

1) Вычислите по возможности
не используя программирование
 $(5E)^{-1}$ где E - единичная
матрица размера 5×5

$$5 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}^{-1} = \begin{vmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{vmatrix}$$

3.2 Вычислите определитель:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} =$$

$$= 1(0 - 48) - 2(36 - 42) + 3(32 - 0) =$$

$$= -48 + 12 + 96 = \cancel{60} \quad 60$$

5.3 Вычислите матрицу, обратную данной.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$$

1) Найдем определитель

$$1 \begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} =$$

$$1(0 - 48) - 2(36 - 42) + 3(32 - 0) =$$

$$-48 + 12 + 96 = 60$$

2) Найдем матрицу минор^{ов}

$$M_{00} = \begin{vmatrix} 8 & 9 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} = -48$$

$$M_{01} = \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} = -6$$

$$M_{02} = \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} = 32$$

$$M_{10} = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} = 18 - 24 = -6$$

$$M_{11} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} = 9 - 21 = -12$$

$$M_{12} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} = 8 - 14 = -6$$

$$M_{20} = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 6 \end{vmatrix} = 12$$

$$M_{21} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} = 6 - 12 = -6$$

$$M_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} = -8$$

$$M = \begin{vmatrix} -48 & -6 & 32 \\ -6 & -12 & -6 \\ 12 & -6 & -8 \end{vmatrix}$$

3) Найдём матрицу алгебраических дополнений

$$B = \begin{vmatrix} -48 & 6 & -32 \\ 6 & -12 & 6 \\ 12 & 6 & -8 \end{vmatrix}$$

4) Найдём транспонированную матрицу алгебраических дополнений.

$$B^T = \begin{vmatrix} -48 & 6 & 12 \\ 6 & -12 & 6 \\ -32 & 6 & -8 \end{vmatrix}$$

Ответ

$$B^{-1} = \frac{1}{B} \cdot B^T = \frac{1}{60} \begin{vmatrix} -48 & 6 & 12 \\ 6 & -12 & 6 \\ -32 & 6 & -8 \end{vmatrix} =$$

~~$$= \begin{vmatrix} -48/60 & 6/60 & 12/60 \\ 6/60 & -12/60 & 6/60 \\ -32/60 & 6/60 & -8/60 \end{vmatrix}$$~~

$$\begin{vmatrix} -48/60 & 6/60 & 12/60 \\ 6/60 & -12/60 & 6/60 \\ -32/60 & 6/60 & -8/60 \end{vmatrix}$$

5.5 2) Приведите пример матрицы 4×4 , ранг которой равен 1

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

Если минор второго порядка равен нулю, то ранг матрицы равен 1.

~~Можно~~

Можно взять строки которые пропорциональны

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = \text{ранг } 1$$

5.4) Вычислите скалярное
произведение двух
векторов $(1, 5)$ и $(2, 8)$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 2 + 5 \cdot 8 = 2 + 40 = 42$$

5.5) Вычислить смешанное
произведение трех векторов
 $(1, 5, 0)$ $(2, 8, 7)$ $(7, 1.5, 3)$

$$\begin{vmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 2 & 8 & 7 \\ 7 & 1.5 & 3 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 8 & 7 \\ 1.5 & 3 \end{vmatrix} - 5 \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 7 & 3 \end{vmatrix} + 0 \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 7 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= \cancel{1} 13.5 + 215 = 228.5$$