P57 1. 解：∵ $1.4^3-1.4^2-1=-0.216<0$　$1.5^3-1.5^2-1=0.125>0$

∴ $[1.4,1.5]$ 为有根区间

(1) $x=1+\frac{1}{x^2}$　令 $\varphi(x)=1+\frac{1}{x^2}$

∴ $|\varphi'(x)|=\left|\frac{-2}{x^3}\right|\le\frac{2}{1.4^3}\approx0.73<1$

∴ 迭代公式 $x_{k+1}=1+\frac{1}{x_k^2}$ 收敛

(3) 令 $\varphi(x)=\sqrt[3]{1+x^2}$，$|\varphi'(x)|=\left|\frac{1}{3}(x^2+1)^{-\frac{2}{3}}\cdot 2x\right|\le\frac{2\times1.5}{3}\cdot\frac{\frac{2\times1.5}{3}}{(1+1)^{\frac{2}{3}}}\approx0.63<1$

∴ 迭代公式 $x_{k+1}=\sqrt[3]{1+x_k^2}$ 收敛

顺序写反了

(2) 令 $\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{x-1}}$，$|\varphi'(x)|=\left|-\frac{1}{2}(x-1)^{-\frac{3}{2}}\right|\ge\frac{(1.5-1)^{-\frac{3}{2}}}{2}\approx1.4>1$

∴ 迭代公式 $x_{k+1}=\frac{1}{\sqrt{x_k-1}}$ 发散

即 (1)(3) 收敛，(2) 发散，选取公式 (1) 进行迭代计算得近似根为 1.466