

**Министерство образования и науки Украины  
Национальный технический университет Украины  
“Киевский Политехнический Институт”  
Кафедра ТОЭ**

***Расчетно-графическая работа***

*“Расчёт цепей постоянного тока”*

*Вариант № 409*

Выполнил: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

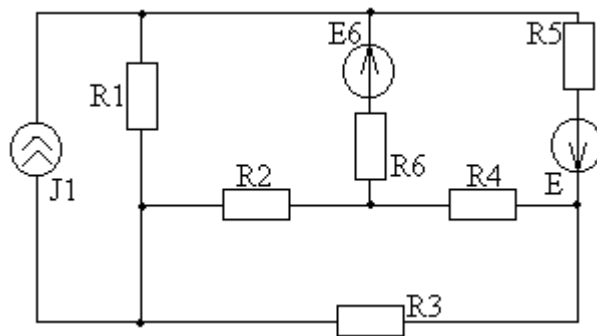
Проверил: \_\_\_\_\_

Киев 2006

### Задание:

1. Найти токи в ветках данной электрической цепи методом узловых потенциалов и контурных токов. Проверить расчёт цепи при помощи законов Кирхгофа для каждого узла и независимого контура. Сложить и проверить уравнение баланса мощностей.
2. Построить потенциальную диаграмму для контура данной цепи.
3. Преобразовать данную цепь к трём независимым контурам. В полученной цепи найти токи в ветках методом наложения. Проверить расчеты цепи за законами Кирхгофа
4. Найти токи в ветвях данной цепи методом эквивалентного генератора.

$$\begin{aligned} R_1 &:= 40 & R_2 &:= 50 & R_3 &:= 5 & R_4 &:= 10 & R_5 &:= 20 & R_6 &:= 0 \\ E &:= 50 & E_6 &:= 100 & J_1 &:= 5 \end{aligned}$$



## Метод контурных токов

За вторым законом Кирхгофа составляем систему уравнений. Решая полученную систему уравнений, находим контурные токи.

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_6) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_2 - J_1 \cdot R_1 = -E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot (R_5 + R_4 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 = E_6 + E$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = 2.842$$

$$I_{K2} = 6.038$$

$$I_{K3} = 3.115$$

Токи ветвей схемы равны:

$$I_1 := J_1 - I_{K1} \quad I_1 = 2.158$$

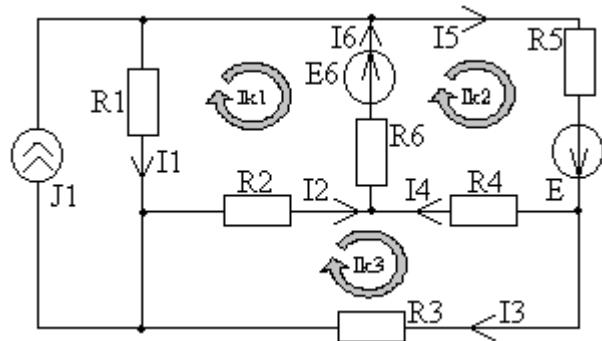
$$I_2 := I_{K3} - I_{K1} \quad I_2 = 0.273$$

$$I_3 := I_{K3} \quad I_3 = 3.115$$

$$I_4 := I_{K2} - I_{K3} \quad I_4 = 2.923$$

$$I_5 := I_{K2} \quad I_5 = 6.038$$

$$I_6 := I_{K2} - I_{K1} \quad I_6 = 3.197$$



## Метод узловых потенциалов

Примем потенциал точки 1 равным 0:  $\phi_1 := 0$  тогда потенциал точки 3 будет равен:  $\phi_3 := \phi_1 + E_6 \quad \phi_3 = 100$

Найдем узловые и межузловые проводимости и узловые токи:

$$G_{22} := \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad G_{22} = 0.245$$

$$G_{44} := \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \quad G_{44} = 0.35$$

$$G_{21} := \frac{1}{R_2} \quad G_{21} = 0.02$$

$$G_{23} := \frac{1}{R_1} \quad G_{23} = 0.025$$

$$G_{24} := \frac{1}{R_3} \quad G_{24} = 0.2$$

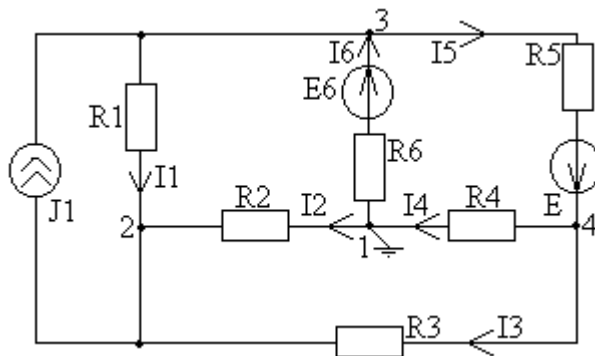
$$G_{41} := \frac{1}{R_4} \quad G_{41} = 0.1$$

$$G_{42} := \frac{1}{R_3} \quad G_{42} = 0.2$$

$$G_{43} := \frac{1}{R_5} \quad G_{43} = 0.05$$

$$J_{B2} := -J_1 \quad J_{B2} = -5$$

$$J_{B4} := \frac{E}{R_5} \quad J_{B4} = 2.5$$



Подставив найденные значения проводимостей и узловых токов в расчетную систему уравнений и найдем искомые потенциалы узлов 2 и 4:

$$\phi_2 := 1 \quad \phi_4 := 1$$

Given

$$-G_{21} \cdot \phi_1 + G_{22} \cdot \phi_2 - G_{23} \cdot \phi_3 - G_{24} \cdot \phi_4 = J_{B2}$$

$$-G_{41} \cdot \phi_1 - G_{42} \cdot \phi_2 - G_{43} \cdot \phi_3 + G_{44} \cdot \phi_4 = J_{B4}$$

$$\begin{pmatrix} \phi_2 \\ \phi_4 \end{pmatrix} := \text{Find}(\phi_2, \phi_4)$$

$$\phi_2 = 13.661$$

$$\phi_4 = 29.235$$

Токи ветвей схемы находим за законом Ома:

$$I_1 := \frac{\phi_3 - \phi_2}{R_1} \quad I_1 = 2.158$$

$$I_2 := \frac{\phi_2 - \phi_1}{R_2} \quad I_2 = 0.273$$

$$I_3 := \frac{\phi_4 - \phi_2}{R_3} \quad I_3 = 3.115$$

$$I_4 := \frac{\phi_4 - \phi_1}{R_4} \quad I_4 = 2.923$$

$$I_5 := \frac{\phi_3 - \phi_4 + E}{R_5} \quad I_5 = 6.038$$

$$I_6 := I_4 + I_2 \quad I_6 = 3.197$$

### **Проверка:**

За 1-м законом Кирхгофа:

$$I_6 - I_4 - I_2 = 0$$

$$-I_5 + I_4 + I_3 = 1.243 \times 10^{-14}$$

$$I_1 - I_2 + I_3 - J_1 = -3.553 \times 10^{-15}$$

$$I_1 + I_5 - I_6 - J_1 = -1.599 \times 10^{-14}$$

За 2-м законом Кирхгофа:

$$E_6 + E = 150$$

$$I_4 \cdot R_4 + I_5 \cdot R_5 = 150$$

$$I_5 \cdot R_5 + I_4 \cdot R_4 - I_2 \cdot R_2 - I_1 \cdot R_1 = 50$$

$$E = 50$$

$$I_2 \cdot R_2 - I_4 \cdot R_4 + I_3 \cdot R_3 = -5.329 \times 10^{-15}$$

$$I_2 \cdot R_2 + I_1 \cdot R_1 = 100$$

$$E_6 = 100$$

Баланс мощностей:

$$E \cdot I_5 + E_6 \cdot I_6 + J_1 \cdot (I_1 \cdot R_1) = 1.053 \times 10^3$$

$$I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6 = 1.053 \times 10^3$$

## Потенциальная диаграмма

$$\phi_1 = 0$$

$$\phi_2 := \phi_1 + E_6$$

$$\phi_2 = 100$$

$$\phi_3 := \phi_2 - I_5 \cdot R_5$$

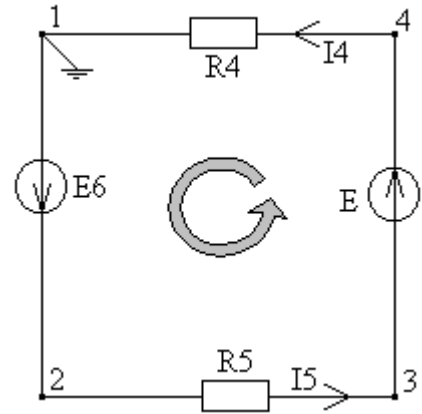
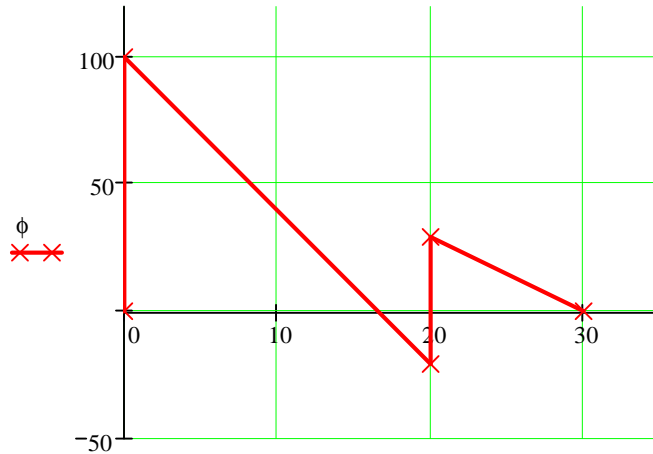
$$\phi_3 = -20.765$$

$$\phi_4 := \phi_3 + E$$

$$\phi_4 = 29.235$$

$$\phi_1 := \phi_4 - I_4 \cdot R_4$$

$$\phi_1 = -7.105 \times 10^{-15}$$



R

## Метод эквивалентного генератора

Вырезавши из выходной схемы ветку с сопротивлением  $R_1$  и источником питания  $E$ , получаем схему. В выходной схеме ток  $I_1$  направленный от узла 2 к узлу 1, такое же направление выберем и для напряжения холостого хода  $U_{1x}$ .

Для нахождения напряжения  $U_{1x}$  сначала надо найти токи в ветвях с сопротивлениями  $R_6$  и  $R_3$ . Для этого воспользуемся методом контурных токов:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_6) - I_{K2} \cdot R_2 - J_1 \cdot R_1 = -E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2})$$

$$I_{K1} = 1.94$$

$$I_{K2} = 1.493$$

Искомое напряжение холостого хода равно:

$$U_{1X} := I_{K2} \cdot R_4 + I_{K1} \cdot R_6 + E_6 \quad U_{1X} = 114.925$$

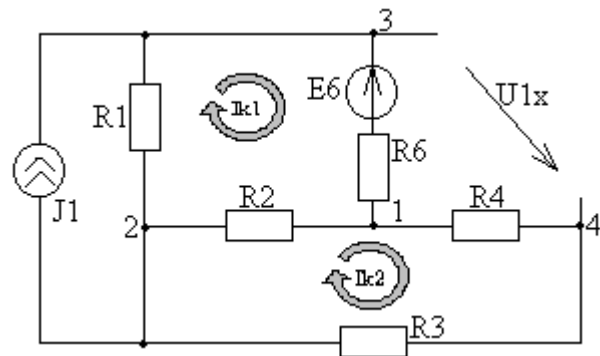
Эквивалентное сопротивление цепи равно:

$$R_{123} := \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + R_3 \quad R_E := \frac{R_{123} \cdot R_4}{R_{123} + R_4}$$

$$R_E = 7.313$$

Искомый ток, вырезанной ветки, равен:

$$I_5 := \frac{E + U_{1X}}{R_E + R_5} \quad I_5 = 6.038$$



## Метод наложения

В цепи действует только E:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$\begin{aligned} I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_6) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_2 &= 0 \\ -I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot (R_4 + R_5 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 &= E \\ -I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = 0.273 \quad I_{K2} = 1.831 \quad I_{K3} = 0.492$$

$$I_{1E} := I_{K1} \quad I_{1E} = 0.273$$

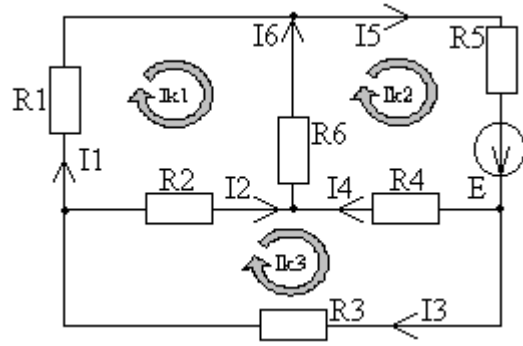
$$I_{2E} := I_{K3} - I_{K1} \quad I_{2E} = 0.219$$

$$I_{3E} := I_{K3} \quad I_{3E} = 0.492$$

$$I_{4E} := I_{K2} - I_{K3} \quad I_{4E} = 1.339$$

$$I_{5E} := I_{K2} \quad I_{5E} = 1.831$$

$$I_{6E} := I_{K2} - I_{K1} \quad I_{6E} = 1.557$$



В цепи действует только E6:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$\begin{aligned} I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_6) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_2 &= -E_6 \\ -I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot (R_4 + R_5 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 &= E_6 \\ -I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -1.475 \quad I_{K2} = 3.115 \quad I_{K3} = -0.656$$

$$I_{1E6} := -I_{K1} \quad I_{1E6} = 1.475$$

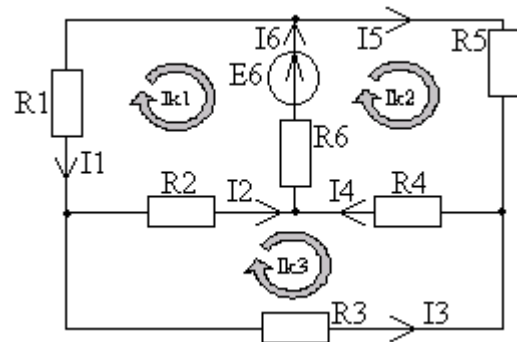
$$I_{2E6} := I_{K3} - I_{K1} \quad I_{2E6} = 0.82$$

$$I_{3E6} := -I_{K3} \quad I_{3E6} = 0.656$$

$$I_{4E6} := I_{K2} - I_{K3} \quad I_{4E6} = 3.77$$

$$I_{5E6} := I_{K2} \quad I_{5E6} = 3.115$$

$$I_{6E6} := I_{K2} - I_{K1} \quad I_{6E6} = 4.59$$

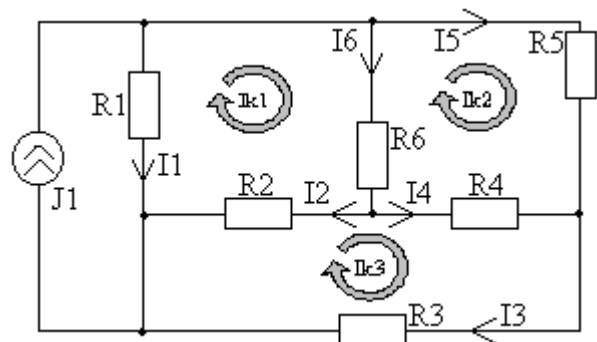


В цепи действует только J1:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$\begin{aligned} I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_6) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_2 - J_1 \cdot R_1 &= 0 \\ -I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot (R_4 + R_5 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 &= 0 \\ -I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) &= 0 \end{aligned}$$



$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = 4.044 \quad I_{K2} = 1.093 \quad I_{K3} = 3.279$$

$$I_{1J1} := J_1 - I_{K1} \quad I_{1J1} = 0.956$$

$$I_{2J1} := I_{K1} - I_{K3} \quad I_{2J1} = 0.765$$

$$I_{3J1} := I_{K3} \quad I_{3J1} = 3.279$$

$$I_{4J1} := I_{K3} - I_{K2} \quad I_{4J1} = 2.186$$

$$I_{5J1} := I_{K2} \quad I_{5J1} = 1.093$$

$$I_{6J1} := I_{K1} - I_{K2} \quad I_{6J1} = 2.951$$

В основной цепи действуют токи:

$$I_1 := -I_{1E} + I_{1E6} + I_{1J1} \quad I_1 = 2.158$$

$$I_2 := I_{2E} + I_{2E6} - I_{2J1} \quad I_2 = 0.273$$

$$I_3 := I_{3E} - I_{3E6} + I_{3J1} \quad I_3 = 3.115$$

$$I_4 := I_{4E} + I_{4E6} - I_{4J1} \quad I_4 = 2.923$$

$$I_5 := I_{5E} + I_{5E6} + I_{5J1} \quad I_5 = 6.038$$

$$I_6 := I_{6E} + I_{6E6} - I_{6J1} \quad I_6 = 3.197$$

**Проверка:**

За 1-м законом Кирхгофа:

$$I_6 - I_4 - I_2 = 0$$

$$-I_5 + I_4 + I_3 = 0$$

$$I_1 - I_2 + I_3 - J_1 = 0$$

$$I_1 + I_5 - I_6 - J_1 = 1.776 \times 10^{-15}$$