

**Министерство образования и науки Украины
Национальный технический университет Украины
“Киевский Политехнический Институт”
Кафедра ТОЭ**

Расчетно-графическая работа

“Расчёт цепей постоянного тока”

Вариант № 142

Выполнил:_____

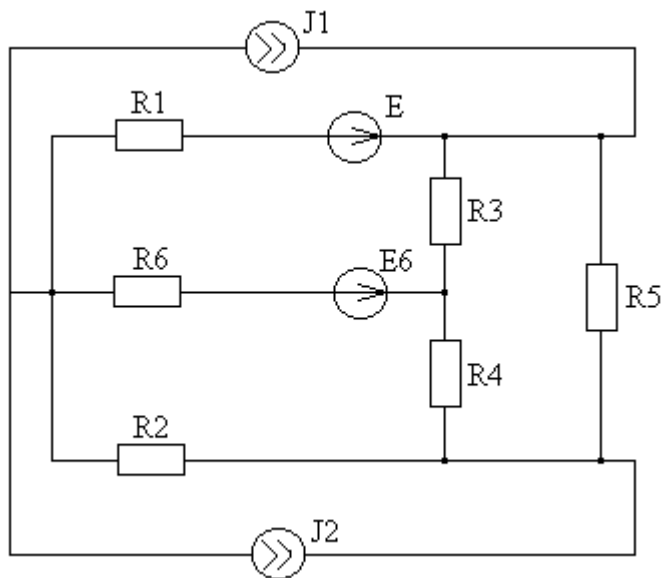
Проверил:_____

Киев 2006

Задание:

1. Найти токи в ветках данной электрической цепи методом узловых потенциалов и контурных токов. Проверить расчёт цепи при помощи законов Кирхгофа для каждого узла и независимого контура. Сложить и проверить уравнение баланса мощностей.
2. Построить потенциальную диаграмму для контура данной цепи.
3. Найти токи в ветвях данной цепи методом эквивалентного генератора.
4. Найти токи в ветках методом наложения. Проверить расчеты цепи за законами Кирхгофа.

$$\begin{array}{llllll} R_1 := 10 & R_2 := 20 & R_3 := 25 & R_4 := 40 & R_5 := 50 & R_6 := 100 \\ E := 250 & E_6 := 150 & J_1 := 25 & J_2 := 20 & & \end{array}$$



Метод контурных токов

За вторым законом Кирхгофа составляем систему уравнений. Решая полученную систему уравнений, находим контурные токи.

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_3 + R_6) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_3 - J_1 \cdot R_1 = E - E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 + J_2 \cdot R_2 = E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_4 + R_5) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = 3.368$$

$$I_{K2} = 0.795$$

$$I_{K3} = 1.009$$

Токи ветвей схемы равны:

$$I_1 := J_1 - I_{K1} \quad I_1 = 21.632$$

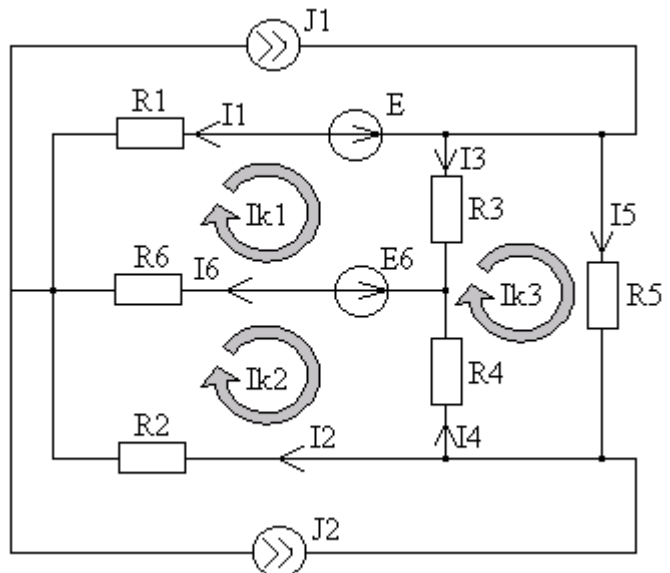
$$I_2 := J_2 + I_{K2} \quad I_2 = 20.795$$

$$I_3 := I_{K1} - I_{K3} \quad I_3 = 2.359$$

$$I_4 := I_{K3} - I_{K2} \quad I_4 = 0.214$$

$$I_5 := I_{K3} \quad I_5 = 1.009$$

$$I_6 := I_{K1} - I_{K2} \quad I_6 = 2.573$$



Метод узловых потенциалов

Примем потенциал точки 1 равным 0: $\phi_1 := 0$

Найдем узловые и межузловые проводимости и узловые токи:

$$G_{22} := \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} \quad G_{22} = 0.16$$

$$G_{33} := \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6} \quad G_{33} = 0.075$$

$$G_{44} := \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \quad G_{44} = 0.095$$

$$G_{21} := \frac{1}{R_1} \quad G_{21} = 0.1$$

$$G_{23} := \frac{1}{R_3} \quad G_{23} = 0.04$$

$$G_{24} := \frac{1}{R_5} \quad G_{24} = 0.02$$

$$G_{31} := \frac{1}{R_6} \quad G_{31} = 0.01$$

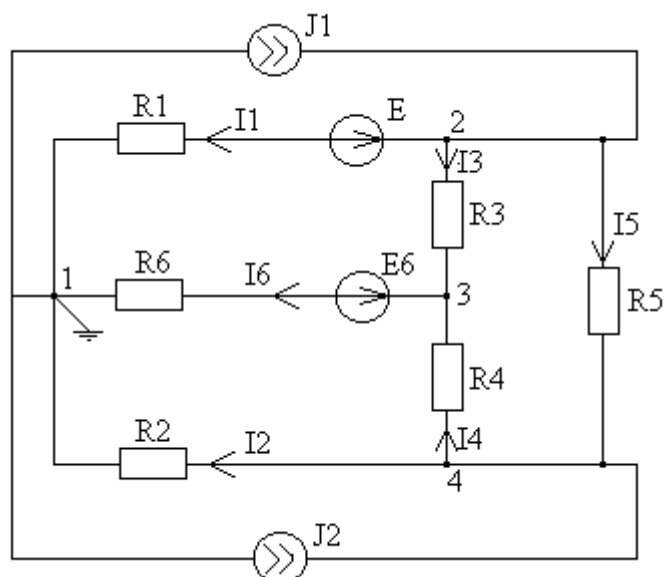
$$G_{32} := G_{23} \quad G_{32} = 0.04$$

$$G_{34} := \frac{1}{R_4} \quad G_{34} = 0.025$$

$$G_{41} := \frac{1}{R_2} \quad G_{41} = 0.05$$

$$G_{42} := G_{24} \quad G_{42} = 0.02$$

$$G_{43} := G_{34} \quad G_{43} = 0.025$$



$$J_{B2} := J_1 + \frac{E}{R_1}$$

$$J_{B2} = 50$$

$$J_{B4} := J_2$$

$$J_{B4} = 20$$

$$J_{B3} := \frac{E_6}{R_6}$$

$$J_{B3} = 1.5$$

Подставив найденные значения проводимостей и узловых токов в расчетную систему уравнений и найдем искомые потенциалы узлов 2 и 4:

$$\phi_2 := 1$$

$$\phi_3 := 1$$

$$\phi_4 := 1$$

Given

$$-G_{21} \cdot \phi_1 + G_{22} \cdot \phi_2 - G_{23} \cdot \phi_3 - G_{24} \cdot \phi_4 = J_{B2}$$

$$-G_{31} \cdot \phi_1 - G_{32} \cdot \phi_2 + G_{33} \cdot \phi_3 - G_{34} \cdot \phi_4 = J_{B3}$$

$$-G_{41} \cdot \phi_1 - G_{42} \cdot \phi_2 - G_{43} \cdot \phi_3 + G_{44} \cdot \phi_4 = J_{B4}$$

$$\begin{pmatrix} \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{pmatrix} := \text{Find}(\phi_2, \phi_3, \phi_4)$$

$$\phi_2 = 466.32 \quad \phi_3 = 407.335 \quad \phi_4 = 415.892$$

Токи ветвей схемы находим за законом Ома:

$$I_1 := \frac{\phi_2 - \phi_1 - E}{R_1}$$

$$I_1 = 21.632$$

$$I_2 := \frac{\phi_4 - \phi_1}{R_2}$$

$$I_2 = 20.795$$

$$I_3 := \frac{\phi_2 - \phi_3}{R_3}$$

$$I_3 = 2.359$$

$$I_4 := \frac{\phi_4 - \phi_3}{R_4}$$

$$I_4 = 0.214$$

$$I_5 := \frac{\phi_2 - \phi_4}{R_5}$$

$$I_5 = 1.009$$

$$I_6 := I_3 + I_4$$

$$I_6 = 2.573$$

Проверка:

За 1-м законом Кирхгофа:

$$I_6 - I_4 - I_3 = 0$$

$$-I_2 - I_4 + I_5 + J_2 = 3.055 \times 10^{-13}$$

$$-I_1 - I_5 - I_3 + J_1 = -2.544 \times 10^{-12}$$

$$I_1 + I_2 + I_6 - J_1 - J_2 = 2.245 \times 10^{-12}$$

За 2-м законом Кирхгофа:

$$E_6 - E = -100$$

$$-I_3 \cdot R_3 + I_1 \cdot R_1 - I_6 \cdot R_6 = -100$$

$$-I_1 \cdot R_1 + I_5 \cdot R_5 + I_2 \cdot R_2 = 250$$

$$E = 250$$

$$I_4 \cdot R_4 + I_5 \cdot R_5 - I_3 \cdot R_3 = 0$$

$$I_2 \cdot R_2 - I_4 \cdot R_4 - I_6 \cdot R_6 = 150$$

$$E_6 = 150$$

Баланс мощностей:

$$-E \cdot I_1 - E_6 \cdot I_6 + J_2 \cdot (I_2 \cdot R_2) + J_1 \cdot (I_1 \cdot R_1 + E) = 1.418 \times 10^4$$

$$I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6 = 1.418 \times 10^4$$

Потенциальная диаграмма

$$\phi_1 = 0$$

$$\phi_{3'} := \phi_1 + E_6$$

$$\phi_{3'} = 150$$

$$\phi_3 := \phi_{3'} + I_6 \cdot R_6$$

$$\phi_3 = 407.335$$

$$\phi_5 := \phi_3 + I_3 \cdot R_3$$

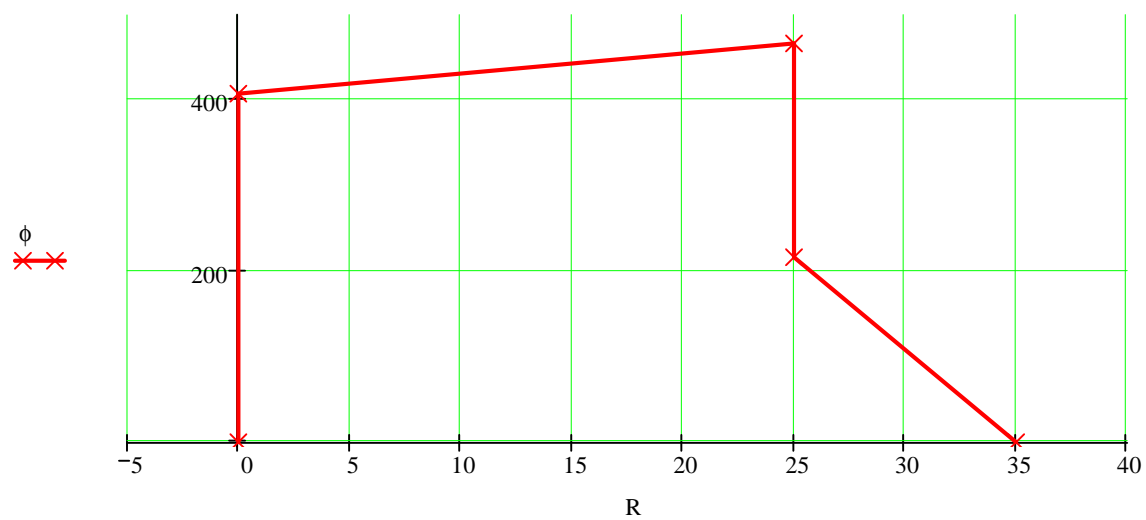
$$\phi_5 = 466.32$$

$$\phi_2 := \phi_5 - E$$

$$\phi_2 = 216.32$$

$$\phi_1 := \phi_2 - I_1 \cdot R_1$$

$$\phi_1 = 0$$



Метод эквивалентного генератора

Вырезавши из выходной схемы ветку с сопротивлением R_1 и источником питания E , получаем схему. В выходной схеме ток I_1 направленный от узла 2 к узлу 1, такое же направление выберем и для напряжения холостого хода U_{1X} .

Для нахождения напряжения U_{1X} сначала надо найти токи в ветвях с сопротивлениями R_6 и R_3 . Для этого воспользуемся методом контурных токов:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_6 + R_4 + R_2) - I_{K2} \cdot R_4 + J_1 \cdot R_2 + J_2 \cdot R_2 = E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_4 + I_{K2} \cdot (R_4 + R_3 + R_5) + J_1 \cdot R_5 = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2})$$

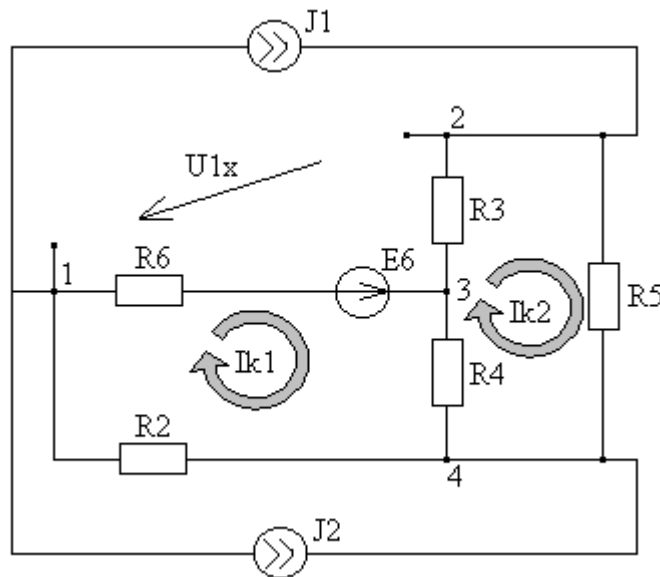
$$I_{K1} = -8.11 \quad I_{K2} = -13.69$$

Искомое напряжение холостого хода равно:

$$U_{1X} := -I_{K2} \cdot R_3 - I_{K1} \cdot R_6 + E_6 \quad U_{1X} = 1.303 \times 10^3$$

Эквивалентное сопротивление цепи равно:

$$R_E := \frac{\left(R_6 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4 + R_5} \right) \cdot \left(R_2 + \frac{R_4 \cdot R_5}{R_3 + R_4 + R_5} \right)}{\left(R_6 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4 + R_5} \right) + \left(R_2 + \frac{R_4 \cdot R_5}{R_3 + R_4 + R_5} \right)} + \frac{R_3 \cdot R_5}{R_3 + R_4 + R_5} \quad R_E = 38.69$$



Искомый ток, вырезаной ветки, равен:

$$I_1 := \frac{-E + U_{1X}}{R_E + R_1} \quad I_1 = 21.632$$

Метод наложения

В цепи действует только E:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_3 + R_6) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_3 = E$$

$$-I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_4 + R_5) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = 5.134 \quad I_{K2} = 3.82 \quad I_{K3} = 2.445$$

$$I_{1E} := I_{K1} \quad I_{1E} = 5.134$$

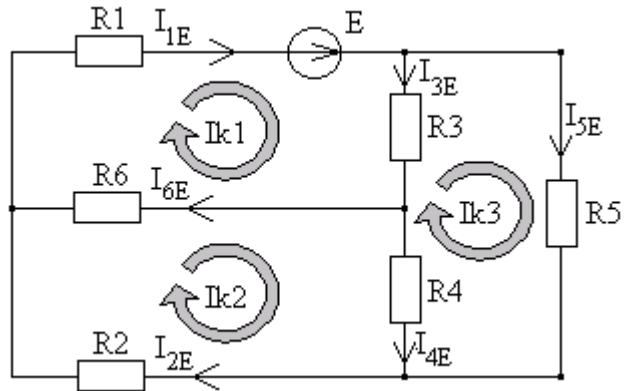
$$I_{2E} := I_{K2} \quad I_{2E} = 3.82$$

$$I_{3E} := I_{K1} - I_{K3} \quad I_{3E} = 2.689$$

$$I_{4E} := I_{K2} - I_{K3} \quad I_{4E} = 1.375$$

$$I_{5E} := I_{K3} \quad I_{5E} = 2.445$$

$$I_{6E} := I_{K1} - I_{K2} \quad I_{6E} = 1.314$$



В цепи действует только E6:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_3 + R_6) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_3 = -E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 = E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_4 + R_5) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -0.789 \quad I_{K2} = 0.44 \quad I_{K3} = -0.018$$

$$I_{1E6} := -I_{K1} \quad I_{1E6} = 0.789$$

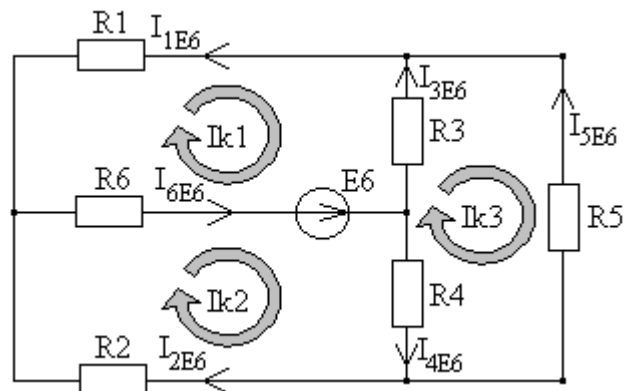
$$I_{2E6} := I_{K2} \quad I_{2E6} = 0.44$$

$$I_{3E6} := I_{K3} - I_{K1} \quad I_{3E6} = 0.77$$

$$I_{4E6} := I_{K2} - I_{K3} \quad I_{4E6} = 0.458$$

$$I_{5E6} := -I_{K3} \quad I_{5E6} = 0.018$$

$$I_{6E6} := I_{K2} - I_{K1} \quad I_{6E6} = 1.229$$



В цепи действует только J1:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_3 + R_6) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_3 - J_1 \cdot R_1 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_4 + R_5) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = 5.134 \quad I_{K2} = 3.82 \quad I_{K3} = 2.445$$

$$I_{1J1} := J_1 - I_{K1} \quad I_{1J1} = 19.866$$

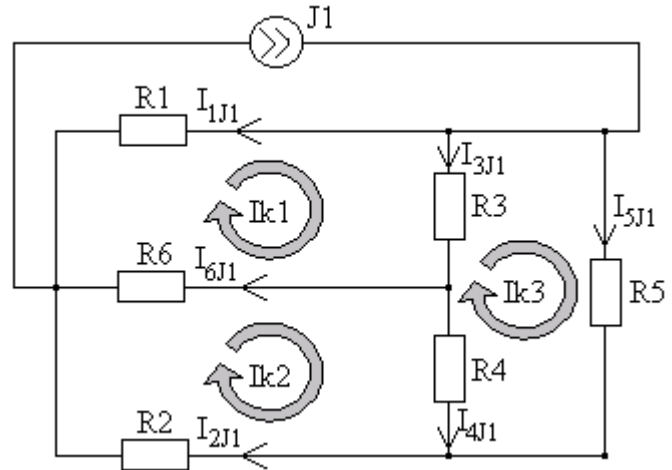
$$I_{2J1} := I_{K2} \quad I_{2J1} = 3.82$$

$$I_{3J1} := I_{K1} - I_{K3} \quad I_{3J1} = 2.689$$

$$I_{4J1} := I_{K2} - I_{K3} \quad I_{4J1} = 1.375$$

$$I_{5J1} := I_{K3} \quad I_{5J1} = 2.445$$

$$I_{6J1} := I_{K1} - I_{K2} \quad I_{6J1} = 1.314$$



В цепи действует только J2:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_3 + R_6) - I_{K2} \cdot R_6 - I_{K3} \cdot R_3 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_6 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 + J_2 \cdot R_2 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_4 + R_5) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -6.112 \quad I_{K2} = -7.286 \quad I_{K3} = -3.863$$

$$I_{1J2} := -I_{K1} \quad I_{1J2} = 6.112$$

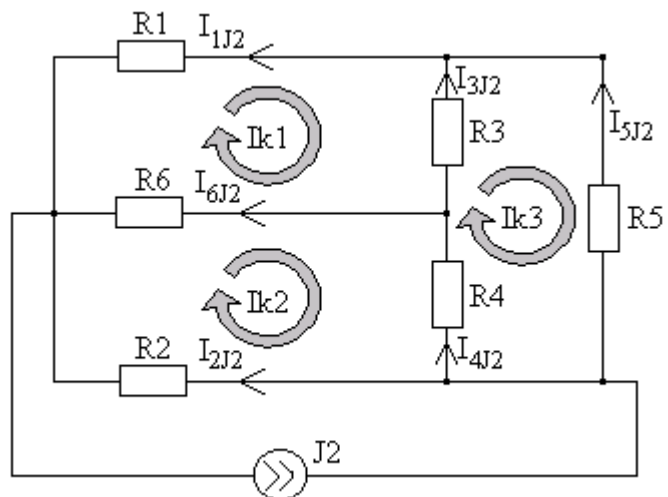
$$I_{2J2} := J_2 + I_{K2} \quad I_{2J2} = 12.714$$

$$I_{3J2} := I_{K3} - I_{K1} \quad I_{3J2} = 2.249$$

$$I_{4J2} := I_{K3} - I_{K2} \quad I_{4J2} = 3.423$$

$$I_{5J2} := -I_{K3} \quad I_{5J2} = 3.863$$

$$I_{6J2} := I_{K1} - I_{K2} \quad I_{6J2} = 1.174$$



В основной цепи действуют токи:

$$I_1 := -I_{1E} + I_{1E6} + I_{1J1} + I_{1J2}$$

$$I_1 = 21.632$$

$$I_2 := I_{2E} + I_{2E6} + I_{2J1} + I_{2J2}$$

$$I_2 = 20.795$$

$$I_3 := I_{3E} - I_{3E6} + I_{3J1} + I_{3J2}$$

$$I_3 = 6.858$$

$$I_4 := -I_{4E} - I_{4E6} - I_{4J1} + I_{4J2}$$

$$I_4 = 0.214$$

$$I_5 := I_{5E} - I_{5E6} + I_{5J1} - I_{5J2}$$

$$I_5 = 1.009$$

$$I_6 := I_{6E} - I_{6E6} + I_{6J1} + I_{6J2}$$

$$I_6 = 2.573$$