

1.2 Математика в L^AT_EX

L^AT_EX в Вышке

18 сентября 2017 г.

1 Tasks

1.1 Task 1

Составим расширенную матрицу коэффициентов и выполним определенные действия для решения системы.

[illegible]

В итоге получаем матрицу:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

В описаниях преобразований строки пронумерованы сверху вниз $(0), (1), \dots, (6), (7)$, а выражение $(i) \oplus = (j)$ обозначает «заменить все числа в строке (i) на их сумму по модулю 2 с соответствующими числами строки (j)».

Получаем решение: $X_7 = 1, X_6 = 1, X_5 = 0, X_4 = 0, X_3 = 0, X_2 = 0, X_1 = 0, X_0 = 1$.

Десятичный номер функции равен $2^7 + 2^6 + 2^0 = 193$.

Таблица истинности для данной функции:

A	0	0	0	0	1	1	1	1
B	0	0	1	1	0	0	1	1
C	0	1	0	1	0	1	0	1
F	1	1	0	0	0	0	0	1

1.2 Task 2

Представим таблицы истинности функции F в виде карты Карно:

	0	0	1	1	A
	0	1	1	0	B
0	1	0	0	0	
1	1	0	1	0	
C					

1.3 Task 3

Выполним дизъюнктивное разложение Шеннона:

$$\begin{array}{c} A \\ B \\ C \\ F \end{array} \begin{array}{ccccccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} = \overline{A} \cdot \begin{array}{c} B \\ C \\ F \end{array} \begin{array}{cccc} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{array} + A \cdot \begin{array}{c} B \\ C \\ F \end{array} \begin{array}{cccc} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} = \overline{A} \cdot \overline{B} + A \cdot B \cdot C$$

$$\begin{array}{c} A \\ B \\ C \\ F \end{array} \begin{array}{ccccccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} = \overline{B} \cdot \begin{array}{c} A \\ C \\ F \end{array} \begin{array}{cccc} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{array} + B \cdot \begin{array}{c} A \\ C \\ F \end{array} \begin{array}{cccc} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} = \overline{A} \cdot \overline{B} + A \cdot B \cdot C$$

$$\begin{array}{c} A \\ B \\ C \\ F \end{array} \begin{array}{ccccccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} = \overline{C} \cdot \begin{array}{c} A \\ B \\ F \end{array} \begin{array}{cccc} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} + C \cdot \begin{array}{c} A \\ B \\ F \end{array} \begin{array}{cccc} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} = A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + C \cdot (A \equiv B)$$

1.4 Task 4

Совершенная дизъюнктивная нормальная форма:

$$F(A, B, C) = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C + A \cdot B \cdot C$$

1.5 Минимальная дизъюнктивная нормальная форма

Воспользовавшись методом Куайна, получим:

$$F(A, B, C) = \overline{A} \cdot \overline{B} + A \cdot B \cdot C$$

1.6 Новые представления функции

Из дизъюнктивных разложений, используя ортогональность, получим новые представления функции.

$$F(A, B, C) = \overline{A} \cdot \overline{B} \oplus A \cdot B \cdot C$$

$$F(A, B, C) = A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \oplus C \cdot (A \equiv B)$$

$$F(A, B, C) = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \oplus \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C \oplus A \cdot B \cdot C$$

1.7 Конъюнктивные разложения Шеннона

$$\begin{array}{l} A \\ B \\ C \\ F \end{array} \begin{array}{cccccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} = \left(A + \begin{array}{l} B \\ C \\ F \end{array} \begin{array}{cccc} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right) \cdot \left(\overline{A} + \begin{array}{l} B \\ C \\ F \end{array} \begin{array}{cccc} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) = (A + \overline{B}) \cdot (\overline{A} + B \cdot C)$$

$$\begin{array}{l} A \\ B \\ C \\ F \end{array} \begin{array}{cccccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} = \left(B + \begin{array}{l} A \\ C \\ F \end{array} \begin{array}{cccc} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right) \cdot \left(\overline{B} + \begin{array}{l} A \\ C \\ F \end{array} \begin{array}{cccc} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) = (B + \overline{A}) \cdot (\overline{B} + A \cdot C)$$

$$\begin{array}{l} A \\ B \\ C \\ F \end{array} \begin{array}{cccccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} = \left(C + \begin{array}{l} A \\ B \\ F \end{array} \begin{array}{cccc} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \cdot \left(\overline{C} + \begin{array}{l} A \\ B \\ F \end{array} \begin{array}{cccc} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) = (C + \overline{A} \cdot \overline{B}) \cdot (\overline{C} + (A \equiv B))$$