1) Найти область определения функции

$$z = \sqrt{1-x^3} + \ln(y^2-1)$$

$$\begin{cases} 1-x^3 \geq 0 \\ y^2-1 > 0 \end{cases}$$

$x^3 \leq 1$

$y^2 > 1$

y

$x \in (-\infty; 1)$

$y \in (-\infty; -1] \vee [1; +\infty)$

г) Найти производные 1-го порядка функции

$$z = \left(1 + \frac{\ln x}{\ln y}\right)^3$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 3\left(1 + \frac{\ln x}{\ln y}\right)^2 \cdot \frac{1}{x \cdot \ln y}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = 3\left(1 + \frac{\ln x}{\ln y}\right)^2 \cdot \frac{1}{y} \cdot \left(-\frac{\ln x}{\ln y^2}\right)$$

3) Найти полный дифференциал функции в точке (1; 1)

$$z = \sqrt{2xy + \cos\frac{x}{y}}$$

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x}dx + \frac{\partial z}{\partial y}dy$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{2\sqrt{2xy + \cos\frac{x}{y}}} \cdot \left(2y + \sin\frac{x}{y} \cdot \frac{1}{y}\right)$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{2\sqrt{2xy + \cos\frac{x}{y}}} \cdot \left(2x - \sin\frac{x}{y} \cdot \left(-\frac{x}{y^2}\right)\right)$$

$$dz = \frac{2y - \frac{\sin\frac{x}{y}}{y}}{2\sqrt{2xy + \cos\frac{x}{y}}} \cdot dx + \frac{2x + \frac{\sin\frac{x}{y} \cdot x}{y^2}}{2\sqrt{2xy + \cos\frac{x}{y}}}$$

$$dz(1,1) = \frac{2 - \sin 1 + 2 + \sin 1}{2\sqrt{2 + \cos 1}} =$$

$$= \frac{4}{2\sqrt{2 + \cos 1}}$$

4) Исследовать на экстремум функцию.

$$z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y$$

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} = 2x + y - 6 \\ \frac{dz}{dy} = x + 2y - 9 \end{cases}$$

$2x + y - 6 = 0$

$y = 6 - 2x$

$x + 2y - 9 = 0$

$y = \frac{9 - x}{2}$

$6 - 2x = \frac{9 - x}{2}$

$12 - 4x = 9 - x$

$-3x = -3$

$x = 1$

$y = 4$

$z''_{xx} = 2$

$z''_{xy} = 1$

$z''_{yy} = 2$

$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 4 - 1 = 3 > 0$

$2 > 0 \Rightarrow M(1,4)$ – точка минимума