

T02 CSP and KRR

16337019 陈浩玮 16337029 陈颂

2018 年 10 月 18 日

Contents

1	Q1	2
2	Q2	2
3	Q3	3
4	Q4	3

1 Q1

(a) Variables: $\{X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{21}, X_{22}, X_{23}, X_{31}, X_{32}, X_{33}\}$

Domain for all variables: $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Constrains: $\{AllEqual(X_{11}+X_{12}+X_{13}, X_{21}+X_{22}+X_{23}, X_{31}+X_{32}+X_{33}, X_{11}+X_{21}+X_{31}, X_{12}+X_{22}+X_{32}, X_{13}+X_{23}+X_{33}, X_{11}+X_{22}+X_{33}, X_{31}+X_{22}+X_{13})\}$

(b) Variables(X_i denotes the i th visited city): $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$

Domain for all variables: $\{1, 2, \dots, n\}$

Constrains: $\{Alldiff(X_1, X_2, \dots, X_n), road(X_1, X_2), \dots, road(X_i, X_{i+1}), \dots, road(X_{n-1}, X_n)\}$

(c) Variables: $\{I, N, T, L, A\}$

Domain for all Variables: $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Constrains: $\{Alldiff(I, N, T, L, A), IL * 10^3 + NL * 10^2 + TL = A * 1110 + I\}$

2 Q2

domain	D_A	D_B	D_C	D_D
Initial	1,2,3,4	3,4,5,8,9	2,3,5,6,8,9	3,5,7,8,9
A = 1	①	DWO	2,3,5,6,8,9	3,5,7,8,9
backtrace	1,2,3,4	3,4,5,8,9	2,3,5,6,8,9	3,5,7,8,9
A = 2	②	DWO	2,3,5,6,8,9	3,5,7,8,9
backtrace	1,2,3,4	3,4,5,8,9	2,3,5,6,8,9	3,5,7,8,9
A = 3	③	3	2,3,5,6,8,9	3,5,7,8,9
B = 3	③	③	2,5	3,5,7,8,9
C = 2	③	③	②	3,5,7,8,9
D = 3	③	③	②	③

- (b)
- Initial: $D_A=\{1,2,3,4\}$, $D_B=\{3,4,5,8,9\}$, $D_C=\{2,3,5,6,8,9\}$, $D_D=\{3,5,7,8,9\}$
 - After A=1: $D_A=\{1\}$, 将 C_1 加入 GAC 队列, A 取 1 时, 找不到一个赋值满足 C_1 , 将 1 从 A 的 domain 中删去, A 的 domain 变为空, DWO, 回溯。
 - After A=2: $D_A=\{2\}$, 将 C_1 加入 GAC 队列, A 取 2 时, 找不到一个赋值满足 C_1 , 将 2 从 A 的 domain 中删去, A 的 domain 变为空, DWO, 回溯。
 - After A=3: $D_A=\{3\}$, 将 C_1 加入 GAC 队列, B 取 4,5,8,9 时, 找不到一个赋值满足 C_1 , 将 4,5,8,9 从 B 的 domain 中删去, $D_B=\{3\}$, 将 C_2 加入 GAC 队列, C 取 3,6,8,9 时, 找不到

一个赋值满足 C_2 ，将 3,6,8,9 从 C 的 domain 中删去， $D_C=\{2,5\}$ ，将 C_3 加入 GAC 队列，此时 C_3 是 consistent 的， D_D 的 domain 不变。

- After B=3: 将 C_2, C_1 加入 GAC 队列，此时 C_1, C_2 都是 consistent 的。各 domain 不变。
- After C=2: $D_C=2$ ，将 C_2, C_3 加入 GAC 队列，此时 C_3, C_2 都是 consistent 的。各 domain 不变。
- After D=3: 所有变量赋值完毕。

3 Q3

- $S_1 : \forall x \forall y (P(x, y) \rightarrow P(y, x)) \implies 1. (\neg P(x, y), P(y, x))$
- $S_2 : \forall x \forall y \forall z ((P(x, y) \wedge P(y, z)) \rightarrow P(x, z)) \implies 2. (\neg P(x, y), \neg P(y, z), P(x, z))$
- $S_3 : \forall x \exists y P(x, y) \implies 3. P(x, f(x))$
- 4. $\neg P(x, x)$
- $R[1a, 3](y = f(x))$ 5. $P(f(x), x)$
- $R[2b, 5](y = f(x), z = x)$ 6. $(\neg P(x, f(x)), P(x, x))$
- $R[3, 6]$ 7. $P(x, x)$
- $R[4, 7]$ ()

4 Q4

(1) 对于任何一个人，只要他的陈述中有一项为假，就可以判断他在说谎

- $\neg \text{dontKnow}(\text{Peter}, \text{Bob}) \vee \neg \text{outOfTown}(\text{Peter}) \rightarrow \text{lie}(\text{Peter}) \implies$
 1. $(\text{dontKnow}(\text{Peter}, \text{Bob}), \text{lie}(\text{Peter}))$
 2. $(\text{outOfTown}(\text{Peter}), \text{lie}(\text{Peter}))$
- $\neg \text{friend}(\text{Peter}, \text{Bob}) \vee \neg \text{hate}(\text{Micheal}, \text{Bob}) \rightarrow \text{lie}(\text{Alex}) \implies$
 3. $(\text{friend}(\text{Peter}, \text{Bob}), \text{lie}(\text{Alex}))$
 4. $(\text{hate}(\text{Micheal}, \text{Bob}), \text{lie}(\text{Alex}))$
- $\neg \text{together}(\text{Peter}, \text{Alex}, \text{Bob}) \rightarrow \text{lie}(\text{Micheal}) \implies$
 5. $(\text{together}(\text{Peter}, \text{Alex}, \text{Bob}), \text{lie}(\text{Michesal}))$

因为最多只有一人说了谎，所以至少有两人的供述是真的。

$$[friend(Peter, Bob) \wedge hate(Micheal, Bob) \wedge together(Peter, Alex, Bob)] \vee \\ [friend(Peter, Bob) \wedge hate(Micheal, Bob) \wedge outOfTown(Peter) \wedge dontKnow(Peter, Bob)] \vee \\ [outOfTown(Peter) \wedge dontKnow(Peter, Bob) \wedge together(Peter, Alex, Bob)] \implies$$

- 6. $(friend(Peter, Bob), together(Peter, Alex, Bob))$
- 7. $(dontKnow(Peter, Bob), together(Peter, Alex, Bob))$
- ...

由谓词定义可知:

- $\forall x \forall y friend(x, y) \rightarrow \neg dontKnow(x, y) \implies 8. (\neg friend(x, y), \neg dontKnow(x, y))$
- $\forall x \forall y together(x, y, Bob) \rightarrow \neg outOfTown(x) \implies 9. (\neg together(x, y, Bob), \neg outOfTown(x))$

解文字，说谎的人肯定为凶手:

- $\forall x lie(x) \rightarrow Answer(x) \implies 10. (\neg lie(x), Answer(x))$

归结:

- $R[4a, 6a](x = Peter, y = Bob) \quad 11. (\neg dontKnow(Peter, Bob), together(Peter, Alex, Bob))$
- $R[5a, 11a] \quad 12. (together(Peter, Alex, Bob))$
- $R[7a, 12](x = Peter, y = Alex) \quad 13. (\neg outOfTown(Peter))$
- $R[2a, 13] \quad 14. (lie(Peter))$
- $R[10a, 14] \quad 15. Answer(Peter)$

所以，凶手是 Peter

(2) 通过假定其中任意一人是 innocent 的，推出另外一个或两个人是凶手（且推不出空子句），来证明不能断定凶手的身份:

与 (1) 中一样，对于任何一个人，只要他的陈述中有一项为假，则他在说谎:

- $\neg dontKnow(Peter, Bob) \vee \neg outOfTown(Peter) \rightarrow lie(Peter) \implies$
 1. $(dontKnow(Peter, Bob), lie(Peter))$
 2. $(outOfTown(Peter), lie(Peter))$
- $\neg friend(Peter, Bob) \vee \neg hate(Micheal, Bob) \rightarrow lie(Alex) \implies$
 3. $(friend(Peter, Bob), lie(Alex))$
 4. $(hate(Micheal, Bob), lie(Alex))$

- $\neg together(Peter, Alex, Bob) \rightarrow lie(Micheal) \implies$
5. $(together(Peter, Alex, Bob), lie(Michesal))$

由谓词定义可知:

- $\forall x \forall y friend(x, y) \rightarrow \neg dontKnow(x, y) \implies 6. (\neg friend(x, y), \neg dontKnow(x, y))$
- $\forall x \forall y together(x, y, Bob) \rightarrow \neg outOfTown(x) \implies 7. (\neg together(x, y, Bob), \neg outOfTown(x))$

解文字, 说谎的人肯定为凶手:

- $\forall x lie(x) \rightarrow Answer(x) \implies 8. (\neg lie(x), Answer(x))$

(a) 假定 Alex 是 innocent 的, 则他的陈述是真的:

- 9. $friend(Peter, Bob)$
- 10. $hate(Micheal, Bob)$

归结:

- $R[6a, 9](x = Peter, y = Bob) \ 11. (\neg dontKnow(Peter, Bob))$
- $R[1, 11] \ 12. lie(Peter)$
- $R[8a, 12](x = Peter) \ 13. Answer(Peter)$

所以, 在假设 Alex 是 innocent 的情况下, Peter 是凶手。

(b) 假定 Peter 是 innocent 的, 则他的陈述是真的:

- 14. $outOfTown(Peter)$
- 15. $dontKnow(Peter, Bob)$

归结:

- $R[6b, 15](x = Peter, y = Bob) \ 16. (\neg friend(Peter, Bob))$
- $[3a, 16] \ 17. lie(Alex)$
- $[8a, 17](x = Alex) \ 18. Answer(Alex)$
- $R[7b, 14](x = Peter) \ 19. (\neg together(Peter, y, Bob))$
- $[5a, 19](y = Alex) \ 20. (lie(Micheal))$
- $[8a, 20](x = Micheal) \ 21. Answer(Micheal)$

所以, 在假设 Peter 是 innocent 的情况下, Alex 和 Michael 是凶手。

(c) 假定 Michael 是 innocent 的, 则他的陈述是真的:

- 22. $together(Peter, Alex, Bob)$

归结:

- $R[7a, 22](x = Peter, y = Alex) \ 23.(\neg outOfTown(Peter))$
- $R[2, 23] \ 24.lie(Peter)$
- $R[8a, 24](x = Peter) \ 25.Answer(Peter)$

所以, 在假设 Michael 是 innocent 的情况下, Peter 是凶手。

在假设任意一个人是 innocent 时, 都不能推出空子句, 所以不能断定任何一个或两个人是凶手。