} &= -47.573 - 529.384i & F(U_{B'C'}) &= (531.517 \quad -95.135) \\ U_{C'A'} &:= U_{CA} - U_{CC'} + U_{AA'} & U_{C'A'} &= -438.376 + 264.692i & F(U_{C'A'}) &= (512.089 \quad 148.876) \end{aligned}$$

Остальные токи:

$$\begin{aligned} I_{A'B'} &:= \frac{U_{A'B'}}{-X_C \cdot i} & I_{A'B'} &= -4.644 + 8.525i & F(I_{A'B'}) &= (9.708 \quad 118.577) \\ I_{B'C'} &:= \frac{U_{B'C'}}{-X_C \cdot i} & I_{B'C'} &= 9.287 - 0.835i & F(I_{B'C'}) &= (9.325 \quad -5.135) \\ I_{C'A'} &:= \frac{U_{C'A'}}{-X_C \cdot i} & I_{C'A'} &= -4.644 - 7.691i & F(I_{C'A'}) &= (8.984 \quad -121.124) \\ I''_B &:= I_B + I_{A'B'} - I_{B'C'} & I''_B &= -0.396 - 4.412i & F(I''_B) &= (4.429 \quad -95.135) \\ I''_C &:= I_C + I_{B'C'} - I_{C'A'} & I''_C &= 0.396 + 4.412i & F(I''_C) &= (4.429 \quad 84.865) \end{aligned}$$

Согласно выполненным расчетам, показания включенных в цепь амперметров равны:

$$A_1 = 4.429 \text{ (A)} \quad A_2 = 9.325 \text{ (A)} \quad A_a = 16.216 \text{ (A)} \quad A_b = 19.309 \text{ (A)} \quad A_c = 13.754 \text{ (A)}$$

Расчет показаний ваттметров выполняется так же, как и в случае симметричной системы:

Показание ваттметра W_a :

$$E_{CA} := E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_{CA} = -360 + 207.846i$$

$$W_a := \operatorname{Re}(E_{CA} \cdot \overline{I_C}) \quad W_a = 4.364 \times 10^3$$

Показание ваттметра W_b :

$$E_{BA} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad E_{BA} = -360 - 207.846i$$

$$W_b := \operatorname{Re}(E_{BA} \cdot \overline{I_B}) \quad W_b = -2.01 \times 10^3$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 2.354 \times 10^3$$

Баланс активной и реактивной мощностей

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C} \quad S_r = 2.354 \times 10^3 - 1.146i \times 10^4$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$P_{pr} := \left[(|I_B'|)^2 + (|I_C'|)^2 \right] \cdot R \quad P_{pr} = 2.354 \times 10^3$$

$$Q_{pr} := \left[(|I_A'B'|)^2 + (|I_B'C'|)^2 + (|I_C'A'|)^2 \right] \cdot (-X_C \cdot i) + \left[(|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot X_L \cdot i$$

$$Q_{pr} = -1.146i \times 10^4$$

Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.

