Tarea

Preliminares

Julio Cesar Contreras Huerta

Pregunta 1

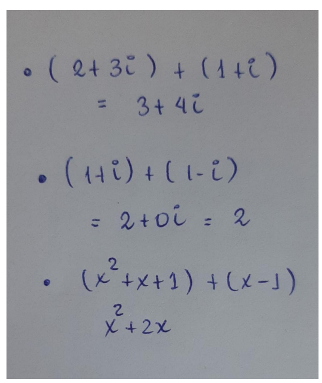
¿Son los números enteros, $\mathbb{Z}$, un cuerpo? ¿Por qué? Razona tu respuesta? Los números enteros no son un cuerpo, porque no cumple con la propiedad del único.

Pregunta 2

Realiza las siguientes sumas a mano y comprueba tu respuesta en R, Python u Octave:

- $(2 + 3i) + (1 + i)$
- $(1 + i) + (1 - i)$
- $(x^2 + x + 1) + (x - 1)$

Escrito a mano



En R

```
(2 + 3i) + (1 + 1i)
```

```
[1] 3+4i
```

```
(1 + 1i) + (1 - 1i)
```

```
[1] 2+0i
```

```
library(polynom) # Se necesita la librería polynom
a <- polynomial(coef = c(1, 1, 1)) # coeficientes de derecha a izquierda: ascendente
b <- polynomial(coef = c(-1, 1))
a + b
```

```
2*x + x^2
```

En python

```
(2 + 3j) + (1 + 1j)
```

```
(3+4j)
```

```
(1 + 1j) + (1 - 1j)
```

```
(2+0j)
```

```
import numpy as np # Se necesita la librería numpy
a = np.poly1d([1, 1, 1]) # coeficientes de izquierda a derecha: descendente
b = np.poly1d([1, -1])
print(a + b)
```

```
   2
1 x + 2 x
```

En Octave

```
z1 = (2 + 3i) + complex(1, 1) # no se utiliza ';' al final de la asignación
                              # para plotear la variable asignada
```

```
z1 =  3 + 4i
```

```
z1 = (2 + 3i) + complex(1, 1)
```

```
z1 =  3 + 4i
```

El proceso de a continuación solo es para sumar polinomios en octave

```
p = [1, 1, 1]; # coeficientes de izquierda a derecha: descendente
q = [1, -1]; # la ';' se utiliza para terminar la asignación de una variable
gradoP = length(p) - 1;
gradoQ = length(q) - 1;
p = [zeros(1, gradoQ-gradoP), p]; # Completación de ceros para los de menor grado
q = [zeros(1, gradoP-gradoQ), q];
suma = p + q; # Solo es un vector
polyout(suma, 'x') # Asignación de la variable 'x' al vector (de coeficientes)
```

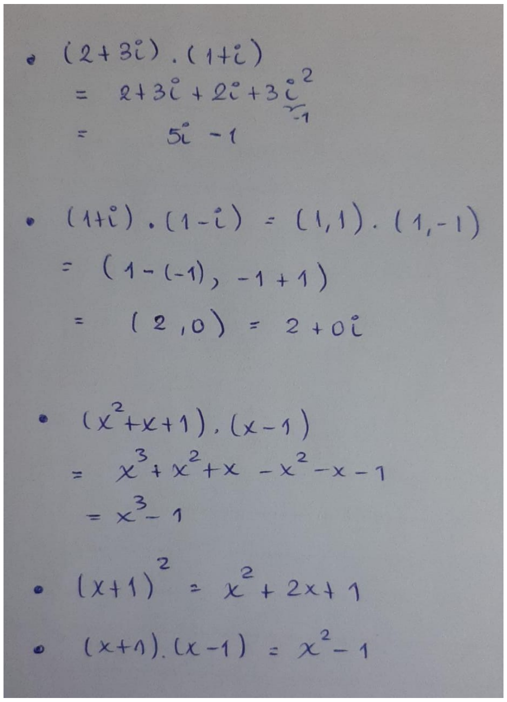
```
1*x^2 + 2*x^1 + 0
```

Pregunta 3

Realiza los siguientes productos a mano y comprueba tu respuesta en R, Python u Octave:

- $(2+3i) \cdot (1+i)$
- $(1+i) \cdot (1-i)$
- $(x^2+x+1) \cdot (x-1)$
- $(x+1)^2$
- $(x+1) \cdot (x-1)$

Escrito a mano



En R

```
(2 + 3i)*(1 + 1i)
```

```
[1] -1+5i
```

```
(1 + 1i)*(1 - 1i)
```

```
[1] 2+0i
```

```
library(polynom)
a <- polynomial(coef = c(1, 1, 1))
b <- polynomial(coef = c(-1, 1))
a * b
```

```
-1 + x^3
```

```
c <- polynomial(coef = c(1, 1))
c^2
```

```
1 + 2*x + x^2
```

```
c * b
```

```
-1 + x^2
```

En python

```
(2 + 3j) * (1 + 1j)
```

```
(-1+5j)
```

```
(1 + 1j) * (1 - 1j)
```

```
(2+0j)
```

```python
import numpy as np # Se necesita la librería numpy
a = np.poly1d([1, 1, 1]) # coeficientes de izquierda a derecha: descendente
b = np.poly1d([1, -1])
print(a * b)
```

```
   3
1 x - 1
```

```python
c = np.poly1d([1, 1])
print(c ** 2)
```

```
   2
1 x + 2 x + 1
```

```python
print(c * b)
```

```
   2
1 x - 1
```

En Octave

```octave
z1 = (2 + 3i) * (1 + 1i)
```

```
z1 = -1 + 5i
```

```octave
z1 = (1 + 1i) * (1 - 1i)
```

```
z1 =  2
```

```octave
p = [1, 1, 1];
q = [1, -1];
m = [1, 1];
prod1 = conv(p, q); # No se necesita la completación de ceros
polyout(prod1,'x')
```

```
1*x^3 + 0*x^2 + 0*x^1 - 1
```

```octave
m = [1, 1];
prod2 = conv(m, m);
polyout(prod2, 'x')
```

```
1*x^2 + 2*x^1 + 1
```

```octave
m = [1, 1];
q = [1, -1];
prod3 = conv(m, q);
polyout(prod3, 'x')
```

```
1*x^2 + 0*x^1 - 1
```

Pregunta 4

Calcula el módulo de los siguientes números complejos (realizando primero las operaciones pertinentes):

- $2 + 3i$
- i
- $(2 + 3i) + (1 + i)$
- $(1 + i) + (1 - i)$

- $(2 + 3i) \cdot (1 + i)$
- $(1 + i) \cdot (1 - i)$

Escrito a mano

Si $z = a + bi$

$\rightarrow |z| = \sqrt{z \cdot \bar{z}}$

$|z| = \sqrt{(a,b) \cdot (a,-b)}$

$|z| = \sqrt{(a^2+b^2, -ab+ab)}$

$|z| = \sqrt{(a^2+b^2, 0)}$

$|z| = \sqrt{a^2+b^2}$

- $2 + 3i = z_1$

$|z_1| = \sqrt{2^2+3^2} = \sqrt{13} = 3.61$

- $i = z_2$

$|z_2| = \sqrt{0^2+1^2} = 1$

- $(2+3i) + (1+i) = z_3$

$= 3+4i$

$|z_3| = 5$

- $(1+i) + (1-i) = z_4$

$= 2$

$|z_4| = \sqrt{2^2+0^2} = 2$

- $(2+3i) \cdot (1+i) = z_5$

$= 2+3i+2i-3$

$= -1+5i$

$|z_5| = \sqrt{5^2+(-1)^2} = \sqrt{26} = 5.099$

- $(1+i) . (1-i) = z_6 = 2$

$|z_6| = \sqrt{2^2} = 2$

En R

```
round(Mod(2 + 3i), 2)
```

```
[1] 3.61
```

```
Mod(1i)
```

```
[1] 1
```

```
Mod(3 + 4i)
```

```
[1] 5
```

```
Mod(2)
```

```
[1] 2
```

```
Mod(-1 + 5i)
```

```
[1] 5.09902
```

```
Mod((1 + 1i) * (1 - 1i))
```

```
[1] 2
```

En python

```
round(abs(2 + 3j), 2)
```

```
3.61
```

```
abs(1j)
```

```
1.0
```

```
abs(3 + 4j)
```

```
5.0
```

```
abs(2)
```

```
2
```

```
abs(-1 + 5j)
```

```
5.0990195135927845
```

```
abs((1 + 1j) * (1 - 1j))
```

```
2.0
```

En Octave

```
z1 = round(abs(2 + 3i) * 100) / 100 # para redondear a dos cifras
```

```
z1 =  3.6100
```

```
z2 = abs(1i)
```

```
z2 =  1
```

```
z3 = abs(3 + 4i)
```

```
z3 =  5
```

```
z4 = abs(2)
```

```
z4 =  2
```

```
z5 = abs(-1 + 5i)
```

```
z5 =  5.0990
```

```
z6 = abs((1 + 1i) * (1 - 1i))
```

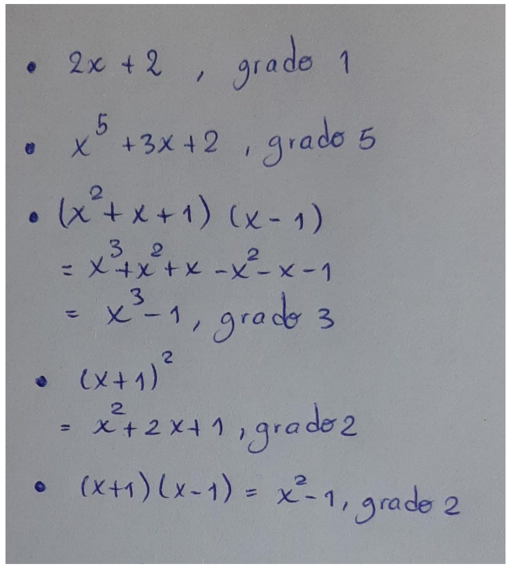
```
z6 =  2
```

Pregunta 5

Indica el grado de los siguientes polinomios (realizando primero las operaciones pertinentes):

- $2x + 2$
- $x^5 + 3x + 2$
- $(x^2 + x + 1)(x - 1)$
- $(x + 1)^2$
- $(x + 1)(x - 1)$

Escrito a mano



En R

Para $(x^2 + x + 1)(x - 1)$:

```r
a <- polynom::polynomial(coef = c(1, 1, 1))
b <- polynom::polynomial(coef = c(-1, 1))
print(paste0("Grado de ", as.character(a * b)," : ", as.character(length(a * b) - 1)))
```

```
[1] "Grado de -1 + x^3 : 3"
```

En python

Para $(x + 1)^2$:

```python
import numpy as np
a = np.poly1d([1, 1])
b = a ** 2
print("Grado de \n", b, " : ", b.order)
```

```
Grado de
    2
1 x + 2 x + 1  :  2
```

En Octave

Para $(x + 1)(x - 1)$:

```octave
z1 = [1, 1];
z2 = [1, -1];
p = conv(z1, z2);
```

```
grade = length(p) - 1;

printf("Grado de "), polyout(p,'x'), printf("es "), printf(num2str(grade))
```

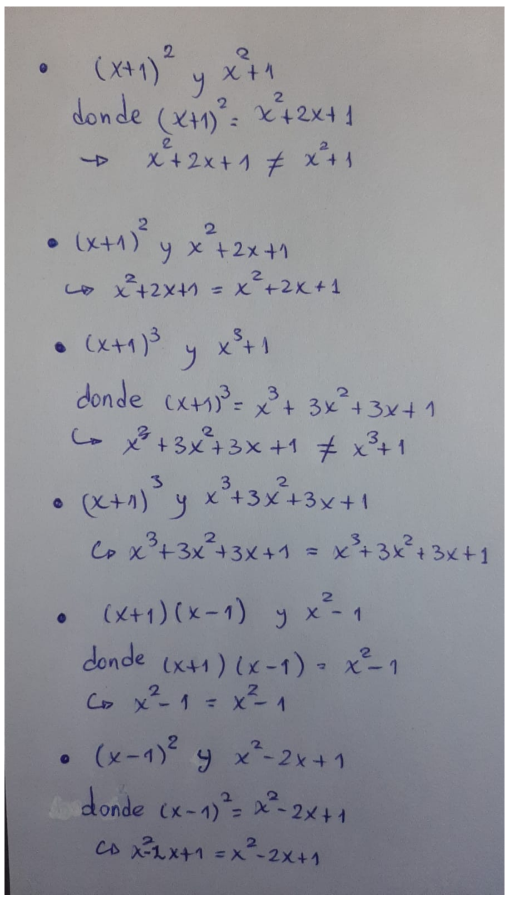
```
Grado de 1*x^2 + 0*x^1 - 1
es 2
```

Pregunta 6

¿Son iguales los siguientes polinomios?

- $(x+1)^2$ y x^2+1
- $(x+1)^2$ y x^2+2x+1
- $(x+1)^3$ y x^3+1
- $(x+1)^3$ y x^3+3x^2+3x+1
- $(x+1)(x-1)$ y x^2-1
- $(x-1)^2$ y x^2-2x+1

Escrito a mano



- $(x+1)^2$ y x^2+1
  donde $(x+1)^2 = x^2+2x+1$
  $\rightarrow x^2+2x+1 \neq x^2+1$
- $(x+1)^2$ y x^2+2x+1
  $\rightarrow x^2+2x+1 = x^2+2x+1$
- $(x+1)^3$ y x^3+1
  donde $(x+1)^3 = x^3+3x^2+3x+1$
  $\rightarrow x^3+3x^2+3x+1 \neq x^3+1$
- $(x+1)^3$ y x^3+3x^2+3x+1
  $\rightarrow x^3+3x^2+3x+1 = x^3+3x^2+3x+1$
- $(x+1)(x-1)$ y x^2-1
  donde $(x+1)(x-1) = x^2-1$
  $\rightarrow x^2-1 = x^2-1$
- $(x-1)^2$ y x^2-2x+1
  donde $(x-1)^2 = x^2-2x+1$
  $\rightarrow x^2-2x+1 = x^2-2x+1$

En R

Para $(x+1)(x-1)$ y x^2-1:

```
a <- polynom::polynomial(coef = c(1, 1)) * polynom::polynomial(coef = c(-1, 1)) # izquierda
b <- polynom::polynomial(coef = c(-1, 0, 1)) # derecha
```

```r
a == b # si se cumple la igualdad dar como resultado TRUE
```

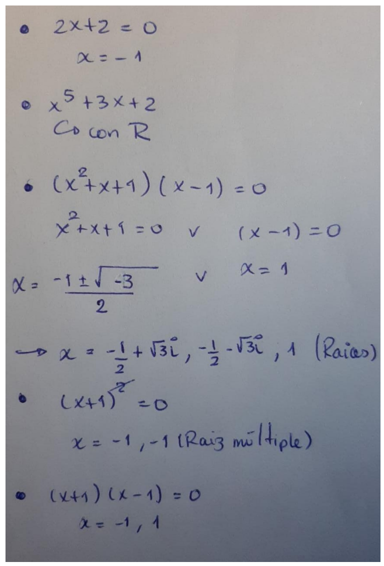
```
[1] TRUE
```

Pregunta 7

Encuentra las raíces de los siguientes polinomios:

- $2x + 2$
- $x^5 + 3x + 2$
- $(x^2 + x + 1)(x - 1)$
- $(x + 1)^2$
- $(x + 1)(x - 1)$

Escrito a mano



En R

Para $x^5 + 3x + 2$:

```r
a <- polynom::polynomial(coef = c(2, 3, 0, 0, 0, 1))
r <-  polyroot(c(2, 3, 0, 0, 0, 1))
print(paste0("La raiz", as.character(1:length(a)),
             " de ", as.character(a), " es ", as.character(r)))
```

```
[1] "La raiz1 de 2 + 3*x + x^5 es -0.632834520242152+0i"
[2] "La raiz2 de 2 + 3*x + x^5 es -0.748468494399111+0.995433954467946i"
[3] "La raiz3 de 2 + 3*x + x^5 es -0.748468494399104-0.995433954467937i"
[4] "La raiz4 de 2 + 3*x + x^5 es 1.06488575452017-0.95054603496384i"
[5] "La raiz5 de 2 + 3*x + x^5 es 1.0648857545202+0.950546034963831i"
[6] "La raiz6 de 2 + 3*x + x^5 es -0.632834520242152+0i"
```