ΕΡΓΑΣΙΑ ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

ΟΝΟΜΑ: ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ

ΕΠΩΝΥΜΟ : ΧΡΟΝΟΠΟΥΛΟΣ

AM: mppl21081

Πανεπιστήμιο Πειραιώς   1/9/2022

Άσκηση 1.6.4.

Έχουμε *: max Z = C1X1 + C2X2 + C3X3 + C4X4*

Οπού C1,C2,C3,C4 είναι οι μεσοί οροί των βαθμών του καθηγητή στα 1) Την αποτελεσματικότητα της διδασκαλίας, 2) Το ερευνητικό/συγγραφικό έργο, 3) Τα ερευνητικά προγράμματα, 4) Το διοικητικό έργο αντίστοιχα .

Ομοίως τα X1,X2,X3,X4 είναι τα βάρη των ιδίων κριτηρίων συγκεκριμένα :

X1 το βάρος της αποτελεσματικότητας της διδασκαλίας,

X2 το βάρος του ερευνητικού/συγγραφικού έργο

X3 το βάρος των ερευνητικών προγραμμάτων

X4 το βάρος του διοικητικού έργου .

Σημείωση θα παραλείψουμε για λογούς ευκολίας το % για τορα από όλους του ορούς και θα το βάλουμε στο τέλος

Και έχουμε τοις τρεις βαθμολογίες :

ΚΡΙΤΕΣ	αποτελεσματικότητα της διδασκαλίας	ερευνητικό/συγγραφικό έργο	ερευνητικά προγράμματα	διοικητικό έργο
Κ1	90	60	90	80
Κ2	75	60	95	95
Κ3	90	75	85	95

Αρά : C1 = (90 +75 + 90)/3 = 85 , C2 = (60 + 60 +75) / 3 = 65 ,C3 = (90 + 95 + 85) / 3 = 90 , C4 = (80 + 95 + 95) = 90 .

Το πρόβλημα γίνεται : max Z = 85X1 + 65X2 + 90X3 + 90X4

Με τους περιορισμούς :

- Το βάρος του κριτηρίου «αποτελεσματικότητα της διδασκαλίας» είναι τουλάχιστο τόσο όσο τα βάρη των άλλων κριτηρίων. Αρά X1 ≥ X2 , X1 ≥ X3 , X1 ≥ X4 .Τα οποία γράφονται : X1 - X2 ≥ 0 , X1 – X3 ≥ 0 ,X1 – X4 ≥ 0
- Το βάρος του κριτηρίου «ερευνητικό/συγγραφικό έργο» πρέπει να είναι τουλάχιστον 25% .Αρά X2 ≥ 25
- Τα βάρη των κριτηρίων «αποτελεσματικότητα της διδασκαλίας» και «ερευνητικό/συγγραφικό έργο» πρέπει να είναι μαζί (το άθροισμα) τουλάχιστον 75% και όχι περισσότερο από 90%. Αρά : X1 + X2 ≥ 75 και X1 + X2 ≤ 90
- Το βάρος του κριτηρίου «ερευνητικά προγράμματα» πρέπει να είναι τουλάχιστο όσο το βάρος του κριτηρίου «διοικητικό έργο». Αρά : X3 ≥ X4
- Το βάρος του κριτηρίου «διοικητικό έργο» δεν πρέπει να είναι μικρότερο του 5%. Αρά : X4 ≥ 5
- Το άθροισμα των βαρών πρέπει να είναι 100%
- X1 + X2 + X3 + X4 = 100

Και περνούμε το γραμμικό πρόγραμμα : *max Z = 85X1 + 65X2 + 90X3 + 90X4*

Με τους περιορισμούς : $X1 - X2 \geq 0$, $X1 - X3 \geq 0$, $X1 - X4 \geq 0$

$$X2 \geq 25$$

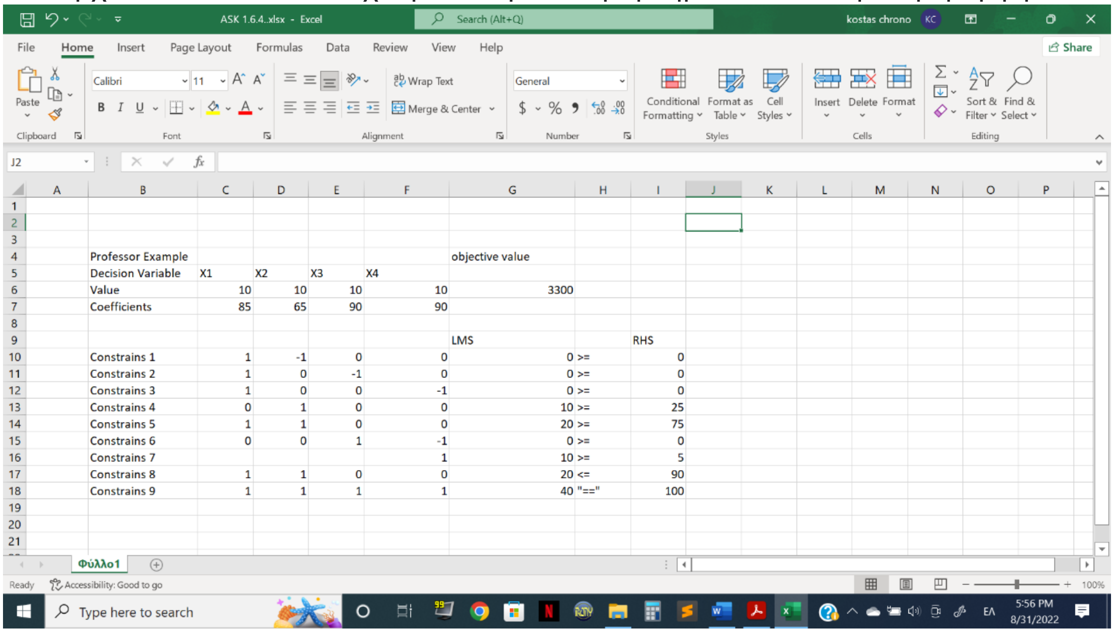
$$X1 + X2 \geq 75$$

$$X1 + X2 \leq 90$$

$$X3 - X4 \geq 0$$

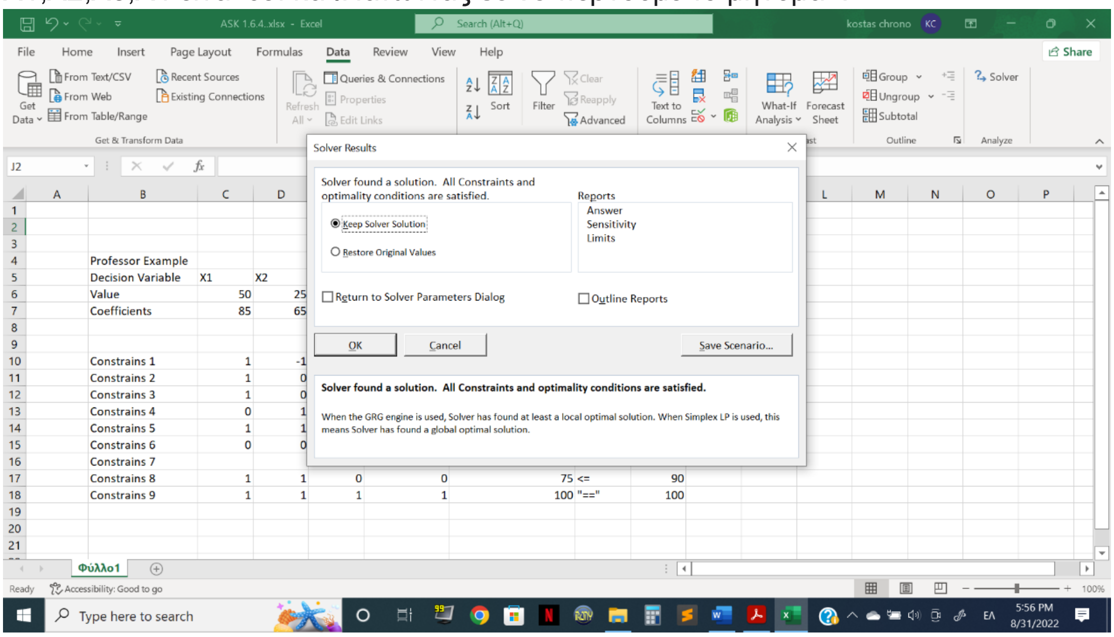
$$X1 + X2 + X3 + X4 = 100$$

Στο αρχείο ASK 1.6.4.xlsx έχουμε εισάγει το πρόβλημα στο excel με την μορφή :

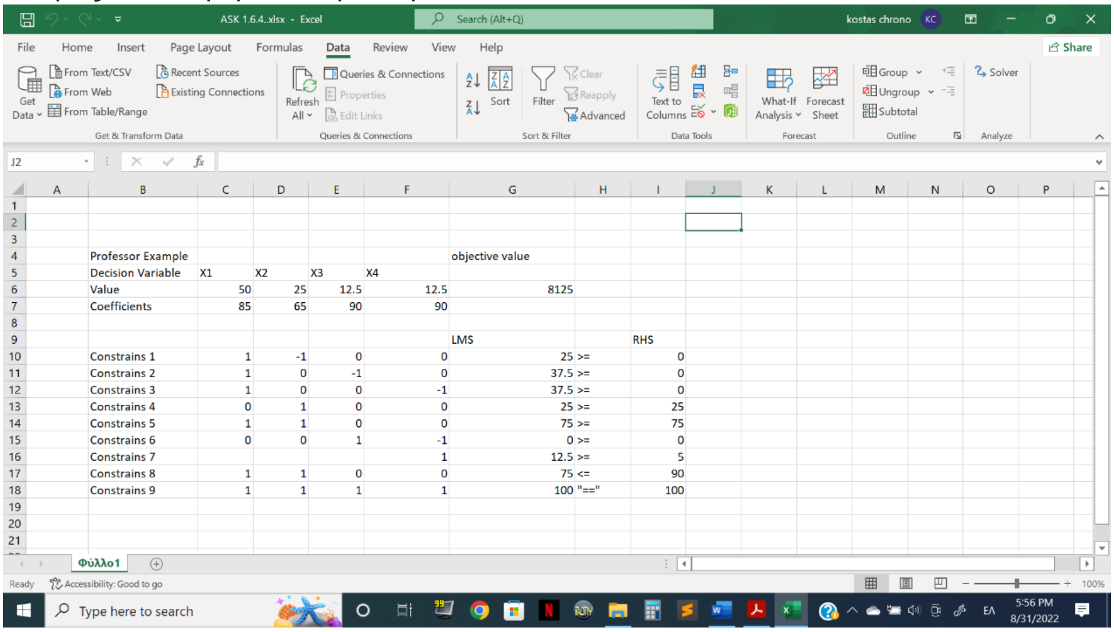


	B	C	D	E	F	G	H	I
4	Professor Example					objective value		
5	Decision Variable	X1	X2	X3	X4			
6	Value	10	10	10	10	3300		
7	Coefficients	85	65	90	90			
9						LMS		RHS
10	Constrains 1	1	-1	0	0	0	>=	0
11	Constrains 2	1	0	-1	0	0	>=	0
12	Constrains 3	1	0	0	-1	0	>=	0
13	Constrains 4	0	1	0	0	10	>=	25
14	Constrains 5	1	1	0	0	20	>=	75
15	Constrains 6	0	0	1	-1	0	>=	0
16	Constrains 7				1	10	>=	5
17	Constrains 8	1	1	0	0	20	<=	90
18	Constrains 9	1	1	1	1	40	"=="	100

Οπού στην στήλη objective value έχουμε βάλει τα καταλληλά '=SUMPRODUCT()' .Στο solver έχουμε το κελί G6 ως objective και τα κελιά C6,D6,E6,F6 ως changing values και τα καταλληλά constrains όπως φαίνεται στο σχήμα .Και τέλος τα X1,X2,X3,X4 είναι θετικά .Πατώντας solve περνούμε το μήνυμα :



Και μας δίνει την βέλτιστη λύση :



	B	C	D	E	F	G	H	I
4	Professor Example					objective value		
5	Decision Variable	X1	X2	X3	X4			
6	Value	50	25	12.5	12.5	8125		
7	Coefficients	85	65	90	90			
9						LMS		RHS
10	Constrains 1	1	-1	0	0	25	>=	0
11	Constrains 2	1	0	-1	0	37.5	>=	0
12	Constrains 3	1	0	0	-1	37.5	>=	0
13	Constrains 4	0	1	0	0	25	>=	25
14	Constrains 5	1	1	0	0	75	>=	75
15	Constrains 6	0	0	1	-1	0	>=	0
16	Constrains 7				1	12.5	>=	5
17	Constrains 8	1	1	0	0	75	<=	90
18	Constrains 9	1	1	1	1	100	"=="	100

Στην οποία το Ζ ισούται με 8125 δηλ. η βαθμολογία του καθηγητή είναι 81,25% και αρά η σύμβαση του θα ανανεωθεί !

Άσκηση 3.9.4

Έχουμε το γραμμικό πρόγραμμα :

$$\text{Min } Z = X1 - 2X2 + X3$$

$$\text{υ.π.} \quad X1 + X2 + X3 >= 1$$

$$X2 - X3 >= 4$$

$$X1,X2,X3 >= 0$$

Το προβλιμα μετατρεπεται σε κανονικη μορφη με την ισαγογη των stach variables X4,X5

Και αφου εχουμαι >= γινεται

$$\text{Min } Z = X1 - 2X2 + X3$$

$$\text{υ.π.:} \quad X1 + X2 + X3 - X4 \quad = 1$$

$$X2 - X3 \quad - X5 = 4$$

$$X1,X2,X3,X4,X5 >= 0$$

Αρχικοποίηση έχουμε των πίνακα

CK	K	XK	X1	X2	X3	X4	X5
0	4	1	1	1	1	-1	0
0	5	4	0	1	-1	0	-1
	C =	0	1	-2	1	0	0

Επειδή ο μικρότερος από τους παράγοντες σχετικού κόστους είναι αρνητικός αριθμός, η τρέχουσα βασική εφικτή λύση δεν είναι βέλτιστη, οπότε σημειώνεται η στήλη με τον παράγοντα αυτό -2 στην σκιασμένη στήλη. Η στήλη αυτή προσδιορίζει τον δείκτη *s*=2 της μη βασικής μεταβλητής που θα εισέλθει στη βάση . Το μικρότερο από τα πηλίκα των τιμών στη στήλης 3 με τις αντίστοιχες θετικές τιμές της σημειωμένης στήλης προσδιορίζει τον δείκτη της βασικής μεταβλητής που θα βγει από τη βάση. Στην προκείμενη περίπτωση η γραμμή 2 (δηλ. η μεταβλητή X1).

Αρά έχουμε : R1(NEW) =R1(OLD)

R2(NEW) =R2(OLD) – R1(NEW)

R3(NEW) =R3(OLD) –(-2R1(NEW))

Και περνούμε των πίνακα :

CK	K	XK	X1	X2	X3	X4	X5
-2	2	1	1	1	1	-1	0
0	5	3	-1	0	-2	1	-1
	C =	-2	3	0	3	-2	0

Επειδή ο μικρότερος από τους παράγοντες σχετικού κόστους είναι αρνητικός αριθμός, η τρέχουσα βασική εφικτή λύση δεν είναι βέλτιστη, οπότε σημειώνεται η στήλη με τον παράγοντα αυτό -2 . Η στήλη αυτή προσδιορίζει τον δείκτη *s*=4 της μη βασικής μεταβλητής που θα εισέλθει στη βάση και αφού υπάρχει μόνο ένα θετικό στοιχείο επιλέγουμε αυτό για την αντικαταστατή.

Αρά έχουμε : R2(NEW) =R2(OLD)

R1(NEW) =R1(OLD) + R2(NEW)

R3(NEW) =R3(OLD) –(-2R2(NEW))

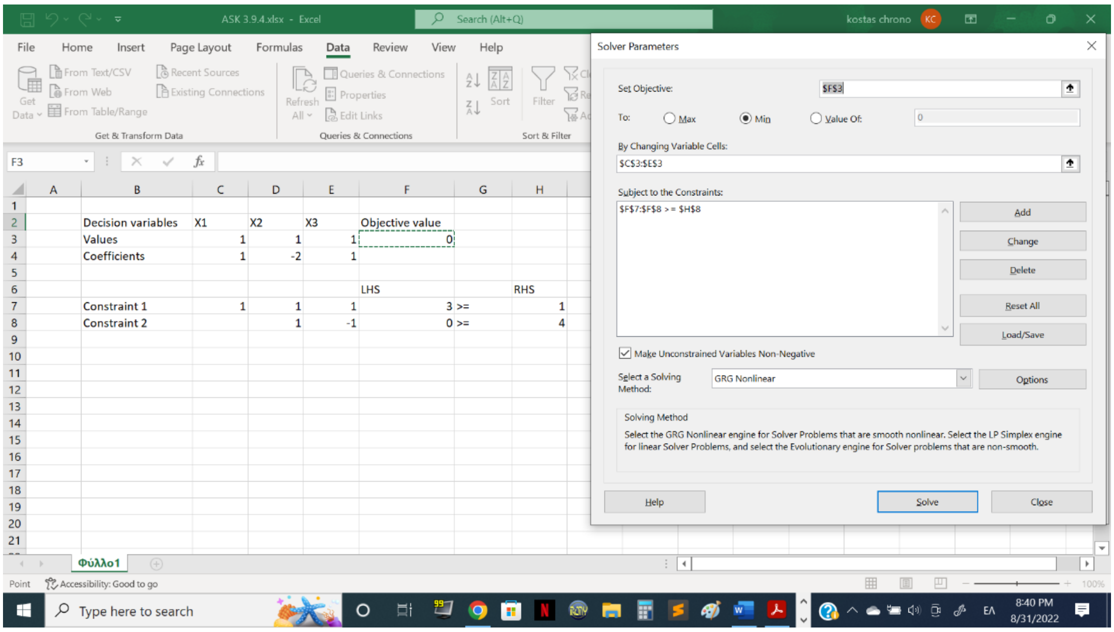
Και περνούμε των πίνακα :

CK	K	XK	X1	X2	X3	X4	X5
-2	2	4	0	1	-1	0	-1
0	4	3	-1	0	-2	1	-1
	C =	-8	1	0	-1	0	-2

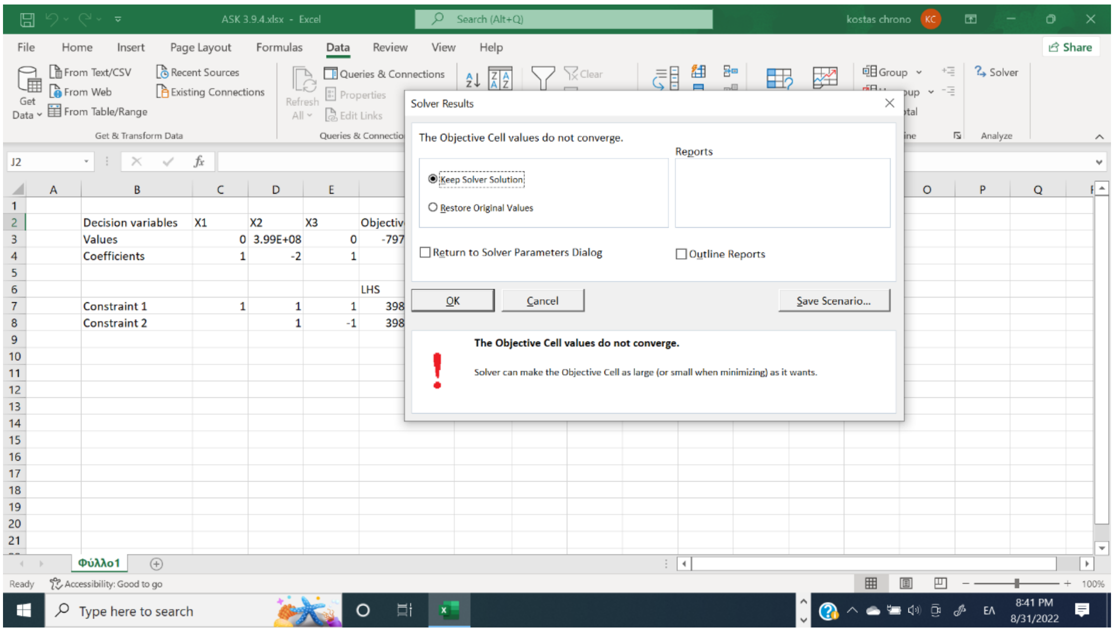
Επειδή ο μικρότερος από τους παράγοντες σχετικού κόστους είναι αρνητικός αριθμός, η τρέχουσα βασική εφικτή λύση δεν είναι βέλτιστη, οπότε σημειώνεται η στήλη με τον παράγοντα αυτό -2 . Όμως και οι δυο παράγοντες σε αυτή την στήλη είναι αρνητικοί!

Αρά το γραμμικό πρόγραμμα δεν έχει πεπερασμένη βέλτιστη λύση.

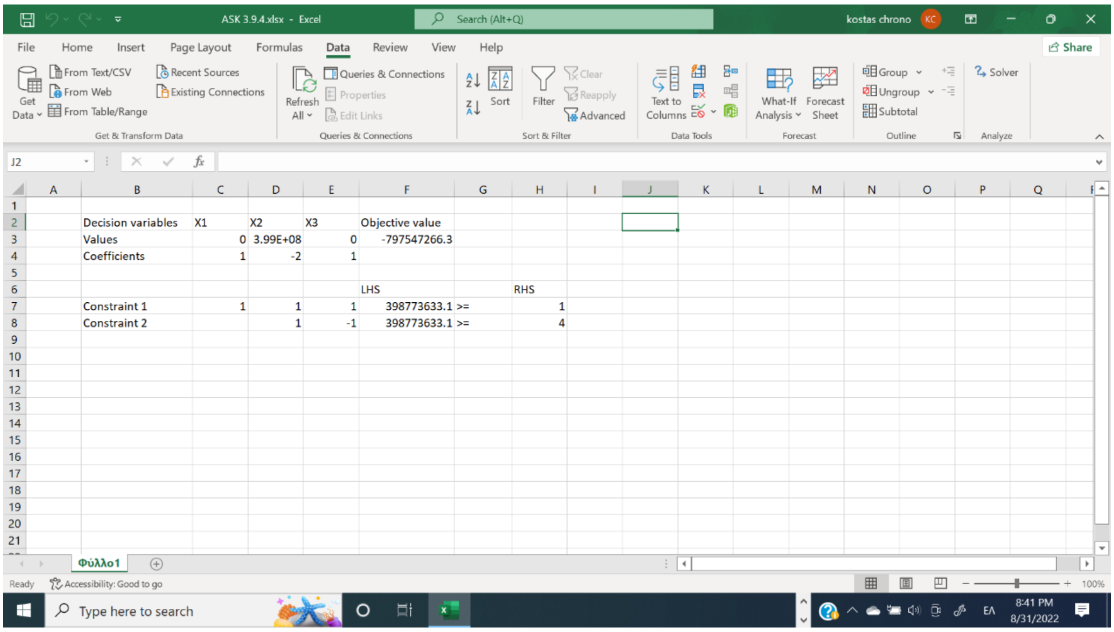
Στο αρχείο ASK 3.9.4.xlsx έχουμε αναπαραστήσει το παραπάνω γραμμικό πρόγραμμα έτσι :



Και πατώντας solve περνούμε το μήνυμα :



Και τα αποτελέσματα :



Decision variables	X1	X2	X3	Objective value		
Values	0	3.99E+08	0	-797547266.3		
Coefficients	1	-2	1			
				LHS		RHS
Constraint 1	1	1	1	398773633.1	>=	1
Constraint 2		1	-1	398773633.1	>=	4

Αρά τα αποτελέσματα του solver συμφωνούν με τη δική μας λύση .

Άσκηση 4.4.4

Έχουμε το γραμμικό πρόγραμμα :

Min Z = X1 – 2X2 + X3,

ΥΠ : X1 + X2 + X3 >=1

X2 – X3 >=4

X1 , X2 , X3 >=0

Το πρωτεύον έχει 3 μεταβλητές και 2 περιορισμούς το δυικό του θα έχει 2 μεταβλητές και 3 περιορισμούς.

Έχουμε τον πίνακα :

A =

1	1	1	1
0	1	-1	4
1	-2	1	1

AT =

1	0	1
1	1	-2
1	-1	1
1	4	1

Αρά με βάση το AT και το min γίνεται max και το >= <= έχουμε το δυικό του :

Max Z = Y1 + 4 Y2

ΥΠ : Y1 <= 1

Y1 + Y2 <= -2

Y1 – Y2 <= 1 Y1,Y2 >= 0 .

Αφού στον δεύτερο περιορισμό έχουμε -2 θα το πολλαπλασιάσουμε με -1 :

Max Z = Y1 + 4 Y2

ΥΠ : Y1 <= 1

-Y1 - Y2 >= 2

Y1 – Y2 <= 1 Y1,Y2 >= 0 .

Και για να το φέρουμε σε κανονική μορφή εισαγάγουμε τοις μεταβλητές Y3,Y4,Y5.

- Αφού στον περιορισμός 1 έχουμε <= προσθέτουμε την μεταβλητή .
- Αφού στον περιορισμός 2 έχουμε >= αφαιρούμαι την μεταβλητή .
- Αφού στον περιορισμός 3 έχουμε <= προσθέτουμε την μεταβλητή .

Max Z = Y1 + 4 Y2

ΥΠ : Y1 + Y3 <= 1

- Y1 - Y2 - Y4 >= 2

Y1 - Y2 + Y5 <= 1 Y1,Y2,Y3,Y4,Y5 >= 0 .

Και τώρα κατασκευάζουμε τον πίνακα :

CK	K	YK	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5
0	3	1	1	0	1	0	0
0	4	2	-1	-1	0	1	0
0	5	1	1	-1	0	0	1
	C=	0	1	4	0	0	0

Αφού όλα τα στοιχεία της τελευταίας γραμμής >= 0 έχουμε φτάσει στην βέλτιστη λύση :

Y1 =0 , Y2 = 0 , Z = 0 . Όμως η λύση αυτή παραβιάζει τον δεύτερο περιορισμό .

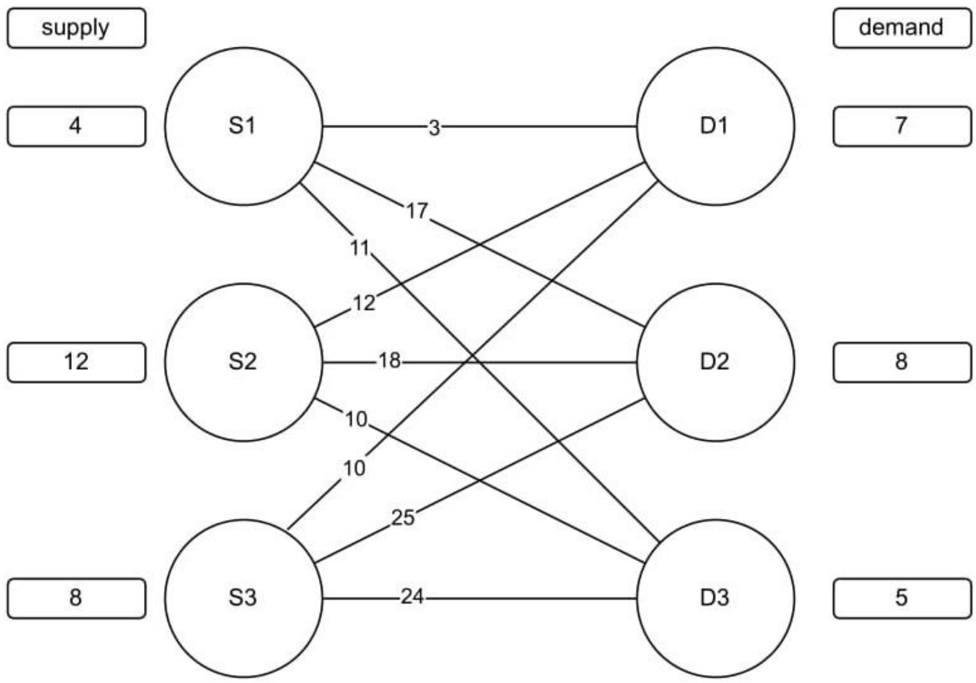
Αρά το γραμμικό πρόγραμμα δεν έχει πεπερασμένη βέλτιστη λύση

Άσκηση 7.6.4.

Έχουμε το πρόβλημα μεταφοράς :

	D1	D2	D3	Προσφορά
S1	3	17	11	4
S2	12	18	10	12
S3	10	25	24	8
Ζήτηση	7	8	5	

Στο σχήμα που ακολουθεί αποτυπώνεται το πρόβλημα μεταφοράς με τη βοήθεια δικτύου.



Θεωρούμαι τις μεταβλητές απόφασης x_{ij} που εκφράζουν την μεταφερόμενη ποσότητα από την αποθήκη *i* στον προορισμό *j*, πχ το x_{23} το εκφράζει την μεταφορά από το S2 στο D3 .

Το γραμμικό πρόγραμμα του προβλήματος μεταφοράς είναι:

$Min\ z = 3X_{11} + 17X_{12} + 11X_{13} + 12X_{21} + 18X_{22} + 10X_{23} + 10X_{31} + 25X_{32} + 24X_{33}$

Με τους περιορισμούς :

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} \leq 4$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} \leq 12$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} \leq 8$$

$$X_{11} + X_{21} + X_{31} = 7$$

$$X_{12} + X_{22} + X_{32} = 8$$

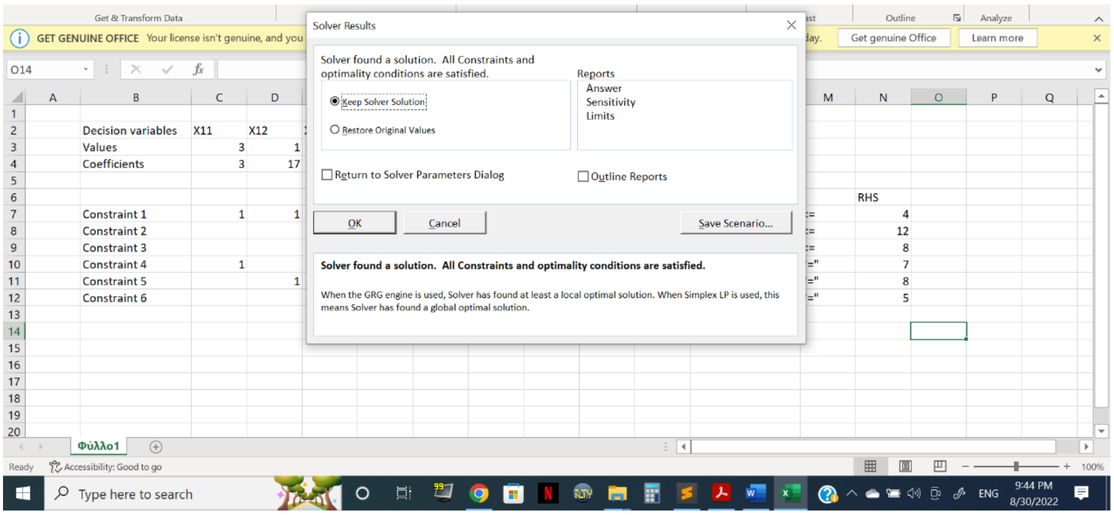
$$X_{13} + X_{23} + X_{33} = 5$$

$$X_{ij} \geq 0 \text{ για κάθε } i,j$$

Αναπαριστούμε το παραπάνω γραμμικό πρόβλημα στο αρχαίο excel ASK 764.xlsx

Decision variables	X11	X12	X13	X21	X22	X23	X31	X32	X33	Objective value		
Values	1	1	1	1	1	1	1	1	1	130		
Coefficients	3	17	11	12	18	10	10	25	24			
										LHS		RHS
Constraint 1	1	1	1							3	<=	4
Constraint 2				1	1	1				3	<=	12
Constraint 3							1	1	1	3	<=	8
Constraint 4	1			1			1			3	"="	7
Constraint 5		1			1			1		3	"="	8
Constraint 6			1			1			1	3	"="	5

Πατώντας solve στο solver περνούμε το μήνυμα :



Και έχουμε την λύση :

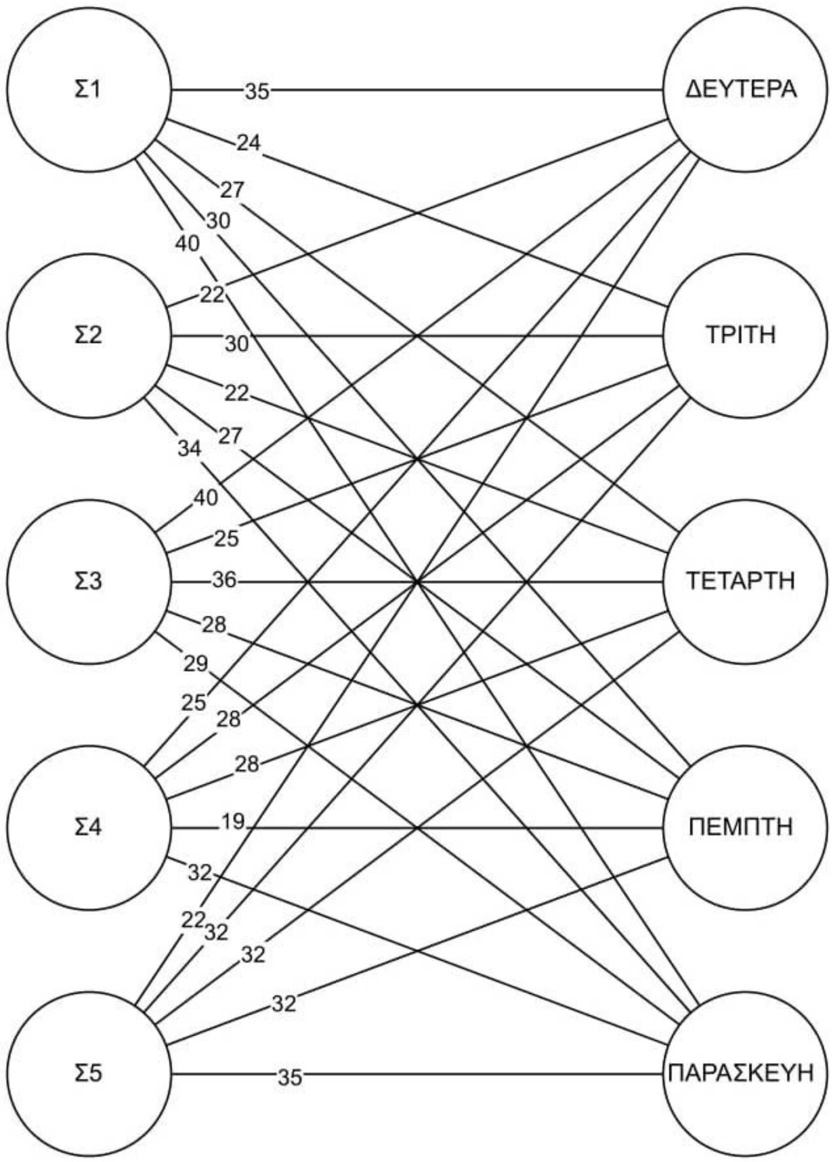
Decision variables	X11	X12	X13	X21	X22	X23	X31	X32	X33	Objective value		
Values	3	1	0	0	7	5	4	0	0	242		
Coefficients	3	17	11	12	18	10	10	25	24			
										LHS		RHS
Constraint 1	1	1	1							4	<=	4
Constraint 2				1	1	1				12	<=	12
Constraint 3							1	1	1	4	<=	8
Constraint 4	1			1			1			7	"="	7
Constraint 5		1			1			1		8	"="	8
Constraint 6			1			1			1	5	"="	5

Άσκηση 8.5.4

Έχουμε Το ισορροπημένο πρόβλημα ανάθεσης:

	ΔΕΥΤΕΡΑ	ΤΡΙΤΗ	ΤΕΤΑΡΤΗ	ΠΕΜΠΤΗ	ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ
Σ1	35	24	27	30	40
Σ2	22	30	22	27	34
Σ3	40	25	36	28	29
Σ4	25	28	28	19	32
Σ5	22	32	32	32	35

Στο σχήμα που ακολουθεί αποτυπώνεται το πρόβλημα ανάθεσης με τη βοήθεια δικτύου.



Θεωρούμαι τις μεταβλητές απόφασης x_{ij} που εκφράζουν την μεταφερόμενη ποσότητα από την θεματικό κύκλο *i* στην ημέρα *j*, πχ το x_{23} το εκφράζει την μεταφορά από το Σ2 στην τέταρτη.

Το γραμμικό πρόγραμμα του προβλήματος μεταφοράς είναι:

$Max\ z = 32X_{11} + 24X_{12} + 27X_{13} + 30X_{14} + 40X_{15} + 22X_{21} + 30X_{22} + 22X_{23} + 27X_{24} + 34X_{25} + 40X_{31} + 25X_{32} + 36X_{33} + 28X_{34} + 29X_{35} + 25X_{41} + 28X_{42} + 28X_{43} + 19X_{44} + 32X_{45} + 22X_{51} + 32X_{52} + 32X_{53} + 32X_{54} + 35X_{55}$.

Με τους περιορισμούς :

$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} = 1$

$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} = 1$

$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} = 1$

$X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} = 1$

$X_{51} + X_{52} + X_{53} + X_{54} + X_{55} = 1$

Και :

$X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} + X_{51} = 1$

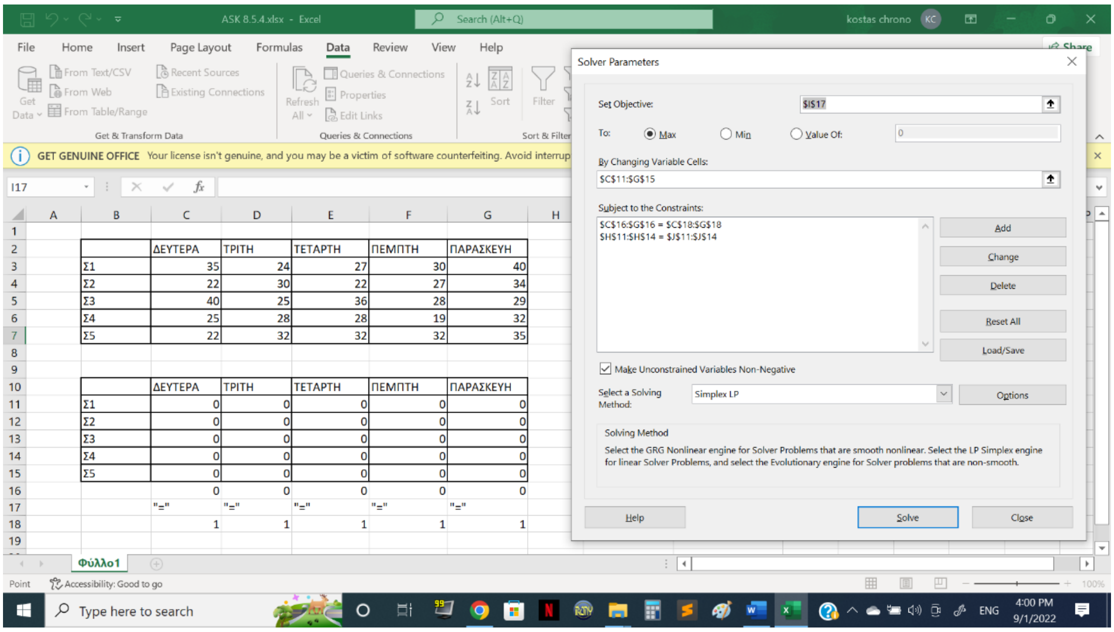
$X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} + X_{52} = 1$

$X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} + X_{53} = 1$

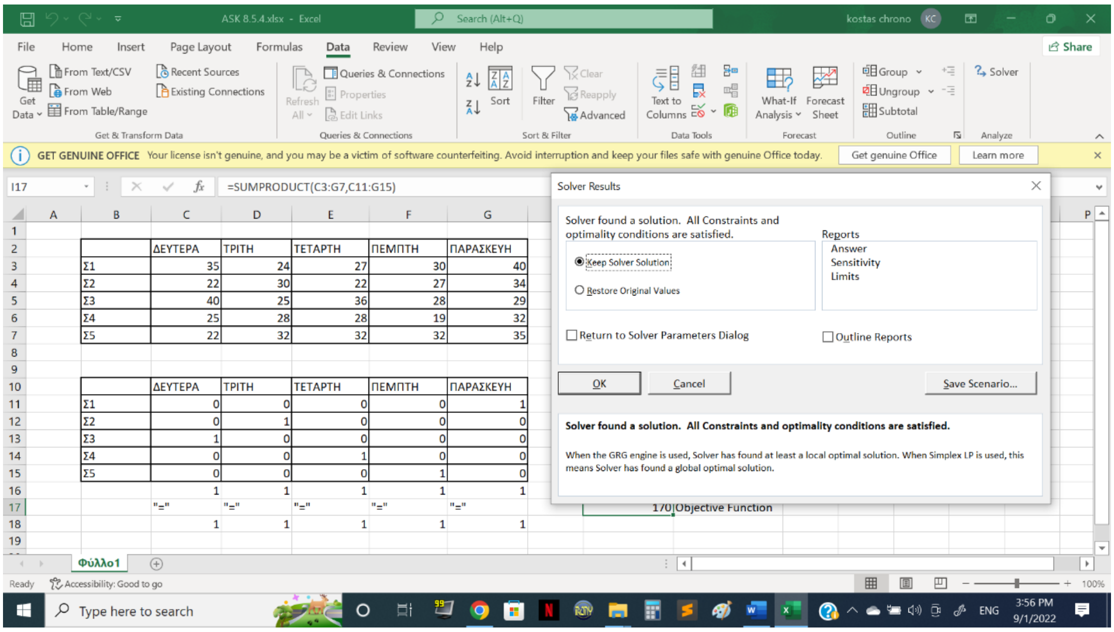
$X_{14} + X_{24} + X_{34} + X_{44} + X_{54} = 1$

$X_{15} + X_{25} + X_{35} + X_{45} + X_{55} = 1$

Στο αρχείο ASK 8.5.4.xlsx έχουμε μοντελοποιήσει το πρόβλημα στο excel :



Και πατώντας solve παίρνουμε



Αρά το Σ1 (σεμινάριο 1) θα γίνεται την Παρασκευή ,το Σ2 την Τρίτη ,Σ3 την Δευτερά ,Σ4 Τετάρτη και το Σ5 Πέμπτη .