Universidad Fidélitas
Facultad de Ingeniería
Escuela de Ingeniería Eléctrica

Tarea 4

EM-720 Control Automático

Respuesta temporal en el plano complejo

Por:

Sahren Sánchez Valerín

Heredia, Costa Rica

12 de junio de 2018

1 Respuesta temporal en el plano complejo

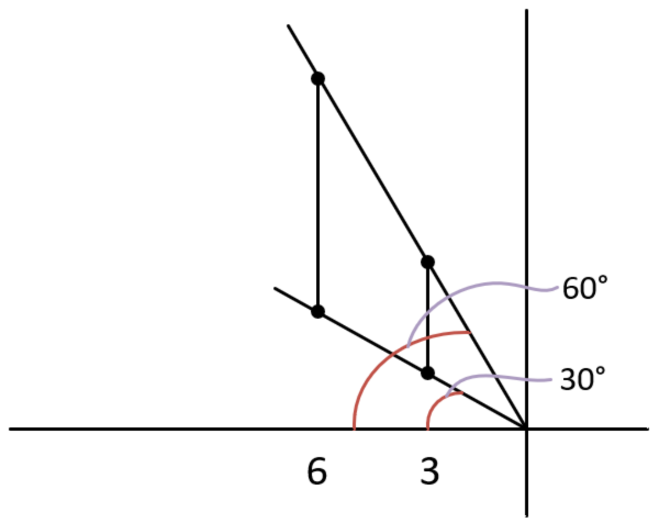

Figura 1: Plano complejo

Para el sistema de la figura 1 encontrar lo siguiente:

1. Para cada punto encontrar los valores de ω_n y ζ.
2. Para cada punto encontrar los valores de M_P y $t_{s2\,\%}$
3. Para cada punto estimar el sistema $F_1(s)$, $F_2(s)$, con un sistema de retroalimentación negativa.

Solución

Para un sistema subamortiguado de segundo orden debemos tener en cuenta algunas características con respecto a la ubicación de los polos en el plano complejo S. En la figura 2 se muestra el patrón de polos para un sistema subamortiguado de segundo orden.

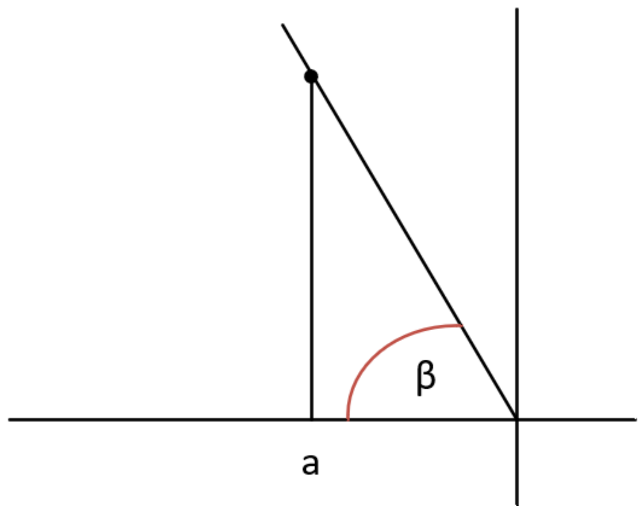

Figura 2: Patrón de polos para un sistema subamortiguado de segundo orden

Por lo que del teorema de Pitágoras vemos que la distancia radial del origen al polo es la frecuencia natural no amortiguada $\omega_n = \dfrac{a}{\cos\beta}$ y $\zeta = \cos\beta$

Punto #1: $6\angle 30^\circ$

Primero procedemos a calcular el valor de ζ:

$$\zeta_1 = \cos\beta = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,866$$

Ahora calculamos el valor de ω_n:

$$\omega_n = \frac{a}{\cos\beta} = \frac{6}{\cos 30^\circ} = 4\sqrt{3} \approx 6,93$$

Lo siguiente es el valor de $t_{s2\,\%}$:

$$t_{s2\,\%} = \frac{4}{\zeta\omega_n} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \approx 0,667$$

Por último calculamos el valor de M_P:

$$M_P = e^{-\left(\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)} = e^{-\left(\frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\pi}{\sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}}\right)} = 0,00433$$

Ahora tenemos que la función de transferencia de lazo cerrado es:

$$F(s) = \frac{48}{s^2 + 12s + 48}$$

Y para un lazo retroalimentado negativamente sabemos lo siguiente:

$$F(s) = \frac{F_1(s)}{1 + F_1(s)F_2(s)}$$

Y suponiendo que $F_2(s) = 1$, tenemos que:

$$F_1(s) = \frac{48}{s^2 + 12s}$$

Punto #2: $6\angle 60°$

Primero procedemos a calcular el valor de ζ:

$$\zeta_1 = \cos\beta = \cos 60° = \frac{1}{2} = 0,5$$

Ahora calculamos el valor de ω_n:

$$\omega_n = \frac{a}{\cos\beta} = \frac{6}{\cos 60°} = 12$$

Lo siguiente es el valor de $t_{s2\,\%}$:

$$t_{s2\,\%} = \frac{4}{\zeta\omega_n} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \approx 0,667$$

Por último calculamos el valor de M_P:

$$M_P = e^{-\left(\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)} = e^{-\left(\frac{\left(\frac{1}{2}\right)\pi}{\sqrt{1-\left(\frac{1}{2}\right)^2}}\right)} = 0,163$$

Ahora tenemos que la función de transferencia de lazo cerrado es:

$$F(s) = \frac{144}{s^2 + 12s + 144}$$

Y para un lazo retroalimentado negativamente sabemos lo siguiente:

$$F(s) = \frac{F_1(s)}{1 + F_1(s)F_2(s)}$$

Y suponiendo que $F_2(s) = 1$, tenemos que:

$$F_1(s) = \frac{144}{s^2 + 12s}$$

Punto #3: $3\angle 30°$

Primero procedemos a calcular el valor de ζ:

$$\zeta_1 = \cos\beta = \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,866$$

Ahora calculamos el valor de ω_n:

$$\omega_n = \frac{a}{\cos\beta} = \frac{3}{\cos 30°} = 2\sqrt{3} \approx 3,46$$

Lo siguiente es el valor de $t_{s2\,\%}$:

$$t_{s2\,\%} = \frac{4}{\zeta\omega_n} = \frac{4}{3} = \approx 1,334$$

Por último calculamos el valor de M_P:

$$M_P = e^{-\left(\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)} = e^{-\left(\frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\pi}{\sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}}\right)} = 0,00433$$

Ahora tenemos que la función de transferencia de lazo cerrado es:

$$F(s) = \frac{12}{s^2+6s+12}$$

Y para un lazo retroalimentado negativamente sabemos lo siguiente:

$$F(s) = \frac{F_1(s)}{1+F_1(s)F_2(s)}$$

Y suponiendo que $F_2(s) = 1$, tenemos que:

$$F_1(s) = \frac{12}{s^2+6s}$$

Punto #4: $3\angle 60°$

Primero procedemos a calcular el valor de ζ:

$$\zeta_1 = \cos\beta = \cos 60° = \frac{1}{2} = 0,5$$

Ahora calculamos el valor de ω_n:

$$\omega_n = \frac{a}{\cos\beta} = \frac{3}{\cos 60°} = 6$$

Lo siguiente es el valor de $t_{s2\,\%}$:

$$t_{s2\,\%} = \frac{4}{\zeta\omega_n} = \frac{4}{3} \approx 1,334$$

Por último calculamos el valor de M_P:

$$M_P = e^{-\left(\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)} = e^{-\left(\frac{\left(\frac{1}{2}\right)\pi}{\sqrt{1-\left(\frac{1}{2}\right)^2}}\right)} = 0,163$$

Ahora tenemos que la función de transferencia de lazo cerrado es:

$$F(s) = \frac{36}{s^2 + 6s + 36}$$

Y para un lazo retroalimentado negativamente sabemos lo siguiente:

$$F(s) = \frac{F_1(s)}{1 + F_1(s)F_2(s)}$$

Y suponiendo que $F_2(s) = 1$, tenemos que:

$$F_1(s) = \frac{36}{s^2 + 6s}$$