

7.30 Consider the following set F of functional dependencies on the relation schema (A, B, C, D, E, G) :

$$A \rightarrow BCD$$

$$BC \rightarrow DE$$

$$B \rightarrow D$$

$$D \rightarrow A$$

- Compute B^+ .
- Prove (using Armstrong's axioms) that AG is a superkey.
- Compute a canonical cover for this set of functional dependencies F ; give each step of your derivation with an explanation.
- Give a 3NF decomposition of the given schema based on a canonical cover.
- Give a BCNF decomposition of the given schema using the original set F of functional dependencies.

解：对于 a：

由自反律可得 $B \rightarrow B$

由传递律和 $D \rightarrow A$ 可得 $B \rightarrow AB$

由传递律和 $A \rightarrow BCD$ 可得 $B \rightarrow ABCD$

由传递律和 $BC \rightarrow DE$ 可得 $B \rightarrow ABCDE$

所以 $B^+ = ABCDE$

对于 b：

因为 $A \rightarrow BCD$ 且 $B \rightarrow ABCDE$ ，所以由传递律可得 $A \rightarrow ABCDE$ ，

又由增补律可得 $AG \rightarrow ABCDEG$ ，所以 AG 是超码。

对于 c：

因为 $A \rightarrow BC$ ， $B \rightarrow D$ ，所以 $A \rightarrow D$ ；所以可推出 D 在 $A \rightarrow BCD$ 中是无关属性。

又因为 $B \rightarrow D$ ，所以 D 在 $BC \rightarrow DE$ 中也是无关属性。

所以约束依赖集可修改为： $A \rightarrow BC$ ， $BC \rightarrow E$ ， $B \rightarrow D$ ， $D \rightarrow A$

由上述依赖集可推出 $B \rightarrow E$ ，所以 C 在 $BC \rightarrow E$ 中是无关属性。

所以约束依赖集继续修改为： $A \rightarrow BC$ ， $B \rightarrow E$ ， $B \rightarrow D$ ， $D \rightarrow A$

又因为 $B \rightarrow E$ ， $B \rightarrow D$ ，所以 $B \rightarrow DE$ ，所以最终的正则覆盖为：

$A \rightarrow BC$ ， $B \rightarrow DE$ ， $D \rightarrow A$

对于 d:

用 3NF 分解可生成： $r_1(A,B,C)$ ， $r_2(B,D,E)$ ， $r_3(D,A)$

又因为上面的关系中不含 G ，且已在 b 题中证明 AG 为超码，所以含有一个关系 $r_4(A,G)$

对于 e:

最初关系模式为 $r(A,B,C,D,E,G)$ ，该模式不属于 BCNF。

因为 $A \rightarrow BCD$ 为非平凡函数依赖，不属于 F_+ ，且 $\{A\} \cap \{B,C,D\} = \emptyset$ ，所以由 BCNF 分解算法可得： $r_1(A,B,C,D)$ ， $r_2(A,E,G)$ ，但 r_2 仍不属于 BCNF。

因为 $A \rightarrow E$ 是 r_2 上的非平凡函数依赖，不属于 F_+ ，且 $\{A\} \cap \{E\} = \emptyset$ ，所以由 BCNF 分解算法可得 $r_2(A,E)$ ， $r_3(A,G)$

所以 BCNF 分解为： $r_1(A,B,C,D)$ ， $r_2(A,E)$ ， $r_3(A,G)$

7.40 Given a relational schema $r(A, B, C, D)$, does $A \twoheadrightarrow BC$ logically imply $A \twoheadrightarrow B$ and $A \twoheadrightarrow C$? If yes prove it, or else give a counter example.

解：结论： $A \twoheadrightarrow BC$ 不逻辑蕴涵 $A \twoheadrightarrow B$ 和 $A \twoheadrightarrow C$

分析：由多值依赖和 $A \twoheadrightarrow BC$ 可得下表：

	A	B	C	D
t_1	a	b_1	c_1	d_1
t_2	a	b_2	c_2	d_2
t_3	a	b_1	c_1	d_2
t_4	a	b_2	c_2	d_1

若 $A \twoheadrightarrow B$ ，则应存在 $t_1[C, D] = t_4[C, D]$ 和 $t_2[C, D] = t_3[C, D]$ ，但在上表中不成立，所以 $A \twoheadrightarrow B$ 不成立；

若 $A \twoheadrightarrow C$ ，应该存在 $t_1[B, D] = t_4[B, D]$ 和 $t_2[B, D] = t_3[B, D]$ ，但在上表中不成立，所以 $A \twoheadrightarrow C$ 不成立。