



Control Automático

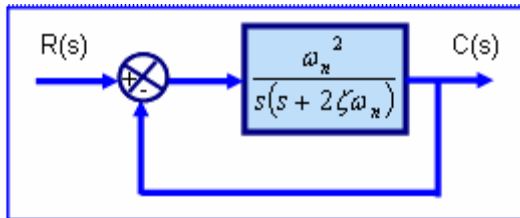
Nombre: Yordano Cortes Rosales.

Profesor: Erick Chaverri

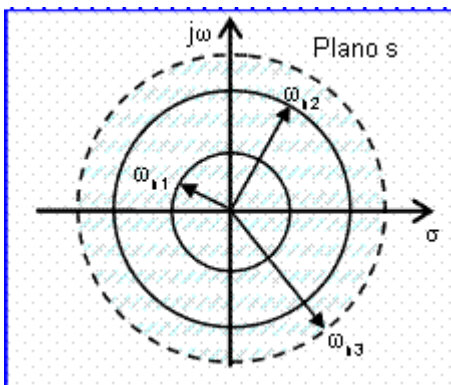
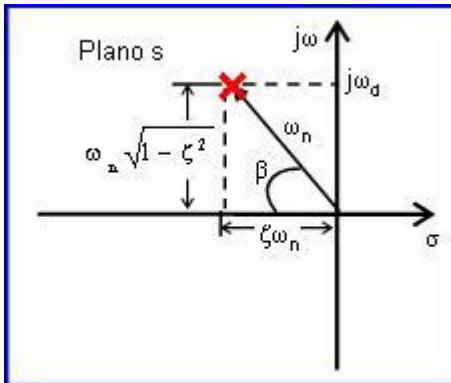
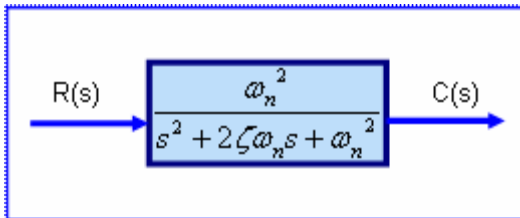
Tema: Sistema de segundo orden.

Sistema de Segundo Orden.

Sistema de segundo orden estándar



Sistema equivalente



La función de transferencia de un sistema de segundo orden en lazo cerrado tiene la forma estándar:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

A ζ se le conoce como factor de amortiguamiento relativo, y a ω_n como frecuencia natural no-amortiguada.

Con el denominador de la función de transferencia se establece la ecuación característica que viene dada por:

$$F(s) = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$$

Cuyas soluciones son:

$$s_{1,2} = -\sigma \pm j\omega_d$$

Donde:

σ : es el factor de amortiguamiento.

$$\sigma = \zeta\omega_n$$

ω_d : es la frecuencia de amortiguamiento.

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

Según el valor que adopte el parámetro ζ estas raíces serán reales o complejas conjugadas.

El análisis de la respuesta de un sistema de segundo orden en este caso se considera como entrada una señal escalón unitario por las razones justificadas en el preámbulo de éste tema.

Respuesta al escalón unitario

Para la respuesta de un sistema de segundo orden a una función escalón unitario, la salida del sistema es:

$$C(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)}$$

Ejemplo

$$G_o = \frac{3}{s^2 + 2s + 1}$$

$$G_R = \frac{G_o(s)}{1 + G_o(s)}$$

$$G_R = \frac{\frac{3}{s^2 + 2s + 1}}{1 + \frac{3}{s^2 + 2s + 1}}$$

$$G_R = \frac{3}{s^2 + 2s + 4}$$

Ubicando los polos de segundo orden

$$\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{3}{s^2 + 2s + 4}$$

$$\frac{3 * \frac{4}{4}}{s^2 + 2s + 4}$$

$$\frac{3}{4} * \frac{4}{s^2 + 2s + 4}$$

Como podemos ver:

$$\omega_n^2 = 4$$

$$\omega_n = \sqrt{4}$$

$$2\zeta\omega_n = 2$$

$$\zeta\omega_n = \frac{2}{2} = 1$$

Se evalúa ω_n y se despeja Zeta (ζ):

$$\zeta\sqrt{4} = 1$$

$$\zeta = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{\sqrt{4}} * \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$$

$$\zeta = \frac{1}{2}$$

$$\delta = \zeta\omega_n$$

$$\partial = \frac{1}{2} * \sqrt{4}$$

$$\partial = 1$$

$$\omega = \omega_n * \sqrt{1 - (\zeta)^2}$$

$$\omega = \sqrt{4} * \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2}$$

$$\omega = \sqrt{3} = 1.7320$$

$$z = (0 \times 1)$$

$$\begin{aligned} p = \\ -1.0000 + 1.7321i \\ -1.0000 - 1.7321i \end{aligned}$$

$$k = 1 = \text{Ganancia}$$