

# Zadanie 5 z listy 6 - “Kompresja Danych”

Łukasz Klasieński

11 maja 2020

## Zadanie 5

Znajdź najdłuższe słowo, dla którego gramatyka składa się z co najmniej  $n/4$  produkcji ( $n$  to długość słowa). Jeśli istnieją dowolnie długie słowa o tej własności, znajdź przykład rodziny takich słów.

Takie słowo:

$$\Sigma = a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$$

$$w = a_1 a_1 a_1 a_1 : a_1 a_2 a_1 a_2 : a_1 a_3 a_1 a_3 \dots a_2 a_1 a_2 a_1 : a_2 a_2 a_2 a_2 \dots : a_n a_n a_n a_n$$

Dlaczego mamy dokładnie  $n/4$  produkcji? Budujemy słowo tak, że doklejamy po 2 unikatowe pary, które wcześniej nie występowały w prefiksie słowa dzięki czemu tworzymy nową produkcję. Zatem na każde 4 symbole przypada dokładnie jedna produkcja. Po wyczerpaniu wszystkich możliwych kombinacji par zostajemy z produkcjami:

$$S \rightarrow A_{11} A_{11} A_{12} A_{12} A_{13} A_{13} \dots A_{21} A_{21} A_{22} A_{22} \dots A_{N0} A_{N0} \dots A_{NN} A_{NN}$$

$$A_{11} \rightarrow a_1 a_1$$

$$A_{12} \rightarrow a_1 a_2$$

...

$$A_{NN} \rightarrow a_n a_n$$

Zauważmy teraz, że możemy kontynuować takie słowo - dodając od początku  $aaaa : abab \dots$ , ponieważ nasza para  $p_{ij}$  zostanie zamieniona na odpowiadającą mu produkcję  $A_{ij}$ , która otrzyma nową produkcję  $A'_{ij}$  (ponieważ  $A_{ij}$  będzie występować po 2 razy obok siebie). Ostatecznie po dwóch takich iteracjach, dostaniemy

$$S \rightarrow A'_{11} A'_{12} \dots A'_{NN}$$

, czyli możemy zrobić słowo długości  $8 * |\Sigma|$ .