

Algorytmy i Struktury Danych (2021)

Lista zadań 9 (kopce dwumianowe i Union-Find)

1. Udowodnij, że:
 - (a) drzewo dwumianowe rzędu n ma 2^n węzłów.
 - (b) na k -tym poziomie drzewa dwumianowego rzędu n znajduje się dokładnie $\binom{n}{k}$ węzłów.
2. Napisz (jak najszybszą) funkcję `int f(int n)` wyliczającą ile jest drzew dwumianowych w kopcu dwumianowym zawierającym n kluczy.
3.
 - (a) Do pustego kopca dwumianowego wstaw (INSERT) kolejno: 1, 12, 3, 14, 5, 16, 7, 20, 25 13, 8
 - (b) Dla otrzymanego kopca dwukrotnie wykonaj operację GETMAX.
4. Zaimplementuj klasę `UnionFind`, której argumentem konstruktora jest ilość n wierzchołków grafu (początkowa liczba zbiorów), metoda `int Find(i)` zwraca reprezentanta i -tego zbioru, a metoda `void Union(int i, int j)` scala zbiory zawierające i oraz j . Zastosuj heurystyki kompresji ścieżek, oraz “podczepiania” zbioru o mniejszej randze pod zbiór o większej randze (patrz Cormen).
5. Zastosuj strukturę z poprzedniego zadania do sprawdzenia czy w tablicy `bool t[n][n]` istnieje ścieżka zawierająca same jedyńki (`true`): (a) od pola `t[0][0]` do `t[n-1][n-1]` (b) od pierwszego do ostatniego wiersza (tzn. jakaś komórka z pierwszego wiersza jest połączona ścieżką z jakąś komórką z ostatniego wiersza). Za ścieżkę uważamy ciąg pól tablicy, które stykają się krawędzią (różną się o 1 numerem kolumny albo wiersza).
6. Zastosuj strukturę `UnionFind` do sprawdzenia ile wysp jedynek zawiera tablica `bool t[n][n]`. Za wyspę uważamy zbiór jedynek taki, że z każdej do każdej można przejść ścieżką zawierającą same jedyńki poruszając się tylko w poziomie i pionie.