

3. Синтез комбінаційних схем

3.1. Представлення функції f_4 в канонічних формах алгебр Буля, Шеффера, Пірса та Жегалкіна

Алгебра Буля $\{/, \text{АБО}, \text{НЕ}\}$

$$f_{4\text{ДНФ}} = (\bar{X}_4\bar{X}_3\bar{X}_2X_1) \vee (\bar{X}_4X_3\bar{X}_2X_1) \vee (\bar{X}_4X_3X_2\bar{X}_1) \vee (X_4\bar{X}_3\bar{X}_2X_1) \vee (X_4\bar{X}_3X_2\bar{X}_1) \vee (X_4X_3\bar{X}_2\bar{X}_1) \vee (X_4X_3\bar{X}_2X_1) \vee (X_4X_3X_2X_1)$$

$$f_{4\text{ДКНФ}} = (X_4 \vee X_3 \vee X_2 \vee X_1) \cdot (X_4 \vee X_3 \vee \bar{X}_2 \vee X_1) \cdot (X_4 \vee X_3 \vee \bar{X}_2 \vee \bar{X}_1) \cdot (X_4 \vee \bar{X}_3 \vee X_2 \vee X_1) \cdot (X_4 \vee \bar{X}_3 \vee \bar{X}_2 \vee X_1) \cdot (\bar{X}_4 \vee X_3 \vee X_2 \vee X_1) \cdot (\bar{X}_4 \vee X_3 \vee \bar{X}_2 \vee \bar{X}_1) \cdot (\bar{X}_4 \vee \bar{X}_3 \vee \bar{X}_2 \vee \bar{X}_1)$$

Алгебра Шеффера $\{/-\text{НЕ}\}$

$$f_4 = ((X_4/X_4)/(X_3/X_3)/(X_2/X_2)/X_1)/((X_4/X_4)/X_3/(X_2/X_2)/X_1)/((X_4/X_4)/X_3/X_2/(X_1/X_1))/(X_4/(X_3/X_3)/(X_2/X_2)/X_1)/(X_4/(X_3/X_3)/X_2/(X_1/X_1))/(X_4/X/(X_2/X_2)/(X_1/X_1))/(X_4/X_3/(X_2/X_2)/X_1)/(X_4/X_3/X_2/X_1)$$

Алгебра Пірса $\{\text{АБО}-\text{НЕ}\}$

$$f_4 = ((X_4 \downarrow X_4) \downarrow (X_3 \downarrow X_3) \downarrow (X_2 \downarrow X_2) \downarrow X_1) \downarrow ((X_4 \downarrow X_4) \downarrow X_3 \downarrow (X_2 \downarrow X_2) \downarrow (X_1 \downarrow X_1)) \downarrow ((X_4 \downarrow X_4) \downarrow X_3 \downarrow X_2 \downarrow X_1) \downarrow (X_4 \downarrow (X_3 \downarrow X_3) \downarrow (X_2 \downarrow X_2) \downarrow X_1) \downarrow ((X_4 \downarrow (X_3 \downarrow X_3) \downarrow X_2 \downarrow X_1) \downarrow (X_4 \downarrow X_3 \downarrow (X_2 \downarrow X_2) \downarrow (X_1 \downarrow X_1)) \downarrow (X_4 \downarrow X_3 \downarrow (X_2 \downarrow X_2) \downarrow X_1) \downarrow (X_4 \downarrow X_3 \downarrow X_2 \downarrow X_1)$$

Алгебра Жегалкіна $\{\text{ВИК}/\text{ЛЮЧНЕ АБО}, /, \text{const } 1\}$

$$f_4 = (X_4 \oplus 1)(X_3 \oplus 1)(X_2 \oplus 1)X_1 \oplus (X_4 \oplus 1)X_3(X_2 \oplus 1)X_1 \oplus (X_4 \oplus 1)X_3X_2X_1 \oplus X_4(X_3 \oplus 1)(X_2 \oplus 1)X_1 \oplus X_4(X_3 \oplus 1)X_2(X_1 \oplus 1) \oplus X_4X_3(X_2 \oplus 1)(X_1 \oplus 1) \oplus X_4X_3(X_2 \oplus 1)X_1 \oplus X_4X_3X_2(X_1 \oplus 1) = X_1 \oplus X_2X_1 \oplus X_4X_1 \oplus X_4X_3 \oplus X_4X_2 \oplus X_3X_2X_1 \oplus X_4X_2X_1 \oplus X_4X_3X_1$$

3.2. Визначення належності функції f_4 до п'яти передцповних класів

- $f(1111) = 1 \Rightarrow$ функція зберігає одиницю
- $f(0000) = 0 \Rightarrow$ функція зберігає нуль
- $f(0011) = f(1100) = 1 \Rightarrow$ функція не самодвоїста
- $f(0011) > f(0100) \Rightarrow$ функція не монотонна
- функція нелінійна, оскільки її поліном Жегалкіна нелінійний

3.3. Мінімізація функції f_4

Метод Квайна-Мак-Класкі

Виходячи з таблиці 2.2, запишемо стовпчик ДДНФ (K_0), розподіливши терми за кількістю одиниць. Проведемо попарне склеювання між сусідніми групами та виконаємо поглинання термів (рисунок 4.4).

K_0	K_1	K_2
0001(1)	0X01(1)	XX01(1)
0101(1)	X001(1)	XX01(1)
0111(1)	01X1(1)	X1X1(1)
1001(1)	X101(1)	X1X1(1)
1010(1)	X111(1)	
1100(1)	1X01(1)	
1101(1)	110X(1)	
1111(1)	11X1(1)	

Рисунок 4.4 Склеювання і поглинання термів

Одержані прості імпліканти запишемо в таблицю покриття (таблиця 4.3).

	0001	0101	0111	1001	1010	1100	1101	1111
1010					+			
110X						+	+	
XX01	+	+		+			+	
X1X1		+	+				+	+

Таблиця 4.3 Таблиця покриття

В ядро функції входять ті терми, без яких неможливо покрити хоча б одну імпліканту.

Ядро = {X1X1; XX01; 101X; 1010}

В МДНФ входять всі терми ядра, а також ті терми, що забезпечують покриття всієї функції з мінімальною ціною.

$$f_{4\text{МДНФ}} = (X4\bar{X}3X2\bar{X}1) \vee (X4X3\bar{X}2) \vee (\bar{X}2X1) \vee (X3X1)$$

Метод невизначених коефіцієнтів

Ідея цього методу полягає у відшуванні ненульових коефіцієнтів при кожній імпліканті. Метод виконується у декілька етапів: