Міністерство освіти України
Національний технічний університет України
“Київський політехнічний інститут”
Кафедра ТОЕ

Розрахунково-графічна робота

“Розрахунок перехідних процесів у лінійних колах“
Варіант № 3101

Виконав: ________________
____
____
____

Перевірив: ________________

Київ 2007

Умова задання

1. В колі з джерелом постійної ЕДС необхідно:

1) класичним методом розрахзувати напруги на реактивних елементах та струми перехідного процесу;

2) розрахувати струм в колі з джерелом ЕДС Е1 та напругу на реактивному елементі операторним методом;

3) побудувати в одному часовому масштабі діаграми струму та напруги на реактивних елементах.

2. Дослідити, яким повинен бути активний опір у вітці з джерелом Е1, щоб перехідний процес проходив в граничному режимі.

3. Визначити струми в вітках та напруги на реактивних елементах в момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійних ЕДС Е1і Е2 в колі діють синусоїдні джерела.

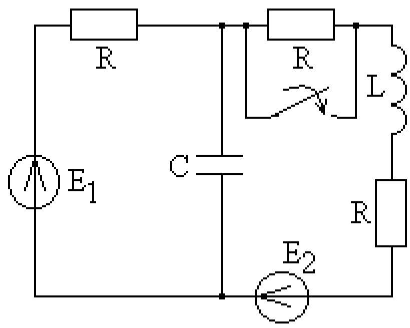
3. В післякомутаційній схемі закоротити джерело ЕДС Е2.

а) виключити катушку індуктивності чи ємність, замінивши останню опором R;

б) вважаючи, що замість ждерела постійної ЕДС Е1 до отриманного кола подається напруга, форма якої показана на малюнку;

в) розрахувати вхідний струм та напругу на реактивном елементі методом інтеграла Дюамеля при періоді Т, заданому в долях від τ;

г) побудувати в одному часовому масштабі діаграми напруги на вході, вхідного струму і напруги на реактивних елементі.



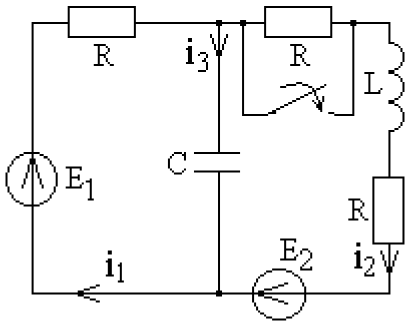
Вхідні данні:

$L := 0.1$ Гн $C := 200 \cdot 10^{-6}$ Ф $R := 50$ Ом

$E_1 := 90$ В $E_2 := 60$ В $\psi := 45 \cdot deg$ C^0 $\omega := 200$ c^{-1}

Класичний метод

Оберемо додатній напрямок струмів у вітках схеми:



Усталений режим до комутації: $t < 0$

$$i_{1дк} := \frac{E_1 + E_2}{3 \cdot R} \qquad i_{2дк} := i_{1дк} \qquad i_{2дк} = 1$$

$$i_{3дк} := 0 \qquad u_{Lдк} := 0$$

$$u_{Cдк} := E_1 - i_{1дк} \cdot R \qquad u_{Cдк} = 40$$

Усталений режим після комутації: $t = \infty$

$$i'_1 := \frac{E_1 + E_2}{2 \cdot R} \qquad i'_2 := i'_1 \qquad i'_2 = 1.5$$

$$i'_3 := 0 \qquad u'_L := 0$$

$$u'_C := E_1 - i'_1 \cdot R \qquad u'_C = 15$$

Незалежні початкові умови

$$i_{20} := i_{2дк} \qquad i_{20} = 1$$

$$u_{C0} := u_{Cдк} \qquad u_{C0} = 40$$

Залежні початкові умови

Given

$$i_{10} = i_{20} + i_{30}$$

$$E_1 = u_{C0} + i_{10} \cdot R$$

$$E_2 = i_{20} \cdot R + u_{L0} - u_{C0}$$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{30} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{10}, i_{30}, u_{L0}) \ \mathrm{float}, 5 \ \rightarrow \begin{pmatrix} 1. \\ 0 \\ 50. \end{pmatrix}$$

$$i_{30} = 0 \qquad i_{10} = 1 \qquad u_{L0} = 50$$

Незалежні початкові умови

$$di_{20} := \frac{u_{L0}}{L} \qquad di_{20} = 500$$

$$du_{C0} := \frac{i_{30}}{C} \qquad du_{C0} = 0$$

Залежні початкові умови

Given

$$di_{10} = di_{20} + di_{30}$$

$$0 = du_{C0} + di_{10} \cdot R$$

$$0 = di_{20} \cdot R + du_{L0} - du_{C0}$$

$$\begin{pmatrix} di_{10} \\ di_{30} \\ du_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(di_{10}, di_{30}, du_{L0})$$

$di_{10} = 0$ $\quad di_{30} = -500$ $\quad du_{L0} = -2.5 \times 10^4$

Вільний режим після комутайії: $t = 0$

Складемо характерестичне рівняння схеми

$$Z(p) := \frac{\frac{1}{p \cdot C} \cdot (R + p \cdot L)}{R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}} + R \qquad Z(p) := \frac{\frac{1}{p \cdot C} \cdot (R + p \cdot L) + R \cdot \left(R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right)}{R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}}$$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := \frac{1}{p \cdot C} \cdot (R + p \cdot L) + R \cdot \left(R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) \Bigg| \begin{matrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -300. - 100.00 \cdot i \\ -300. + 100.00 \cdot i \end{pmatrix}$$

Одже корні характеристичного рівняння мають вигляд:

$p_1 = -300 - 100i$ $\quad p_2 = -300 + 100i$

Коефіцієнт затухання та кутова частота вільних коливань:

$\delta := \left|\mathrm{Re}(p_1)\right|$ $\quad \delta = 300$ $\quad \omega_0 := \left|\mathrm{Im}(p_2)\right|$ $\quad \omega_0 = 100$

Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$$i''_1(t) = A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_1)$$

$$i''_2(t) = B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_2)$$

$$i''_3(t) = C \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_3)$$

$$u''_C(t) = D \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_C)$$

$$u''_L(t) = F \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_L)$$

Визначення сталих інтегрування:

Для струму i1(t):

Given

$$i_{10} - i'_1 = A \cdot \sin(v_1)$$

$$di_{10} = -A \cdot \delta \cdot \sin(v_1) + A \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_1)$$

$$\begin{pmatrix} A \\ v_1 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(A, v_1) \text{ float}, 5 \rightarrow \begin{pmatrix} 1.5811 & -1.5811 \\ -2.8198 & .32175 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$A = 1.581$ $\quad v_1 = -2.82$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i''_1(t) := A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_1) \text{ float}, 5 \rightarrow 1.5811 \cdot \exp(-300.00 \cdot t) \cdot \sin(100.00 \cdot t - 2.8198)$$

$$i_1(t) := i'_1 + i''_1(t) \text{ float}, 4 \rightarrow 1.500 + 1.581 \cdot \exp(-300.0 \cdot t) \cdot \sin(100.0 \cdot t - 2.820)$$

Для струму i2(t):

$$i_{20} - i'_2 = B \cdot \sin(v_2)$$

$$di_{20} = -B \cdot \delta \cdot \sin(v_2) + B \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_2)$$

$$\begin{pmatrix} B \\ v_2 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(B, v_2) \text{ float}, 5 \ \rightarrow \begin{pmatrix} -3.5355 & 3.5355 \\ 2.9997 & -.14190 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$B = -3.535$ $\qquad v_2 = 3$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i''_2(t) := B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_2) \text{ float}, 5 \ \rightarrow -3.5355 \cdot \exp(-300.00 \cdot t) \cdot \sin(100.00 \cdot t + 2.9997)$$

$$i_2(t) := i'_2 + i''_2(t) \text{ float}, 4 \ \rightarrow 1.500 - 3.536 \cdot \exp(-300.0 \cdot t) \cdot \sin(100.0 \cdot t + 3.000)$$

Для струму i3(t):

$$i_{30} - i'_3 = C \cdot \sin(v_3)$$

$$di_{30} = -C \cdot \delta \cdot \sin(v_3) + C \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_3)$$

$$\begin{pmatrix} C \\ v_3 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(C, v_3) \text{ float}, 5 \ \rightarrow \begin{pmatrix} -5. & 5. \\ 0 & 3.1416 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$C = -5$ $\qquad v_3 = 0$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i''_3(t) := C \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_3) \text{ float}, 5 \ \rightarrow -5. \cdot \exp(-300.00 \cdot t) \cdot \sin(100.00 \cdot t)$$

$$i_3(t) := i'_3 + i''_3(t) \text{ float}, 4 \ \rightarrow -5. \cdot \exp(-300.0 \cdot t) \cdot \sin(100.0 \cdot t)$$

Для напруги Uc(t):

$$u_{C0} - u'_C = D \cdot \sin(v_C)$$

$$du_{C0} = -D \cdot \delta \cdot \sin(v_C) + D \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_C)$$

$$\begin{pmatrix} D \\ v_C \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(D, v_C) \ \left| \begin{matrix} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{matrix} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -79.057 & 79.057 \\ -2.8198 & .32175 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$D = -79.057$ $\qquad v_C = -2.82$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$u''_C(t) := D \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_C) \text{ float}, 5 \ \rightarrow -79.057 \cdot \exp(-300.00 \cdot t) \cdot \sin(100.00 \cdot t - 2.8198)$$

$$u_C(t) := u'_C + u''_C(t) \text{ float}, 4 \ \rightarrow 15. - 79.06 \cdot \exp(-300.0 \cdot t) \cdot \sin(100.0 \cdot t - 2.820)$$

Для напруги Ul(t):

$$u_{L0} - u'_L = F \cdot \sin(v_L)$$

$$du_{L0} = -F \cdot \delta \cdot \sin(v_L) + F \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_L)$$

$$\begin{pmatrix} F \\ v_L \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(F, v_L) \ \left| \begin{matrix} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{matrix} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -111.80 & 111.80 \\ -.46365 & 2.6779 \end{pmatrix}$$

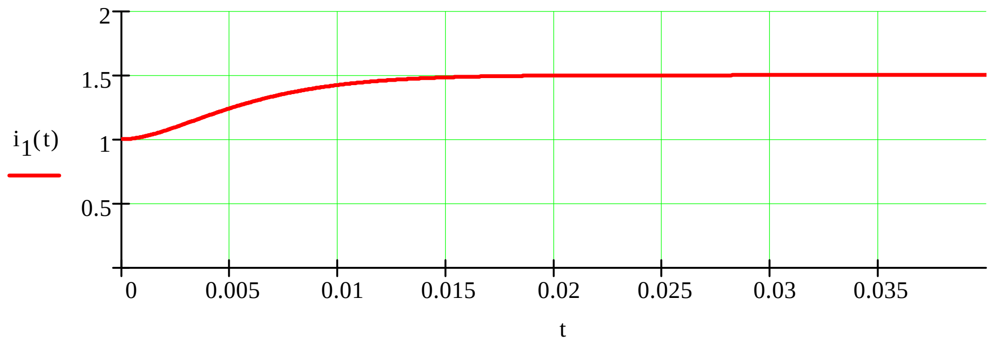
Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$F = -111.8$ $\qquad v_L = -0.464$

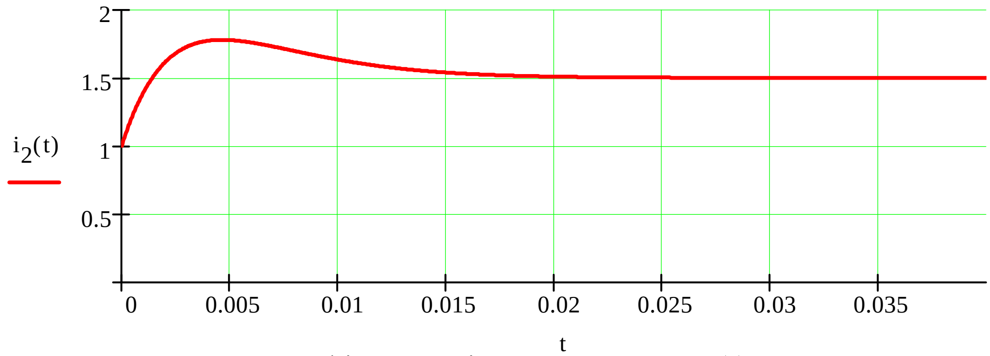
Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$u''_L(t) := F \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_L) \text{ float}, 5 \ \rightarrow -111.80 \cdot \exp(-300.00 \cdot t) \cdot \sin(100.00 \cdot t - .46365)$$

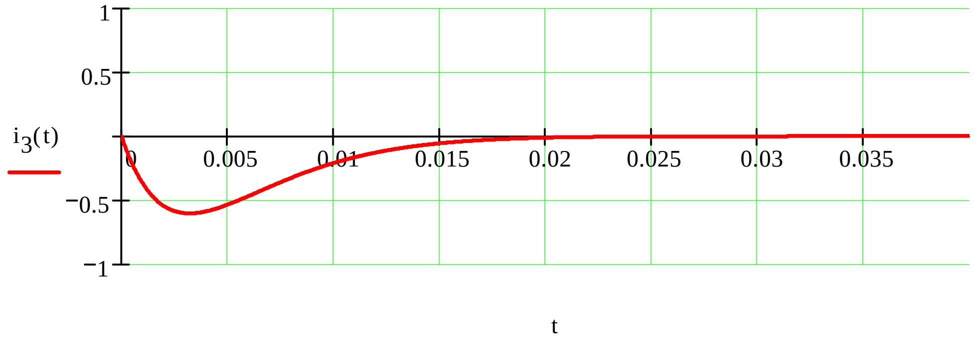
$$u_L(t) := u'_L + u''_L(t) \text{ float}, 4 \ \rightarrow -111.8 \cdot \exp(-300.0 \cdot t) \cdot \sin(100.0 \cdot t - .4637)$$



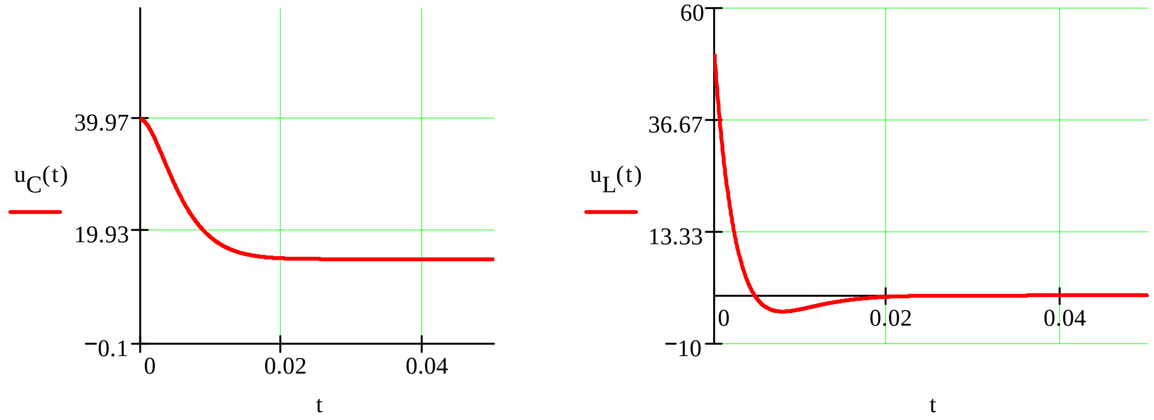
Графік перехідного струму i1(t).



Графік перехідного струму i2(t).

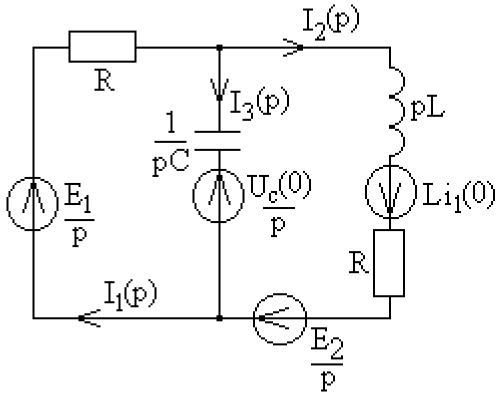


Графік перехідного струму i3(t).



Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

Операторний метод



Операторна схема

Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \frac{E_1 + E_2}{3 \cdot R}$ $\quad i_{2дк} := i_{1дк} \quad i_{2дк} = 1$

$i_{3дк} := 0$ $\quad u_{Lдк} := 0$

$u_{Cдк} := E_1 - i_{1дк} \cdot R$ $\quad u_{Cдк} = 40$

Початкові умови:

$i_{L0} := i_{2дк}$ $\quad i_{L0} = 1$

$u_{C0} = 40$

$$I_{k1}(p) \cdot \left(R + \frac{1}{p \cdot C}\right) - I_{k2}(p) \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C}\right) = \frac{E_1}{p} - \frac{u_{C0}}{p}$$

$$-I_{k1}(p) \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C}\right) + I_{k2}(p) \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C} + R + p \cdot L\right) = \frac{E_2}{p} + \frac{u_{C0}}{p} + L \cdot i_{20}$$

$$\Delta(p) := \left|\begin{bmatrix} R + \frac{1}{p \cdot C} & -\left(\frac{1}{p \cdot C}\right) \\ -\left(\frac{1}{p \cdot C}\right) & \frac{1}{p \cdot C} + R + p \cdot L \end{bmatrix}\right| \qquad \Delta(p) \text{ float}, 5 \ \rightarrow \frac{1}{p^{1.}} \cdot \left(3000.0 \cdot p + 5.0000 \cdot 10^5 + 5.0 \cdot p^{2.}\right)$$

$$\Delta_1(p) := \left|\begin{bmatrix} \frac{E_1}{p} - \frac{u_{C0}}{p} & -\left(\frac{1}{p \cdot C}\right) \\ \frac{E_2}{p} + \frac{u_{C0}}{p} + L \cdot i_{20} & \frac{1}{p \cdot C} + R + p \cdot L \end{bmatrix}\right| \qquad \Delta_1(p) \text{ float}, 5 \ \rightarrow \frac{\left(3000.0 \cdot p + 7.5000 \cdot 10^5 + 5.0 \cdot p^{2.}\right)}{p^{2.}}$$

$$\Delta_2(p) := \left|\begin{bmatrix} R + \frac{1}{p \cdot C} & \frac{E_1}{p} - \frac{u_{C0}}{p} \\ -\left(\frac{1}{p \cdot C}\right) & \frac{E_2}{p} + \frac{u_{C0}}{p} + L \cdot i_{20} \end{bmatrix}\right| \qquad \Delta_2(p) \text{ float}, 5 \ \rightarrow \frac{\left(5500.0 \cdot p + 5.0 \cdot p^{2.} + 7.5000 \cdot 10^5\right)}{p^{2.}}$$

Контурні струми та напруга на конденсаторі будуть мати вигляд:

$$I_{k1}(p) := \frac{\Delta_1(p)}{\Delta(p)} \qquad I_{k1}(p) \text{ float}, 5 \ \rightarrow \frac{\left(3000.0 \cdot p + 7.5000 \cdot 10^5 + 5.0 \cdot p^{2.}\right)}{p^{1.} \cdot \left(3000.0 \cdot p + 5.0000 \cdot 10^5 + 5.0 \cdot p^{2.}\right)^{1.}}$$

$$I_{k2}(p) := \frac{\Delta_2(p)}{\Delta(p)} \qquad I_{k2}(p) \text{ float}, 5 \ \rightarrow \frac{\left(5500.0 \cdot p + 5.0 \cdot p^{2.} + 7.5000 \cdot 10^5\right)}{p^{1.} \cdot \left(3000.0 \cdot p + 5.0000 \cdot 10^5 + 5.0 \cdot p^{2.}\right)^{1.}}$$

$$u_C(p) := \frac{u_{C0}}{p} + \frac{I_3(p)}{p \cdot C}$$

$$u_C(p) \;\Big|\begin{matrix}\text{float}, 5\\ \text{factor}\end{matrix} \rightarrow 40 \cdot \frac{\left(37500 + 600 \cdot p + p^2\right)}{p \cdot \left(100000 + 600 \cdot p + p^2\right)}$$

$$u_L(p) := L \cdot p \cdot I_{k2}(p) - L \cdot i_{2дк}$$

$$u_L(p) \text{ factor } \rightarrow 50 \cdot \frac{(p + 100)}{\left(100000 + 600 \cdot p + p^2\right)}$$

Перейдемо тепер від зображення до функції часу за формулою розкладу:
Для струму I1(p):

$$N_1(p) := 3000.0 \cdot p + 7.5000 \cdot 10^5 + 5.0 \cdot p^{2.} \qquad M_1(p) := p \cdot \left(3000.0 \cdot p + 5.0000 \cdot 10^5 + 5.0 \cdot p^{2.}\right)$$

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_1(p) \;\Big|\begin{matrix}\text{solve}, p\\ \text{float}, 5\end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -300. - 100.00 \cdot i \\ -300. + 100.00 \cdot i \end{pmatrix}$$

$$p_0 = 0 \qquad p_1 = -300 - 100i \qquad p_2 = -300 + 100i$$

$$N_1(p_0) = 7.5 \times 10^5 \qquad N_1(p_1) = 2.5 \times 10^5 \qquad N_1(p_2) = 2.5 \times 10^5$$

$$dM_1(p) := \frac{d}{dp} M_1(p) \text{ factor } \rightarrow 6000 \cdot p + 500000 + 15 \cdot p^2$$

$$dM_1(p_0) = 5 \times 10^5 \qquad dM_1(p_1) = -1 \times 10^5 + 3i \times 10^5 \qquad dM_1(p_2) = -1 \times 10^5 - 3i \times 10^5$$

Отже струм як функція часу буде мати вигляд:

$$i_1(t) := \frac{N_1(p_0)}{dM_1(p_0)} + \frac{N_1(p_1)}{dM_1(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_1(p_2)}{dM_1(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \qquad i_1(0) = 1$$

$$i_1(t) \;\Big|\begin{matrix}\text{float}, 5\\ \text{complex}\end{matrix} \rightarrow 1.5000 - .50000 \cdot \exp(-300. \cdot t) \cdot \cos(100.00 \cdot t) - 1.50000 \cdot \exp(-300. \cdot t) \cdot \sin(100.00 \cdot t)$$

Для напруги на конденсаторі Uc(p):

$$N_u(p) := 40 \cdot \left(37500 + 600 \cdot p + p^2\right) \qquad M_u(p) := p \cdot \left(100000 + 600 \cdot p + p^2\right)$$

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_u(p) \;\Big|\begin{matrix}\text{solve}, p\\ \text{float}, 5\end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -300. + 100.00 \cdot i \\ -300. - 100.00 \cdot i \end{pmatrix}$$

$$p_0 = 0 \qquad p_1 = -300 + 100i \qquad p_2 = -300 - 100i$$

$$N_u(p_0) = 1.5 \times 10^6 \qquad N_u(p_1) = -2.5 \times 10^6 \qquad N_u(p_2) = -2.5 \times 10^6$$

$$dM_u(p) := \frac{d}{dp} M_u(p) \text{ factor } \rightarrow 100000 + 1200 \cdot p + 3 \cdot p^2$$

$$dM_u(p_0) = 1 \times 10^5 \qquad dM_u(p_1) = -2 \times 10^4 - 6i \times 10^4 \qquad dM_u(p_2) = -2 \times 10^4 + 6i \times 10^4$$

Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$u_C(t) := \frac{N_u(p_0)}{dM_u(p_0)} + \frac{N_u(p_1)}{dM_u(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_u(p_2)}{dM_u(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \qquad u_C(0) = 40$$

$$u_C(t) \left| \begin{array}{l} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{array} \right. \rightarrow 15. + 25.000 \cdot \exp(-300. \cdot t) \cdot \cos(100.00 \cdot t) + 75.000 \cdot \exp(-300. \cdot t) \cdot \sin(100.00 \cdot t)$$

Для напруги на індуктивності:

$$N_L(p) := 50 \cdot (p + 100) \qquad M_L(p) := \left(100000 + 600 \cdot p + p^2\right)$$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_L(p) \left| \begin{array}{l} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -300. + 100.00 \cdot i \\ -300. - 100.00 \cdot i \end{pmatrix}$$

$$p_1 = -300 + 100i \qquad p_2 = -300 - 100i$$

$$N_L(p_1) = -1 \times 10^4 + 5i \times 10^3 \qquad N_L(p_2) = -1 \times 10^4 - 5i \times 10^3$$

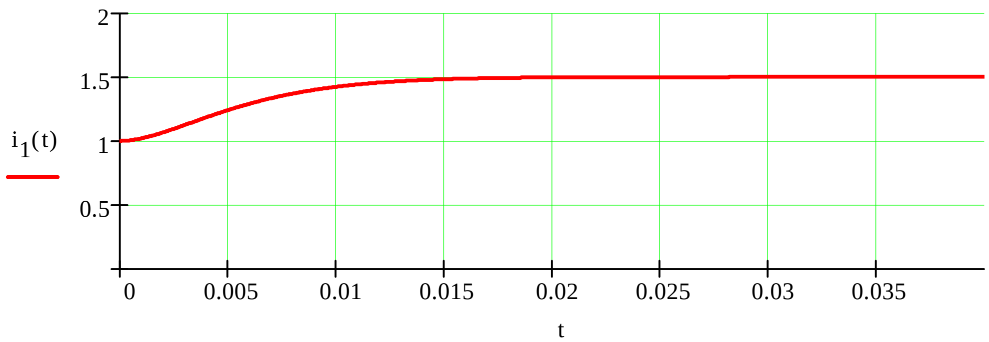
$$dM_L(p) := \frac{d}{dp} M_L(p) \text{ factor } \rightarrow 600 + 2 \cdot p$$

$$dM_L(p_1) = 200i \qquad dM_L(p_2) = -200i$$

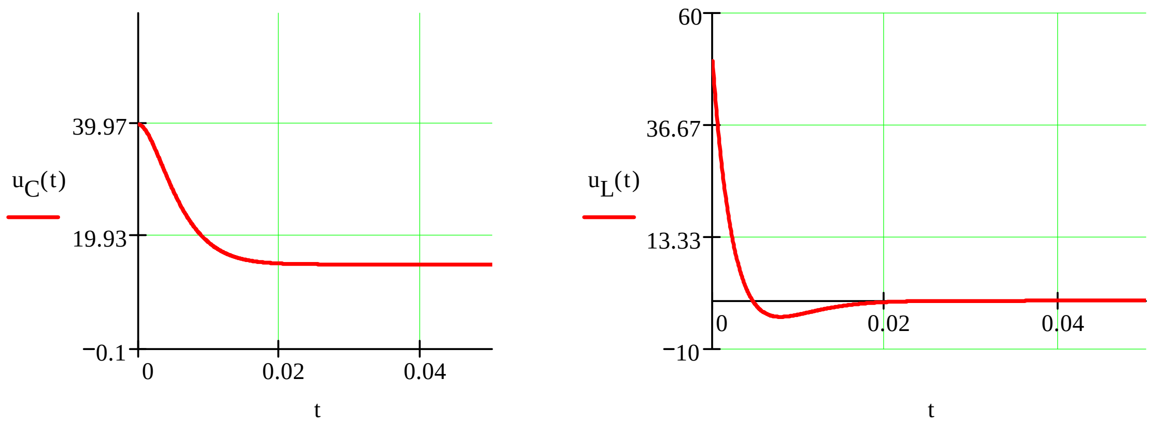
Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$u_L(t) := \frac{N_L(p_1)}{dM_L(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_L(p_2)}{dM_L(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \qquad u_L(0) = 50$$

$$u_L(t) \left| \begin{array}{l} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{array} \right. \rightarrow 50.000 \cdot \exp(-300. \cdot t) \cdot \cos(100.00 \cdot t) - 100.000 \cdot \exp(-300. \cdot t) \cdot \sin(100.00 \cdot t)$$

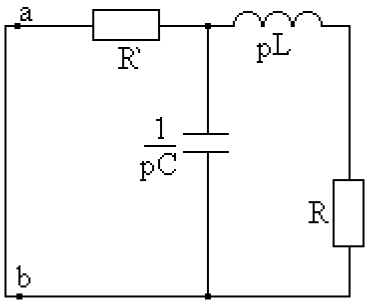


Графік перехідного струму i1(t).



Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

Дослідити чому повинен дорівнювати активний опір вітки с джерелом ЕРС E1 щоб аперіодичний процес переходив у коливальний



$$Z_{ab}(p) := R' + \frac{(R + p\cdot L)\cdot\frac{1}{p\cdot C}}{\frac{1}{p\cdot C} + R + p\cdot L}$$

$$Z_{ab}(p) := \frac{\left(\frac{1}{p\cdot C} + R + p\cdot L\right)\cdot R' + (R + p\cdot L)\cdot\frac{1}{p\cdot C}}{\frac{1}{p\cdot C} + R + p\cdot L}$$

$$(R'\cdot L)\cdot p^2 + \left(R\cdot R' + \frac{L}{C}\right)\cdot p + \left(\frac{R'}{C} + \frac{R}{C}\right) = 0$$

$$D = 0$$

$$\left(R\cdot R' + \frac{L}{C}\right)^2 - 4\cdot(R'\cdot L)\cdot\left(\frac{R'}{C} + \frac{R}{C}\right) = 0$$

$$\left(R\cdot R' + \frac{L}{C}\right)^2 - 4\cdot(R'\cdot L)\cdot\left(\frac{R'}{C} + \frac{R}{C}\right)\ \Bigg|\begin{matrix}\text{solve}, R'\\ \text{float}, 5\end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix}5.2786\\ 94.721\end{pmatrix}$$

Отже при таких значеннях активного опору у вітці з джерелом напруги E1 аперіодичний процес перейде в коливальний.

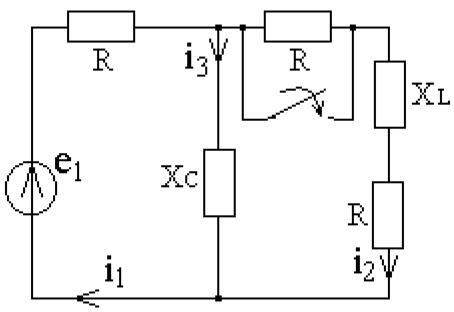
Визначити струми віток і напруги на реактивних елементах у момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійної напруги E1 і E2 у колі діють джерела синусоїдної напруги:

$$e_1(t) := \sqrt{2}\cdot E_1\cdot\sin(\omega\cdot t + \psi) \qquad e_2(t) := \sqrt{2}\cdot E_2\cdot\sin(\omega\cdot t + \psi)$$

$$X_C := \frac{1}{\omega\cdot C} \qquad X_C = 25 \qquad X_L := \omega\cdot L \qquad X_L = 20$$

$$E_1 := E_1\cdot e^{\psi\cdot i} \qquad E_1 = 63.64 + 63.64i \qquad F(E_1) = (90\ \ 45)$$

$$E_2 := E_2\cdot e^{\psi\cdot i} \qquad E_2 = 42.426 + 42.426i \qquad F(E_2) = (60\ \ 45)$$

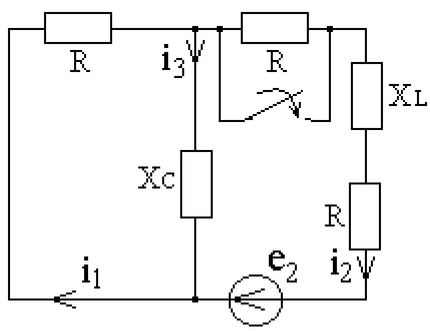


$$Z'_{vx} := R + \frac{(2R + X_L\cdot i)\cdot(-i\cdot X_C)}{2R + X_L\cdot i - i\cdot X_C} \qquad Z'_{vx} = 56.234 - 24.688i$$

$$I'_{1дк} := \frac{E_1}{Z'_{vx}} \qquad I'_{1дк} = 0.532 + 1.365i \qquad F(I'_{1дк}) = (1.465\ \ 68.703)$$

$$I'_{2дк} := I'_{1дк}\cdot\frac{(-i\cdot X_C)}{2R + X_L\cdot i - i\cdot X_C} \qquad I'_{2дк} = 0.347 - 0.116i \qquad F(I'_{2дк}) = (0.366\ \ -18.435)$$

$$I'_{3дк} := I'_{1дк}\cdot\frac{2R + X_L\cdot i}{2R + X_L\cdot i - i\cdot X_C} \qquad I'_{3дк} = 0.185 + 1.481i \qquad F(I'_{3дк}) = (1.493\ \ 82.875)$$



$Z''_{vx} := 2R + X_L \cdot i + \dfrac{R \cdot (-i \cdot X_C)}{R - i \cdot X_C}$ $\qquad Z''_{vx} = 110$

$I''_{2дк} := \dfrac{E_2}{Z''_{vx}}$ $\qquad I''_{2дк} = 0.386 + 0.386i$ $\qquad F(I''_{2дк}) = (0.545 \;\; 45)$

$I''_{1дк} := I''_{2дк} \cdot \dfrac{(-i \cdot X_C)}{R - i \cdot X_C}$ $\qquad I''_{1дк} = 0.231 - 0.077i$ $\qquad F(I''_{1дк}) = (0.244 \;\; -18.435)$

$I''_{3дк} := I''_{2дк} \cdot \dfrac{R}{R - i \cdot X_C}$ $\qquad I''_{3дк} = 0.154 + 0.463i$ $\qquad F(I''_{3дк}) = (0.488 \;\; 71.565)$

$I_{1дк} := I'_{1дк} + I''_{1дк}$ $\qquad I_{1дк} = 0.764 + 1.288i$ $\qquad F(I_{1дк}) = (1.498 \;\; 59.34)$

$I_{2дк} := I'_{2дк} + I''_{2дк}$ $\qquad I_{2дк} = 0.733 + 0.27i$ $\qquad F(I_{2дк}) = (0.781 \;\; 20.225)$

$I_{3дк} := I'_{3дк} - I''_{3дк}$ $\qquad I_{3дк} = 0.031 + 1.018i$ $\qquad F(I_{3дк}) = (1.019 \;\; 88.264)$

$u_{Cдк} := I_{3дк} \cdot (-i \cdot X_C)$ $\qquad u_{Cдк} = 25.456 - 0.771i$ $\qquad F(u_{Cдк}) = (25.468 \;\; -1.736)$

$u_{Lдк} := I_{1дк} \cdot i \cdot X_L$ $\qquad u_{Lдк} = -25.764 + 15.274i$ $\qquad F(u_{Lдк}) = (29.951 \;\; 149.34)$

$i_{1дк}(t) := |I_{1дк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{1дк}))$

$i_{2дк}(t) := |I_{2дк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{2дк}))$

$i_{3дк}(t) := |I_{3дк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{3дк}))$

$u_{Cдк}(t) := |u_{Cдк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(u_{Cдк}))$

$u_{Lдк}(t) := |u_{Lдк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(u_{Lдк}))$

Початкові умови:

$u_{Cдк}(0) = -1.091$

$i_{Lдк}(0) = 0.382$

Given

$i_{20} = i_{10} - i_{30}$

$e_1(0) = i_{10} \cdot R + u_{C0}$

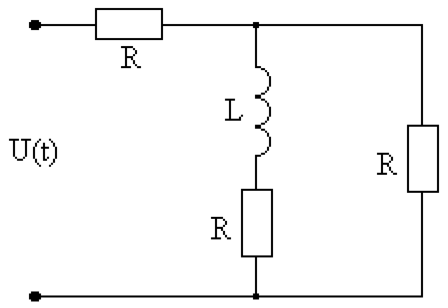
$e_2(0) = i_{20} \cdot R + u_{L0} - u_{C0}$

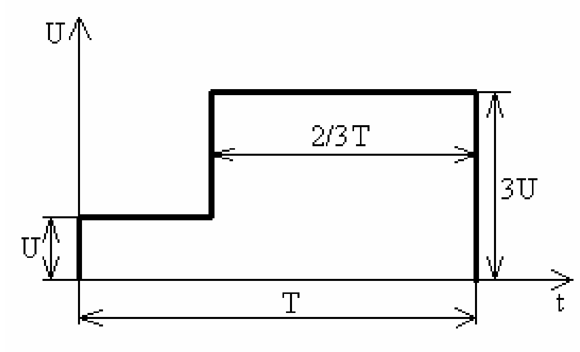
$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{30} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{10}, i_{30}, u_{L0})$

$i_{10} = 1.822$ $\qquad i_{20} = 0.382$ $\qquad i_{30} = 1.44$ $\qquad u_{L0} = 39.818$ $\qquad u_{C0} = -1.091$

Інтеграл Дюамеля

$T := 0.9$ $E_1 := 90$ $E := 1$





Усталений режим до комутації: $t < 0$

$$i_{1дк} := \frac{0}{\left(\frac{R \cdot R}{R + R}\right) + R} \qquad i_{1дк} = 0$$

$$i_{3дк} := i_{1дк} \cdot \frac{R}{R + R} \qquad i_{3дк} = 0 \qquad i_{2дк} := i_{1дк} \cdot \frac{R}{R + R} \qquad i_{2дк} = 0$$

$$u_{Lдк} := 0$$

Усталений режим після комутації: $t = \infty$

$$i'_1 := \frac{E}{\left(\frac{R \cdot R}{R + R}\right) + R} \qquad i'_1 = 0.013$$

$$i'_3 := i'_1 \cdot \frac{R}{R + R} \qquad i'_3 = 6.667 \times 10^{-3} \qquad i'_2 := i'_1 \cdot \frac{R}{R + R} \qquad i'_2 = 6.667 \times 10^{-3}$$

$$u'_L := 0$$

Незалежні початкові умови

$$i_{30} := i_{3дк} \qquad i_{30} = 0$$

Залежні початкові умови

Given

$$i_{10} = i_{20} + i_{30}$$

$$E = i_{20} \cdot R + i_{10} \cdot R$$

$$0 = i_{20} \cdot R - i_{30} \cdot R - u_{L0}$$

$$\begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{10}, i_{20}, u_{L0}) \qquad i_{10} = 0.01 \qquad i_{20} = 0.01 \qquad i_{30} = 0 \qquad u_{L0} = 0.5$$

Вільний режим після комутайії: $t = 0$

Складемо характерестичне рівняння схеми

$$Z_{vx}(p) := R + \frac{R \cdot (p \cdot L + R)}{p \cdot L + R' + R} \qquad Zvx(p) := \frac{R \cdot (p \cdot L + R + R) + R \cdot (p \cdot L + R)}{p \cdot L + R + R}$$

$$p := R \cdot (p \cdot L + R + R) + R \cdot (p \cdot L + R) \ \Big|_{\text{float}, 5}^{\text{solve}, p} \rightarrow -750. \qquad T := \frac{1}{|p|} \cdot T \qquad T = 1.2 \times 10^{-3}$$

Одже корень характеристичного рівняння має вигляд:

$$p = -750$$

Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$$i''_1(t) = A_1 \cdot e^{p \cdot t}$$

$$i''_2(t) = B_1 \cdot e^{p \cdot t}$$

Визначення сталих інтегрування:

$$A_1 := i_{10} - i'_1 \qquad A_1 = -3.333 \times 10^{-3}$$

$$B_1 := i_{30} - i'_3 \qquad B_1 = -6.667 \times 10^{-3}$$

Отже вільна складова струму i1(t) та i3(t) будуть мати вигляд:

$$i''_1(t) := A_1 \cdot e^{p \cdot t}$$

$$i''_3(t) := B_1 \cdot e^{p \cdot t}$$

Повні значення цих струмів:

$$i_1(t) := i'_1 + i''_1(t) \qquad i_1(t)\ \text{float}, 5\ \rightarrow 1.3333 \cdot 10^{-2} - 3.3333 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(-750. \cdot t)$$

$$i_3(t) := i'_3 + i''_3(t) \qquad i_3(t)\ \text{float}, 5\ \rightarrow 6.6667 \cdot 10^{-3} - 6.6667 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(-750. \cdot t)$$

$$g_{11}(t) := i_1(t) \qquad g_{11}(t)\ \text{float}, 5\ \rightarrow 1.3333 \cdot 10^{-2} - 3.3333 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(-750. \cdot t)$$

$$U_L(t) := L \cdot \frac{d}{dt} i_3(t)$$

$$h_{uL}(t) := U_L(t)\ \text{float}, 5\ \rightarrow .50000 \cdot \exp(-750. \cdot t)$$

Визначимо закони зміни напруги на всіх проміжках часу:

$$U_0 := E_1 \qquad U_0 = 90$$

$$U_1 := E_1 \qquad U_1 = 90 \qquad 0 < t < \frac{T}{3}$$

$$U_2 := 3E_1 \qquad U_2 = 270 \qquad \frac{T}{3} < t < T$$

$$U_3 := 0 \qquad T < t < \infty$$

$$U'_1 := 0 \qquad U'_2 := 0$$

Струм на цих проміжках буде мати вигляд:

$$i_1(t) := U_0 \cdot g_{11}(t)$$

$$i_1(t) \left| \begin{array}{l} \text{factor} \\ \text{float}, 3 \end{array} \right. \rightarrow 1.20 - .300 \cdot \exp(-750. \cdot t)$$

$$i_2(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + (U_2 - U_1) \cdot g_{11}\left(t - \frac{T}{3}\right)$$

$$i_2(t) \left| \begin{array}{l} \text{factor} \\ \text{float}, 5 \end{array} \right. \rightarrow 3.6000 - .30000 \cdot \exp(-750. \cdot t) - .60000 \cdot \exp(-750. \cdot t + .30000)$$

$$i_3(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + (U_2 - U_1) \cdot g_{11}\left(t - \frac{T}{3}\right) + (U_3 - U_2) \cdot g_{11}(t - T)$$

$$i_3(t) \left| \begin{array}{l} \text{factor} \\ \text{float}, 3 \end{array} \right. \rightarrow -.300 \cdot \exp(-750. \cdot t) - .600 \cdot \exp(-750. \cdot t + .300) + .900 \cdot \exp(-750. \cdot t + .900)$$

Напруга на індуктивності на цих проміжках буде мати вигляд:

$u_{L1}(t) := U_0 \cdot h_{uL}(t)$ float, 5 $\rightarrow 45.000 \cdot \exp(-750. \cdot t)$

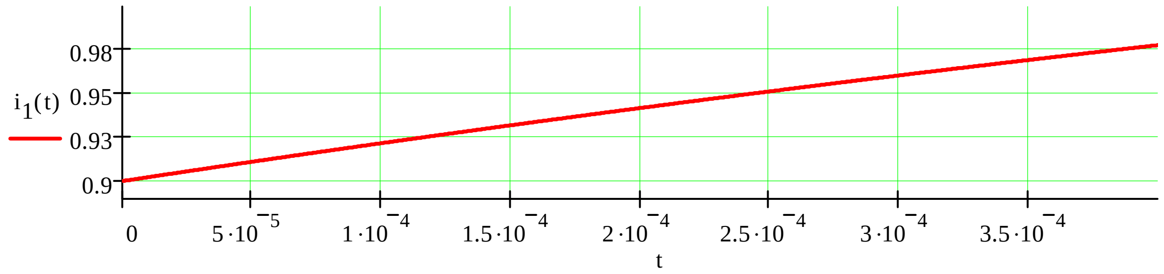
$$u_{L2}(t) := U_0 \cdot h_{uL}(t) + (U_2 - U_1) \cdot h_{uL}\left(t - \frac{T}{3}\right)$$

$u_{L2}(t)$ float, 5 $\rightarrow 45.000 \cdot \exp(-750. \cdot t) + 90.000 \cdot \exp(-750. \cdot t + .30000)$

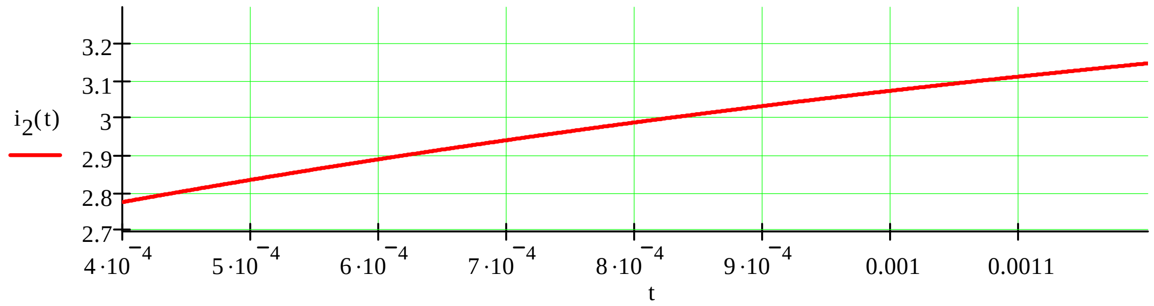
$$u_{L3}(t) := U_0 \cdot h_{uL}(t) + (U_2 - U_1) \cdot h_{uL}\left(t - \frac{T}{3}\right) + (U_3 - U_2) \cdot h_{uL}(t - T)$$

$u_{L3}(t)$ float, 5 $\rightarrow 45.000 \cdot \exp(-750. \cdot t) + 90.000 \cdot \exp(-750. \cdot t + .30000) - 135.00 \cdot \exp(-750. \cdot t + .90000)$

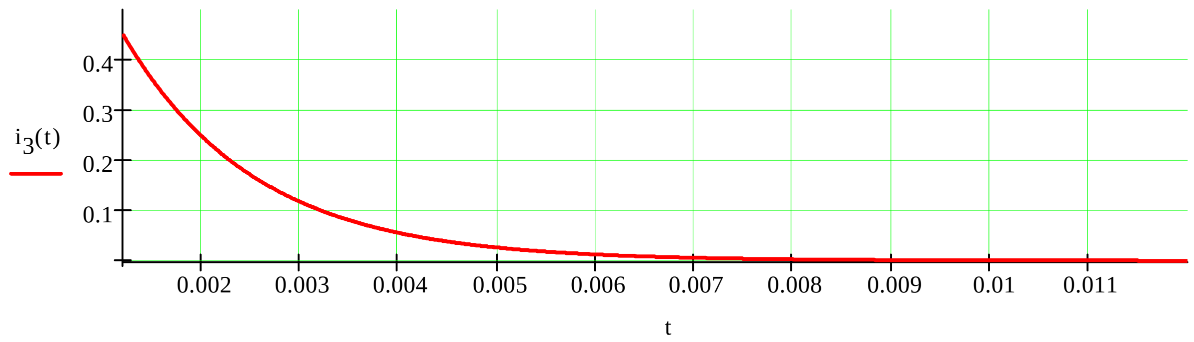
На промежутке от 0 до 1/3T



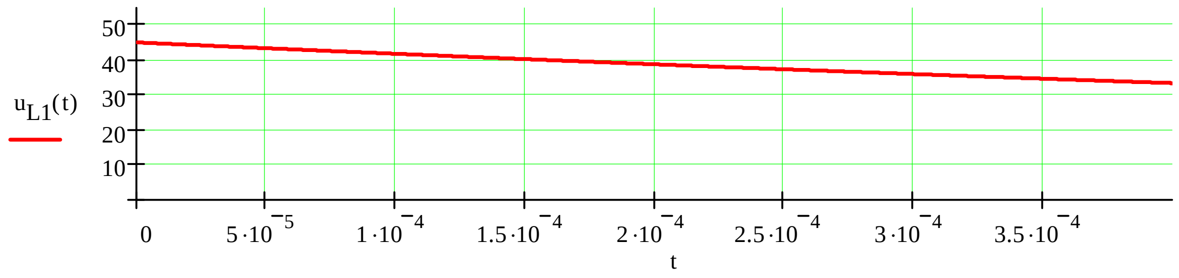
На промежутке от 1/3T до T



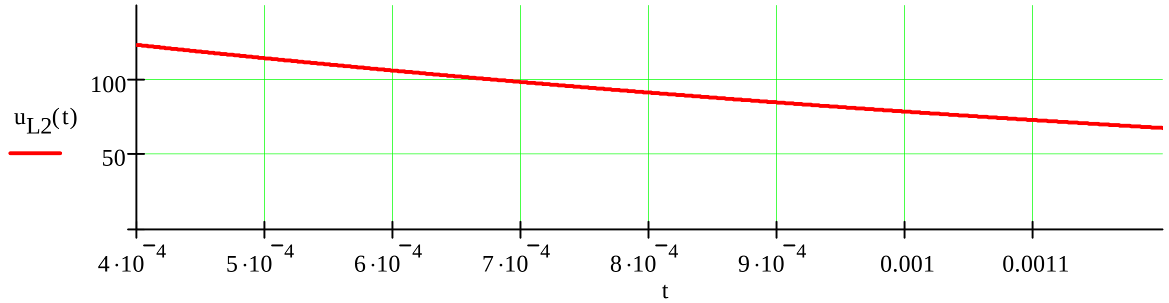
На промежутке от T до 10T



На промежутке от 0 до 1/3T



На промежутке от 1/3T до T



На промежутке от T до 10T