样本空间与组合分析

1 样本空间与事件

样本空间

不可分解的事件（样本点）之集合

事件

样本空间之子集

离散样本空间

有限或可数的样本空间

2 离散样本空间中的概率

离散样本空间中的概率

考虑离散样本空间 $\mathfrak{E}=\{E_1,E_2,\ldots\}$，对每一点 E_i 赋予一数 $\Pr\{E_i\}$，称此数为 E_i 之概率并使之满足

$$\begin{aligned}&\forall i, \Pr\{E_i\}\geq 0\\&\sum_i \Pr\{E_i\}=1\end{aligned}\tag{1}$$

事件 A 的概率为其中包含的样本点概率之和

事件 A_1,A_2，有 $\Pr\{A_1+A_2\}=\Pr\{A_1\}+\Pr\{A_2\}-\Pr\{A_1A_2\}$

Boole 不等式

对事件 $A_1,A_2,A_3,\ldots$，有 $\Pr\{\sum_i A_i\}\leq\sum_i \Pr\{A_i\}$

3 排列数与组合数

有序样本

有限样本空间 $\{a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n\}$ 中的 r 个元素的有序排列为一大小为 r 的有序样本

排列数

含 n 个样本点的总体中大小为 r 的有序样本数为 $A_r^n = n(n-1)\ldots(n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!}$

无序样本

有限样本空间 $\{a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n\}$ 中的 r 个元素为一大小为 r 的无序样本

组合数

含 n 个样本点的总体中大小为 r 的无序样本数为 $C_r^n = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

4 超几何分布

n 个元素的总体中，n_1 个元素有某性质。现任取 r 个元素，其中有某性质的元素个数 k 服从超几何分布，有

$$\Pr k = \frac{C_k^{n_1} C_{r-k}^{n-n_1}}{C_r^n} \tag{2}$$

5 二项式定理

$$(a+b)^n = \sum_{r=0}^{n} C_r^n a^r b^{n-r} \tag{3}$$

6 Stering 公式

$$n! \sim \sqrt{2\pi} n^{n+\frac{1}{2}} e^{-n}, n \to \infty \tag{4}$$