

**Министерство образования и науки Украины  
Национальный технический университет Украины  
“Киевский Политехнический Институт”  
Кафедра ТОЭ**

***Расчетно-графическая работа***

*“Расчёт цепей постоянного тока”*

*Вариант № 711*

Выполнил:\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

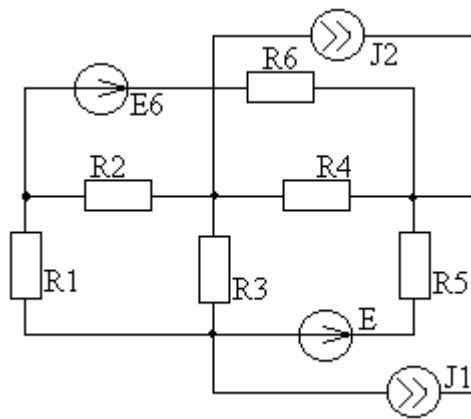
Проверил:\_\_\_\_\_

Киев 2006

### Задание:

1. Найти токи в ветках данной электрической цепи методом узловых потенциалов и контурных токов. Проверить расчёт цепи при помощи законов Кирхгофа для каждого узла и независимого контура. Сложить и проверить уравнение баланса мощностей.
2. Построить потенциальную диаграмму для контура данной цепи.
3. Найти токи в ветках методом наложения. Проверить расчеты цепи за законами Кирхгофа.
4. Найти токи в ветвях данной цепи методом эквивалентного генератора.

$$\begin{array}{llllll} R_1 := 50 & R_2 := 40 & R_3 := 25 & R_4 := 20 & R_5 := 10 & R_6 := 100 \\ E := 100 & E_6 := 200 & J_1 := 10 & J_2 := 15 & & \end{array}$$



## **Метод контурных токов**

За вторым законом Кирхгофа составляем систему уравнений. Решая полученную систему уравнений, находим контурные токи.

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

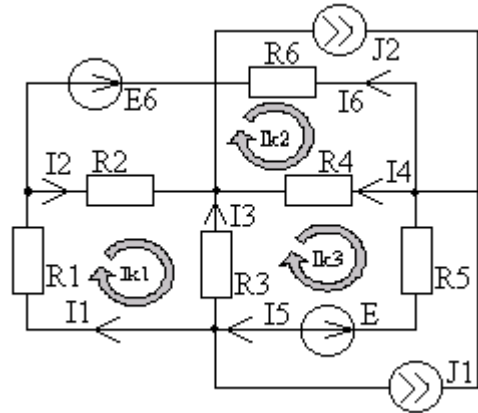
$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_3) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_3 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_4 + R_2 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 + J_2 \cdot R_4 = E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_4 + R_5) + J_1 \cdot R_5 - J_2 \cdot R_4 = -E$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = 0.285 \quad I_{K2} = -0.325 \quad I_{K3} = 1.829$$



Токи ветвей схемы равны:

$$I_1 := I_{K1} \quad I_1 = 0.285$$

$$I_2 := I_{K1} - I_{K2} \quad I_2 = 0.61$$

$$I_3 := I_{K3} - I_{K1} \quad I_3 = 1.545$$

$$I_4 := I_{K2} + J_2 - I_{K3} \quad I_4 = 12.846$$

$$I_5 := I_{K3} + J_1 \quad I_5 = 11.829$$

$$I_6 := -I_{K2} \quad I_6 = 0.325$$

## **Метод узловых потенциалов**

Примем потенциал точки 1 равным 0:  $\phi_1 := 0$

Найдем узловые и межузловые проводимости и узловые токи:

$$G_{22} := \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \quad G_{22} = 0.115$$

$$G_{44} := \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} \quad G_{44} = 0.16$$

$$G_{33} := \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} \quad G_{33} = 0.16$$

$$G_{21} := \frac{1}{R_2} \quad G_{21} = 0.025$$

$$G_{23} := \frac{1}{R_4} \quad G_{23} = 0.05$$

$$G_{24} := \frac{1}{R_3} \quad G_{24} = 0.04$$

$$G_{31} := \frac{1}{R_6} \quad G_{31} = 0.01$$

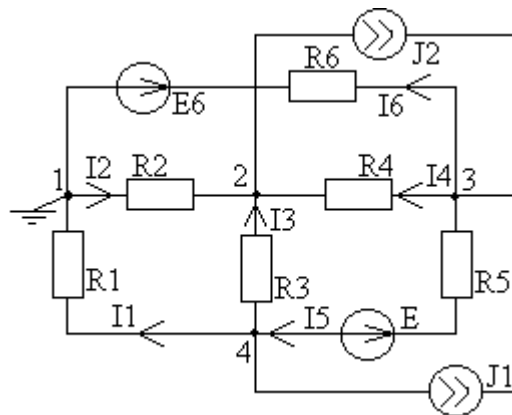
$$G_{32} := G_{23} \quad G_{32} = 0.05$$

$$G_{34} := \frac{1}{R_5} \quad G_{34} = 0.1$$

$$G_{42} := G_{24} \quad G_{42} = 0.04$$

$$G_{41} := \frac{1}{R_1} \quad G_{41} = 0.02$$

$$G_{43} := G_{34} \quad G_{43} = 0.1$$



$$J_{B2} := -J_2 \quad J_{B2} = -15 \quad J_{B3} := J_1 + J_2 + \frac{E}{R_5} + \frac{E_6}{R_6} \quad J_{B3} = 37$$

$$J_{B4} := -J_1 - \frac{E}{R_5} \quad J_{B4} = -20$$

Подставив найденные значения проводимостей и узловых токов в расчетную систему уравнений и найдем искомые потенциалы узлов:

$$\phi_2 := 1 \quad \phi_3 := 1 \quad \phi_4 := 1$$

Given

$$-G_{21} \cdot \phi_1 + G_{22} \cdot \phi_2 - G_{23} \cdot \phi_3 - G_{24} \cdot \phi_4 = J_{B2}$$

$$-G_{31} \cdot \phi_1 - G_{32} \cdot \phi_2 + G_{33} \cdot \phi_3 - G_{34} \cdot \phi_4 = J_{B3}$$

$$-G_{41} \cdot \phi_1 - G_{42} \cdot \phi_2 - G_{43} \cdot \phi_3 + G_{44} \cdot \phi_4 = J_{B4}$$

$$\begin{pmatrix} \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{pmatrix} := \text{Find}(\phi_2, \phi_3, \phi_4)$$

$$\phi_1 = 0 \quad \phi_2 = -24.39 \quad \phi_3 = 232.52 \quad \phi_4 = 14.228$$

Токи ветвей схемы находим за законом Ома:

$$I_1 := \frac{\phi_4 - \phi_1}{R_1} \quad I_1 = 0.285$$

$$I_2 := \frac{\phi_1 - \phi_2}{R_2} \quad I_2 = 0.61$$

$$I_3 := \frac{\phi_4 - \phi_2}{R_3} \quad I_3 = 1.545$$

$$I_4 := \frac{\phi_3 - \phi_2}{R_4} \quad I_4 = 12.846$$

$$I_5 := \frac{\phi_3 - \phi_4 - E}{R_5} \quad I_5 = 11.829$$

$$I_6 := I_2 - I_1 \quad I_6 = 0.325$$

### Проверка:

За 1-м законом Кирхгофа:

$$I_6 + I_1 - I_2 = 0$$

$$I_6 + I_4 + I_5 - J_1 - J_2 = -5.116 \times 10^{-13}$$

$$-I_3 - I_2 - I_4 + J_2 = 1.563 \times 10^{-13}$$

$$-I_1 - I_3 + I_5 - J_1 = -3.517 \times 10^{-13}$$

За 2-м законом Кирхгофа:

$$E_6 - E = 100$$

$$I_5 \cdot R_5 + I_1 \cdot R_1 - I_6 \cdot R_6 = 100$$

$$-I_5 \cdot R_5 + I_4 \cdot R_4 - I_3 \cdot R_3 = 100$$

$$E = 100$$

$$-I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3 = 0$$

$$I_4 \cdot R_4 - I_2 \cdot R_2 - I_6 \cdot R_6 = 200$$

$$E_6 = 200$$

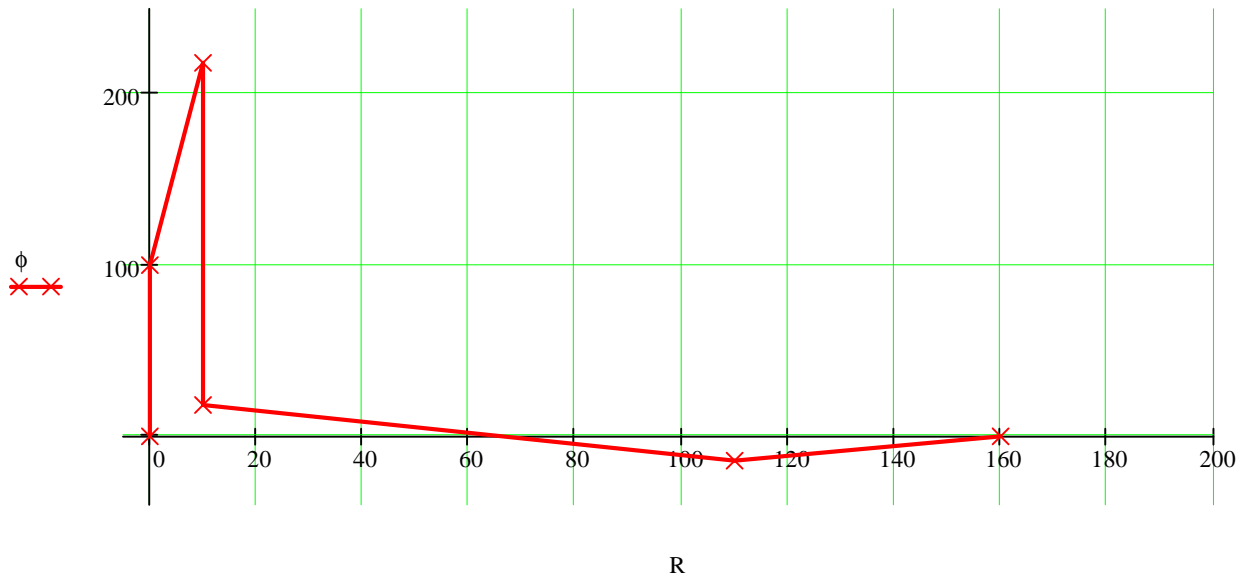
Баланс мощностей:

$$-E \cdot I_5 - E_6 \cdot I_6 + J_1 \cdot (I_5 \cdot R_5 + E) + J_2 \cdot (I_4 \cdot R_4) = 4.789 \times 10^3$$

$$I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6 = 4.789 \times 10^3$$

## Потенциальная диаграмма

$$\begin{aligned}
 \phi_1 &= 0 \\
 \phi_2 &:= \phi_1 + E & \phi_2 &= 100 \\
 \phi_3 &:= \phi_2 + I_5 \cdot R_5 & \phi_3 &= 218.293 \\
 \phi_4 &:= \phi_3 - E_6 & \phi_4 &= 18.293 \\
 \phi_5 &:= \phi_4 - I_6 \cdot R_6 & \phi_5 &= -14.228 \\
 \phi_1 &:= \phi_5 + I_1 \cdot R_1 & \phi_1 &= 1.396 \times 10^{-10}
 \end{aligned}$$



## Метод наложения

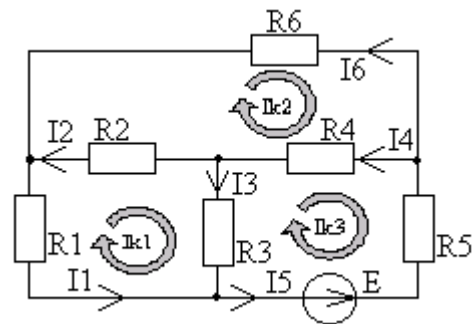
В цепи действует только E:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$\begin{aligned}
 I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_3) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_3 &= 0 \\
 -I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_4 + R_2 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 &= 0 \\
 -I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_4 + R_5) &= -E \\
 \begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} &:= \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})
 \end{aligned}$$

$$I_{K1} = -0.65 \quad I_{K2} = -0.447 \quad I_{K3} = -2.276$$



Токи ветвей схемы равны:

$$\begin{aligned}
 I_{1E} &:= -I_{K1} & I_{1E} &= 0.65 \\
 I_{2E} &:= I_{K2} - I_{K1} & I_{2E} &= 0.203 \\
 I_{3E} &:= I_{K1} - I_{K3} & I_{3E} &= 1.626 \\
 I_{4E} &:= I_{K2} - I_{K3} & I_{4E} &= 1.829 \\
 I_{5E} &:= -I_{K3} & I_{5E} &= 2.276 \\
 I_{6E} &:= -I_{K2} & I_{6E} &= 0.447
 \end{aligned}$$

В цепи действует только Е6:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_3) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_3 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_4 + R_2 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 = E_6$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_4 + R_5) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = 0.732 \quad I_{K2} = 1.545 \quad I_{K3} = 0.894$$

$$I_{1E6} := I_{K1} \quad I_{1E6} = 0.732$$

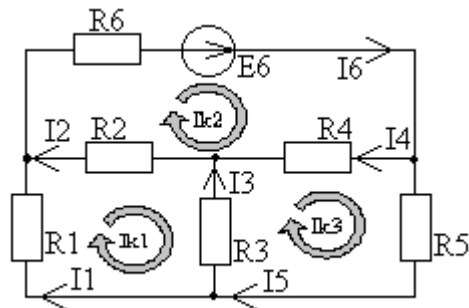
$$I_{2E6} := I_{K2} - I_{K1} \quad I_{2E6} = 0.813$$

$$I_{3E6} := I_{K3} - I_{K1} \quad I_{3E6} = 0.163$$

$$I_{4E6} := I_{K2} - I_{K3} \quad I_{4E6} = 0.65$$

$$I_{5E6} := I_{K3} \quad I_{5E6} = 0.894$$

$$I_{6E6} := I_{K2} \quad I_{6E6} = 1.545$$



В цепи действует только J1:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_3) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_3 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_4 + R_2 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_4 + R_5) + J_1 \cdot R_5 = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = -0.65 \quad I_{K2} = -0.447 \quad I_{K3} = -2.276$$

$$I_{1J1} := -I_{K1} \quad I_{1J1} = 0.65$$

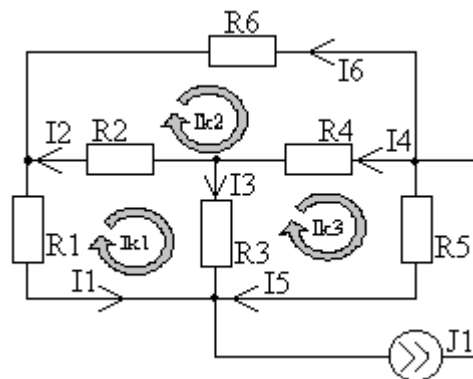
$$I_{2J1} := I_{K2} - I_{K1} \quad I_{2J1} = 0.203$$

$$I_{3J1} := I_{K1} - I_{K3} \quad I_{3J1} = 1.626$$

$$I_{4J1} := I_{K2} - I_{K3} \quad I_{4J1} = 1.829$$

$$I_{5J1} := J_1 + I_{K3} \quad I_{5J1} = 7.724$$

$$I_{6J1} := -I_{K2} \quad I_{6J1} = 0.447$$



В цепи действует только J2:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1 \quad I_{K3} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_3) - I_{K2} \cdot R_2 - I_{K3} \cdot R_3 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_4 + R_2 + R_6) - I_{K3} \cdot R_4 + J_2 \cdot R_4 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_3 - I_{K2} \cdot R_4 + I_{K3} \cdot (R_3 + R_4 + R_5) - J_2 \cdot R_4 = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2}, I_{K3})$$

$$I_{K1} = 0.854 \quad I_{K2} = -0.976 \quad I_{K3} = 5.488$$

$$I_{1J2} := I_{K1} \quad I_{1J2} = 0.854$$

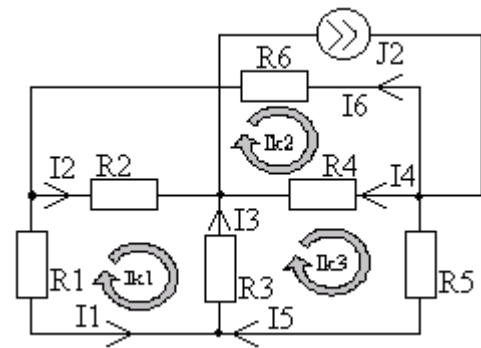
$$I_{2J2} := I_{K1} - I_{K2} \quad I_{2J2} = 1.829$$

$$I_{3J2} := I_{K3} - I_{K1} \quad I_{3J2} = 4.634$$

$$I_{4J2} := I_{K2} + J_2 - I_{K3} \quad I_{4J2} = 8.537$$

$$I_{5J2} := I_{K3} \quad I_{5J2} = 5.488$$

$$I_{6J2} := -I_{K2} \quad I_{6J2} = 0.976$$



В основной цепи действуют токи:

$$I_1 := -I_{1E} + I_{1E6} - I_{1J1} + I_{1J2} \quad I_1 = 0.285$$

$$I_2 := -I_{2E} - I_{2E6} - I_{2J1} + I_{2J2} \quad I_2 = 0.61$$

$$I_3 := -I_{3E} + I_{3E6} - I_{3J1} + I_{3J2} \quad I_3 = 1.545$$

$$I_4 := I_{4E} + I_{4E6} + I_{4J1} + I_{4J2} \quad I_4 = 12.846$$

$$I_5 := -I_{5E} + I_{5E6} + I_{5J1} + I_{5J2} \quad I_5 = 11.829$$

$$I_6 := I_{6E} - I_{6E6} + I_{6J1} + I_{6J2} \quad I_6 = 0.325$$

### Проверка:

За 1-м законом Кирхгофа:

$$I_6 + I_1 - I_2 = 0$$

$$I_6 + I_4 + I_5 - J_1 - J_2 = 0$$

$$-I_3 - I_2 - I_4 + J_2 = 3.553 \times 10^{-15}$$

$$-I_1 - I_3 + I_5 - J_1 = 0$$

## Метод эквивалентного генератора

Вырезавши из выходной схемы ветку с сопротивлением  $R_5$  и источником питания  $E$ , получаем схему. В выходной схеме ток  $I_5$  направленный от узла 3 к узлу 4, такое же направление выберем и для напряжения холостого хода  $U_{1x}$ .

Для нахождения напряжения  $U_{1x}$  сначала надо найти ток в ветви с сопротивлениями  $R_3$  и  $R_4$ . Для этого воспользуемся методом контурных токов:

$$I_{K1} := 1 \quad I_{K2} := 1$$

Given

$$I_{K1} \cdot (R_1 + R_2 + R_3) - I_{K2} \cdot R_2 + J_1 \cdot R_3 = 0$$

$$-I_{K1} \cdot R_2 + I_{K2} \cdot (R_2 + R_4 + R_6) + J_1 \cdot R_4 + J_2 \cdot R_4 = E_6$$

$$\begin{pmatrix} I_{K1} \\ I_{K2} \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{K1}, I_{K2})$$

$$I_{K1} = -3.095 \quad I_{K2} = -2.649$$

Искомое напряжение холостого хода равно:

$$U_{1X} := (I_{K1} + J_1) \cdot R_3 + (I_{K2} + J_1 + J_2) \cdot R_4 \quad U_{1X} = 619.643$$

Эквивалентное сопротивление цепи равно:

$$R_E := \frac{\left( R_6 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \right) \cdot \left( R_4 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \right)}{\left( R_6 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \right) + \left( R_4 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \right)} + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \quad R_E = 33.929$$

Искомый ток, вырезанной ветки, равен:

$$I_5 := \frac{-E + U_{1X}}{R_E + R_5} \quad I_5 = 11.829$$

