

## 实验一：离散时间序列生成、运算以及采样定理

### 一、实验目的

1. 掌握利用 Matlab 产生离散时间序列的方法以及序列的基本运算；
2. 掌握利用 Matlab 绘制连续时间信号和离散时间序列的方法；
3. 理解理想采样前后信号频谱的变化
4. 熟悉序列的 Z 变换及其性质
5. 掌握系统函数、系统频率响应等基本概念

### 二、实验内容

1. 绘制以下离散时间信号的散点图 (MATLAB 可用 stem 函数)

- a). 单位采样序列  $\delta(n)$ ;
- b). 单位阶跃序列  $u(n)$ ;
- c). 实指数序列  $x(n) = a^n u(n)$ , 自行选取  $|a| > 1$  和  $|a| < 1$  四种情况下  $a$  的值;
- d). 正弦序列  $x(n) = \sin(\omega n)$ ;

其中取  $-20 \leq n \leq 20$ 。关于 d) 中的正弦序列, 请自行选取  $\omega$  的值使得该正弦序列在这一离散时间段内至少包含两个周期。

2. 离散序列的时域运算包括信号的相加、相乘, 信号的时域变换包括信号的移位、翻褶、尺度变换等。请随机生成两个有限长序列  $x_1(n)$  和  $x_2(n)$ , 其中有非零取值的离散时间范围是  $-10 < n < 10$  (MATLAB 可用 rand 等函数生成随机数)。请绘制  $x_1(n)$  和  $x_2(n)$  的散点图, 完成下列有关  $x_1(n)$  和  $x_2(n)$  的序列运算并绘制计算结果:

- a). 序列的移位:  $x_3(n) = x_1(n + 6)$
- b). 序列的相加:  $y(n) = x_1(n) + x_2(n - 1)$
- c). 序列相乘:  $w(n) = x_1(n) \times x_2(n + 1)$
- d). 序列翻褶移位:  $x_4(n) = x_2(3 - n)$

2. 一频率为 10HZ 的连续时间周期矩形脉冲信号。假定信号不为零时, 其幅度为 2。假定脉冲宽度与周期的比值为 1:3。绘制该信号在任意 2 个周期内的信号波形。对该信号的每个周期进行 16 点采样来获得离散信号, 绘制采样获得的离散信号。

4. 一连续时间信号:  $x_a(t) = te^{-t}u(t)$ , 其中  $u(t)$  是连续时间单位阶跃函数。

- a). 给出  $X_a(j\Omega) = \frac{1}{(1+j\Omega)^2}$  理论推导过程, 并绘制  $|X_a(j\Omega)|$  随模拟频率  $\Omega$  的变化曲线

(MATLAB 可用 plot 函数);

- b). 对  $x_a(t)$  以  $T_s$  为周期进行理想采样得到  $\hat{x}_a(t) = \sum_n x_a(nT_s)\delta(t - nT_s)$ , 证明

$$\hat{X}_a(j\Omega) = \frac{T_s e^{-T_s(1+j\Omega)}}{(1 - e^{-T_s(1+j\Omega)})^2};$$

- c). 取  $T_s = 1$ ,  $T_s = 0.5$ , 以及  $T_s = 0.1$ , 分别绘制区间  $(-\frac{\pi}{T_s}, \frac{\pi}{T_s})$  内  $|T_s \times \hat{X}_a(j\Omega)|$  的图像,

并同时绘制  $|X_a(j\Omega)|$  以进行比较。上述采样过程是否发生混叠?

- d). 计算  $\lim_{T_s \rightarrow 0} T_s \times \hat{X}_a(j\Omega)$ 。结合 c) 中绘制的图像, 可以得出什么结论?

5. 已知系统差分方程为

$$y(n) = a \times y(n-1) + x(n)$$

其中  $a = 0.9e^{j\omega_0}$

- a) 取  $\omega_0 = -\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{6}, 0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}$ , 分别绘制  $H(z)$  的零极点图 (在  $z$  平面上用  $o$  表示零点, 用  $\times$  表示极点)
- b) 取  $\omega_0 = -\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{6}, 0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}$ , 分别绘制频率响应  $H(e^{j\omega})$  随数字频率  $\omega$  的变化曲线, 取  $\omega \in (-\pi, \pi)$
- c) 简要分析  $a$  的取值与系统极点以及系统频率响应之间的关系, 有何规律?

### 三、实验报告要求

自行熟悉 MATLAB 程序设计语言以及常用函数 (包括绘图函数 `plot`, `stem` 等) 完成实验内容, 撰写实验报告, 给出现实代码和详细注释。在实验报告末尾总结实验收获和体会。