


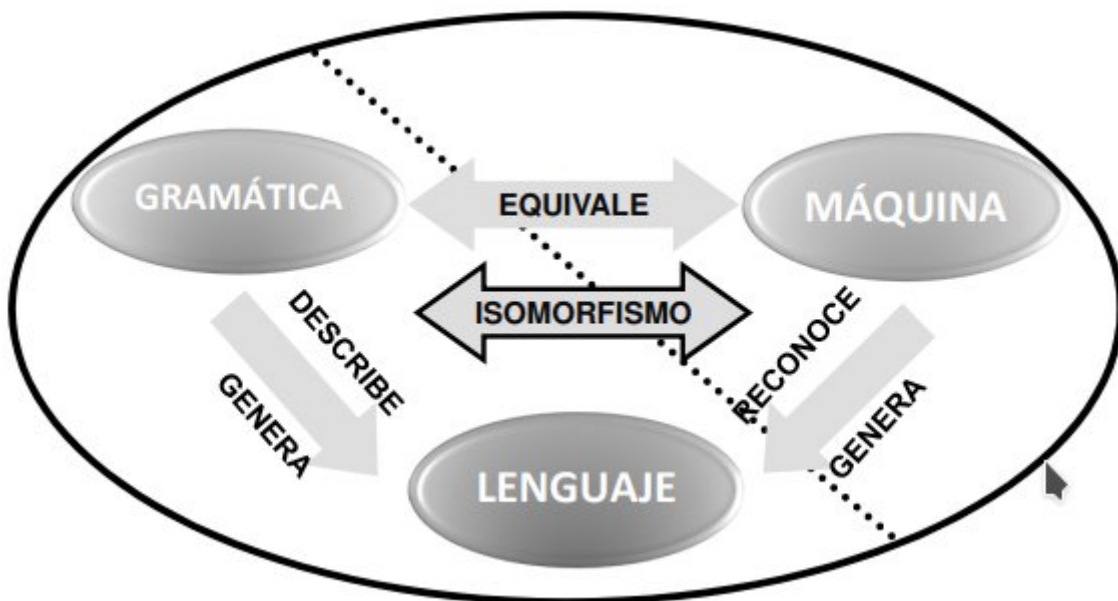
## Autómatas y Lenguajes Formales

### Unidad 1: Lenguaje, Gramáticas y autómatas

Antecedentes:

1930 ... Matemática, lógica, axiomas	1950 ... Electrónica	1950... Lingüística
 David Hilbert 1862-1943  Kurt Gödel 1906-1978  Alan Turing 1912-1954  Alonzo Church 1903-1995	 Claude Shannon 1916-2001	 Noam Chomsky 1928 -

### Lenguaje, Gramáticas y Autómatas



Lenguaje:

- Conjunto de palabras formadas por símbolos que tienen un significado de un determinado alfabeto.
- Se clasifican en:
  - o Formales:
    - § Desarrollados a partir de una teoría preestablecida.

- § Completa formalización
- § Libres de ambigüedad.
- § Se produce entre maquinas.
- § Ej. Python, C, etc.

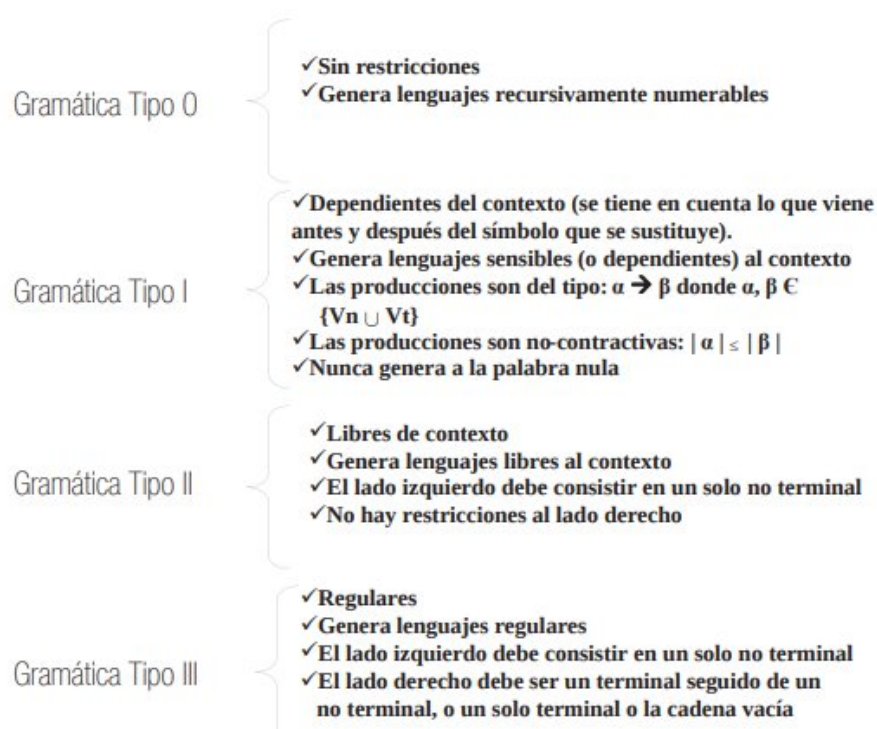
o Naturales:

- § Se producen de persona a persona.
- § Desarrollados por enriquecimiento progresivo.
- § Carácter expresivo (Gran riqueza del componente semántico).
- § Dificultad o imposibilidad de una formalización completa.
- § Ej: Español, Ingles.

- Los lenguajes naturales y los formales, difieren significativamente uno de otro por su origen y por su área de aplicación.

Gramática:

- Estructura del lenguaje.
- Formalismo.
- Bases para escribir palabras/sentencias validas y cual es su significado.
- Describe o genera el lenguaje.



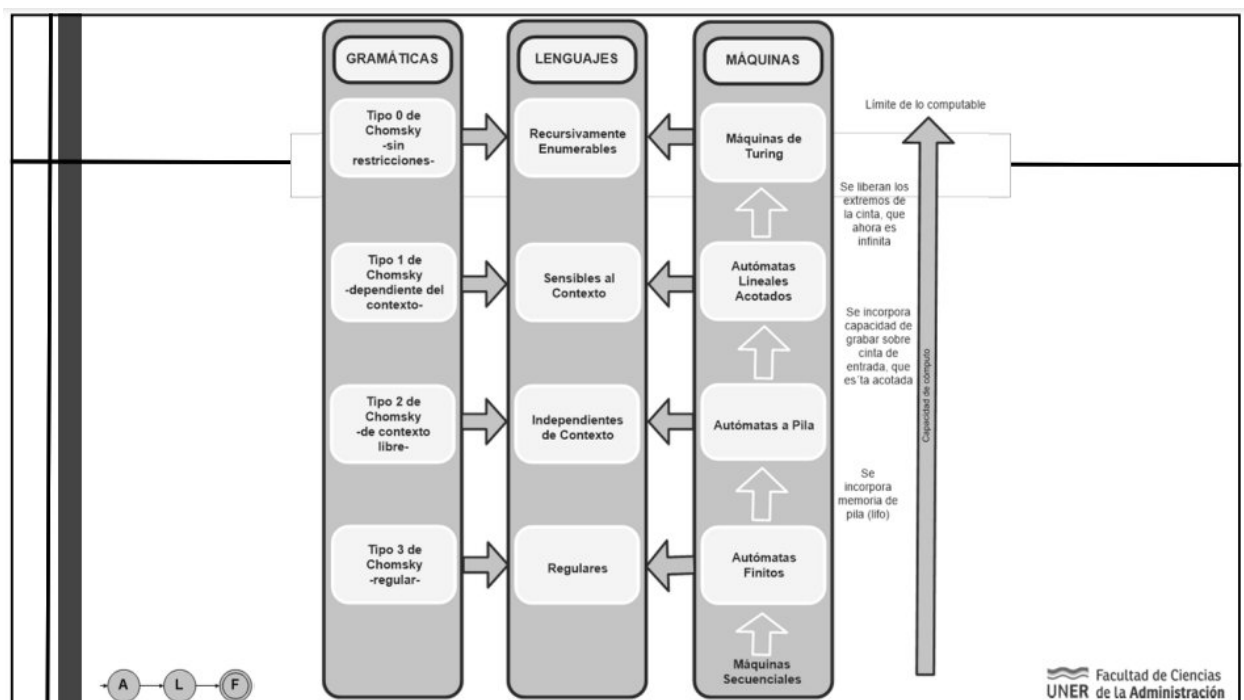
Maquina:

- Formada por estados.
- Reciben estímulos.
- Se obtiene una respuesta de ellas.
- Reconoce/Genera un lenguaje.

Isomorfismo:

- Vinculo/Equivalencia entre gramática, lenguaje y maquina de un determinado tipo.

Teoría de Chomsky:



Símbolos:

- Representación distinguible de información.
- Entidad atómica e indivisible. Menor unidad de información que se pueda manejar en un lenguaje

Alfabeto:

- Conjunto de símbolos finito y no vacío.
- Se representa con letras griegas mayúsculas, normalmente  $\Sigma$ .
- Ej: cirilico, abecedario, etc.

## Cadena/Palabra:

- Cadena de caracteres:
  - o Secuencia finita de símbolos seleccionados de un alfabeto organizados de una determinada manera.
  - o Cadena vacía es un caso particular, tiene cero apariciones de símbolos
  - o Se representa con  $\epsilon$  o  $\lambda$ .
- Longitud de Palabra es la cantidad de símbolos que contiene incluyendo repeticiones.

## Potencias de un alfabeto:

- Si  $\Sigma$  es un alfabeto,  $\Sigma^k$  es el conjunto de las cadenas de longitud  $k$ , tales que cada uno de los símbolos de las mismas pertenece a  $\Sigma$ .
- El conjunto de todas las palabras que se pueden formar con los símbolos de un alfabeto  $\Sigma$  se llama **universo del discurso** o **lenguaje universal** de  $\Sigma$  y se representa con  $\Sigma^*$ .

## Lenguaje:

- Se llama **Lenguaje L** definido sobre el alfabeto  $\Sigma$  a cualquier subconjunto de cadenas de  $\Sigma^*$  (lenguaje universal).
- Especificación:
  - o Por comprensión
$$L = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ cumple con propiedad } P\}$$
  - o Por extensión  
Enumerando sus componentes

## Operaciones

- Con cadenas:
  - o Concatenación:
    - § Sean  $x, y \in \Sigma^*$ . Donde
    - § Se llama concatenación de las palabras  $x$  e  $y$  a la palabra  $z$  o bien  $z=xy$ .

Propiedades		$\left. \begin{array}{l} \text{semigrupo} \\ \text{monoide} \end{array} \right\}$
Cerrada	Si $x$ e $y$ se definen sobre $\Sigma^*$ , $xy$ también.	
Asociativa	$(xy)z = x(yz)$	
Elemento neutro	$x \lambda = \lambda x = x$	
Longitud	$ xy  =  x  +  y $	
Cancelación por izq.	Si $x, y, z \in \Sigma^* \wedge xy=xz \rightarrow y=z$	
Cancelación por der.	Si $x, y, z \in \Sigma^* \wedge xy=zy \rightarrow x=z$	

Facultad de Ciencias  
UNER de la Administración

o Potencia:

- § Se denomina **potencia-íésima** de una palabra a la operación que resulta de concatenarla consigo misma **i** veces.

Propiedades	
$x^0 =$	$\lambda$
$x^1 =$	$x$
$x^i x^j =$	$x^{i+j} (i, j \geq 0)$
$ x^i  =$	$i \times  x $
Asociativa	$x_i = xxx...x (i \text{ veces})$

o Reflexión, cadena refleja o inversa:

- § Sea  $x = \sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_n \rightarrow x^R = \sigma_n \dots \sigma_2 \sigma_1$

Propiedades	
$(x^R)^R =$	$x$
$(x^R)^i =$	$(x^i)^R \quad \forall i \geq 0$
$ x^R  =$	$ x $

· Sobre Lenguajes

o Concatenación:

- § Sean dos lenguajes:

$$L_1, L_2 \subset \Sigma^* \rightarrow L_1 \bullet L_2 = \{x \bullet y / x \in L_1 \wedge y \in L_2\}$$

Propiedades			
Cerrada	Si $L_1, L_2$ se definen sobre $\Sigma$ , $L_1 L_2$ también.	} semigrupo	} monoide
Asociativa	$(L_1 L_2) L_3 = L_1 (L_2 L_3)$		
Elemento neutro $L_\lambda = \{\lambda\}$	$L_\lambda L = L L_\lambda = L$		

o Unión:

§ Sean dos lenguajes:

$$L_1, L_2 \subset \Sigma^* \rightarrow L_1 \cup L_2 = \{x / x \in L_1 \vee x \in L_2\}$$

Propiedades	
Cerrada	Si $L_1, L_2$ se definen sobre $\Sigma$ , $L_1 \cup L_2$ también.
Asociativa	$(L_1 \cup L_2) \cup L_3 = L_1 \cup (L_2 \cup L_3)$
Elemento neutro $\emptyset$	$\emptyset \cup L = L \cup \emptyset = L$
Conmutativa	$L_1 \cup L_2 = L_2 \cup L_1$
Idempotente	$L_1 \cup L_1 = L_1$

semigrupo

monoide

monoide abeliano

o Intersección:

§ Sean dos lenguajes:

$$L_1, L_2 \subset \Sigma^* \rightarrow L_1 \cap L_2 = \{x / x \in L_1 \wedge x \in L_2\}$$

Propiedades	
Cerrada	Si $L_1, L_2$ se definen sobre $\Sigma$ , $L_1 \cap L_2$ también.
Asociativa	$(L_1 \cap L_2) \cap L_3 = L_1 \cap (L_2 \cap L_3)$
Elemento neutro $\Sigma^*$	$\Sigma^* \cap L = L \cap \Sigma^* = L$
Conmutativa	$L_1 \cap L_2 = L_2 \cap L_1$
Idempotente	$L_1 \cap L_1 = L_1$

semigrupo

monoide

monoide abeliano

o Diferencia:

§ Sean dos lenguajes:

$$L_1, L_2 \subset \Sigma^* \rightarrow L_1 - L_2 = \{x / x \in L_1 \wedge x \notin L_2\}$$

Propiedades	
Cerrada	Si $L_1, L_2$ se definen sobre $\Sigma$ , $L_1 \cdot L_2$ también.
Elemento neutro $\emptyset$	$L_1 \cdot \emptyset = L_1$

o Complementación:

§ Se denomina complemento de L, al lenguaje que contiene todas las palabras sobre el alfabeto  $\Sigma$  y que no pertenecen a L.

$$\overline{L} = \{x / x \in \Sigma^* \wedge x \notin L\}$$

Propiedades
$\overline{\Sigma^*} = \emptyset$
$\overline{\emptyset} = \Sigma^*$
$\overline{\overline{L}} = L$

o Lenguaje Reflejo:

§ Sea L un lenguaje:

$$L^R = \{x^R / x \in L\}$$

o Potencia:

§ Se denomina **potencia i-ésima** de un lenguaje L a la operación que consiste en concatenarlo consigo mismo **i** veces.

$$L^i = \underbrace{L \bullet L \bullet \dots \bullet L}_i$$

o Clausura o Cierre Positivo:

§ Si L es un lenguaje:

$$L^+ = \bigcup_{i=1}^{\infty} L^i$$

o Clausura, Cierre o Cerradura de Kleene:

§ Si L es un lenguaje:

$$L^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} L^i$$

§  $L^*$  es el conjunto que contiene:

- La palabra vacía  $\lambda$ .
- El Conjunto  $L$ .
- Todas las palabras formadas por la concatenación de miembros de  $L^*$ .