1.2 Математика в LaTeX

LaTeX в Вышке

18 октября 2017 г.

1 Решение системы уравнений и составление таблицы истинности функции

Составим расширенную матрицу коэффициентов и выполним определенные действия для решения системы.

$$
\left(\begin{array}{cccccccc|c}
1&0&0&0&1&0&1&1&0\\
1&0&1&0&0&0&1&0&1\\
0&1&0&1&1&1&1&0&1\\
1&0&1&0&1&0&0&1&0\\
1&1&0&0&1&1&0&0&0\\
0&1&0&1&1&0&1&0&1\\
0&1&0&1&1&1&0&0&1\\
0&0&0&0&1&1&0&0&0
\end{array}\right)
\xrightarrow{\substack{(1)\oplus=(0)\\(3)\oplus=(0)\\(4)\oplus=(0)}}
\left(\begin{array}{cccccccc|c}
1&0&0&0&1&0&1&1&0\\
0&0&1&0&1&0&0&1&1\\
0&1&0&1&1&1&1&0&1\\
0&0&1&0&0&0&1&0&0\\
0&1&0&0&0&1&1&1&0\\
0&1&0&1&1&0&1&0&1\\
0&1&0&1&1&1&0&0&1\\
0&0&0&0&1&1&0&0&0
\end{array}\right)
\xrightarrow{\substack{(4)\oplus=(2)\\(5)\oplus=(2)\\(6)\oplus=(2)}}
$$

$$
\left(\begin{array}{cccccccc|c}
1&0&0&0&1&0&1&1&0\\
0&0&1&0&1&0&0&1&1\\
0&1&0&1&1&1&1&0&1\\
0&0&1&0&0&0&1&0&0\\
0&0&0&1&1&0&0&1&1\\
0&0&0&0&0&1&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&1&0&0\\
0&0&0&0&1&1&0&0&0
\end{array}\right)
\xrightarrow{(3)\oplus=(1)}
\left(\begin{array}{cccccccc|c}
1&0&0&0&1&0&1&1&0\\
0&0&1&0&1&0&0&1&1\\
0&1&0&1&1&1&1&0&1\\
0&0&0&0&1&0&1&1&1\\
0&0&0&1&1&0&0&1&1\\
0&0&0&0&0&1&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&1&0&0\\
0&0&0&0&1&1&0&0&0
\end{array}\right)
\xrightarrow{(2)\oplus=(4)}
$$

$$
\left(\begin{array}{cccccccc|c}
1&0&0&0&1&0&1&1&0\\
0&0&1&0&1&0&0&1&1\\
0&1&0&0&0&1&1&1&0\\
0&0&0&0&1&0&1&1&1\\
0&0&0&1&1&0&0&1&1\\
0&0&0&0&0&1&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&1&0&0\\
0&0&0&0&1&1&0&0&0
\end{array}\right)
\xrightarrow{\substack{(0)\oplus=(3)\\(1)\oplus=(3)\\(4)\oplus=(3)\\(7)\oplus=(3)}}
\left(\begin{array}{cccccccc|c}
1&0&0&0&0&0&0&0&1\\
0&0&1&0&0&0&1&0&0\\
0&1&0&0&0&1&1&1&0\\
0&0&0&0&1&0&1&1&1\\
0&0&0&1&0&0&1&0&0\\
0&0&0&0&0&1&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&1&0&0\\
0&0&0&0&0&1&1&1&1
\end{array}\right)
\xrightarrow{\substack{(2)\oplus=(5)\\(7)\oplus=(5)}}
$$

$$
\left(\begin{array}{cccccccc|c}
1&0&0&0&0&0&0&0&1\\
0&0&1&0&0&0&1&0&0\\
0&1&0&0&0&0&1&1&0\\
0&0&0&0&1&0&1&1&1\\
0&0&0&1&0&0&1&0&0\\
0&0&0&0&0&1&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&1&0&0\\
0&0&0&0&0&0&1&1&1
\end{array}\right)
\xrightarrow{\substack{(1)\oplus=(6)\\(2)\oplus=(6)\\(3)\oplus=(6)\\(4)\oplus=(6)\\(7)\oplus=(6)}}
\left(\begin{array}{cccccccc|c}
1&0&0&0&0&0&0&0&1\\
0&0&1&0&0&0&0&0&0\\
0&1&0&0&0&0&0&1&0\\
0&0&0&0&1&0&0&1&1\\
0&0&0&1&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&1&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&1&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&1&1
\end{array}\right)
\xrightarrow{\substack{(2)\oplus=(7)\\(3)\oplus=(7)}}
$$

В итоге получаем матрицу: $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

В описаниях преобразований строки пронумерованы сверху вниз $(0), (1), \ldots, (6), (7)$, а выражение $(i) \oplus = (j)$ обозначает «заменить все числа в строке (i) на их сумму по модулю 2 с соответствующими числами строки (j)».

Получаем решение:$X_7 = 1, X_6 = 1, X_5 = 0, X_4 = 0, X_3 = 0, X_2 = 0, X_1 = 0, X_0 = 1$. Десятичный номер функции равен $2^7 + 2^6 + 2^0 = 193$.

Таблица истинности для данной функции:

A	0	0	0	0	1	1	1	1
B	0	0	1	1	0	0	1	1
C	0	1	0	1	0	1	0	1
F	1	1	0	0	0	0	0	1

2 Карта Карно

Представим таблицу истинности функции F в виде карты Карно:

	0	0	1	1	A
	0	1	1	0	B
0	1	0	0	0	
1	1	0	1	0	
C					

3 Дизъюнктивные разложения Шеннона

$$\begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ B & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \overline{A} \cdot \begin{pmatrix} B & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + A \cdot \begin{pmatrix} B & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \overline{A} \cdot \overline{B} + A \cdot B \cdot C$$

$$\begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ B & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \overline{B} \cdot \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + B \cdot \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \overline{A} \cdot \overline{B} + A \cdot B \cdot C$$

$$\begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ B & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \overline{C} \cdot \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 1 & 1 \\ B & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + C \cdot \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 1 & 1 \\ B & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + C \cdot (A \equiv B)$$

4 Совершенная дизъюнктивная нормальная форма

Совершенная дизъюнктивная нормальная форма:

$$F(A, B, C) = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C + A \cdot B \cdot C$$

5 Минимальные дизъюнктивные нормальные формы

Воспользовавшись картой Карно, получим минимальную дизъюнктивную форму (она единственна, потому что единицы можно сгруппировать лишь одним способом):

$$F(A, B, C) = \overline{A} \cdot \overline{B} + A \cdot B \cdot C$$

6 Новые представления функции

Из дизъюнктивных разложений, используя ортогональность, получим новые представления функции.

$$F(A,B,C) = \overline{A} \cdot \overline{B} \oplus A \cdot B \cdot C$$
$$F(A,B,C) = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \oplus C \cdot (A \equiv B)$$
$$F(A,B,C) = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \oplus \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C \oplus A \cdot B \cdot C$$

7 Конъюнктивные разложения Шеннона

$$\begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ B & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \left(A + \begin{pmatrix} B & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}\right) \cdot \left(\overline{A} + \begin{pmatrix} B & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\right) = (A + \overline{B}) \cdot (\overline{A} + B \cdot C)$$

$$\begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ B & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \left(B + \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}\right) \cdot \left(\overline{B} + \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\right) = (B + \overline{A}) \cdot (\overline{B} + A \cdot C)$$

$$\begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ B & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \left(C + \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 1 & 1 \\ B & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\right) \cdot \left(\overline{C} + \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 1 & 1 \\ B & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\right) = (C + \overline{A} \cdot \overline{B}) \cdot (\overline{C} + (A \equiv B))$$

8 Совершенная конъюнктивная нормальная форма

Воспользовавшись двойственностью, получим СКНФ из СДНФ.

$$F(A,B,C) = (A + B + \overline{C}) \cdot (A + \overline{B} + C) \cdot (A + \overline{B} + \overline{C}) \cdot (\overline{A} + B + C) \cdot (\overline{A} + B + \overline{C})$$

9 Минимальные конъюнктивные нормальные формы

По карте Карно мы можем увидеть, что нули можно сгруппировать двумя способами. Соответсвенно, получим две минимальные конъюнктивные нормальные формы.

$$F(A,B,C) = (A + \overline{B}) \cdot (\overline{B} + C) \cdot (\overline{A} + B)$$
$$F(A,B,C) = (A + \overline{B}) \cdot (\overline{A} + C) \cdot (\overline{A} + B)$$

10 Новые представления функции

Из конъюнктивных разложений, используя ортогональность, получим новые представления функции

$$F(A,B,C) = (A + \overline{B}) \equiv (\overline{A} + B \cdot C)$$
$$F(A,B,C) = (B + \overline{A}) \equiv (\overline{B} + A \cdot C)$$
$$F(A,B,C) = (C + \overline{A} \cdot \overline{B}) \equiv (\overline{C} + (A \equiv B))$$
$$F(A,B,C) = (A + B + \overline{C}) \equiv (A + \overline{B} + C) \equiv (A + \overline{B} + \overline{C}) \equiv (\overline{A} + B + C) \equiv (\overline{A} + B + \overline{C})$$

11 Производные функции

$$F'_A = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ B & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}'_A = \begin{pmatrix} B & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} B & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = B \implies C$$

$$F'_B = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ B & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}'_B = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = A \implies C$$

$$F'_C = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ B & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}'_C = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 1 & 1 \\ B & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 1 & 1 \\ B & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = A \cdot B$$

12 Разложения Рида

Воспользовавшись формулами $F(x) = F(0) \oplus x \cdot F'_x$ и $F(x) = F(1) \oplus \overline{x} \cdot F'_x$, получим следующие разложения:

$$F(A,B,C) = F(0,B,C) \oplus A \cdot F'_A(A,B,C) = \overline{B} \oplus A \cdot (B \implies C)$$
$$F(A,B,C) = F(1,B,C) \oplus \overline{A} \cdot F'_A(A,B,C) = B \cdot C \oplus \overline{A} \cdot (B \implies C)$$
$$F(A,B,C) = F(A,0,C) \oplus B \cdot F'_B(A,B,C) = \overline{A} \oplus B \cdot (A \implies C)$$
$$F(A,B,C) = F(A,1,C) \oplus \overline{B} \cdot F'_B(A,B,C) = A \cdot C \oplus \overline{B} \cdot (A \implies C)$$
$$F(A,B,C) = F(A,B,0) \oplus C \cdot F'_C(A,B,C) = \overline{A} \cdot \overline{B} \oplus C \cdot (A \cdot B)$$
$$F(A,B,C) = F(A,B,1) \oplus \overline{C} \cdot F'_C(A,B,C) = (A \equiv B) \oplus \overline{C} \cdot (A \cdot B)$$

13 Двойственные разложения Рида

Воспользуемся формулами $F(x) = F(0) \equiv (\overline{x} + \overline{F'_x})$ и $F(x) = F(1) \equiv (x + \overline{F'_x})$ получим двойственные разложения Рида.

$$F(A,B,C) = F(0,B,C) \equiv (\overline{A} + \overline{F'_A}) = \overline{B} \equiv (\overline{A} + (B \not\Rightarrow C))$$
$$F(A,B,C) = F(1,B,C) \equiv (A + \overline{F'_A}) = B \cdot C \equiv (A + (B \not\Rightarrow C))$$
$$F(A,B,C) = F(A,0,C) \equiv (\overline{B} + \overline{F'_B}) = \overline{A} \equiv (\overline{B} + (A \not\Rightarrow C))$$
$$F(A,B,C) = F(A,1,C) \equiv (B + \overline{F'_B}) = A \cdot C \equiv (B + (A \not\Rightarrow C))$$
$$F(A,B,C) = F(A,B,0) \equiv (\overline{C} + \overline{F'_C}) = \overline{A} \cdot \overline{B} \equiv (\overline{C} + \overline{A} + \overline{B})$$
$$F(A,B,C) = F(A,B,1) \equiv (C + \overline{F'_C}) = (A \equiv B) \equiv (C + \overline{A} + \overline{B})$$

14 Все производные с помощью таблицы истинности

A	0	0	0	0	1	1	1	1
B	0	0	1	1	0	0	1	1
C	0	1	0	1	0	1	0	1
F	1	1	0	0	0	0	0	1
F'_A	1	1	0	1	1	1	0	1
F'_B	1	1	1	1	0	1	0	1
F'_C	0	0	0	0	0	0	1	1
F''_{AB}	1	0	1	0	1	0	1	0
F''_{AC}	0	0	1	1	0	0	1	1
F''_{BC}	0	0	0	0	1	1	1	1
F'''_{ABC}	1	1	1	1	1	1	1	1

15 Аналитический вид производных

Из задания 11:

$$F'_A = B \implies C$$
$$F'_B = A \implies C$$
$$F'_C = A \cdot B$$

Воспользовавшись таблицей истинности из предыдущего задания, найдём аналитический вид смешанных производных.

$$F''_{AB} = \overline{C}$$
$$F''_{AC} = B$$
$$F''_{BC} = A$$
$$F'''_{ABC} = 1$$

16 Разложение в ряд Маклорена в базисе $\{1, \oplus, \cdot\}$

Разложим функцию F в ряд Маклорена в базисе $\{1, \oplus, \cdot\}$. Получим полином Жегалкина.

$$F(A, B, C) = 1 \oplus A \oplus B \oplus A \cdot B \oplus A \cdot B \cdot C$$

17 Разложение в ряд Тейлора в базисе $\{1, \oplus, \cdot\}$

Разложим функцию F в ряд Тейлора в каждой точке пространства в базисе $\{1, \oplus, \cdot\}$. При разложении будем использовать сокращенную запись $\overline{A} = A \oplus 1$, $\overline{B} = B \oplus 1$, $\overline{C} = C \oplus 1$.

$$(0,0,0) : F(A, B, C) = 1 \oplus A \oplus B \oplus A \cdot B \oplus A \cdot B \cdot C$$

$$(0,0,1) : F(A, B, C) = 1 \oplus A \oplus B \oplus A \cdot B \cdot \overline{C}$$

$$(0,1,0) : F(A, B, C) = \overline{B} \oplus A \cdot \overline{B} \oplus A \cdot C \oplus A \cdot \overline{B} \cdot C$$

$$(0,1,1) : F(A, B, C) = A \oplus \overline{B} \oplus A \cdot \overline{C} \oplus A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$$

$$(1,0,0) : F(A, B, C) = \overline{A} \oplus \overline{A} \cdot B \oplus B \cdot C \oplus \overline{A} \cdot B \cdot C$$

$$(1,0,1) : F(A, B, C) = \overline{A} \oplus B \oplus B \cdot \overline{C} \oplus \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C}$$

$$(1,1,0) : F(A, B, C) = \mathrm{C} \oplus \overline{A} \cdot \overline{B} \oplus \overline{A} \cdot C \oplus \overline{B} \cdot C \oplus \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C$$

$$(1,1,1) : F(A, B, C) = \overline{A} \oplus \overline{B} \oplus \overline{C} \oplus \overline{A} \cdot \overline{C} \oplus \overline{B} \cdot \overline{C} \oplus \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$$

18 Разложение в ряд Маклорена в базисе $\{0, \equiv, +\}$

Разложим функцию F в ряд Маклорена в базисе $\{0, \equiv, +\}$.

$$F(A, B, C) = A \equiv B \equiv C \equiv (A + C) \equiv (B + C) \equiv (A + B + C)$$

19 Разложение в ряд Тейлора $\{0, \equiv, +\}$

Разложим функцию F в ряд Тейлора в каждой точке пространства в базисе $\{0, \equiv, +\}$. При разложении будем использовать сокращённую запись: $\overline{A} = A \equiv 0$, $\overline{B} = B \equiv 0$, $\overline{C} = C \equiv 0$,

$$(1,1,1) : F(A, B, C) = A \equiv B \equiv C \equiv (A + C) \equiv (B + C) \equiv (A + B + C)$$

$$(1,1,0) : F(A, B, C) = 0 \equiv \overline{C} \equiv (A + B) \equiv (A + \overline{C}) \equiv (B + \overline{C}) \equiv (A + B + \overline{C})$$

$$(1,0,1) : F(A, B, C) = 0 \equiv A \equiv \overline{B} \equiv (\overline{B} + C) \equiv (A + \overline{B} + C)$$

$$(1,0,0) : F(A, B, C) = 0 \equiv A \equiv (A + \overline{B}) \equiv (\overline{B} + \overline{C}) \equiv (A + \overline{B} + \overline{C})$$

$$(0,1,1) : F(A, B, C) = 0 \equiv \overline{A} \equiv B \equiv (\overline{A} + C) \equiv (\overline{A} + B + C)$$

$$(0,1,0) : F(A, B, C) = 0 \equiv B \equiv (\overline{A} + B) \equiv (\overline{A} + \overline{C}) \equiv (\overline{A} + B + \overline{C})$$

$$(0,0,1) : F(A, B, C) = \overline{A} \equiv \overline{B} \equiv (\overline{A} + \overline{B} + C)$$

$$(0,0,0) : F(A, B, C) = \overline{A} \equiv \overline{B} \equiv (\overline{A} + \overline{B}) \equiv (\overline{A} + \overline{B} + \overline{C})$$

20 Минимальное количество операций

21 Минимальное количество блоков в каждом базисе

21.1 Базис 01

Получим представление F в базисе $\{\circ\}$ с минимальным количеством блоков, преобразовав одну из МКНФ, полученных до этого.

$$(A+\overline{B})\cdot(\overline{A}+C)\cdot(\overline{A}+B) = (A+\overline{B})\cdot(\overline{A}+B)\cdot(\overline{A}+C) = \overline{\overline{A}\cdot B}\cdot\overline{A\cdot\overline{B}}\cdot(\overline{A}+C) = \overline{\overline{A}\cdot B + A\cdot\overline{B}}\cdot\overline{A\cdot\overline{C}} =$$
$$(\overline{A}\cdot B + A\cdot\overline{B}) \circ (A\cdot\overline{C}) = ((\overline{A}+\overline{B})\cdot(A+B)) \circ (\overline{A}\circ C) = (\overline{A\cdot B}\cdot\overline{\overline{A}\cdot\overline{B}}) \circ ((A\circ A)\circ C) =$$
$$((A\cdot B)\circ(\overline{A}\circ\overline{B}))\circ((A\circ A)\circ C) = ((\overline{A}\circ\overline{B})\circ(A\circ B))\circ((A\circ A)\circ C) =$$
$$(((A\circ A)\circ(B\circ B))\circ(A\circ B))\circ((A\circ A)\circ C)$$

21.2 Базис 02

Получим представление F в базисе $\{|\}$ с минимальным количеством блоков, преобразовав МДНФ, полученных до этого.

$$\overline{A}\cdot\overline{B} + A\cdot B\cdot C = \overline{A+B} + A\cdot B\cdot C = \overline{(A+B)\cdot\overline{A\cdot B\cdot C}} = \overline{\overline{\overline{A}\cdot\overline{B}}\cdot\overline{A\cdot B\cdot C}} =$$
$$\overline{\overline{(A\cdot C+\overline{B})\cdot\overline{A}}\cdot\overline{(A\cdot C+\overline{B})\cdot B}} = \overline{\overline{\overline{\overline{A\cdot C}\cdot B}\cdot\overline{A}}\cdot\overline{\overline{\overline{A\cdot C}\cdot B}\cdot B}} = \overline{\overline{\overline{A\cdot C}\cdot B}\cdot\overline{A}}|\overline{\overline{\overline{A\cdot C}\cdot B}\cdot B} =$$
$$\overline{\overline{\overline{A\cdot C}|B}\cdot\overline{A}}|\overline{\overline{\overline{A\cdot C}|B}\cdot B} = \overline{((A|C)|B)\cdot\overline{A}}|\overline{((A|C)|B)\cdot B} = ((A|C)|B)|(A|A)|(((A|C)|B)|B)$$

21.3 Базис 03

Получим представление F в базисе $\{0, \implies\}$ с минимальным количеством блоков, преобразовав МДНФ, полученную до этого.

$$\overline{A}\cdot\overline{B}+A\cdot B\cdot C = A\cdot B\cdot C+(A+\overline{B})\cdot\overline{A} = \overline{\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}}+\overline{\overline{A}\cdot B}\cdot\overline{A} = (\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}) \implies \overline{\overline{A}\cdot B+A} =$$
$$(C \implies (\overline{A}+\overline{B})) \implies ((\overline{A}\cdot B+A) \implies 0) = (C \implies (\overline{A}+\overline{B})) \implies ((\overline{\overline{B}+A}+A) \implies 0) =$$
$$(C \implies (\overline{A}+\overline{B})) \implies (((\overline{B}+A) \implies A) \implies 0) =$$
$$(C \implies (B \implies (A \implies 0))) \implies (((B \implies A) \implies A) \implies 0)$$

21.4 Базис 04

Получим представление F в базисе $\{1, \not\Longrightarrow\}$ с минимальным количеством блоков, преобразовав одну из МКНФ, полученых до этого.

$$(\overline{A}+B)\cdot(A+\overline{B})\cdot(\overline{B}+C) = (\overline{A}+B)\cdot\overline{B\cdot\overline{C}}\cdot\overline{\overline{A}\cdot B} = \overline{\overline{\overline{A}+B}+B\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot B} =$$
$$(\overline{A}+B) \not\Longrightarrow B\cdot(\overline{C}+\overline{A}\cdot B) = \overline{\overline{1}+A\cdot\overline{B}} \not\Longrightarrow \overline{\overline{B}+\overline{\overline{\overline{C}+\overline{A}\cdot B}}} =$$
$$\overline{\overline{1}+A\cdot\overline{B}} \not\Longrightarrow (B \not\Longrightarrow \overline{\overline{C}+\overline{A}\cdot B}) = (1 \not\Longrightarrow A\cdot\overline{B}) \not\Longrightarrow (B \not\Longrightarrow (C \not\Longrightarrow \overline{A}\cdot B)) =$$
$$(1 \not\Longrightarrow \overline{\overline{A}+B}) \not\Longrightarrow (B \not\Longrightarrow (C \not\Longrightarrow \overline{A+\overline{B}})) = (1 \not\Longrightarrow (A \not\Longrightarrow B)) \not\Longrightarrow (B \not\Longrightarrow (C \not\Longrightarrow (B \not\Longrightarrow A)))$$

21.5 Базис 05

Получим представление F в базисе $\{0, \implies\}$ с минимальным количеством блоков, преобразовав одну из МКНФ, полученных до этого.

$$(\overline{A}+C)\cdot(\overline{A}+B)\cdot(A+\overline{B}) = \overline{\overline{\overline{A}+C}+A\cdot\overline{B}+\overline{A}\cdot B} = (\overline{A}+C) \not\Longrightarrow (A\cdot\overline{B}+\overline{A}\cdot B) =$$
$$(A \implies C) \not\Longrightarrow (\overline{\overline{A}+B}+\overline{A}\cdot B) = (A \implies C) \not\Longrightarrow ((\overline{A}+B) \implies \overline{A}\cdot B) =$$
$$(A \implies C) \not\Longrightarrow ((A \implies B) \implies \overline{A+\overline{B}}) = (A \implies C) \not\Longrightarrow ((A \implies B) \implies (B \not\Longrightarrow A))$$

21.6 Базис 06

$$\overline{A} \cdot \overline{B} + A \cdot B \cdot C = (\overline{A} + \overline{B} + C) \cdot (\overline{A} \cdot \overline{B} + A \cdot B) = (\overline{A} + \overline{B} + C) \cdot (\overline{A} + B)$$

21.7 Базис 07

21.8 Базис 08

21.9 Базис 09

21.10 Базис 10

$$A \cdot B \cdot C + \overline{A} \cdot \overline{B} = \overline{\overline{A} + \overline{B} + \overline{C}} + \overline{A + B}$$

21.11 Базис 11

$$A \cdot B \cdot C + \overline{A} \cdot \overline{B} = (A \cdot C + \overline{B}) \cdot (\overline{A} + B)$$

21.12 Базис 12

21.13 Базис 13

21.14 Базис 14

21.15 Базис 15

21.16 Базис 16

21.17 Базис 17