CONTROL AUTOMATICO

Sistemas de segundo orden

Profesor: Erick Salas Chaverri.

Jeffry Calderón Montero

Sistemas de Segundo Orden

Entender el sistema de segundo orden es muy importante para el diseño de controladores ya que habitualmente la mayor parte de los sistemas pueden ser aproximados a un sistema de orden dos. La función de transferencia de un sistema de segundo orden es:

$$\frac{y(s)}{r(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

(1)

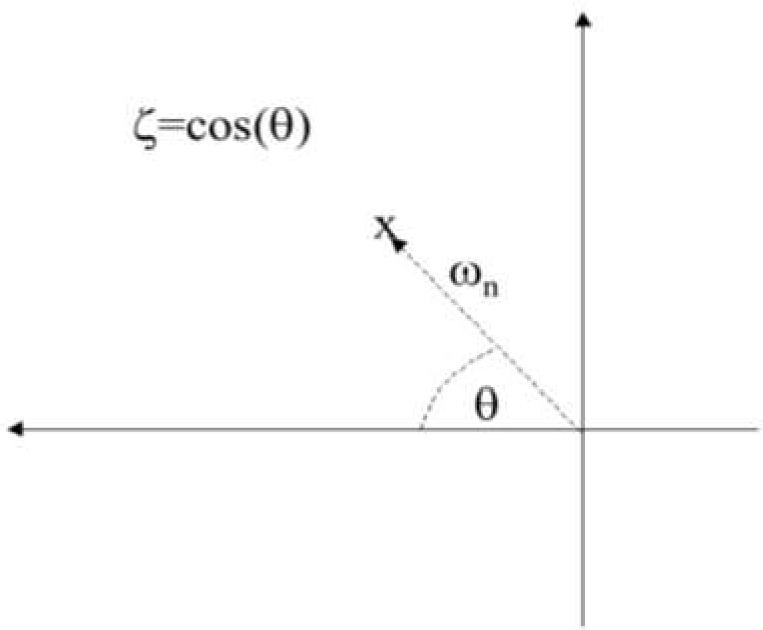
Donde el término ωn se denomina frecuencia natural y ζ es el coeficiente de amortiguamiento. Si se consideran polos complejos conjugados (0 < ζ < 1), la respuesta en el tiempo para entrada escalón es:

$$y(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} sin\left[\omega_n\left(\sqrt{1-\zeta^2}\right)t + \theta\right]$$

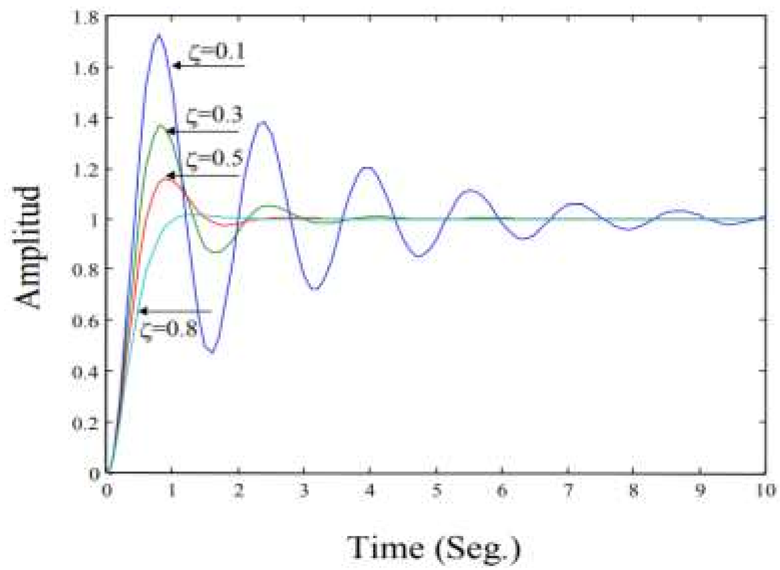
(2)

Donde el término $\zeta\ \omega_n$ es la parte real de los polos complejos y $\omega_n = \sqrt{1-\zeta^2}$ es la parte imaginaria. (El término $\omega_n = \sqrt{1-\zeta^2}$ también se denomina frecuencia natural amortiguada o ω_d). Existen dos factores que determinan la forma y la velocidad de respuesta del sistema de segundo orden. Estos factores son la frecuencia natural ω_n y el coeficiente de amortiguamiento ζ. En la Fig. 1 se muestra la representación en el plano complejo de un sistema de segundo orden. Por simplicidad, solo uno de los polos complejos se muestra en esta figura.

La frecuencia natural ω_n es la distancia que existe entre el origen al polo y el coeficiente de amortiguamiento es el coseno del ángulo mostrado en la figura. Cuando el coeficiente de amortiguamiento es cero, los polos complejos no tiene parte real y cuando el coeficiente de amortiguamiento es uno (o mayor que uno) los polos complejos son puramente reales. Figura 2 muestra la respuesta en el tiempo del sistema de segundo orden. Cuando el coeficiente de amortiguamiento es cero o cercano a cero el sistema es altamente oscilatorio con una respuesta poco adecuada para ser utilizada en un sistema de control. Cuando el coeficiente de amortiguamiento es cercano a uno la respuesta es sobre amortiguada y lenta y también se considera poco apropiada para ser utilizada en algunos sistemas de control.



Representación en el plano complejo del sistema de segundo orden



Respuesta en el tiempo de un sistema de segundo orden.

EJEMPLO

$$Go = \frac{3}{S^2 + 2S + 1}$$

$$GR = \frac{Go(S)}{1 + Go(S)}$$

$$GR = \frac{\frac{3}{S^2 + 2S + 1}}{1 + \frac{3}{S^2 + 2S + 1}}$$

$$GR = \frac{3}{S^2 + 2S + 4}$$

Ubicación de los polos del sistema de segundo orden

$$\frac{\omega n^2}{S^2 + 2\zeta\omega nS + \omega n^2}$$

$$\frac{\omega n^2}{S^2 + 2\zeta\omega nS + \omega n^2} = \frac{3}{S^2 + 2S + 4}$$

$$\frac{3 * \frac{4}{4}}{S^2 + 2S + 4}$$

$$\frac{3}{4} * \frac{4}{S^2 + 2S + 4}$$

Donde

$$\omega n^2 = 4$$

$$\omega n = \sqrt{4}$$

$$2\zeta\omega n = 2$$

$$\zeta\omega n = \frac{2}{2} = 1$$

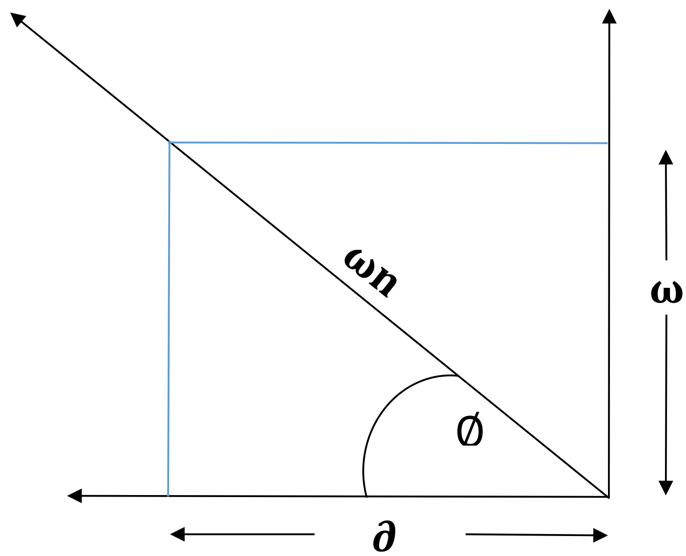
Se evalúa ωn y se despeja Zeta (ζ)

$$\zeta\sqrt{4} = 1$$

$$\zeta = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{\sqrt{4}} * \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$$

$$\zeta = \frac{1}{2}$$

ζ =Cos(∅)



$$\partial = \zeta\omega n$$

$$\partial = \frac{1}{2} * \sqrt{4}$$

$$\partial = 1$$

$$\omega = \omega n * \sqrt{1 - (\zeta)^2}$$

$$\omega = \sqrt{4} * \sqrt{1 - (\frac{1}{2})^2}$$

$$\omega = \sqrt{3} = 1.7320$$

z = (0x1)

p =

-1.0000 + 1.7321i

-1.0000 - 1.7321i

k = 1 =Ganancia