

## 第四次小测试

郝裕玮

18329015

1、判断正误 (5×17=85 分)。

- (1) 有单位元环的加法零元与乘法单位元不相等。(F)
- (2) 对环中任意元素  $a$  和任意整数  $m$  和  $n$  有  $m(na)=mna$  和  $(a^n)^m=a^{nm}$ 。(F)
- (3) 对有单位元的环及其元素  $a$ ,  $a^0$  为其单位元。(F)
- (4) 环  $R$  的子环  $S$  是  $R$  的一个关于减法与乘法封闭的子集。(F)
- (5) 有单位元的环可能存在无单位元的子环, 无单位元的环可能存在有单位元的子环。(T)
- (6) 有单位元的环及其有单位元的子环, 单位元相同。(F)
- (7) 整数环的子环都是其主理想。(T)
- (8) 环的单位元一定是单位, 单位不一定是单位元。(T)
- (9) 有单位元的无限环中, 单位元是唯一的, 单位的个数是无限的。(F)
- (10) 环  $R$  的主理想  $\langle a \rangle$  中的元素均同为元素  $a$  的倍数  $ar$ 。(F)
- (11) 整数环中由两个整数生成的理想是一个主理想。(T)
- (12) 整数环的素理想为  $\langle p \rangle$ , 其中  $p$  为素数。(F)
- (13) 整数环的极大理想为  $\langle p \rangle$ , 其中  $p$  为素数。(T)
- (14) 整数环的极大理想均为素理想; 整数环的素理想亦为极大理想。(F)
- (15) 有单位元的环的特征即为其单位元的加法阶数。(F)
- (16) 环的特征可以是任意正整数, 整环的特征只能是素数。(F)

(17) 对有限域  $F_q$  的元素  $a$  和  $b$ , 非负整数  $n$ , 有  $(a \pm b)^{q^n} = a^{q^n} \pm b^{q^n}$ 。

(F)

2、请给出一个不是整环的无零因子环、一个不是域的整环 (5+5 分)。

答：(1) 不是整环的无零因子环：四元数体  $H$

(2) 不是域的整环：整数环  $\mathbb{Z}$

3、请给一个特征为正整数的无限环 (5 分)。

答： $\mathbb{Z}_m$  上的一元多项式环  $\mathbb{Z}_m[x]$ , 有  $\text{char} \mathbb{Z}_m[x] = m$