

Проект по небесна механика

Константин Стефанов Константинов, 81993 Компютърни науки

05.07.2021

1 Пресметнете координатите и скоростите на планетите в деня, в който сте родени.

Какво ни е дадено:

Координатите на планета J от Слънчевата система се задават със следната формула:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(i) & -\sin(i) \\ 0 & \sin(i) & \cos(i) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(g) & -\sin(g) & 0 \\ \sin(g) & \cos(g) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a(\cos(u) - e) \\ a\sqrt{1-e^2}\sin(u) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

където (a, e, i, t₀, g, θ) са шестте орбитални елементи на планетата :

- a - дължина на перихелия
- e - ексцентрицитет
- i - наклоненост на планетата
- t₀ - момент на преминаване през перихелия
- g - аргумент на перихелия
- θ - дължина на възела

Данните за тези константи са взети от [тук](#).

μ_j - относителната маса на дадена планета

u - ексцентрична аномалия

l - средна аномалия

t_b - времето в години от 2000г. до рождената дата.

Изчисляваме g по формулата : $g = \tilde{w} - \theta$, където \tilde{w} е Ω от таблицата.

В сила е уравнението на Кеплер: $l = u - e.\sin u$

За намирането на l извършваме следните изчисления:

Намираме $l_{(2000)} = L_{2000} - g - \theta$

$l(\text{средна аномалия}) = n.t_b + l_{(2000)}$

От безкрайната рекурентна формула: $u = l + e.\sin(l + e.\sin(...))$ изчисляваме ексцентричната аномалия.

$$v = Q * \frac{an}{1 - e.\cos(u)} * \begin{pmatrix} a(\cos(u) - e) \\ a\sqrt{1-e^2}\sin(u) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

, където Q е от основната формула на сферичната тригонометрия.

В следващата страница са представени таблица с резултатите от пресмятанията за координатите и скоростите на планетите, както и стойността на μ за тях.

Планета	μ
Меркурий	1/6023600
Венера	1/408523
Земя	1/328900
Марс	1/3098708
Юпитер	1/1047,34
Сатурн	1/3497,8
Уран	1/22902,9
Нептун	1/19042
Плутон	1/135000000

	Mercury	Venus	Earth	Mars	Jupiter	Saturn	Uranus	Neptune	Pluto
	-0.1899	-0.3525	1.002	-1.1929	2.5152	5.218	15.1066	17.4728	-9.1271
d	-0.4233	-0.6334	-0.0722	1.1471	4.3433	7.4717	-13.0252	-24.522	-28.338
	-0.0171	0.0117	0	0.0533	-0.0743	-0.3377	-0.2442	0.1023	5.6726
d	0.4643	0.7249	1.0046	1.6558	5.0196	9.1196	19.9481	30.1104	30.3071
	1.1631	1.0193	0.0556	-0.5331	-0.3853	-0.2831	0.1475	0.1474	0.1777
v	-0.5895	-0.5771	0.9938	-0.5171	0.2407	0.1851	0.1624	0.1069	-0.0854
	-0.1549	-0.0667	0	0.0023	0.0076	0.008	-0.0013	-0.0056	-0.0423
v	1.3132	1.1732	0.9954	0.7427	0.4544	0.3384	0.2194	0.1821	0.2017

2 Пресметнете координатите и скоростите на планетите в деня, в който сте родени.

Елементите на Делоне (L, G, Θ , l, g, θ), където L, G и Θ се изразяват чрез орбиталните елементи :

$$L = \mu\sqrt{\gamma}\sqrt{a} \quad \left| \quad L - G = \mu\sqrt{\gamma}\sqrt{a}(1 - \sqrt{1 - e^2}) \quad \right| \quad G - \Theta = \mu\sqrt{\gamma}\sqrt{a}\sqrt{1 - e^2}(1 - \cos(i))$$

където $\gamma = \sqrt{1 + \mu}$

Елементите на Поанкаре от първи вид се изразяват чрез елементите на Делоне:

$$(L, L-G, G - \Theta, \lambda, \tilde{w}, \Omega)$$

$$\lambda = l + g + \theta$$

$$\tilde{w} = g + \theta$$

$$\Omega = \theta$$

Елементите на Поанкаре от втори вид се изразяват чрез тези от първи:

$$L = L$$

$$\xi = \sqrt{2(L - G)} \cos g + \theta$$

$$p = \sqrt{2(G - \Theta)} \cos \theta$$

$$\lambda = l + g + \theta$$

$$\eta = -\sqrt{2(L - G)} \sin g + \theta$$

$$q = -\sqrt{2(G - \Theta)} \sin \theta$$

В следващите страници са представени таблици с резултатите от пресмятанията на елементите на Делоне и Поанкаре от първи и втори вид за всички планети, както и код от програмата.

Елементи на Делоне и Поанкаре от първи и втори вид:

Mercury						Venus					
L	1.03E-07	Poincare1				L	2.08E-06	Poincare1			
G	1.01E-07	1 to 3	1.03E-07	2.21E-09	7.55E-10	G	2.08E-06	1 to 3	2.08E-06	4.77E-11	3.65E-09
BigTheta	1.00E-07	4 to 6	4.4026	1.3519	0.8435	BigTheta	2.08E-06	4 to 6	3.1761	2.2969	1.3383
I	21.6936	Poincare2				I	8.1776	Poincare2			
g	0.5084	1 to 3	1.03E-07	1.44E-05	2.58E-05	g	0.9586	1 to 3	2.08E-06	-6.49E-06	1.97E-05
Theta	0.8435	4 to 6	4.4026	-6.49E-05	-2.90E-05	Theta	1.3383	4 to 6	3.1761	-7.30E-06	-8.32E-05
Earth						Mars					
L	3.04E-06	Poincare1				L	3.98E-07	Poincare1			
G	3.04E-06	1 to 3	3.04E-06	4.25E-10	4.62E-20	G	3.97E-07	1 to 3	3.98E-07	1.74E-09	2.07E-10
BigTheta	3.04E-06	4 to 6	1.7534	1.7966	0	BigTheta	3.96E-07	4 to 6	-0.0795	-0.4179	0.865
I	4.4467	Poincare2				I	2.7256	Poincare2			
g	1.7966	1 to 3	3.04E-06	-6.52E-06	3.04E-10	g	-1.2829	1 to 3	3.98E-07	5.39E-05	1.32E-05
Theta	0	4 to 6	1.7534	-2.84E-05	0	Theta	0.865	4 to 6	-0.0795	2.39E-05	-1.55E-05
Jupiter						Saturn					
L	0.0022	Poincare1				L	8.83E-04	Poincare1			
G	0.0022	1 to 3	0.0022	2.55E-06	5.64E-07	G	8.82E-04	1 to 3	8.8295E-04	1.28E-06	8.30E-07
BigTheta	0.0022	4 to 6	0.6003	0.2571	1.7536	BigTheta	8.81E-04	4 to 6	0.8719	1.6162	1.9838
I	0.7218	Poincare2				I	-0.5918	Poincare2			
g	-1.4965	1 to 3	0.0022	0.0022	-1.93E-04	g	-0.3676	1 to 3	8.8295E-04	-7.2595E-05	-5.17E-04
Theta	1.7536	4 to 6	0.6003	-5.74E-04	-0.0010	Theta	1.9838	4 to 6	0.8719	-1.60E-03	-0.0012
Uranus						Neptune					
L	1.91E-04	Poincare1				L	2.83E-04	Poincare1			
G	1.91E-04	1 to 3	1.9127E-04	2.14E-07	1.74E-08	G	2.83E-04	1 to 3	2.8263E-04	1.04E-08	1.35E-07
BigTheta	1.91E-04	4 to 6	5.467	2.9837	1.2918	BigTheta	2.82E-04	4 to 6	-0.962	0.7848	2.3001
I	2.5367	Poincare2				I	-1.7196	Poincare2			
g	1.6919	1 to 3	1.9127E-04	-6.4552E-04	5.13E-05	g	-1.5153	1 to 3	2.8263E-04	1.0218E-04	-3.46E-04
Theta	1.2918	4 to 6	5.467	-1.0277E-04	-1.7919E-04	Theta	2.3001	4 to 6	-0.962	-1.0205E-04	-3.8725E-04
Pluto											
L	4.65E-08	Poincare1									
G	4.51E-08	1 to 3	4.6544E-08	1.46E-09	2.00E-09						
BigTheta	4.31E-08	4 to 6	4.1701	3.9107	1.9252						
I	0.2775	Poincare2									
g	1.9856	1 to 3	4.6544E-08	-3.8877E-05	-2.20E-05						
Theta	1.9252	4 to 6	4.1701	3.76E-05	-5.9347E-05						

Код от задача 1:

```
function findPosition (a, e, i, L, w, tita, mu)
    i = i * pi/180;
    L = L * pi/180;
    w = w * pi/180;
    tita = tita * pi/180;

    g = w - tita;
    t = 261/365.25 * 2 * pi;
    l_2000 = L - w;
    n = sqrt((1+mu)/a^3);
    l = n * t + l_2000;

    u = l + e*sin(l + e*sin(l + e*sin(l)));

    A = [ cos(tita) -sin(tita) 0;
          sin(tita) cos(tita) 0;
          0 0 1;
    ];
    B = [ 1 0 0;
          0 cos(i) -sin(i);
          0 sin(i) cos(i);
    ];
    C = [ cos(g) -sin(g) 0;
          sin(g) cos(g) 0;
          0 0 1;
    ];
    Q = A*B*C;
    V = Q*a*n/(1-e*cos(u)) * [-sin(u); sqrt(1-e^2)*cos(u); 0];
    D = [ a*(cos(u) - e);
          a*(sqrt(1-e^2)*sin(u));
          0;
    ];
    coordinates = Q*D;
    disp('Coordinates');
    disp(coordinates);
    disp(norm(coordinates));
    disp('Speed:');
    disp(V);
    disp(norm(V));
end
```

Код от задача 2:

```
function poankreDelone(a, e, i, lambda, w, tita, mu)
    i = i * pi/180;
    lambda = lambda * pi/180;
    w = w * pi/180;
    tita = tita * pi/180;

    t0 = lambda - w;
    t = 261/365.25 * 2 * pi;
    gamma = sqrt(1 + mu);
    n = sqrt((1+mu)/a^3);

    %Delone( L, G, ThetaBig, l, g, tita)
    L = mu * sqrt(gamma) * sqrt(a);
    G = L*sqrt(1-e*e);
    ThetaBig = G * cos(i);
    l = n*t + t0;
    g = w - tita;

    d = {'Delone el:', L, G, ThetaBig, l, g, tita};

    %Poincare1(L, L-G, G-ThetaBig, lambda, w, tita)
    p1 = {'Poincare 1k:', L, L-G, G-ThetaBig, lambda, w, tita };

    %Poincare2(L, ksi, p, lambda, eta, q)
    ksi = sqrt(2*(L-G)) * cos(g+tita);
    p = sqrt(2*(G-ThetaBig)) * cos(tita);
    eta = -sqrt(2*(L-G)) * sin(g+tita);
    q = -sqrt(2*(G-ThetaBig)) * sin(tita);

    p2 = {'Poincare 2k:', L, ksi, p, lambda, eta, q };

    disp(d);
    disp(p1);
    disp(p2);

end
```

Спомагателни функции за двете задачи:

```
%
      a      e      i      L      w      OMEGA      1/mu
dataMatrix = [0.38709 0.20563 7.00497 252.25032 77.45779 48.33076 1/6023600;
              0.72333 0.00677 3.39467 181.97909 131.60246 76.67984 1/408523;
              1      0.01671 -0.00001 100.46457 102.93768 0      1/328900.5;
              1.52371 0.09339 1.84969 -4.55343 -23.94362 49.55953 1/3098708;
              5.20288 0.04838 1.30439 34.39644 14.72847 100.47390 1/1047.34;
              9.53667 0.05386 2.48599 49.95424 92.59887 113.66242 1/3497.8;
              19.18916 0.04725 0.77263 313.23810 170.95427 74.01692 1/22902.9;
              30.06992 0.00859 1.77004 -55.12002 44.96476 131.78422 1/19402;
              39.48211 0.24882 17.14001 238.92903 224.06891 110.30393 1/135000000];

planets = {'Mercury', 'Venus', 'Earth', 'Mars', 'Jupiter', 'Saturn', 'Uranus', 'Neptune', 'Pluto'};

for i = 1:9
    disp(char(planets(i)));
    solution(dataMatrix(i,:));
end

for i = 1:9
    disp(char(planets(i)));
    solution2(dataMatrix(i,:));
end

function solution(data)
    findPosition(data(1), data(2), data(3), data(4), data(5), data(6), data(7));
end

function solution2(data)
    poankreDelone(data(1), data(2), data(3), data(4), data(5), data(6), data(7));
end
```