

Enero-2018.pdf



CarlosGarSil98



Algorítmica y Modelos de Computación



3º Grado en Ingeniería Informática

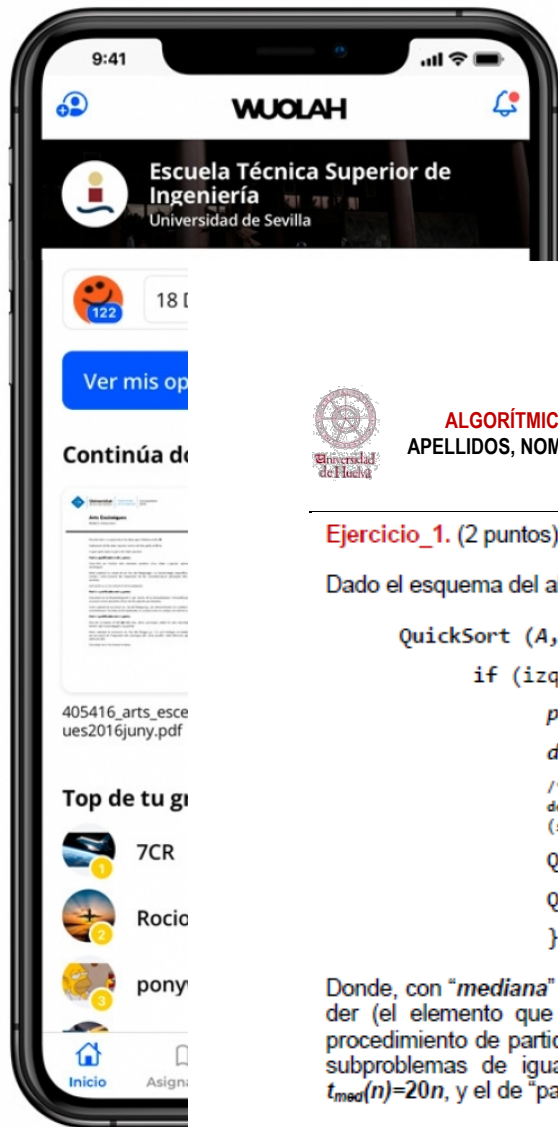


**Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Huelva**



Descarga la APP de Wuolah.
Ya disponible para el móvil y la tablet.





Descarga la APP de Wuolah.
Ya disponible para el móvil y la tablet.



Universidad de Huelva. Escuela Técnica de Ingeniería. Departamento de Tecnologías de la Información.
ALGORÍTMICA Y MODELOS DE COMPUTACIÓN. 3º Grado Ingeniería Informática. El Carmen 25 de enero del 2018.
APELLIDOS, NOMBRE García Silva, Carlos NOTA _____

Ejercicio_1. (2 puntos)

Dado el esquema del algoritmo de ordenación QuickSort:

```
QuickSort (A, izq, der) /* Ordena un vector A desde izq hasta der */
    if (izq < der) {
        piv=mediana (izq, der)
        div =partition (A, piv, izq, der)
        /* El vector A[izq..der] se particiona en dos subvectores A[izq..div] y A[div+1..der],
        de forma que los elementos de A[izq..div] son menores o iguales que los de A[div+1..der]
        (según elemento pivote) */
        QuickSort (A, izq, div)
        QuickSort (A, div+1, der)
    }
```

Donde, con "*mediana*" se obtiene la mediana de los elementos del array A entre las posiciones izq y der (el elemento que ocuparía la posición central si estuvieran ordenados), y "*partition*" es el procedimiento de particionar pero usando *piv* como pivote, con lo que el problema se divide en dos subproblemas de igual tamaño. Si el tiempo de ejecución del procedimiento "*mediana*" es $t_{med}(n)=20n$, y el de "*partition*" es $t_{par}(n)=n$:

- (0,75 puntos). Calcular la complejidad del algoritmo propuesto por el método de la ecuación característica.
- (0,25 puntos). Calcular la complejidad del algoritmo propuesto por el Teorema maestro.
- (0,5 puntos). Calcular la complejidad del algoritmo propuesto por expansión de recurrencia.
- (0,5 puntos). Si el método de la Burbuja tiene un tiempo de ejecución de n^2 , justificar para qué valores de la entrada es preferible esta versión del QuickSort al método de la Burbuja.

NOTAS:

- Suma de los valores de la progresión geométrica $\sum_{i=0}^n 2^i = 2^{n+1} - 1$
- El Teorema maestro aplicado a $T(n) = aT(n/b) + \Theta(n^k \log^p n)$ es:

$$T(n) \in \begin{cases} O(n^{\log_b a}) & \text{si } a > b^k \\ O(n^k \cdot \log^{p+1} n) & \text{si } a = b^k \\ O(n^k \cdot \log^p n) & \text{si } a < b^k \end{cases}$$

Apartado a:

$$T(n) \begin{cases} 1 & \text{si } n=1 \\ 2T(n/2) + T_{med} + T_{part} + 8 & \text{si } n>1 \end{cases}$$

$$T_{med}(n) = 20n$$

$$T_{part}(n) = n$$

$$T(n) \begin{cases} 1 & \text{si } n=1 \\ 2T(n/2) + 21n + 8 & \text{si } n>1 \end{cases}$$

WUOLAH

$$T(n) - 2T(n/2) = 21n + 8 \quad \left[\begin{array}{c} \text{cambio de base} \\ n = 2^k \end{array} \right] \quad T(2^k) - 2T(2^{k-1}) = 21 \cdot 2^k + 8$$

$$T(2^k) - 2T(2^{k-1}) \rightarrow (x-2)$$

$$b^k \cdot p(k)^d = 21 \cdot 2^k \rightarrow (x-2)^{0+1}$$

$$b^k \cdot p(k)^d = 8 = 8 \cdot 1^k \rightarrow (x-1)^{0+1}$$

$$p(x) = (x-2)^1(x-1)^1; \text{ Raíces: } r_1 = 2 \text{ doble, } r_2 = 1$$

No Homogénea

$$T(2^k) = C_0 \cdot 2^k \cdot k^0 + C_1 \cdot 2^k \cdot k^1 + C_2 \cdot 1^k \cdot k^0 = C_0 \cdot 2^k + C_1 \cdot 2^k \cdot k + C_2 \cdot 1^k$$

$$\left[\begin{array}{c} \text{cambio de base} \\ 2^k = n \end{array} \right] \quad k = \log(n) \quad T(n) = C_0 n + C_1 n \log(n) + C_2$$

$$T(1) = 1 \quad \text{caso base}$$

$$T(2) = 2T(2/2) + 21 \cdot 2 + 8 = 54$$

$$T(4) = 2T(4/2) + 21 \cdot 4 + 8 = 194$$

$$T(8) = 2T(8/2) + 21 \cdot 8 + 8 = 564$$

$$\begin{cases} C_0 \cdot 2 + C_1 \cdot 2 \log(2) + C_2 = 54 \\ C_0 \cdot 4 + C_1 \cdot 4 \log(4) + C_2 = 194 \\ C_0 \cdot 8 + C_1 \cdot 8 \log(8) + C_2 = 564 \end{cases}$$

$$C_0 = 17/2, \quad C_1 = 21, \quad C_2 = -8$$

$$T(n) = \frac{17}{2} n + 21 n \log(n) - 8 \in O(n \cdot \log(n))$$

Apartado b:

A partir del Teorema maestro: $aT(n/b) + O(n^k \cdot \log^f(n))$

En este caso: $a = 2, b = 2, k = 1, p = 0$

$$a > b^k \rightarrow 2 > 2^1; \text{ No se cumple}$$

$$a = b^k \rightarrow 2 = 2^1; \text{ Sí se cumple}$$

$$T(n) \in O(n \cdot \log(n))$$

Apartado c:

$$T(n) = 2T(n/2) + 21n + 8; \quad T(n) = 2(2T(n/4) + 21 \frac{n}{2} + 8) + 21n + 8$$

$$T(n) = 4T(n/4) + 42n + 24; \quad T(n) = 4(2T(n/8) + 21 \frac{n}{4} + 8) + 42n + 24$$

$$T(n) = 8T(n/8) + 63n + 56 \rightarrow T(n) = 2^i \cdot T(n/2^i) + 21 \cdot i \cdot n + 8 \cdot \sum_{j=1}^{\log(n)} (2^j)$$

$$\sum_{i=0}^n (2^i) = 2^{n+1} - 1 \rightarrow \sum_{i=0}^{\log(n)} (2^i) = 2^{\log(n)+1} - 1; \quad \sum_{i=1}^{\log(n)} (2^i) = 2^{\log(n)} - 1$$

Detalle importante

$$2^{\log(n)} = n; \quad T(n) = n + 21 \cdot n \cdot \log(n) + 8(n-1); \quad T(n) = 9n + 21n \log(n) - 8 \in O(n \cdot \log(n))$$



**KEEP
CALM
AND
ESTUDIA
UN POQUITO**

Apartado d:

$$T_{\text{burbuja}}(n) = n^2; \quad T_{\text{quicksort}}(n) = 9n + 21n \log(n) - 8$$

Lo que tenemos que averiguar es:

$$n^2 \geq 9n + 21n \log(n) - 8 \longrightarrow n^2 - 9 \cdot n - 21 \cdot n \cdot \log(n) + 8 = 0$$

$$n = 64 \longrightarrow -4536; \text{ A favor de Burbuja}$$

$$n = 128 \longrightarrow -3576; \text{ A favor de Burbuja}$$

$$n = 256 \longrightarrow 20232; \text{ A favor de Quicksort} \quad \left. \vphantom{\begin{matrix} n = 64 \\ n = 128 \\ n = 256 \end{matrix}} \right\} \text{ valor entre 128 y 256}$$

$$n = 160 \longrightarrow -433'678; \text{ A favor de Burbuja}$$

$$n = 170 \longrightarrow 936'474; \text{ A favor de Quicksort}$$

$$n = 162 \longrightarrow -176'170; \text{ A favor de Burbuja}$$

$$n = 163 \longrightarrow -44'697; \text{ A favor de Burbuja}$$

$$n = 164 \longrightarrow 88'591; \text{ A favor de Quicksort}$$

Como no hay números enteros entre 163 y 164, paramos y podemos afirmar:
para $n \geq 164$ el algoritmo Quicksort es más eficiente

Ejercicio_2. (3 puntos)

- Resolver el problema de la mochila para el caso en que no se permita partir los objetos (es decir, un objeto se coge entero o no se coge nada).

☐ Problema de la mochila.

■ Tenemos:

- ☐ n objetos, cada uno con un peso (p_i) y un valor o beneficio (b_i)
- ☐ Una mochila en la que podemos meter objetos, con una capacidad de peso máximo M .

■ **Objetivo:** llenar la mochila con esos objetos, maximizando la suma de los beneficios (valores) transportados, y respetando la limitación de capacidad máxima M .

■ Se supondrá que los objetos **NO** se pueden partir en trozos.

➤ Se pide:

- a. (1.5 puntos). Diseñar un algoritmo voraz para resolver el problema aunque no se garantice la solución óptima. Es necesario marcar en el código propuesto a que corresponde cada parte en el esquema general de un algoritmo voraz (criterio, candidatos, función.....). Si hay más de un criterio posible elegir uno razonadamente y discutir los otros. Comprobar si el algoritmo garantiza la solución óptima en este caso (la demostración se puede hacer con un contraejemplo).

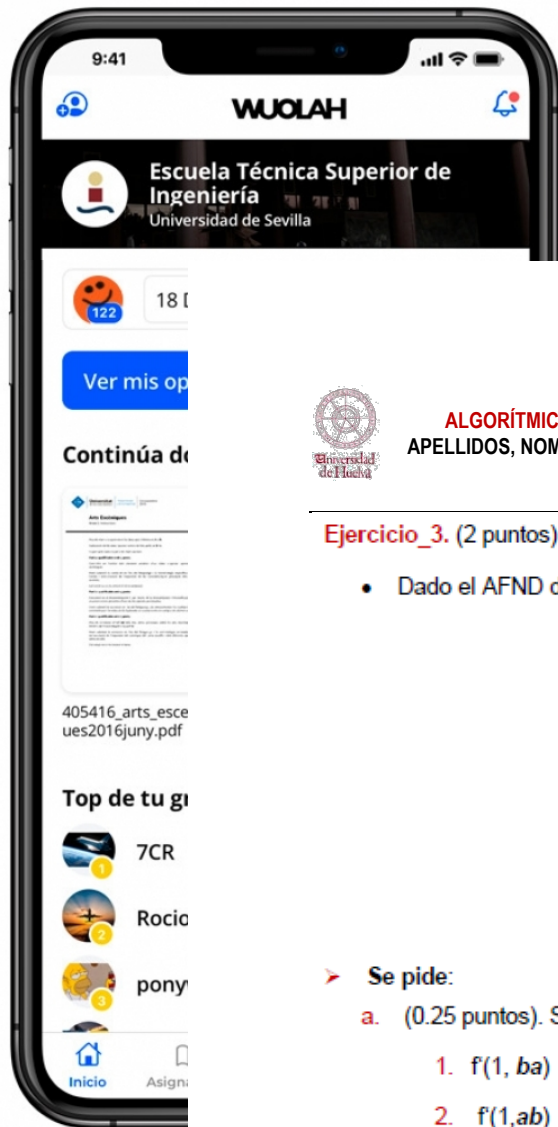
➤ Aplicar el algoritmo al caso: $n=3$, $M=6$, $p=(2, 3, 4)$, $b=(1, 2, 5)$

- b. (1.5 puntos). Resolver el problema mediante programación dinámica. Definir la ecuación recurrente, los casos base, las tablas y el algoritmo para rellenarlas y especificar cómo se recompone la solución final a partir de los valores de las tablas.

➤ Aplicar el algoritmo al caso: $n=3$, $M=6$, $p=(2, 3, 4)$, $b=(1, 2, 5)$

❖ Nota: una posible ecuación recurrente es:

$$\text{Mochila}(k, m) = \begin{cases} 0 & \text{Si } k=0 \text{ ó } m=0 \\ -\infty & \text{Si } k<0 \text{ ó } m<0 \\ \max \{ \text{Mochila}(k-1, m), b_k + \text{Mochila}(k-1, m-p_k) \} & \end{cases}$$



Descarga la APP de Wuolah.

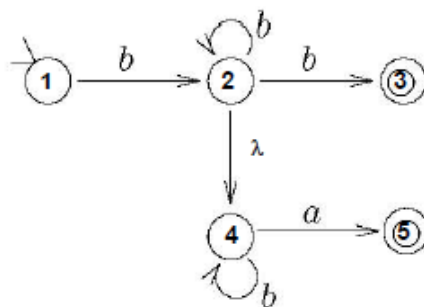
Ya disponible para el móvil y la tablet.



Universidad de Huelva. Escuela Técnica de Ingeniería. Departamento de Tecnologías de la Información.
ALGORÍTMICA Y MODELOS DE COMPUTACIÓN. 3º Grado Ingeniería Informática. El Carmen 25 de enero del 2018.
 APELLIDOS, NOMBRE García Silva, Carlos NOTA _____

Ejercicio 3. (2 puntos)

- Dado el AFND definido en el grafo:



Se pide:

- (0,25 puntos). Si son aceptadas o no por el autómata las siguientes cadenas:
 - $f(1, ba)$
 - $f(1, ab)$
 - $f(1, bb)$
 - $f(1, b)$
 - $f(1, bba)$
- (0,5 puntos). El AFD equivalente
- (0,5 puntos). El AFD mínimo
- (0,25 puntos). Corroborar el resultado obtenido para las palabras del apartado a. con el AFD obtenido en el apartado c.
- (0,5 puntos). Obtener una expresión regular equivalente al AFD obtenido en el apartado c.

Apartado a

$f''(1, ba)$
 λ -clausura(1) = 1
 $f'(\{1\}, b) = \{2, 4\}$
 $f'(\{2, 4\}, a) = \emptyset$
 S es estado final; **ACEPTADA**

$f''(1, bb)$
 λ -clausura(1) = 1
 $f'(\{1\}, b) = \{2, 4\}$
 $f'(\{2, 4\}, b) = \{2, 3, 4\}$
 En el conjunto se encuentra el estado final 3; **ACEPTADA**

$f''(1, ab)$
 λ -clausura(1) = 1
 $f'(\{1\}, a) = \emptyset$ conjunto vacío
NO ACEPTADA

$f''(1, b)$
 λ -clausura(1) = 1
 $f'(\{1\}, b) = \{2, 4\}$
 No hay estado final en el conjunto; **NO ACEPTADA**

$$f''(1, bba)$$

$$\lambda\text{-clausura}(1) = 1$$

$$f'(\{1\}, b) = \{2, 4\}$$

$$f'(\{2, 4\}, b) = \{2, 3, 4\}$$

$$f'(\{2, 3, 4\}, a) = 5$$

5 es estado final; ACEPTADA

Apartado b:

$$\rightarrow Q_0 = \lambda\text{-Clausura}(1) = \{1\}$$

$$f'(Q_0, a) = \emptyset \text{ conjunto vacío}$$

$$f'(Q_0, b) = \{2, 4\} \quad Q_1 \text{ estado normal}$$

$$Q_1 = \{2, 4\}$$

$$f'(Q_1, a) = 5 \quad Q_2 \text{ estado final}$$

$$f'(Q_1, b) = \{2, 3, 4\} \quad Q_3 \text{ estado final}$$

$$*Q_2 = \{5\}$$

$$f'(Q_2, a) = \emptyset$$

$$f'(Q_2, b) = \emptyset$$

$$*Q_3 = \{2, 3, 4\}$$

$$f'(Q_3, a) = 5 \rightarrow Q_2$$

$$f'(Q_3, b) = 2, 3, 4 \rightarrow Q_3$$

	a	b
$\rightarrow Q_0$		Q_1
Q_1	Q_2	Q_3
$*Q_2$		
$*Q_3$	Q_2	Q_3

Apartado c:

Agrupamos entre estados finales y no finales

$$Q/E_0 = (C_0 = \{Q_0, Q_1\}, C_1 = \{Q_2, Q_3\})$$

$$\left. \begin{array}{ll} f'(Q_0, a) = \emptyset & f'(Q_1, a) = C_1 \\ f'(Q_0, b) = C_0 & f'(Q_1, b) = C_1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{No coincide} \\ \text{hay que dividir} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{ll} f'(Q_2, a) = \emptyset & f'(Q_3, a) = C_1 \\ f'(Q_2, b) = \emptyset & f'(Q_3, b) = C_1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{No coincide} \\ \text{hay que dividir} \end{array}$$

Como el resultado es un estado por cada conjunto, ya nos encontrábamos con el AFD mínimo en el anterior apartado.

Apartado d:

$f''(Q_0, ba)$
 $f'(Q_0, b) = Q_1$
 $f'(Q_1, a) = Q_2$
 Q_2 es estado final; ACEPTADA

$f''(Q_0, ab)$
 $f'(Q_0, a) = \emptyset$
No es estado final;
NO ACEPTADA

$f''(Q_0, bb)$
 $f'(Q_0, b) = Q_1$
 $f'(Q_1, b) = Q_3$
 Q_3 es estado final; ACEPTADA

$f''(Q_0, b)$
 $f'(Q_0, b) = Q_1$
 Q_1 no es estado final;
NO ACEPTADA

$f''(Q_0, bba)$
 $f'(Q_0, b) = Q_1$
 $f'(Q_1, b) = Q_3$
 $f'(Q_3, a) = Q_2$
 Q_2 es estado final; ACEPTADA

Apartado e:

$$\text{Ecuación característica} \begin{cases} X_0 = bX_1 \\ X_1 = aX_2 + bX_3 + a + b \\ X_2 = \lambda \\ X_3 = aX_2 + bX_3 + a + b \end{cases}$$

Se realizará mediante sustitución:
 $X_2 = \lambda$

$$X_3 = aX_2 + bX_3 + a + b; X_3 = a\lambda + bX_3 + a + b$$
$$X_3 = bX_3 + a + b; X_3 = b^*(a + b)$$

$$X_1 = aX_2 + bX_3 + a + b; X_1 = a\lambda + bX_3 + a + b;$$
$$X_1 = a\lambda + b(b^*(a + b)) + a + b; X_1 = bb^*a + bb^*b + a + b$$

$$X_0 = bX_1; X_0 = b(bb^*a + bb^*b + a + b);$$
$$X_0 = bbb^*a + bbb^*b + ba + bb$$

Ejercicio_4. (3 puntos)

Considérese la siguiente gramática:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow (L) \\ &\quad | a \\ L &\rightarrow L \% S \\ &\quad | S \end{aligned}$$

- (0,25 puntos). Comprobar si es LL(1) mediante el cálculo de los conjuntos Primero y Siguierte.
- (0,25 puntos). Con la gramática equivalente LL(1), especificar un autómata con pila que acepte el mismo lenguaje por pila vacía.
- (0,5 puntos). Analizar por el autómata del apartado b. anterior, teniendo en cuenta el principio de preanálisis (lectura de un símbolo de la entrada con anticipación) la entrada " $a\%(a\%a)$ ".
- (0,75 puntos) Con la gramática equivalente LL(1), construir la tabla de análisis LL(1) y especificar el pseudocódigo de análisis sintáctico tabular.
- (0,75 puntos) Construir la traza correspondiente al reconocimiento de la frase: " $a\%(a\%a)$ " según el pseudocódigo especificado en el apartado d. anterior.
- (0,5 puntos) Especificar el pseudocódigo de análisis sintáctico dirigido por la sintaxis para la gramática obtenida LL(1).

Apartado a:

vamos a quitar la recursividad por la izquierda:

$$\begin{array}{l|l} L \rightarrow L \% S & L \rightarrow S L' \\ | S & L' \rightarrow \% S L' \\ & | \lambda \end{array}$$

Gramática equivalente

- $S \rightarrow (L)$
- $\quad | a$
- $L \rightarrow S L'$
- $L' \rightarrow \% S L'$
- $\quad | \lambda$

	Primeros	Siguiertes	Predicción
S	(% λ \$	(
	a		a
L	(a)	(a
L'	%)	%
	λ)

} intersección vacía

} intersección vacía

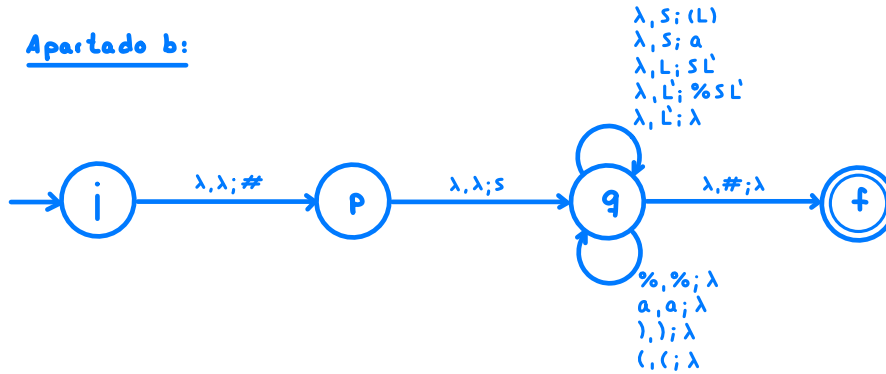
Como todas las intersecciones son vacías, podemos decir que nos encontramos con la gramática equivalente LL(1).



Descarga la APP de Wuolah.
Ya disponible para el móvil y la tablet.



Apartado b:



Apartado c:

Estado	Pila	Entrada	Acción	Indetermina	Acción
i	λ	(a%(a%a))\$	i λ λ ; p #		
p	#	(a%(a%a))\$	p λ λ ; q S		
q	S	# (a%(a%a))\$	q λ S ; q (L)		S ::= (L)
q	(L)	# (a%(a%a))\$	q ((; q λ		Reconoce ((
q	L)	# (a%(a%a))\$	q λ L ; q S L'		L ::= S L'
q	S L')	# a%(a%a))\$	q λ S ; q a		S ::= a
q	a L')	# a%(a%a))\$	q a a ; q λ		Reconoce (a)
q	L')	# %(a%a))\$	q λ L' ; q % S L'		L' ::= % S L'
q	% S L')	# %(a%a))\$	q % % ; q λ		Reconoce (%)
q	S L')	# (a%a))\$	q λ S ; q (L)		S ::= (L)
q	(L) L')	# (a%a))\$	q ((; q λ		Reconoce ((
q	L) L')	# a%a))\$	q λ L ; q S L'		L ::= S L'
q	S L') L')	# a%a))\$	q λ S ; q a		S ::= a
q	a L') L')	# a%a))\$	q a a ; q λ		Reconoce (a)
q	L') L')	# %a))\$	q λ L' ; q % S L'		L' ::= % S L'
q	% S L') L')	# %a))\$	q % % ; q λ		Reconoce (%)
q	S L') L')	# a))\$	q λ S ; q a		S ::= a
q	a L') L')	# a))\$	q a a ; q λ		Reconoce (a)
q	L') L')	#))\$	q λ L' ; % S L'	q λ L' ; q λ	L' ::= λ
q) L')	#))\$	q)) ; q)		Reconoce ())
q	L')	#)\$	q λ L' ; % S L'	q λ L' ; q λ	L' ::= λ
f)	#)\$	q)) ; q λ		Reconoce ())
q	#	\$	q λ # ; f λ		
f	λ	\$	ACEPTAR		ACEPTAR

Apartado d:

La tabla se obtiene mediante el siguiente algoritmo:

```

[  $\forall A \rightarrow \alpha$ 
  [  $\forall 'a' \text{ terminal } \neq \lambda \in \text{PRin}(\alpha)$ 
    [ Tabla[A, a] =  $\alpha$ 
    ] fin  $\forall$ 
  [ si  $\lambda \in \text{PRin}(\alpha)$ 
    [  $\forall 'b' \text{ terminal } \neq \lambda \in \text{sig}(\alpha)$ 
      [ Tabla[A, a] =  $\lambda$ 
      ] fin  $\forall$ 
    ] fsi
  ] fin  $\forall$ 

```

```

[ procedimiento Analisis_tabular()
  Apilar(#);
  Apilar(S);      S = axioma
  Leer(simbolo);  preanalisis = simbolo
  mientras NOT pila_vacia hacer
    switch cima_pila
      case terminal:
        si cima_pila == simbolo entonces
          Desapilar(simbolo);
          Leer(simbolo);
        -sino
          error_sintactico();
        fsi
      case No_terminal:
        si Tabla(cima_pila, simbolo) != error entonces
          Desapilar(cima_pila);
          Apilar(Tabla(cima_pila, simbolo));
        -sino
          error_sintactico();
        fsi
      fswitch
    fmientras
    si cima_pila == # entonces
      Desapilar(#);
      Escribir(cadena_aceptada);
    -sino
      error_sintactico();
    fsi
  fprocedimiento

```

Apartado e:

Pila	Entrada	Acción
λ	$(a\%(a\%a))\$$	Apilar (#)
#	$(a\%(a\%a))\$$	Apilar (S)
S	$(a\%(a\%a))\$$	$S ::= (L)$
(L)	$(a\%(a\%a))\$$	Leer (L)
L)	$a\%(a\%a))\$$	$L ::= s L'$
s L'	$a\%(a\%a))\$$	$s ::= a$
a L'	$a\%(a\%a))\$$	Leer (a)
L'	$\%(a\%a))\$$	$L' ::= \% s L'$
\% s L'	$(a\%a))\$$	Leer (\%)
s L'	$(a\%a))\$$	$s ::= (L)$
(L) L'	$(a\%a))\$$	Leer (L)
L) L'	$a\%a))\$$	$L' ::= s L'$
s L') L'	$a\%a))\$$	$s ::= a$
a L') L'	$a\%a))\$$	Leer (a)
L') L'	$\%a))\$$	$L' ::= \% s L'$
\% s L') L'	$\%a))\$$	Leer (\%)
s L') L')	$a))\$$	$s ::= a$
a L') L')	$a))\$$	Leer (a)
L') L')	$)\$$	Desapilar (L')
) L')	$)\$$	Leer (L')
L')	$)\$$	Desapilar (L')
)	$)\$$	Leer (L)
#	$\$$	Desapilar (#)
λ	$\$$	Aceptar

```

funcion L'()
  switch SLA
    case \% :
      Reconoce (\%);
      S();
      L'();
    case ) :
      default:
        error_sintactico();
  fswitch
ffuncion
  
```

Apartado f:

```

programa_Principal ()
  SLA = leer_simbolo();
  S();
  si SLA != $ entonces
    Error ();
  fsi
fprograma

procedimiento Reconocer (simbolo T)
  si SLA == T entonces
    leer_simbolo();
  sino
    error_sintactico();
  fsi
fprocedimiento
  
```

```

funcion S()
  switch SLA
    case (:
      Reconoce (L);
      L();
      Reconoce (L);
    case a:
      Reconoce (a);
  default:
    error_sintactico();
  fswitch
ffuncion

funcion L()
  S();
  L'();
ffuncion
  
```