

**Министерство образования и науки Украины
Национальный технический университет Украины
“Киевский Политехнический Институт”
Кафедра ТОЭ**

Расчетно-графическая работа

“Расчёт цепей постоянного тока”

Вариант № 382

Выполнил: _____

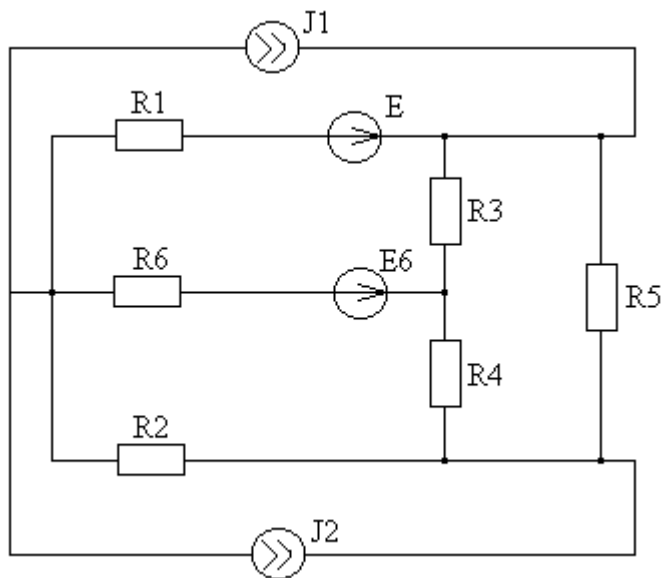
Проверил: _____

Киев 2006

Задание:

1. Найти токи в ветках данной электрической цепи методом узловых потенциалов и контурных токов. Проверить расчёт цепи при помощи законов Кирхгофа для каждого узла и независимого контура. Сложить и проверить уравнение баланса мощностей.
2. Построить потенциальную диаграмму для контура данной цепи.
3. Найти токи в ветвях данной цепи методом эквивалентного генератора.
4. Найти токи в ветках методом наложения. Проверить расчеты цепи за законами Кирхгофа.

$$\begin{array}{llllll} R_1 := 25 & R_2 := 40 & R_3 := 50 & R_4 := 5 & R_5 := 10 & R_6 := 100 \\ E := 100 & E_6 := 200 & J_1 := 25 & J_2 := 10 & & \end{array}$$



Метод контурных токов

За вторым законом Кирхгофа составляем систему уравнений. Решая полученную систему уравнений, находим контурные токи.

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_3 + R_6) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_3 - J_1 \cdot R_1 = E - E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 + J_2 \cdot R_2 = E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_4 + R_5) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = 6.155$$

$$I_{K2} = 3.036$$

$$I_{K3} = 4.968$$

Токи ветвей схемы равны:

$$I_1 := J_1 - I_{K1} \quad I_1 = 18.845$$

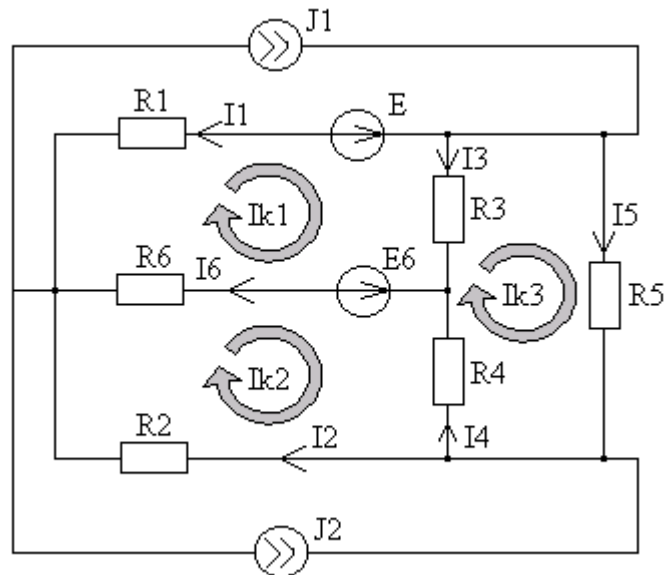
$$I_2 := J_2 + I_{K2} \quad I_2 = 13.036$$

$$I_3 := I_{K1} - I_{K3} \quad I_3 = 1.187$$

$$I_4 := I_{K3} - I_{K2} \quad I_4 = 1.931$$

$$I_5 := I_{K3} \quad I_5 = 4.968$$

$$I_6 := I_{K1} - I_{K2} \quad I_6 = 3.118$$



Метод узловых потенциалов

Примем потенциал точки 1 равным 0: $\phi_1 := 0$

Найдем узловые и межузловые проводимости и узловые токи:

$$G_{22} := \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} \quad G_{22} = 0.16$$

$$G_{33} := \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6} \quad G_{33} = 0.23$$

$$G_{44} := \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \quad G_{44} = 0.325$$

$$G_{21} := \frac{1}{R_1} \quad G_{21} = 0.04$$

$$G_{23} := \frac{1}{R_3} \quad G_{23} = 0.02$$

$$G_{24} := \frac{1}{R_5} \quad G_{24} = 0.1$$

$$G_{31} := \frac{1}{R_6} \quad G_{31} = 0.01$$

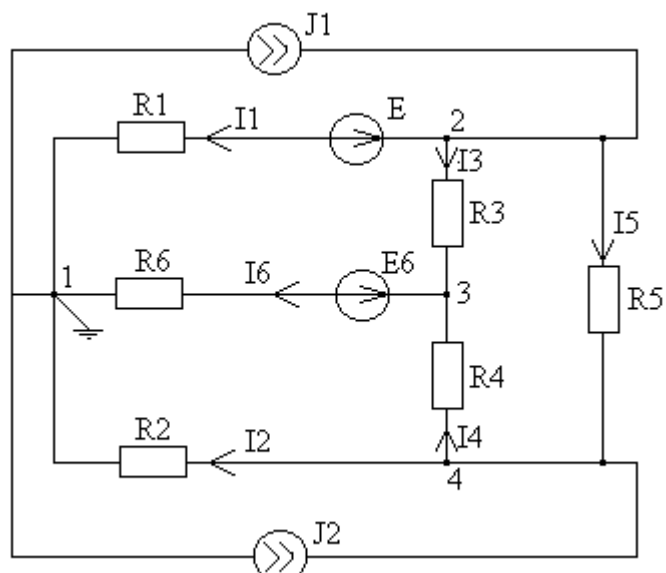
$$G_{32} := G_{23} \quad G_{32} = 0.02$$

$$G_{34} := \frac{1}{R_4} \quad G_{34} = 0.2$$

$$G_{41} := \frac{1}{R_2} \quad G_{41} = 0.025$$

$$G_{42} := G_{24} \quad G_{42} = 0.1$$

$$G_{43} := G_{34} \quad G_{43} = 0.2$$



$$J_{B2} := J_1 + \frac{E}{R_1}$$

$$J_{B2} = 29$$

$$J_{B4} := J_2$$

$$J_{B4} = 10$$

$$J_{B3} := \frac{E_6}{R_6}$$

$$J_{B3} = 2$$

Подставив найденные значения проводимостей и узловых токов в расчетную систему уравнений и найдем искомые потенциалы узлов 2 и 4:

$$\phi_2 := 1$$

$$\phi_3 := 1$$

$$\phi_4 := 1$$

Given

$$-G_{21} \cdot \phi_1 + G_{22} \cdot \phi_2 - G_{23} \cdot \phi_3 - G_{24} \cdot \phi_4 = J_{B2}$$

$$-G_{31} \cdot \phi_1 - G_{32} \cdot \phi_2 + G_{33} \cdot \phi_3 - G_{34} \cdot \phi_4 = J_{B3}$$

$$-G_{41} \cdot \phi_1 - G_{42} \cdot \phi_2 - G_{43} \cdot \phi_3 + G_{44} \cdot \phi_4 = J_{B4}$$

$$\begin{pmatrix} \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{pmatrix} := \text{Find}(\phi_2, \phi_3, \phi_4)$$

$$\phi_2 = 571.137 \quad \phi_3 = 511.803 \quad \phi_4 = 521.459$$

Токи ветвей схемы находим за законом Ома:

$$I_1 := \frac{\phi_2 - \phi_1 - E}{R_1}$$

$$I_1 = 18.845$$

$$I_2 := \frac{\phi_4 - \phi_1}{R_2}$$

$$I_2 = 13.036$$

$$I_3 := \frac{\phi_2 - \phi_3}{R_3}$$

$$I_3 = 1.187$$

$$I_4 := \frac{\phi_4 - \phi_3}{R_4}$$

$$I_4 = 1.931$$

$$I_5 := \frac{\phi_2 - \phi_4}{R_5}$$

$$I_5 = 4.968$$

$$I_6 := I_3 + I_4$$

$$I_6 = 3.118$$

Проверка:

За 1-м законом Кирхгофа:

$$I_6 - I_4 - I_3 = 0$$

$$-I_2 - I_4 + I_5 + J_2 = 1.652 \times 10^{-13}$$

$$-I_1 - I_5 - I_3 + J_1 = -4.334 \times 10^{-13}$$

$$I_1 + I_2 + I_6 - J_1 - J_2 = 2.7 \times 10^{-13}$$

За 2-м законом Кирхгофа:

$$E_6 - E = 100$$

$$-I_3 \cdot R_3 + I_1 \cdot R_1 - I_6 \cdot R_6 = 100$$

$$-I_1 \cdot R_1 + I_5 \cdot R_5 + I_2 \cdot R_2 = 100$$

$$E = 100$$

$$I_4 \cdot R_4 + I_5 \cdot R_5 - I_3 \cdot R_3 = 0$$

$$I_2 \cdot R_2 - I_4 \cdot R_4 - I_6 \cdot R_6 = 200$$

$$E_6 = 200$$

Баланс мощностей:

$$-E \cdot I_1 - E_6 \cdot I_6 + J_2 \cdot (I_2 \cdot R_2) + J_1 \cdot (I_1 \cdot R_1 + E) = 1.698 \times 10^4$$

$$I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6 = 1.698 \times 10^4$$

Потенциальная диаграмма

$$\phi_1 = 0$$

$$\phi_{3'} := \phi_1 + E_6$$

$$\phi_{3'} = 200$$

$$\phi_3 := \phi_{3'} + I_6 \cdot R_6$$

$$\phi_3 = 511.803$$

$$\phi_5 := \phi_3 + I_3 \cdot R_3$$

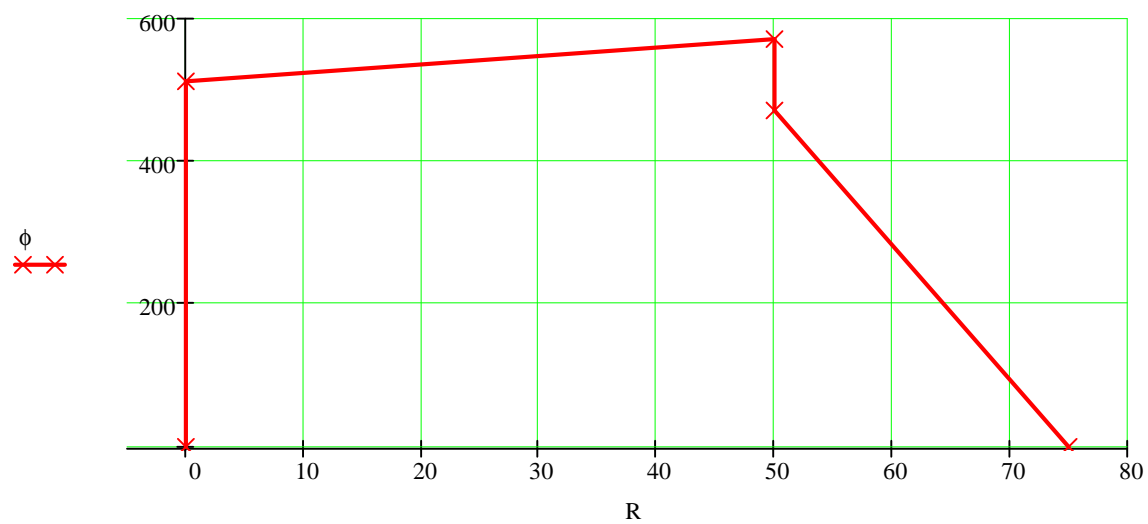
$$\phi_5 = 571.137$$

$$\phi_2 := \phi_5 - E$$

$$\phi_2 = 471.137$$

$$\phi_1 := \phi_2 - I_1 \cdot R_1$$

$$\phi_1 = -9.663 \times 10^{-12}$$



Метод эквивалентного генератора

Вырезавши из выходной схемы ветку с сопротивлением R_1 и источником питания E , получаем схему. В выходной схеме ток I_1 направленный от узла 2 к узлу 1, такое же направление выберем и для напряжения холостого хода U_{1X} .

Для нахождения напряжения U_{1X} сначала надо найти токи в ветвях с сопротивлениями R_6 и R_3 . Для этого воспользуемся методом контурных токов:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_6 + R_4 + R_2) - I_{K2} \cdot R_4 + J_1 \cdot R_2 + J_2 \cdot R_2 = E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_4 + I_{K2} \cdot (R_4 + R_3 + R_5) + J_1 \cdot R_5 = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2})$$

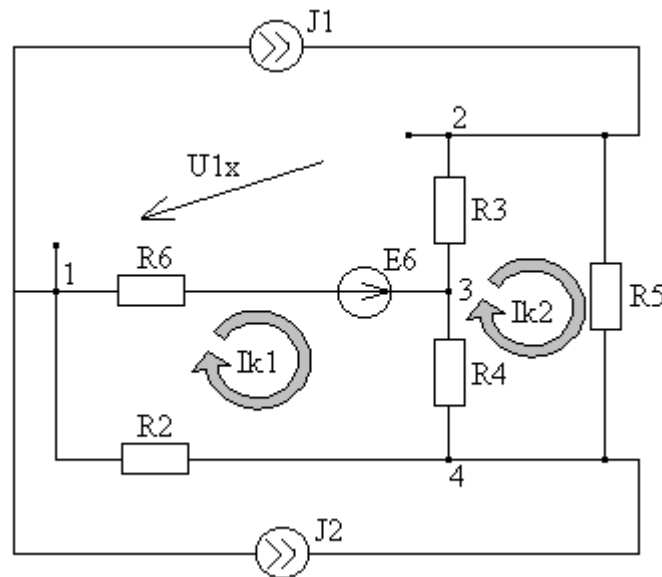
$$I_{K1} = -8.431 \quad I_{K2} = -4.495$$

Искомое напряжение холостого хода равно:

$$U_{1X} := -I_{K2} \cdot R_3 - I_{K1} \cdot R_6 + E_6 \quad U_{1X} = 1.268 \times 10^3$$

Эквивалентное сопротивление цепи равно:

$$R_E := \frac{\left(R_6 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4 + R_5} \right) \cdot \left(R_2 + \frac{R_4 \cdot R_5}{R_3 + R_4 + R_5} \right)}{\left(R_6 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4 + R_5} \right) + \left(R_2 + \frac{R_4 \cdot R_5}{R_3 + R_4 + R_5} \right)} + \frac{R_3 \cdot R_5}{R_3 + R_4 + R_5} \quad R_E = 36.968$$



Искомый ток, вырезаной ветки, равен:

$$I_1 := \frac{-E + U_{1X}}{R_E + R_1} \quad I_1 = 18.845$$

Метод наложения

В цепи действует только E:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_3 + R_6) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_3 = E$$

$$-I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_4 + R_5) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = 1.614 \quad I_{K2} = 1.159 \quad I_{K3} = 1.33$$

$$I_{1E} := I_{K1} \quad I_{1E} = 1.614$$

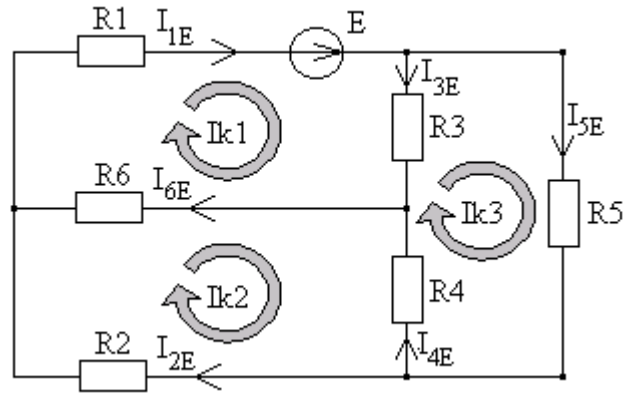
$$I_{2E} := I_{K2} \quad I_{2E} = 1.159$$

$$I_{3E} := I_{K1} - I_{K3} \quad I_{3E} = 0.283$$

$$I_{4E} := I_{K3} - I_{K2} \quad I_{4E} = 0.172$$

$$I_{5E} := I_{K3} \quad I_{5E} = 1.33$$

$$I_{6E} := I_{K1} - I_{K2} \quad I_{6E} = 0.455$$



В цепи действует только E6:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_3 + R_6) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_3 = -E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 = E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_4 + R_5) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -0.91 \quad I_{K2} = 0.73 \quad I_{K3} = -0.644$$

$$I_{1E6} := -I_{K1} \quad I_{1E6} = 0.91$$

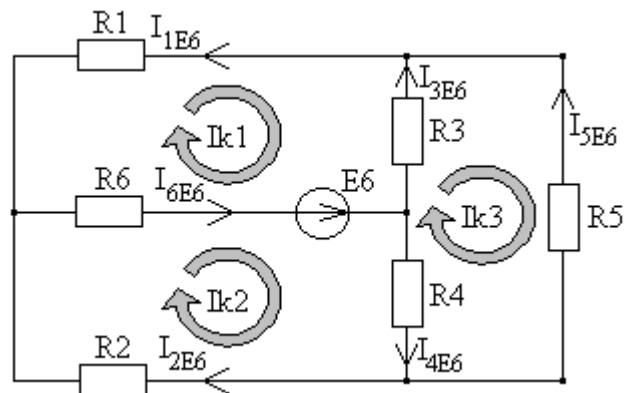
$$I_{2E6} := I_{K2} \quad I_{2E6} = 0.73$$

$$I_{3E6} := I_{K3} - I_{K1} \quad I_{3E6} = 0.266$$

$$I_{4E6} := I_{K2} - I_{K3} \quad I_{4E6} = 1.373$$

$$I_{5E6} := -I_{K3} \quad I_{5E6} = 0.644$$

$$I_{6E6} := I_{K2} - I_{K1} \quad I_{6E6} = 1.639$$



В цепи действует только J1:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_3 + R_6) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_3 - J_1 \cdot R_1 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_4 + R_5) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = 10.086 \quad I_{K2} = 7.242 \quad I_{K3} = 8.315$$

$$I_{1J1} := J_1 - I_{K1} \quad I_{1J1} = 14.914$$

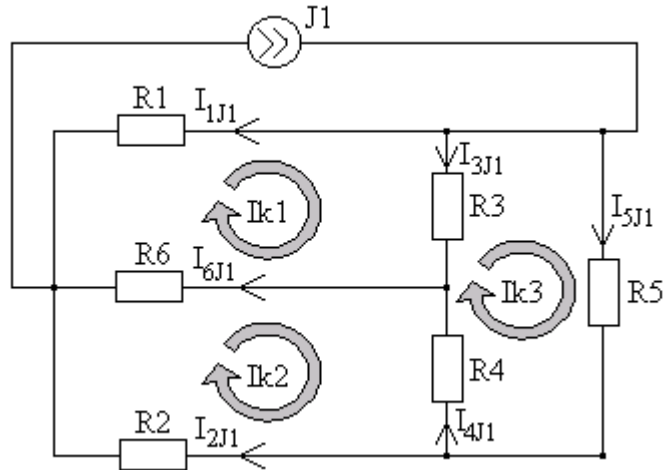
$$I_{2J1} := I_{K2} \quad I_{2J1} = 7.242$$

$$I_{3J1} := I_{K1} - I_{K3} \quad I_{3J1} = 1.77$$

$$I_{4J1} := I_{K3} - I_{K2} \quad I_{4J1} = 1.073$$

$$I_{5J1} := I_{K3} \quad I_{5J1} = 8.315$$

$$I_{6J1} := I_{K1} - I_{K2} \quad I_{6J1} = 2.843$$



В цепи действует только J2:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_3 + R_6) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_3 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 + J_2 \cdot R_2 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_4 + R_5) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -4.635 \quad I_{K2} = -6.094 \quad I_{K3} = -4.034$$

$$I_{1J2} := -I_{K1} \quad I_{1J2} = 4.635$$

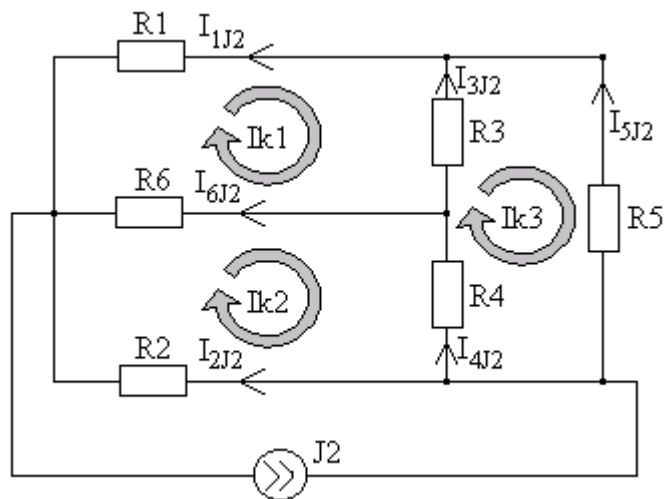
$$I_{2J2} := J_2 + I_{K2} \quad I_{2J2} = 3.906$$

$$I_{3J2} := I_{K3} - I_{K1} \quad I_{3J2} = 0.601$$

$$I_{4J2} := I_{K3} - I_{K2} \quad I_{4J2} = 2.06$$

$$I_{5J2} := -I_{K3} \quad I_{5J2} = 4.034$$

$$I_{6J2} := I_{K1} - I_{K2} \quad I_{6J2} = 1.459$$



В основной цепи действуют токи:

$$I_1 := -I_{1E} + I_{1E6} + I_{1J1} + I_{1J2}$$

$$I_1 = 18.845$$

$$I_2 := I_{2E} + I_{2E6} + I_{2J1} + I_{2J2}$$

$$I_2 = 13.036$$

$$I_3 := I_{3E} - I_{3E6} + I_{3J1} + I_{3J2}$$

$$I_3 = 2.388$$

$$I_4 := -I_{4E} + I_{4E6} - I_{4J1} - I_{4J2}$$

$$I_4 = -1.931$$

$$I_5 := I_{5E} - I_{5E6} + I_{5J1} - I_{5J2}$$

$$I_5 = 4.968$$

$$I_6 := I_{6E} - I_{6E6} + I_{6J1} + I_{6J2}$$

$$I_6 = 3.118$$