

实验二：DFT 与 FFT

一、实验目的

1. 掌握周期序列 DFS、有限长序列 DFT 的概念，熟悉 DFS 和 DFT 的性质；
2. 掌握有限长序列的循环位移、循环卷积的方法，掌握利用 DFT 分析序列的频谱特性的基本方法；
3. 掌握 FFT 算法的基本原理和方法，掌握利用 FFT 分析序列的频谱特性的方法。

二、实验内容

1. 周期序列离散傅里叶级数与有限长序列离散傅里叶变换：
 - a) 设周期序列 $x(n)=\{\dots,0,1,2,3,0,1,2,3,0,1,2,3,\dots\}$ ，求该序列的离散傅立叶级数 $X(k)=DFS[x(n)]$ ，并画出 DFS 的幅度特性。
 - b) 设有限长序列 $x(n)=\{0,1,2,3\}$ ，计算 $DTFT[x(n)]=X(e^{j\omega})$ ，并画出它的幅度谱；然后利用 $k\omega=2\pi k/4$ ， $k=0,1,2,3$ 对 $X(e^{j\omega})$ 进行采样，并验证它等于实验 a) 中的 $X(k)$ 。
2. 离散傅里叶变换
用以下两种方法编写程序计算有限长序列 $x(n) = 0.9^n(u(n) - u(n - 8))$ 的 $N = 8$ 点傅立叶变换 $X(k)$ ：
 - a) 用 for 循环语句按照 DFT 的基本定义计算 $X(k)$ ， $k = 0, 1, \dots, 7$ ；
 - b) 创建 $N \times N$ 维矩阵 W 使得 $X = Wx$ 以实现 DFT，其中 x 和 X 分别为该有限长序列和其离散傅里叶变换构成的列向量。
3. 圆周卷积与线性卷积：
 - a) 给定 $x(n) = nR_{16}(n)$ ， $h(n) = R_8(n)$ 利用圆周卷积实现两序列的线性卷积运算，绘制运算结果，并分析如何选取圆周卷积的点数才能确保运算结果正确。
 - b) 给定序列 $x(n) = (n + 1)R_{20}(n)$ ， $h(n) = \{0.5, 0, -0.5, 0.5\}$ ，利用重叠保留法，编制程序用 $N = 6$ 点的循环卷积计算线性卷积的值 $y(n) = x(n) * h(n)$ ，并与直接计算线性卷积结果进行比较。
4. 讨论序列补零及增加数据长度对信号频谱的影响
设序列 $x(n) = \exp(j0.48\pi n) + \exp(j0.52\pi n)$
 - a) 取 $n = 0, 1, \dots, 7$ 共 $N = 8$ 个 $x(n)$ 的样本点，利用 8 点 DFT 得到 $x(n)$ 的频谱；
 - b) 取 a) 中的 8 个样本点，并在其后补 120 个零，利用 128 点 DFT 得到 $x(n)$ 的频谱；
 - c) 增加 $x(n)$ 有效的样点数，取 $n = 0, 1, \dots, 127$ 共 $N = 128$ 个 $x(n)$ 的样本点，利用 128 点 DFT 得到 $x(n)$ 的频谱；
 - d) 取 c) 中的 128 个样本点，并在其后补 896 个零，利用 1024 点 DFT 得到 $x(n)$ 的频谱；比较 a), b), c), d) 中所得频谱的差异，分析原因，并讨论如何提升频谱分辨率。
5. 编制程序，利用基-2FFT 算法完成 4 中的 DFT 运算。

三、实验报告要求

自行熟悉 MATLAB 程序设计语言以及常用函数（包括 plot, stem 等绘图函数）完成实验内容，撰写实验报告，给出实验代码和详细注释。在实验报告末尾总结实验收获和体会。