1.2 Математика в LaTeX

LaTeX в Вышке

18 октября 2017 г.

1 Решение системы уравнений и составление таблицы истинности функции

Составим расширенную матрицу коэффициентов и выполним определенные действия для решения системы.

$$\left(\begin{array}{cccccccc|c}
1&0&0&0&1&0&1&1&0\\
1&0&1&0&0&0&1&0&1\\
0&1&0&1&1&1&1&0&1\\
1&0&1&0&1&0&0&1&0\\
1&1&0&0&1&1&0&0&0\\
0&1&0&1&1&0&1&0&1\\
0&1&0&1&1&1&0&0&1\\
0&0&0&0&1&1&0&0&0
\end{array}\right)
\xrightarrow{\substack{(1)\oplus=(0)\\(3)\oplus=(0)\\(4)\oplus=(0)}}
\left(\begin{array}{cccccccc|c}
1&0&0&0&1&0&1&1&0\\
0&0&1&0&1&0&0&1&1\\
0&1&0&1&1&1&1&0&1\\
0&0&1&0&0&0&1&0&0\\
0&1&0&0&0&1&1&1&0\\
0&1&0&1&1&0&1&0&1\\
0&1&0&1&1&1&0&0&1\\
0&0&0&0&1&1&0&0&0
\end{array}\right)
\xrightarrow{\substack{(4)\oplus=(2)\\(5)\oplus=(2)\\(6)\oplus=(2)}}$$

$$\left(\begin{array}{cccccccc|c}
1&0&0&0&1&0&1&1&0\\
0&0&1&0&1&0&0&1&1\\
0&1&0&1&1&1&1&0&1\\
0&0&1&0&0&0&1&0&0\\
0&0&0&1&1&0&0&1&1\\
0&0&0&0&0&1&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&1&0&0\\
0&0&0&0&1&1&0&0&0
\end{array}\right)
\xrightarrow{(3)\oplus=(1)}
\left(\begin{array}{cccccccc|c}
1&0&0&0&1&0&1&1&0\\
0&0&1&0&1&0&0&1&1\\
0&1&0&1&1&1&1&0&1\\
0&0&0&0&1&0&1&1&1\\
0&0&0&1&1&0&0&1&1\\
0&0&0&0&0&1&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&1&0&0\\
0&0&0&0&1&1&0&0&0
\end{array}\right)
\xrightarrow{(2)\oplus=(4)}$$

$$\left(\begin{array}{cccccccc|c}
1&0&0&0&1&0&1&1&0\\
0&0&1&0&1&0&0&1&1\\
0&1&0&0&0&1&1&1&0\\
0&0&0&0&1&0&1&1&1\\
0&0&0&1&1&0&0&1&1\\
0&0&0&0&0&1&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&1&0&0\\
0&0&0&0&1&1&0&0&0
\end{array}\right)
\xrightarrow{\substack{(0)\oplus=(3)\\(1)\oplus=(3)\\(4)\oplus=(3)\\(7)\oplus=(3)}}
\left(\begin{array}{cccccccc|c}
1&0&0&0&0&0&0&0&1\\
0&0&1&0&0&0&1&0&0\\
0&1&0&0&0&1&1&1&0\\
0&0&0&0&1&0&1&1&1\\
0&0&0&1&0&0&1&0&0\\
0&0&0&0&0&1&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&1&0&0\\
0&0&0&0&0&1&1&1&1
\end{array}\right)
\xrightarrow{\substack{(2)\oplus=(5)\\(7)\oplus=(5)}}$$

$$\left(\begin{array}{cccccccc|c}
1&0&0&0&0&0&0&0&1\\
0&0&1&0&0&0&1&0&0\\
0&1&0&0&0&0&1&1&0\\
0&0&0&0&1&0&1&1&1\\
0&0&0&1&0&0&1&0&0\\
0&0&0&0&0&1&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&1&0&0\\
0&0&0&0&0&0&1&1&1
\end{array}\right)
\xrightarrow{\substack{(1)\oplus=(6)\\(2)\oplus=(6)\\(3)\oplus=(6)\\(4)\oplus=(6)\\(7)\oplus=(6)}}
\left(\begin{array}{cccccccc|c}
1&0&0&0&0&0&0&0&1\\
0&0&1&0&0&0&0&0&0\\
0&1&0&0&0&0&0&1&0\\
0&0&0&0&1&0&0&1&1\\
0&0&0&1&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&1&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&1&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&1&1
\end{array}\right)
\xrightarrow{\substack{(2)\oplus=(7)\\(3)\oplus=(7)}}$$

В итоге получаем матрицу: $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

В описаниях преобразований строки пронумерованы сверху вниз $(0), (1), \ldots, (6), (7)$, а выражение $(i) \oplus = (j)$ обозначает «заменить все числа в строке (i) на их сумму по модулю 2 с соответствующими числами строки (j)».

Получаем решение:$X_7 = 1, X_6 = 1, X_5 = 0, X_4 = 0, X_3 = 0, X_2 = 0, X_1 = 0, X_0 = 1$. Десятичный номер функции равен $2^7 + 2^6 + 2^0 = 193$.

Таблица истинности для данной функции:

A	0	0	0	0	1	1	1	1
B	0	0	1	1	0	0	1	1
C	0	1	0	1	0	1	0	1
F	1	1	0	0	0	0	0	1

2 Карта Карно

Представим таблицу истинности функции F в виде карты Карно:

	0	0	1	1	A
	0	1	1	0	B
0	1	0	0	0	
1	1	0	1	0	
C					

3 Дизъюнктивные разложения Шеннона

$$\begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ B & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \overline{A} \cdot \begin{pmatrix} B & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + A \cdot \begin{pmatrix} B & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \overline{A} \cdot \overline{B} + A \cdot B \cdot C$$

$$\begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ B & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \overline{B} \cdot \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + B \cdot \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \overline{A} \cdot \overline{B} + A \cdot B \cdot C$$

$$\begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ B & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \overline{C} \cdot \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 1 & 1 \\ B & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + C \cdot \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 1 & 1 \\ B & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + C \cdot (A \equiv B)$$

4 Совершенная дизъюнктивная нормальная форма

Совершенная дизъюнктивная нормальная форма:

$$F(A, B, C) = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C + A \cdot B \cdot C$$

5 Минимальные дизъюнктивные нормальные формы

Воспользовавшись картой Карно, получим минимальную дизъюнктивную форму (она единственна, потому что единицы можно сгруппировать лишь одним способом):

$$F(A, B, C) = \overline{A} \cdot \overline{B} + A \cdot B \cdot C$$

6 Новые представления функции

Из дизъюнктивных разложений, используя ортогональность, получим новые представления функции.

$$F(A,B,C) = \overline{A}\cdot\overline{B} \oplus A\cdot B\cdot C$$
$$F(A,B,C) = \overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C} \oplus C\cdot(A\equiv B)$$
$$F(A,B,C) = \overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C} \oplus \overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C \oplus A\cdot B\cdot C$$

7 Конъюнктивные разложения Шеннона

$$\begin{pmatrix} A & 0&0&0&0&1&1&1&1 \\ B & 0&0&1&1&0&0&1&1 \\ C & 0&1&0&1&0&1&0&1 \\ F & 1&1&0&0&0&0&0&1 \end{pmatrix} = \left(A + \begin{pmatrix} B & 0&0&1&1 \\ C & 0&1&0&1 \\ F & 1&1&0&0 \end{pmatrix}\right)\cdot\left(\overline{A} + \begin{pmatrix} B & 0&0&1&1 \\ C & 0&1&0&1 \\ F & 0&0&0&1 \end{pmatrix}\right) = (A+\overline{B})\cdot(\overline{A}+B\cdot C)$$

$$\begin{pmatrix} A & 0&0&0&0&1&1&1&1 \\ B & 0&0&1&1&0&0&1&1 \\ C & 0&1&0&1&0&1&0&1 \\ F & 1&1&0&0&0&0&0&1 \end{pmatrix} = \left(B + \begin{pmatrix} A & 0&0&1&1 \\ C & 0&1&0&1 \\ F & 1&1&0&0 \end{pmatrix}\right)\cdot\left(\overline{B} + \begin{pmatrix} A & 0&0&1&1 \\ C & 0&1&0&1 \\ F & 0&0&0&1 \end{pmatrix}\right) = (B+\overline{A})\cdot(\overline{B}+A\cdot C)$$

$$\begin{pmatrix} A & 0&0&0&0&1&1&1&1 \\ B & 0&0&1&1&0&0&1&1 \\ C & 0&1&0&1&0&1&0&1 \\ F & 1&1&0&0&0&0&0&1 \end{pmatrix} = \left(C + \begin{pmatrix} A & 0&0&1&1 \\ B & 0&1&0&1 \\ F & 1&0&0&0 \end{pmatrix}\right)\cdot\left(\overline{C} + \begin{pmatrix} A & 0&0&1&1 \\ B & 0&1&0&1 \\ F & 1&0&0&1 \end{pmatrix}\right) = (C+\overline{A}\cdot\overline{B})\cdot(\overline{C}+(A\equiv B))$$

8 Соверешенная конъюнктивная нормальная форма

Воспользовавшись двойственностью, получим СКНФ из СДНФ.

$$F(A,B,C) = (A+B+\overline{C})\cdot(A+\overline{B}+C)\cdot(A+\overline{B}+\overline{C})\cdot(\overline{A}+B+C)\cdot(\overline{A}+B+\overline{C})$$

9 Минимальные конъюнктивные нормальные формы

По карте Карно мы можем увидеть, что нули можно сгруппировать двумя способами. Соответсвенно, получим две минимальные конъюнктивные нормальные формы.

$$F(A,B,C) = (A+\overline{B})\cdot(\overline{B}+C)\cdot(\overline{A}+B)$$
$$F(A,B,C) = (A+\overline{B})\cdot(\overline{A}+C)\cdot(\overline{A}+B)$$

10 Новые представления функции

Из конъюнктивных разложений, используя ортогональность, получим новые представления функции

$$F(A,B,C) = (A+\overline{B}) \equiv (\overline{A}+B\cdot C)$$
$$F(A,B,C) = (B+\overline{A}) \equiv (\overline{B}+A\cdot C)$$
$$F(A,B,C) = (C+\overline{A}\cdot\overline{B}) \equiv (\overline{C}+(A\equiv B))$$
$$F(A,B,C) = (A+B+\overline{C}) \equiv (A+\overline{B}+C) \equiv (A+\overline{B}+\overline{C}) \equiv (\overline{A}+B+C) \equiv (\overline{A}+B+\overline{C})$$

11 Производные функции

$$F'_A = \begin{pmatrix} A & 0&0&0&0&1&1&1&1 \\ B & 0&0&1&1&0&0&1&1 \\ C & 0&1&0&1&0&1&0&1 \\ F & 1&1&0&0&0&0&0&1 \end{pmatrix}'_A = \begin{pmatrix} B & 0&0&1&1 \\ C & 0&1&0&1 \\ F & 1&1&0&0 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} B & 0&0&1&1 \\ C & 0&1&0&1 \\ F & 0&0&0&1 \end{pmatrix} = B \implies C$$

$$F'_B = \begin{pmatrix} A & 0&0&0&0&1&1&1&1 \\ B & 0&0&1&1&0&0&1&1 \\ C & 0&1&0&1&0&1&0&1 \\ F & 1&1&0&0&0&0&0&1 \end{pmatrix}'_B = \begin{pmatrix} A & 0&0&1&1 \\ C & 0&1&0&1 \\ F & 1&1&0&0 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} A & 0&0&1&1 \\ C & 0&1&0&1 \\ F & 0&0&0&1 \end{pmatrix} = A \implies C$$

$$F'_C = \begin{pmatrix} A & 0&0&0&0&1&1&1&1 \\ B & 0&0&1&1&0&0&1&1 \\ C & 0&1&0&1&0&1&0&1 \\ F & 1&1&0&0&0&0&0&1 \end{pmatrix}'_C = \begin{pmatrix} A & 0&0&1&1 \\ B & 0&1&0&1 \\ F & 1&0&0&0 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} A & 0&0&1&1 \\ B & 0&1&0&1 \\ F & 1&0&0&1 \end{pmatrix} = A\cdot B$$

12 Разложения Рида

Воспользовавшись формулами $F(x) = F(0) \oplus x \cdot F'_x$ и $F(x) = F(1) \oplus \overline{x} \cdot F'_x$, получим следующие разложения:

$$F(A,B,C) = F(0,B,C) \oplus A \cdot F'_A(A,B,C) = \overline{B} \oplus A \cdot (B \implies C)$$
$$F(A,B,C) = F(1,B,C) \oplus \overline{A} \cdot F'_A(A,B,C) = B \cdot C \oplus \overline{A} \cdot (B \implies C)$$
$$F(A,B,C) = F(A,0,C) \oplus B \cdot F'_B(A,B,C) = \overline{A} \oplus B \cdot (A \implies C)$$
$$F(A,B,C) = F(A,1,C) \oplus \overline{B} \cdot F'_B(A,B,C) = A \cdot C \oplus \overline{B} \cdot (A \implies C)$$
$$F(A,B,C) = F(A,B,0) \oplus C \cdot F'_C(A,B,C) = \overline{A} \cdot \overline{B} \oplus C \cdot (A \cdot B)$$
$$F(A,B,C) = F(A,B,1) \oplus \overline{C} \cdot F'_C(A,B,C) = (A \equiv B) \oplus \overline{C} \cdot (A \cdot B)$$

13 Двойственные разложения Рида

Воспользуемся формулами $F(x) = F(0) \equiv (\overline{x} + \overline{F'_x})$ и $F(x) = F(1) \equiv (x + \overline{F'_x})$ получим двойственные разложения Рида.

$$F(A,B,C) = F(0,B,C) \equiv (\overline{A} + \overline{F'_A}) = \overline{B} \equiv (\overline{A} + (B \not\Rightarrow C))$$
$$F(A,B,C) = F(1,B,C) \equiv (A + \overline{F'_A}) = B \cdot C \equiv (A + (B \not\Rightarrow C))$$
$$F(A,B,C) = F(A,0,C) \equiv (\overline{B} + \overline{F'_B}) = \overline{A} \equiv (\overline{B} + (A \not\Rightarrow C))$$
$$F(A,B,C) = F(A,1,C) \equiv (B + \overline{F'_B}) = A \cdot C \equiv (B + (A \not\Rightarrow C))$$
$$F(A,B,C) = F(A,B,0) \equiv (\overline{C} + \overline{F'_C}) = \overline{A} \cdot \overline{B} \equiv (\overline{C} + \overline{A} + \overline{B})$$
$$F(A,B,C) = F(A,B,1) \equiv (C + \overline{F'_C}) = (A \equiv B) \equiv (C + \overline{A} + \overline{B})$$

14 Все производные с помощью таблицы истинности

A	0	0	0	0	1	1	1	1
B	0	0	1	1	0	0	1	1
C	0	1	0	1	0	1	0	1
F	1	1	0	0	0	0	0	1
F'_A	1	1	0	1	1	1	0	1
F'_B	1	1	1	1	0	1	0	1
F'_C	0	0	0	0	0	0	1	1
F''_{AB}	1	0	1	0	1	0	1	0
F''_{AC}	0	0	1	1	0	0	1	1
F''_{BC}	0	0	0	0	1	1	1	1
F'''_{ABC}	1	1	1	1	1	1	1	1

15 Аналитический вид производных

Из задания 11:

$$F'_A = B \implies C$$
$$F'_B = A \implies C$$
$$F'_C = A \cdot B$$

Воспользовавшись таблицей истинности из предыдущего задания, найдём аналитический вид смешанных производных.

$$F''_{AB} = \overline{C}$$
$$F''_{AC} = B$$
$$F''_{BC} = A$$
$$F'''_{ABC} = 1$$

16 Разложение в ряд Маклорена в базисе $\{1, \oplus, \cdot\}$

Разложим функцию F в ряд Маклорена в базисе $\{1, \oplus, \cdot\}$. Получим полином Жегалкина.

$$F(A, B, C) = 1 \oplus A \oplus B \oplus A \cdot B \oplus A \cdot B \cdot C$$

17 Разложение в ряд Тейлора в базисе $\{1, \oplus, \cdot\}$

Разложим функцию F в ряд Тейлора в каждой точке пространства в базисе $\{1, \oplus, \cdot\}$. При разложении будем использовать сокращенную запись $\overline{A} = A \oplus 1$, $\overline{B} = B \oplus 1$, $\overline{C} = C \oplus 1$.

$$(0,0,0) : F(A, B, C) = 1 \oplus A \oplus B \oplus A \cdot B \oplus A \cdot B \cdot C$$

$$(0,0,1) : F(A, B, C) = 1 \oplus A \oplus B \oplus A \cdot B \cdot \overline{C}$$

$$(0,1,0) : F(A, B, C) = \overline{B} \oplus A \cdot \overline{B} \oplus A \cdot C \oplus A \cdot \overline{B} \cdot C$$

$$(0,1,1) : F(A, B, C) = A \oplus \overline{B} \oplus A \cdot \overline{C} \oplus A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$$

$$(1,0,0) : F(A, B, C) = \overline{A} \oplus \overline{A} \cdot B \oplus B \cdot C \oplus \overline{A} \cdot B \cdot C$$

$$(1,0,1) : F(A, B, C) = \overline{A} \oplus B \oplus B \cdot \overline{C} \oplus \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C}$$

$$(1,1,0) : F(A, B, C) = \mathrm{C} \oplus \overline{A} \cdot \overline{B} \oplus \overline{A} \cdot C \oplus \overline{B} \cdot C \oplus \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C$$

$$(1,1,1) : F(A, B, C) = \overline{A} \oplus \overline{B} \oplus \overline{C} \oplus \overline{A} \cdot \overline{C} \oplus \overline{B} \cdot \overline{C} \oplus \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$$

18 Разложение в ряд Маклорена в базисе $\{0, \equiv, +\}$

Разложим функцию F в ряд Маклорена в базисе $\{0, \equiv, +\}$.

$$F(A, B, C) = A \equiv B \equiv C \equiv (A + C) \equiv (B + C) \equiv (A + B + C)$$

19 Разложение в ряд Тейлора $\{0, \equiv, +\}$

Разложим функцию F в ряд Тейлора в каждой точке пространства в базисе $\{0, \equiv, +\}$. При разложении будем использовать сокращённую запись: $\overline{A} = A \equiv 0$, $\overline{B} = B \equiv 0$, $\overline{C} = C \equiv 0$,

$$(1,1,1) : F(A, B, C) = A \equiv B \equiv C \equiv (A + C) \equiv (B + C) \equiv (A + B + C)$$

$$(1,1,0) : F(A, B, C) = 0 \equiv \overline{C} \equiv (A + B) \equiv (A + \overline{C}) \equiv (B + \overline{C}) \equiv (A + B + \overline{C})$$

$$(1,0,1) : F(A, B, C) = 0 \equiv A \equiv \overline{B} \equiv (\overline{B} + C) \equiv (A + \overline{B} + C)$$

$$(1,0,0) : F(A, B, C) = 0 \equiv A \equiv (A + \overline{B}) \equiv (\overline{B} + \overline{C}) \equiv (A + \overline{B} + \overline{C})$$

$$(0,1,1) : F(A, B, C) = 0 \equiv \overline{A} \equiv B \equiv (\overline{A} + C) \equiv (\overline{A} + B + C)$$

$$(0,1,0) : F(A, B, C) = 0 \equiv B \equiv (\overline{A} + B) \equiv (\overline{A} + \overline{C}) \equiv (\overline{A} + B + \overline{C})$$

$$(0,0,1) : F(A, B, C) = \overline{A} \equiv \overline{B} \equiv (\overline{A} + \overline{B} + C)$$

$$(0,0,0) : F(A, B, C) = \overline{A} \equiv \overline{B} \equiv (\overline{A} + \overline{B}) \equiv (\overline{A} + \overline{B} + \overline{C})$$

20 Минимальное количество операций

21 Минимальное количество блоков в каждом базисе

21.1 Базис 01

Получим представление F в базисе $\{\circ\}$ с минимальным количеством блоков, преобразовав одну из МКНФ, полученных до этого.

$$(A+\overline{B})\cdot(\overline{A}+C)\cdot(\overline{A}+B) = (A+\overline{B})\cdot(\overline{A}+B)\cdot(\overline{A}+C) = \overline{\overline{A}\cdot B}\cdot\overline{A\cdot\overline{B}}\cdot(\overline{A}+C) = \overline{\overline{A}\cdot B + A\cdot\overline{B}}\cdot\overline{A\cdot\overline{C}} =$$
$$(\overline{A}\cdot B + A\cdot\overline{B})\circ(A\cdot\overline{C}) = ((\overline{A}+\overline{B})\cdot(A+B))\circ(\overline{A}\circ C) = (\overline{A\cdot B}\cdot\overline{\overline{A}\cdot\overline{B}})\circ((A\circ A)\circ C) =$$
$$((A\cdot B)\circ(\overline{A}\circ\overline{B})\circ((A\circ A)\circ C) = ((\overline{A}\circ\overline{B})\circ(A\circ B))\circ((A\circ A)\circ C) =$$
$$(((A\circ A)\circ(B\circ B))\circ(A\circ B))\circ((A\circ A)\circ C)$$

21.2 Базис 02

Получим представление F в базисе $\{|\}$ с минимальным количеством блоков, преобразовав МДНФ, полученных до этого.

$$\overline{A}\cdot\overline{B} + A\cdot B\cdot C = \overline{A+B} + A\cdot B\cdot C = \overline{(A+B)\cdot\overline{A\cdot B\cdot C}} = \overline{\overline{\overline{A}\cdot\overline{B}}\cdot\overline{A\cdot B\cdot C}} =$$
$$\overline{\overline{(A\cdot C+\overline{B})\cdot\overline{A}}\cdot\overline{(A\cdot C+\overline{B})\cdot B}} = \overline{\overline{\overline{\overline{A\cdot C}\cdot B}\cdot\overline{A}}\cdot\overline{\overline{\overline{A\cdot C}\cdot B}\cdot B}} = \overline{\overline{\overline{A\cdot C}\cdot B}\cdot\overline{A}}|\overline{\overline{\overline{A\cdot C}\cdot B}\cdot B} =$$
$$\overline{\overline{\overline{A\cdot C}|B}\cdot\overline{A}}|\overline{\overline{\overline{A\cdot C}|B}\cdot B} = \overline{((A|C)|B)\cdot\overline{A}}|\overline{((A|C)|B)\cdot B} = ((A|C)|B)|(A|A)|(((A|C)|B)|B)$$

21.3 Базис 03

Получим представление F в базисе $\{0, \Longrightarrow\}$ с минимальным количеством блоков, преобразовав МДНФ, полученную до этого.

$$\overline{A}\cdot\overline{B}+A\cdot B\cdot C = A\cdot B\cdot C+(A+\overline{B})\cdot\overline{A} = \overline{\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}}+\overline{\overline{A}\cdot B}\cdot\overline{A} = (\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}) \Longrightarrow \overline{\overline{A}\cdot B+A} =$$
$$(C \Longrightarrow (\overline{A}+\overline{B})) \Longrightarrow ((\overline{A}\cdot B+A) \Longrightarrow 0) = (C \Longrightarrow (\overline{A}+\overline{B})) \Longrightarrow ((\overline{\overline{B}+A}+A) \Longrightarrow 0) =$$
$$(C \Longrightarrow (\overline{A}+\overline{B})) \Longrightarrow (((\overline{B}+A) \Longrightarrow A) \Longrightarrow 0) =$$
$$(C \Longrightarrow (B \Longrightarrow (A \Longrightarrow 0))) \Longrightarrow (((B \Longrightarrow A) \Longrightarrow A) \Longrightarrow 0)$$

21.4 Базис 04

Получим представление F в базисе $\{1, \not\Longrightarrow\}$ с минимальным количеством блоков, преобразовав одну из МКНФ, полученых до этого.

$$(\overline{A}+B)\cdot(A+\overline{B})\cdot(\overline{B}+C) = (\overline{A}+B)\cdot\overline{B\cdot\overline{C}}\cdot\overline{\overline{A}\cdot B} = \overline{\overline{\overline{A}+B}+B\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot B} =$$
$$(\overline{A}+B) \not\Longrightarrow B\cdot(\overline{C}+\overline{A}\cdot B) = \overline{\overline{1}+A\cdot\overline{B}} \not\Longrightarrow \overline{\overline{B}+\overline{\overline{C}+\overline{A}\cdot B}} =$$
$$\overline{\overline{1}+A\cdot\overline{B}} \not\Longrightarrow (B \not\Longrightarrow \overline{\overline{C}+\overline{A}\cdot B}) = (1 \not\Longrightarrow A\cdot\overline{B}) \not\Longrightarrow (B \not\Longrightarrow (C \not\Longrightarrow \overline{A}\cdot B)) =$$
$$(1 \not\Longrightarrow \overline{\overline{A}+B}) \not\Longrightarrow (B \not\Longrightarrow (C \not\Longrightarrow \overline{A+\overline{B}})) = (1 \not\Longrightarrow (A \not\Longrightarrow B)) \not\Longrightarrow (B \not\Longrightarrow (C \not\Longrightarrow (B \not\Longrightarrow A)))$$

21.5 Базис 05

Получим представление F в базисе $\{0, \Longrightarrow\}$ с минимальным количеством блоков, преобразовав одну из МКНФ, полученных до этого.

$$(\overline{A}+C)\cdot(\overline{A}+B)\cdot(A+\overline{B}) = \overline{\overline{\overline{A}+C}+A\cdot\overline{B}+\overline{A}\cdot B} = (\overline{A}+C) \not\Longrightarrow (A\cdot\overline{B}+\overline{A}\cdot B) =$$
$$(A \Longrightarrow C) \not\Longrightarrow (\overline{\overline{A}+B}+\overline{A}\cdot B) = (A \Longrightarrow C) \not\Longrightarrow ((\overline{A}+B) \Longrightarrow \overline{A}\cdot B) =$$
$$(A \Longrightarrow C) \not\Longrightarrow ((A \Longrightarrow B) \Longrightarrow \overline{A+\overline{B}}) = (A \Longrightarrow C) \not\Longrightarrow ((A \Longrightarrow B) \Longrightarrow (B \not\Longrightarrow A))$$

21.6 Базис 06

$$\overline{A}\cdot\overline{B}+A\cdot B\cdot C=(\overline{A}+\overline{B}+C)\cdot(\overline{A}\cdot\overline{B}+A\cdot B)=(\overline{A}+\overline{B}+C)\cdot(\overline{A}+B)\cdot(A+\overline{B})=$$
$$(\overline{A}+\overline{B}+C)\cdot\overline{A\cdot\overline{B}}\cdot\overline{\overline{A}\cdot B}=(\overline{A}+\overline{B}+C)\cdot\overline{A\cdot\overline{B}+\overline{\overline{A}\cdot B}}+\overline{\overline{A}+\overline{B}+C}\cdot(A\cdot\overline{B}+\overline{A}\cdot B)$$

Последнее действие корректно, так как

$$\overline{\overline{A}+\overline{B}+C}\cdot(A\cdot\overline{B}+\overline{A}\cdot B)=A\cdot B\cdot\overline{C}(A\cdot\overline{B}+\overline{A}\cdot B)=0$$

Продолжим преобразования:

$$(\overline{A}+\overline{B}+C)\cdot\overline{A\cdot\overline{B}+\overline{\overline{A}\cdot B}}+\overline{\overline{A}+\overline{B}+C}\cdot(A\cdot\overline{B}+\overline{A}\cdot B)=(\overline{A}+(\overline{B}+C))\oplus(A\cdot\overline{B}+\overline{A}\cdot B)=$$
$$(A\implies(B\implies C))\oplus(A\oplus B)$$

21.7 Базис 07

$$(A+\overline{B})\cdot(\overline{A}+B)\cdot(\overline{A}+C)=\overline{\overline{A}\cdot B+A\cdot\overline{B}+A\cdot\overline{C}}=\overline{(A+B)\cdot(\overline{A}+\overline{B})+A\cdot\overline{C}}=$$
$$\overline{\overline{\overline{A}\cdot\overline{B}}\cdot\overline{A\cdot B}+A\cdot\overline{C}}=\overline{\overline{\overline{A}\cdot\overline{B}+A\cdot B}+A\cdot\overline{C}}=(\overline{A}\cdot\overline{B}+A\cdot B)\;\not\Longrightarrow\;A\cdot\overline{C}=$$
$$(A\equiv B)\;\not\Longrightarrow\;(\overline{\overline{A}+C})=(A\equiv B)\;\not\Longrightarrow\;(A\;\not\Longrightarrow\;C)$$

21.8 Базис 08

$$A\cdot B\cdot C+\overline{A}\cdot\overline{B}=\overline{\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}}+\overline{A+B}=(\overline{C}+(\overline{B}+\overline{A}))\implies\overline{A+B}=$$
$$(C\implies(B\implies\overline{A}))\implies\overline{\overline{A}\implies B}$$

21.9 Базис 09

$$\overline{A}\cdot\overline{B}+A\cdot B\cdot C=(\overline{A}+B)\cdot(\overline{B}+A\cdot C)=(\overline{A}+B)\cdot(\overline{B}+\overline{\overline{A}+\overline{C}})=$$
$$\overline{\overline{\overline{A}+B}+\overline{\overline{B}+\overline{\overline{A}+\overline{C}}}}=(\overline{A}+B)\;\not\Longrightarrow\;\overline{\overline{B}+\overline{\overline{A}+\overline{C}}}=$$
$$(A\implies B)\;\not\Longrightarrow\;(B\;\not\Longrightarrow\;(C\;\not\Longrightarrow\;\overline{A}))=\overline{A\;\not\Longrightarrow\;B}\;\not\Longrightarrow\;(B\;\not\Longrightarrow\;(C\;\not\Longrightarrow\;\overline{A}))$$

21.10 Базис 10

21.11 Базис 11

$$A\cdot B\cdot C+\overline{A}\cdot\overline{B}=(A\cdot C+\overline{B})\cdot(\overline{A}+B)$$

21.12 Базис 12

21.13 Базис 13

21.14 Базис 14

21.15 Базис 15

21.16 Базис 16

21.17 Базис 17

22 Условия переключения сигнала на выходе при переключении сигнала на каждой паре в табличном виде

Найдём условия переключения сигнала на выходе схемы, реализующей функцию F, при переключении сигналов на каждой паре её входов в табличном виде.

A	0	0	0	0	1	1	1	1
B	0	0	1	1	0	0	1	1
C	0	1	0	1	0	1	0	1
F'_{AB}	1	0	0	0	0	0	1	0
F'_{AC}	1	1	1	1	1	0	0	1
F'_{BC}	1	1	1	0	1	1	0	1

23 Условия переключения сигнала на выходе при переключении сигнала на каждой паре в аналитическом виде

Найдём условия переключения сигнала на выходе схемы, реализующей функцию F, при переключении сигналов на каждой паре её входов в аналитическом виде, воспользовавшись таблицей из предыдущего задания.

$$F'_{AB} = (A \oplus B) \circ C$$
$$F'_{AC} = (A \oplus C)|B$$
$$F'_{BC} = (B \oplus C)|A$$

24 Условия переключения сигнала на выходе схемы при переключении сигналов на всех входах в табличном виде

Найдём условия переключения сигнала на выходе схемы, реализующей функцию F, при переключении сигналов на каждом её входе в табличном виде.

A	0	0	0	0	1	1	1	1
B	0	0	1	1	0	0	1	1
C	0	1	0	1	0	1	0	1
F'_{ABC}	0	1	0	0	0	0	1	0

25 Условия переключения сигнала на выходе схемы при переключении сигналов на всех входах в аналитическом виде

Найдём условия переключения сигнала на выходе схемы, реализующей функцию F, при переключении сигналов на каждом её входе в аналитическом виде, воспользовавшись таблицей из предыдущего задания.

$$F'_{ABC} = (A \oplus C) \not\Rightarrow (A \oplus B)$$

26 Принадлежность к замкнутым классам критерия Поста

$F \notin T_0$, так как $F(0,0,0) = 1$
$F \in T_1$, так как $F(1,1,1) = 1$
$F \notin T_*$, так как $F(0,0,0) = 1$, а $F(1,1,1) = 1$
$F \notin T_{\leq}$, так как $F(0,0,0) > F(0,1,0)$
$F \notin T_L$, так как $F(A,B,C) = 1 \oplus A \oplus B \oplus A \cdot B \oplus A \cdot B \cdot C$ (представление в полиноме Жегалкина) содержит нелинейные слагаемые.