1.2 Математика в LaTeX

LaTeX в Вышке

30 сентября 2017 г.

1 Tasks

1.1 Task 1

Составим расширенную матрицу коэффициентов и выполним определенные действия для решения системы.

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&1&0&1&1&0\\1&0&1&0&0&0&1&0&1\\0&1&0&1&1&1&1&0&1\\1&0&1&0&1&0&0&1&0\\1&1&0&0&1&1&0&0&0\\0&1&0&1&1&0&1&0&1\\0&1&0&1&1&1&0&0&1\\0&0&0&0&1&1&0&0&0\end{bmatrix}\begin{matrix}(1)\oplus=(0)\\(3)\oplus=(0)\\(4)\oplus=(0)\end{matrix}\begin{bmatrix}1&0&0&0&1&0&1&1&0\\0&0&1&0&1&0&0&1&1\\0&1&0&1&1&1&1&0&1\\0&0&1&0&0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0&1&1&1&0\\0&1&0&1&1&0&1&0&1\\0&1&0&1&1&1&0&0&1\\0&0&0&0&1&1&0&0&0\end{bmatrix}\begin{matrix}(4)\oplus=(2)\\(5)\oplus=(2)\\(6)\oplus=(2)\end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&1&0&1&1&0\\0&0&1&0&1&0&0&1&1\\0&1&0&1&1&1&1&0&1\\0&0&1&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&1&0&0&1&1\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&1&0&0&0\end{bmatrix}(3)\oplus=(1)\begin{bmatrix}1&0&0&0&1&0&1&1&0\\0&0&1&0&1&0&0&1&1\\0&1&0&1&1&1&1&0&1\\0&0&0&0&1&0&1&1&1\\0&0&0&1&1&0&0&1&1\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&1&0&0&0\end{bmatrix}(2)\oplus=(4)$$

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&1&0&1&1&0\\0&0&1&0&1&0&0&1&1\\0&1&0&0&0&1&1&1&0\\0&0&0&0&1&0&1&1&1\\0&0&0&1&1&0&0&1&1\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&1&0&0&0\end{bmatrix}\begin{matrix}(0)\oplus=(3)\\(1)\oplus=(3)\\(4)\oplus=(3)\\(7)\oplus=(3)\end{matrix}\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0&1&1&1&0\\0&0&0&0&1&0&1&1&1\\0&0&0&1&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1&1&1&1\end{bmatrix}\begin{matrix}(2)\oplus=(5)\\(7)\oplus=(5)\end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0&0&1&1&0\\0&0&0&0&1&0&1&1&1\\0&0&0&1&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&1&1\end{bmatrix}\begin{matrix}(1)\oplus=(6)\\(2)\oplus=(6)\\(3)\oplus=(6)\\(4)\oplus=(6)\\(7)\oplus=(6)\end{matrix}\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1&0&0&1&1\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&1\end{bmatrix}\begin{matrix}(2)\oplus=(7)\\(3)\oplus=(7)\end{matrix}$$

В итоге получаем матрицу: $\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&1\end{bmatrix}$

В описаниях преобразований строки пронумерованы сверху вниз $(0), (1), \ldots, (6), (7)$, а выражение $(i)\oplus = (j)$ обозначает «заменить все числа в строке (i) на их сумму по модулю 2 с соответствующими числами строки (j)».

Получаем решение: $\mathrm{X}_7 = 1, X_6 = 1, X_5 = 0, X_4 = 0, X_3 = 0, X_2 = 0, X_1 = 0, X_0 = 1$.

Десятичный номер функции равен $2^7 + 2^6 + 2^0 = 193$.

Таблица истинности для данной функции:

A	0	0	0	0	1	1	1	1
B	0	0	1	1	0	0	1	1
C	0	1	0	1	0	1	0	1
F	1	1	0	0	0	0	0	1

1.2 Task 2

Представим таблицы истинности функции F в виде карты Карно:

	0	0	1	1	A
	0	1	1	0	B
0	1	0	0	0	
1	1	0	1	0	
C					

1.3 Task 3

Выполним дизъюнктивное разложение Шеннона:

$$\begin{smallmatrix} A & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ B & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{smallmatrix} = \overline{A} \cdot \begin{smallmatrix} B & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 0 & 0 \end{smallmatrix} + A \cdot \begin{smallmatrix} B & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 0 & 0 & 0 & 1 \end{smallmatrix} = \overline{A} \cdot \overline{B} + A \cdot B \cdot C$$

$$\begin{smallmatrix} A & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ B & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{smallmatrix} = \overline{B} \cdot \begin{smallmatrix} A & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 0 & 0 \end{smallmatrix} + B \cdot \begin{smallmatrix} A & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 0 & 0 & 0 & 1 \end{smallmatrix} = \overline{A} \cdot \overline{B} + A \cdot B \cdot C$$

$$\begin{smallmatrix} A & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ B & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{smallmatrix} = \overline{C} \cdot \begin{smallmatrix} A & 0 & 0 & 1 & 1 \\ B & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 0 & 0 & 0 \end{smallmatrix} + C \cdot \begin{smallmatrix} A & 0 & 0 & 1 & 1 \\ B & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 0 & 0 & 1 \end{smallmatrix} = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + C \cdot (A \equiv B)$$

1.4 Task 4

Совершенная дизъюнктивная нормальная форма:

$$F(A, B, C) = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C + A \cdot B \cdot C$$

1.5 Минимальная дизъюнктивная нормальная форма

Воспользовавшись картой Карно, получим минимальную дизъюнктивную форму:

$$F(A, B, C) = \overline{A} \cdot \overline{B} + A \cdot B \cdot C$$

1.6 Новые представления функции

Из дизъюнктивных разложений, используя ортогональность, получим новые представления функции.

$$F(A, B, C) = \overline{A} \cdot \overline{B} \oplus A \cdot B \cdot C$$

$$F(A, B, C) = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \oplus C \cdot (A \equiv B)$$

$$F(A, B, C) = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \oplus \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C \oplus A \cdot B \cdot C$$

1.7 Конъюнктивные разложения Шеннона

$$\begin{smallmatrix} A&0&0&0&0&1&1&1&1\\ B&0&0&1&1&0&0&1&1\\ C&0&1&0&1&0&1&0&1\\ F&1&1&0&0&0&0&0&1\end{smallmatrix} = \left(A + \begin{smallmatrix} B&0&0&1&1\\ C&0&1&0&1\\ F&1&1&0&0\end{smallmatrix}\right)\cdot\left(\overline{A} + \begin{smallmatrix} B&0&0&1&1\\ C&0&1&0&1\\ F&0&0&0&1\end{smallmatrix}\right) = (A+\overline{B})\cdot(\overline{A}+B\cdot C)$$

$$\begin{smallmatrix} A&0&0&0&0&1&1&1&1\\ B&0&0&1&1&0&0&1&1\\ C&0&1&0&1&0&1&0&1\\ F&1&1&0&0&0&0&0&1\end{smallmatrix} = \left(B + \begin{smallmatrix} A&0&0&1&1\\ C&0&1&0&1\\ F&1&1&0&0\end{smallmatrix}\right)\cdot\left(\overline{B} + \begin{smallmatrix} A&0&0&1&1\\ C&0&1&0&1\\ F&0&0&0&1\end{smallmatrix}\right) = (B+\overline{A})\cdot(\overline{B}+A\cdot C)$$

$$\begin{smallmatrix} A&0&0&0&0&1&1&1&1\\ B&0&0&1&1&0&0&1&1\\ C&0&1&0&1&0&1&0&1\\ F&1&1&0&0&0&0&0&1\end{smallmatrix} = \left(C + \begin{smallmatrix} A&0&0&1&1\\ B&0&1&0&1\\ F&1&0&0&0\end{smallmatrix}\right)\cdot\left(\overline{C} + \begin{smallmatrix} A&0&0&1&1\\ B&0&1&0&1\\ F&1&0&0&1\end{smallmatrix}\right) = (C+\overline{A}\cdot\overline{B})\cdot(\overline{C}+(A\equiv B))$$

1.8 Совершенная конъюнктивная нормальная форма

Воспользовавшись двойственностью, получим СКНФ из СДНФ.

$$F(A,B,C) = (A+B+\overline{C})\cdot(A+\overline{B}+C)\cdot(A+\overline{B}+\overline{C})\cdot(\overline{A}+B+C)\cdot(\overline{A}+B+\overline{C})$$

1.9 Минимальная конъюнктивная нормальная форма

Чего-то там

1.10 KeK

1.11 Производные функции

$$F'_A = \begin{pmatrix} A&0&0&0&0&1&1&1&1\\ B&0&0&1&1&0&0&1&1\\ C&0&1&0&1&0&1&0&1\\ F&1&1&0&0&0&0&0&1\end{pmatrix}'_A = \begin{pmatrix} B&0&0&1&1\\ C&0&1&0&1\\ F&1&1&0&0\end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} B&0&0&1&1\\ C&0&1&0&1\\ F&0&0&0&1\end{pmatrix} = B \implies C$$

$$F'_B = \begin{pmatrix} A&0&0&0&0&1&1&1&1\\ B&0&0&1&1&0&0&1&1\\ C&0&1&0&1&0&1&0&1\\ F&1&1&0&0&0&0&0&1\end{pmatrix}'_B = \begin{pmatrix} A&0&0&1&1\\ C&0&1&0&1\\ F&1&1&0&0\end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} A&0&0&1&1\\ C&0&1&0&1\\ F&0&0&0&1\end{pmatrix} = A \implies C$$

$$F'_C = \begin{pmatrix} A&0&0&0&0&1&1&1&1\\ B&0&0&1&1&0&0&1&1\\ C&0&1&0&1&0&1&0&1\\ F&1&1&0&0&0&0&0&1\end{pmatrix}'_C = \begin{pmatrix} A&0&0&1&1\\ B&0&1&0&1\\ F&1&0&0&0\end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} A&0&0&1&1\\ B&0&1&0&1\\ F&1&0&0&1\end{pmatrix} = A\cdot B$$

1.12 Разложения Рида

Воспользовавшись формулами $F(x) = F(0)\oplus x\cdot F'$ и $F(x) = F(1)\oplus \overline{x}\cdot F'$, получим следующие разложения:

$$F(A,B,C) = F(0,B,C)\oplus A\cdot F'_A(A,B,C) = \overline{B}\oplus A\cdot(B \implies C)$$

$$F(A,B,C) = F(1,B,C)\oplus \overline{A}\cdot F'_A(A,B,C) = B\cdot C\oplus \overline{A}\cdot(B \implies C)$$

$$F(A,B,C) = F(A,0,C)\oplus B\cdot F'_B(A,B,C) = \overline{A}\oplus B\cdot(A \implies C)$$

$$F(A,B,C) = F(A,1,C)\oplus \overline{B}\cdot F'_B(A,B,C) = A\cdot C\oplus \overline{B}\cdot(A \implies C)$$

$$F(A,B,C) = F(A,B,0)\oplus C\cdot F'_C(A,B,C) = \overline{A}\cdot\overline{B}\oplus C\cdot(A\cdot B)$$

$$F(A,B,C) = F(A,B,1)\oplus \overline{C}\cdot F'_C(A,B,C) = (A\equiv B)\oplus \overline{C}\cdot(A\cdot B)$$