AR(2)過程のユール・ウォーカー方程式は $\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2}$ (2.13)
いま$\{\rho_k\}$の一般項を求めたい。
(2.13)は三項間漸化式になっている。二項間漸化式にしたい。具体的には
$\rho_k - \beta\rho_{k-1} = \alpha(\rho_{k-1} - \beta\rho_{k-2})$ の形にしたい。この α, β を知りたい。
この式と(2.13)を見比べると $\alpha + \beta = \phi_1$, $\alpha\beta = -\phi_2$ になっている。
(AR(2)なら $\phi_2 \neq 0$ のはずなので $\alpha \neq 0$ かつ $\beta \neq 0$ にはなる。)
また、$\alpha^{-1} + \beta^{-1} = -\phi_1/\phi_2$, $\alpha^{-1}\beta^{-1} = -1/\phi_2$ なので
α^{-1} と β^{-1} は $1 - \phi_1 z - \phi_2 z^2 = 0$ (2.14) の解に他ならない。
よって、α と β は (2.14)の解の逆数に他ならない。
教科書では(2.14)の解の逆数を λ_1, λ_2 としているので、結局 α, β は
λ_1, λ_2 (順不同)だったとわかる。よって、以下が成り立つ。

$$\rho_k - \lambda_1\rho_{k-1} = \lambda_2(\rho_{k-1} - \lambda_1\rho_{k-2}) \Rightarrow \rho_k - \lambda_1\rho_{k-1} = \lambda_2^{k-1}(\rho_1 - \lambda_1\rho_0)$$
$$\rho_k - \lambda_2\rho_{k-1} = \lambda_1(\rho_{k-1} - \lambda_2\rho_{k-2}) \Rightarrow \rho_k - \lambda_2\rho_{k-1} = \lambda_1^{k-1}(\rho_1 - \lambda_2\rho_0)$$

これで $\{\rho_k - \lambda_1\rho_{k-1}\}$, $\{\rho_k - \lambda_2\rho_{k-1}\}$ の一般項は求まった。
さらに $\lambda_1 \neq \lambda_2$ ならば ((2.14)が異なる2つの解をもつならば)
これらを引き算することで$\{\rho_k\}$の一般項も求まる。つまり、

$$(\lambda_1 - \lambda_2)\rho_{k-1} = \lambda_1^{k-1}(\rho_1 - \lambda_2\rho_0) - \lambda_2^{k-1}(\rho_1 - \lambda_1\rho_0)$$
$$(\lambda_1 - \lambda_2)\rho_k = \lambda_1^{k}(\rho_1 - \lambda_2\rho_0) - \lambda_2^{k}(\rho_1 - \lambda_1\rho_0)$$

ここで、$\rho_0 = 1$, $\rho_1 = \dfrac{\phi_1}{1-\phi_2} = \dfrac{\alpha+\beta}{1+\alpha\beta} = \dfrac{\lambda_1+\lambda_2}{1+\lambda_1\lambda_2}$ を代入して、

$$(\lambda_1 - \lambda_2)\rho_k = \lambda_1^k\left(\frac{\lambda_1+\lambda_2}{1+\lambda_1\lambda_2} - \lambda_2\right) - \lambda_2^k\left(\frac{\lambda_1+\lambda_2}{1+\lambda_1\lambda_2} - \lambda_1\right)$$
$$= \frac{\lambda_1^k(\lambda_1 - \lambda_1\lambda_2^2) - \lambda_2^k(\lambda_2 - \lambda_1^2\lambda_2)}{1+\lambda_1\lambda_2}$$

$$\therefore \rho_k = \frac{(1-\lambda_2^2)\lambda_1^{k+1} - (1-\lambda_1^2)\lambda_2^{k+1}}{(\lambda_1 - \lambda_2)(1+\lambda_1\lambda_2)}$$