Facultad de Ingeniería
IMERL
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA
Curso 2021
Práctico 10

Teorema del Límite Central

Ejercicio 1
Se realiza una encuesta para tratar de estimar el porcentaje de votos de determinado candidato. Al final de la misma se tendrán n respuestas, representadas en la muestra $X_1, X_2, \cdots, X_n$ de realizaciones de la variable de Bernoulli de parámetro p (la probabilidad de que una persona elegida al azar en la población vote por el candidato en cuestión).

1. A partir de la mencionada muestra ¿Qué valor usaría usted para estimar p?.
2. Usando la Desigualdad de Chevishoff (y antes de tomar la muestra) ¿Cuántos datos tomaría para que, con una probabilidad de al menos 0,95, el estimador no distara del valor de p más de un 0,03?. (Sugerencia: Demuestre y use que para cualquier valor de $p \in [0,1]$ se cumple $p(1-p) \leq 1/4$).
3. Usando el Teorema del Límite Central resolver la parte anterior y comparar con el resultado obtenido por la Desigualdad de Chevishoff. *(Las dos primeras partes de este ejercicio fueron resueltas en el práctico 8).*

Ejercicio 2

Los resistores de cierto tipo de tienen resistencias que en promedio son de $\mu = 200$ ohms, con una desviación estándar de $\sigma = 10$ ohms. Se toman (al azar) 25 de estos resistores y se conectan (en forma independiente) en un circuito.

1. Calcular la probabilidad (aproximada) de que la resistencia promedio de los 25 resistores este entre 199 y 202 ohms.
2. Calcular la probabilidad (aproximada) de que la resistencia total de los 25 resistores no sea mayor que 5100 ohms.

Ejercicio 3

Si $X_1, \ldots, X_n$ $iid \sim \exp(5)$ y n es muy grande, ¿a qué distribución se aproxima la distribución de $\overline{X}_n$?

Ejercicio 4

1. Si $X \sim \text{BN}(k, p)$, con k muy grande, hallar una aproximación de su distribución. Sugerencia: Usar la descomposición de una Binomial Negativa BN como suma de geométricas.
2. Si $X \sim \text{BN}(1600, 0{,}25)$, calcular $\mathbf{P}\left(X > 6200\right)$.

Intervalos de Confianza

Ejercicio 5

1. Una máquina de refrescos está ajustada de tal manera que la cantidad de líquido despachada se distribuye aproximadamente en forma normal con una desviación estándar igual a 0,15 decilitros. Encontrar un intervalo de confianza 0,95 para la media de todos los refrescos que sirve esta máquina si una muestra aleatoria de 36 refrescos tiene un contenido promedio de 2,25 decilitros.
2. ¿Qué tan grande tiene que ser la muestra si se desea tener una confianza del 95 % de que la media muestral no difiera en más de 0,03 decilitros de la media real μ?

Ejercicio 6
Se ha llevado a cabo un experimento para determinar la vida útil de un cierto tipo de mecha (en condiciones extremas). Para esto se tomaron 50 mechas al azar de un stock mayor de mechas, y se les midió el tiempo de vida (en cientos de horas) obteniéndose un promedio muestral $\overline{X}_n = 2{,}266$. Por estudios previos se sabe que el tiempo de vida de las mechas de ese tipo tiene una distribución $N(\mu, \sigma^2)$ con $\sigma = 1{,}935$. Determinar un intervalo de confianza para la vida útil promedio μ de las mechas de ese tipo, con una confianza igual a 0,95.

Ejercicio 7
Los contenidos de 7 recipientes similares de ácido sulfúrico son 9,8, 10,2, 10,4, 9,8, 10,0, 10,2 y 9,6 litros. Encontrar un intervalo de confianza 0,95 para la media de todos los recipientes, suponiendo una distribución normal.

Ejercicio 8
Una máquina produce piezas metálicas de forma cilíndrica. Se toma una muestra de piezas cuyos diámetros son 1,01, 0,97, 1,03, 1,04, 0,99, 0,98, 0,99, 1,01 y 1,03 centímetros. Encontrar un intervalo de confianza 0,99 para el diámetro promedio de piezas de esta máquina, si se supone una distribución aproximadamente normal.

Ejercicio 9
Los siguientes son los pesos, en decagramos, de 10 paquetes de semillas de pasto distribuidos por determinada compañía: 46,4, 46,1, 45,8, 47,0, 46,1, 45,9, 45,8, 46,9, 45,2 y 46,0. Encontrar un intervalo de confianza 0,95 para la varianza de todos los paquetes de semillas de pasto que distribuyó esta compania, suponiendo una población normal.

Ejercicio 10
Un fabricante de baterías para automóvil asegura que sus baterías duran, en promedio, 3 años con una varianza de un año. Si 5 de estas baterías tienen duraciones de 1,9, 2,4, 3,0, 3,5 y 4,2 años, determine un intervalo de confianza 0,95 para σ^2 e indique si es válida la afirmación del fabricante de que $\sigma^2 = 1$. Se supone que la población de las duraciones de las baterías se distribuye aproximadamente en forma normal.

Ejercicio 11

1. Al probar 100 barras de acero que fabricó la compañía A se encuentra que 12 no cumplieron con las especificaciones.
   a) Determinar un intervalo de confianza 95 % para la proporción verdadera de las barras de acero que no cumplen las especificaciones.
   b) Si se desea estimar la proporción verdadera que no cumple con las especificaciones con una exactitud de 0,05 y una confianza de 0,95. ¿Cuántas barras se deben examinar?
2. *a*) Hallar un intervalo de confianza 98 % para la proporción de artículos defectuosos en un proceso de producción, si se encontraron 8 artículos defectuosos en una muestra de tamaño 100.
   b) ¿Qué tan grande debe ser la muestra para tener una confianza de 98 % de que la proporción estimada no difiera más de 0,05 de la proporción verdadera de defectuosos?
3. Se está considerando un nuevo sistema de montaje industrial. Con el sistema actual, el 80 % de los montajes se considera "perfecto".
   Se realiza una muestra de 40 montajes experimentales con el nuevo sistema y 34 de ellos son "perfectos". Hallar un intervalo de confianza 95 % para la probabilidad de éxito (montaje "perfecto") del nuevo sistema. ¿Se obtienen grandes mejoras con el nuevo sistema?