

**Министерство образования и науки Украины
Национальный технический университет Украины
“Киевский Политехнический Институт”
Кафедра ТОЭ**

Расчетно-графическая работа

“Расчёт цепей постоянного тока”

Вариант № 806

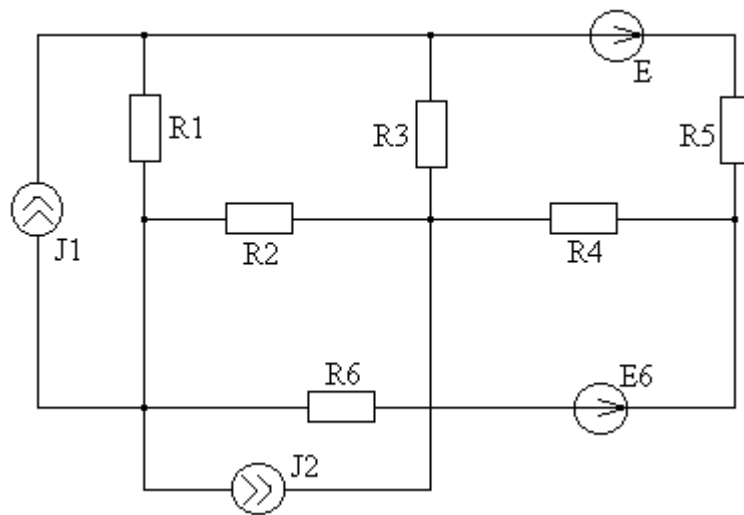
Выполнил:_____

Проверил:_____

Задание:

1. Найти токи в ветках данной электрической цепи методом узловых потенциалов и контурных токов. Проверить расчёт цепи при помощи законов Кирхгофа для каждого узла и независимого контура. Сложить и проверить уравнение баланса мощностей.
2. Построить потенциальную диаграмму для контура данной цепи.
3. Преобразовать данную цепь к трём независимым контурам. В полученной цепи найти токи в ветках методом наложения. Проверить расчеты цепи за законами Кирхгофа
4. Найти токи в ветках данной цепи методом эквивалентного генератора.

$$\begin{array}{llllll} R_1 := 5 & R_2 := 50 & R_3 := 40 & R_4 := 25 & R_5 := 20 & R_6 := 25 \\ E := 50 & E_6 := 100 & J_1 := 5 & J_2 := 25 & & \end{array}$$



Метод контурных токов

За вторым законом Кирхгофа составляем систему уравнений. Решая полученную систему уравнений, находим контурные токи.

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_3 + R_2) - I_{K2} \cdot R_3 - I_{K3} \cdot R_2 - J_1 \cdot R_1 + J_2 \cdot R_2 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 + I_{K2} \cdot (R_3 + R_4 + R_5) - I_{K3} \cdot R_4 = E$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_4 + R_6) - J_2 \cdot R_2 = -E_6$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -12.143$$

$$I_{K2} = -3.81$$

$$I_{K3} = 4.476$$

Токи ветвей схемы равны:

$$I_1 := J_1 - I_{K1} \quad I_1 = 17.143$$

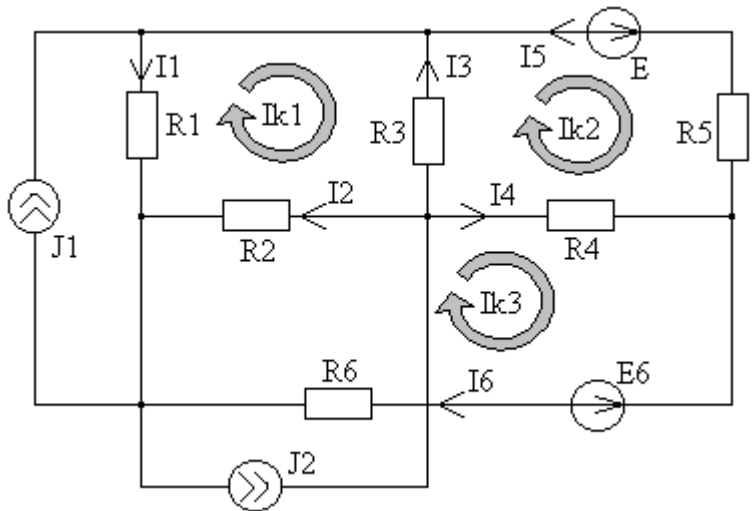
$$I_2 := J_2 + I_{K1} - I_{K3} \quad I_2 = 8.381$$

$$I_3 := I_{K2} - I_{K1} \quad I_3 = 8.333$$

$$I_4 := I_{K3} - I_{K2} \quad I_4 = 8.286$$

$$I_5 := -I_{K2} \quad I_5 = 3.81$$

$$I_6 := I_{K3} \quad I_6 = 4.476$$



Метод узловых потенциалов

Примем потенциал точки 1 равным 0: $\phi_1 := 0$

Найдем узловые и межузловые проводимости и узловые токи:

$$G_{22} := \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} \quad G_{22} = 0.275 \quad G_{44} := \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \quad G_{44} = 0.085$$

$$G_{33} := \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} \quad G_{33} = 0.13$$

$$G_{21} := \frac{1}{R_1} \quad G_{21} = 0.2$$

$$G_{23} := \frac{1}{R_5} \quad G_{23} = 0.05$$

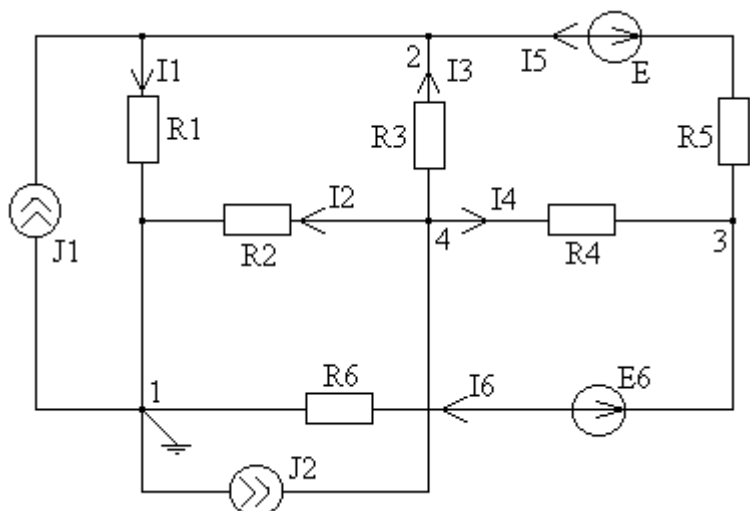
$$G_{24} := \frac{1}{R_3} \quad G_{24} = 0.025$$

$$G_{31} := \frac{1}{R_6} \quad G_{31} = 0.04$$

$$G_{32} := G_{23} \quad G_{32} = 0.05$$

$$G_{34} := \frac{1}{R_4} \quad G_{34} = 0.04$$

$$G_{41} := \frac{1}{R_2} \quad G_{41} = 0.02$$



$$G_{42} := G_{24} \quad G_{42} = 0.025$$

$$G_{43} := G_{34} \quad G_{43} = 0.04$$

$$J_{B2} := J_1 - \frac{E}{R_5} \quad J_{B2} = 2.5 \quad J_{B3} := \frac{E}{R_5} + \frac{E_6}{R_6} \quad J_{B3} = 6.5$$

$$J_{B4} := J_2 \quad J_{B4} = 25$$

Подставив найденные значения проводимостей и узловых токов в расчетную систему уравнений и найдем искомые потенциалы узлов:

$$\phi_2 := 1 \quad \phi_3 := 1 \quad \phi_4 := 1$$

Given

$$-G_{21} \cdot \phi_1 + G_{22} \cdot \phi_2 - G_{23} \cdot \phi_3 - G_{24} \cdot \phi_4 = J_{B2}$$

$$-G_{31} \cdot \phi_1 - G_{32} \cdot \phi_2 + G_{33} \cdot \phi_3 - G_{34} \cdot \phi_4 = J_{B3}$$

$$-G_{41} \cdot \phi_1 - G_{42} \cdot \phi_2 - G_{43} \cdot \phi_3 + G_{44} \cdot \phi_4 = J_{B4}$$

$$\begin{pmatrix} \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{pmatrix} := \text{Find}(\phi_2, \phi_3, \phi_4) \quad \phi_1 = 0 \quad \phi_2 = 85.714 \quad \phi_3 = 211.905 \quad \phi_4 = 419.048$$

Токи ветвей схемы находим за законом Ома:

$$I_1 := \frac{\phi_2 - \phi_1}{R_1} \quad I_1 = 17.143$$

$$I_2 := \frac{\phi_4 - \phi_1}{R_2} \quad I_2 = 8.381$$

$$I_3 := \frac{\phi_4 - \phi_2}{R_3} \quad I_3 = 8.333$$

$$I_4 := \frac{\phi_4 - \phi_3}{R_4} \quad I_4 = 8.286$$

$$I_5 := \frac{\phi_3 - \phi_2 - E}{R_5} \quad I_5 = 3.81$$

$$I_6 := I_4 - I_5 \quad I_6 = 4.476$$

Проверка:

За 1-м законом Кирхгофа:

$$I_6 - I_4 + I_5 = 0 \quad I_2 + I_4 + I_3 - J_2 = -6.537 \times 10^{-13}$$

$$I_1 - I_5 - I_3 - J_1 = -6.928 \times 10^{-14} \quad I_1 + I_2 + I_6 - J_1 - J_2 = -7.248 \times 10^{-13}$$

За 2-м законом Кирхгофа:

$$E_6 - E = 50 \quad I_5 \cdot R_5 + I_1 \cdot R_1 - I_6 \cdot R_6 = 50$$

$$I_3 \cdot R_3 - I_5 \cdot R_5 - I_4 \cdot R_4 = 50 \quad E = 50$$

$$-I_2 \cdot R_2 + I_1 \cdot R_1 + I_3 \cdot R_3 = -5.684 \times 10^{-14}$$

$$I_2 \cdot R_2 - I_6 \cdot R_6 - I_4 \cdot R_4 = 100 \quad E_6 = 100$$

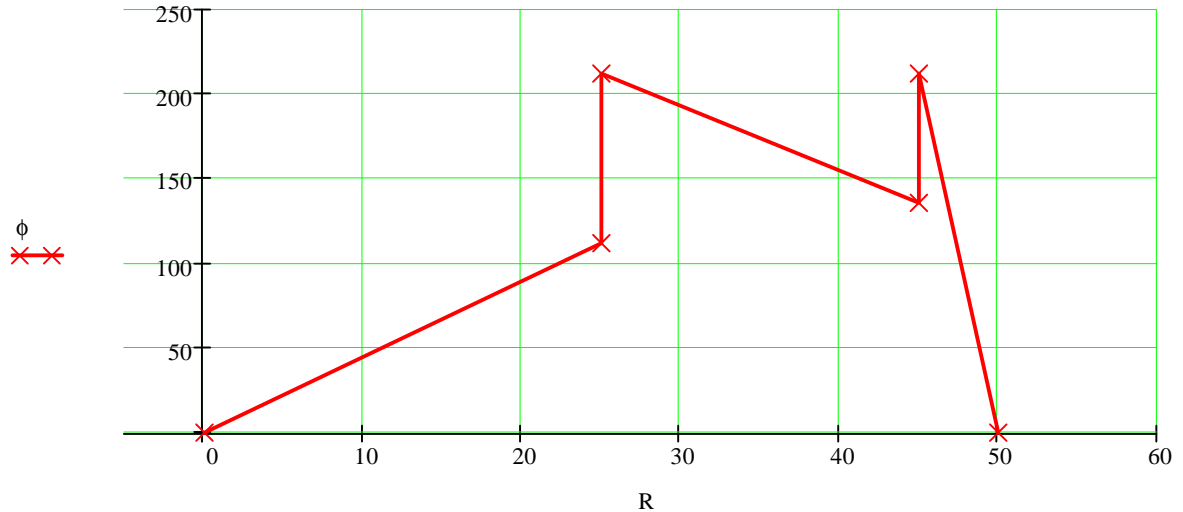
Баланс мощностей:

$$-E \cdot I_5 - E_6 \cdot I_6 + J_2 \cdot (I_2 \cdot R_2) + J_1 \cdot (I_1 \cdot R_1) = 1.027 \times 10^4$$

$$I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6 = 1.027 \times 10^4$$

Потенциальная диаграмма

$$\begin{aligned}\phi_1 &= 0 \\ \phi_{3'} &:= \phi_1 + I_6 \cdot R_6 & \phi_{3'} &= 111.905 \\ \phi_3 &:= \phi_{3'} + E_6 & \phi_3 &= 211.905 \\ \phi_5 &:= \phi_3 - I_5 \cdot R_5 & \phi_5 &= 135.714 \\ \phi_2 &:= \phi_5 - E & \phi_2 &= 85.714 \\ \phi_1 &:= \phi_2 - I_1 \cdot R_1 & \phi_1 &= -4.547 \times 10^{-13}\end{aligned}$$



Метод эквивалентного генератора

Вырезавши из выходной схемы ветку с сопротивлением R_5 и источником питания E , получаем схему. В выходной схеме ток I_5 направленный от узла 2 к узлу 3, такое же направление выберем и для напряжения холостого хода U_{1x} .

Для нахождения напряжения U_{1x} сначала надо найти токи в ветвях с сопротивлениями R_3 и R_4 . Для этого воспользуемся методом контурных токов:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_3) - I_{K2} \cdot R_2 - J_1 \cdot R_1 + J_2 \cdot R_2 = 0$$

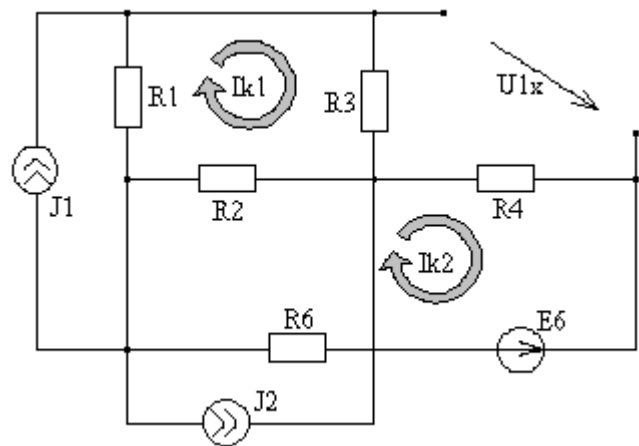
$$-I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_4 + R_2 + R_6) - J_2 \cdot R_2 = -E_6$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2})$$

$$I_{K1} = -9.286 \quad I_{K2} = 6.857$$

Искомое напряжение холостого хода равно:

$$U_{1X} := -I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_4 \quad U_{1X} = 200$$



Эквивалентное сопротивление цепи равно:

$$R_E := \frac{\left(R_4 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \right) \cdot \left(R_6 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \right)}{\left(R_4 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \right) + \left(R_6 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \right)} + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \quad R_E = 19.375$$

Искомый ток, вырезанной ветки, равен:

$$I_5 := -\frac{E - U_{1X}}{R_E + R_5} \quad I_5 = 3.81$$

Метод наложения

В цепи действует только E:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_3 + R_2) - I_{K2} \cdot R_3 - I_{K3} \cdot R_2 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 + I_{K2} \cdot (R_3 + R_4 + R_5) - I_{K3} \cdot R_4 = E$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_4 + R_6) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = 0.952 \quad I_{K2} = 1.27 \quad I_{K3} = 0.794$$

$$I_{1E} := I_{K1} \quad I_{1E} = 0.952$$

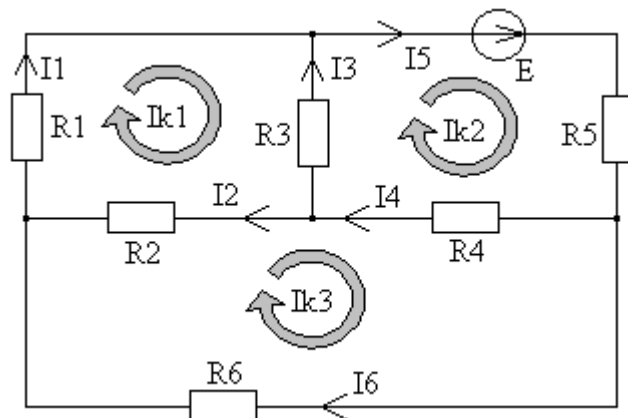
$$I_{2E} := I_{K1} - I_{K3} \quad I_{2E} = 0.159$$

$$I_{3E} := I_{K2} - I_{K1} \quad I_{3E} = 0.317$$

$$I_{4E} := I_{K2} - I_{K3} \quad I_{4E} = 0.476$$

$$I_{5E} := I_{K2} \quad I_{5E} = 1.27$$

$$I_{6E} := I_{K3} \quad I_{6E} = 0.794$$



В цепи действует только Е6:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_3 + R_2) - I_{K2} \cdot R_3 - I_{K3} \cdot R_2 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 + I_{K2} \cdot (R_3 + R_4 + R_5) - I_{K3} \cdot R_4 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_4 + R_6) = -E_6$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -1.905 \quad I_{K2} = -1.587 \quad I_{K3} = -2.349$$

$$I_{1E6} := -I_{K1} \quad I_{1E6} = 1.905$$

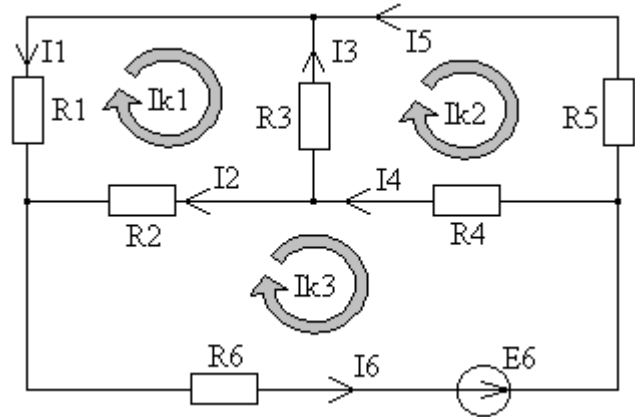
$$I_{2E6} := I_{K1} - I_{K3} \quad I_{2E6} = 0.444$$

$$I_{3E6} := I_{K2} - I_{K1} \quad I_{3E6} = 0.317$$

$$I_{4E6} := I_{K2} - I_{K3} \quad I_{4E6} = 0.762$$

$$I_{5E6} := -I_{K2} \quad I_{5E6} = 1.587$$

$$I_{6E6} := -I_{K3} \quad I_{6E6} = 2.349$$



В цепи действует только J1:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_3 + R_2) - I_{K2} \cdot R_3 - I_{K3} \cdot R_2 - J_1 \cdot R_1 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 + I_{K2} \cdot (R_3 + R_4 + R_5) - I_{K3} \cdot R_4 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_4 + R_6) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = 0.714 \quad I_{K2} = 0.476 \quad I_{K3} = 0.476$$

$$I_{1J1} := J_1 - I_{K1} \quad I_{1J1} = 4.286$$

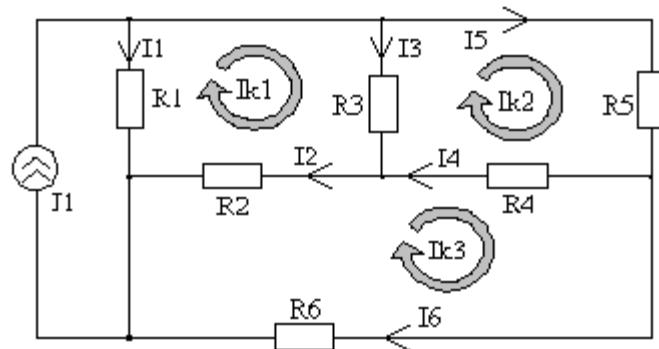
$$I_{2J1} := I_{K1} - I_{K3} \quad I_{2J1} = 0.238$$

$$I_{3J1} := I_{K1} - I_{K2} \quad I_{3J1} = 0.238$$

$$I_{4J1} := I_{K2} - I_{K3} \quad I_{4J1} = 0$$

$$I_{5J1} := I_{K2} \quad I_{5J1} = 0.476$$

$$I_{6J1} := I_{K3} \quad I_{6J1} = 0.476$$



В цепи действует только J2:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_3 + R_2) - I_{K2} \cdot R_3 - I_{K3} \cdot R_2 + J_2 \cdot R_2 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 + I_{K2} \cdot (R_3 + R_4 + R_5) - I_{K3} \cdot R_4 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_2 + R_4 + R_6) - J_2 \cdot R_2 = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -11.905 \quad I_{K2} = -3.968 \quad I_{K3} = 5.556$$

$$I_{1J2} := -I_{K1} \quad I_{1J2} = 11.905$$

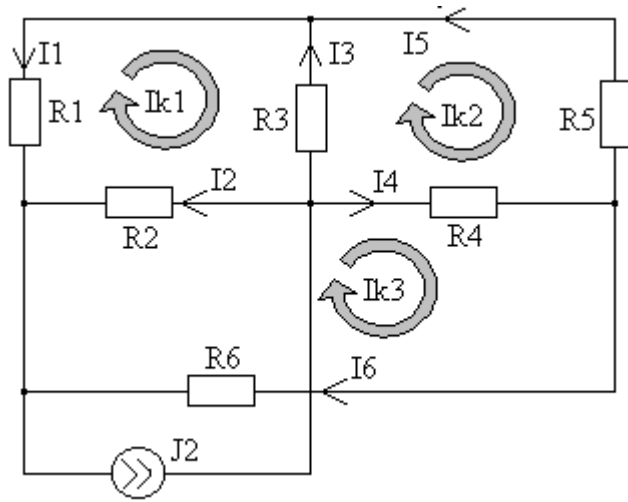
$$I_{2J2} := J_2 + I_{K1} - I_{K3} \quad I_{2J2} = 7.54$$

$$I_{3J2} := I_{K2} - I_{K1} \quad I_{3J2} = 7.937$$

$$I_{4J2} := I_{K3} - I_{K2} \quad I_{4J2} = 9.524$$

$$I_{5J2} := -I_{K2} \quad I_{5J2} = 3.968$$

$$I_{6J2} := I_{K3} \quad I_{6J2} = 5.556$$



В основной цепи действуют токи:

$$I_1 := -I_{1E} + I_{1E6} + I_{1J1} + I_{1J2} \quad I_1 = 17.143$$

$$I_2 := I_{2E} + I_{2E6} + I_{2J1} + I_{2J2} \quad I_2 = 8.381$$

$$I_3 := I_{3E} + I_{3E6} - I_{3J1} + I_{3J2} \quad I_3 = 8.333$$

$$I_4 := -I_{4E} - I_{4E6} - I_{4J1} + I_{4J2} \quad I_4 = 8.286$$

$$I_5 := -I_{5E} + I_{5E6} - I_{5J1} + I_{5J2} \quad I_5 = 3.81$$

$$I_6 := I_{6E} - I_{6E6} + I_{6J1} + I_{6J2} \quad I_6 = 4.476$$

Проверка:

За 1-м законом Кирхгофа:

$$I_6 - I_4 + I_5 = 0$$

$$I_2 + I_4 + I_3 - J_2 = 0$$

$$I_1 - I_5 - I_3 - J_1 = 0$$

$$I_1 + I_2 + I_6 - J_1 - J_2 = 0$$