

## Вариант № = 363

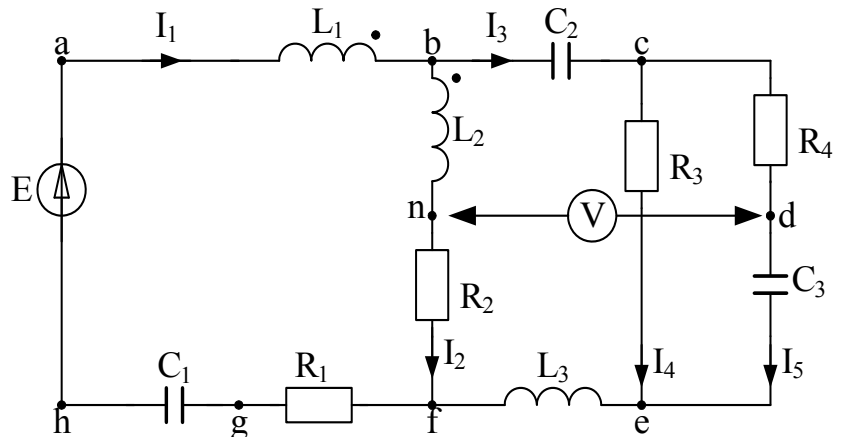
В электрической цепи действует источник синусоидальной ЭДС  $e(\omega t) = E\sqrt{2} \sin(\omega t + \psi)$ .  
 Схема цепи приведенные на рис. 1. Действующее значение ЭДС  $E$  источника, начальная фаза  $\psi$  и значение параметров цепи заданы.

Исходные данные:

$E = 140(\text{В})$	$x_{L1} = 40(\text{Ом})$
$\psi = -45^\circ$	$x_{L2} = 35(\text{Ом})$
$R_1 = 9(\text{Ом})$	$x_{L3} = 25(\text{Ом})$
$R_2 = 11(\text{Ом})$	$x_{C1} = 15(\text{Ом})$
$R_3 = 13(\text{Ом})$	$x_{C2} = 10(\text{Ом})$
$R_4 = 15(\text{Ом})$	$x_{C3} = 8(\text{Ом})$
$f = 50(\text{Гц})$	$x_m = 20(\text{Ом})$

Тип схемы = "П"

$$\omega = 2\pi f = 2\pi 50 = 314.159 \left( \frac{\text{рад}}{\text{с}} \right)$$



### I. Для электрической цепи без взаимной индукции:

- рассчитать все токи комплексным методом, определить показание вольтметра;
- составить баланс активных  $P$  и реактивных  $Q$  мощностей цепи;
- построить совмещенные: векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений;
- принять сопротивление  $R_2=0$  и считая сопротивление этой ветви неизвестным определить его из условия резонанса токов. Найти эквивалентную индуктивность или емкость для заданной частоты;
- рассчитать токи для резонансного состояния, определить показания вольтметра, проверить правильность расчетов по балансу мощностей;
- рассчитать (найти нули и полюса) и построить частотную характеристику входного сопротивления цепи. Активные сопротивления не учитывать.

### II. При наличии магнитной связи между индуктивными элементами $L_1$ и $L_2$

(одноименные концы элементов отмечены на схеме точками):

- преобразовав схему до двух независимых контуров, рассчитать токи во всех ветках методом контурных токов, определить показания вольтметра;
- проверить правильность расчетов по балансу мощностей, определить активную  $P_m$  и реактивную  $Q_m$  мощности магнитной связи;
- построить совмещенные: векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений (на диаграмме показать напряжения взаимной индукции  $U_m$ ).

### III. Отбросив крайнюю ветку между полюсами 2, 2' устранить магнитную связь.

Полученную схему рассматривать как четырехполюсник и полюсами 1,1' и 2, 2':

- рассчитать коэффициенты четырехполюсника (в форме  $A$ );
- найти ЭДС  $E$  и ток  $I_1$  на входе четырехполюсника при которых на выходе  $U_2=100(\text{В})$ ,  $I_2=1(\text{А})$ , а угол сдвига фаз между синусоидами напряжения и тока  $f_2=30^\circ$ . Сделать проверку, нагрузив 4-полюсник на соответствующее сопротивление.
- рассчитать параметры  $R, L, C$  ветвей схемы замещения («Т» или «П»)
- определить вторичные параметры четырехполюсника (характеристические сопротивления  $Z_{c1}$ ,  $Z_{c2}$  и постоянную передачи  $g$ ;
- в согласованном режиме четырехполюсника по вторичными параметрами определить комплексы напряжения  $U_2$  и тока  $I_2$  (на выходе четырехполюсника) при заданной ЭДС на входе. Сделать проверку для схемы замещения.

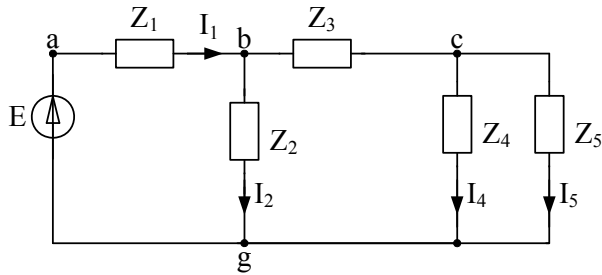
# I. Для электрической цепи без взаимной индукции:

а) рассчитать все токи комплексным методом, определить показание вольтметра:

значение Э.Д.С. в комплексной форме:

$$E = E e^{j\psi} = 98.9949 - 98.9949j = 140 e^{-45j}$$

сопротивление ветвей



$$z_1 = R_1 + j(x_{L1} - x_{c1}) = 9 + 25j = 26.5707 e^{70.2011j}$$

$$z_2 = R_2 + j x_{L2} = 11 + 35j = 36.6879 e^{72.5528j}$$

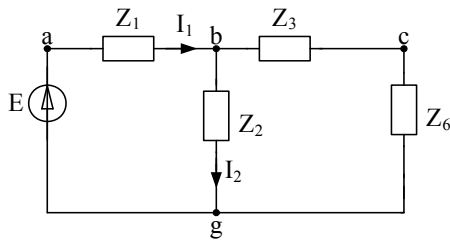
$$z_3 = j(x_{L3} - x_{c2}) = j(25 - 10) = 15j = 15 e^{90j}$$

$$z_4 = R_3 = 13$$

$$z_5 = R_4 - j x_{c3} = 15 - 8j = 17 e^{-28.0725j}$$

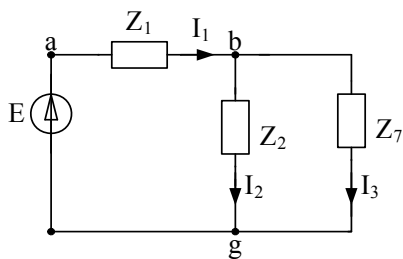
Определение эквивалентного сопротивления:

эквивалентное сопротивление параллельно соединенных ветвей с сопротивлениями  $Z_4$  и  $Z_5$



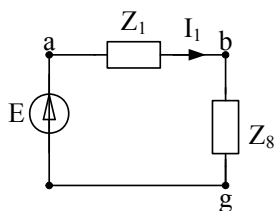
$$z_6 = \frac{z_4 z_5}{z_4 + z_5} = \frac{13 \cdot 17 e^{-28.0725j}}{13 + 15 - 8j} = 7.4198 - 1.5943j = 7.5892 e^{-12.1271j}$$

эквивалентное сопротивление последовательно соединенных сопротивлений  $Z_3$  и  $Z_6$



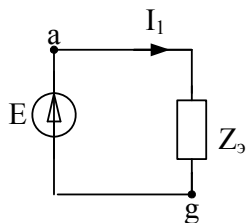
$$z_7 = z_3 + z_6 = 15j + 7.4198 - 1.5943j = 7.4198 + 13.4057j = 15.3221 e^{61.0362j}$$

эквивалентное сопротивление параллельно соединенных ветвей с сопротивлениями  $Z_2$  и  $Z_7$



$$z_8 = \frac{z_7 z_2}{z_7 + z_2} = \frac{15.3221 e^{61.0362j} \cdot 36.6879 e^{72.5528j}}{7.4198 + 13.4057j + 11 + 35j} = 4.6859 + 9.7901j = 10.8537 e^{64.4223j}$$

Эквивалентное сопротивление цепи относительно зажимов источника ЭДС E



$$Z_3 = Z_1 + Z_8 = 9 + 25j + 4.6859 + 9.7901j = 13.6859 + 34.7901j = 37.3852e^{68.526j}$$

По закону Ома определяем ток на входе цепи.

$$I_1 = \frac{E}{Z_3} = \frac{140e^{-45j}}{37.3852e^{68.526j}} = -1.4948 - 3.4335j = 3.7448e^{-113.53j}$$

Расчет действующие значений токов в параллельных ветвях:

$$I_2 = \frac{I_1 \cdot Z_7}{Z_2 + Z_7} = \frac{3.7448e^{-113.526j} \cdot 15.3221e^{61.0362j}}{11 + 35j + 7.4198 + 13.4057j} = -0.5814 - 0.943j = 1.1079e^{-121.66j}$$

$$I_3 = \frac{I_1 \cdot Z_2}{Z_2 + Z_7} = \frac{3.7448e^{-113.526j} \cdot 36.6879e^{72.5528j}}{11 + 35j + 7.4198 + 13.4057j} = -0.9134 - 2.4905j = 2.6527e^{-110.14j}$$

$$I_4 = \frac{I_3 \cdot Z_5}{Z_4 + Z_5} = \frac{2.6527e^{-110.1399j} \cdot 17e^{-28.0725j}}{13 + 15 - 8j} = -0.8268 - 1.3095j = 1.5486e^{-122.27j}$$

$$I_5 = \frac{I_3 \cdot Z_4}{Z_4 + Z_5} = \frac{2.6527e^{-110.1399j} \cdot 13}{13 + 15 - 8j} = -0.8268 - 1.3095j = 1.1842e^{-94.194j}$$

### 1.3. Составим баланс активных и реактивных мощностей

Полная мощность генератора:

\*

$$S = E I_1^* = 140e^{-45j} \cdot 3.7448e^{113.526j} = 191.92 + 487.88j \text{ (ВА)}$$

Потребляемая активная мощность:

$$P = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_4^2 R_3 + I_5^2 R_4 = 3.7448^2 \times 9 + 1.1079^2 \times 11 + 1.5486^2 \times 13 + 1.1842^2 \times 15 = 191.9248 \text{ Вт}$$

Реактивная мощность цепи:

$$Q = I_1^2 (x_{L1} - x_{c1}) + I_2^2 (x_{L2}) + I_3^2 (x_{L3} - x_{c2}) + I_5^2 (-x_{c3}) = \\ = 3.745^2 (40 - 15) + 1.108^2 \times 35 + 2.653^2 (25 - 10) + 1.184^2 \times -8 = 487.879 \text{ ВАР}$$

Погрешность расчета:

$$\eta_P = \left| \frac{S_P - P}{S_P} \right| 100\% = \left| \frac{191.92 - 191.9248}{191.92} \right| 100\% = 2.4754 \times 10^{-3} \%$$

$$\eta_Q = \left| \frac{S_Q - Q}{S_Q} \right| 100\% = \left| \frac{487.88 - 487.8794}{487.88} \right| 100\% = 1.2136 \times 10^{-4} \%$$

Действующие значения напряжений на каждом элементе

$$\begin{aligned}
 U_{R1} &= I_1 R_1 = 3.7448e^{-113.526j} \cdot 9 = -13.453 - 30.902j = 33.703e^{-113.53j} \\
 U_{R2} &= I_2 R_2 = 1.1079e^{-121.6565j} \cdot 11 = -6.3958 - 10.373j = 12.186e^{-121.66j} \\
 U_{R3} &= I_4 R_3 = 154.86e^{-122.267j} \cdot 13 = -10.748 - 17.023j = 20.132e^{-122.27j} \\
 U_{R4} &= I_5 R_4 = 1.1842e^{-94.1945j} \cdot 15 = -1.2993 - 17.716j = 17.763e^{-94.194j} \\
 U_{L1} &= I_1 j x_{L1} = 3.7448e^{-113.526j} \cdot j \times 40 = 137.34 - 59.792j = 149.79e^{-23.526j} \\
 U_{L2} &= I_2 j x_{L2} = 1.1079e^{-121.6565j} \cdot j \times 35 = 33.006 - 20.35j = 38.775e^{-31.657j} \\
 U_{L3} &= I_3 j x_{L3} = 2.6527e^{-110.1399j} \cdot j \times 25 = 62.263 - 22.834j = 66.318e^{-20.14j} \\
 U_{C1} &= I_1 \cdot -j x_{C1} = 3.7448e^{-113.526j} \cdot -j \times 15 = -51.503 + 22.422j = 56.172e^{156.47j} \\
 U_{C2} &= I_3 \cdot -j x_{C2} = 2.6527e^{-110.1399j} \cdot -j \times 10 = -24.905 + 9.1336j = 26.527e^{159.86j} \\
 U_{C3} &= I_5 \cdot -j x_{C3} = 1.1842e^{-94.1945j} \cdot -j \times 8 = -9.4484 + 0.6929j = 9.4738e^{175.81j}
 \end{aligned}$$

напряжение на зажимах вольтметра рассчитаем по двум путям:

$$\begin{aligned}
 U_{nd} &= U_{C2} + U_{C3} - U_{L2} = -24.9051 + 9.1336j + -9.4484 + 0.6929j - (33.0057 - 20.3501j) = -67.3592 + 30.1767j \\
 &= 73.8098e^{155.8678j} \\
 U_{nd} &= U_{R2} - U_{L3} - U_{R4} = -6.3958 - 10.3732j - (62.2627 - 22.8341j) - (-1.2993 - 17.7158j) = -67.3592 + 30.1767j \\
 &= 73.8098e^{155.8678j}
 \end{aligned}$$

Показания вольтметра равно действующему напряжению на его зажимах:

$$V = |U_{nd}| = 73.8098(\text{В})$$

#### 1.4. построим совмещенные: векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений;

Определим потенциалы всех точек, пусть  $\phi_h = 0$ :

$$\begin{aligned}
 \phi_g &= \phi_h + U_{C1} = 0 + -51.5029 + 22.4219j = -51.5029 + 22.4219j = 56.172e^{156.474j} \\
 \phi_f &= \phi_g + U_{R1} = -51.5029 + 22.4219j + -13.4532 - 30.9017j = -64.9561 - 8.4798j = 65.5072e^{-172.5623j} \\
 \phi_n &= \phi_f + U_{R2} = -64.9561 - 8.4798j + -6.3958 - 10.3732j = -71.3518 - 18.853j = 73.8005e^{-165.1992j} \\
 \phi_e &= \phi_f + U_{L3} = -64.9561 - 8.4798j + 62.2627 - 22.8341j = -2.6934 - 31.3139j = 31.4295e^{-94.916j} \\
 \phi_d &= \phi_e + U_{C3} = -2.6934 - 31.3139j + -9.4484 + 0.6929j = -12.1418 - 30.621j = 32.9403e^{-111.6293j} \\
 \phi_c &= \phi_d + U_{R4} = -12.1418 - 30.621j + -1.2993 - 17.7158j = -13.4411 - 48.3368j = 50.1708e^{-105.5397j} \\
 \phi_b &= \phi_c + U_{C2} = -13.4411 - 48.3368j + -24.9051 + 9.1336j = -38.3461 - 39.2032j = 54.839e^{-134.3668j} \\
 \phi_a &= \phi_b + U_{L1} = -38.3461 - 39.2032j + 137.3411 - 59.7918j = 98.9949 - 98.9949j = 140e^{-45j}
 \end{aligned}$$

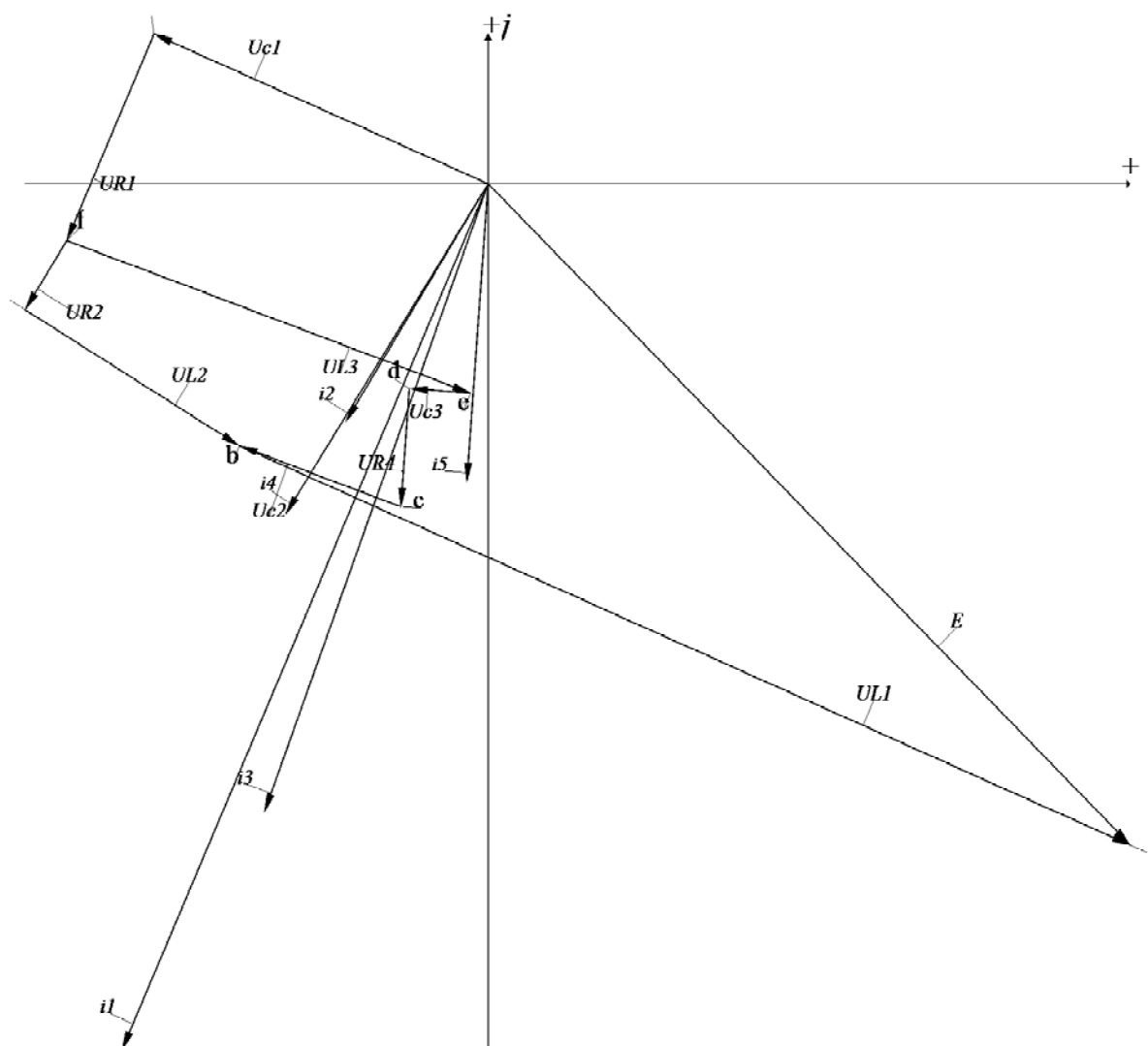
масштаб по струму и напру

$$m_i = 0.47, A/cm$$

$$m_u = 18., B/cm$$

Совмещенная векторная диаграмма токов и топографическая диаграмма напряжений

(без учета магнитной связи)



г) принять сопротивление  $R_2=0$  и считая сопротивление этой ветви неизвестным определить его из условия резонанса токов. Найти эквивалентную индуктивность или емкость для заданной частоты;

воспользуемся значением сопротивления  $z_7$ , которое рассчитано в пункте а

$$z_7 = 7.4198 + 13.4057j = 15.3221e^{61.0362j}$$

Полная, активная и реактивная проводимость ветвей между точками b:g по пути bсg

$$Y_7 = \frac{1}{z_7} = \frac{1}{7.4198 + 13.4057j} = (0.0316 - 0.0571j)(\text{См})$$

$$G_7 = \text{Re}(Y_7) = 0.0316(\text{См}); B_7 = \text{Im}(Y_7) = -0.0571(\text{См})$$

В схеме возможен резонанс токов на участке b:g цепи при равенстве нулю реактивной проводимости этого участка

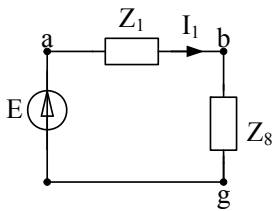
$$\frac{1}{j x_2} + j B_7 = 0$$

отсюда выразим  $x_2$

$$x_2 = \frac{1}{B_7} = \frac{1}{-0.0571} = -17.5124(\text{Ом}) \Rightarrow c_2 = \frac{-1}{x_2 \omega} = \frac{-1}{-17.512 \times 314.159} = 1.818 \times 10^{-4}(\text{Ф})$$

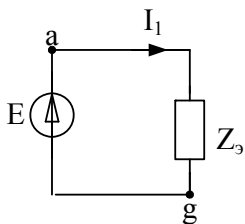
$$z_2 = j x_2 = -17.5124j = 17.5124e^{-90j}$$

эквивалентное сопротивление параллельно соединенных ветвей с сопротивлениями  $Z_2$  и  $Z_7$



$$z_8 = \frac{z_7 \cdot z_2}{z_7 + z_2} = \frac{15.3221e^{61.0362j} \cdot 17.5124e^{-90j}}{7.4198 + 13.4057j + -17.5124j} = 31.64$$

Эквивалентное сопротивление цепи относительно зажимов источника ЭДС E



$$z_3 = z_1 + z_8 = 9 + 25j + 31.6403 = 40.6403 + 25j = 47.7141e^{31.5979j}$$

д) рассчитать токи для резонансного состояния, определить показания вольтметра, проверить правильность расчетов по балансу мощностей;

По закону Ома определяем ток на входе цепи.

$$I_1 = \frac{E}{z_3} = \frac{140e^{-45j}}{47.7141e^{31.5979j}} = 0.6801 - 2.8542j = 2.9341e^{-76.598j}$$

Расчет действующие значений токов в параллельных ветвях:

$$I_2 = \frac{I_1 \cdot z_7}{z_2 + z_7} = \frac{2.9341e^{-76.5979j} \cdot 15.3221e^{61.0362j}}{-17.5124j + 7.4198 + 13.4057j} = 5.1569 + 1.2287j = 5.3012e^{13.402j}$$

$$I_3 = \frac{I_1 \cdot z_2}{z_2 + z_7} = \frac{2.9341e^{-76.5979j} \cdot 17.5124e^{-90j}}{-17.5124j + 7.4198 + 13.4057j} = -4.4768 - 4.083j = 6.0591e^{-137.63j}$$

$$I_4 = \frac{I_3 \cdot z_5}{z_4 + z_5} = \frac{6.0591e^{-137.634j} \cdot 17e^{-28.0725j}}{13 + 15 - 8j} = -3.0559 - 1.7813j = 3.5372e^{-149.76j}$$

$$I_5 = \frac{I_3 \cdot z_4}{z_4 + z_5} = \frac{6.0591e^{-137.634j} \cdot 13}{13 + 15 - 8j} = -14.209 - 2.3016j = 2.7049e^{-121.69j}$$

Действующие значения напряжений

$$U_{R4} = I_5 R_4 = 2.7049e^{-121.6887j} \cdot 15 = -21.313 - 34.525j = 40.573e^{-121.69j}$$

$$U_{x2} = I_2 j x_2 = 5.3012e^{13.4021j} \cdot j \times -17.5124 = 33.006 - 20.35j = 38.775e^{-31.657j}$$

$$U_{L3} = I_3 j x_{L3} = 6.0591e^{-137.634j} \cdot j \times 25 = 102.07 - 111.92j = 151.48e^{-47.634j}$$

$$U_{c1} = I_1 \cdot -j x_{c1} = 2.9341e^{-76.5979j} \cdot -j \times 15 = -4.2814 - 10.201j = 44.012e^{-166.6j}$$

$$U_{c2} = I_3 \cdot -j x_{c2} = 6.0591e^{-137.634j} \cdot -j \times 10 = -4.083 + 44.768j = 60.591e^{132.37j}$$

$$U_{c3} = I_5 \cdot -j x_{c3} = 2.7049e^{-121.6887j} \cdot -j \times 8 = -18.413 + 11.367j = 21.639e^{148.31j}$$

напряжение на зажимах вольтметра рассчитаем по двум путям:

$$U_{nd} = U_{c2} + U_{c3} - U_{x2} = -4.083 + 44.77j + -18.41 + 11.37j - (21.52 - 90.31j) = -80.76 + 146.44j = 167.24e^{118.88j}$$

$$U_{nd} = -U_{L3} - U_{R4} = -(102.07 - 111.92j) - (-21.31 - 34.52j) = -80.76 + 146.44j = 167.24e^{118.88j}$$

Показания вольтметра равно действующему напряжению на его зажимах:

$$V = |U_{nd}| = 167.2369(V)$$

**Составим баланс активных и реактивных мощностей**

Полная мощность генератора:

\*

$$S = E I_1 = 140e^{-45j} \cdot 2.9341e^{76.5979j} = 349.88 + 215.23j (ВА)$$

Потребляемая активная мощность:

$$P = I_1^2 R_1 + I_4^2 R_3 + I_5^2 R_4 = 2.9341^2 \times 9 + 3.5372^2 \times 13 + 2.7049^2 \times 15 = 349.8803 Вт$$

Реактивная мощность цепи:

$$Q = I_1^2 (x_{L1} - x_{c1}) + I_2^2 x_2 + I_3^2 (x_{L3} - x_{c2}) + I_5^2 (-x_{c3}) = 2.9341^2 (40 - 15) + 5.3012^2 \times -17.512 + 6.0591^2 (25 - 10) + 2.705^2 \times -8 = 215.229 ВАР$$

Погрешность расчета:

$$\eta_P = \left| \frac{S_P - P}{S_P} \right| 100\% = \left| \frac{349.88 - 349.8803}{349.88} \right| 100\% = 8.2577 \times 10^{-5} \%$$

$$\eta_Q = \left| \frac{S_Q - Q}{S_Q} \right| 100\% = \left| \frac{215.23 - 215.2289}{215.23} \right| 100\% = 4.9829 \times 10^{-4} \%$$

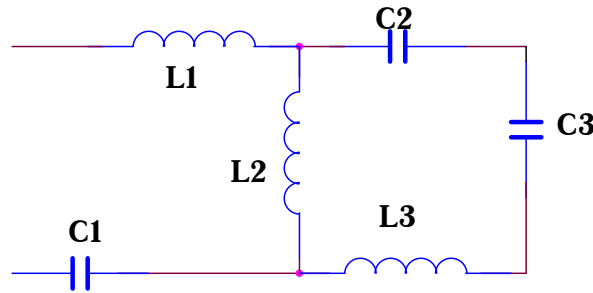
**ж) рассчитать (найти нули и полюса) и построить частотную характеристику входного сопротивления цепи. Активные сопротивления не учитывать.**

Параметры реактивных элементов находятся из условия, что индуктивные и емкостные сопротивления заданы для частоты 50 (Гц).

$$L_1 = \frac{x_{L1}}{\omega} = \frac{40}{314.1593} = 127.324(\text{мГн}) ; c_1 = \frac{1}{x_{c1} \omega} = \frac{1}{15 \times 314.1593} = 212.2066(\text{мкФ})$$

$$L_2 = \frac{x_{L2}}{\omega} = \frac{35}{314.1593} = 111.4085(\text{мГн}) ; c_2 = \frac{1}{x_{c2} \omega} = \frac{1}{10 \times 314.1593} = 318.3099(\text{мкФ})$$

$$L_3 = \frac{x_{L3}}{\omega} = \frac{25}{314.1593} = 79.5775(\text{мГн}) ; c_3 = \frac{1}{x_{c3} \omega} = \frac{1}{8 \times 314.1593} = 397.8874(\text{мкФ})$$



$$z_{\text{вх}}(\omega) = \omega L_1 + \frac{-1}{\omega c_1} + \frac{\left( \omega L_3 - \frac{1}{\omega c_3} - \frac{1}{\omega c_2} \right) \omega L_2}{\omega L_3 - \frac{1}{\omega c_3} - \frac{1}{\omega c_2} + \omega L_2} = \frac{H(\omega)}{F(\omega)}$$

$$H(\omega) = (L_1 c_1 L_3 c_3 c_2 + L_1 c_1 L_2 c_3 c_2 + L_2 c_1 L_3 c_3 c_2) \omega^4 + (-L_3 c_3 c_2 - L_2 c_3 c_2 - L_1 c_1 c_2 - L_1 c_1 c_3 - L_2 c_1 c_2 - L_2 c_1 c_3) \omega^2 + c_2 + c_3$$

$$F(\omega) = \omega c_1 \left[ (L_3 c_3 c_2 + L_2 c_3 c_2) \omega^2 - c_2 - c_3 \right]$$

определим нули входного сопротивления

$$H(\omega) = 0$$

обозначим

$$a = L_1 c_1 L_3 c_3 c_2 + L_1 c_1 L_2 c_3 c_2 + L_2 c_1 L_3 c_3 c_2$$

$$b = -L_3 c_3 c_2 - L_2 c_3 c_2 - L_1 c_1 c_2 - L_1 c_1 c_3 - L_2 c_1 c_2 - L_2 c_1 c_3$$

$$F(\omega) = \left[ a \omega^4 + b \omega^2 + (c_2 + c_3) \right] \omega c_1 = 0$$

$$\omega_p = \sqrt{\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4a(c_2 + c_3)}}{2a}} \quad \omega_1 = 123.6626$$

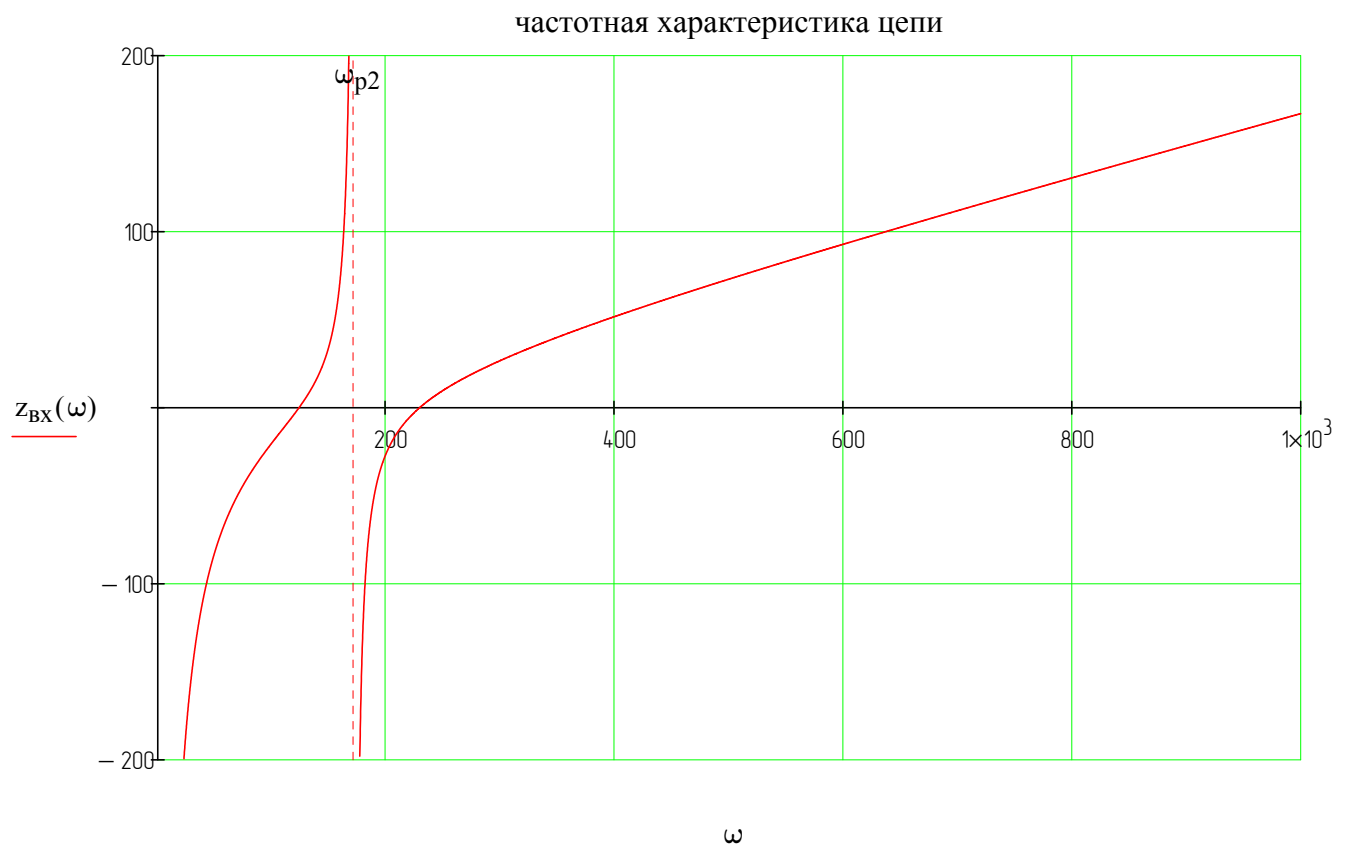
$$\omega_2 = 229.1593$$

определим полюса входного сопротивления

$$F_2(\omega) = \omega c_1 \left[ (L_3 c_3 c_2 + L_2 c_3 c_2) \omega^2 - c_2 - c_3 \right] = 0$$

$$\omega_{p2} = \sqrt{\frac{c_2 + c_3}{L_3 c_3 c_2 + L_2 c_3 c_2}} \quad \omega_{p2} = 172.0721 \quad \omega_1 = 0$$





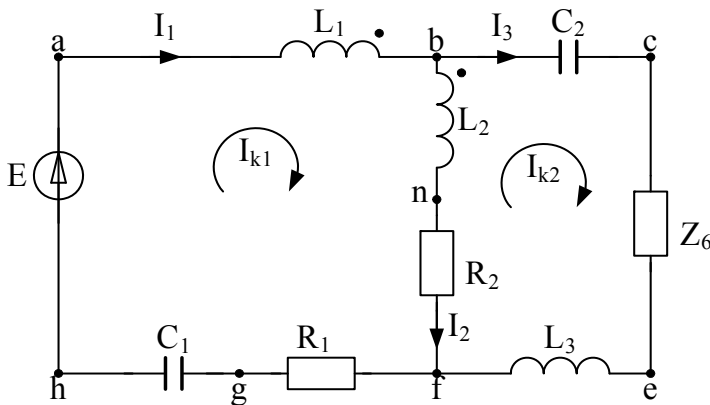
$\omega$	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700	750	800	850	900	950	1000
$Z_{BX}$	-82	-19.9	35.2	-25.8	10	26.9	40.1	51.8	62.7	73.1	83.1	92.9	102.5	112	121.3	130.6	139.8	148.9	158	167

таблица =

**II. При наличии магнитной связи между индуктивными элементами  $L_1, L_2$  (одноименные концы элементов отмечены на схеме точками):**

**а) превратив схему до двух независимых контуров, рассчитать токи в всех ветках схемы методом контурных токов, определить показания вольтметра;**

эквивалентное сопротивление параллельно соединенных ветвей с сопротивлениями  $Z_4$  и  $Z_5$



$$z_6 = \frac{z_4 \cdot z_5}{z_4 + z_5} = \frac{13 \cdot 17e^{-28.0725j}}{13 + 15 - 8j} = 7.4198 - 1.5943j = 7.5892e^{-12.1271j}$$

собственное сопротивление первого контура

$$z_{11} = R_2 + R_1 + j(x_{L1} + x_{L2} - 2x_m - x_{c1}) = 11 + 9 + j(40 + 35 - 2 \times 20 - 15) = 20 + 20j = 28.284e^{45j}$$

собственное сопротивление второго контура

$$z_{22} = z_6 + R_2 + j(x_{L3} + x_{L2} - x_{c2}) = 7.42 - 1.594j + 11 + j(25 + 35 - 10) = 18.42 + 48.406j = 51.792e^{69.167j}$$

общее сопротивление первого и второго контура

$$z_{12} = -R_2 - j(x_{L2} - x_m) = -11 - 15j = 18.601e^{-126.25j}$$

Уравнения цепи через контурные токи:

$$I_{k1} z_{11} + I_{k2} z_{12} = E$$

$$I_{k1} z_{21} + I_{k2} z_{22} = 0$$

вычислим определители системы

$$\Delta = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 + 20j & -11 - 15j \\ -11 - 15j & 18.4198 + 48.4057j \end{pmatrix}$$

$$\Delta = z_{11} \cdot z_{22} - z_{12} \cdot z_{21} = 28.2843e^{45j} \cdot 51.7919e^{69.1667j} - 18.6011e^{-126.2538j} \cdot 18.6011e^{-126.2538j} = -495.72 + 1.0065j \times 10^3 = 1.122 \times 10^3 e^{116.22j}$$

$$\Delta_1 = \begin{pmatrix} E & z_{12} \\ 0 & z_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 98.9949 - 98.9949j & -11 - 15j \\ 0 & 18.4198 + 48.4057j \end{pmatrix}$$

$$\Delta_1 = E \cdot z_{22} = 140e^{-45j} \cdot 51.7919e^{69.1667j} = 6.6154 \times 10^3 + 2.9684j \times 10^3 = 7.2509 \times 10^3 e^{24.167j}$$

$$\Delta_2 = \begin{pmatrix} z_{11} & E \\ z_{21} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 + 20j & 98.9949 - 98.9949j \\ -11 - 15j & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Delta_2 = E \cdot z_{21} = 140e^{-45j} \cdot 18.6011e^{-126.2538j} = 2.5739 \times 10^3 + 395.98j = 2.6042 \times 10^3 e^{8.7462j}$$

Найдем неизвестные контурные токи:

$$I_1 = I_{k1} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{7.2509 \times 10^3 e^{24.1667j}}{1.122 \times 10^3 e^{116.2208j}} = -0.2316 - 6.4585j = 6.4627e^{-92.054j}$$

$$I_3 = I_{k2} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{2.6042 \times 10^3 e^{8.7462j}}{1.122 \times 10^3 e^{116.2208j}} = -0.697 - 2.214j = 2.3211e^{-107.47j}$$

Ток  $I_2$  найдем по первому закону Кирхгофа.

$$I_2 = I_1 - I_3 = -0.2316 - 6.4585j - (-0.697 - 2.214j) = 0.4653 - 4.2446j = 4.27e^{-83.744j}$$

Токи в параллельных ветвях определим по правилу "чужого сопротивления"

$$I_4 = \frac{I_3 \cdot z_5}{z_4 + z_5} = \frac{2.3211e^{-107.4746j} \cdot 17e^{-28.0725j}}{13 + 15 - 8j} = -0.6693 - 1.1781j = 1.355e^{-119.6j}$$

$$I_5 = \frac{I_3 \cdot z_4}{z_4 + z_5} = \frac{2.3211e^{-107.4746j} \cdot 13}{13 + 15 - 8j} = -0.0277 - 1.0358j = 1.0362e^{-91.529j}$$

Действующие значения напряжений на каждом элементе

$$U_{R1} = I_1 R_1 = 6.4627e^{-92.054j} \cdot 9 = -2.0848 - 58.127j = 58.164e^{-92.054j}$$

$$U_{R2} = I_2 R_2 = 4.27e^{-83.7436j} \cdot 11 = 5.1187 - 46.69j = 46.97e^{-83.744j}$$

$$U_{R3} = I_4 R_3 = 1.355e^{-119.6017j} \cdot 13 = -8.7012 - 15.316j = 17.615e^{-119.6j}$$

$$U_{R4} = I_5 R_4 = 1.0362e^{-91.5292j} \cdot 15 = -0.4148 - 15.537j = 15.543e^{-91.529j}$$

$$U_{L1} = I_1 j x_{L1} - I_2 j x_m = 6.46e^{-92.05j} \cdot j \times 40 - 4.27e^{-83.74j} \cdot j \times 20 = 173.45 - 18.57j = 174.44e^{-6.117j}$$

$$U_{L2} = I_2 j x_{L2} - I_1 j x_m = 4.27e^{-83.744j} \cdot j \times 35 - 6.463e^{-92.054j} \cdot j \times 20 = 19.39 + 20.92j = 28.523e^{47.174j}$$

$$U_{L3} = I_3 j x_{L3} = 2.3211e^{-107.4746j} \cdot j \times 25 = 55.349 - 17.424j = 58.027e^{-17.475j}$$

$$U_{C1} = I_1 \cdot -j x_{C1} = 6.4627e^{-92.054j} \cdot -j \times 15 = -96.878 + 3.4746j = 96.94e^{177.95j}$$

$$U_{C2} = I_3 \cdot -j x_{C2} = 2.3211e^{-107.4746j} \cdot -j \times 10 = -22.14 + 6.9698j = 23.211e^{162.53j}$$

$$U_{C3} = I_5 \cdot -j x_{C3} = 1.0362e^{-91.5292j} \cdot -j \times 8 = -8.2865 + 0.2212j = 8.2894e^{178.47j}$$

Вольтметр, включенный между точками n:d, покажет модуль комплекса напряжения что определяется по рассчитанным токам и заданными параметрами.

Правильность расчетов проверяется за двумя независимыми путями.

$$U_{nd} = U_{C2} + U_{C3} - U_{L2} = -22.1395 + 6.9698j + -8.2865 + 0.2212j - (19.3894 + 20.9196j) = -49.8153 - 13.7286j = 51.6725e^{-164.5923j}$$

$$U_{nd} = U_{R2} - U_{L3} - U_{R4} = 5.1187 - 46.6902j - (55.3488 - 17.4244j) - (-0.4148 - 15.5371j) = -49.8153 - 13.7286j = 51.6725e^{-164.5923j}$$

Показания вольтметра равно действующему напряжению на его зажимах:

$$V = |U_{nd}| = 51.6725(B)$$

### б) Баланс мощностей:

Полная мощность генератора:

$$S = E I_1 = 140e^{-45j} 6.4627e^{92.0541j} = 616.43 + 662.29j \text{ (ВА)}$$

4.3.2 мощность взаимной индукции:

$$S_{m1} = I_2 (-j x_m) I_1 = 4.27e^{-83.7436j} (-j) 20 6.4627e^{92.0541j} = 79.772 - 546.12j \text{ (ВА)}$$

$$S_{m2} = I_1 (-j x_m) I_2 = 6.4627e^{-92.0541j} (-j) 20 4.27e^{83.7436j} = 79.772 - 546.12j \text{ (ВА)}$$

Потребляемая активная мощность:

$$P = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_4^2 R_3 + I_5^2 R_4 = 6.4627^2 \times 9 + 4.27^2 \times 11 + 1.355^2 \times 13 + 10.362^2 \times 15 = 616.4292 \text{ Вт}$$

Реактивная мощность цепи:

$$Q = I_1^2 (x_{L1} - x_{c1}) + I_2^2 (x_{L2}) + I_3^2 (x_{L3} - x_{c2}) + I_5^2 (-x_{c3}) + 2Q_m = \\ = 6.463^2 (40 - 15) + 4.27^2 \times 35 + 2.321^2 (25 - 10) + 10.36^2 \times -8 + 2 \times -546.115 = 662.292 \text{ ВАР}$$

Погрешность расчета:

$$\eta_P = \left| \frac{S_P - P}{S_P} \right| 100\% = \left| \frac{616.43 - 616.4292}{616.43} \right| 100\% = 1.3559 \times 10^{-4} \%$$

$$\eta_Q = \left| \frac{S_Q - Q}{S_Q} \right| 100\% = \left| \frac{662.29 - 662.2916}{662.29} \right| 100\% = 2.3601 \times 10^{-4} \%$$

При определении мощностей было получено:

$$\text{активная мощность взаимной индукции катушки } L_1 \quad P_{m1} = \operatorname{Re}(S_{m1}) = 79.772 \text{ (Вт)}$$

$$\text{активная мощность взаимной индукции катушки } L_2 \quad P_{m2} = \operatorname{Re}(S_{m2}) = -79.772 \text{ (Вт)}$$

Принимая во внимание, что  $P_{m1} > 0$ , а  $P_{m2} < 0$ , приходим к заключению, что магнитным потоком энергия передается из первой катушки во вторую

**в) построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений:**

Определим потенциалы всех точек, пусть  $\phi_h = 0$ :

$$\phi_g = \phi_h + U_{c1} = 0 + -96.8777 + 3.4746j = -96.8777 + 3.4746j = 96.94e^{177.9459j}$$

$$\phi_f = \phi_g + U_{R1} = -96.8777 + 3.4746j + -2.0848 - 58.1266j = -98.9625 - 54.652j = 113.0505e^{-151.0903j}$$

$$\phi_n = \phi_f + U_{R2} = -98.9625 - 54.652j + 5.1187 - 46.6902j = -93.8438 - 101.3422j = 138.1191e^{-132.8j}$$

$$\phi_e = \phi_f + U_{L3} = -98.9625 - 54.652j + 55.3488 - 17.4244j = -43.6136 - 72.0765j = 84.2447e^{-121.1782j}$$

$$\phi_d = \phi_e + U_{c3} = -43.6136 - 72.0765j + -8.2865 + 0.2212j = -51.9001 - 71.8553j = 88.6386e^{-125.8401j}$$

$$\phi_c = \phi_d + U_{R4} = -51.9001 - 71.8553j + -0.4148 - 15.5371j = -52.3149 - 87.3924j = 101.8542e^{-120.9056j}$$

$$\phi_b = \phi_c + U_{c2} = -52.3149 - 87.3924j + -22.1395 + 6.9698j = -74.4544 - 80.4226j = 109.5959e^{-132.7932j}$$

$$\phi_a = \phi_b + U_{L1} = -74.4544 - 80.4226j + 173.4494 - 18.5724j = 98.9949 - 98.9949j = 140e^{-45j}$$

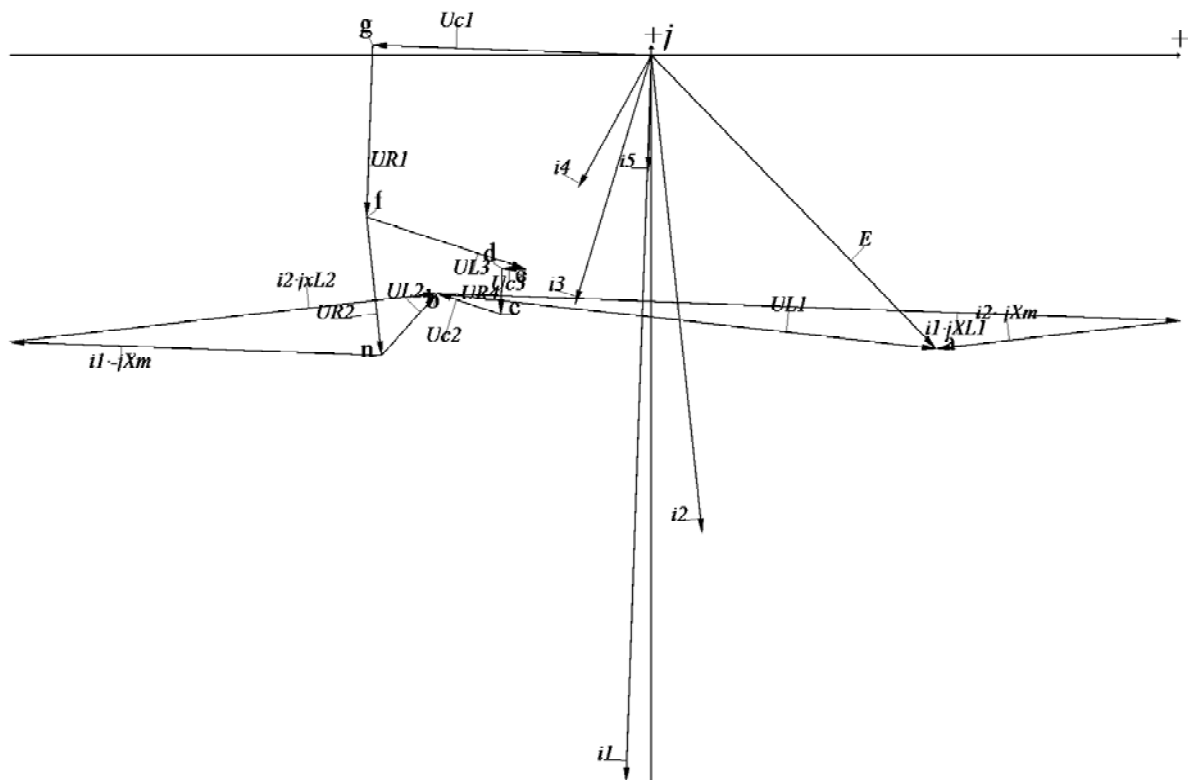
масштаб по току и напряжению

$$m_i = 1.1, A/cm$$

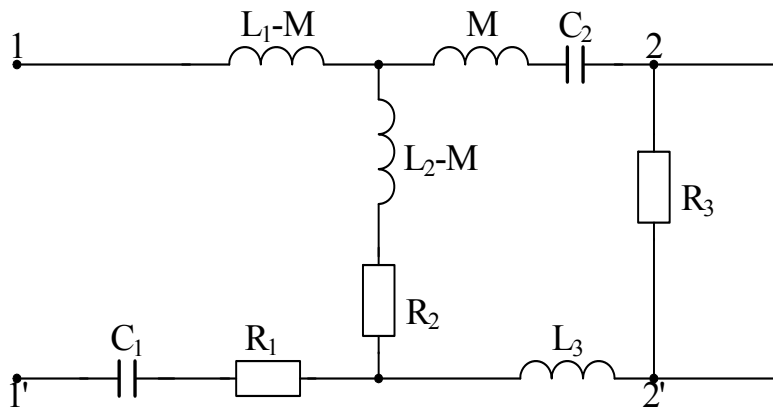
$$m_u = 43., V/cm$$

Совмещенная векторная диаграмма токов и топографическая диаграмма напряжений

(с учетом магнитной связи)

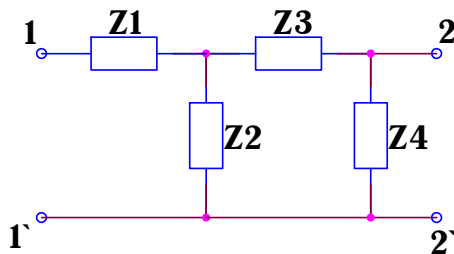


III. Отбросив крайнюю ветку между полюсами 2, 2' устранить магнитную связь. Полученную схему рассматривать как четырехполюсник и полюсами 1,1' и 2, 2':  
а) рассчитать коэффициенты четырехполюсника (в форме А);



Используя эквивалентные преобразования пассивных участков электрической схемы, определяем сопротивления х.х. и к.з.

эквивалентное сопротивление последовательно соединенных сопротивлений



$$z_1 = R_1 + j(x_{L1} - x_m - x_{c1}) = 9 + 5j = 10.2956e^{29.0546j}$$

$$z_2 = R_2 + j(x_{L2} - x_m) = 11 + 15j = 18.6011e^{53.7462j}$$

$$z_3 = j(x_{L3} + x_m - x_{c2}) = j(25 + 20 - 10) = 35j = 35e^{90j}$$

$$z_4 = R_3 = 13$$

Используя эквивалентные преобразования пассивных участков электрической схемы, определяем сопротивления х.х. и к.з.

сопротивление холостого хода относительно зажимов 1-1'

$$z_{10} = z_1 + \frac{(z_3 + z_4)z_2}{z_3 + z_4 + z_2} = 9 + 5j + \frac{(11 + 15j)(13 + 35j)}{13 + 35j + 11 + 15j} = 15.447 + 15.735j = 22.05e^{45.53j}$$

сопротивление холостого хода относительно зажимов 2-2'

$$z_{20} = \frac{(z_3 + z_2)z_4}{z_3 + z_4 + z_2} = \frac{(35j + 11 + 15j)13}{13 + 35j + 11 + 15j} = 11.6814 + 2.7471j = 12.0001e^{13.2336j}$$

сопротивление короткого замыкания относительно зажимов 2-2'

$$z_{2k} = \frac{\left(\frac{z_1 z_2}{z_1 + z_2} + z_3\right)z_4}{\frac{z_1 z_2}{z_1 + z_2} + z_3 + z_4} = \frac{\left[\frac{(11 + 15j)(9 + 5j)}{9 + 5j + 11 + 15j} + 35j\right]13}{\frac{(11 + 15j)(9 + 5j)}{9 + 5j + 11 + 15j} + 35j + 13} = 11.34 + 3.54j = 11.881e^{17.331j}$$

Коэффициенты четырехполюсника

$$A = \sqrt{\frac{z_{10}}{z_{20} - z_{2k}}} = \sqrt{\frac{15.4473 + 15.7347j}{11.6814 + 2.7471j - (11.3411 + 3.5392j)}} = 2.8177 + 4.1996j = 5.0573e^{56.1409j}$$

$$B = A \cdot z_{2k} = 5.0573e^{56.1409j} \cdot 11.8805e^{17.3315j} = 17.092 + 57.601j = 60.084e^{73.472j}$$

$$C = \frac{A}{z_{10}} = \frac{5.0573e^{56.1409j}}{22.05e^{45.528j}} = 0.2254 + 0.0422j = 0.2294e^{10.613j}$$

$$D = C \cdot z_{20} = 0.2294e^{10.6128j} \cdot 12.0001e^{13.2336j} = 2.5173 + 1.1127j = 2.7523e^{23.846j}$$

**в) Параметры сосредоточенной П-образной схемы замещения линии:**

$$Z_{\Pi} = B = 17.0925 + 57.6012j = 60.0837e^{73.4723j}$$

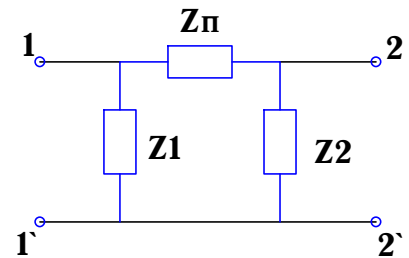
$$Z_1 = \frac{B}{D - 1} = \frac{17.0925 + 57.6012j}{2.5173 + 1.1127j - 1} = 25.4286 + 19.3143j = 31.932e^{37.2185j}$$

$$Z_2 = \frac{B}{A - 1} = \frac{17.0925 + 57.6012j}{2.8177 + 4.1996j - 1} = 13.0353 + 1.572j = 13.1298e^{6.8763j}$$

$$R_{\Pi} = \operatorname{Re}(Z_{\Pi}) = 17.0925 \text{ Ом}$$

$$R_1 = \operatorname{Re}(Z_1) = 25.4286 \text{ Ом}$$

$$R_2 = \operatorname{Re}(Z_2) = 13.0353 \text{ Ом}$$



$$X_{\Pi} = \operatorname{Im}(Z_{\Pi}) = 57.6012 \text{ Ом} \Rightarrow L_{\Pi} = \frac{X_{\Pi}}{\omega} = \frac{57.601}{314.159} = 183.35(\text{мГн})$$

$$X_1 = \operatorname{Im}(Z_1) = 19.3143 \text{ Ом} \Rightarrow L_1 = \frac{X_1}{\omega} = \frac{19.314}{314.159} = 61.479(\text{мГн})$$

$$X_2 = \operatorname{Im}(Z_2) = 1.572 \text{ Ом} \Rightarrow L_2 = \frac{X_2}{\omega} = \frac{1.572}{314.159} = 5.004(\text{мГн})$$

б) найти ЭДС  $E$  и ток  $I_1$  на входе четырехполюсника при которых на выходе  $U_2 = 100$  (В),  $I_2=1$ (А), а угол сдвига фаз между синусоидами напряжения и тока  $\phi_2=30^\circ$ . Сделать проверку нагрузив 4-полюсник на соответствующее сопротивление.

$$E = A \cdot U_2 + B \cdot I_2 = 5.06e^{56.14j} 100 + 60.08e^{73.47j} 1e^{-30j} = 325.373 + 461.302j = 564.51e^{54.8j}$$

$$I_1 = C \cdot U_2 + D \cdot I_2 = 0.229e^{10.613j} 100 + 2.752e^{23.846j} 1e^{-30j} = 25.28 + 3.93j = 25.58e^{8.83j}$$

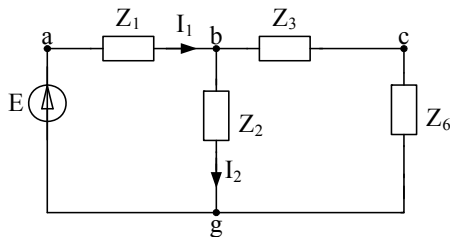
ПРОВЕРКА:

сопротивление нагрузки соответствующее заданным значениям напряжения и тока на выходе четырехполюсника

$$Z_H = \frac{U_2}{I_2} = \frac{100}{1e^{-30j}} = 86.603 + 50j = 100e^{30j}$$

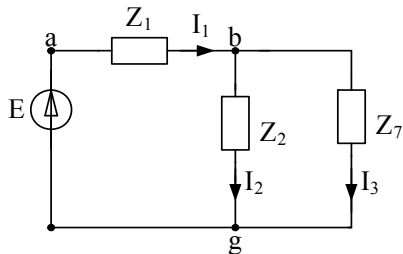
Определение эквивалентного сопротивления:

эквивалентное сопротивление параллельно соединенных ветвей с сопротивлениями  $Z_4$  и  $Z_H$



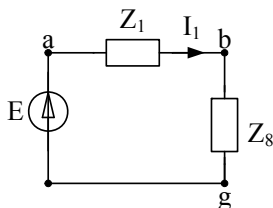
$$Z_6 = \frac{Z_4 \cdot Z_H}{Z_4 + Z_H} = \frac{13 \cdot 100e^{30j}}{13 + 86.6025 + 50j} = 11.645 + 0.6803j = 11.6646e^{3.3436j}$$

эквивалентное сопротивление последовательно соединенных сопротивлений  $Z_3$  и  $Z_6$



$$Z_7 = Z_3 + Z_6 = 35j + 11.6448 + 0.6803j = 11.6448 + 35.6803j = 37.5325e^{71.9252j}$$

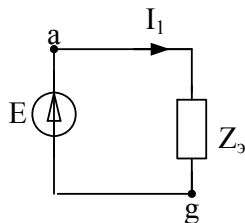
эквивалентное сопротивление параллельно соединенных ветвей с сопротивлениями  $Z_2$  и  $Z_7$



$$Z_8 = \frac{Z_7 \cdot Z_2}{Z_7 + Z_2} = \frac{37.5325e^{71.9252j} \cdot 18.6011e^{53.7462j}}{11.6448 + 35.6803j + 11 + 15 \times j} = 6.3365 + 10.864j = 12.5771e^{59.7472j}$$



Эквивалентное сопротивление цепи относительно зажимов источника ЭДС E



$$Z_3 = Z_1 + Z_8 = 9 + 5j + 6.3365 + 10.8642j = 15.3365 + 15.8642j = 22.0654e^{45.9689j}$$

По закону Ома определяем ток на входе цепи.

$$I_1 = \frac{E}{Z_3} = \frac{564.5062e^{54.8033j}}{22.0654e^{45.9689j}} = 25.28 + 3.9291j = 25.583e^{8.8344j}$$

Расчет действующие значений токов в параллельных ветвях:

$$I_3 = \frac{I_1 \cdot Z_2}{Z_2 + Z_7} = \frac{25.5833e^{8.8344j} \cdot 18.6011e^{53.7462j}}{11 + 15 \times j + 11.6448 + 35.6803j} = 8.5583 - 0.5j = 8.5729e^{-3.3436j}$$

$$I_H = \frac{I_3 \cdot Z_4}{Z_4 + Z_H} = \frac{8.5729e^{-3.3436j} \cdot 13}{13 + 86.6025 + 50j} = 0.866 - 0.5j = 1e^{-30j}$$

$$U_H = I_H \cdot Z_H = 1e^{-30j} \cdot 100e^{30j} = 100$$

**г) определить вторичные параметры четырехполюсника (характеристические сопротивления  $Z_{c1}$ ,  $Z_{c2}$  и постоянную передачи  $g$ ;**

Характеристические сопротивления

$$Z_{c1} = \sqrt{\frac{AB}{CD}} = \sqrt{\frac{5.0573e^{56.1409j} \cdot 60.0837e^{73.4723j}}{0.2294e^{10.6128j} \cdot 2.7523e^{23.8464j}}} = 14.8006 + 16.1957j = 21.94e^{47.577j}$$

$$Z_{c2} = \sqrt{\frac{DB}{CA}} = \sqrt{\frac{2.7523e^{23.8464j} \cdot 60.0837e^{73.4723j}}{0.2294e^{10.6128j} \cdot 5.0573e^{56.1409j}}} = 11.5179 + 3.1472j = 11.94e^{15.283j}$$

Коэффициент распространения

$$\gamma = \ln(\sqrt{AD} + \sqrt{BC}) = \ln\left(\sqrt{5.0573e^{56.1409j} \cdot 2.7523e^{23.8464j}} + \sqrt{60.0837e^{73.4723j} \cdot 0.2294e^{10.6128j}}\right) = 2.0071 + 0.7159j = 2.131e^{19.629j}$$

Коэффициент ослабления

$$\alpha = \operatorname{Re}(\gamma) = 2.0071$$

Коэффициент фазы

$$\beta = \operatorname{Im}(\gamma) = 0.7159$$

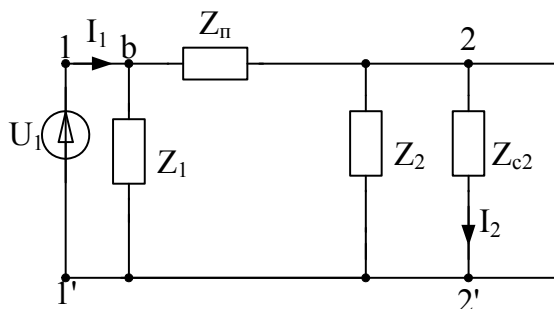
д) в согласованном режиме четырехполюсника по вторичными параметрами определить комплексы напряжения  $U_2$  и тока  $I_2$  (на выходе четырехполюсника) при заданной ЕДС на входе. Сделать проверку для схемы замещения.

Напряжение и ток на выходе при согласованном режиме

$$U_2 = U_1 \sqrt{\frac{Z_{c2}}{Z_{c1}}} e^{-\gamma} = 140e^{-45j} \sqrt{\frac{11.94e^{15.28j}}{21.94e^{47.58j}}} e^{-(2.01+0.72j)} = -2.92 - 13.57j = 13.88e^{-102.16j}$$

$$I_2 = \frac{U_2}{Z_{c2}} = \frac{13.8782e^{-102.1628j}}{11.9402e^{15.2825j}} = -0.5357 - 1.0315j = 1.1623e^{-117.45j}$$

ПРОВЕРКА:



эквивалентное сопротивление параллельно соединенных ветвей с сопротивлениями  $Z_3$  и  $Z_{c2}$

$$Z_3 = \frac{Z_2 \cdot Z_{c2}}{Z_2 + Z_{c2}} = \frac{13.1298e^{6.8763j} \cdot 11.9402e^{15.2825j}}{13.0353 + 15.72j + 11.5179 + 3.1472j} = 6.1491 + 1.2264j = 6.2702e^{11.2792j}$$

напряжение на выходе цепи.

$$U_2 = \frac{U_1 \cdot Z_3}{Z_{\pi} + Z_3} = \frac{140e^{-45j} \cdot 6.2702e^{11.2792j}}{17.0925 + 57.6012j + 6.1491 + 1.2264j} = -2.924 - 13.5667j = 13.8782e^{-102.1628j}$$

По закону Ома определяем ток на выходе цепи.

$$I_2 = \frac{U_2}{Z_{c2}} = \frac{13.8782e^{-102.1628j}}{11.9402e^{15.2825j}} = -0.5357 - 1.0315j = 1.1623e^{-117.45j}$$

$$U_1 = A \cdot U_2 + B \cdot I_2 = 5.06e^{56.14j} \cdot 13.88e^{-102.16j} + 60.08e^{73.47j} \cdot 1.16e^{-117.45j} = 98.99 - 98.99j = 140e^{-45j}$$