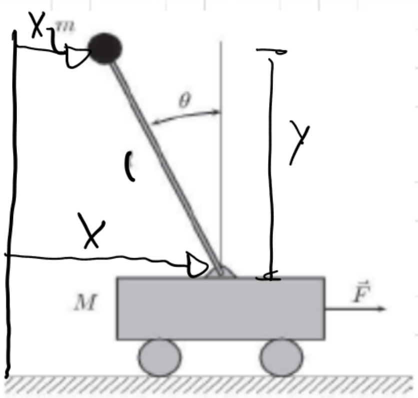
1



$$T_1 = \frac{1}{2} M x^2$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m\left(\dot{x}_2^2 + \dot{y}^2\right)$$

$$x_2 = x - l\sin\theta \qquad \dot{x}_2 = \dot{x} - l\dot{\theta}\cos\theta$$

$$y = l\cos\theta \qquad \dot{y} = -l\dot{\theta}\sin\theta$$

$$T = \frac{1}{2} M x^2 + \frac{1}{2} m\left[(\dot{x} - l\dot{\theta}\cos\theta)^2 + l^2\dot{\theta}^2\sin^2\theta\right]$$

$$T = \frac{1}{2} M x^2 + \frac{1}{2} m\left[(\dot{x}^2 - 2\dot{x}\dot{\theta}l\cos\theta + l^2\dot{\theta}^2\right]$$

$$V = mgl\cos\theta$$

$$L = \frac{1}{2} M x^2 + \frac{1}{2} m\left[(\dot{x}^2 - 2\dot{x}\dot{\theta}l\cos\theta + l^2\dot{\theta}^2\right] - mgl\cos\theta$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = (M+m)\dot{x} - \dot{\theta}ml\cos\theta \qquad \frac{\partial L}{\partial x} = \emptyset$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = ml\cos\theta\,\dot{x} - ml^2\dot{\theta}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = mgl\sin\theta - ml\dot{x}\dot{\theta}\sin\theta$$

$$(M+m)\ddot{x} - \ddot{\theta}ml\cos\theta - ml\dot{\theta}^2\sin\theta = F$$

$$ml\cos\theta\,\ddot{x} + ml^2\ddot{\theta} - mgl\sin\theta = \emptyset$$

$$\sin\theta \approx \theta \qquad \cos\theta \approx 1$$

$$(M+m)\ddot{x} - ml\ddot{\theta} = F$$

$$m\ddot{y} + ml\ddot{\theta} - mg\theta = \emptyset \qquad \text{Entradas} = \begin{bmatrix} x \\ \theta \\ \dot{x} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$$

$$\frac{dx}{dt} = \dot{x} \qquad \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}$$

$$\frac{d}{dt}(\dot{x}) = \ddot{x} = \frac{F}{M} + \frac{mg}{M}\theta$$

$$\frac{d}{dt}(\dot{\theta}) = \ddot{\theta} = -\frac{F}{Ml} - \frac{M+m}{Ml}\theta \qquad \dot{x} = Ax + Bu$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{mg}{M} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(M+m)g}{ML} & 0 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \\ 0 \\ -1/Ml \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad D = [0]$$

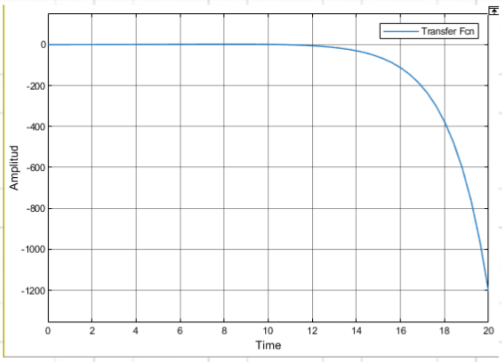
- Con ayuda de Matlab obtenemos la función de transferencia; ademas vemos si es controlable y observable

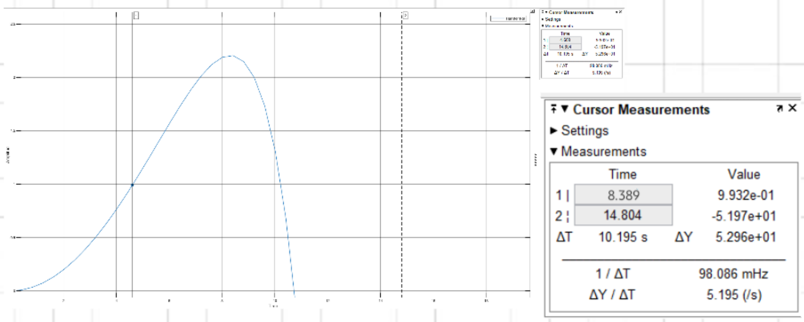
```
ft =

  0.1 s^2 + 1.11e-17 s - 0.03532
  ------------------------------
  s^4 - 1.11e-16 s^3 - 0.3237 s^2
```

```
El sistema es controlable.
El sistema es observable.
```

Con esto procedemos a realizar los controladores



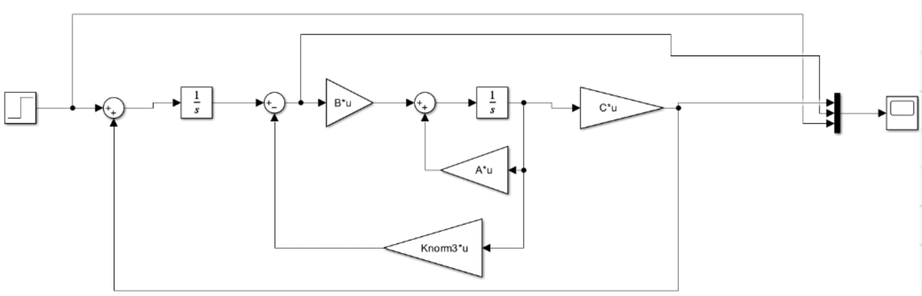


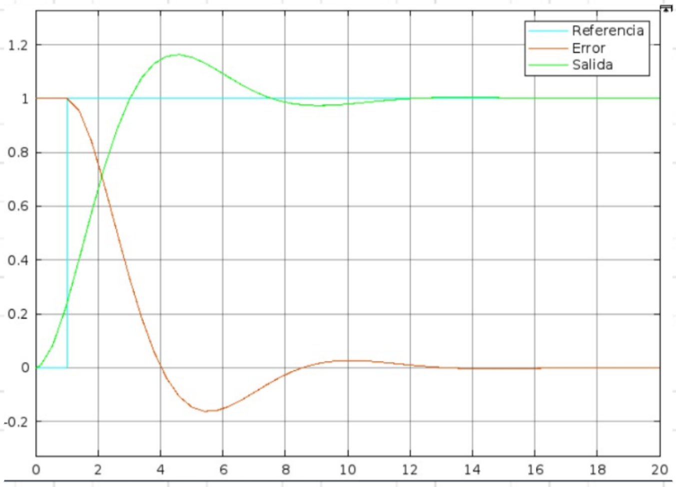
Al simular en lazo abierto vemos que tiende hacia abajo el sistema pero al realizar zoom vemos que tiene un pequeño pico donde el maximo es en 8,389 s

(5) Retro de estados

Para la retro alimentación de estados se realiza un codigo en Matlab para sacar las respectivas constantes

Se uso un $t_{sd} = 6seg$, un $\zeta_d = 1$.





Como podemos observar con el retroalimentador de estados con integrador adicional para asegu-

el error en estado cero, este oscila un poco debido a la misma naturaleza del sistema ya que no es estable

$K_p = 150$

$K_i = 0$

$K_d = 25$