

**Министерство образования и науки Украины
Национальный технический университет Украины
“Киевский Политехнический Институт”
Кафедра ТОЭ**

Расчетно-графическая работа
“Трёхфазные цепи”
Вариант № 420

Выполнил: _____

Проверил: _____

Киев 2007

Условие задания

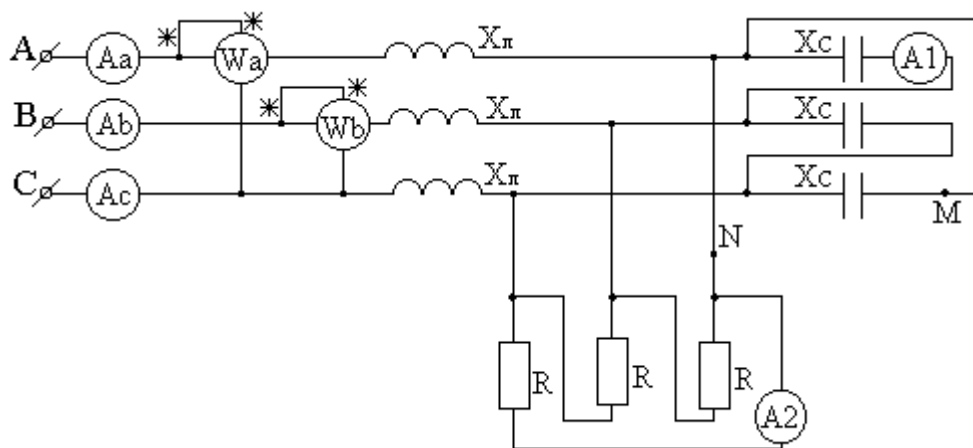
Симметричный трёхфазный генератор с обмотками, соединёнными в звезду, питает через трехпроводную линию электропередачи нагрузку с элементами, соединёнными звездой и треугольником.

Требуется:

1. Определить показания включенных в цепь измерительных приборов, полагая нагрузки симметричной.
2. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
3. По результатам расчета п.1 построить для симметричной нагрузки совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.
4. Провести расчет токов во всех ветвях напряжений на всех участках цепи, определить показания измерительных приборов в аварийном режиме, делая обрыв в указанной точке.
5. Проверить правильность расчета, составив баланс активной и реактивной мощностей.
6. По результатам расчета п.4 построить совмещенную векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений цепи.

$$U_A := 150 \quad U_B := U_A \quad U_C := U_B \quad \psi_A := 0 \quad X_L := 5.5 \quad R := 72 \quad X_C := 63$$

Обрыв проводится в точке N.



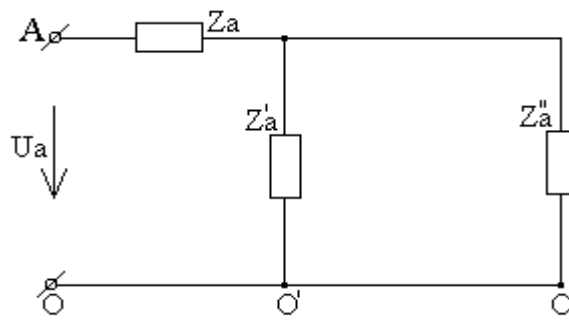
Общая схема трёхфазной цепи

Определение показаний измерительных приборов при симметричной нагрузке.

Так как нагрузка симметрическая, то будем проводить расчет только по одной фазе. Токи в остальных фазах будут такими же, только будут отличаться углы.

За опорную примем фазу А. Фазные напряжения генератора и сопротивления элементов нагрузки в комплексной форме равны:

$$\begin{aligned}
 E_A &:= U_A \cdot e^{i \cdot \psi_A \cdot \frac{\pi}{180}} & E_B &:= U_B \cdot e^{i \cdot (\psi_A - 120) \cdot \frac{\pi}{180}} & E_C &:= U_C \cdot e^{i \cdot (\psi_A + 120) \cdot \frac{\pi}{180}} \\
 F(E_A) &= (150 \ 0) & F(E_B) &= (150 \ -120) & F(E_C) &= (150 \ 120) \\
 R' &:= \frac{R \cdot R}{R + R + R} & R' &= 24 & X'_C &:= \frac{X_C \cdot X_C}{X_C + X_C + X_C} & X'_C &= 21 \\
 Z_a &:= X_L \cdot i & Z_b &:= Z_a & Z_c &:= Z_b & Z_a &= 5.5i \\
 Z'_a &:= R' & Z'_b &:= Z'_a & Z'_c &:= Z'_b & Z'_a &= 24 \\
 Z''_a &:= -X'_C \cdot i & Z''_b &:= Z''_a & Z''_c &:= Z''_b & Z''_a &= -21i
 \end{aligned}$$



Преобразованная схема (фаза А)

Эквивалентное сопротивление данной схемы равно:

$$Z_{ea} := Z_a + \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} \quad Z_{ea} = 10.407 - 6.394i$$

Ток в фазе А, согласно закону Ома, равен:

$$\begin{aligned}
 I_A &:= \frac{E_A}{Z_{ea}} & I_A &= 10.464 + 6.429i & F(I_A) &= (12.281 \ 31.565) \\
 I_B &:= I_A \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} & I_B &= 0.335 - 12.276i & F(I_B) &= (12.281 \ -88.435) \\
 I_C &:= I_A \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} & I_C &= -10.799 + 5.848i & F(I_C) &= (12.281 \ 151.565)
 \end{aligned}$$

Фазное напряжение на параллельных участках равно:

$$\begin{aligned}
 Z_{ea'} &:= \frac{Z'_a \cdot Z''_a}{Z'_a + Z''_a} & Z_{ea'} &= 10.407 - 11.894i \\
 U_{A'O} &:= I_A \cdot Z_{ea'} & U_{A'O} &= 185.357 - 57.55i
 \end{aligned}$$

Линейное напряжение равно:

$$\begin{aligned}
 U_{A'B'} &:= U_{A'O} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} & U_{A'B'} &= 228.196 - 246.85i & F(U_{A'B'}) &= (336.167 \ -47.249)
 \end{aligned}$$

Остальные токи равны:

$$\begin{aligned}
 I_{A'B'}'' &:= \frac{U_{A'B'}}{-X_C \cdot i} & I_{A'B'}'' &= 3.918 + 3.622i & F(I_{A'B'}'') &= (5.336 \quad 42.751) \\
 I_{B'C'}'' &:= I_{A'B'}'' \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} & I_{B'C'}'' &= 1.178 - 5.204i & F(I_{B'C'}'') &= (5.336 \quad -77.249) \\
 I_{C'A'}'' &:= I_{A'B'}'' \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} & I_{C'A'}'' &= -5.096 + 1.582i & F(I_{C'A'}'') &= (5.336 \quad 162.751) \\
 I_{A'B'}' &:= \frac{U_{A'B'}}{R} & I_{A'B'}' &= 3.169 - 3.428i & F(I_{A'B'}') &= (4.669 \quad -47.249) \\
 I_{B'C'}' &:= I_{A'B'}' \cdot e^{-i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} & I_{B'C'}' &= -4.554 - 1.031i & F(I_{B'C'}') &= (4.669 \quad -167.249) \\
 I_{C'A'}' &:= I_{A'B'}' \cdot e^{i \cdot 120 \cdot \frac{\pi}{180}} & I_{C'A'}' &= 1.384 + 4.459i & F(I_{C'A'}') &= (4.669 \quad 72.751)
 \end{aligned}$$

На основании выполненных расчетов, показания амперметров будут равны:

$$A_1 = 5.336 \quad A_2 = 4.669 \quad A_a = 12.281 \quad A_b = 12.281 \quad A_c = 12.281$$

Находим показания ваттметров. Ваттметры показывают вещественную часть произведения комплекса напряжения, приложенного к обмотке напряжения (его отсчитывают от начала обмотки к концу), на сопряженный комплекс тока, протекающего через обмотку тока:

Показание ваттметра W_a :

$$\begin{aligned}
 E_{AC} &:= E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} & E_{AC} &= 225 - 129.904i \\
 W_a &:= \operatorname{Re}(E_{AC} \cdot \overline{I_A}) & W_a &= 1.519 \times 10^3
 \end{aligned}$$

Показание ваттметра W_b :

$$\begin{aligned}
 E_{BC} &:= E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} & E_{AC} &= 225 - 129.904i \\
 W_b &:= \operatorname{Re}(E_{BC} \cdot \overline{I_B}) & W_b &= 3.189 \times 10^3
 \end{aligned}$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b \quad W = 4.709 \times 10^3$$

Баланс активной и реактивной мощностей

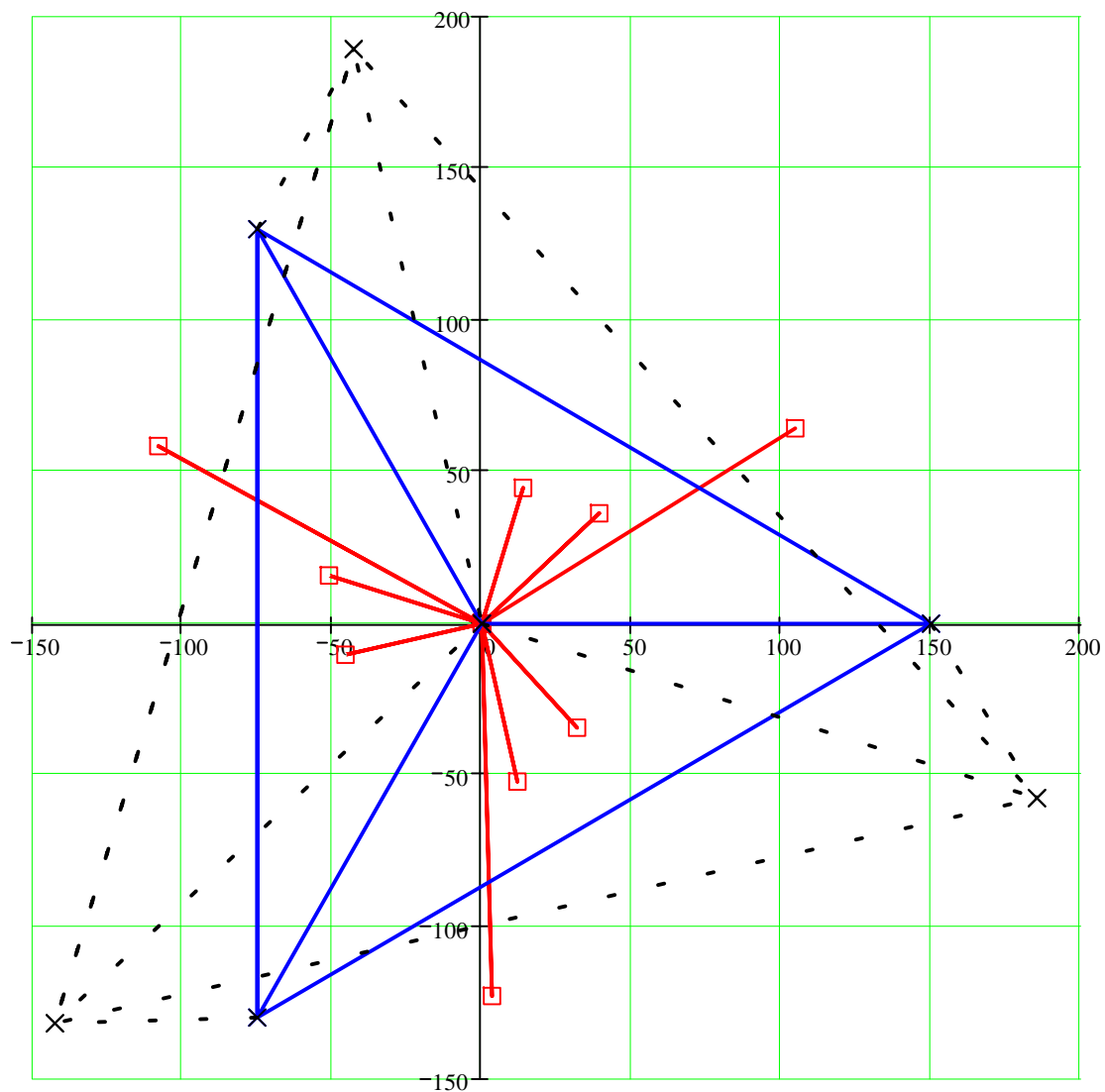
Правильность расчетов проверим, составив баланс активных и реактивных мощностей. Мощность источника энергии определяют в виде суммы произведений комплексов фазных ЭДС (напряжений) на сопряженные комплексы токов соответствующих фаз. В симметричной трёхфазной системе мощность, отдаваемая в нагрузку источником, равна утроенной мощности одной фазы.

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C} \quad S_r = 4.709 \times 10^3 - 2.893i \times 10^3$$

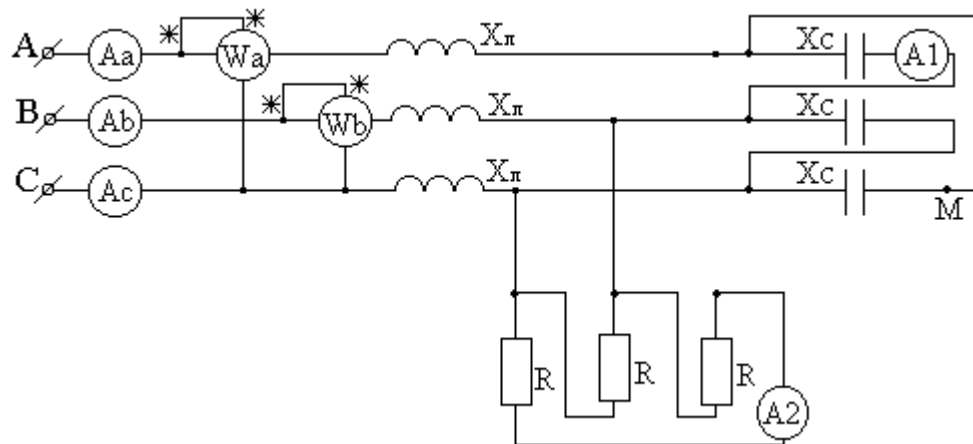
Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$\begin{aligned}
 P_{Pr} &:= \left[(|I_{A'B'}'|)^2 + (|I_{B'C'}'|)^2 + (|I_{C'A'}'|)^2 \right] \cdot R & P_{Pr} &= 4.709 \times 10^3 \\
 Q_{Pr} &:= \left[(|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot X_L \cdot i + \left[(|I_{A'B'}'|)^2 + (|I_{B'C'}'|)^2 + (|I_{C'A'}'|)^2 \right] \cdot (-X_C \cdot i) & Q_{Pr} &= -2.893i \times 10^3
 \end{aligned}$$

Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.

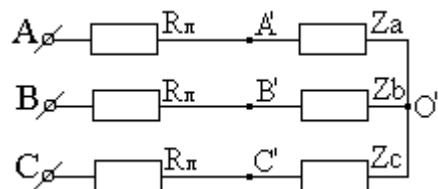


Определение показаний измерительных приборов в аварийном режиме.



Несимметричная трёхфазная система.

Параллельно включенные сопротивления нагрузки можно заменить эквивалентными, в результате чего образуется несимметричный треугольник. Заменяв его эквивалентной звездой, рассчитываемую цепь приводят к виду:



Несимметричная звезда.

Сопротивления несимметричного треугольника равны:

$$Z_{B'C'} := \frac{\left[\frac{(R + R) \cdot R}{R + R + R} \right] \cdot (-X_C \cdot i)}{\left[\frac{(R + R) \cdot R}{R + R + R} \right] - X_C \cdot i}$$

$$Z_{B'C'} = 30.37 - 23.139i$$

$$Z_{A'B'} := -X_C \cdot i$$

$$Z_{C'A'} := Z_{A'B'}$$

$$Z_{C'A'} = -63i$$

Сопротивление эквивалентной звезды:

$$Z_a := \frac{Z_{A'B'} Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}}$$

$$Z_a = -5.204 - 25.553i$$

$$Z_b := \frac{Z_{A'B'} Z_{B'C'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}}$$

$$Z_b = 10.407 - 11.894i$$

$$Z_c := \frac{Z_{B'C'} Z_{C'A'}}{Z_{A'B'} + Z_{B'C'} + Z_{C'A'}}$$

$$Z_c = 10.407 - 11.894i$$

Полные комплексные сопротивления в каждой фазе цепи:

$$Z_{ea} := Z_a + Z_a$$

$$Z_{ea} = -5.204 - 20.053i$$

$$Z_{eb} := Z_b + Z_b$$

$$Z_{eb} = 10.407 - 6.394i$$

$$Z_{ec} := Z_c + Z_c$$

$$Z_{ec} = 10.407 - 6.394i$$

Фазные напряжения на нагрузке в цепи удобно определять, вычислив предварительно смещение нейтрали:

$$Y_A := \frac{1}{Z_{ea}} \quad Y_B := \frac{1}{Z_{eb}} \quad Y_C := \frac{1}{Z_{ec}}$$

$$Y_A = -0.012 + 0.047i \quad Y_B = 0.07 + 0.043i \quad Y_C = 0.07 + 0.043i$$

$$U_{O''O} := \frac{E_A \cdot Y_A + E_B \cdot Y_B + E_C \cdot Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} \quad U_{O''O} = -44.062 + 50.357i$$

Фазные напряжения на элементах нагрузки цепи равны:

$$U_{AO''} := E_A - U_{O''O} \quad U_{AO''} = 194.062 - 50.357i \quad F(U_{AO''}) = (200.489 \quad -14.547)$$

$$U_{BO''} := E_B - U_{O''O} \quad U_{BO''} = -30.938 - 180.261i \quad F(U_{BO''}) = (182.896 \quad -99.739)$$

$$U_{CO''} := E_C - U_{O''O} \quad U_{CO''} = -30.938 + 79.547i \quad F(U_{CO''}) = (85.351 \quad 111.252)$$

Токи в фазах, равные фазным токам генератора и линейным токам исходной системы, определяют по закону Ома:

$$I_A := \frac{U_{AO''}}{Z_{ea}} \quad I_A = 9.677i \quad F(I_A) = (9.677 \quad 90)$$

$$I_B := \frac{U_{BO''}}{Z_{eb}} \quad I_B = 5.567 - 13.901i \quad F(I_B) = (14.974 \quad -68.173)$$

$$I_C := \frac{U_{CO''}}{Z_{ec}} \quad I_C = -5.567 + 4.223i \quad F(I_C) = (6.988 \quad 142.818)$$

$$U_{AB} := E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad U_{AB} = 225 + 129.904i \quad F(U_{AB}) = (259.808 \quad 30)$$

$$U_{AA'} := I_A \cdot Z_a \quad U_{AA'} = -53.226 \quad F(U_{AA'}) = (53.226 \quad -180)$$

$$U_{BC} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad U_{BC} = -259.808i \quad F(U_{BC}) = (259.808 \quad -90)$$

$$U_{BB'} := I_B \cdot Z_b \quad U_{BB'} = 76.453 + 30.62i \quad F(U_{BB'}) = (82.357 \quad 21.827)$$

$$U_{CA} := E_C \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}} \quad U_{CA} = -225 + 129.904i \quad F(U_{CA}) = (259.808 \quad 150)$$

$$U_{CC'} := I_C \cdot Z_c \quad U_{CC'} = -23.227 - 30.62i \quad F(U_{CC'}) = (38.433 \quad -127.182)$$

Для определения токов во всех ветвях рассчитываемой схемы необходимо определить напряжение между точками A', B' и C'.

Согласно второму закону Кирхгофа:

$$U_{AB} := U_{AA'} + U_{A'B'} - U_{BB'}$$

отсюда:

$$U_{A'B'} := U_{AB} - U_{AA'} + U_{BB'} \quad U_{A'B'} = 354.679 + 160.524i \quad F(U_{A'B'}) = (389.314 \quad 24.351)$$

$$U_{B'C'} := U_{BC} - U_{BB'} + U_{CC'} \quad U_{B'C'} = -99.68 - 321.048i \quad F(U_{B'C'}) = (336.167 \quad -107.249)$$

$$U_{C'A'} := U_{CA} - U_{CC'} + U_{AA'} \quad U_{C'A'} = -254.999 + 160.524i \quad F(U_{C'A'}) = (301.318 \quad 147.809)$$

$$I''_{A'B'} := \frac{U_{A'B'}}{-X_{C'i}} \quad I''_{A'B'} = -2.548 + 5.63i \quad F(I''_{A'B'}) = (6.18 \quad 114.351)$$

$$I''_{B'C'} := \frac{U_{B'C'}}{-X_{C'i}} \quad I''_{B'C'} = 5.096 - 1.582i \quad F(I''_{B'C'}) = (5.336 \quad -17.249)$$

$$I''_{C'A'} := \frac{U_{C'A'}}{-X_{C'i}} \quad I''_{C'A'} = -2.548 - 4.048i \quad F(I''_{C'A'}) = (4.783 \quad -122.191)$$

$$I_{B''C''} := \frac{U_{B'C'}}{2R}$$

$$I_{B''C''} = -0.692 - 2.23i$$

$$F(I_{B''C''}) = (2.334 \quad -107.249)$$

$$I_{B'C''} := \frac{U_{B'C'}}{R}$$

$$I_{B'C''} = -1.384 - 4.459i$$

$$F(I_{B'C''}) = (4.669 \quad -107.249)$$

Согласно выполненным расчетам, показания включенных в цепь амперметров равны:

$$A_1 = 6.18$$

$$A_2 = 2.334$$

$$A_a = 9.677$$

$$A_b = 14.974$$

$$A_c = 6.988$$

Расчет показаний ваттметров выполняется так же, как и в случае симметричной системы:

Показание ваттметра W_a :

$$E_{AC} := E_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}}$$

$$E_{AC} = 225 - 129.904i$$

$$W_a := \operatorname{Re}(E_{AC} \cdot \overline{I_A})$$

$$W_a = -1.257 \times 10^3$$

Показание ваттметра W_b :

$$E_{BC} := E_B \cdot \sqrt{3} \cdot e^{i \cdot 30 \cdot \frac{\pi}{180}}$$

$$E_{BC} = 225 - 129.904i$$

$$W_b := \operatorname{Re}(E_{BC} \cdot \overline{I_B})$$

$$W_b = 3.611 \times 10^3$$

Полная мощность равна:

$$W := W_a + W_b$$

$$W = 2.354 \times 10^3$$

Баланс активной и реактивной мощностей

$$S_r := E_A \cdot \overline{I_A} + E_B \cdot \overline{I_B} + E_C \cdot \overline{I_C}$$

$$S_r = 2.354 \times 10^3 - 3.624i \times 10^3$$

Определим мощность, потребляемую приёмником:

$$P_{pr} := (|I_{B'C''}|)^2 \cdot R + (|I_{B''C''}|)^2 \cdot 2R$$

$$P_{pr} = 2.354 \times 10^3$$

$$Q_{pr} := \left[(|I_A|)^2 + (|I_B|)^2 + (|I_C|)^2 \right] \cdot X_L \cdot i + \left[(|I_{A'B'}|)^2 + (|I_{B'C''}|)^2 + (|I_{C'A'}|)^2 \right] \cdot (-X_C \cdot i)$$

$$Q_{pr} = -3.624i \times 10^3$$

Построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений цепи.

