

Mapa del Fondo Cósmico de Microondas

Constanza Osses Guerra*

Profesor: Cristóbal Sifón and

Doctorado en Ciencias Físicas, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile

Este trabajo tiene por objetivo recrear el mapa del CMB a partir de un espectro de potencias dado. En la primera sección se pretende obtener dicho mapa, en la segunda sección obtener el espectro de potencias a partir del mapa generado anteriormente, y finalmente, se obtendrán los valores de los parámetros $\Omega_b h^2$ y $\Omega_c h^2$ utilizados para generar el espectro de potencias original.

1. INTRODUCCIÓN

El estudio del Fondo Cósmico de Microondas (CMB) [?] ha otorgado la oportunidad de conocer más a fondo el Universo. A través del CMB se pueden estudiar diferentes áreas de la cosmología como ondas gravitacionales primordiales, propiedades de los neutrinos y distribuciones de masas.

Además el CMB nos proporciona la mejor evidencia que respalda la teoría del Big Bang debido a su gran uniformidad y sus pequeñas anisotropías.

De su espectro de potencias, se puede obtener información valiosa: el primer peak está relacionado con la curvatura del Universo, el segundo y tercer peak se relacionan con la densidad de bariones y materia oscura respectivamente?????

Por otro lado, el CMB está polarizado en dos tipos: modos E y modos B. El modo E surge de la dispersión de Thomson en el plasma mientras que el modo B puede surgir tanto de lentes gravitacionales producidos por los modos E como de ondas gravitacionales primordiales.

Diversos experimentos se han realizado con el objetivo de mejorar las mediciones del CMB tales como COBE, WMAP, Planck, ACT, SPT y BICEP/Keck Array.

En este trabajo se estudiarán las fluctuaciones de temperatura a través del espectro angular de potencias de temperatura de la siguiente manera: en §2 se describen los datos utilizados, en §3 se describe el procedimiento utilizado para llevar a cabo los objetivos, en §4 se exponen los resultados obtenidos y finalmente se concluye con una discusión en §5.

2. DATOS

Los datos utilizados provienen del *Code for Anisotropies in the Microwave Background (CAMB)* que está basado en el CMBFast [?]. Este código es usado para calcular los espectros de potencias de temperatura y polarización del CMB, espectros angulares, funciones de transferencia entre otros.

En este código existen diferentes componentes del espectro de potencias: total, unlensed_scalar, unlensed_tensor, lensed_scalar, tensor, lens_potential.

Trabajaremos sólo con la componente unlensed_scalar.

El espectro de potencias se origina con ciertos parámetros iniciales, de los cuales debemos identificar los valores de los parámetros de densidad bariónica ($\Omega_b h^2$) y de materia oscura ($\Omega_c h^2$)

3. ANÁLISIS

3.1. Mapa CMB

Queremos obtener el mapa del CMB en 2D, para ello, primero debemos obtener el mapa en espacio real a partir de los datos entregados por el espectro original. A partir de los datos entregados del espectro original, se puede obtener una grilla

$$\tilde{\mathbf{M}}(\ell_x, \ell_y) = C \left(\sqrt{\ell_x^2 + \ell_y^2} \right) \quad (3.1)$$

Para cada par de datos de ℓ_x, ℓ_y se obtiene un valor asociado dado por el espectro de potencias original.

Se debe ir rellenando la grilla con los correspondientes valores de $C(\sqrt{\ell_x^2 + \ell_y^2})$. Se debe tomar en cuenta que los valores entregados para cada momento multipolar corresponden a una cantidad D_ℓ multiplicada por un factor, entonces

$$C_\ell = \frac{2\pi D_\ell}{\ell(\ell+1)} \quad (3.2)$$

Esta función nos otorga el mapa del CMB para el espacio real.

Como el espectro de potencias se genera de fluctuaciones primordiales de tipo gaussiana, es necesario introducir una función de distribución gaussiana al espectro final en el espacio de Fourier, de tal manera que

$$\mathbf{M}(\theta_x, \theta_y) = \int d\ell_x \int d\ell_y \exp[-2i(\vec{\ell} \cdot \vec{\theta})] \tilde{\mathbf{M}}(\ell_x, \ell_y) \tilde{\mathbf{G}}(\ell_x, \ell_y) \quad (3.3)$$

donde

$$\tilde{\mathbf{G}}(\ell_x, \ell_y) = \int d\ell_x \int d\ell_y \exp[-2i(\vec{\ell} \cdot \vec{\theta})] \mathcal{N}(\mu, \sigma) \quad (3.4)$$

*Electronic address: conyosses@gmail.com

Se debe tener en cuenta que los momentos multipolares se relacionan con el ángulo en el cielo de la siguiente manera: $\ell = \frac{2\pi}{\theta}$

3.2. Espectro de Potencias

Como existen problemas de discontinuidad en los bordes del mapa generado en la sección anterior, es necesario apodizarlo, es decir, multiplicarlo con una función ventana. Para contrarrestar el efecto de los bordes, esta función debe decaer a cero suavemente.

$$\mathbf{M}_{\text{apod}}(\theta_x, \theta_y) = \mathbf{M}(\theta_x, \theta_y) \circ \mathbf{W}(\theta_x, \theta_y) \quad (3.5)$$

donde \circ es el producto de Hadamard.

Una vez obtenido el mapa apodizado, se procede a calcular el mapa en espacio real, de tal forma que

$$\tilde{\mathbf{M}}(\ell_x, \ell_y) = \text{FFT}(\mathbf{M}_{\text{apod}}(\theta_x, \theta_y)) \quad (3.6)$$

Con este mapa se pueden ir calculando los coeficientes C_ℓ del espectro, de modo que se promedie para cada anillo con momento multipolar constante y se eleve al cuadrado

$$C_\ell \left(\sqrt{\ell_x^2 + \ell_y^2} \right) = \left\langle \tilde{\mathbf{M}}(\ell_x, \ell_y) \right\rangle \quad (3.7)$$

Se debe tener en cuenta la relación entre D_ℓ y C_ℓ dada por la ec. (3.2).

Si bien esta ecuación nos entregará un espectro de potencias, se debe corregir debido a algunos errores que son causados por la apodización. Estos errores se corrigen mediante la siguiente ecuación

$$\hat{D}_\ell = T_\ell * D_\ell + N_\ell \quad (3.8)$$

donde \hat{D}_ℓ es el espectro a partir del mapa, D_ℓ es el espectro real, T_ℓ es la función de transferencia, y N_ℓ es el sesgo de ruido. Por lo tanto, se puede construir el espectro de potencias real obteniendo los valores de la siguiente manera

$$D_\ell = \frac{(\hat{D}_\ell - N_\ell)}{T_\ell} \quad (3.9)$$

3.3. Parámetros de densidad

Para obtener un espectro igual o similar al espectro original, se debe iterar sobre los parámetros de densidad del paquete otorgado por CAMB. Teniendo los datos para cada espectro generado, se puede calcular una prueba de independencia entre las distribuciones a través de χ^2

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(x_{i,obs} - x_{i,teo})^2}{x_{i,teo}} \quad (3.10)$$

donde x_{obs} es el valor de un punto en el espectro observado y x_{teo} es el valor de un punto en el espectro original.

Este test indica que mientras menor sea el valor χ^2 , existe una mayor probabilidad de que ambas distribuciones sean iguales. Es decir, para obtener los valores de los parámetros de densidad es necesario que el valor de χ^2 normalizado por los grados de libertad ($\text{dof} = \text{número de datos} - \text{parámetros libres} - 1$) al comparar el espectro resultante con el original, sea lo más cercano a cero posible.

4. RESULTADOS

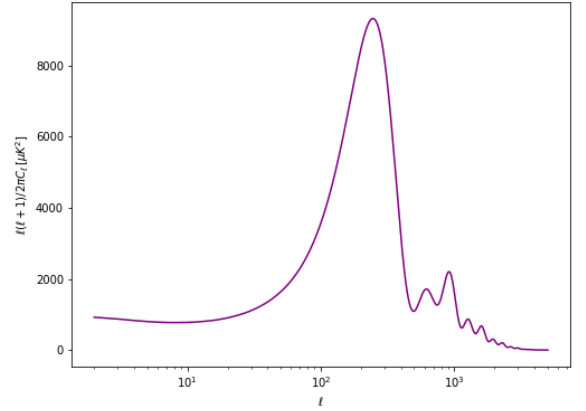


Figura 1. Espectro original.

4.1. Mapa CMB

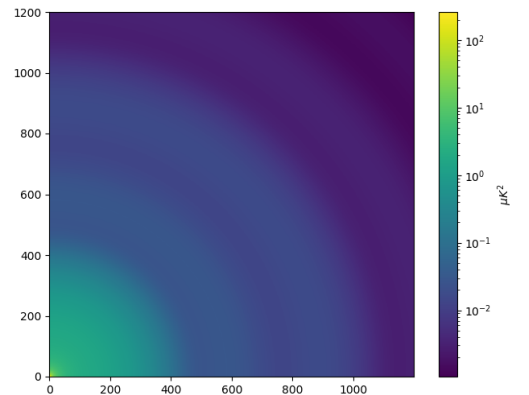


Figura 2. Mapa en espacio real.

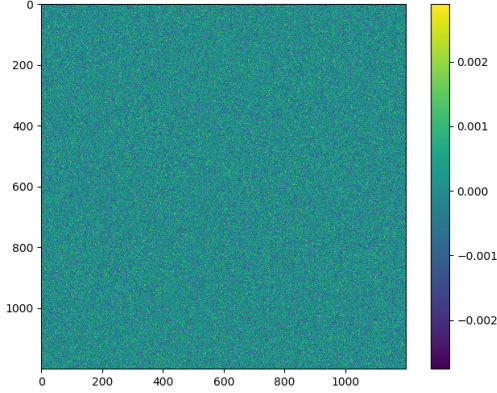


Figura 3. Transformada de Fourier en 2 dimensiones.

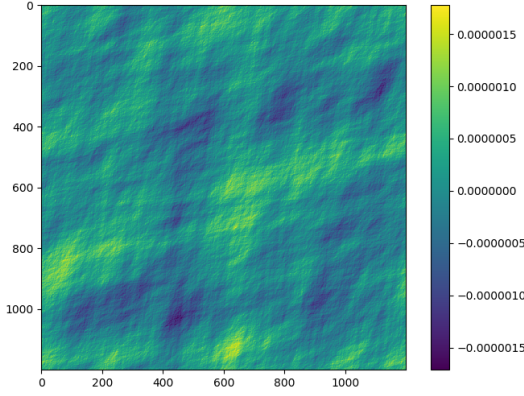


Figura 4. Mapa en espacio de Fourier.

4.2. Espectro de Potencias

4.3. Parámetros de densidad

Para obtener los espectros, se modificó el código otorgado por CAMB. En primera instancia, se iteró 10 veces sobre cada parámetro entre 0.005 y 0.150. Se comparó cada espectro resultante con el original, obteniendo el valor de χ^2 normalizado por los grados de libertad ($dof = 5046$). La Tabla 1 muestra los mejores valores de $\Omega_b h^2$, $\Omega_c h^2$ con $\chi^2 < 100000$. Luego, se realizó el mismo procedimiento, escogiendo ahora un rango de los parámetros cercanos a los valores que entregaban resultados más bajos de χ^2 , entonces, se iteraron 50 veces los parámetros: $0.05 < \Omega_b h^2 < 0.075$ y $0.05 < \Omega_c h^2 < 0.150$. La Tabla 2 muestra los valores de los parámetros para valores de $\chi^2 < 2500$.

$\Omega_b h^2$	$\Omega_c h^2$	χ^2	$\chi^2/\text{grados de libertad}$
0.0533	0.0694	90448.6914	17.9248
0.0533	0.0856	19162.9253	3.7976
0.0533	0.1017	27735.4469	5.4965
0.0533	0.1178	75457.1964	14.9539
0.0694	0.1017	55901.4234	11.0784
0.0694	0.1178	30447.5212	6.0339
0.0694	0.1339	35793.6990	7.0935
0.0694	0.1500	58884.4855	11.6695

Tabla I: Mejores resultados de χ^2 para las primeras 10 iteraciones: $0.05 < \Omega_b h^2$, $\Omega_b h^2 < 0.150$. En la primera columna se muestran los valores del parámetro de densidad bariónica $\Omega_b h^2$, en la segunda columna, el parámetro de densidad de materia oscura $\Omega_c h^2$, la tercera columna corresponde a los valores de χ^2 y en la cuarta columna se muestran los valores de χ^2 normalizados por los grados de libertad. El mejor resultado del test ($\chi^2/dof = 3.7976$) corresponde a $\Omega_b h^2 = 0.0533$ y $\Omega_c h^2 = 0.0856$.

$\Omega_b h^2$	$\Omega_c h^2$	χ^2	$\chi^2/\text{grados de libertad}$
0.0587	0.0976	2928.4361	0.5803
0.0592	0.0998	2497.2344	0.4949
0.0597	0.1002	2452.5220	0.4860
0.0597	0.1006	2427.5886	0.4811
0.0597	0.1010	2436.7352	0.4829
0.0597	0.1014	2471.5026	0.4898

Tabla II: Mejores resultados para las nuevas 10 iteraciones: $0.058 < \Omega_b h^2 < 0.064$ y $0.090 < \Omega_b h^2 < 0.107$. El mejor valor del test es $\chi^2/dof = 0.4811$, lo cual corresponde a $\Omega_b h^2 = 0.0597$ y $\Omega_c h^2 = 0.1006$.

Los dos mejores resultados expuestos en la Tabla 2 se grafican junto al espectro original en la Fig. ???. En concordancia con los resultados obtenidos a través del test χ^2 , el espectro que más se ajusta a la curva del espectro original corresponde a los valores $\Omega_b h^2 = 0.0597$ y $\Omega_c h^2 = 0.1006$. Si bien no ajustan perfectamente porque el primer peak del espectro resultante está levemente por debajo del original, mientras que en el segundo peak se ajusta bastante bien.

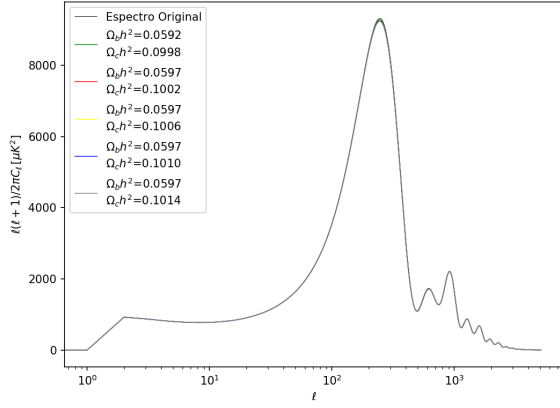


Figura 1. Comparación entre los espectros obtenidos con el original. La línea negra representa el espectro original mientras que las demás líneas representan los valores de $\chi^2 < 2500$.

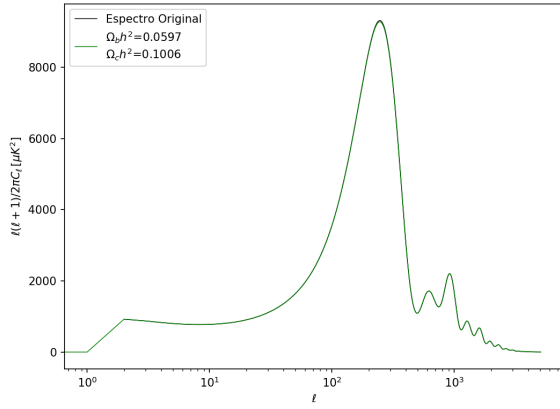


Figura 2. Comparación entre los espectros obtenidos con el original. La línea negra representa el espectro original mientras que la línea verde representa el espectro con los mejores valores para los parámetros: $\Omega_b h^2 = 0.0597$ y $\Omega_c h^2 = 0.1006$.

5. DISCUSIÓN