

MATEMATICA DISCRETA II-2do Parcial 2025 Tema D

Cada item de cada ejercicio vale 1 punto salvo el 1a) que vale 2,5 y el 3a que vale 0,5.

1. El siguiente grafo representa el costo de asignar los trabajadores A,B, etc a los trabajos I,II, etc.

| | I | II | III | IV | V |
|---|----|----|-----|----|----|
| A | 12 | 18 | 6 | 20 | 14 |
| B | 8 | 12 | 6 | 13 | 9 |
| C | 6 | 8 | 5 | 9 | 7 |
| D | 10 | 18 | 8 | 15 | 11 |
| E | 6 | 10 | 4 | 12 | 9 |

- Encontrar un matching que minimize el costo total.
 - De entre todos los matchings que minimizan el costo total, hallar uno que minimize el mayor costo.
2. Dado un numero n , sea $q(n) = n \bmod 2$. Sea $a = q(\text{su DNI})$, $b = q(\text{cifra de las decenas de su DNI})$, $c = q(\text{cifra de las centenas de su DNI})$, $d = q(\text{su DNI} + 1)$. Sea $C = Nu(H)$ donde H es la matriz:

$$H = \begin{bmatrix} a & b & 1 & d & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & c & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Dar, justificando, el numero de palabras de C y dos palabras no nulas de C .
 - Calcular, justificando, $\delta(C)$.
 - Si se recibe la palabra 0100bc110 deducir cual es la palabra mas probable enviada.
3. Sea C el código ciclico de longitud $n = 23$ con polinomio generador

$$g(x) = 1 + x + x^5 + x^6 + x^7 + x^9 + x^{11}$$

- ¿Cuántas palabras tiene C ?
- Codificar con los dos métodos dados en clase la palabra 0110...0 (de longitud $k = \dim C$)
- Este código corrige tres errores. Usar error trapping para encontrar la palabra mas probable enviada si se recibe la palabra:

$$w = 1 + x + x^2 + x^4 + x^5 + x^6 + x^7 + x^9 + x^{10} + x^{11} + x^{13}$$

(nota: si ud. calcula muchos sindromes, está mal)

- Demostrar que si C tiene generador de la forma $g(x) = p(x) + x^t$ con $\text{gr}(p(x)) \leq t - 2$ entonces la palabra 1100...00 se codifica de la misma forma con los dos metodos dados en clase.

(observar que el $g(x)$ dado en los 3 primeros items es de esta forma. Ud puede usarlo para verificar esta aserción y darse una idea de como probar este item, pero la prueba debe ser para un g general de la forma dada arriba, no el g particular de los tres primeros items)