**第三次小测试**

**1、判断正误（46=24分）。**

**(1)群子集乘积在群运算下构成群。（F）**

**(2)若群H为群G的子群，则H的所有陪集当中仅有一个陪集关于群运算构成群。（T）**

**(3)对任意正整数a和奇素数p都有ap-1 = 1 mod p。（F）**

**(4)对任意正整数a和奇素数p都有ap = a mod p。（T）**

**(5)若群H为群G的正规子群，则对任意a∈G、h∈H都有aH=Ha及ah=ha。（F）**

**(6) 若群H为群G的正规子群，则商群G/H的阶为G的阶的一个因子。（F）**

**2、设G为所有非零实数构成的乘法群，下列映射φ中哪些是G到G的同态映射？对于同态映射φ，找出φ(G)和Ker(φ)。（11分）**

**（1）x→|x|；**

解： 是，φ(G) = ，Ker(φ) = {1,-1}

**（2）x→ax；**

解： ① a ≠ 1时，不是；

② a = 1时，是，φ(G) = G，Ker(φ) = {1}

**（3）x→x2；**

解： 是，φ(G) = ，Ker(φ) = {1,-1}

**（4）x→-1/x。**

解： 不是。

**3、求12阶群G=<a>的子群H=<a8>在G中的所有陪集（10+15=25分）。**

解：ord a = 12 = |G|

∴H所含元素为{}

又∵H的所有陪集为*H*，，，

∴一共4个陪集

**4、证明：一个子群的左陪集的所有元素的逆元素组成这个子群的一个右陪集（20分）。**

解：设H为群G的一个子群，且G

∵

∴

∴ 中任一元素的逆元素都在*H*中

同时对于，若取

则有，且

∴ 中任一元素都是中某个元素的逆元素，得证。

**5、设G是群，H为G的正规子群，且[G:H]=m。证明：对G中每个元素x都有xm∈H（20分）。**

解：H是G的正规子群⇒有商群

[G : H] = m ⇒ [] = m

∴ 对于，

∴