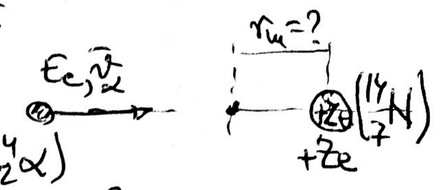
cl. 12a – (S.17.1) – Rezolvari de probleme de fizică atomică 20.01.2021

pag. 90-91, ~~man~~ man. cl. XII

(3.2/90) La distanță mare de nucleul $^{14}_{7}H$, o partic. $^{4}_{2}\alpha$ are energ. cinetică $E_c = 8\cdot10^{-13}$ J. Aflați dist. minimă, r_m la care se apropie de nucleu.

E_c^α – este convertită în E_{pq} – energ. potențială electrostatică



$$\boxed{E_c^\alpha = E_{pq}^{\alpha-N}}, \quad \begin{cases} E_c^\alpha = \left(\frac{m_\alpha v_\alpha^2}{2}\right) = 8\cdot10^{-13}\,J \\ E_{pq}^{\alpha H} = \frac{q_\alpha \cdot q_H}{4\pi\varepsilon_0 r_m} = \frac{2e\cdot Ze}{4\pi\varepsilon_0\cdot r_m} = \frac{14e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_m} \end{cases} \quad Z_H = 7$$

deci

$$E_c \equiv \left(\frac{m_\alpha v_\alpha^2}{2}\right) = \frac{14e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_m} \Rightarrow \boxed{r_m = \left(\frac{14\cdot e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)\cdot\frac{1}{E_c} \simeq 4\cdot10^{-15}\,m}$$

(3.3/91) Raza orbitei e^- într-o stare excitată a at. de ^1_1H este $r_n = 2{,}116\cdot10^{-10}$ m. Aflați ce nr. cuantic $n = ?$ are acea stare excitată?

Știm din modelul Bohr cuantificat al atomului că:

$e^- = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C

^1_1H, $r_n = 2{,}116\cdot10^{-10}$ m

$n = ?$

$$\begin{cases} r_n = \left(\frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m_0 e^2}\right)\cdot n^2 = r_1\cdot n^2 \simeq 0{,}53\cdot10^{-10}\cdot n^2\,(m) \\ E_n = \left(-\frac{m_0 e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\right)\cdot\frac{1}{n^2} = E_1\cdot\frac{1}{n^2} \simeq -13{,}6\,eV\left(\frac{1}{n^2}\right) = hRc\left(\frac{1}{n^2}\right) \end{cases}$$

deci $r_n = r_1\cdot n^2 \to n^2 = \frac{r_n}{r_1}$, $n = \sqrt{\frac{2{,}116}{0{,}53}} \simeq \sqrt{4} = \boxed{2 = n}$

(3.4/91) Calculați în eV energ. primelor 5 nivele ale at. de ^1_1H, și reprezentați-le grafic; $1\,eV = 1{,}602\cdot10^{-19}\,J \equiv (eU = E_{pq})$

^1_1H

$E_n = ?$ $n = \{1; 2; 5\}$

Conf. formulei

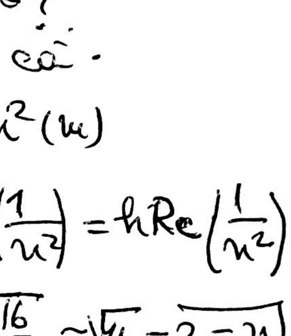
$$\boxed{E_n = -\frac{m_0 e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} = \frac{hRc}{n^2} = \frac{E_1}{n^2}}, \quad \boxed{E_1 = \frac{m_0 e^4}{-8\varepsilon_0^2 h^2} = -13{,}6\,eV}$$

$\to E_2 = \frac{E_1}{2^2} = E_1/4 = -\frac{13{,}6\,eV}{4} = -3{,}4\,eV$

atunci:

$E_3 = E_1/3^2$; $E_4 = E_1/4^2$; $E_5 = E_1/5^2$

$\Delta E_{nk} = E_1\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right) = hRc\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right)$.



$\Delta E_{nk} = (E_k - E_n)$

(3.5/91) Aflați de câte ori crește raza orbitei electronului într-un at. de ^1H – hidrogen, aflat în starea fundam, $n = 1$ atunci când absoarbe o cuantă de energie, $\varepsilon = 12{,}09\,eV$?

^1_1H

$\varepsilon = 12{,}09\,eV$

$\left(\frac{r_n}{r_1}\right) = ?$

$E_n = E_1/n^2$

$E_1 = -13{,}6\,eV$.

$r_n = r_1\cdot n^2$

$\varepsilon = |E_n - E_1| = \left|\frac{E_1}{n^2} - E_1\right| = E_1\left|1 - \frac{1}{n^2}\right| = E_1\cdot\frac{n^2-1}{n^2}$

$\to n^2\varepsilon = n^2E_1 - E_1 \to n^2(\varepsilon - E_1) = -E_1$, sau

dar.

$\left(\frac{\varepsilon}{E_1}\right) = 1 - \frac{1}{n^2} \Rightarrow \left(1 - \frac{\varepsilon}{E_1}\right) = \frac{1}{n^2} \to \boxed{n = \sqrt{\frac{E_1}{E_1 - \varepsilon}}}$

atunci $\left(\frac{r_n}{r_1}\right) = n^2 = [E_1/(E_1 - \varepsilon)] = 9$ ori

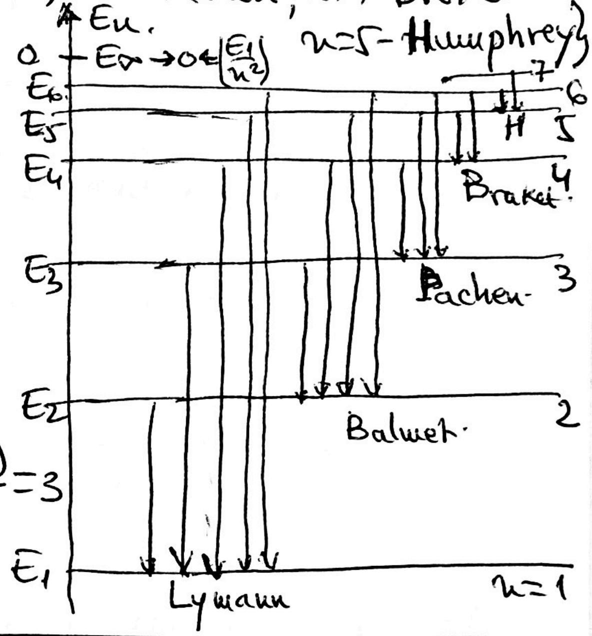
$n = 3$

(3.6/91) Aflați câte linii spectrale emite un gaz format din at. de ^1_1H, excitați de o sursă oarecare, pe nivelul energ. $n=5$. Căror serii spectrale aparțin?

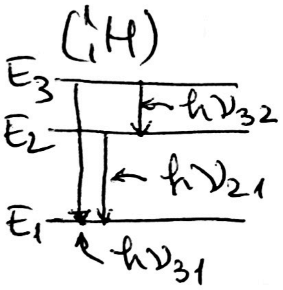
$n=5$ / $N=?$ | $E_n = hRc\left(\frac{1}{n^2}\right) = \frac{E_1}{n^2}$, $\boxed{h\nu_{nk} = \Delta E_{nk} = E_1\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{k^2}\right) = hRc\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{k^2}\right)}$

$$N_{linii} = C_5^2 = \frac{5!}{(5-2)!\cdot 2!} = \frac{\cancel{1\cdot 2\cdot 3}\cdot 4\cdot 5}{\cancel{1\cdot 2\cdot 3}\cdot 1\cdot 2} = 10$$ linii spectrale reprezentate la Pb. (3.4/91) mai sus.

Seriile spectrale se obțin ca sume ale tuturor liniilor spectrale ce cad de pe niv. superioare excitate pe cele inferioare conform ($h\nu_{nk}$, $k>n$) numite astfel $\{$ $n=1$ – Limann, $n=2$ – Balmer, $n=3$ – Pachen, $n=4$ – Braket, $n=5$ – Humphreys.



(3.7/91) Un gaz format din atomi de ^1_1H excitat de o sursă oarecare cu radiații de o singură val. a energiei. Prin dezexcitări gazul emite 3-linii spectrale. Aflați a) energ. rad. excitatoare? b) ν_{nk} frecv. rad. emise liniilor?



$$C_n^2 = 3 = \frac{n!}{(n-2)!\,2!} = \frac{n(n-1)}{2} = 3$$
când $n=3 \Rightarrow \frac{3(3-1)}{2} = 3$.

$$\boxed{h\nu_{nk} = hRc\left|\frac{1}{n^2}-\frac{1}{k^2}\right|,\ k>n. = |E_k - E_n| = \Delta E_{kn} = \mathcal{E}_{kn}}$$
formula frecvențelor tranzițiilor cuantice Einstein.

atunci:
$$h\nu_{31} = E_1\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{3^2}\right) = E_1\left(1-\frac{1}{9}\right) = \frac{8}{9}E_1$$
$$h\nu_{32} = E_1\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3^2}\right) = E_1\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{9}\right) = \frac{5}{9\cdot 4}E_1 = \frac{5}{36}E_1$$
$$h\nu_{21} = E_1\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2}\right) = E_1\left(1-\frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4}E_1.$$

unde $\boxed{E_1 = \left(-\frac{m_0 e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\right) = -13{,}6\,eV}$ iar $\boxed{E_n = \frac{E_1}{n^2} = \left(-\frac{m_0 e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\right)\cdot\frac{1}{n^2} = -\frac{hRc}{n^2}}$

iar $\boxed{R = \frac{m_0 e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c} \simeq 1{,}07373\cdot 10^7\,(m^{-1})}$ → const. Rydberg.