

Задачи принятия решений в САПР

При проектировании на основе САПР имеется возможность получить множество решений различных задач. Выделение некоторого подмножества решений задач относится к проблемам выбора и принятия решений.

Задачей принятия решений называется кортеж $\alpha < W, \theta >$, где W – множество вариантов решений задачи; θ – принцип оптимальности, дающий представление о качестве вариантов, в простейшем случае – правило предпочтения вариантов.

Решением задачи α называют множество $W_{\text{опт}} \leq W$, полученное на основе принципа оптимальности.

Задачи принятия решений классифицируют по наличию информации о множестве W и принципе оптимальности θ .

Задачи, где W и θ могут быть неизвестными, называют общей задачей принятия решений. Данные для получения $W_{\text{опт}}$ определяют в этой задаче в процессе решения.

Задачу с неизвестным W называют задачей выбора.

Задачу с известными W и θ называют задачей оптимизации.

В САПР встречаются все 3 вида.

В задачах проектирования свойства элементов множества W помогают находить величины.

Если произвольное свойство варианта $W_i \in W$ выразить числом $K = \{1, 2, \dots\}$, т.е. предположить, что число отображений $\varphi: W \rightarrow K$, то такое свойство называют критерием, а число $\varphi(W_i)$ – оценкой варианта W_i по критерию.

Критериальным пространством считают пространство K_m , координаты точек которого – оценки по соответствующим критериям.

Задачу α решают следующим образом. Составляют множество W , т.е. определяют варианты, а затем решают задачу выбора. Т.к. задача построения W в общем случае является задачей выбора, то общую задачу принятия решения можно свести к решению последовательных задач выбора.

Т.е. определяют множество $\{W\}$ и множество $\{B\}$, которое характеризует некоторые свойства объектов W . Необходимо найти такх W_i , которое наиболее полно удовлетворяет $\{B\}$.

Есть табличка. Необходимо использовать какой-то приём выбора. Например, по среднему значению, либо по лучшему. Но т.к. разные свойства имеют различное влияние на объект, то ещё необходимо ввести весовой коэффициент, т.е. коэффициент значимости параметра.

Таблица показывает какой вариант проектного решения обладает j -ым свойством.

Сформированная задача относится к логико-комбинаторному методу выбора.

Любой логико-комбинаторный вывод может приниматься на основе полного перебора вариантов. Для задач реальной размерности полный перебор не возможен из-за большой вычислительной и временной сложности.

Вычислительная сложность – это функция, параметром которой являются характеристики размерности задачи (полиномиальная, факториальная, экспоненциальная и т.д.).

Временная сложность – функция, параметром которой является время решения задачи.

Для сокращения полного перебора применяется операция редуцирования.

Классификация моделей и параметров, используемых при автоматизированном проектировании

В автоматизированных проектных процедурах вместо еще не существующего проектируемого объекта оперируют некоторым квазиобъектом - *моделью*, которая отражает некоторые интересующие исследователя свойства объекта. Модель может быть физическим объектом (макет, стенд) или спецификацией. Среди моделей-спецификаций различают упомянутые выше функциональные, поведенческие, информационные, структурные модели (описания). Эти модели называют *математическими*, если они формализованы средствами аппарата и языка математики.

В свою очередь, математические модели могут быть геометрическими, топологическими, динамическими, логическими и т. п., если они отражают соответствующие свойства объектов. Наряду с математическими моделями при проектировании используют рассматриваемые ниже функциональные IDEF0-модели, информационные модели в виде диаграмм сущность – отношение, геометрические модели-чертежи. В дальнейшем, если нет специальной оговорки, под словом «модель» будем подразумевать математическую модель (МО).

Математическая функциональная модель в общем случае представляет собой алгоритм вычисления вектора выходных параметров \mathbf{Y} при заданных векторах параметров элементов \mathbf{X} и внешних параметров \mathbf{Q} .

Математические модели могут быть символическими и численными. При использовании *символических* моделей оперируют не значениями величин, а их символическими обозначениями (идентификаторами). *Численные* модели **могут** быть *аналитическими*, т. е. их можно представить в виде явно выраженных зависимостей выходных параметров \mathbf{Y} от *параметров внутренних* \mathbf{X} и внешних \mathbf{Q} , или *алгоритмическими*, в которых связь \mathbf{Y} , \mathbf{X} и \mathbf{Q} задана неявно в виде алгоритма моделирования. Важнейший частный случай алгоритмических **моделей** - *имитационные*, они отображают процессы в системе при наличии внешних воздействий на систему. Другими словами, имитационная модель – это алгоритмическая поведенческая модель.

Классификацию математических моделей выполняют также по ряду других признаков. Так, в зависимости от принадлежности к тому или иному иерархическому уровню выделяют модели уровней системного, функционально-логического, макроуровня (сосредоточенного) и микроуровня (распределенного).

По характеру используемого для описания математического аппарата различают модели лингвистические, теоретико-множественные, абстрактно-алгебраические, нечеткие, автоматные и т. п.

Например, на системном уровне преимущественно применяют модели систем массового обслуживания и сети Петри, на функционально-логическом уровне – автоматные модели на основе аппарата передаточных функций или конечных автоматов, на макроуровне – системы алгебраических и дифференциальных уравнений, на микроуровне – дифференциальные уравнения в частных производных. Особое место занимают геометрические модели, используемые в системах конструирования.

Кроме того, введены понятия полных моделей и макромоделей, моделей статических и динамических, детерминированных и стохастических, аналоговых и дискретных, символических и численных.

Полная модель объекта в отличие от *макромодели* описывает не только процессы на внешних выводах моделируемого объекта, но и внутренние для объекта процессы.

Статические модели описывают статические состояния, в них не присутствует время в качестве независимой переменной. *Динамические* модели отражают поведение системы, т. е. в них обязательно используется время.

Стохастические и детерминированные модели различают в зависимости от учета или неучета случайных факторов.

В *аналоговых* моделях фазовые переменные – непрерывные величины, в *дискретных* – дискретные, в частном случае дискретные модели являются *логическими (булевыми)*, в них состояние системы и ее элементов описывается булевыми величинами. В ряде случаев полезно применение *смешанных* моделей, в которых одна часть подсистем характеризуется аналоговыми моделями, другая – логическими.

Информационные модели относятся к информационной страте автоматизированных систем, их используют прежде всего при инфологическом проектировании баз данных для описания связей между единицами информации.

Наибольшие трудности возникают при создании моделей слабоструктурированных систем, что характерно прежде всего для системного уровня проектирования. Здесь значительное внимание уделяется экспертным методам. В теории систем сформулированы общие рекомендации по подбору экспертов при разработке модели, организации экспертизы, по обработке полученных результатов. Достаточно общий подход к построению моделей сложных слабоструктурированных систем выражен в методиках IDEF.

Математическое обеспечение задачи анализа на системном уровне

Объектами проектирования на системном уровне являются такие сложные системы, как производительные предприятия, транспортные системы, вычислительные системы и сети, автоматизированные системы управления и проектирования.

В этих приложениях анализ процессов функционирования связан с исследованием прохождения через систему заявок (требований, проектов).

Разработчиков таких систем интересуют такие параметры, как:

- а) производительность системы (пропускная способность проектируемой системы);
- б) продолжительность обслуживания (задержки) заявок в системе;
- в) эффективность используемого в системе оборудования.

СМО Системы массового обслуживания

Состояние СМО характеризуется состояниями составляющих ее объектов.

Состояние ОА выражается булевыми величинами, значение которых интерпретируется как true (занято) и false (свободно), и длинами очередей на входах ОА, принимающими неотрицательные целочисленные значения, называемые переменными состояния или фазовыми переменными.

Хранилища (памяти) характеризуются общим объемом, занятым (свободным) объемом и длинами очередей.

Правило, согласно которому заявки выбирают из очередей, называют дисциплинами обслуживания, а величину, выражающую преимущественное право на обслуживание – приоритетом. Приоритеты бывают:

1. абсолютный приоритет (прерывает);
2. относительный (ждет окончания);
3. динамический (может меняться).

В приоритетных дисциплинах для заявок на входе ОА выделяется своя очередь. Заявка из очереди с низким приоритетом поступает на обслуживание, если пусты очереди с более высокими приоритетами.

Исследование поведения СМО, т. е. определение временных зависимостей переменных, характеризующих состояние СМО, при подаче на входы любых, требуемых в соответствии с заданием на эксперимент потоков заявок, называют имитационным моделированием СМО. Имитационное моделирование проводят путем воспроизведения событий, происходящих одновременно или последовательно в модельном (системном) времени. При этом под событием понимают факт изменения значения любой фазовой переменной.

Подход, альтернативный имитационному моделированию, называют аналитическим исследованием СМО. Оно заключается в получении формул для

расчета выходных параметров СМО с последующей подстановкой значений аргументов в эти формулы в каждом отдельном эксперименте.

Соответствующие модели СМО называются имитационными и аналитическими.

Аналитические модели (АМ) удобны в использовании, поскольку для них не требуются значительные затраты вычислительных ресурсов. Часто без постановки специальных вычислительных экспериментов можно оценить характер влияния аргументов на выходные параметры, выявить те или иные общие закономерности в поведении системы. Но АМ удастся получить только для частных случаев сравнительно не сложных СМО. Для сложных СМО АМ если и удастся получить, то только при принятии упрощающих допущений, ставящих под сомнение адекватность модели.

Поэтому основным подходом на системном уровне считают имитационное моделирование, а АМ используют при предварительной оценке различных предлагаемых вариантов систем.

Аналитические модели СМО

Аналитические модели СМО удастся получить при довольно серьезных допущениях (для простейших СМО).

Простейшие СМО обладают следующими свойствами:

1. считают, что в СМО используется беспriorитетные дисциплины обслуживания типа FIFO;
2. времена обслуживания выбираются в соответствии с экспоненциальным законом распределения;
3. входные потоки заявок аппроксимируются простейшими потоками, т.е. такими, которые обладают свойствами:
 - а) стационарности;
 - б) ординарности;
 - в) отсутствием последействия.

В большинстве случаев модели СМО отображают процессы с конечным множеством состояний и отсутствием последействия. Такие процессы называют конечными Марковскими цепями. Марковские цепи характеризуются множеством состояний S , матрицей вероятностей переходов из одного состояния в другое и начальными условиями (начальным состоянием). Удобно представлять Марковскую цепь в виде графа, в котором вершины соответствуют состояниям цепи, дуги – переходам, веса дуг – вероятностям переходов (если время дискретное) или интенсивностям переходов (если время непрерывное).

Интенсивностью перехода называют величину:

$$V_{ij} = \lim P_{ij}(t_1)/t_1$$

при $t_1 \rightarrow 0$, где $P_{ij}(t_1)$ – вероятность перехода из состояния S_i в S_j за время t_1 . Обычно используют условие

$$V_{ij} = -\sum_{j \neq i} V_{ij}, \text{ что эквивалентно}$$

$$\sum_{j=1}^N V_{ij} = 0 \quad (1)$$

где N - число состояний.

Например, для Марковской цепи, представленной графом

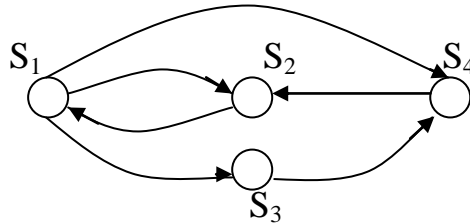


таблица интенсивностей переходов будет

Состояние	S_1	S_2	S_3	S_4
S_1	$-V_{12}-V_{13}-V_{14}$	V_{12}	V_{13}	V_{14}
S_2	V_{21}	$-V_{21}$	0	$-V_{24}$
S_3	0	0	$-V_{34}$	V_{34}
S_4	0	V_{42}	0	$-V_{42}$

Большинство выходных параметров СМО можно определить, используя информацию о поведении СМО, т.е. информацию о состоянии СМО в установившихся (стационарных) режимах и об их изменениях в переходных процессах. Эта информация имеет вероятностную основу, что обуславливает описание поведения СМО в терминах вероятностей нахождения системы в различных состояниях. Основой такого описания, а следовательно, и многих аналитических моделей СМО являются уравнения Колмогорова.

Изменение вероятности P_i нахождения системы в состоянии S_i за время t_1 есть вероятность перехода системы в состояние S_i из любых других состояний за вычетом вероятности перехода из состояния S_i в другие за t_1 , т.е.

$$P_i(t_1) = P_i(t + t_1) - P_i(t) = \sum_{j \in J} P_{ji}(t_1)P_j(t) - \sum_{k \in K} P_{ik}(t_1)P_i(t) \quad (2)$$

где $P_i(t)$ и $P_j(t)$ - вероятности нахождения системы в состояниях S_i и S_j соответственно в t , а $P_{ji}(t_1)$ и $P_{ik}(t_1)$ - вероятности изменения состояний в течение времени t_1 ;

$P_{ji}(t_1)P_j(t)$ есть безусловная вероятность перехода из S_j в S_i .

J и K - множества индексов инцидентных вершин по отношению к вершине S_i по входящим и исходящим дугам на графе состояний.

Разделив выражение (2) на t_1 и перейдя к пределу при $t \rightarrow 0$ получим

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{P_i(t)}{t_1} = \sum_j \left(\lim_{t \rightarrow 0} \frac{P_{ji}(t_1)}{t_1} \right) P_j + \sum_k \left(\lim_{t \rightarrow 0} \frac{P_{ik}(t_1)}{t_1} \right) P_i(t)$$

Отсюда следуют уравнения Колмогорова:

$$\frac{dP_i}{dt} = \sum_j (V_{ji}P_j) - P_i \sum_k V_{ik}$$

В стационарном состоянии $dP_i/dt = 0$. Тогда уравнения Колмогорова составляют систему алгебраических уравнений, в которой каждый узел представлен уравнением

$$\sum_j (V_{ji}P_j) = P_i \sum_k V_{ik}$$

или учитывая (1)

$$\sum_{j=1}^N (V_{ji}P_j) = P_i \sum_{k=1}^N V_{ik} = 0$$

т.е.

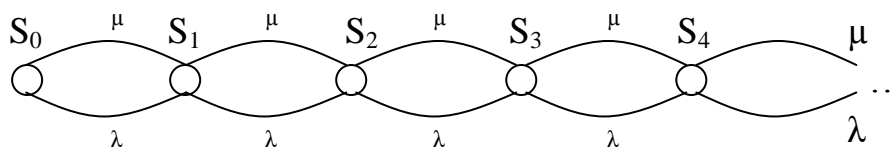
$$\sum_{j=1}^N (V_{ji}P_j) = 0$$

где P_j – финальные вероятности.

Пример аналитической модели

Примером СМО, к которой можно применить аналитические методы исследования, является одноканальное СМО с простейшим входным потоком интенсивностью λ и длительностью обслуживания, подчиняющейся экспоненциальному закону обслуживания μ . Для этой СМО нужно получить аналитические зависимости среднего числа N_{av} заявок, находящихся в системе; среднюю длину Q_{av} очереди к ОА; время t_{av} пребывания заявки в системе; время $t_{ог}$ ожидания в очереди.

Граф системы:



где S_k – состояние с k заявками в системе.

Матрица интенсивностей:

Состояние	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	...
S_0	$-\lambda$	λ	0	0	0	...
S_1	μ	$-\mu - \lambda$	λ	0	0	...
S_2	0	μ	$-\lambda - \mu$	λ	0	...
S_3	0	0	μ	$-\lambda - \mu$	λ	...
S_4	0	0	0	μ	$-\lambda - \mu$...
...

Уравнения Колмогорова для установившегося режима имеют вид (по(9))

$$\begin{aligned} -\lambda P_0 + \mu P_1 &= 0 && \text{(вероятность, что поступит,} \\ \lambda P_0 - (\lambda + \mu) P_1 + \mu P_2 &= 0 && \text{и вероятность обслуживания)} \\ \lambda P_1 - (\lambda + \mu) P_2 + \mu P_3 &= 0 && \text{(по столбцам таблицы)} \\ \lambda P_2 - (\lambda + \mu) P_3 + \mu P_4 &= 0 && \lambda\text{-интенсивность} \\ \dots &&& \mu\text{- длительность обслуживания} \end{aligned}$$

Используя уравнения Колмогорова, можно выразить все $P_i, i=1,2,3\dots$ через P_0 . Получим

$$P_1 = \lambda P_0 / \mu = a P_0, \text{ где } a = \lambda / \mu$$

$$P_2 = ((\lambda + \mu) P_1 - \lambda P_0) / \mu = (1 + a) P_1 - a P_2 = a^2 P_0$$

$$P_3 = (1 + a) P_2 - a P_1 = a^2 P_1 = a^3 P_0$$

Установившийся режим возможен при $a < 1$

$$\text{Т.к. } \sum_{i=0}^{\infty} P_i = 1, \text{ то } P_0 = 1 / (1 + a + a^2 + a^3 + \dots) = 1 - a$$

Отсюда:

$$\begin{aligned} N_{av} &= \sum_{k=1}^{\infty} P_k k = P_1 + 2P_2 + 3P_3 + \dots = a(1-a) + a^2(1-a) + a^3(1-a) + \dots = \\ &= a(1-a)(1 + 2a + 3a^2 + \dots) = a(1-a)/(1-a)^2 = a/(1-a) \end{aligned}$$

$$Q_{av} = P_2 + 2P_3 + 3P_4 + \dots = \sum_{k=2}^{\infty} (k-1)P_k = P_0 a^2(1 + 2a + 3a^2 + \dots) = a^2/(1-a)$$

Времена пребывания в системе и в очереди определяют

$$N_{av} = \lambda T_{av} \text{ и } Q_{av} = \lambda T_{or}, \text{ отсюда}$$

формулы Литтла:

- время пребывания заявки в системе

$$T_{av} = a / (1 - a) / \lambda = 1 / (\mu - \lambda);$$
- время ожидания заявки в очереди

$$T_{or} = a^2 / (1 - a) / \lambda = a / (\mu - \lambda).$$

N_{av} – среднее число заявок;

Q_{av} – средняя длина очереди;

T_{av} – время пребывания в системе заявки;

T_{or} – время пребывания заявки в систему.

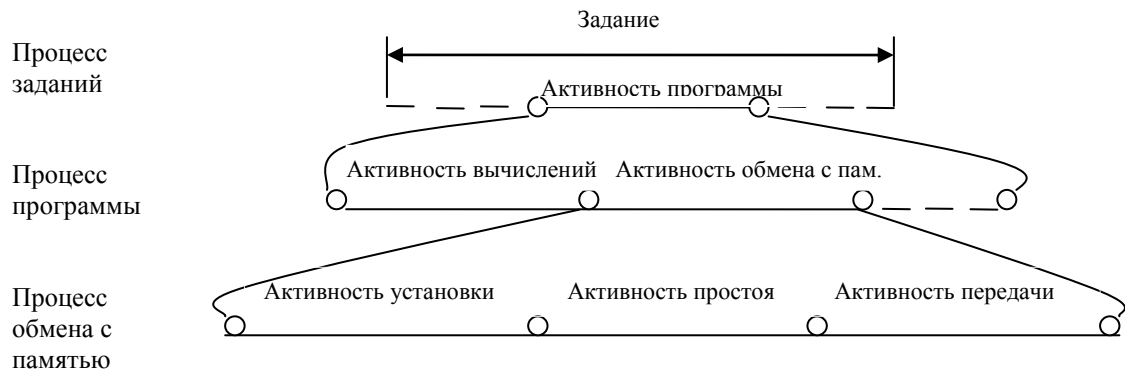
Имитационное моделирование.

Композиция дискретных систем

Активности. Характеристики производительности прямо или косвенно связаны со скоростью, с которой система выполняет свою работу, и поэтому они содержат время в качестве независимой переменной. Наименьшая единица работы в системах моделирования представлена активностью. Хотя активность может быть представлена совокупностью различных по длительности выполнения функций с каждой активностью связано время выполнения.

Независимо от содержания представляемой деятельности активность является единым динамическим объектом, указывающим на совершение некоторой единицы работы.

Процессы. Логически связанный набор активностей образует процесс, который можно рассматривать как объект, вмещающий или инициирующий эти активности. Некоторый процесс может выступать в роли активности в процессе более высокого уровня. Процессы, подобно активностям, представляют единые динамические объекты. Например:



Каждый процесс инициируется другим процессом, называемым инициатором. Он может находиться вне системы или внутри.

Процессы, состоящие из аналогичных активностей, могут быть отнесены к одному классу. В любой момент в системе могут протекать несколько таких процессов находящихся в разных фазах выполнения. Каждый процесс определенного класса однозначно идентифицируется среди процессов того же класса набором атрибутов, в число которых входят указания его инициатора и значения, описывающие его поведение.

Поведение процессов одного класса обычно описывается одним набором конструкций языка действующих внутри всего класса, вместе со значениями атрибутов, соответствующих каждому элементу данного класса.

События. События представляют собой мгновенные изменения состояния некоторого объекта системы, который может быть как статическим, так и временным.

События можно разделить на 2 категории:

1. события следования, которые управляют инициализацией активностей внутри данного процесса;
2. события изменения состояний, которые управляют выполнением активностей, относящихся к независимым процессам.

С точки зрения динамики система рассматривается как совокупность связанных друг с другом процессов, причем взаимодействие между ними управляется и координируется совершающимися событиями.

Моделирование выполнения некоторой активности включает отображение действий, совершаемых в начале ее выполнения и отображение действий, совершаемых в конце ее выполнения.

Поведение системы во времени отображается порядком следования событий, установленных на уровне глобальных переменных.

Моделирование системы по существу является задачей генерации этой временной последовательности событий.

В любой момент моделирования может быть задан целый ряд активностей и соответствующих моментов в будущем, когда они должны завершиться.

В системе имитации модели во времени предусмотрен механизм планирования, который обрабатывает упорядоченный по времени список моментов завершения активностей.

Когда начинается выполнение некоторой активности, в список заносится соответствующее время завершения и точка возврата в моделирующую (управляющую) программу. После выполнения моделирующей программой всех операций, которые соответствуют определенному моменту времени моделирования, возбуждается механизм временного планирования. Он вычеркивает из списка элемент, соответствующий первому по t завершению активности, устанавливает значение t равным t завершения соответствующей активности и передает управление в указанную точку управляющей программы.

Завершение активности может привести к инициализации новых активностей, моменты завершения которых были уже определены. Новые моменты завершения этих активностей планируются во времени путем помещения в список в требуемом порядке.

Для представления имитационных моделей можно использовать языки программирования общего назначения, однако, такие представления оказываются довольно громоздкими. Поэтому обычно используются специальные языки имитационного моделирования на системном уровне (ИМ).

Среди языков ИМ различают языки, ориентированные на описание событий, активностей процессов (средств обслуживания или маршрутов движения заявок).

Ориентация на описание активностей характерна для детальных иерархических уровней описания объектов.

Для описания ИМ-ей на системном уровне обычно используют языки, ориентированные на описание событий (Симскрипт, SMPL, GASP и др.) или процессов (Симула, SOL, aspol, GPSS и др.). Иногда эти языки называют сетевыми имитационными моделями.

Языки ИМ реализуются в программно-методических комплексах моделирования СМО, имеющих ту или иную степень специализации.

Языки событийного моделирования

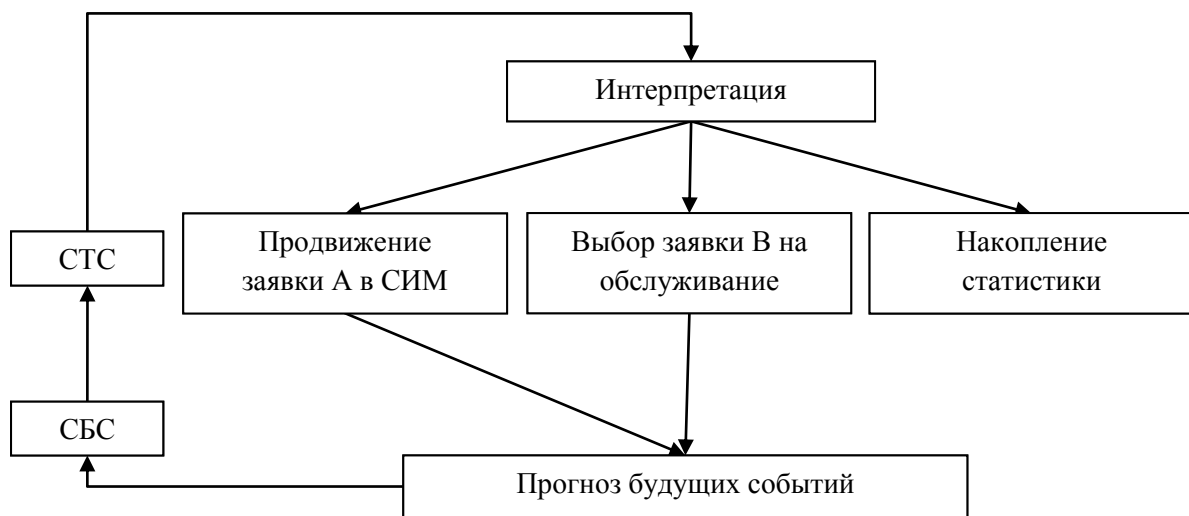
(Ориентированные на описание событий)

GASP, Симскрипт, SMPL

Сущность событийного метода заключается в отслеживании на модели последовательности событий в том же порядке, в котором они происходили бы в реальной системе. Вычисления выполняются только для тех моментов t и тех частей (процедур) модели, к которым относится совершаемое событие.

Моделирование начинается с просмотра операторов генерирования заявок. Для каждого независимого источника это позволяет рассчитать момент генерации первой заявки. Этот момент с именем-ссылкой на заявку заносится в СБС, а сведения о генерируемой заявке в список заявок – СЗ. Запись в СЗ включает в себя имя заявки, значение ее атрибутов, место, занимаемое в данный момент СИМ. События в СБС упорядочиваются по мере увеличения моментов наступления.

Затем из СБС выбирается событие, относящееся к наиболее раннему моменту времени и переносится в СТС. Обращение к СЗ позволяет определить все сведения о заявке, в том числе, место, где она находится в СИМ. Далее программа моделирования выполняет следующие действия:



1. изменяет параметры состояния устройства, к которому заявка обратилась. Например, если заявка А освобождает устройство Х, а очередь к нему не была пуста, то в соответствии с заданной дисциплиной обслуживания, из очереди к Х выбирается заявка В и поступает на обслуживание к Х;

2. прогнозируется время наступления следующего события, связанного с заявкой В, путем обращения к модели устройства Х, в которой рассчитывается продолжительность обслуживания заявки В, сведения об этом будущем событии заносятся в СБС и СЗ.

3. происходит имитация движения заявки А в СИМ по маршруту, определенному данной программой, пока заявка либо

задерживается в очереди, либо путем обращения к модели ОА прогнозируется наступление будущего события, сведения о котором заносятся в СБС и СЗ;

4. в файл статистики заносятся необходимые данные.

После обработки всех событий, относящихся к моменту T_k , происходит увеличение модельного времени до значения, соответствующему ближайшему будущему событию и процесс имитации повторяется.

Языки ориентированные на описание процессов

SOL, aspol, GPSS

Каждая процедура описывающая систему содержит ряд процедур связанных с выполнением процесса.

Каждая процедура описывающая процесс является описанием класса процесса и в любой момент времени это описание может выполняться в разных стадиях выполнения для различных заявок.

Любой процесс может находиться в одном из 4х состояний:

- 1) готовности;
- 2) выполнения;
- 3) задержки;
- 4) ожидания.