

**THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH – NĂM 2022**

# MỤC LỤC

BÀI 1: KỸ THUẬT XỬ LÝ MẢNG MỘT CHIỀU, CON TRỎ VÀ XỬ LÝ NGOẠI LỆ	Error! Bookmark not defined.
BÀI 2: CÁC GIẢI THUẬT TÌM KIẾM VÀ SẮP XẾP .....	Error! Bookmark not defined.
BÀI 3. MẢNG STRUCT & FILE.....	Error! Bookmark not defined.
BÀI 4: KỸ THUẬT XỬ LÝ MẢNG HAI CHIỀU.....	Error! Bookmark not defined.
BÀI 5. ÔN TẬP - KIỂM TRA LẦN 1 .....	Error! Bookmark not defined.
BÀI 6. XỬ LÝ CHUỖI.....	Error! Bookmark not defined.
BÀI 7. KỸ THUẬT ĐỆ QUY .....	2
BÀI 8. KỸ THUẬT ĐỆ QUY (tt).....	7
BÀI 9. BÀI TẬP TỔNG HỢP .....	Error! Bookmark not defined.
BÀI 10. ÔN TẬP - KIỂM TRA LẦN 2.....	Error! Bookmark not defined.
PHỤ LỤC BÀI TẬP THỰC HÀNH NÂNG CAO.....	Error! Bookmark not defined.

<p><b>Trường ĐH CNTP TP. HCM</b></p> <p><b>Khoa Công nghệ thông tin</b></p> <p><b>Bộ môn Công nghệ phần mềm</b></p> <p><b>THỰC HÀNH KỸ THUẬT LẬP TRÌNH</b></p>	<p><b>BÀI 7.</b></p> <p><b>KỸ THUẬT ĐỆ QUY</b></p>	
--	--	--

## A. MỤC TIÊU:

Thực hành kỹ thuật đệ quy dạng viết hàm cơ bản:

- Đệ quy tuyến tính
- Đệ quy nhị phân
- Đệ quy phi tuyến
- Đệ quy lồng
- Đệ quy tương hỗ

Thực hành kỹ thuật khử đệ quy.

## B. DỤNG CỤ - THIẾT BỊ THỰC HÀNH CHO MỘT SV:

STT	Chủng loại – Quy cách vật tư	Số lượng	Đơn vị	Ghi chú
1	Computer	1	1	

## C. NỘI DUNG THỰC HÀNH

### I. Bài tập có hướng dẫn

**1. Đệ quy tuyến tính:** là hàm bên trong thân hàm có duy nhất một lời gọi đệ quy

Ví dụ 1: Viết hàm đệ quy tính  $X^n$  với  $X$  là số thực,  $n$  là số nguyên được xác định như sau:

$$X^n = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ X * X^{n-1}, & n \neq 0 \end{cases}$$

```
float  tinhLuyThua(float x, int n)
```

```
{
    float kq;
    if(n == 0)                //Điều kiện dừng
        kq = 1;
    else
        kq = x*tinhLuyThua(x, n-1);    //Gọi đệ quy
    return kq;
}
```

**2. Đệ quy nhị phân:** là hàm trong thân hàm có 2 lời gọi đệ quy

Ví dụ 2: Viết hàm đệ quy tính các tổ hợp chập k của n phần tử theo công thức sau:

$$C_n^k = \begin{cases} 1, & \text{nếu } k = 0 \text{ hoặc } k = n \\ C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k, & \text{nếu } 0 < k < n \end{cases}$$

```
int  tinhToHop (int n, int k)
```

```
{
```

```

if(k == 0 || k == n)
    return 1;    // Phần cơ sở
else
    return  tinhToHop (n-1, k-1) +  tinhToHop (n-1, k); //2 lần gọi hàm đệ qui
}

```

3. **Đệ qui phi tuyến:** là hàm có lời gọi hàm chính nó được đặt trong vòng lặp

Ví dụ 3: Viết hàm đệ qui tính  $S(n)$  với  $n$  là số nguyên theo công thức sau:

$$S(n) = \begin{cases} 1, & \text{nếu } n = 1 \\ S(1) + S(2) + \dots + S(n-1), & \text{nếu } n > 1 \end{cases}$$

```

int Sn(int n)
{
    if(n == 1)
        return 1;
    int kq = 1;
    for (int i = 1; i < n; i++)
        kq += Sn(i); // hàm đệ qui được đặt trong vòng lặp
    return kq;
}

```

4. **Đệ qui lồng:** là hàm Tham số trong lời gọi đệ quy là một lời gọi đệ quy

Ví dụ 4: Viết hàm tính giá trị Ackermann's theo công thức sau:

$$Acker(m, n) = \begin{cases} n + 1, & \text{nếu } m = 0 \\ Acker(m - 1, 1), & \text{nếu } n = 0 \wedge m > 0 \\ Acker(m - 1, Acker(m, n - 1)), & \text{nếu } m > 0 \wedge n > 0 \end{cases}$$

Hàm số Ackermann là một hàm thực được mang tên nhà toán học người Đức Wilhelm Ackermann (1896–1962). Hàm Ackermann đôi khi còn được gọi là hàm Ackermann-Peter

```

int ackerman (int m, int n)
{
    if (m == 0)
        return (n+1);
    if (n == 0)
        return ackerman(m-1, 1);
    return ackerman(m-1, ackerman(m, n-1));
}

```

5. **Đệ qui tương hỗ:** Trong đệ quy tương hỗ có 2 hàm, và trong thân của hàm này có lời gọi của hàm kia, điều kiện dừng và giá trị trả về của cả hai hàm có thể giống nhau hoặc khác nhau.

Yêu cầu: Viết hàm đệ qui tính  $X(n)$  ,  $Y(n)$  với  $n$  là số nguyên theo công thức sau:

$$X(0) = Y(0) = 1$$

$$X(n) = X(n-1) + Y(n-1)$$

$$Y(n) = X(n-1) * Y(n-1)$$

```

int X(int n)

```

```

{
    if (n == 0)
        return 1;
    else
        return X(n-1) + Y(n-1);    //Hàm X(n) có lời gọi hàm đến Y(n)
}
int Y(int n)
{
    if(n == 0)
        return 1;
    else
        return X(n-1) * Y(n-1);    //Hàm Y(n) có lời gọi hàm đến X(n)
}

```

**Khử đệ quy:** Giải thuật giải bài toán bằng đệ quy thường gọn, dễ hiểu. Tuy nhiên, bài toán xử lý bằng giải thuật đệ quy thường tốn nhiều bộ nhớ và thời gian. Nên mọi giải thuật đệ quy đều thay thế bằng một giải thuật không đệ quy. Khử đệ quy để có chương trình không đệ quy. Có 2 cách khử đệ quy: khử đệ quy bằng vòng lặp, khử đệ quy bằng Stack

Yêu cầu: Viết hàm đệ quy tính  $X^n$  với X là số thực, n là số nguyên được xác định như sau:

$$X^n = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ X * X^{n-1}, & n \neq 0 \end{cases}$$

```

float tinhLuyThua(float x, int n)
{
    float kq = 1;
    for(int i = 1; i <= n; i++)
    {
        kq *= x;
    }
    return kq;
}

```

## II. Bài tập thực hành trên lớp

**Bài 1.** Viết hàm tính các biểu thức S(n) theo 2 cách đệ quy và khử đệ quy (nếu có thể), với n là số nguyên dương nhập từ bàn phím:

$$S(n) = 1 + 2 + 3 + \dots + n.$$

$$S(n) = \sqrt{5 + \sqrt{5 + \dots + \sqrt{5 + \sqrt{5}}}} \text{ có } n \text{ dấu căn.}$$

$$S(n) = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \dots + \frac{n}{n+1}$$

$$S(n) = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2n+1}$$

$$S(n) = 1.2 + 2.3 + 3.4 + 4.5 + \dots + n.(n+1)$$

$$S(n) = \frac{1.2!}{2 + \sqrt{3}} + \frac{2.3!}{3 + \sqrt{4}} + \frac{3.4!}{4 + \sqrt{5}} + \dots + \frac{n.(n+1)!}{(n+1) + \sqrt{(n+2)}}$$

$$S(n) = \frac{1 + \sqrt{1+2}}{2 + \sqrt{3!}} + \frac{2 + \sqrt{2+3}}{3 + \sqrt{4!}} + \frac{3 + \sqrt{3+4}}{4 + \sqrt{5!}} + \dots + \frac{n + \sqrt{n+n+1}}{(n+1) + \sqrt{(n+2)!}}$$

**Bài 2.** Viết hàm tìm ước chung lớn nhất của 2 số nguyên dương a, b.

Gợi ý: Nếu  $a > b$  thì  $\text{UCLN}(a, b) = \text{UCLN}(b, a-b)$ ,

ngược lại  $\text{UCLN}(a, b) = \text{UCLN}(a, b-a)$ .

**Bài 3.** Viết hàm tìm giá trị phần tử thứ n của cấp số cộng có hạng đầu là a, công sai là r:

$$U_n = \begin{cases} a, & \text{nếu } n = 1 \\ U_{n-1} + r, & \text{nếu } n > 1 \end{cases}$$

**Bài 4.** Cho dãy số  $A_n$  theo các công thức quy nạp như sau, hãy viết chương trình tính số hạng thứ n, với n là số nguyên dương:

a.  $A_0 = 1$  ;  $A_1 = 0$  ;  $A_2 = -1$  ;  $A_n = 2A_{n-1} - 3A_{n-2} - A_{n-3}$ .

b.  $A_1 = 1$  ;  $A_2 = 2$  ;  $A_3 = 3$  ;  $A_{n+3} = 2A_{n+2} + A_{n+1} - 3A_n$

Viết chương trình tính số hạng thứ n.

**Bài 5.** Cho dãy số  $x_n$  được định nghĩa như sau:

$$x_0 = 1 ; x_1 = 2 ; x_n = nx_0 + (n-1)x_1 + \dots + x_{n-1}$$

Viết hàm đệ quy tính  $x_n$  với  $n \geq 0$ .

**Bài 6.** Đếm số chữ số nguyên dương n.

**Bài 7.** Tìm số Fibonacci thứ n. Biết rằng:

$$\text{Fibonacci}(n) = \begin{cases} 1 & \text{với } n \leq 2 \\ \text{Fibonacci}(n-1) + \text{Fibonacci}(n-2) & \text{với } n > 2 \end{cases}$$

**Bài 8.** Xuất dãy số Fibonacci mà giá trị các số nhỏ hơn m.

### III. Bài tập về nhà

**Bài 9.** Viết hàm tính các biểu thức  $S(n)$  theo 2 cách đệ quy và khử đệ quy (nếu có thể), với n là số nguyên dương nhập từ bàn phím:

$$S(n) = \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + \dots + \frac{1}{n.(n+1).(n+2)}$$

$$S(n) = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2$$

$$S(n) = 1 + (1+2) + (1+2+3) + \dots + (1+2+3+\dots+n)$$

$$S(n) = -\frac{1+2}{2!} + \frac{3+4}{4!} - \frac{5+6}{6!} \dots + (-1)^n \frac{(2n-1) + (2n)}{(2n)!}$$

**Bài 10.** Viết hàm xuất dãy có số Fibonacci thuộc đoạn từ [m, n], biết rằng số Fibonacci là số có dạng:

$$\text{Fibonacci}(n) = \begin{cases} 1 & \text{với } n \leq 2 \\ \text{Fibonacci}(n-1) + \text{Fibonacci}(n-2) & \text{với } n > 2 \end{cases}$$

Ví dụ: nhập m = 5, n = 20 → dãy số Fibonacci có 3 số thỏa là: 5 8 13

**Bài 11.** Viết hàm tìm số Fibonacci lớn nhất nhưng nhỏ hơn số nguyên dương n cho trước theo 2 cách đệ quy và khử đệ quy.

Ví dụ: nhập n = 15 → số Fibonacci lớn nhất nhỏ hơn 15 là 13.

**Bài 12.** Viết hàm tính số hạng thứ n của 2 dãy sau:

$$x_0 = 1, y_0 = 0,$$

$$x_n = x_{n-1} + y_{n-1} \text{ với mọi } n > 0$$

$$y_n = 3x_{n-1} + 2y_{n-1} \text{ với mọi } n > 0$$

**Bài 13.** Viết hàm tìm giá trị phần tử thứ  $n$  của cấp số nhân có hạng đầu là  $a$ , công bội là  $q$ :

$$U_n = \begin{cases} a, & \text{nếu } n = 1 \\ qU_{n-1}, & \text{nếu } n > 1 \end{cases}$$

**Bài 14.** Viết hàm tính biểu thức  $U(n)$  sau, với  $n$  là số nguyên dương nhập từ bàn phím:

$$U_n = \begin{cases} n, & \text{với } n < 6 \\ U_{n-5} + U_{n-4} + U_{n-3} + U_{n-2} + U_{n-1} & \text{với } n \geq 6 \end{cases}$$

**Bài 15.** Dãy An được cho như sau:

$$A_1 = 1 ;$$

$$A_n = n * (A_1 + A_2 + \dots + A_{n-1}).$$

Viết hàm tính  $A_n$  sử dụng kỹ thuật đệ quy.

**Bài 16.** Với mỗi  $n \geq 1$ , số  $Y_n$  được tính như sau:

$$Y_1 = 1 ; Y_2 = 2 ; Y_3 = 3 ; Y_n = Y_{n-1} + 2Y_{n-2} + 3Y_{n-3} \text{ nếu } n \geq 4$$

Viết hàm tính  $Y_n$  bằng 2 cách đệ quy.

**Bài 17.** Với mỗi  $n \geq 1$ , số  $X_n$  được tính như sau:

$$X_1 = 1 ; X_2 = 1 ; X_n = X_{n-1} + (n-1)X_{n-2} \text{ với } n \geq 3$$

Viết hàm tính  $X_n$  bằng cách đệ quy

**Bài 18.** Cho dãy số  $x_n$  được định nghĩa như sau:

$$x_0 = 1 ; x_1 = 2 ; x_n = nx_0 + (n-1)x_1 + \dots + x_{n-1}$$

Viết hàm đệ quy tính  $x_n$  với  $n \geq 0$ .

**Bài 19.** Dãy An được cho như sau:


$$A_1 = 1$$

$$A_{2n} = n + A_n + 2$$

$$A_{2n+1} = n^2 + A_n \cdot A_{n+1} + 1$$

Viết hàm đệ quy tính  $A_n$

**--HẾT--**

<p><b>Trường ĐH CNTP TP. HCM</b></p> <p><b>Khoa Công nghệ thông tin</b></p> <p><b>Bộ môn Công nghệ phần mềm</b></p> <p><b>THỰC HÀNH KỸ THUẬT LẬP TRÌNH</b></p>	<p><b>BÀI 8.</b></p> <p><b>KỸ THUẬT ĐỆ QUY (tt)</b></p>	
--	---	---

## A. MỤC TIÊU:

- Thực hành kỹ thuật đệ quy ứng dụng giải các bài toán thông dụng theo 3 bước: thông số hóa bài toán, xác định phần cơ sở, xác định phần đệ quy.

## B. DỤNG CỤ - THIẾT BỊ THỰC HÀNH CHO MỘT SV:

STT	Chủng loại – Quy cách vật tư	Số lượng	Đơn vị	Ghi chú
1	Computer	1	1	

## C. NỘI DUNG THỰC HÀNH

### I. Tóm tắt lý thuyết

- Bước 1: Thông số hóa bài toán.
- Bước 2: Tìm các trường hợp cơ bản (phần neo) cùng giải thuật tương ứng cho các trường hợp này.
- Bước 3: Tìm giải thuật giải trong trường hợp tổng quát (phần đệ quy) bằng cách phân rã bài toán theo kiểu đệ quy.

### II. Bài tập có hướng dẫn

**Bài 1.** Tìm phần tử lớn nhất trong mảng 1 chiều a có n phần tử là số nguyên.

**a:**  $a[0], a[1], a[2] \dots a[n-2], a[n-1]$

Phân tích bài toán:

- Bước 1: Thông số hóa bài toán  
n chính là kích thước dữ liệu và là thông số tổng quát cho bài toán.
- Bước 2: Xác định phần cơ bản (neo)  
Nếu  $n=1$  thì mảng a có 1 phần tử  $a[0]$ , và nó cũng chính là phần tử lớn nhất của mảng.
- Bước 3: Xác định phần đệ quy ( $n \geq 2$ )  
 $n=2$ : max của mảng a chính là  $\max(a[0], a[1])$   
 $n=3$ : max của mảng a chính là  $\max(\max(a[0], a[1]), a[2])$   
...  
 $n=n$ : max của mảng a chính là  $\max(\max(a[0] \dots a[n-2]), a[n-1])$



```

int timMax_Dequy (int a[], int n)
{
    if (n==1)
        return a[0];
    else
        return max2so (timMax_Dequy (a, n-1), a[n-1])
}
int max2so (int x, int y)
{
    return x>y?x:y;
}

```

### III. Bài tập thực hành trên lớp

**Bài 2.** Cho mảng 1 chiều a chứa n số nguyên. Viết các hàm xử lý sau theo kỹ thuật đệ quy:

- Tính tổng các phần tử chẵn của a.
- Tìm kiếm số x trên a theo thuật toán tìm kiếm nhị phân bằng kỹ thuật đệ quy.
- Tìm max chẵn trong a
- Tính tổng lẻ trong a
- Xuất các số ở vị trí lẻ

**Bài 3.** Đếm số chữ số của số nguyên dương n.

**Bài 4.** Đếm số chữ số chẵn của số nguyên dương n.

**Bài 5.** Xuất tất cả các hoán vị của 1 dãy phần tử a có n phần tử.

Gợi ý:

- **Thông số hóa:** số phần tử n của dãy là giá trị xác định kích thước dữ liệu bài toán.
- Phân tích tìm phần neo và đệ quy:
  - Nếu dãy A có n=1 phần tử  $A[1] = a$  thì số hoán vị chỉ có 1 là: a.
  - Nếu dãy A có n=2 phần tử:  $A[1]=a, A[2]=b$  thì số hoán vị là 2 dãy sau: a b; b a.
  - Nếu dãy A có n=3 phần tử:  $A[1]=a, A[2]=b, A[3]=c$  thì các hoán vị của dãy A là 6 dãy sau: a b c; b a c; a c b; c a b; b c a; c b a;

Gọi hàm  $hoanVi(A, m)$  là hàm xuất tất cả các dạng hoán vị khác nhau của A có được bằng cách hoán vị m thành phần đầu của dãy A.

Phân cơ sở bài toán: m=1, hàm  $HoanVi(A, 1)$  chỉ có 1 cách xuất A.

Phân rã tổng quát:

```

HoanVi(A, m) ≡ { Swap (A[m], A[m]) ; HoanVi (A, m-1) ;
                  Swap (A[m], A[m-1] ; HoanVi (A, m-1) ;
                  Swap (A[m], A[m-2] ; HoanVi(A,m-1) ;
                  ...
                  Swap (A[m], A[2] ; HoanVi(A,m-1) ;
                  Swap (A[m], A[1] ; HoanVi(A,m-1) ;
                  }

```

**Bài 6.** Bài toán chia thưởng

Tìm số cách chia  $m$  vật (phần thưởng) cho  $n$  đối tượng (học sinh) có thứ tự.

Gọi Distribute là hàm tính số cách chia, khi đó Distribute là hàm có 2 tham số nguyên  $m$  và  $n$  (Distribute( $m, n$ )).

Gọi  $n$  đối tượng theo thứ tự xếp hạng  $1, 2, 3, \dots, n$ ;  $S_i$  là số vật mà đối tượng thứ  $i$  nhận được. Khi đó các điều kiện ràng buộc cho cách chia là:

$$S_i \geq 0$$

$$S_1 \geq S_2 \geq \dots \geq S_n$$

$$S_1 + S_2 + \dots + S_n = m$$

**IV.** Bài tập thực hành về nhà

**Bài 7.** Lãi suất tiền VNĐ gửi  $x\%$  mỗi năm, ban đầu người ta gửi  $n$  triệu đồng. Viết hàm đệ quy tính sau  $m$  năm sẽ có bao nhiêu tiền VNĐ (gồm cả vốn lẫn lãi)?

**Bài 8.** Cho số nguyên dương  $n$ .

- Hãy tìm chữ số đầu tiên của  $n$ .
- Hãy tìm chữ số đảo ngược của số nguyên dương  $n$ .
- Tìm chữ số lớn nhất của số nguyên dương  $n$ .
- Tìm chữ số nhỏ nhất của số nguyên dương  $n$ .
- Hãy kiểm tra số nguyên dương  $n$  có toàn chữ số lẻ hay không?
- Hãy kiểm tra số nguyên dương  $n$  có toàn chữ số chẵn hay không?

**Bài 9.** Viết hàm đệ quy tính Tổ hợp chập  $k$  của  $n$  phần tử được tính bằng công thức sau

$$C_n^k = \begin{cases} 1 & \text{khi } k = 0 \wedge k = n \\ C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1} & \text{khi } 0 < k < n \end{cases}$$

**Bài 10.** Viết hàm tìm kiếm phần tử trên mảng đã sắp xếp theo kỹ thuật tìm kiếm nhị phân bằng phương pháp đệ quy.

**Bài 11.** Tính số cách chia  $m$  phần thưởng cho  $n$  học sinh đã xếp theo thứ tự hạng tăng dần, phân chia sao cho học sinh đứng trước có số phần thưởng lớn hơn học sinh đứng sau, biết rằng:

- $m \geq 2n$
- $m = n$
- $m > 2n$  và mỗi học sinh đều có quà.

--HẾT--