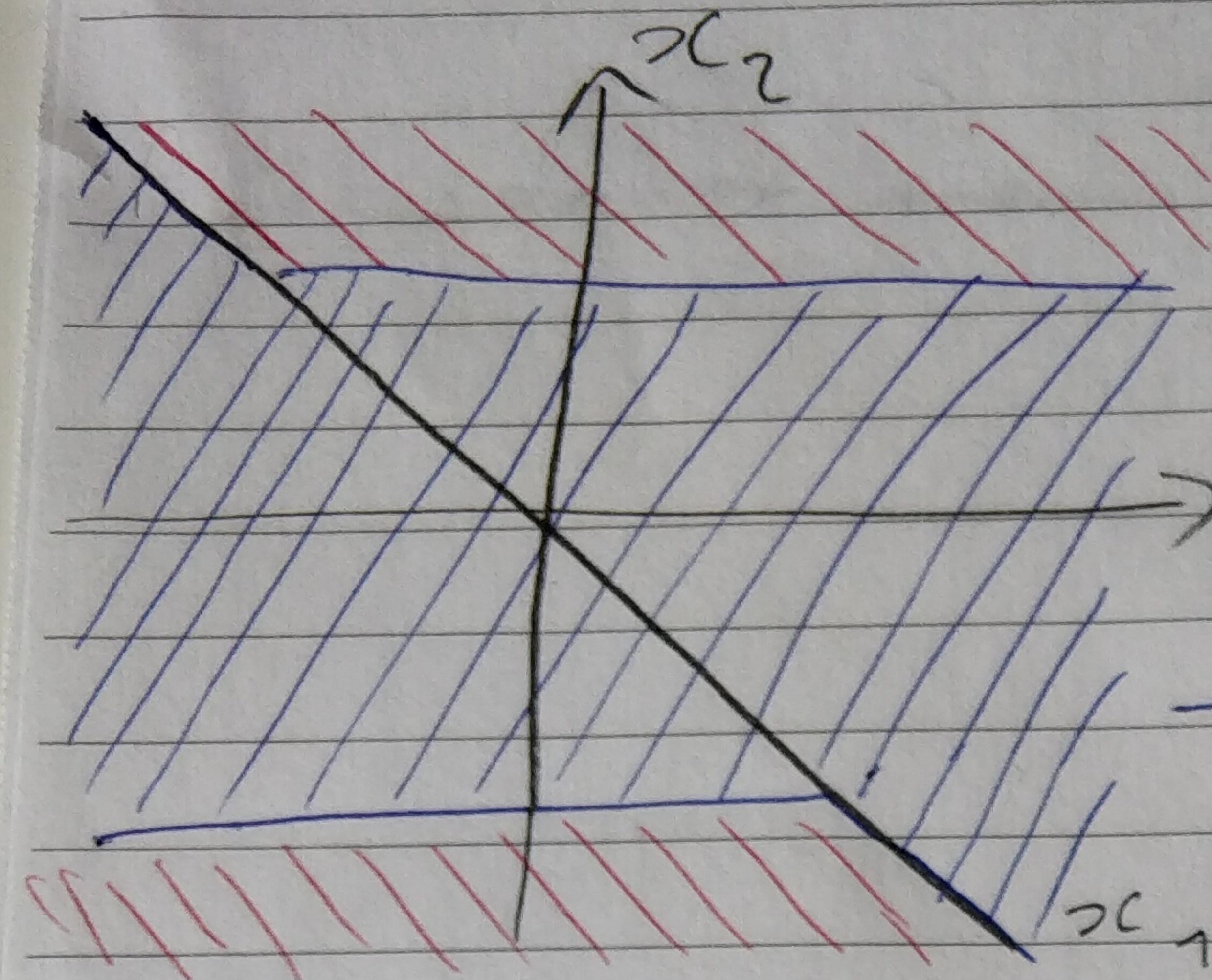
On peut définir l'ensemble des états tq

$S = \{x \,/\, \dot{V}(x) > 0\}$ via l'analyse par intervalle en utilisant PyIBEX



→ on diverge, càd on s'éloigne de la surface

→ on converge, càd on s'approche de la surface.

plus K est grand, plus les surfaces rouges tendent vers l'infini

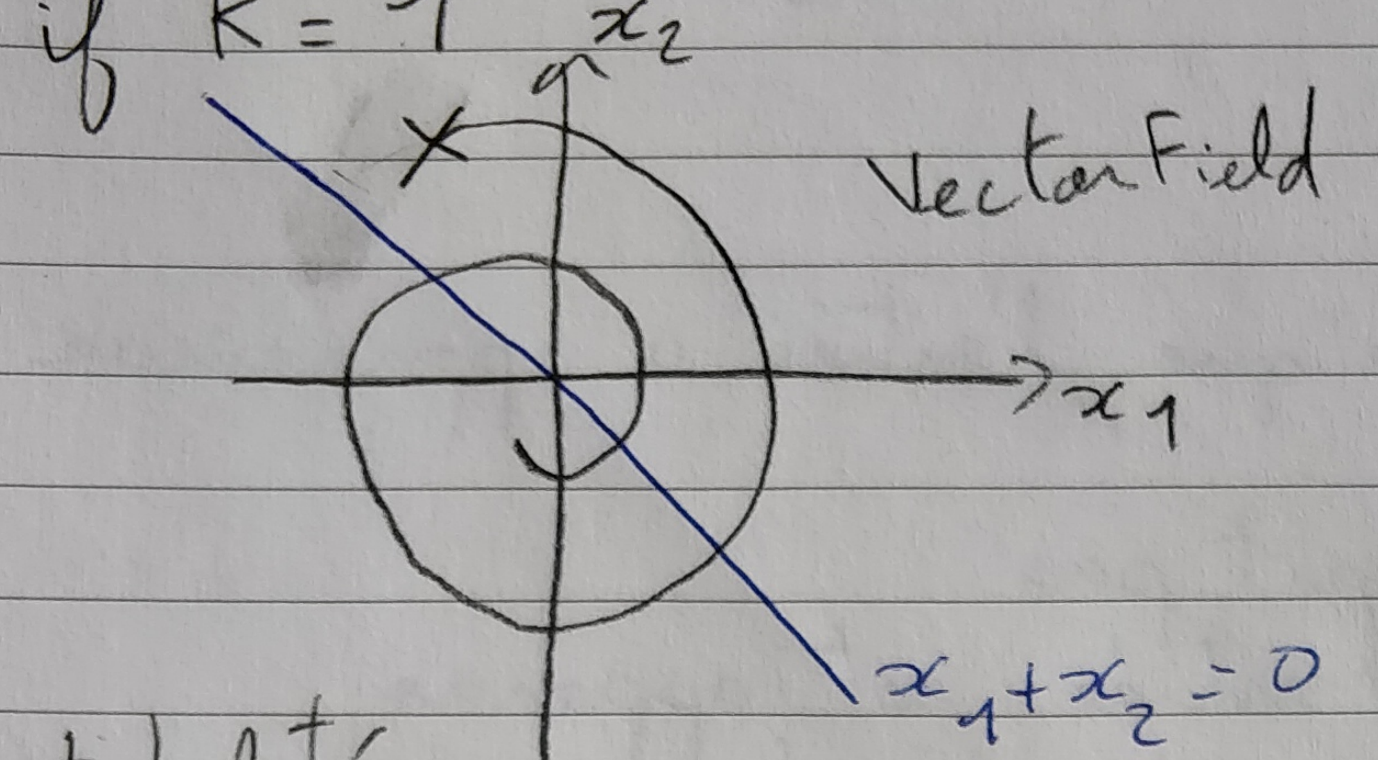
$w(t) = 0 \quad , \forall t$

$\dot{x}_1 = x_2$

$\dot{x}_2 = + K \,\mathrm{sign}\Big((\overset{=0}{\dot{w}} - \underbrace{\dot{y}}_{x_2}) + (\overset{=0}{w} - \underbrace{y}_{x_1}) \Big)$

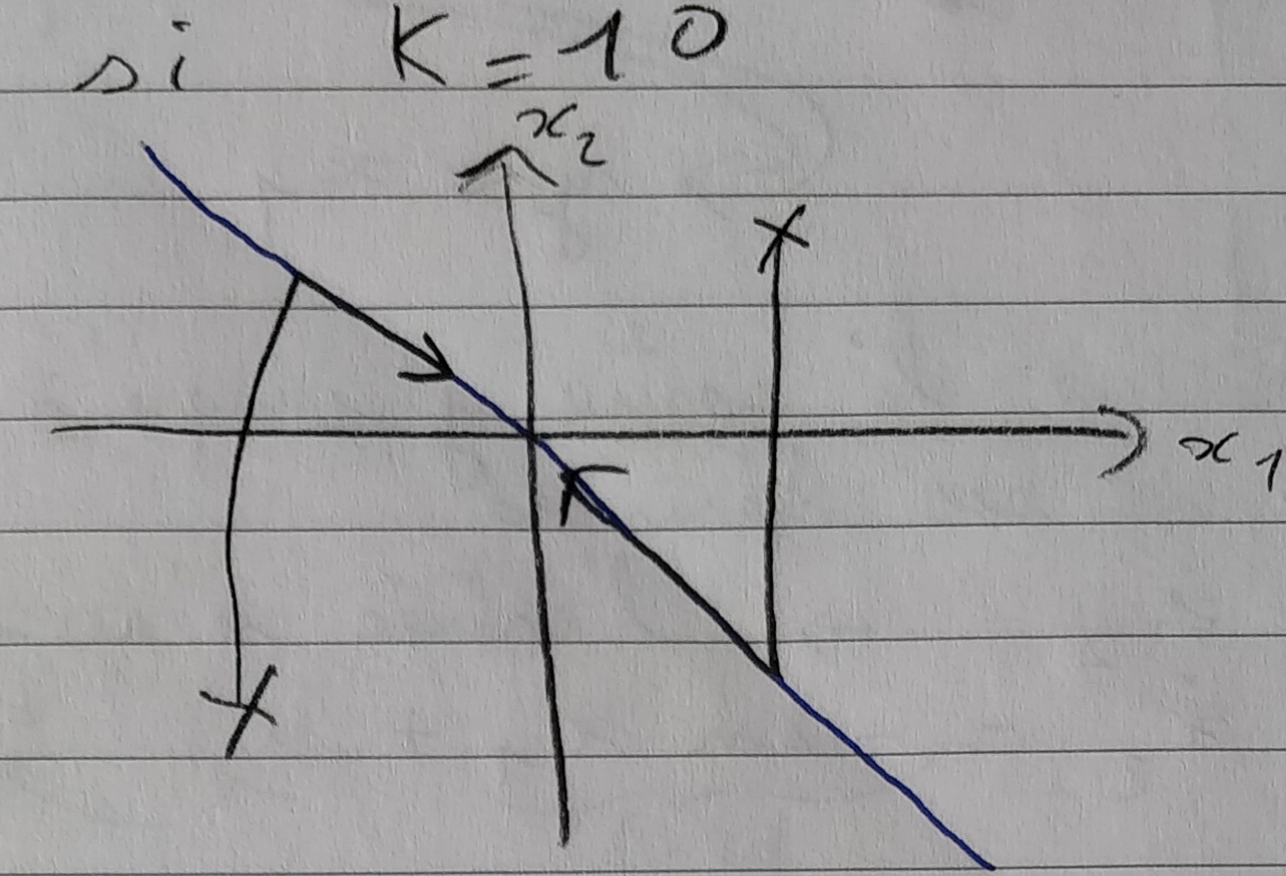
$\Rightarrow \dot{x}_2 = + K \,\mathrm{sign}(-x_2 - x_1) = - K \,\mathrm{sign}(x_1 + x_2)$

if $K = 1$



stabilité moyenne $y + \dot{y} = 0$
On ne converge pas assez vite vers la surface

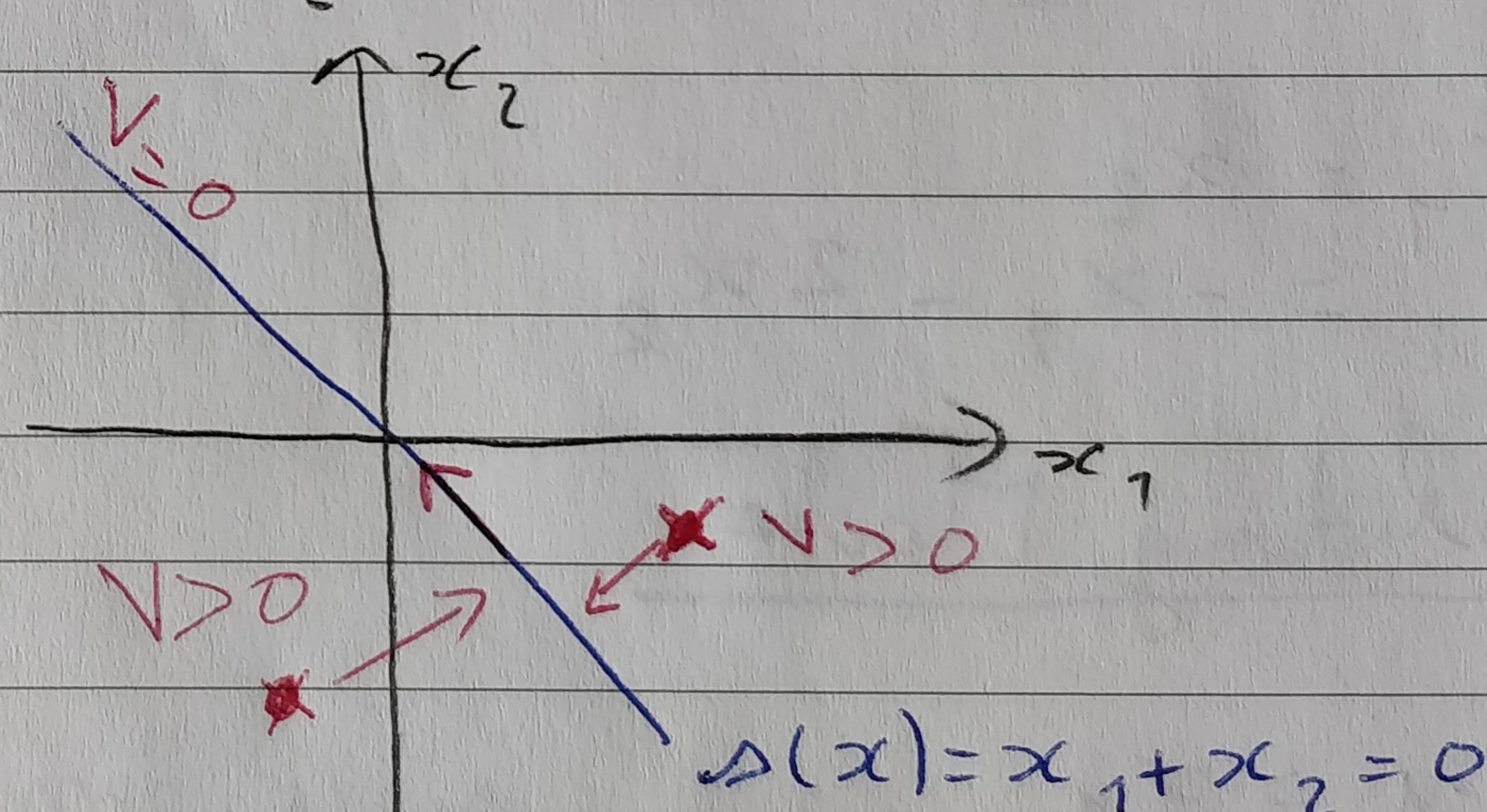
si $K = 10$



③ Choisir K tq on s'approche toujours de la surface sans s'éloigner

$\Rightarrow$ Approche de Lyapunov pr montrer la stabilité
fonction de distance : $V(x) = \frac{1}{2} s^2(x, t) > 0$

sur la surface $V(x) = 0$



$s(x) = x_1 + x_2 = 0$
$V(x) = \frac{1}{2} s^2(x)$

$\dot{V}(x,t) = s(x,t)\, \dot{s}(x,t)$
↳ j'ai besoin de la dérivée pour montrer que $V(x)$ va bien diminuer, ce qui va permettre de se rapprocher de la surface

$\dot{V}(x) = \big((\dot{w} - x_2) + (w - x_1) \big)\big((\ddot{w} - \dot{x}_2) + (\dot{w} - \dot{x}_1) \big)$

$w = 0, \forall t \Rightarrow \dot{V}(x) = (x_2 + x_1)(\dot{x}_2 + \dot{x}_1)$

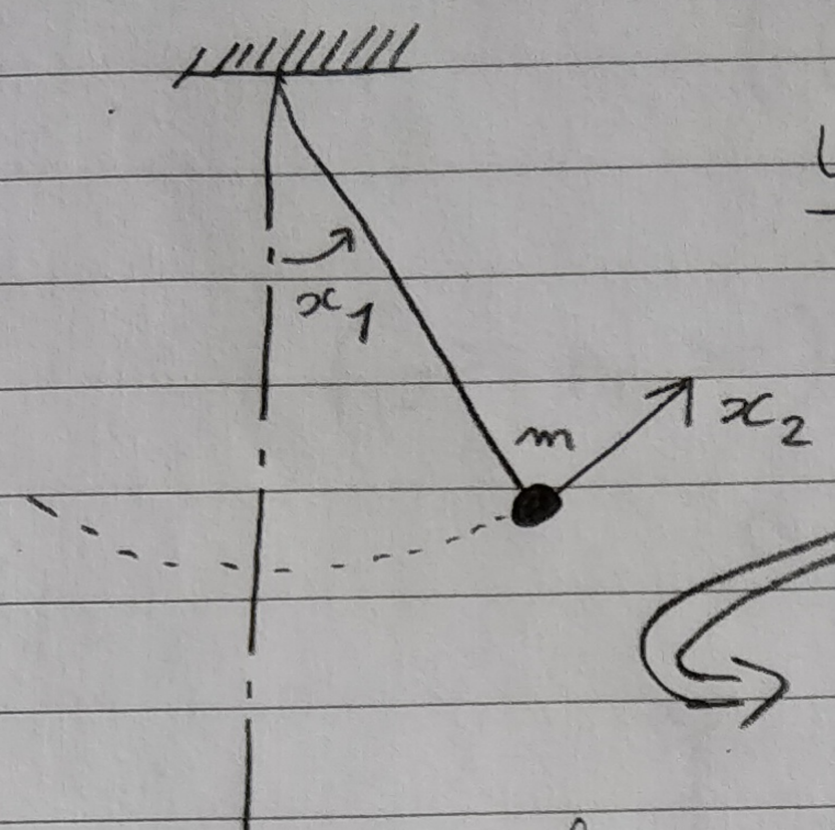
$\dot{x}_1$ ↳ x_2

$\dot{x}_2$ ↳ $- \sin x_1 + u$

$u = \sin x_1 - K \,\mathrm{sign}(x_1 + x_2)$

$\Rightarrow \dot{V}_x = (x_2 + x_1)\big(-K \,\mathrm{sign}(x_1 + x_2) + x_2 \big)$

Sliding Pendulum



$$u \longrightarrow \boxed{\begin{aligned} \dot x_1 &= x_2 \\ \dot x_2 &= -\sin x_1 + u \end{aligned}}$$

tel que x_1 converge vers 0

↳ $y = x_1$

① On dérive la sortie y jusqu'à ce que l'entrée u apparaisse mais pas ses dérivées

$\dot y = x_2$ → l'entrée n'apparait pas

$\ddot y = \dot x_2 = \underbrace{-\sin x_1}_{b(x)} + u$ → l'entrée est apparue

sa dérivée n'est pas apparue → ok

ici $A(x) = 1$

Je peux choisir u comme je veux

$$u = \underbrace{\sin x}_{-b(x)} + (\underbrace{w - y}_{e}) + 2(\underbrace{\dot w - \dot y}_{\dot e}) + \ddot w \rightarrow v$$

$\rightsquigarrow e + 2\dot e + \ddot e = 0$ $\quad\rightsquigarrow P(s) = s^2 + 2s + 1$

$= (s+1)^2$

↳ $\lambda = -1 \rightarrow e^{-1\times t}$

$w(t) = 0, \forall t \Rightarrow w = \dot w = \ddot w = 0$

$$\begin{aligned} \dot x_1 &= x_2 \\ \dot x_2 &= -x_1 - 2x_2 \end{aligned}$$

② Sliding Mode

$y = x_1$ $\quad$ space dimension $n = 2$

$\dot y = x_2$ $\quad$ ↳ nombre de dérivées $= n - 1 = 1$

Je choisis une surface stable

$$s(x,t) = (\underbrace{\dot w - \dot y}_{\dot e}) + (\underbrace{w - y}_{e}) = 0$$

e converge vers zéro car $\dot e + e = 0$

$$u = \underbrace{\sin x_1}_{} + \underbrace{K \,\mathrm{sign}(s(x,t))}_{}$$

↳ linéarisation $\quad$ ↳ converge vers la surface