

LABORATORIO E ANALISI DI ALGORITMI

Dr. Caterina Viola

Esercizi lezione 1

Strumenti per l'analisi degli algoritmi e notazione asintotica

Problema 1 : Notazione asintotica

Esprimere la funzione $\frac{n^3}{1000} + 100n^2 - 100n + 3$ in termini di notazione big- Θ .

Problema 2 : Notazione asintotica

(1) Si dica se è vero che $2^{n+1} = \mathcal{O}(2^n)$.

(2) Si dica se è vero che $2^{2n} = \mathcal{O}(2^n)$.

Problema 3 : Analisi di algoritmi elementari

L'algoritmo HORNER trova il valore di un polinomio $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n$ in corrispondenza di un valore specifico della variabile x , dato l'array dei coefficienti $A = [a_0, a_1, \dots, a_n]$. Esso è basato sulla regola di Horner, ovvero sull'uguaglianza

$$P(x) = a_0 + x(a_1 + x(a_2 + \dots + x(a_{n-1} + xa_n) \dots)).$$

Lo pseudocodice è il seguente.

HORNER(A, n, x)

```
1:  $p = 0$ 
2: for  $i = n$  to 0 do
3:    $p = A[i] + x \cdot p$ 
4: return  $p$ 
```

Analogamente al caso di INSERTION SORT, si trovi il tempo computazionale di HORNER in termini di notazione Θ .

Suggerimento per avere un tight bound è conveniente trovare separatamente un upper bound (notazione big- \mathcal{O}) e un lower bound (notazione big- Ω).

Problema 4 : Ordine di grandezza (ripasso di analisi matematica)

Si riscrivano le seguenti funzioni in ordine di grandezza crescente. Ci sono funzioni che hanno lo stesso ordine di grandezza?

- | | | | | |
|--------------------------|-------------------|----------------|----------------------|------------|
| (a.) n^{10} | (b.) $n^{\log n}$ | (c.) $3n$ | (d.) $\log(n)$ | (e.) 2^n |
| (f.) $\log(n)^{\log(n)}$ | (g.) $n!$ | (h.) 2^{2^n} | (i.) $\log(\log(n))$ | |

Suggerimento: Per confrontare due funzioni f e g talvolta è utile confrontare i rispettivi logaritmi $\log(f)$ e $\log(g)$.

Suggerimento 2: Per confrontare la funzione (g) è utile tenere a mente l'approssimazione di Stirling: $n! \sim \sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n$, per $n \rightarrow +\infty$, che implica che $n! \in \Theta(n^{n+\frac{1}{2}} e^{-n})$.