

Propuesta para la utilización de *R* en la enseñanza de los temas de matrices, determinantes y sistemas de ecuaciones lineales por medio de los paquetes *matlib*, *rSymPy* y *MASS*

Francisco José Villalobos Madrigal
Bachiller Enseñanza de la Matemática UNA
Estudiante de Bachillerato de Estadística UCR
francisco.villalobosmadrigal@ucr.ac.cr



Resumen

En esta demostración se utiliza el entorno estadístico *R* como apoyo de la enseñanza de algunos temas relacionados al álgebra lineal. Para ello se seleccionó problemas representativos de los temas de matrices, determinantes y sistemas de ecuaciones lineales y se resolvieron por medio de la utilización de funciones y paquetes del entorno estadístico *R*. Entre las temáticas desarrolladas en la propuesta se encuentran el ingreso de matrices, operaciones de matrices, inversa de matrices, sistemas de ecuaciones lineales, método de eliminación Gaussiana, determinantes y sus relación con la inversa de matrices, regla de Cramer y el ingreso de variables. Los ejemplos desarrollados en la propuesta fueron seleccionados de libros de álgebra lineal y se utilizaron los paquetes *matlib* (Friendly, Fox, Chalmers, Monette & Sanchez, 2018) el cuál es un conjunto de funciones para la enseñanza de los temas de álgebra lineal y posee la utilidad de obtener la solución detallada en sus funciones; *rSymPy* (Grothendieck, 2012) que es un interfaz de *R* para utilizar *SymPy* (SymPy Development Team, 2016) y consiste en un sistema algebraico computacional de Python que permite la operaciones con variables simbólicas; y *MASS* (Ripley, Venables, Bates, Hornik, Gebhardt & Firth, 2018) que posee la función *fractions* que permite visualizar resultados en forma fraccionaria de *R*. La demostración es dirigida a público con conocimientos básicos de los temas presentados.

Palabras claves: Matrices, Determinantes, Sistemas de ecuaciones lineales, Enseñanza asistida con *R*.
Eje temático: Uso de *R* en la enseñanza

Introducción

Como parte del Trabajo de Graduación para optar al grado de Licenciatura en Enseñanza de la Matemática de la Universidad Nacional (UNA), se desarrolla un proyecto para la planificación y elaboración de una propuesta didáctica para la enseñanza de los temas de matrices, determinantes y sistemas de ecuaciones lineales del curso MAC411 Álgebra Lineal de la carrera de Enseñanza de la Matemática de la UNA. En la propuesta didáctica se implementará la utilización de videos tutoriales que muestren las aplicaciones de los paquetes de *R* para la solución de ejercicios y problemas de los temas propuestos.

Metodología

- Diseño de la propuesta didáctica por medio del Análisis didáctico (Análisis de contenido, Análisis cognitivo y Análisis de instrucción).
- Escogencia de ejercicios y problemas de la propuesta didáctica, para el diseño de videos tutoriales que expliquen la solución utilizando paquetes de *R*.
- Evaluar la propuesta didáctica y videos tutoriales por medio de juicio de expertos.

Características de paquetes

- ***matlib*:** Paquete especializado para la enseñanza de los temas de matrices, determinantes y sistemas de ecuaciones lineales. Con este paquete se puede obtener los procedimientos utilizados en los cálculos de la inversa de matrices, solución de sistemas de ecuaciones lineales, reducción Gaussiana. Además, permite visualizar la solución en forma fraccionaria.
- ***MASS*:** Posee la función *fractions* que permite visualizar resultados en forma fraccionaria.
- ***rSymPy*:** SymPy es una paquetería de Python y permite trabajar cálculo simbólico. Con este paquete se puede definir y operar variables.

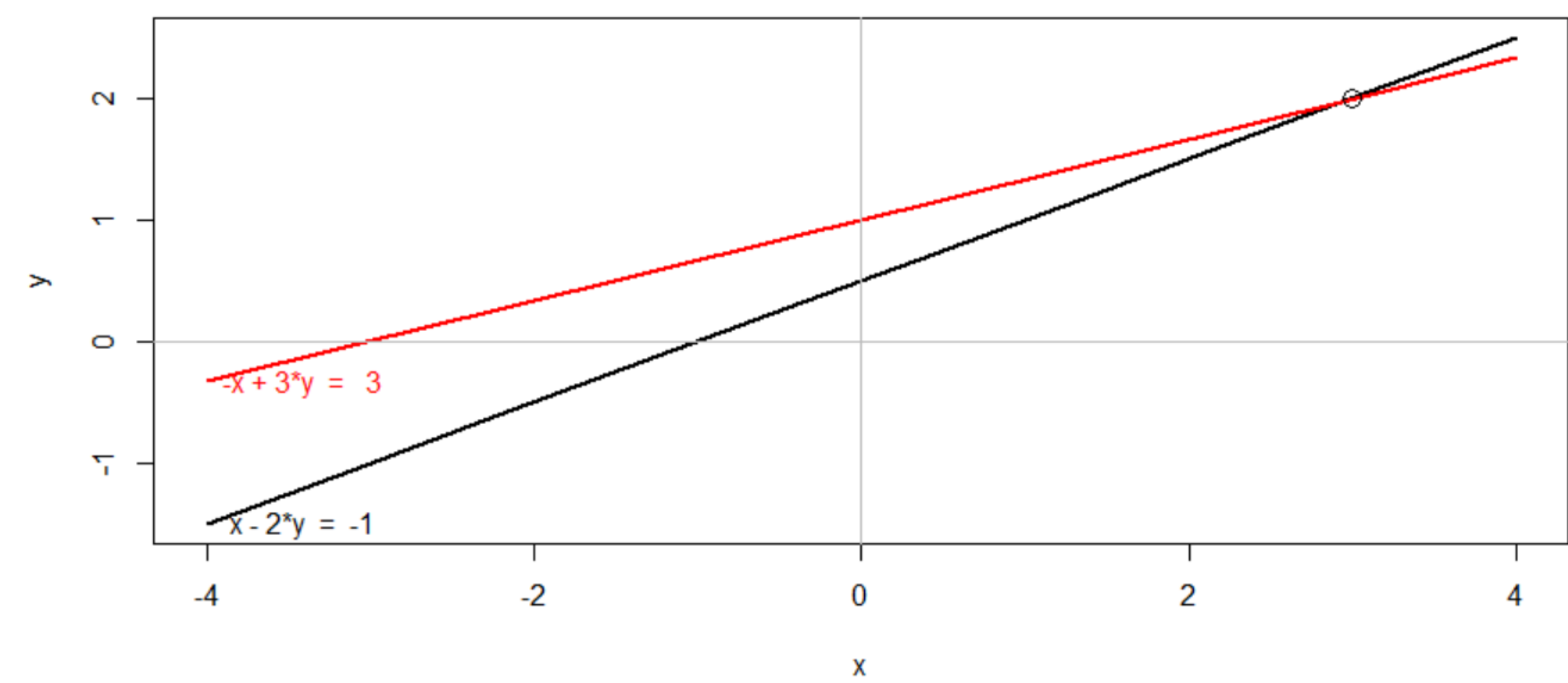
Ejemplos de la utilización de paquetes

En esta demostración, se explica los procedimientos para utilización de los paquetes *rSymPy*, *matlib* y *MASS* para la solución de los ejercicios en los temas propuestos. Se considera importante para la utilización del paquete *rSymPy* la instalación del programa *Java JDK*.

Ejemplo 1: Gráficar el siguiente sistema de ecuaciones lineales.

$$\begin{cases} x - 2y = -1 \\ -x + 3y = 3 \end{cases}$$

```
library(matlib)
A=matrix(c(1,-2,-1,3),ncol = 2,byrow = TRUE)
b=c(-1,3)
plotEqn(A,b,var=c("x","y"),solution = TRUE)
x - 2*y = -1
-x + 3*y = 3
```



Ejemplo 2: Encontrar la matriz inversa de N .

$$N = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 0 \\ 6 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Solución:

- Si queremos solo la respuesta, se utilizara la función *solve(N)*.

```
N=matrix(c(2,0,0,4,3,0,6,2,1),ncol = 3,byrow = TRUE)
solve(N)
```

	[,1]	[,2]	[,3]
[1,]	0.5000000	1.850372e-17	0
[2,]	-0.6666667	3.333333e-01	0
[3,]	-1.6666667	-6.666667e-01	1

Para efectos educativos, se quiere que las entradas de la matriz N^{-1} sean dadas en forma fraccionaria. Para ello utilizamos la ayuda de la función *fractions()* del paquete *MASS*.

```
library(MASS)
fractions(solve(N))
```

	[,1]	[,2]	[,3]
[1,]	1/2	0	0
[2,]	-2/3	1/3	0
[3,]	-5/3	-2/3	1

- Para optener el procedimiento para calcular la inversa de la matriz, se utiliza el paquete *matlib*.

```
library(matlib)
N=matrix(c(2,0,0,4,3,0,6,2,1),ncol = 3,byrow = TRUE)
Inverse(N,verbose=TRUE,fractions=TRUE)
Initial matrix:
```

	[,1]	[,2]	[,3]	[,4]	[,5]	[,6]
[1,]	2	0	0	1	0	0
[2,]	4	3	0	0	1	0
[3,]	6	2	1	0	0	1

row: 1
exchange rows 1 and 3

	[,1]	[,2]	[,3]	[,4]	[,5]	[,6]
[1,]	6	2	1	0	0	1
[2,]	4	3	0	0	1	0
[3,]	2	0	0	1	0	0

-----Continúa los procedimientos
multiply row 3 by 2/5 and add to row 2

	[,1]	[,2]	[,3]	[,4]	[,5]	[,6]
[1,]	1	0	0	1/2	0	0
[2,]	0	1	0	-2/3	1/3	0
[3,]	0	0	1	-5/3	-2/3	1

Ejemplo 3: Ingresar la matriz A y calcular $A^t A - x^2 I_3$ con I_3 la matriz identidad

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & x \\ 1 & x & 0 \\ 1 & 2 & x \end{pmatrix}$$

Solución:

```
library(rSymPy)
sympyStart()
x=Var("x") #Definir variable x
sympy("A = Matrix([[0,1,x], [1,x,0], [1,2,x]])")
[1] "[0, 1, x]\n[1, x, 0]\n[1, 2, x]"
```

Para visualizar de mejor manera la matriz se utiliza la función *cat()*.

```
cat(sympy("A = Matrix([[0,1,x], [1,x,0], [1,2,x]])"))
[0, 1, x]
[1, x, 0]
[1, 2, x]
```

```
cat(sympy("A.T*A-x**2*eye(3)"))
[2 - x**2, 2 + x, x]
[ 2 + x, 5, 3*x]
[ x, 3*x, x**2]
```

Para utilizar exponentes se ingresan dos símbolos de asteriscos, como ejemplo x^{**2} es para indicar x^2 .

Referencias

Arce, C., Castillo, W. & Gonzales, J. (2002). *Álgebra Lineal*. Costa Rica: Editorial UCR.

Friendly, M., Fox, J., Chalmers, P., Monette, G. & Sanchez, G. (2018). *matlib: Matrix Functions for Teaching and Learning Linear Algebra and Multivariate Statistics*. Recuperado de <https://cran.r-project.org/web/packages/matlib/index.html>

G Grothendieck .(2012). *rSymPy: R interface to SymPy computer algebra system*. Recuperado de <https://cran.r-project.org/web/packages/rSymPy/index.html>

Grossman, S. & Flores, J.(2012). *Álgebra Lineal (séptima edición)*. Mexico: Mc GRAW-HILL.

Lay, D. (2013). *Álgebra Lineal para cursos con enfoque por competencias*. Mexico: Pearson Educación.

SymPy Development Team (2016). *SymPy*. Recuperado de <http://www.sympy.org/es/>

Ripley, B., Venables, B., Bates,M., Hornik, K., Gebhardt,A. & Firth.D.(2018). *MASS: Support Functions and Datasets for Venables and Ripley's MASS*. Recuperado de <https://cran.r-project.org/web/packages/MASS/index.html>