P181

1、解：(1) 由定理5.4.得

$$\lambda(A)=\bigcup_{j=1}^{2}(A_{jj}) = \lambda(A_{11}) \cup \lambda(A_{22})$$

∴ λ_j, λ_k 为A特征值

(2) 由已知，得

$$Ax_j' = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ 0 & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_j \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}x_j \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_j x_j \\ 0 \end{bmatrix}$$

∴ x_j' 为矩阵A对应于λ_j的特征向量

2、解：由已知，得

D_1: $|\lambda-0.5|\le 1.2$ D_2: $|\lambda+1.2|\le 1.8$ D_3: $|\lambda-3|\le 0.6$

则有 $\lambda_1, \lambda_2 \in D_1 \cup D_2$ $2.4\le\lambda_3\le 3.6$

D_1': $|\lambda-0.5|\le 1$ D_2': $|\lambda+1.2|\le 1.2$ D_3': $|\lambda-3|\le 1.4$

有 $\lambda_1, \lambda_2 \in D_1' \cup D_2'$ $1.6\le\lambda_3\le 4.4$

∴ $\lambda_1, \lambda_2 \in [-2.4, 1.5]$ $\lambda_3 \in [2.4, 3.6]$

∴ $\rho(A) \in [2.4, 3.6]$

又∵ $A^TA = \begin{bmatrix} 1.25 & -1.5 & -0.5 \\ -1.5 & 2.16 & -1.2 \\ -0.5 & -1.2 & 10 \end{bmatrix}$

有 D_1'': $|\lambda-1.25|\le 2$ D_2'': $|\lambda-2.16|\le 2.7$

D_3'': $|\lambda-10|\le 1.7$

∴ $\lambda_1, \lambda_2 \in [-0.75, 4.86]$ $\lambda_3 \in [8.3, 11.7]$

∴ $\mathrm{cond}(A)_2 = \sqrt{\dfrac{\lambda_{max}(A^TA)}{\lambda_{min}(A^TA)}} \in [1.307, \infty)$

3、解：由已知，有：

对A： D_1： $|\lambda-4|\leq 1$

$D_2 \cdots D_{n-1}$： $|\lambda-4|\leq 2$

D_n： $|\lambda-4|\leq 1$

对 A^T： D_1： $|\lambda-4|\leq 1$

$D_2 \cdots D_{n-1}$： $|\lambda-4|\leq 2$

D_n： $|\lambda-4|\leq 1$

∴ A与 A^{-1} 的特征值范围为 $[2, 6]$