



IEL – protokol k projektu

Nikita, Smirnov
xsmirn02

18. prosince 2022

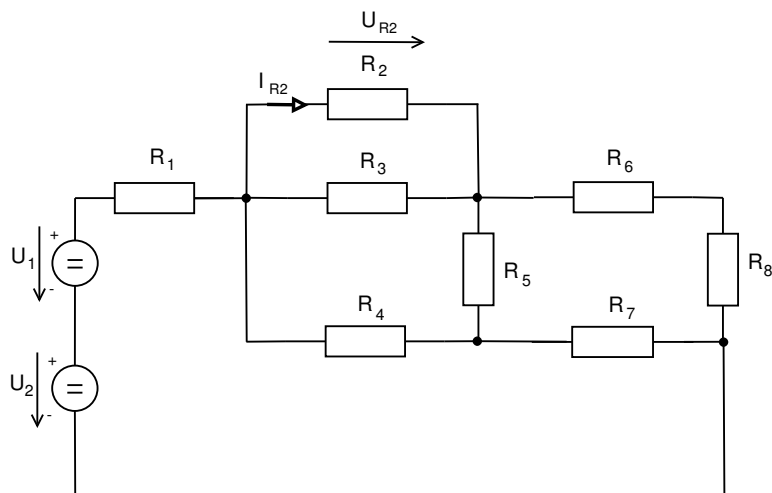
Obsah

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Příklad 1 | 2 |
| 1.1 | Výpočet R_{ekv} | 2 |
| 1.2 | Výpočet U_{R2} a I_{R2} | 5 |
| 1.3 | Dosazení | 6 |
| 2 | Příklad 2 | 7 |
| 2.1 | Výpočet R_i (odpor náhradního obvodu) | 7 |
| 2.2 | Výpočet U_i (napětí náhradního obvodu) | 7 |
| 2.3 | Výpočet U_5 a I_5 | 8 |
| 2.4 | Dosazení | 9 |
| 3 | Příklad 3 | 10 |
| 3.1 | Nahrazení napětového zdroje za proudový | 10 |
| 3.2 | Výpočet uzlových napětí | 10 |
| 3.3 | Výpočet U_{R4} a I_{R4} | 11 |
| 3.4 | Dosazení | 11 |
| 4 | Příklad 4 | 13 |
| 4.1 | Metoda smyčkových proudů | 13 |
| 4.2 | Výpočet φ_{C2} a $ U_{C2} $ | 14 |
| 4.3 | Dosazení | 14 |
| 5 | Příklad 5 | 15 |
| 6 | Shrnutí výsledků | 16 |

Příklad 1

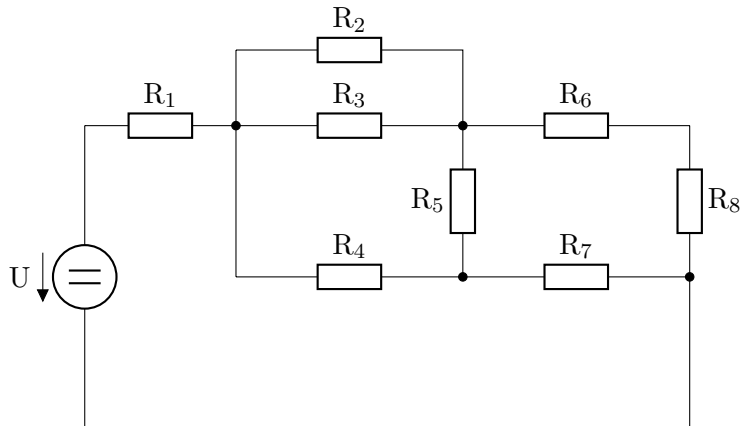
Stanovte napětí U_{R2} a proud I_{R2} . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.

| sk. | U_1 [V] | U_2 [V] | R_1 [Ω] | R_2 [Ω] | R_3 [Ω] | R_4 [Ω] | R_5 [Ω] | R_6 [Ω] | R_7 [Ω] | R_8 [Ω] |
|-----|-----------|-----------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| D | 105 | 85 | 420 | 980 | 330 | 280 | 310 | 710 | 240 | 200 |



Výpočet R_{ekv}

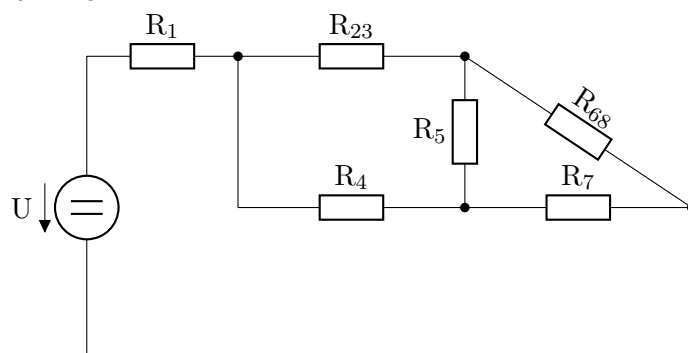
Sečtení sériově zapojených napěťových zdrojů: $U = U_1 + U_2$



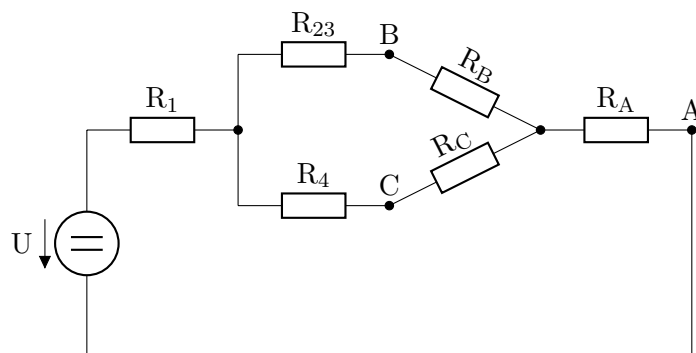
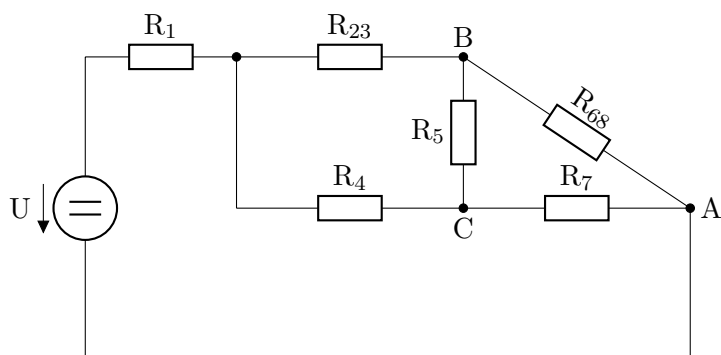
Zjednodušení rezistorů:

R_2, R_3 na R_{23} : $R_{23} = \frac{R_2 \times R_3}{R_2 + R_3}$

R_6, R_8 na R_{68} : $R_{68} = R_6 + R_8$



Transfigurace trojúhelník \rightarrow hvězda.



$$R_A = \frac{R_{68} \times R_7}{R_5 + R_{68} + R_7}$$

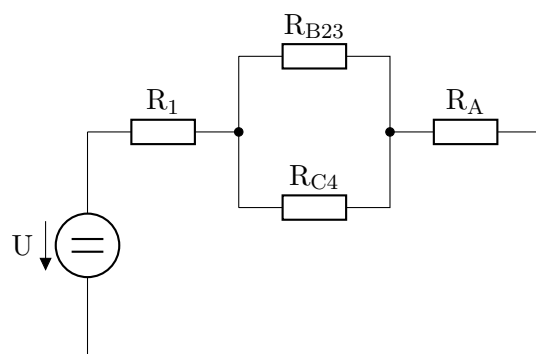
$$R_B = \frac{R_5 \times R_{68}}{R_5 + R_{68} + R_7}$$

$$R_C = \frac{R_5 \times R_7}{R_5 + R_{68} + R_7}$$

Zjednodušení rezistorů:

R_{23}, R_B na R_{B23} : $R_{B23} = R_B + R_{23}$

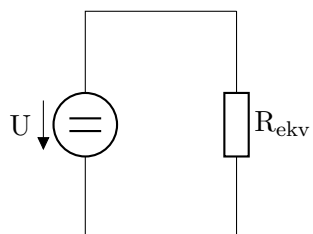
R_4, R_C na R_{C4} : $R_{C4} = R_C + R_4$



Zjednodušení rezistorů:

R_{B23}, R_{C4} na R_{BC234} : $R_{BC234} = \frac{R_{B23} \times R_{C4}}{R_{B23} + R_{C4}}$

R_1, R_A, R_{BC234} na R_{ekv} : $R_{ekv} = R_1 + R_A + R_{BC234}$



Výpočet U_{R_2} a I_{R_2}

Rozložíme obvod zpětně pokud R_2 se neobjeví, a s tohoto vypočítáme U_2 a I_2 . Můžeme upozornit že v tomto obvodu tyto hodnoty se budou rovnat: $I = I_{BC234}$, $U_{BC234} = U_{B23}$, $I_{B23} = I_{23}$, $U_{23} = U_2$

$$\frac{U}{R_{\text{ekv}}} = I$$

$$I_{BC234} \times R_{BC234} = U_{BC234}$$

$$\frac{U_{B23}}{R_{B23}} = I_{B23}$$

$$I_{23} \times R_{23} = U_{23}$$

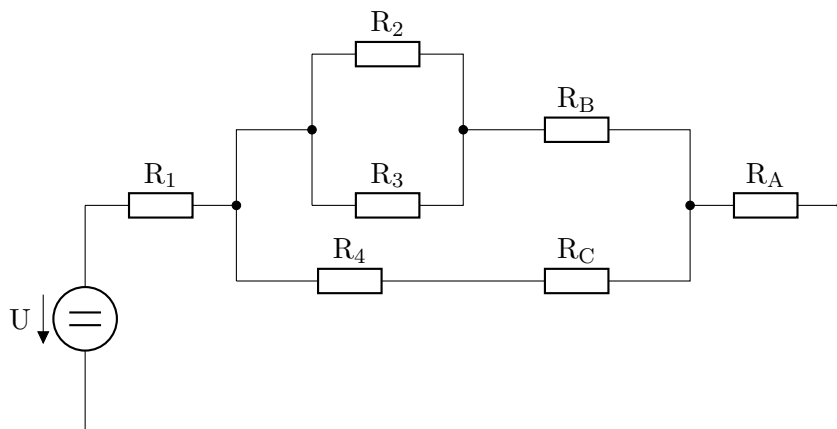
$$\frac{U_2}{R_2} = I_2$$

A z tohoto získáme:

$$\frac{R_{23} \times \frac{R_{BC234} \times \frac{U}{R_{\text{ekv}}}}{R_{B23}}}{R_2} = I_2$$

Pak vypočítáme U_2 :

$$U_2 = I_2 \times R_2$$



Dosazení

$$U = U_1 + U_2 = 105 + 85 = 190 \text{ V}$$

$$R_{23} = \frac{R_2 \times R_3}{R_2 + R_3} = \frac{980 \times 330}{980 + 330} = 246.8702 \, \Omega$$

$$R_{68} = R_6 + R_8 = 710 + 200 = 910 \, \Omega$$

$$R_A = \frac{R_{68} \times R_7}{R_5 + R_{68} + R_7} = \frac{910 \times 240}{310 + 910 + 240} = 149.5890 \, \Omega$$

$$R_B = \frac{R_5 \times R_{68}}{R_5 + R_{68} + R_7} = \frac{310 \times 910}{310 + 910 + 240} = 193.2192 \, \Omega$$

$$R_C = \frac{R_5 \times R_7}{R_5 + R_{68} + R_7} = \frac{310 \times 240}{310 + 910 + 240} = 50.9589 \, \Omega$$

$$R_{B23} = R_B + R_{23} = 193.2192 + 246.8702 = 440.0894 \, \Omega$$

$$R_{C4} = R_C + R_4 = 50.9589 + 280 = 330.9589 \, \Omega$$

$$R_{BC234} = \frac{R_{B23} \times R_{C4}}{R_{B23} + R_{C4}} = \frac{440.0894 \times 330.9589}{440.0894 + 330.9589} = 188.9006 \, \Omega$$

$$R_{\text{ekv}} = R_1 + R_A + R_{BC234} = 420 + 149.5890 + 188.9006 = 758.4896 \, \Omega$$

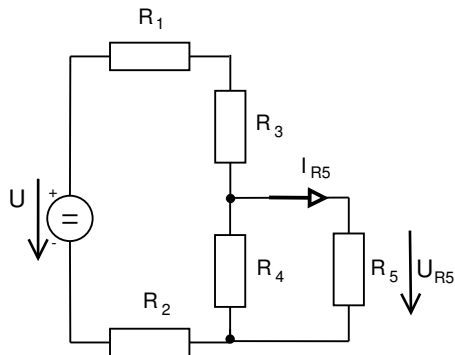
$$I_2 = \frac{R_{23} \times \frac{R_{BC234} \times \frac{U}{R_{\text{ekv}}}}{R_{B23}}}{R_2} = \frac{246.8702 \times \frac{188.9006 \times \frac{190}{758.4896}}{440.0894}}{980} = 27.0856 \text{ mA}$$

$$U_2 = I_2 \times R_2 = 0.0270856 \times 980 = 26.5439 \text{ V}$$

Příklad 2

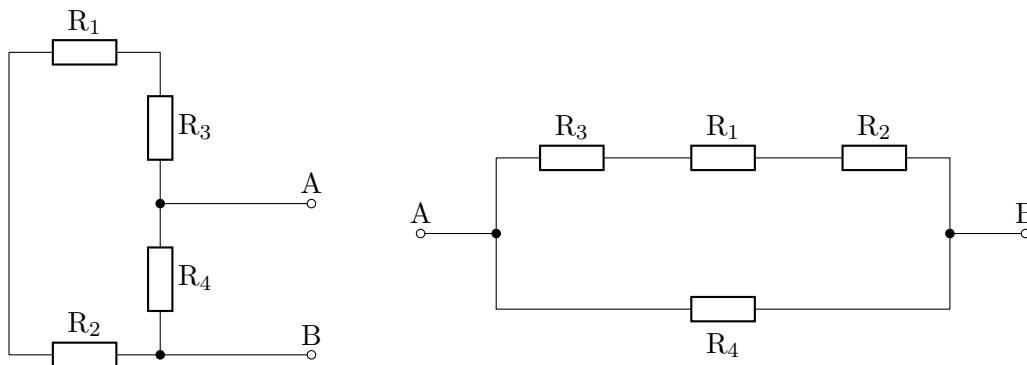
Stanovte napětí U_{R5} a proud I_{R5} . Použijte metodu Théveninovy věty.

| sk. | U [V] | R_1 [Ω] | R_2 [Ω] | R_3 [Ω] | R_4 [Ω] | R_5 [Ω] |
|-----|---------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| G | 180 | 250 | 315 | 615 | 180 | 460 |



Výpočet R_i (odpor náhradního obvodu)

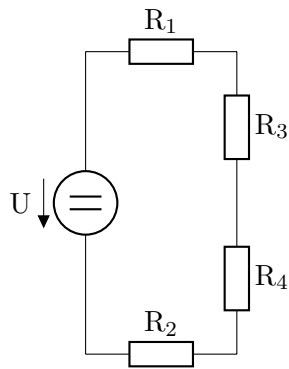
Odpojíme řešený odpor R_5 a uzly, na které byl tento odpor připojen označíme jako A a B . Mezi těmito dvěma body najdeme odpor R_i



$$R_i = \frac{(R_3 + R_1 + R_2) \times R_4}{R_3 + R_1 + R_2 + R_4}$$

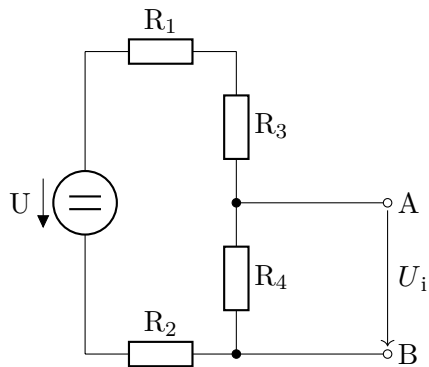
Výpočet U_i (napětí náhradního obvodu)

Pro tento výpočet taky odstraníme součástku R_5 a nejdeme proud I_A .



$$I_A = \frac{U}{R_1 + R_3 + R_4 + R_2}$$

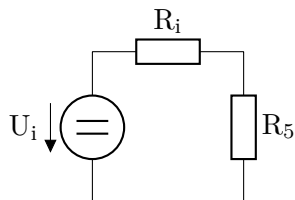
Teď můžeme najít napětí U_i , které můžeme spočítat mezi body A a B určené při výpočtu R_i a použít I_A .



$$\begin{aligned} U_i - U_4 &= 0 \\ U_i &= U_4 \\ U_i &= I_A \times R_4 \end{aligned}$$

Výpočet U_5 a I_5

Teď máme U_i a R_i , a už můžeme vypočítat I_i a pak zjistit hodnoty I_5 a U_5 pomocí náhradního obvodu.



$$\begin{aligned} I_i &= \frac{U_i}{R_i + R_5} \\ U_5 &= I_i \times R_5 \\ I_5 &= \frac{U_5}{R_5} \end{aligned}$$

Dosazení

$$R_i = \frac{(R_3 + R_1 + R_2) \times R_4}{R_3 + R_1 + R_2 + R_4} = \frac{(615 + 250 + 315) \times 180}{615 + 250 + 315 + 180} = 156.1765 \, \Omega$$

$$I_A = \frac{U}{R_1 + R_3 + R_4 + R_2} = \frac{180}{250 + 615 + 180 + 315} = 132.3529 \, \text{mA}$$

$$U_i = I_A \times R_4 = 0.1323529 \times 180 = 23.8235 \, \text{V}$$

$$I_i = \frac{U_i}{R_i + R_5} = \frac{23.8235}{156.1765 + 460} = 38.6634 \, \text{mA}$$

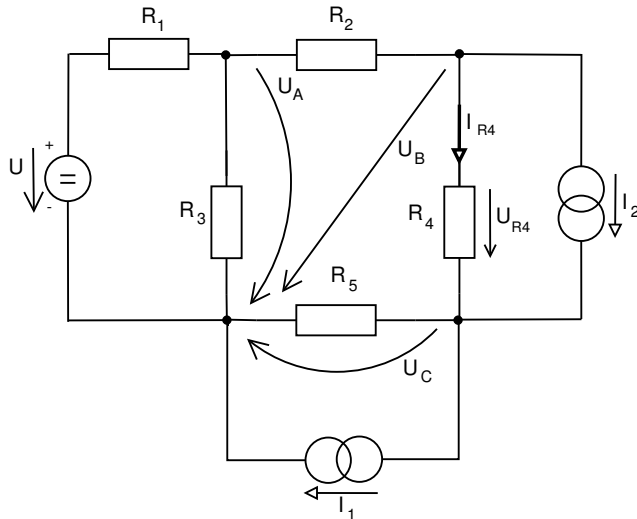
$$U_5 = I_i \times R_5 = 0.0386634 \times 460 = 17.7852 \, \text{V}$$

$$I_5 = \frac{U_5}{R_5} = \frac{17.7852}{460} = 38.6635 \, \text{mA}$$

Příklad 3

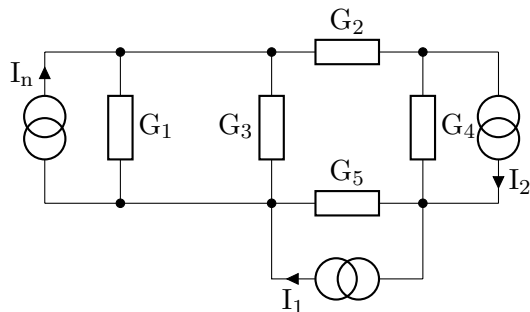
Stanovte napětí U_{R4} a proud I_{R4} . Použijte metodu uzlových napětí (U_A, U_B, U_C).

| sk. | U [V] | I_1 [A] | I_2 [A] | R_1 [Ω] | R_2 [Ω] | R_3 [Ω] | R_4 [Ω] | R_5 [Ω] |
|-----|---------|-----------|-----------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| C | 110 | 0.85 | 0.75 | 44 | 31 | 56 | 20 | 30 |



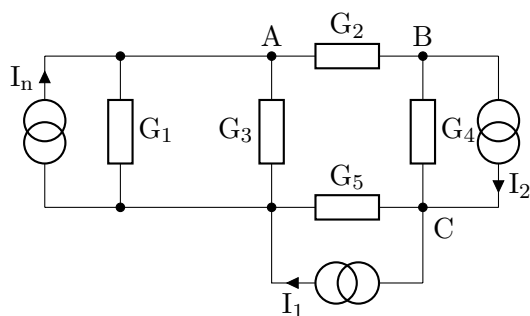
Nahrazení napěťového zdroje za proudový

Pro náhradu použijme $I_n = G_1 U$ (pro snazší počítání vodivosti)



Výpočet uzlových napětí

Použijme metodu uzlových napětí a vypočítáme U_A, U_B, U_C



$$\begin{aligned}I_{R1} - I_{R2} - I_{R3} &= 0 \\I_{R2} - I_{R4} - I_2 &= 0 \\I_{R4} + I_2 - I_{R5} - I_1 &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}G_1(U - U_A) - G_2(U_A - U_B - U_C) - G_3U_A &= 0 \\G_2(U_A - U_B - U_C) - G_4(U_B - U_C) &= I_2 \\G_4(U_B - U_C) - G_5U_C &= I_1 - I_2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(G_1 + G_2 + G_3)U_A - G_2U_B - G_2U_C &= G_1U \\G_2U_A - (G_2 + G_4)U_B - (G_2 - G_4)U_C &= I_2 \\G_4U_B - (G_4 + G_5)U_C &= I_1 - I_2\end{aligned}$$

Teď převedeme soustavu na matice (A je matice vodivosti, x je matice napětí, B je matice proudu). A pak najdeme matici x pomocí $Ax = B \Rightarrow x = A^{-1}B$ (To už bude při dosazování)

$$\begin{pmatrix} G_1 + G_2 + G_3 & -G_2 & -G_2 \\ G_2 & -G_2 - G_4 & G_4 - G_2 \\ 0 & G_4 & -G_4 - G_5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_1U \\ I_2 \\ I_1 - I_2 \end{pmatrix}$$

Výpočet U_{R4} a I_{R4}

Nyní zbývá jen vypočítat napětí na odporu R_4 a pak už stačí jen použít Ohmův zákon k určení proudu.

$$\begin{aligned}U_{R4} &= U_B - U_C \\I_{R4} &= \frac{U_{R4}}{R_4}\end{aligned}$$

Dosazení

$$\begin{pmatrix} 0.0728 & -0.03223 & -0.0323 \\ 0.0323 & -0.08223 & 0.0177 \\ 0 & 0.05 & -0.3833 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.5 \\ 0.75 \\ 0.1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 19.97 & -14.8259 & -10.1943 \\ 9.5829 & -20.4602 & -7.8726 \\ 5.7437 & -12.3361 & -16.1216 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2.5 \\ 0.75 \\ 0.1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}U_A &= 37.786 \text{ V} \\U_B &= 7.8248 \text{ V} \\U_C &= 3.495 \text{ V}\end{aligned}$$

$$U_{R4} = U_B - U_C = 7.8248 - 3.495 = 4.3298 \text{ V}$$

$$U_{R4} = \frac{U_{R4}}{R_4} = \frac{4.3298}{20} = 216.4859 \text{ mA}$$

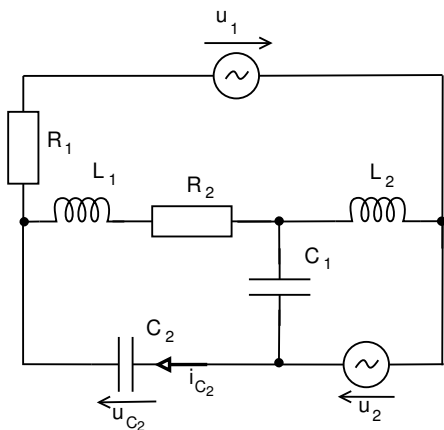
Příklad 4

Pro napájecí napětí platí: $u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi ft)$, $u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi ft)$.

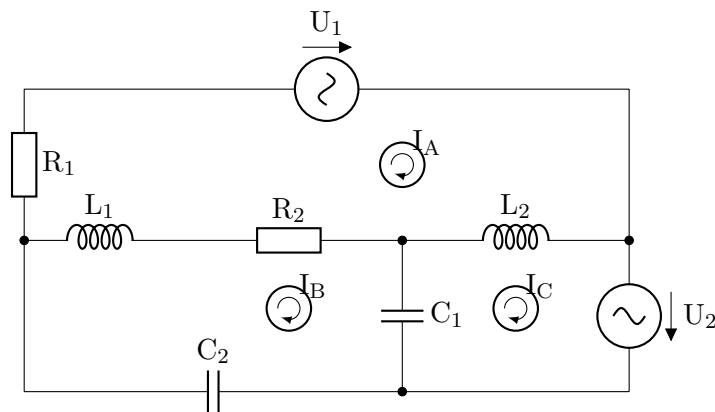
Ve vztahu pro napětí $u_{C_2} = U_{C_2} \cdot \sin(2\pi ft + \varphi_{C_2})$ určete $|U_{C_2}|$ a φ_{C_2} . Použijte metodu smyčkových proudů.

Pozn: Pomocné směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik ($t = \frac{\pi}{2\omega}$).

| sk. | U_1 [V] | U_2 [V] | R_1 [Ω] | R_2 [Ω] | L_1 [mH] | L_2 [mH] | C_1 [μ F] | C_2 [μ F] | f [Hz] |
|-----|-----------|-----------|--------------------|--------------------|------------|------------|------------------|------------------|----------|
| D | 4 | 5 | 13 | 15 | 180 | 90 | 210 | 75 | 85 |



Metoda smyčkových proudů



$$I_A : U_1 + U_{R1} + U_{L1} + U_{R2} + U_{L2} = 0$$

$$I_B : U_{L1} + U_{C1} + U_{C2} = 0$$

$$I_C : U_{L2} + U_{L1} + U_2 = 0$$

$$U = I \times Z$$

$$I_A : I_A(Z_{R1} + Z_{L1} + Z_{R2} + Z_{L2}) - I_B(Z_{L1} + Z_{R2}) - I_C Z_{L2} = -U_1$$

$$I_B : -I_A(Z_{L1} + Z_{R1}) + I_B(Z_{L1} + Z_{R1} + Z_{C1} + Z_{C2}) - I_C Z_{C1} = 0$$

$$I_C : -I_A Z_{L2} - I_B Z_{C1} + I_C(Z_{C1} + Z_{L2}) = -U_2$$

$$\begin{pmatrix} Z_{R1} + Z_{L1} + Z_{R2} + Z_{L2} & Z_{L1} + Z_{R2} & Z_{L2} \\ Z_{L1} + Z_{R1} & Z_{L1} + Z_{R1} + Z_{C1} + Z_{C2} & Z_{C1} \\ Z_{L2} & Z_{C1} & Z_{C1} + Z_{L2} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -U_1 \\ 0 \\ -U_2 \end{pmatrix}$$

Výpočet φ_{C2} a $|U_{C2}|$

$$U_{C2} = I_B \times \frac{-j}{\omega C_2}$$

$$|U_{C2}| = \sqrt{Re(U_{C2})^2 + Im(U_{C2})^2}$$

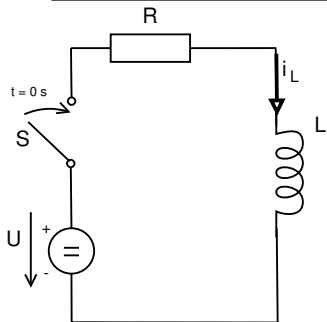
$$\varphi_{C2} = \arctan\left(\frac{Im(U_{C2})}{Re(U_{C2})}\right) \times \frac{\pi}{180} + \pi$$

Dosazení

Příklad 5

V obvodu na obrázku níže v čase $t = 0$ [s] sepne spínač S . Sestavte diferenciální rovnici popisující chování obvodu na obrázku, dále ji upravte dosazením hodnot parametrů. Vypočítejte analytické řešení $i_L = f(t)$. Proveďte kontrolu výpočtu dosazením do sestavené diferenciální rovnice.

| sk. | U [V] | L [H] | R [Ω] | $i_L(0)$ [A] |
|-----|---------|---------|------------------|--------------|
| H | 8 | 50 | 40 | 4 |



Shrnutí výsledků

| Příklad | Skupina | Výsledky | |
|---------|---------|------------------------------|--------------------------------|
| 1 | D | $U_{R2} = 26.5439 \text{ V}$ | $I_{R2} = 27.0856 \text{ mA}$ |
| 2 | G | $U_{R5} = 17.7852 \text{ V}$ | $I_{R5} = 38.6635 \text{ mA}$ |
| 3 | C | $U_{R4} = 4.3298 \text{ V}$ | $I_{R4} = 216.4859 \text{ mA}$ |
| 4 | D | $ U_{C2} =$ | $\varphi_{C2} =$ |
| 5 | H | $i_L =$ | |