Задача № 9

$$P(n) = \frac{1}{2\pi i}\int_C \frac{dz}{z^{n+1}} \prod_{k=1}^{\infty} \frac{1}{1-z^k} \qquad \frac{1}{1-z^k} = 1 + z^k + z^{2k} + \ldots$$

$$P(1): \frac{1}{2\pi i}\int_C \frac{1}{z^2}\prod(1+z^k+\ldots)\ldots = \frac{1}{2\pi i}\int_C \frac{1}{z^2}\cdot(1+z+z^2+\ldots)\cdot(1+z^2+z^4+\ldots)\ldots$$

ищем c_{-1}, его дает z^{n-1} в первом множителе $\Pi \Rightarrow c_{-1}=1$

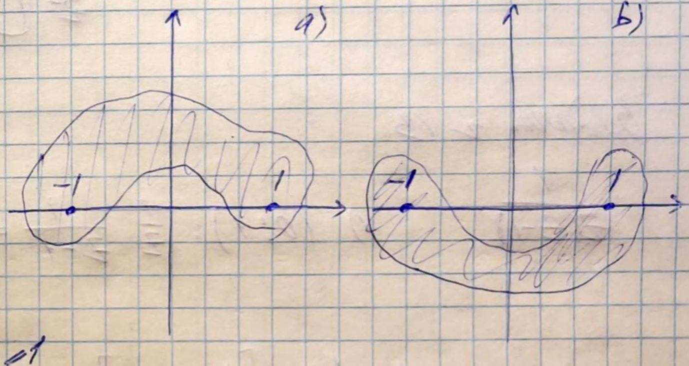
$$P(4): \frac{1}{2\pi i}\int_C \frac{1}{z^5}\cdot(1+z+z^2+z^3+z^4\ldots)\cdot(1+z^2+z^4+z^6+z^8\ldots)\cdot(1+z^3+z^6\ldots)\cdot(1+z^4+z^8\ldots)$$

как и ранее ищем c_{-1}, а значит все комбинации z^4

из 1 скобки: z^4 $+1$
из 2 скобки: z^4 $+1$
из 4 скобки: z^4 $+1$
из 1 и 2 скобок: $z^2\cdot z^2$ $+1$
из 1 и 3 скобок: $z\cdot z^3$ $+1$

$5 = c_{-1}$

Задача № 10



$y = ?$ $\quad y(1)=0$

$y'(z) = \frac{1}{2z}$

$$\int y'(z)\,dz = \frac{1}{2}\ln z$$

$$z = re^{i\varphi}$$

$$\frac{1}{2}\ln re^{i\varphi} = \frac{1}{2}(\ln r + i\varphi)$$

В случае а обход (φ) идет в "+" направлении: $\varphi \to 0 \to \pi$

в случае b в "−" направлении: $\varphi \to 0 \to -\pi$

а) $\frac{1}{2}i\pi$

b) $\frac{1}{2}i(-\pi)$