Міністерство освіти України
Національний технічний університет України
“Київський політехнічний інститут”
Кафедра ТОЕ

Розрахунково-графічна робота

“Розрахунок перехідних процесів у лінійних колах“

Варіант № 305

Виконав: ________________
____
____
____

Перевірив: ______________

Київ 2007

Умова задання

1. В колі з джерелом постійної ЕДС необхідно:

1) класичним методом розрахзувати напруги на реактивних елементах та струми перехідного процесу;

2) розрахувати струм в колі з джерелом ЕДС Е1 та напругу на реактивному елементі операторним методом;

3) побудувати в одному часовому масштабі діаграми струму та напруги на реактивних елементах.

2. Дослідити, яким повинен бути активний опір у вітці з джерелом Е1, щоб перехідний процес проходив в граничному режимі.

3. Визначити струми в вітках та напруги на реактивних елементах в момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійних ЕДС Е1і Е2 в колі діють синусоїдні джерела.

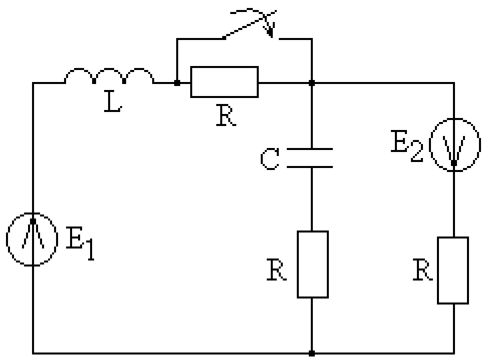
3. В післякомутаційній схемі закоротити джерело ЕДС Е2.

а) виключити катушку індуктивності чи ємність, замінивши останню опором R;

б) вважаючи, що замість ждерела постійної ЕДС Е1 до отриманного кола подається напруга, форма якої показана на малюнку;

в) розрахувати вхідний струм та напругу на реактивном елементі методом інтеграла Дюамеля при періоді Т, заданому в долях від τ;

г) побудувати в одному часовому масштабі діаграми напруги на вході, вхідного струму і напруги на реактивних елементі.



Основна схема

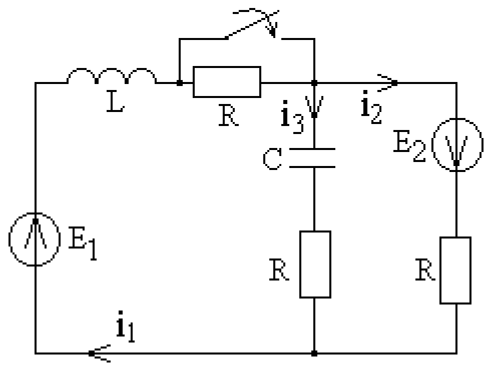
Вхідні данні:

$L := 0.1$ Гн $C := 200 \cdot 10^{-6}$ Ф $R := 50$ Ом

$E_1 := 100$ В $E_2 := 80$ В $\psi := 30 \cdot deg$ C^0 $\omega := 100$ c^{-1}

Класичний метод

Оберемо додатній напрямок струмів у вітках схеми:



Знайдемо значення струмів та напруг безпосередньо до комутації:

Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \dfrac{E_1 + E_2}{2 \cdot R}$ $\quad i_{2дк} := i_{1дк}$ $\quad i_{2дк} = 1.8$

$i_{3дк} := 0$ $\quad u_{Lдк} := 0$

$u_{Cдк} := E_1 - i_{1дк} \cdot R$ $\quad u_{Cдк} = 10$

Усталений режим після комутації: $t = \infty$

$i'_1 := \dfrac{E_1 + E_2}{R}$ $\quad i'_2 := i'_1$ $\quad i'_2 = 3.6$

$i'_3 := 0$ $\quad u'_L := 0$

$u'_C := E_1$ $\quad u'_C = 100$

Незалежні початкові умови

$i_{10} := i_{1дк}$ $\quad i_{10} = 1.8$

$u_{C0} := u_{Cдк}$ $\quad u_{C0} = 10$

Залежні початкові умови

Given

$i_{20} = i_{10} - i_{30}$

$E_1 = u_{L0} + u_{C0} + i_{30} \cdot R$

$E_2 = i_{20} \cdot R - i_{30} \cdot R - u_{C0}$

$$\begin{pmatrix} i_{30} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{30}, i_{20}, u_{L0}) \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{9}{5} \\ 90 \end{pmatrix}$$

$i_{30} = 0$ $\quad i_{20} = 1.8$ $\quad u_{L0} = 90$

Незалежні початкові умови

$di_{10} := \dfrac{u_{L0}}{L}$ $\quad di_{10} = 900$

$du_{C0} := \dfrac{i_{30}}{C}$ $\quad du_{C0} = 0$

Залежні початкові умови

Given

$$di_{10} = di_{20} + di_{30}$$

$$0 = du_{L0} + du_{C0} + di_{30} \cdot R$$

$$0 = di_{20} \cdot R - di_{30} \cdot R - du_{C0}$$

$$\begin{pmatrix} di_{20} \\ di_{30} \\ du_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}\left(di_{20}, di_{30}, du_{L0}\right)$$

$di_{20} = 450$ $\qquad di_{30} = 450$ $\qquad du_{L0} = -2.25 \times 10^{4}$

Вільний режим після комутайії: $\quad t = 0$

Складемо характерестичне рівняння схеми

$$Z(p) := \frac{R \cdot \left(R + \frac{1}{p \cdot C}\right)}{2 \cdot R + \frac{1}{p \cdot C}} + p \cdot L \qquad Z(p) := \frac{R \cdot \left(R + \frac{1}{p \cdot C}\right) + \left(2 \cdot R + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot p \cdot L}{2 \cdot R + \frac{1}{p \cdot C}}$$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := R \cdot \left(R + \frac{1}{p \cdot C}\right) + \left(2 \cdot R + \frac{1}{p \cdot C}\right) \cdot p \cdot L \ \Bigg| \begin{matrix} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -150. - 50.000 \cdot i \\ -150. + 50.000 \cdot i \end{pmatrix}$$

Одже корні характеристичного рівняння мають вигляд:

$p_1 = -150 - 50i$ $\qquad p_2 = -150 + 50i$

Коефіцієнт затухання та кутова частота вільних коливань:

$\delta := \left|\mathrm{Re}(p_1)\right| \quad \delta = 150 \qquad \omega_0 := \left|\mathrm{Im}(p_2)\right| \quad \omega_0 = 50$

Вільні складові повних струмів та напруг будуть мати вигляд:

$$i''_1(t) = A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin\left(\omega_0 \cdot t + v_1\right)$$

$$i''_2(t) = B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin\left(\omega_0 \cdot t + v_2\right)$$

$$i''_3(t) = C \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin\left(\omega_0 \cdot t + v_3\right)$$

$$u''_C(t) = D \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin\left(\omega_0 \cdot t + v_C\right)$$

$$u''_L(t) = F \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin\left(\omega_0 \cdot t + v_L\right)$$

Визначення сталих інтегрування:

Для струму i1(t):

Given

$$i_{10} - i'_1 = A \cdot \sin\left(v_1\right)$$

$$di_{10} = -A \cdot \delta \cdot \sin\left(v_1\right) + A \cdot \omega_0 \cdot \cos\left(v_1\right)$$

$$\begin{pmatrix} A \\ v_1 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}\left(A, v_1\right) \ \text{float}, 5 \ \rightarrow \begin{pmatrix} -12.728 & 12.728 \\ 2.9997 & -.14190 \end{pmatrix}$$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$A = -12.728$ $\qquad v_1 = 3$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$$i''_1(t) := A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin\left(\omega_0 \cdot t + v_1\right) \ \text{float}, 5 \ \rightarrow -12.728 \cdot \exp(-150.00 \cdot t) \cdot \sin(50.000 \cdot t + 2.9997)$$

$$i_1(t) := i'_1 + i''_1(t) \ \text{float}, 4 \ \rightarrow 3.600 - 12.73 \cdot \exp(-150.0 \cdot t) \cdot \sin(50.00 \cdot t + 3.000)$$

Для струму i2(t):

$i_{20} - i'_2 = B \cdot \sin(v_2)$

$di_{20} = -B \cdot \delta \cdot \sin(v_2) + B \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_2)$

$\begin{pmatrix} B \\ v_2 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(B, v_2)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow \begin{pmatrix} -4.0249 & 4.0249 \\ 2.6779 & -.46365 \end{pmatrix}$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$B = -4.025 \qquad v_2 = 2.678$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$i''_2(t) := B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_2)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow -4.0249 \cdot \exp(-150.00 \cdot t) \cdot \sin(50.000 \cdot t + 2.6779)$

$i_2(t) := i'_2 + i''_2(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow 3.600 - 4.025 \cdot \exp(-150.0 \cdot t) \cdot \sin(50.00 \cdot t + 2.678)$

Для струму i3(t):

$i_{30} - i'_3 = C \cdot \sin(v_3)$

$di_{30} = -C \cdot \delta \cdot \sin(v_3) + C \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_3)$

$\begin{pmatrix} C \\ v_3 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(C, v_3)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow \begin{pmatrix} 9. & -9. \\ 0 & 3.1416 \end{pmatrix}$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$C = 9 \qquad v_3 = 0$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$i''_3(t) := C \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_3)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow 9. \cdot \exp(-150.00 \cdot t) \cdot \sin(50.000 \cdot t)$

$i_3(t) := i'_3 + i''_3(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow 9. \cdot \exp(-150.0 \cdot t) \cdot \sin(50.00 \cdot t)$

Для напруги Uc(t):

$u_{C0} - u'_C = D \cdot \sin(v_C)$

$du_{C0} = -D \cdot \delta \cdot \sin(v_C) + D \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_C)$

$\begin{pmatrix} D \\ v_C \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(D, v_C) \left| \begin{matrix} \mathrm{float}, 5 \\ \mathrm{complex} \end{matrix} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} 284.60 & -284.60 \\ -2.8198 & .32175 \end{pmatrix}$

Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$D = 284.6 \qquad v_C = -2.82$

Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$u''_C(t) := D \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_C)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow 284.60 \cdot \exp(-150.00 \cdot t) \cdot \sin(50.000 \cdot t - 2.8198)$

$u_C(t) := u'_C + u''_C(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow 100. + 284.6 \cdot \exp(-150.0 \cdot t) \cdot \sin(50.00 \cdot t - 2.820)$

Для напруги Ul(t):

$u_{L0} - u'_L = F \cdot \sin(v_L)$

$du_{L0} = -F \cdot \delta \cdot \sin(v_L) + F \cdot \omega_0 \cdot \cos(v_L)$

$\begin{pmatrix} F \\ v_L \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(F, v_L) \left| \begin{matrix} \mathrm{float}, 5 \\ \mathrm{complex} \end{matrix} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -201.25 & 201.25 \\ -.46365 & 2.6779 \end{pmatrix}$

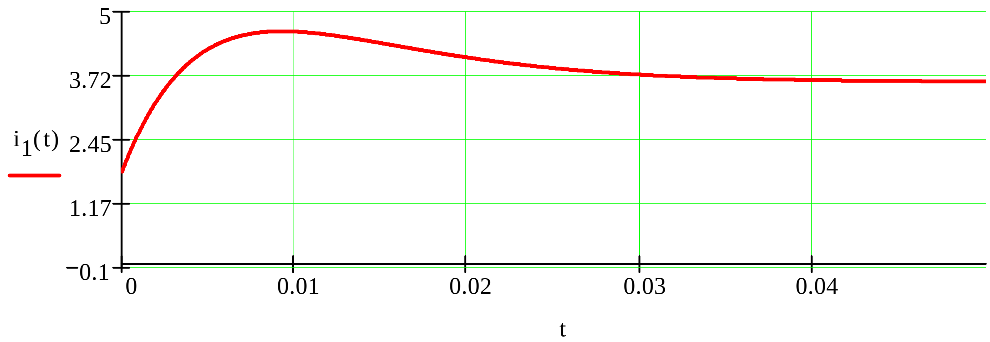
Отже сталі інтегрування дорівнюють:

$F = -201.25 \qquad v_L = -0.464$

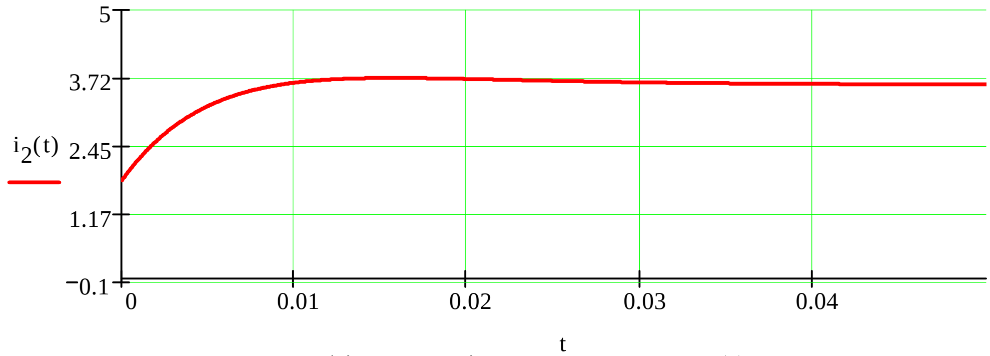
Тоді вільна складова буде мати вигляд:

$u''_L(t) := F \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + v_L)\ \mathrm{float}, 5\ \rightarrow -201.25 \cdot \exp(-150.00 \cdot t) \cdot \sin(50.000 \cdot t - .46365)$

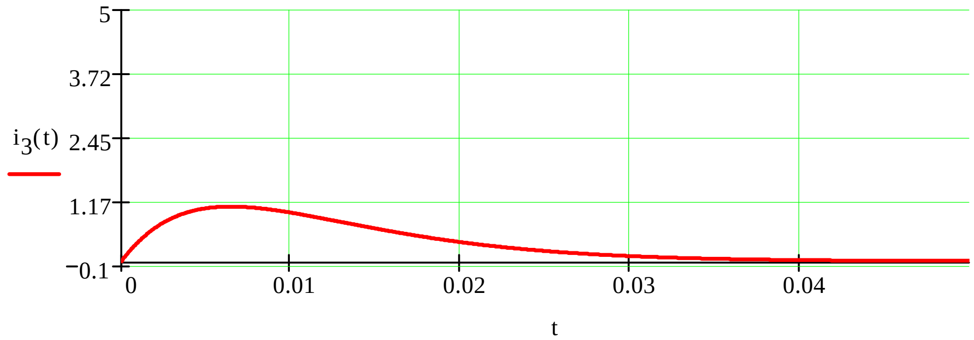
$u_L(t) := u'_L + u''_L(t)\ \mathrm{float}, 4\ \rightarrow -201.3 \cdot \exp(-150.0 \cdot t) \cdot \sin(50.00 \cdot t - .4637)$



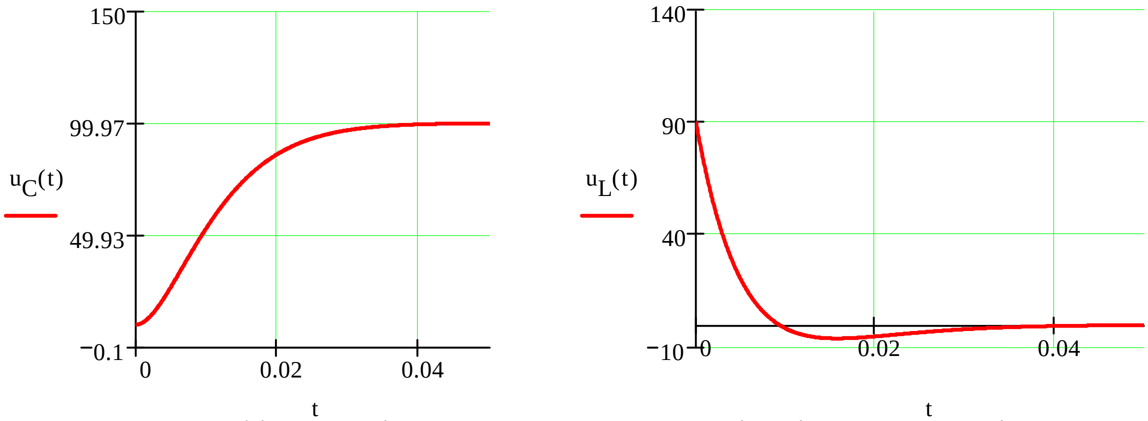
Графік перехідного струму i1(t).



Графік перехідного струму i2(t).

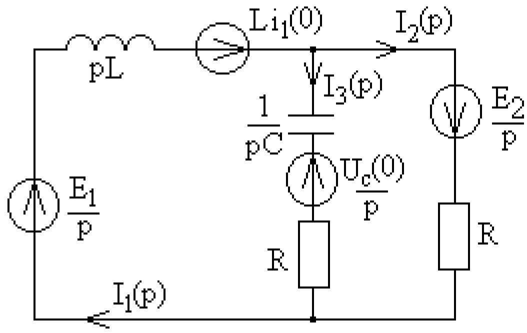


Графік перехідного струму i3(t).



Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

Операторний метод



Операторна схема

Усталений режим до комутації: $t < 0$

$i_{1дк} := \frac{E_1 + E_2}{2 \cdot R}$ $\quad i_{2дк} := i_{1дк} \quad i_{2дк} = 1.8$

$i_{3дк} := 0$ $\quad u_{Lдк} := 0$

$u_{Cдк} := E_1 - i_{1дк} \cdot R$ $\quad u_{Cдк} = 10$

Початкові умови:

$i_{L0} := i_{1дк}$ $\quad i_{L0} = 1.8$

$u_{C0} = 10$

$$I_{k1}(p) \cdot \left(R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C}\right) - I_{k2}(p) \cdot \left(R + \frac{1}{p \cdot C}\right) = \frac{E_1}{p} - \frac{u_{C0}}{p} + L \cdot i_{10}$$

$$-I_{k1}(p) \cdot \left(R + \frac{1}{p \cdot C}\right) + I_{k2}(p) \cdot \left(\frac{1}{p \cdot C} + 2 \cdot R\right) = \frac{E_2}{p} + \frac{u_{C0}}{p}$$

$$\Delta(p) := \left|\begin{bmatrix} R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C} & -\left(R + \frac{1}{p \cdot C}\right) \\ -\left(R + \frac{1}{p \cdot C}\right) & \frac{1}{p \cdot C} + 2 \cdot R \end{bmatrix}\right| \qquad \Delta(p) \text{ float}, 5 \;\rightarrow\; \frac{1}{p^{1.}} \cdot \left(3000.0 \cdot p + 2.5000 \cdot 10^5 + 10.0 \cdot p^{2.}\right)$$

$$\Delta_1(p) := \left|\begin{bmatrix} \frac{E_1}{p} - \frac{u_{C0}}{p} + L \cdot i_{10} & -\left(R + \frac{1}{p \cdot C}\right) \\ \frac{E_2}{p} + \frac{u_{C0}}{p} & \frac{1}{p \cdot C} + 2 \cdot R \end{bmatrix}\right| \qquad \Delta_1(p) \text{ float}, 5 \;\rightarrow\; \frac{\left(14400. \cdot p + 9.0000 \cdot 10^5 + 18.000 \cdot p^{2.}\right)}{p^{2.}}$$

$$\Delta_2(p) := \left|\begin{bmatrix} R + p \cdot L + \frac{1}{p \cdot C} & \frac{E_1}{p} - \frac{u_{C0}}{p} + L \cdot i_{10} \\ -\left(R + \frac{1}{p \cdot C}\right) & \frac{E_2}{p} + \frac{u_{C0}}{p} \end{bmatrix}\right| \qquad \Delta_2(p) \text{ float}, 5 \;\rightarrow\; \frac{\left(9900.0 \cdot p + 18.000 \cdot p^{2.} + 9.0000 \cdot 10^5\right)}{p^{2.}}$$

Контурні струми та напруга на конденсаторі будуть мати вигляд:

$$I_{k1}(p) := \frac{\Delta_1(p)}{\Delta(p)} \qquad I_1(p) := I_{k1}(p) \text{ float}, 5 \ \rightarrow \frac{\left(14400.\cdot p + 9.0000\cdot 10^5 + 18.000\cdot p^{2.}\right)}{p^{1.}\cdot\left(3000.0\cdot p + 2.5000\cdot 10^5 + 10.0\cdot p^{2.}\right)^{1.}}$$

$$I_{k2}(p) := \frac{\Delta_2(p)}{\Delta(p)} \qquad I_2(p) := I_{k2}(p) \text{ float}, 5 \ \rightarrow \frac{\left(9900.0\cdot p + 18.000\cdot p^{2.} + 9.0000\cdot 10^5\right)}{p^{1.}\cdot\left(3000.0\cdot p + 2.5000\cdot 10^5 + 10.0\cdot p^{2.}\right)^{1.}}$$

$$I_3(p) := I_{k1}(p) - I_{k2}(p) \ \Big|\begin{array}{l}\text{float}, 5\\ \text{simplify}\end{array} \rightarrow \frac{450.}{\left(300.\cdot p + 25000. + p^2\right)}$$

$$u_C(p) := \frac{u_{C0}}{p} + \frac{I_3(p)}{p\cdot C}$$

$$u_C(p) \text{ factor } \rightarrow 10\cdot\frac{\left(300\cdot p + 250000 + p^2\right)}{p\cdot\left(300\cdot p + 25000 + p^2\right)}$$

$$u_L(p) := L\cdot p\cdot I_1(p) - L\cdot i_{1дк}$$

$$u_L(p) \text{ factor } \rightarrow 90\cdot\frac{(p+50)}{\left(300\cdot p + 25000 + p^2\right)}$$

Перейдемо тепер від зображення до функції часу за формулою розкладу:
Для струму I1(p):

$$N_1(p) := 14400.\cdot p + 9.0000\cdot 10^5 + 18.000\cdot p^{2.} \qquad M_1(p) := p\cdot\left(3000.0\cdot p + 2.5000\cdot 10^5 + 10.0\cdot p^{2.}\right)$$

$$\begin{pmatrix} p_0\\ p_1\\ p_2\end{pmatrix} := M_1(p) \ \Big|\begin{array}{l}\text{solve}, p\\ \text{float}, 5\end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} 0\\ -150. - 50.000\cdot i\\ -150. + 50.000\cdot i\end{pmatrix} \qquad p_0 = 0 \quad p_1 = -150 - 50i \qquad p_2 = -150 + 50i$$

$$N_1(p_0) = 9\times 10^5 \qquad N_1(p_1) = -9\times 10^5 - 4.5i\times 10^5 \qquad N_1(p_2) = -9\times 10^5 + 4.5i\times 10^5$$

$$dM_1(p) := \frac{d}{dp}M_1(p) \text{ factor } \rightarrow 6000\cdot p + 250000 + 30\cdot p^2$$

$$dM_1(p_0) = 2.5\times 10^5 \qquad dM_1(p_1) = -5\times 10^4 + 1.5i\times 10^5 \qquad dM_1(p_2) = -5\times 10^4 - 1.5i\times 10^5$$

Отже струм як функція часу буде мати вигляд:

$$i_1(t) := \frac{N_1(p_0)}{dM_1(p_0)} + \frac{N_1(p_1)}{dM_1(p_1)}\cdot e^{p_1\cdot t} + \frac{N_1(p_2)}{dM_1(p_2)}\cdot e^{p_2\cdot t}$$

$$i_1(t) \ \Big|\begin{array}{l}\text{float}, 3\\ \text{complex}\end{array} \rightarrow 3.60 - 1.800\cdot\exp(-150.\cdot t)\cdot\cos(50.0\cdot t) + 12.60\cdot\exp(-150.\cdot t)\cdot\sin(50.0\cdot t)$$

Для напруги на конденсаторі Uc(p):

$$N_u(p) := 10\cdot\left(300\cdot p + 250000 + p^2\right) \qquad M_u(p) := p\cdot\left(300\cdot p + 25000 + p^2\right)$$

$$\begin{pmatrix} p_0\\ p_1\\ p_2\end{pmatrix} := M_u(p) \ \Big|\begin{array}{l}\text{solve}, p\\ \text{float}, 5\end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} 0\\ -150. + 50.000\cdot i\\ -150. - 50.000\cdot i\end{pmatrix}$$

$$p_0 = 0 \qquad p_1 = -150 + 50i \qquad p_2 = -150 - 50i$$

$$N_u(p_0) = 2.5\times 10^6 \qquad N_u(p_1) = 2.25\times 10^6 \qquad N_u(p_2) = 2.25\times 10^6$$

$$dM_u(p) := \frac{d}{dp} M_u(p) \text{ factor } \rightarrow 600 \cdot p + 25000 + 3 \cdot p^2$$

$dM_u(p_0) = 2.5 \times 10^4$ $\quad dM_u(p_1) = -5 \times 10^3 - 1.5i \times 10^4$ $\quad dM_u(p_2) = -5 \times 10^3 + 1.5i \times 10^4$

Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$u_C(t) := \frac{N_u(p_0)}{dM_u(p_0)} + \frac{N_u(p_1)}{dM_u(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_u(p_2)}{dM_u(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \qquad u_C(0) = 10$$

$$u_C(t) \left| \begin{array}{l} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{array} \right. \rightarrow 100. - 90.000 \cdot \exp(-150. \cdot t) \cdot \cos(50.000 \cdot t) - 270.00 \cdot \exp(-150. \cdot t) \cdot \sin(50.000 \cdot t)$$

Для напруги на індуктивності:

$N_L(p) := 90 \cdot (p + 50)$ $\qquad M_L(p) := \left(300 \cdot p + 25000 + p^2\right)$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} := M_L(p) \left| \begin{array}{l} \text{solve}, p \\ \text{float}, 5 \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -150. + 50.000 \cdot i \\ -150. - 50.000 \cdot i \end{pmatrix} \qquad p_1 = -150 + 50i \qquad p_2 = -150 - 50i$$

$N_L(p_1) = -9 \times 10^3 + 4.5i \times 10^3$ $\qquad N_L(p_2) = -9 \times 10^3 - 4.5i \times 10^3$

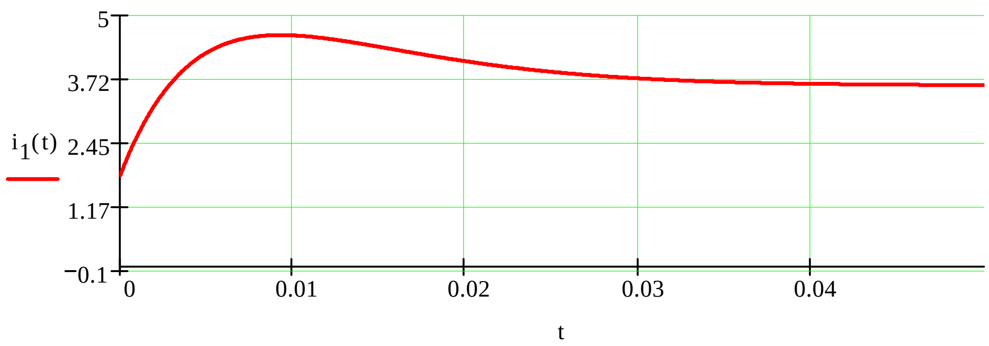
$$dM_L(p) := \frac{d}{dp} M_L(p) \text{ factor } \rightarrow 300 + 2 \cdot p$$

$dM_L(p_1) = 100i$ $\qquad dM_L(p_2) = -100i$

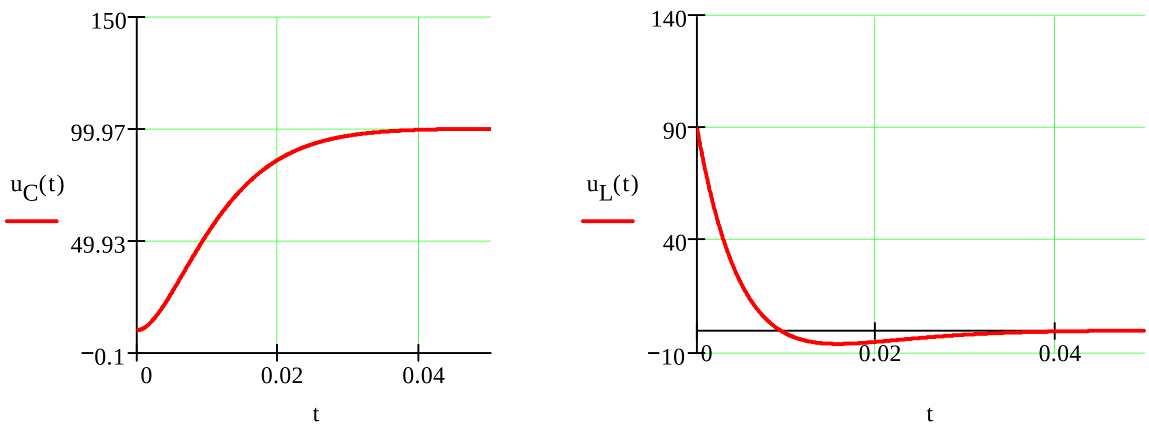
Отже напруга як функція часу буде мати вигляд:

$$u_L(t) := \frac{N_L(p_1)}{dM_L(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N_L(p_2)}{dM_L(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \qquad u_L(0) = 90$$

$$u_L(t) \left| \begin{array}{l} \text{float}, 5 \\ \text{complex} \end{array} \right. \rightarrow 90.000 \cdot \exp(-150. \cdot t) \cdot \cos(50.000 \cdot t) - 180.000 \cdot \exp(-150. \cdot t) \cdot \sin(50.000 \cdot t)$$

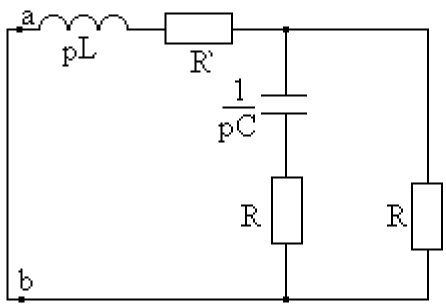


Графік перехідного струму i1(t).



Графік перехідних напруг на ємності та індуктивності.

Дослідити чому повинен дорівнювати активний опір вітки с джерелом ЕРС Е1 щоб аперіодичний процес переходив у коливальний



$$Z_{ab}(p) := R' + p\cdot L + \frac{\left(R + \frac{1}{p\cdot C}\right)\cdot R}{\frac{1}{p\cdot C} + R + R}$$

$$Z_{ab}(p) := \frac{\left(\frac{1}{p\cdot C} + R + R\right)\cdot (R' + p\cdot L) + \left(R + \frac{1}{p\cdot C}\right)\cdot R}{\frac{1}{p\cdot C} + R + R}$$

$$(2\cdot R\cdot L)\cdot p^2 + \left(2\cdot R\cdot R' + \frac{L}{C} + R^2\right)\cdot p + \left(\frac{R'}{C} + \frac{R}{C}\right) = 0$$

$$D = 0$$

$$\left(2\cdot R\cdot R' + \frac{L}{C} + R^2\right)^2 - 4\cdot(2\cdot R\cdot L)\cdot\left(\frac{R'}{C} + \frac{R}{C}\right) = 0$$

$$\left(2\cdot R\cdot R' + \frac{L}{C} + R^2\right)^2 - 4\cdot(2\cdot R\cdot L)\cdot\left(\frac{R'}{C} + \frac{R}{C}\right) \Bigg|\begin{matrix}\text{solve}, R' \\ \text{float}, 5\end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix}-42.361 \\ 2.3607\end{pmatrix}$$

$$R' := 2.3607$$

Отже при такому значенні активного опору у вітці з джерелом напруги Е1 аперіодичний процес перейде в коливальний.

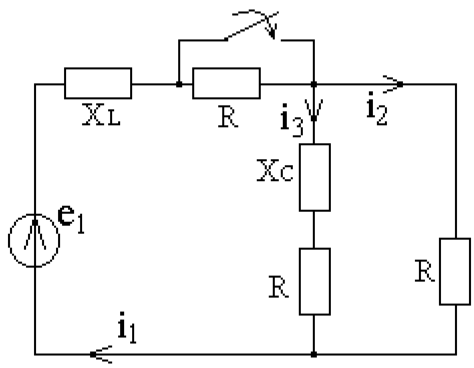
Визначити струми віток і напруги на реактивних елементах у момент комутації (t=0), якщо замість джерел постійної напруги Е1 і Е2 у колі діють джерела синусоїдної напруги:

$$e_1(t) := \sqrt{2}\cdot E_1\cdot \sin(\omega\cdot t + \psi) \qquad e_2(t) := \sqrt{2}\cdot E_2\cdot \sin(\omega\cdot t + \psi)$$

$$X_C := \frac{1}{\omega\cdot C} \qquad X_C = 50 \qquad X_L := \omega\cdot L \qquad X_L = 10$$

$$E_1 := E_1\cdot e^{\psi\cdot i} \qquad E_1 = 86.603 + 50i \qquad F(E_1) = (100\ \ 30)$$

$$E_2 := E_2\cdot e^{\psi\cdot i} \qquad E_2 = 69.282 + 40i \qquad F(E_2) = (80\ \ 30)$$

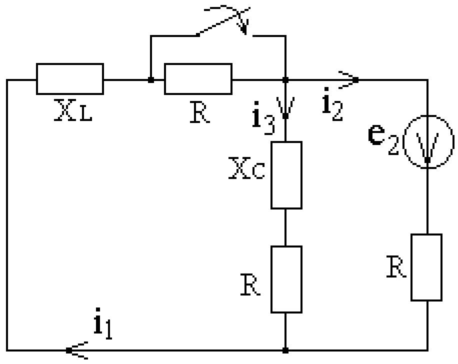


$$Z'_{vx} := R + i\cdot X_L + \frac{R\cdot(R - i\cdot X_C)}{R + R - i\cdot X_C} \qquad Z'_{vx} = 80$$

$$I'_{1дк} := \frac{E_1}{Z'_{vx}} \qquad I'_{1дк} = 1.083 + 0.625i \qquad F(I'_{1дк}) = (1.25\ \ 30)$$

$$I'_{2дк} := I'_{1дк}\cdot\frac{(R - i\cdot X_C)}{R + R - i\cdot X_C} \qquad I'_{2дк} = 0.775 + 0.158i \qquad F(I'_{2дк}) = (0.791\ \ 11.565)$$

$$I'_{3дк} := I'_{1дк} - I'_{2дк} \qquad I'_{3дк} = 0.308 + 0.467i \qquad F(I'_{3дк}) = (0.559\ \ 56.565)$$



$$Z''_{vx} := R + \frac{(R + i \cdot X_L) \cdot (R - i \cdot X_C)}{R + i \cdot X_L + R - i \cdot X_C} \qquad Z''_{vx} = 82.759 - 6.897i$$

$$I''_{2дк} := \frac{E_2}{Z''_{vx}} \qquad I''_{2дк} = 0.791 + 0.549i \qquad F(I''_{2дк}) = (0.963 \ \ 34.764)$$

$$I''_{1дк} := I''_{2дк} \cdot \frac{(R - i \cdot X_C)}{R + i \cdot X_L + R - i \cdot X_C} \qquad I''_{1дк} = 0.62 + 0.127i \qquad F(I''_{1дк}) = (0.632 \ \ 11.565)$$

$$I''_{3дк} := I''_{2дк} - I''_{1дк} \qquad I''_{3дк} = 0.172 + 0.422i \qquad F(I''_{3дк}) = (0.456 \ \ 67.875)$$

$$I_{1дк} := I'_{1дк} + I''_{1дк} \qquad I_{1дк} = 1.702 + 0.752i \qquad F(I_{1дк}) = (1.861 \ \ 23.83)$$

$$I_{2дк} := I'_{2дк} + I''_{2дк} \qquad I_{2дк} = 1.566 + 0.708i \qquad F(I_{2дк}) = (1.718 \ \ 24.323)$$

$$I_{3дк} := I'_{3дк} - I''_{3дк} \qquad I_{3дк} = 0.136 + 0.044i \qquad F(I_{3дк}) = (0.143 \ \ 17.905)$$

$$u_{Cдк} := I_{3дк} \cdot (-i \cdot X_C) \qquad u_{Cдк} = 2.201 - 6.812i \qquad F(u_{Cдк}) = (7.159 \ \ -72.095)$$

$$u_{Lдк} := I_{1дк} \cdot i \cdot X_L \qquad u_{Lдк} = -7.518 + 17.021i \qquad F(u_{Lдк}) = (18.608 \ \ 113.83)$$

$$i_{1дк}(t) := |I_{1дк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{1дк}))$$

$$i_{2дк}(t) := |I_{2дк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{2дк}))$$

$$i_{3дк}(t) := |I_{3дк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(I_{3дк}))$$

$$u_{Cдк}(t) := |u_{Cдк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(u_{Cдк}))$$

$$u_{Lдк}(t) := |u_{Lдк}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(u_{Lдк}))$$

i

Початкові умови:

$u_{Cдк}(0) = -9.634$

$i_{Lдк}(0) = 1.063$

Given

$$i_{20} = i_{10} - i_{30}$$

$$e_1(0) = u_{L0} + u_{C0} + i_{30} \cdot R$$

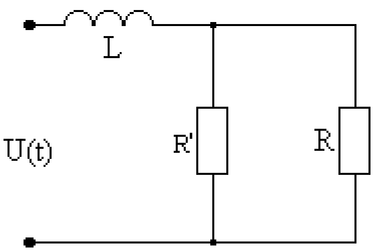
$$e_2(0) = i_{20} \cdot R - i_{30} \cdot R - u_{C0}$$

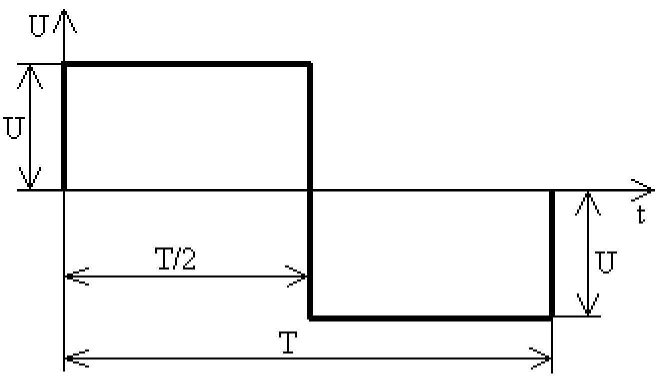
$$\begin{pmatrix} i_{30} \\ i_{20} \\ u_{L0} \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(i_{30}, i_{20}, u_{L0})$$

$i_{10} = 1.063$ $\quad i_{20} = 1.001$ $\quad i_{30} = 0.062$ $\quad u_{L0} = 77.232$ $\quad u_{C0} = -9.634$

Інтеграл Дюамеля

$T := 1.0 \quad E_1 := 100 \quad E := 1 \quad R' := R + R$





За допомогою класичного метода визначим:

$$Z_{vx}(p) := \frac{R' \cdot R}{R' + R} + p \cdot L$$

$$p := \frac{R' \cdot R}{R' + R} + p \cdot L \;\Big|\; \begin{matrix}\text{solve}, p\\ \text{float}, 5\end{matrix} \rightarrow -333.33 \qquad p = -333.33 \qquad T := \frac{1}{|p|} \cdot T \qquad T = 3 \times 10^{-3}$$

$$i_1(t) := \frac{E}{\left(\frac{R' \cdot R}{R' + R}\right)} - \frac{E}{\left(\frac{R' \cdot R}{R' + R}\right)} \cdot e^{p \cdot t}$$

$$U_L(t) := L \cdot \frac{d}{dt} i_1(t) \text{ float}, 5 \;\rightarrow .99999 \cdot \exp(-333.33 \cdot t)$$

$$g_{11}(t) := i_1(t) \qquad g_{11}(t) \text{ float}, 5 \;\rightarrow 3.0000 \cdot 10^{-2} - 3.0000 \cdot 10^{-2} \cdot \exp(-333.33 \cdot t)$$

$$h_{uL}(t) := U_L(t) \rightarrow .99999 \cdot \exp(-333.33 \cdot t)$$

Визначимо закони зміни напруги на всіх проміжках часу:

$U_0 := E_1 \qquad U_0 = 100$

$U_1 := E_1 \qquad U_1 = 100 \qquad 0 < t < \frac{T}{2}$

$U_2 := -E_1 \qquad U_2 = -100 \qquad \frac{T}{2} < t < T$

$U_3 := 0 \qquad T < t < \infty$

$U'_1 := 0 \qquad U'_2 := 0$

Струм на цих проміжках буде мати вигляд:

$$i_1(t) := U_0 \cdot g_{11}(t)$$

$$i_1(t) \;\Big|\; \begin{matrix}\text{factor}\\ \text{float}, 3\end{matrix} \rightarrow 3. - 3. \cdot \exp(-333. \cdot t)$$

$$i_2(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + \left(U_2 - U_1\right) \cdot g_{11}\left(t - \frac{T}{2}\right)$$

$$i_2(t) \text{ float}, 3 \;\rightarrow -3. - 3. \cdot \exp(-333. \cdot t) + 6. \cdot \exp(-333. \cdot t + .500)$$

$$i_3(t) := U_0 \cdot g_{11}(t) + \left(U_2 - U_1\right) \cdot g_{11}\left(t - \frac{T}{2}\right) + \left(U_3 - U_2\right) \cdot g_{11}(t - T)$$

$$i_3(t) \;\Big|\; \begin{matrix}\text{factor}\\ \text{float}, 3\end{matrix} \rightarrow -3. \cdot \exp(-333. \cdot t) + 6. \cdot \exp(-333. \cdot t + .500) - 3. \cdot \exp(-333. \cdot t + 1.)$$

Напруга на індуктивністі на цих проміжках буде мати вигляд:

$$u_{L1}(t) := U_0 \cdot h_{uL}(t) \text{ float}, 5 \ \rightarrow 99.999 \cdot \exp(-333.33 \cdot t)$$

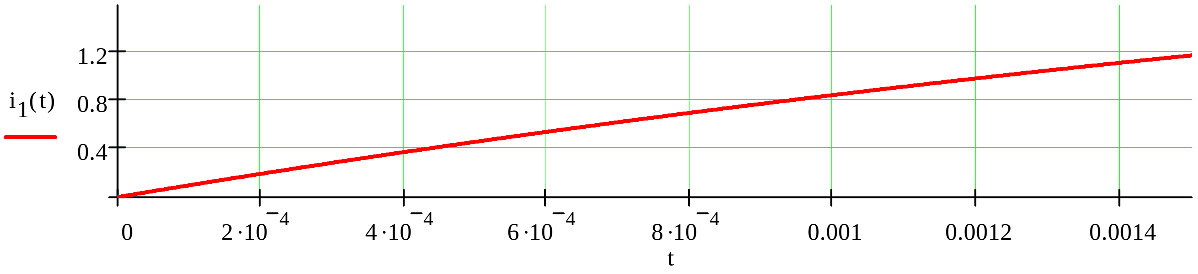
$$u_{L2}(t) := U_0 \cdot h_{uL}(t) + \left(U_2 - U_1\right) \cdot h_{uL}\left(t - \frac{T}{2}\right)$$

$$u_{L2}(t) \text{ float}, 5 \ \rightarrow 99.999 \cdot \exp(-333.33 \cdot t) - 200.00 \cdot \exp(-333.33 \cdot t + .50000)$$

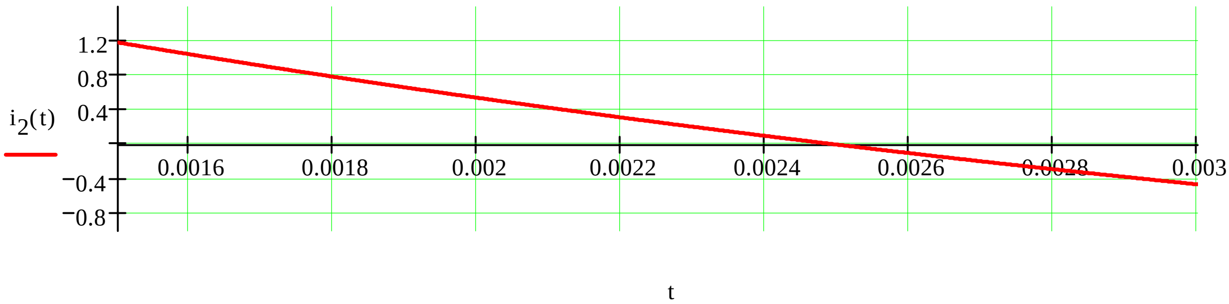
$$u_{L3}(t) := U_0 \cdot h_{uL}(t) + \left(U_2 - U_1\right) \cdot h_{uL}\left(t - \frac{T}{2}\right) + \left(U_3 - U_2\right) \cdot h_{uL}(t - T)$$

$$u_{L3}(t) \text{ float}, 5 \ \rightarrow 99.999 \cdot \exp(-333.33 \cdot t) - 200.00 \cdot \exp(-333.33 \cdot t + .50000) + 99.999 \cdot \exp(-333.33 \cdot t + 1.0000)$$

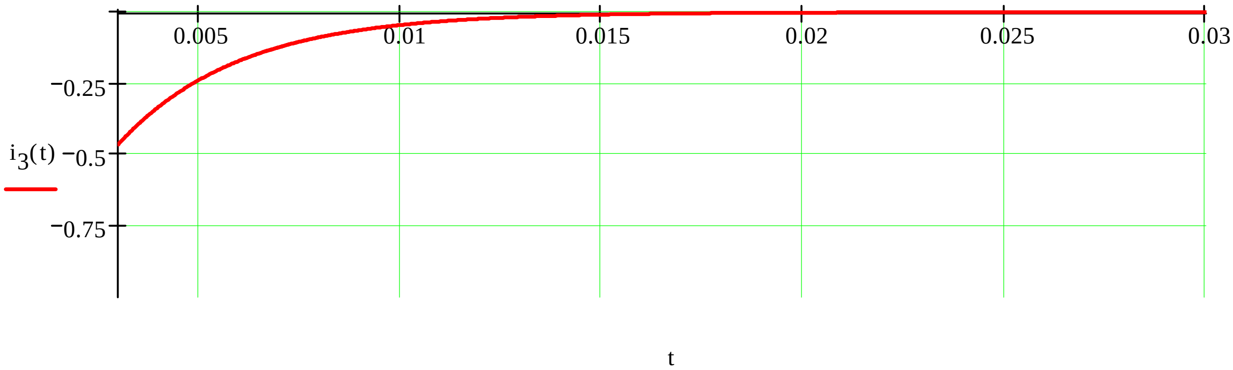
На промежутке от 0 до T/2



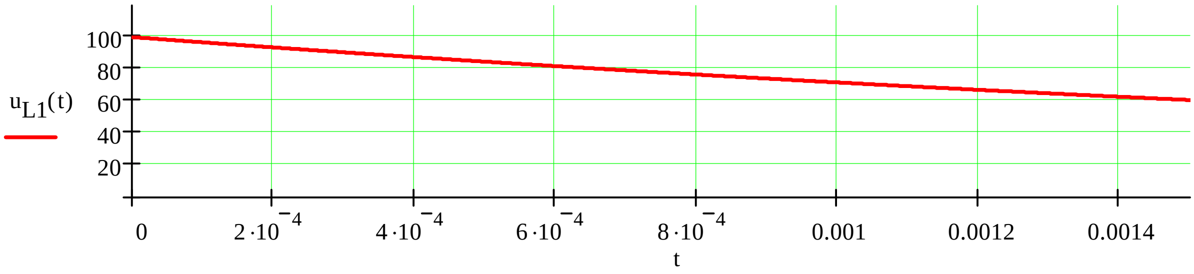
На промежутке от T/2 до T



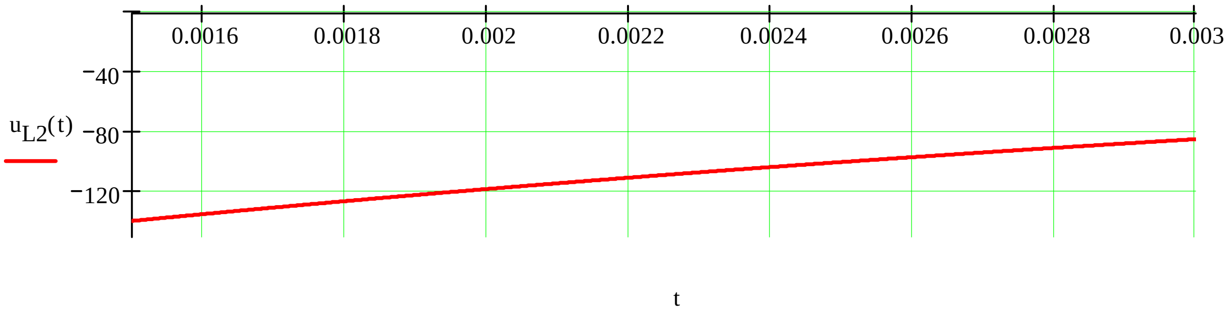
На промежутке от T до 10T



Графік напруги на реактивному елементі на проміжку: от 0 до T/2



Графік напруги на реактивному елементі на проміжку: от T/2 до T



Графік напруги на реактивному елементі на проміжку: от T до 10T