Міністерство освіти України
Національний технічний університет України
“Київський політехнічний інститут”
Кафедра ТОЕ

Розрахунково-графічна робота

“Розрахунок перехідних процесів у лінійних колах“
Варіант № 781

Виконав: ________________
____
____
____

Перевірив: ______________

Київ 2007

Умова задання

1. В колі з джерелом постійної ЕДС необхідно:

1) класичним методом розрахзувати напруги на реактивних елементах та струми перехідного процесу;

2) розрахувати струм в колі з джерелом ЕДС Е1 та напругу на реактивному елементі операторним методом;

3) побудувати в одному часовому масштабі діаграми струму та напруги на реактивних елементах.

2. Дослідити, яким повинен бути активний опір у вітці з джерелом Е1, щоб перехідний процес проходив в граничному режимі.

3. Визначити струми в вітках та напруги на реактивних елементах в момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійних ЕДС Е1і Е2 в колі діють синусоїдні джерела.

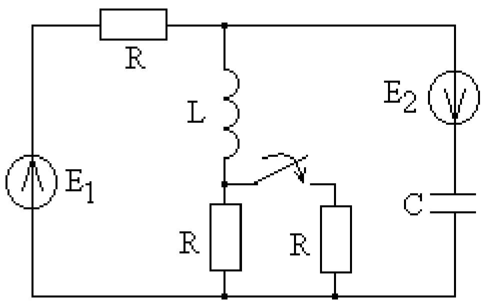
3. В післякомутаційній схемі закоротити джерело ЕДС Е2.

а) виключити катушку індуктивності чи ємність, замінивши останню опором R;

б) вважаючи, що замість ждерела постійної ЕДС Е1 до отриманного кола подається напруга, форма якої показана на малюнку;

в) розрахувати вхідний струм та напругу на реактивном елементі методом інтеграла Дюамеля при періоді Т, заданому в долях від τ;

г) побудувати в одному часовому масштабі діаграми напруги на вході, вхідного струму і напруги на реактивних елементі.



Основна схема

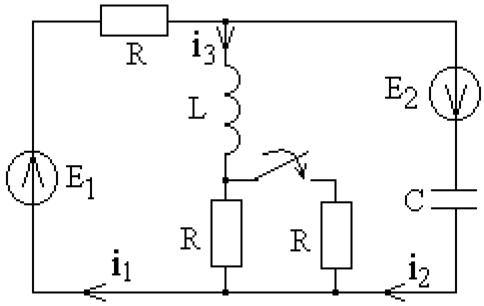
Вхідні данні:

$L := 0.18$ Гн $C := 150\cdot 10^{-6}$ Ф $R := 60$ Ом

$E_1 := 180$ В $E_2 := 70$ В $\psi := 120\cdot deg$ $С^0$ $\omega := 250$ $с^{-1}$

Класичний метод

Оберемо додатній напрямок струмів у вітках схеми:



Знайдемо значення струмів та напруг безпосередньо до комутації:

Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \frac{E_1}{2 \cdot R}$ $\quad i_{3дк} := i_{1дк} \quad i_{3дк} = 1.5$

$i_{2дк} := 0$ $\quad u_{Lдк} := 0$

$u_{Cдк} := E_1 + E_2 - i_{1дк} \cdot R$ $\quad u_{Cдк} = 160$

Усталений режим після комутації: $t = \infty$

$R' := 0.5 \cdot R$

$i'_1 := \frac{E_1}{R + R'}$ $\quad i'_3 := i'_1 \quad i'_3 = 2$

$i'_2 := 0$ $\quad u'_L := 0$

$u'_C := E_1 + E_2 - i'_1 \cdot R$ $\quad u'_C = 130$

Незалежні початкові умови

$i_{30} := i_{3дк}$ $\quad i_{30} = 1.5$

$u_{C0} := u_{Cдк}$ $\quad u_{C0} = 160$

Залежні початкові умови

Given

$i_{10} = i_{20} + i_{30}$

$E_1 = u_{L0} + i_{30} \cdot R' + i_{10} \cdot R$

$E_2 = -i_{30} \cdot R' + u_{C0} - u_{L0}$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{10}, i_{20}, u_{L0}) \text{ float}, 7 \rightarrow \begin{pmatrix} 1.500000 \\ 0 \\ 45. \end{pmatrix}$$

$i_{10} = 1.5$ $\quad i_{20} = 0$ $\quad u_{L0} = 45$

Незалежні початкові умови

$di_{30} := \frac{u_{L0}}{L}$ $\quad di_{30} = 250$

$du_{C0} := \frac{i_{20}}{C}$ $\quad du_{C0} = 0$

Залежні початкові умови

Given

$$di_{10} = di_{20} + di_{30}$$

$$0 = du_{L0} + di_{30} \cdot R' + di_{10} \cdot R$$

$$0 = -di_{30} \cdot R' + du_{C0} - du_{L0}$$

$$\begin{pmatrix} di_{10} \\ di_{20} \\ du_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}\left(di_{10}, di_{30}, du_{L0}\right)$$

$di_{10} = 0$ $\qquad di_{20} = -1$ $\qquad du_{L0} = 30$

Вільний режим після комутайії: $t = 0$

Складемо характерестичне рівняння схеми

$$Z(p) := \frac{\frac{1}{p \cdot C} \cdot (R' + p \cdot L)}{R' + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}} + R \qquad Z(p) := \frac{\frac{1}{p \cdot C} \cdot (R' + p \cdot L) + \left(R' + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot R}{R' + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}}$$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := \frac{1}{p \cdot C} \cdot (R' + p \cdot L) + \left(R' + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot R \ \left| \begin{matrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{matrix} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -138.89 - 190.43 \cdot i \\ -138.89 + 190.43 \cdot i \end{pmatrix}$$

Одже корні характеристичного рівняння мають вигляд:

$p_1 = -138.89 - 190.43i$ $\qquad p_2 = -138.89 + 190.43i$

Коефіцієнт затухання та кутова частота вільних коливань:

$\delta := \left|\mathrm{Re}\left(p_1\right)\right|$ $\quad \delta = 138.89$ $\qquad \omega_0 := \left|\mathrm{Im}\left(p_2\right)\right|$ $\quad \omega_0 = 190.43$

Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$$i''_1(t) = A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin\left(\omega_0 \cdot t + v_1\right)$$

$$i''_2(t) = B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin\left(\omega_0 \cdot t + v_2\right)$$

$$i''_3(t) = C \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin\left(\omega_0 \cdot t + v_3\right)$$

$$u''_C(t) = D \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin\left(\omega_0 \cdot t + v_C\right)$$

$$u''_L(t) = F \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin\left(\omega_0 \cdot t + v_L\right)$$

Визначення сталих інтегрування:

Для струму i1(t):

Given

$$i_{10} - i'_1 = A \cdot \sin\left(v_1\right)$$

$$di_{10} = -A \cdot \delta \cdot \sin\left(v_1\right) + A \cdot \omega_0 \cdot \cos\left(v_1\right)$$

$$\begin{pmatrix} A \\ v_1 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}\left(A, v_1\right) \text{ float}, 5 \ \rightarrow \begin{pmatrix} .61886 & -.61886 \\ -2.2009 & .94064 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$A = 0.619$ $\qquad v_1 = -2.201$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i''_1(t) := A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin\left(\omega_0 \cdot t + v_1\right) \text{ float}, 5 \ \rightarrow .61886 \cdot \exp(-138.89 \cdot t) \cdot \sin(190.43 \cdot t - 2.2009)$$

$$i_1(t) := i'_1 + i''_1(t) \text{ float}, 4 \ \rightarrow 2.000 + .6189 \cdot \exp(-138.9 \cdot t) \cdot \sin(190.4 \cdot t - 2.201)$$

Для струму i2(t):

$$i_{20} - i'_2 = B\cdot\sin(v_2)$$
$$di_{20} = -B\cdot\delta\cdot\sin(v_2) + B\cdot\omega_0\cdot\cos(v_2)$$
$$\begin{pmatrix} B \\ v_2 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(B, v_2)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow \begin{pmatrix} -5.2513\cdot 10^{-3} & 5.2513\cdot 10^{-3} \\ 0 & 3.1416 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$B = -5.251\times 10^{-3}$ $\quad$ $v_2 = 0$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i''_2(t) := B\cdot e^{-\delta\cdot t}\cdot\sin(\omega_0\cdot t + v_2)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow -5.2513\cdot 10^{-3}\cdot\exp(-138.89\cdot t)\cdot\sin(190.43\cdot t)$$
$$i_2(t) := i'_2 + i''_2(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow -5.251\cdot 10^{-3}\cdot\exp(-138.9\cdot t)\cdot\sin(190.4\cdot t)$$

Для струму i3(t):

$$i_{30} - i'_3 = C\cdot\sin(v_3)$$
$$di_{30} = -C\cdot\delta\cdot\sin(v_3) + C\cdot\omega_0\cdot\cos(v_3)$$
$$\begin{pmatrix} C \\ v_3 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(C, v_3)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow \begin{pmatrix} -1.0719 & 1.0719 \\ 2.6563 & -.48528 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$C = -1.072$ $\quad$ $v_3 = 2.656$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i''_3(t) := C\cdot e^{-\delta\cdot t}\cdot\sin(\omega_0\cdot t + v_3)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow -1.0719\cdot\exp(-138.89\cdot t)\cdot\sin(190.43\cdot t + 2.6563)$$
$$i_3(t) := i'_3 + i''_3(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow 2.000 - 1.072\cdot\exp(-138.9\cdot t)\cdot\sin(190.4\cdot t + 2.656)$$

Для напруги Uc(t):

$$u_{C0} - u'_C = D\cdot\sin(v_C)$$
$$du_{C0} = -D\cdot\delta\cdot\sin(v_C) + D\cdot\omega_0\cdot\cos(v_C)$$
$$\begin{pmatrix} D \\ v_C \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(D, v_C)\ \left|\begin{matrix}\mathrm{float}, 5 \\ \mathrm{complex}\end{matrix}\right. \rightarrow \begin{pmatrix} -37.132 & 37.132 \\ -2.2009 & .94064 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$D = -37.132$ $\quad$ $v_C = -2.201$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$u''_C(t) := D\cdot e^{-\delta\cdot t}\cdot\sin(\omega_0\cdot t + v_C)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow -37.132\cdot\exp(-138.89\cdot t)\cdot\sin(190.43\cdot t - 2.2009)$$
$$u_C(t) := u'_C + u''_C(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow 130.0 - 37.13\cdot\exp(-138.9\cdot t)\cdot\sin(190.4\cdot t - 2.201)$$

Для напруги Ul(t):

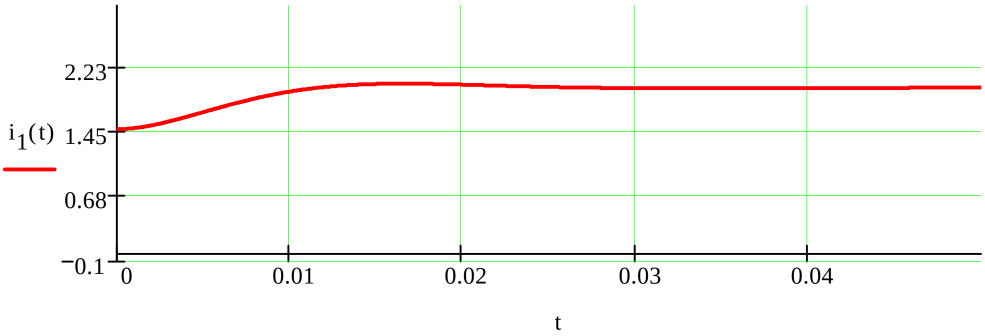
$$u_{L0} - u'_L = F\cdot\sin(v_L)$$
$$du_{L0} = -F\cdot\delta\cdot\sin(v_L) + F\cdot\omega_0\cdot\cos(v_L)$$
$$\begin{pmatrix} F \\ v_L \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(F, v_L)\ \left|\begin{matrix}\mathrm{float}, 5 \\ \mathrm{complex}\end{matrix}\right. \rightarrow \begin{pmatrix} -55.790 & 55.790 \\ -2.2032 & .93836 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

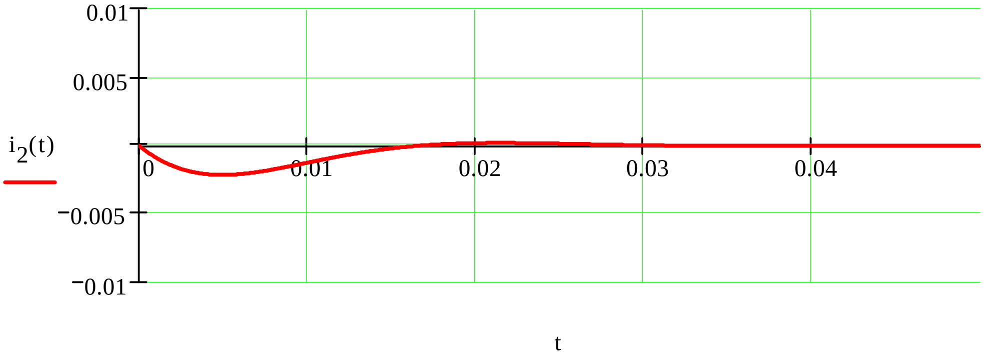
$F = -55.79$ $\quad$ $v_L = -2.203$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

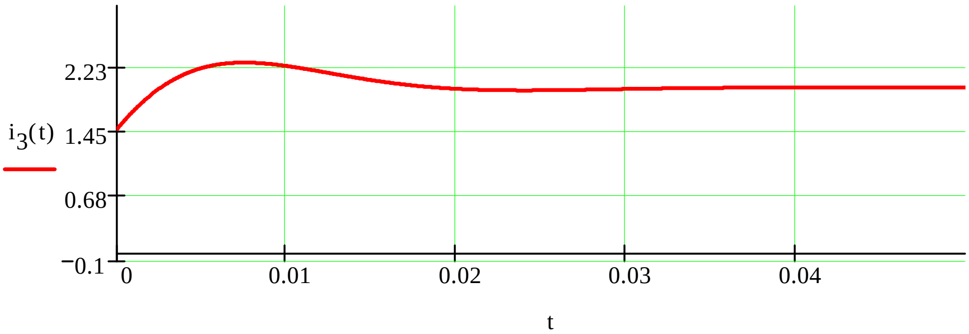
$$u''_L(t) := F\cdot e^{-\delta\cdot t}\cdot\sin(\omega_0\cdot t + v_L)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow -55.790\cdot\exp(-138.89\cdot t)\cdot\sin(190.43\cdot t - 2.2032)$$
$$u_L(t) := u'_L + u''_L(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow -55.79\cdot\exp(-138.9\cdot t)\cdot\sin(190.4\cdot t - 2.203)$$



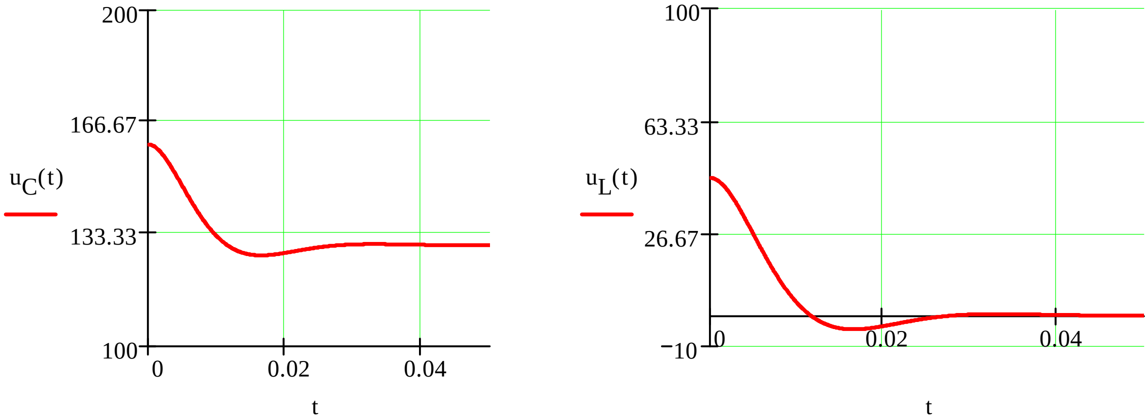
Графік перехідного струму i1(t).



Графік перехідного струму i2(t).

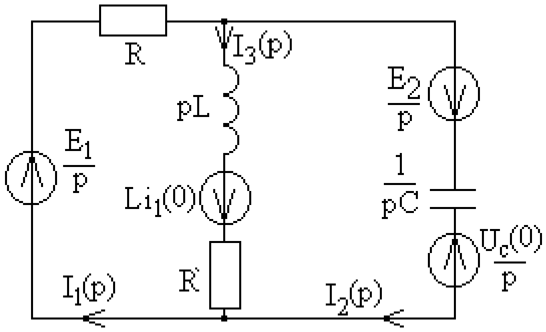


Графік перехідного струму i3(t).



Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

Операторний метод



Операторна схема

Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \frac{E_1}{2\cdot R}$ $\quad i_{3дк} := i_{1дк} \quad i_{3дк} = 1.5$

$i_{2дк} := 0$ $\quad u_{Lдк} := 0$

$u_{Cдк} := E_1 + E_2 - i_{1дк}\cdot R$ $\quad u_{Cдк} = 160$

Початкові умови:

$i_{L0} := i_{3дк}$ $\quad i_{L0} = 1.5$

$u_{C0} = 160$

$$I_{k1}(p)\cdot(R + R' + p\cdot L) - I_{k2}(p)\cdot(R' + p\cdot L) = \frac{E_1}{p} + L\cdot i_{L0}$$

$$-I_{k1}(p)\cdot(R' + p\cdot L) + I_{k2}(p)\cdot\left(\frac{1}{p\cdot C} + p\cdot L + R'\right) = \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} - L\cdot i_{L0}$$

$$\Delta(p) := \left|\begin{bmatrix} R + R' + p\cdot L & -(R' + p\cdot L) \\ -(R' + p\cdot L) & \frac{1}{p\cdot C} + p\cdot L + R' \end{bmatrix}\right| \qquad \Delta(p) \text{ float},5 \ \rightarrow \frac{\left(6.0000\cdot 10^5 + 10.800\cdot p^{2.} + 3000.0\cdot p\right)}{p^{1.}}$$

$$\Delta_1(p) := \left|\begin{bmatrix} \frac{E_1}{p} + L\cdot i_{L0} & -(R' + p\cdot L) \\ \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} - L\cdot i_{L0} & \frac{1}{p\cdot C} + p\cdot L + R' \end{bmatrix}\right| \qquad \Delta_1(p) \text{ float},5 \ \rightarrow \frac{\left(1.2000\cdot 10^6 + 16.200\cdot p^{2.} + 4500.0\cdot p\right)}{p^{2.}}$$

$$\Delta_2(p) := \left|\begin{bmatrix} R + R' + p\cdot L & \frac{E_1}{p} + L\cdot i_{L0} \\ -(R' + p\cdot L) & \frac{E_2}{p} - \frac{u_{C0}}{p} - L\cdot i_{L0} \end{bmatrix}\right| \qquad \Delta_2(p) \text{ float},5 \ \rightarrow \frac{-2700.0}{p^{1.}}$$

Контурні струми та напруга на конденсаторі будуть мати вигляд:

$$I_{k1}(p) := \frac{\Delta_1(p)}{\Delta(p)} \qquad I_1(p) := I_{k1}(p)\ \text{float}, 5\ \rightarrow \frac{\left(1.2000\cdot 10^6 + 16.200\cdot p^{2.} + 4500.0\cdot p\right)}{p^{1.}\cdot\left(6.0000\cdot 10^5 + 10.800\cdot p^{2.} + 3000.0\cdot p\right)^{1.}}$$

$$I_{k2}(p) := \frac{\Delta_2(p)}{\Delta(p)} \qquad I_2(p) := I_{k2}(p)\ \text{float}, 5\ \rightarrow \frac{-2700.0}{\left(6.0000\cdot 10^5 + 10.800\cdot p^{2.} + 3000.0\cdot p\right)^{1.}}$$

$$u_C(p) := \frac{u_{C0}}{p} + \frac{I_2(p)}{p\cdot C}\ \text{factor}\ \rightarrow 160\cdot\frac{\left(406250 + 2500\cdot p + 9\cdot p^2\right)}{\left(500000 + 2500\cdot p + 9\cdot p^2\right)\cdot p}$$

$$u_L(p) := L\cdot p\cdot I_3(p) - L\cdot i_{3\text{дк}}\ \text{factor}\ \rightarrow 45\cdot\frac{(9\cdot p + 1000)}{\left(500000 + 2500\cdot p + 9\cdot p^2\right)}$$

Перейдемо тепер від зображення до функції часу за формулою розкладу:
Для струму I1(p):

$$N_1(p) := 1.2000\cdot 10^6 + 16.200\cdot p^{2.} + 4500.0\cdot p \qquad M_1(p) := p\cdot\left(6.0000\cdot 10^5 + 10.800\cdot p^{2.} + 3000.0\cdot p\right)$$

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_1(p)\ \left|\begin{matrix}\text{solve}, p \\ \text{float}, 5\end{matrix}\right. \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -138.89 - 190.43\cdot i \\ -138.89 + 190.43\cdot i \end{pmatrix}$$

$$p_0 = 0 \qquad p_1 = -138.89 - 190.43i \qquad p_2 = -138.89 + 190.43i$$

$$N_1(p_0) = 1.2\times 10^6 \qquad N_1(p_1) = 3\times 10^5 + 6.855i \qquad N_1(p_2) = 3\times 10^5 - 6.855i$$

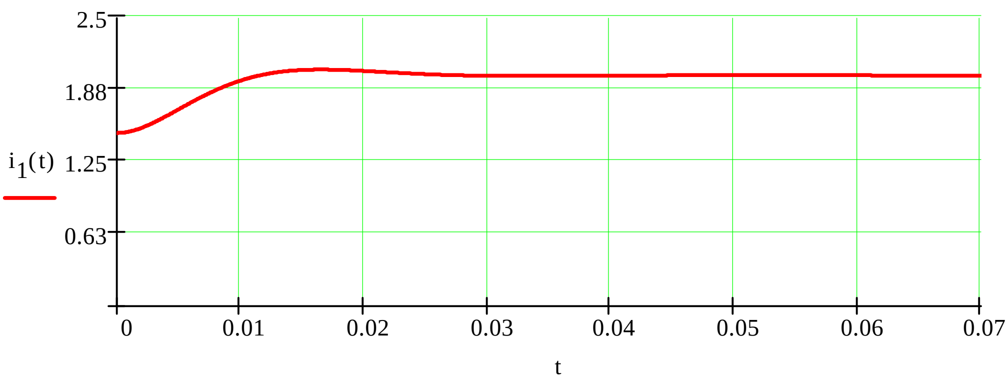
$$dM_1(p) := \frac{d}{dp}M_1(p)\ \left|\begin{matrix}\text{factor} \\ \text{float}, 5\end{matrix}\right. \rightarrow 6.0000\cdot 10^5 + 32.400\cdot p^{2.} + 6000.\cdot p$$

$$dM_1(p_0) = 6\times 10^5 \qquad dM_1(p_1) = -7.833\times 10^5 + 5.713i\times 10^5 \qquad dM_1(p_2) = -7.833\times 10^5 - 5.713i\times 10^5$$

Отже струм як функція часу буде мати вигляд:

$$i_1(t) = \frac{N_1(p_0)}{dM_1(p_0)} + \frac{N_1(p_1)}{dM_1(p_1)}\cdot e^{p_1\cdot t} + \frac{N_1(p_2)}{dM_1(p_2)}\cdot e^{p_2\cdot t} \qquad i_1(0) = 1.5$$

$$i_1(t)\ \left|\begin{matrix}\text{float}, 5 \\ \text{complex}\end{matrix}\right. \rightarrow 2.000 + .6189\cdot\exp(-138.9\cdot t)\cdot\sin(190.4\cdot t - 2.201)$$



Графік перехідного струму i1(t).

Для напруги на конденсаторі Uc(p):

$N_u(p) := 160\cdot\left(406250 + 2500\cdot p + 9\cdot p^2\right)$ $\qquad$ $M_u(p) := p\cdot\left(500000 + 2500\cdot p + 9\cdot p^2\right)$

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_u(p) \left|\begin{matrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{matrix}\right. \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -138.89 + 190.44\cdot i \\ -138.89 - 190.44\cdot i \end{pmatrix}$$

$p_0 = 0$ $\qquad$ $p_1 = -138.89 + 190.44i$ $\qquad$ $p_2 = -138.89 - 190.44i$

$N_u(p_0) = 6.5\times 10^7$ $\qquad$ $N_u(p_1) = -1.5\times 10^7 - 609.408i$ $\qquad$ $N_u(p_2) = -1.5\times 10^7 + 609.408i$

$$dM_u(p) := \frac{d}{dp}M_u(p) \text{ factor } \rightarrow 500000 + 5000\cdot p + 27\cdot p^2$$

$dM_u(p_0) = 5\times 10^5$ $\qquad$ $dM_u(p_1) = -6.528\times 10^5 - 4.761i\times 10^5$ $\qquad$ $dM_u(p_2) = -6.528\times 10^5 + 4.761i\times 10^5$

Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$u_C(t) := \frac{N_u(p_0)}{dM_u(p_0)} + \frac{N_u(p_1)}{dM_u(p_1)}\cdot e^{p_1\cdot t} + \frac{N_u(p_2)}{dM_u(p_2)}\cdot e^{p_2\cdot t} \qquad u_C(0) = 160.005$$

$$u_C(t) \left|\begin{matrix} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{matrix}\right. \rightarrow 130. + 30.004\cdot\exp(-138.89\cdot t)\cdot\cos(190.44\cdot t) + 21.880\cdot\exp(-138.89\cdot t)\cdot\sin(190.44\cdot t)$$

Для напруги на індуктивності:

$N_L(p) := 45(9\cdot p + 1000)$ $\qquad$ $M_L(p) := \left(500000 + 2500\cdot p + 9\cdot p^2\right)$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_L(p) \left|\begin{matrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{matrix}\right. \rightarrow \begin{pmatrix} -138.89 + 190.44\cdot i \\ -138.89 - 190.44\cdot i \end{pmatrix} \qquad p_1 = -138.89 + 190.44i \qquad p_2 = -138.89 - 190.44i$$

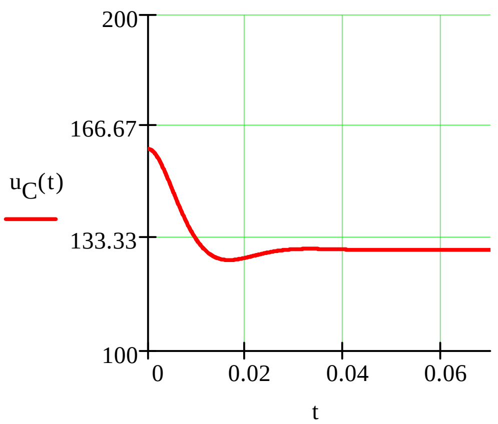
$N_L(p_1) = -1.125\times 10^4 + 7.713i\times 10^4$ $\qquad$ $N_L(p_2) = -1.125\times 10^4 - 7.713i\times 10^4$

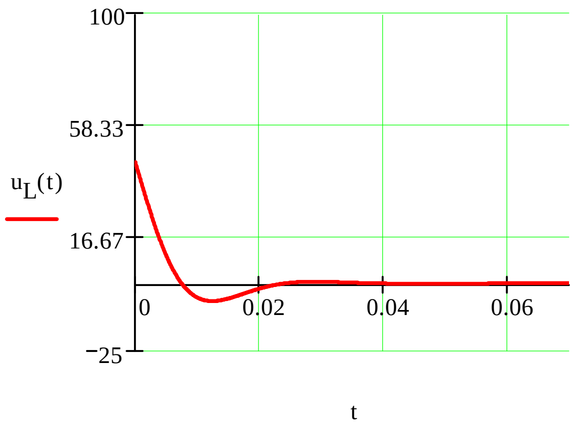
$$dM_L(p) := \frac{d}{dp}M_L(p) \text{ factor } \rightarrow 2500 + 18\cdot p$$

$dM_L(p_1) = -0.02 + 3.428i\times 10^3$ $\qquad$ $dM_L(p_2) = -0.02 - 3.428i\times 10^3$

Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$u_L(t) := \frac{N_L(p_1)}{dM_L(p_1)}\cdot e^{p_1\cdot t} + \frac{N_L(p_2)}{dM_L(p_2)}\cdot e^{p_2\cdot t} \qquad u_L(0) = 45$$

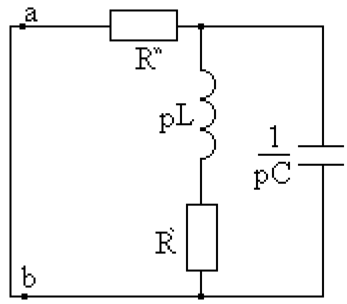




Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

Дослідити чому повинен дорівнювати активний опір вітки с джерелом ЕРС E1 щоб аперіодичний процес переходив у коливальний

$$Z_{ab}(p) := R'' + \frac{(R' + p\cdot L)\cdot\frac{1}{p\cdot C}}{\frac{1}{p\cdot C} + p\cdot L + R'}$$



$$Z_{ab}(p) := \frac{\left(\frac{1}{p\cdot C} + p\cdot L + R'\right)\cdot R'' + (R' + p\cdot L)\cdot\frac{1}{p\cdot C}}{\frac{1}{p\cdot C} + p\cdot L + R'}$$

$$(R''\cdot L)\cdot p^2 + \left(R''\cdot R' + \frac{L}{C}\right)\cdot p + \left(\frac{R''}{C} + \frac{R'}{C}\right) = 0$$

$D = 0$

$$\left(R''\cdot R' + \frac{L}{C}\right)^2 - 4\cdot(R''\cdot L)\cdot\left(\frac{R''}{C} + \frac{R'}{C}\right) = 0$$

$$R' := \left(R''\cdot R' + \frac{L}{C}\right)^2 - 4\cdot(R''\cdot L)\cdot\left(\frac{R''}{C} + \frac{R'}{C}\right) \Bigg| \begin{array}{l} \text{solve}, R'' \\ \text{float}, 5 \end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} -30.548 \\ 12.087 \end{pmatrix}$$

$R'_{1,0} = 12.087$

Отже при такому значенні активного опору у вітці з джерелом напруги E1 аперіодичний процес перейде в коливальний.

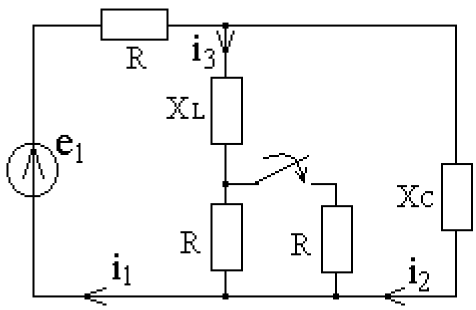
Визначити струми віток і напруги на реактивних елементах у момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійної напруги E1 і E2 у колі діють джерела синусоїдної напруги:

$e_1(t) := \sqrt{2}\cdot E_1\cdot\sin(\omega\cdot t + \psi)$ $\quad$ $e_2(t) := \sqrt{2}\cdot E_2\cdot\sin(\omega\cdot t + \psi)$

$X_C := \frac{1}{\omega\cdot C}$ $\quad$ $X_C = 26.667$ $\quad$ $X_L := \omega\cdot L$ $\quad$ $X_L = 45$

$E_1 := E_1\cdot e^{\psi\cdot i}$ $\quad$ $E_1 = -90 + 155.885i$ $\quad$ $F(E_1) = (180 \quad 120)$

$E_2 := E_2\cdot e^{\psi\cdot i}$ $\quad$ $E_2 = -35 + 60.622i$ $\quad$ $F(E_2) = (70 \quad 120)$

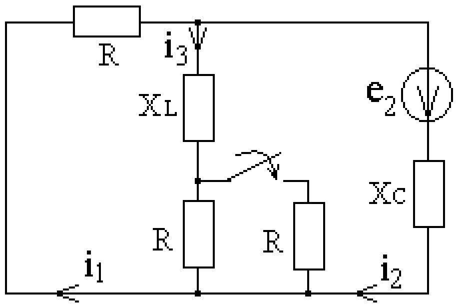


$Z'_{vx} := R + \frac{X_C\cdot i\cdot(R + X_L\cdot i)}{R + X_L\cdot i - i\cdot X_C}$ $\quad$ $Z'_{vx} = 49.16 + 29.979i$

$I'_{1дк} := \frac{E_1}{Z'_{vx}}$ $\quad$ $I'_{1дк} = 0.075 + 3.125i$ $\quad$ $F(I'_{1дк}) = (3.126 \quad 88.624)$

$I'_{2дк} := I'_{1дк}\cdot\frac{R + X_L\cdot i}{R + X_L\cdot i - i\cdot X_C}$ $\quad$ $I'_{2дк} = -1.186 + 3.544i$ $\quad$ $F(I'_{2дк}) = (3.737 \quad 108.503)$

$I'_{3дк} := I'_{1дк} - I'_{2дк}$ $\quad$ $I'_{3дк} = 1.261 - 0.419i$ $\quad$ $F(I'_{3дк}) = (1.329 \quad -18.366)$



$$Z''_{vx} := -X_C \cdot i + \frac{(R + i \cdot X_L) \cdot R}{R + i \cdot X_L + R} \qquad Z''_{vx} = 33.699 - 16.804i$$

$$I''_{2дк} := \frac{E_2}{Z''_{vx}} \qquad I''_{2дк} = -1.55 + 1.026i \qquad F(I''_{2дк}) = (1.859 \ \ 146.503)$$

$$I''_{1дк} := I''_{2дк} \cdot \frac{R + X_L \cdot i}{R + i \cdot X_L + R} \qquad I''_{1дк} = -1.039 + 0.321i \qquad F(I''_{1дк}) = (1.088 \ \ 162.817)$$

$$I''_{3дк} := I''_{2дк} - I''_{1дк} \qquad I''_{3дк} = -0.511 + 0.705i \qquad F(I''_{3дк}) = (0.87 \ \ 125.947)$$

$$I_{1дк} := I'_{1дк} + I''_{1дк} \qquad I_{1дк} = -0.964 + 3.447i \qquad F(I_{1дк}) = (3.579 \ \ 105.63)$$

$$I_{2дк} := I'_{2дк} + I''_{2дк} \qquad I_{2дк} = -2.736 + 4.57i \qquad F(I_{2дк}) = (5.326 \ \ 120.911)$$

$$I_{3дк} := I'_{3дк} - I''_{3дк} \qquad I_{3дк} = 1.772 - 1.123i \qquad F(I_{3дк}) = (2.098 \ \ -32.371)$$

$$u_{Cдк} := I_{3дк} \cdot (-i \cdot X_C) \qquad u_{Cдк} = -29.953 - 47.252i \qquad F(u_{Cдк}) = (55.945 \ \ -122.371)$$

$$u_{Lдк} := I_{3дк} \cdot i \cdot X_L \qquad u_{Lдк} = 50.545 + 79.737i \qquad F(u_{Lдк}) = (94.408 \ \ 57.629)$$

$$i_{1дк}(t) := \left|I_{1дк}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{1дк}))$$

$$i_{2дк}(t) := \left|I_{2дк}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{2дк}))$$

$$i_{3дк}(t) := \left|I_{3дк}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{3дк}))$$

$$u_{Cдк}(t) := \left|u_{Cдк}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(u_{Cдк}))$$

$$u_{Lдк}(t) := \left|u_{Lдк}\right| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(u_{Lдк}))$$

Початкові умови:

$u_{Cдк}(0) = -66.824$

$i_{Lдк}(0) = -1.588$

Given

$$i_{20} = i_{10} - i_{30}$$

$$e_1(0) = u_{L0} + i_{10} \cdot R + i_{30} \cdot R$$

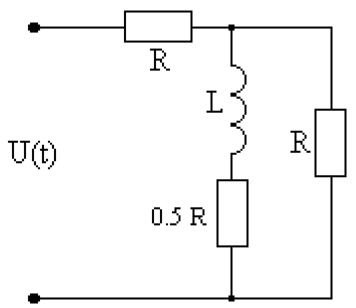
$$e_2(0) = -i_{30} \cdot R + u_{C0} - u_{L0}$$

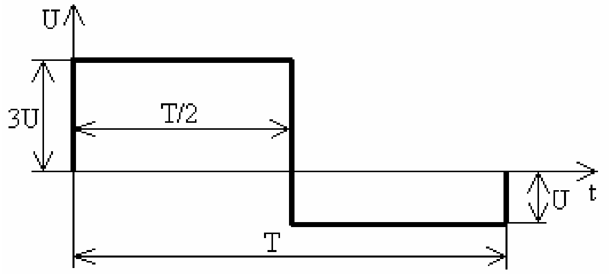
$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{10}, i_{20}, u_{L0})$$

$i_{10} = 6.217$ $\quad i_{20} = 7.805$ $\quad i_{30} = -1.588$ $\quad u_{L0} = -57.247$ $\quad u_{C0} = -66.824$

Інтеграл Дюамеля

$T := 0.85$ $E_1 := 180$ $E := 1$





Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \dfrac{0}{\frac{1}{3}\cdot R}$ $i_{1дк} = 0$ $u_{Lдк} := 0$

$i_{3дк} := i_{1дк}\cdot\dfrac{R}{0.5R + R}$ $i_{3дк} = 0$ $i_{2дк} := i_{1дк}\cdot\dfrac{0.5R}{0.5R + R}$ $i_{2дк} = 0$

Усталений режим після комутації: $t = \infty$

$i'_1 := \dfrac{E}{\frac{1}{3}\cdot R}$ $i'_1 = 0.05$

$i'_3 := i'_1\cdot\dfrac{R}{0.5R + R}$ $i'_3 = 0.033$ $i'_2 := i'_1\cdot\dfrac{0.5R}{0.5R + R}$ $i'_2 = 0.017$

$u'_L := 0$

Незалежні початкові умови $i_{30} := i_{3дк}$ $i_{30} = 0$

Залежні початкові умови

Given

$i_{20} = i_{10} - i_{30}$

$E = u_{L0} + i_{30}\cdot(0.5R) + i_{10}\cdot R$

$0 = i_{20}\cdot R - i_{30}\cdot(0.5R) - u_{L0}$

$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{10}, i_{20}, u_{L0})$ $i_{10} = 8.333\times 10^{-3}$ $i_{20} = 8.333\times 10^{-3}$ $i_{30} = 0$ $u_{L0} = 0.5$

Вільний режим після комутайії: $t = 0$

Складемо характерестичне рівняння схеми

$Z_{vx}(p) := R + \dfrac{R\cdot(p\cdot L + 0.5R)}{p\cdot L + 0.5R + R}$ $Zvx(p) := \dfrac{R\cdot(p\cdot L + 0.5R + R) + R\cdot(p\cdot L + 0.5R)}{p\cdot L + 0.5R + R}$

$p := R\cdot(p\cdot L + 0.5\cdot R + R) + R\cdot(p\cdot L + 0.5\cdot R) \left|\begin{matrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{matrix}\right. \rightarrow -333.33$ $T := \dfrac{1}{|p|}$ $T = 3\times 10^{-3}$

Одже корень характеристичного рівняння має вигляд:

$p = -333.33$

Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$i''_1(t) := A_1\cdot e^{p\cdot t}$

$i''_2(t) := B_1\cdot e^{p\cdot t}$

Визначення сталих інтегрування:

$A_1 := i_{10} - i'_1$ $\qquad A_1 = -0.042$

$B_1 := i_{30} - i'_3$ $\qquad B_1 = -0.033$

Отже вільна складова струму i1(t) та i3(t) будуть мати вигляд:

$i''_1(t) := A_1 \cdot e^{p \cdot t}$

$i''_3(t) := B_1 \cdot e^{p \cdot t}$

Повні значення цих струмів:

$i_1(t) := i'_1 + i''_1(t) \qquad i_1(t) \text{ float}, 5 \ \rightarrow 5.0000 \cdot 10^{-2} - 4.1667 \cdot 10^{-2} \cdot \exp(-333.33 \cdot t)$

$i_3(t) := i'_3 + i''_3(t) \qquad i_3(t) \text{ float}, 5 \ \rightarrow 3.3333 \cdot 10^{-2} - 3.3333 \cdot 10^{-2} \cdot \exp(-333.33 \cdot t)$

$g_{11}(t) := i_1(t) \qquad g_{11}(t) \text{ float}, 5 \ \rightarrow 5.0000 \cdot 10^{-2} - 4.1667 \cdot 10^{-2} \cdot \exp(-333.33 \cdot t)$

$U_L(t) := L \cdot \frac{d}{dt} i_3(t)$

$h_{uL}(t) := U_L(t) \text{ float}, 5 \ \rightarrow 2.0000 \cdot \exp(-333.33 \cdot t)$

Визначимо закони зміни напруги на всіх проміжках часу:

$U_0 := 3E_1 \qquad U_0 = 540$

$U_1 := 3E_1 \qquad U_1 = 540 \qquad 0 < t < \frac{T}{2}$

$U_2 := -E_1 \qquad U_2 = -180 \qquad \frac{T}{2} < t < T$

$U_3 := 0 \qquad T < t < \infty$

$U'_1 := 0 \qquad U'_2 := 0$

Струм на цих проміжках буде мати вигляд:

$i_1(t) := U_0 \cdot g_{11}(t)$

$i_1(t) \ \Big| \begin{matrix} \text{factor} \\ \text{float}, 3 \end{matrix} \rightarrow 27. - 22.5 \cdot \exp(-333. \cdot t)$

$i_2(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + (U_2 - U_1) \cdot g_{11}\left(t - \frac{T}{2}\right)$

$i_2(t) \text{ float}, 3 \ \rightarrow -9. - 22.5 \cdot \exp(-333. \cdot t) + 30. \cdot \exp(-333. \cdot t + .500)$

$i_3(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + (U_2 - U_1) \cdot g_{11}\left(t - \frac{T}{2}\right) + (U_3 - U_2) \cdot g_{11}(t - T)$

$i_3(t) \ \Big| \begin{matrix} \text{factor} \\ \text{float}, 3 \end{matrix} \rightarrow -22.5 \cdot \exp(-333. \cdot t) + 30. \cdot \exp(-333. \cdot t + .500) - 7.50 \cdot \exp(-333. \cdot t + 1.)$

Напруга на індуктивнисті на цих проміжках буде мати вигляд:

$u_{L1}(t) := U_0 \cdot h_{uL}(t) \text{ float}, 5 \ \rightarrow 1080.0 \cdot \exp(-333.33 \cdot t)$

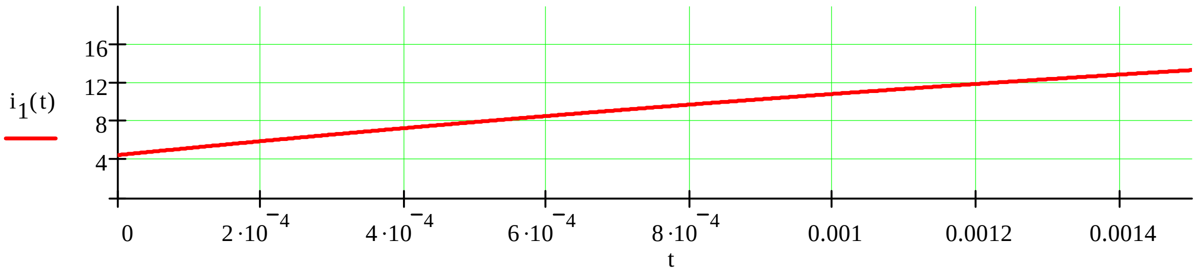
$u_{L2}(t) := U_0 \cdot h_{uL}(t) + (U_2 - U_1) \cdot h_{uL}\left(t - \frac{T}{2}\right)$

$u_{L2}(t) \text{ float}, 5 \ \rightarrow 1080.0 \cdot \exp(-333.33 \cdot t) - 1440.0 \cdot \exp(-333.33 \cdot t + .50000)$

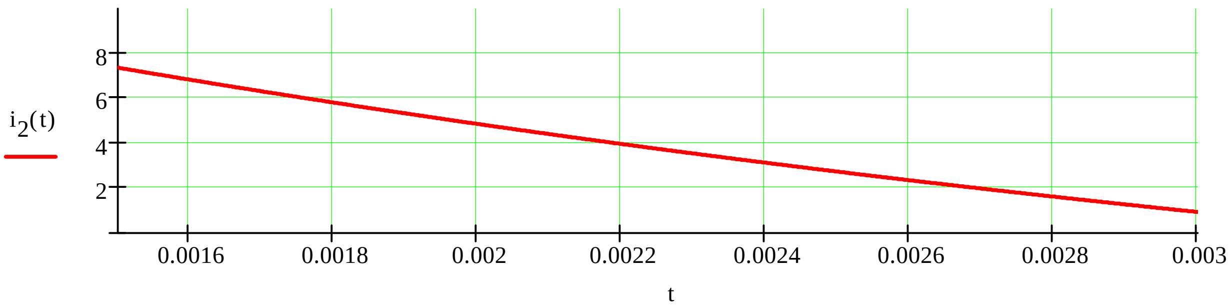
$u_{L3}(t) := U_0 \cdot h_{uL}(t) + (U_2 - U_1) \cdot h_{uL}\left(t - \frac{T}{2}\right) + (U_3 - U_2) \cdot h_{uL}(t - T)$

$u_{L3}(t) \text{ float}, 5 \ \rightarrow 1080.0 \cdot \exp(-333.33 \cdot t) - 1440.0 \cdot \exp(-333.33 \cdot t + .50000) + 360.00 \cdot \exp(-333.33 \cdot t + 1.0000)$

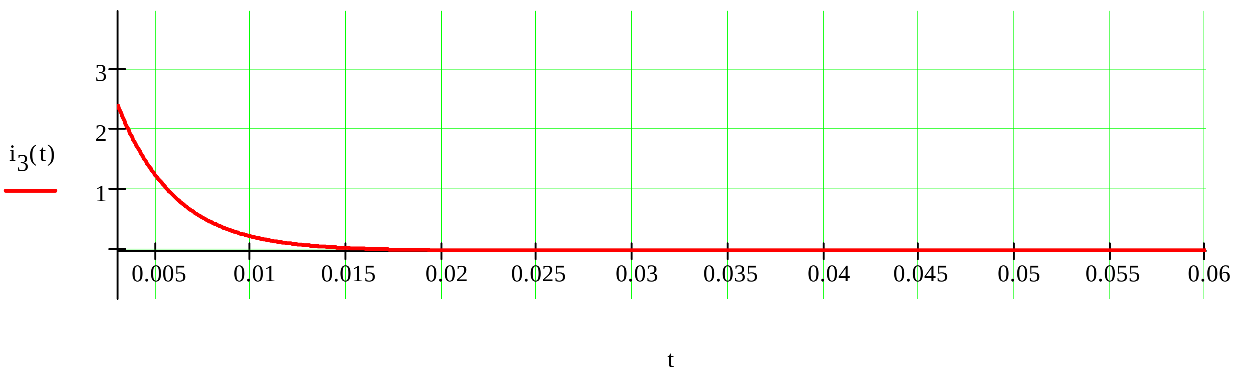
На промежутке от 0 до 1/2T



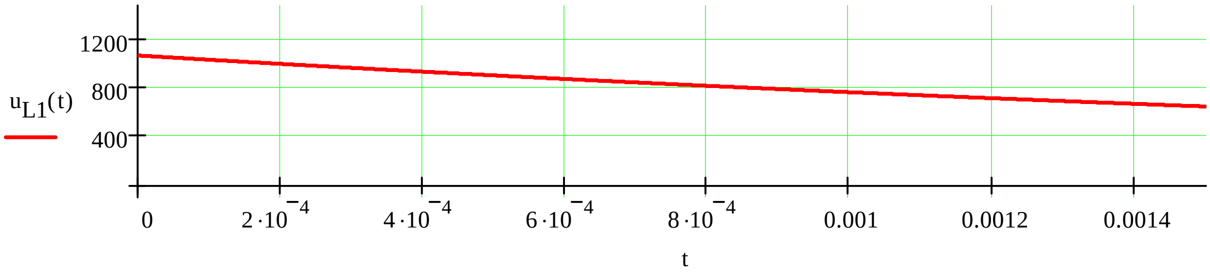
На промежутке от 1/2T до T



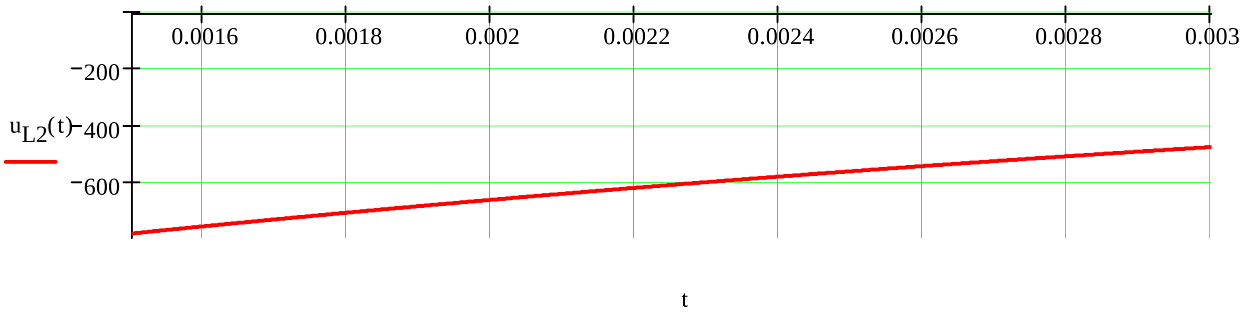
На промежутке от T до 20T



Графік напруги на реактивному елементі на проміжку: от 0 до 1/2T



Графік напруги на реактивному елементі на проміжку: от 2/3T до T



Графік напруги на реактивному елементі на проміжку: от T до 20T