

Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka

Lista zadań nr 10. Maj 2018

[Do zadań 1–6] Dane są obserwacje x_1, \dots, x_n pochodzące z niżej wymienionych rozkładów. Znaleźć estymator (metodą MLE) dla parametrów wymienionych poniżej:

1. Rozkład geometryczny $\text{Geom}(p)$, parametr p .
2. Rozkład Pareto, $f(x; a, k) = \frac{ka^k}{x^{k+1}}$, $x \in (a, \infty)$, znane k , parametr a .
3. Rozkład Pareto, $f(x; a, k) = \frac{ka^k}{x^{k+1}}$, znane a , parametr k .
4. Rozkład wykładniczy, $f(x; \lambda) = \lambda \exp(-\lambda x)$, dla $x \in (0, \infty)$. Parametr to λ .
5. Rozkład Weibulla, $f(x; k, \lambda) = \frac{k}{\lambda} \cdot \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1} \exp\left\{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^k\right\}$, dla $x \in (0, \infty)$. Znane jest k , parametr λ .

[Do zadań 6–7] Niezależne zmienne losowe X, Y podlegają rozkładom (odpowiednio): $\chi^2(n), \chi^2(k)$.

6. Znaleźć gęstość 2-wymiarowej zmiennej (X, Y) .
7. (2p.) Znaleźć rozkład (gęstość) zmiennej $F = \frac{X}{Y} \cdot \frac{k}{n}$.

[Do zadań 8–9] Zmienna losowa X podlega rozkładowi normalnemu z parametrami jak poniżej:

$$N \sim \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 38 & -5 \\ -5 & 4 \end{bmatrix} \right).$$

8. Niech $Y_1 = 3X_1 + X_2$, $Y_2 = -4X_1 + 2X_2$. Znaleźć rozkład zmiennej Y .
9. Niech $Y_1 = 2X_1 - 3X_2$, $Y_2 = 4X_1 + 2X_2$. Jaka jest wartość współczynnika korelacji ρ_{y_1, y_2} ?
10. Dane (w kolumnach) przedstawiają pomiar wagi przed i po okresie stosowania określonej diety dla 16 osób. Testujemy hipotezę: **dieta ma wpływ na wagę**.
11. (E2) 10 poletek doświadczalnych podzielono na dwie części, w jednej z nich przeprowadzono dodatkowe czynności **agrotechniczne**. W wierszu znajduje się wydajność części poddanej dodatkowym zabiegom i części poletka uprawianej tradycyjnie. Testujemy hipotezę: **dodatkowy czynnik ma wpływ na wydajność uprawy**, tzn. podać postać hipotezy zerowej i podać wartość p .