

PARCIAL M.DISCRETA II-2022-TEMA B

Escribir su nombre en todas las hojas y numerarlas

- (1) (5 puntos) Hallar un flujo maximal y un corte minimal en el siguiente network usando Dinic durante dos networks auxiliares y a partir de ahí Edmonds-Karp hasta llegar al flujo maximal. Calcular el valor del flujo maximal y la capacidad del corte minimal. (el valor de x que aparece 3 veces abajo es igual al número de las unidades de su DNI). Si tiene que hacer alguna elección entre opciones iguales, hagala por orden alfabetico.

$sa : 10$	$cg : 2$	$hq : 100$
$sc : 10$	$cm : 10$	$ik : 11$
$sd : 6 + x$	$cn : 20$	$jk : 100$
$se : 8$	$cp : 14$	$kt : 45$
$sm : 100$	$df : 14$	$kb : 10$
$af : 2$	$dg : 2$	$mh : 100$
$ag : 8$	$dp : 4 + x$	$nt : 20$
$ai : 11$	$eg : 15$	$pt : 4 + x$
$am : 10$	$fo : 100$	$qr : 100$
$an : 10$	$gt : 10$	$rn : 100$
$bj : 100$	$gm : 10$	$ob : 100$

- (2) (2 puntos) Sea G un grafo con al menos un lado.

Supongamos que se le puede dar una dirección a cada lado, transformando G en un grafo dirigido \vec{G} de forma tal que no existan caminos dirigidos con 3 vertices. Es decir, que no existan vertices A, B, C tales que \vec{AB} y \vec{BC} sean lados en \vec{G} . (Notar que pueden existir caminos ***no dirigidos*** con una cantidad arbitraria de vértices).

Probar que G es bipartito, es decir $\chi(G) = 2$.

- (3) Sea G el grafo con vertices $\{p, q, r\} \cup \{x_i, y_i, z_i, u_i\}_{i=0}^4$ y lista de vecinos:

$$\Gamma(p) = \{y_i\}_{i=0}^4 \cup \{u_i\}_{i=0}^4 \quad \Gamma(q) = \{y_i\}_{i=0}^4 \cup \{r\} \quad \Gamma(r) = \{z_i\}_{i=0}^4 \cup \{u_i\}_{i=0}^4 \cup \{q\}$$

y para cada $i = 0, \dots, 4$: (nota: los subindices son modulo 5, pej $x_{i+1} = x_0$ si $i = 4$)

$$\Gamma(x_i) = \{x_{i-1}, x_{i+1}, y_{i-1}, y_{i+1}, z_{i-1}, z_{i+1}, u_{i-1}, u_{i+1}\}$$

$$\Gamma(y_i) = \{x_{i-1}, x_{i+1}, z_{i-1}, z_{i+1}, p, q\}$$

$$\Gamma(z_i) = \{x_{i-1}, x_{i+1}, y_{i-1}, y_{i+1}, r\}$$

$$\Gamma(u_i) = \{x_{i-1}, x_{i+1}, p, r\}$$

Probar que $\chi(G) \geq 5$. (ADVERTENCIA: probar que $\chi(G) \leq 5$ tiene PUNTAJE NEGATIVO).