Ş.7-Cl.11a
pag (17-19)

Compunerea oscilaţiilor paralele.

Un corp/OLA poate oscila simultan sub acţiunea excitărilor externe a două legi de oscilaţie, dar având aceeaşi direcţie (y) şi pulsaţie (ω) astfel.

$$\begin{cases} y_1 = A_1 \sin(\omega t + \varphi_{01}) \\ y_2 = A_2 \sin(\omega t + \varphi_{02}) \end{cases}$$

Mişcarea rezultantă este tot o (OLA) obţinută prin compunerea celor două şi va fi tot de aceeaşi formă astfel:

$y = y_1 + y_2 = A \sin(\omega t + \varphi)$: Compunerea $\begin{cases} ① \text{ met. fazorială} \\ ② \text{ met. analitică} \end{cases}$

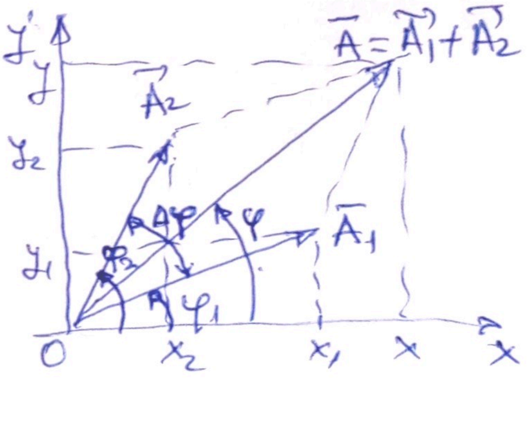
unde (A) şi (φ) trebuie determinate:

(1*) Metoda fazorială de comp. a osc. paralele.

Fazorul $\vec{A}$ - reprez. vectorul rotitor caracterizat prin: - $|\vec{A}| \equiv A$ - amplitudine (MOA)
- unghiul φ, făcut cu Ox, reprez. faza MOA.
- viteza unghiulară ω - reprez. pulsaţia MOA

* Asociem fiecărei oscilaţii câte un fazor ($\vec{A}_1, \vec{A}_2$)

$y_1 \to \vec{A}_1$
$y_2 \to \vec{A}_2$. a.î. compunerea osc. se reduce la comp. fazorilor. Şi det. lui (A, φ)



$\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$; $y = y_1 + y_2$

* $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos\Delta\varphi$, $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$

* $\mathrm{tg}\,\varphi = \left(\frac{A_y}{A_x}\right) = \frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2}$.

Deci noua lege de osc. a pendulului supus simultan la două legi (y_1, y_2) de oscilaţie va oscila după o lege rezultantă ($y = y_1 + y_2$) de forma.

$y = A \sin(\omega t + \varphi)$ unde înlocuind cu expr. stabilite anterior avem. $y = \left(\sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi}\right) \sin\left[\omega t + \mathrm{arctg}\left(\frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}\right)\right]$

* Cazuri particulare:

- $\cos\Delta\varphi = +1 \to \Delta\varphi = 2k\pi \to A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cdot 1 = (A_1 + A_2)^2 \to A = (A_1 + A_2)$; $(\vec{A}_1 \uparrow\uparrow \vec{A}_2)$
- $\cos\Delta\varphi = -1 \to \Delta\varphi = (2k+1)\pi \to A^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 = (A_1 - A_2)^2 \to A = A_1 - A_2$; $(\vec{A}_1 \uparrow\downarrow \vec{A}_2)$
- $\cos\Delta\varphi = 0 \to \Delta\varphi = (2k+1)\frac{\pi}{2} \to A^2 = A_1^2 + A_2^2 \to A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} \to (\vec{A}_1 \perp \vec{A}_2)$

Sz-cl. 11a. **Energia osc. lin. armonic (OLA)**
pag (16)

Def. Energia OLA este egală cu suma $(E_c+E_p=E)$ celor două forme de energie $\left(E_c=\frac{mv^2}{2}\right)$ - cinetică și potențială $\left(E_p=\frac{Kx^2}{2}\right)$

deci $E=E_c+E_p$ (1)

$$\begin{cases} E_c=\frac{mv^2}{2} & (2) \\ E_p=\frac{Ky^2}{2} & (3) \end{cases}$$

dar, ec. MOLA:
$$\begin{cases} y=A\sin(\omega t+\varphi_0) \\ v=\omega A\cos(\omega t+\varphi_0) \\ a=-\omega^2 A\sin\omega t=-\omega^2 y; \end{cases}$$

$\varphi=\varphi_0+\omega t$ - faza MOLA
$\omega=\sqrt{\frac{K}{m}}$ - pulsația.

$$\begin{cases} \omega^2=\frac{K}{m} \\ K=m\cdot\omega^2 \end{cases}$$

$$\begin{matrix}(2)\\(3)\end{matrix}\begin{cases} E_c=\frac{mv^2}{2}=\frac{m}{2}[\omega^2A^2\cos^2(\omega t+\varphi_0)]=\frac{KA^2}{2}\cos^2(\omega t+\varphi_0) \\ E_p=\frac{Ky^2}{2}=\frac{KA^2\sin^2(\omega t+\varphi_0)}{2} \end{cases}$$

$1=(\cos^2x+\sin^2x)$

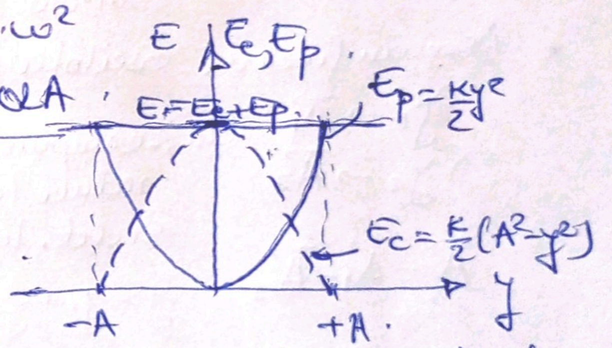
înlocuind (2) și (3) în (1) obținem:

$$E=\frac{KA^2}{2}[\underbrace{\cos^2(\omega t+\varphi_0)+\sin^2(\omega t+\varphi_0)}_{=1}]=\frac{KA^2}{2}$$

deci energia totală este constantă pt. K, A - date:

$$\boxed{E=\frac{KA^2}{2}}=\left(\frac{m\omega^2}{2}\right)A^2 \quad ; \quad K=m\omega^2$$

Reprezentarea grafică a energiilor OLA:



$E=E_c+E_p \Rightarrow E_c=E-E_p \Rightarrow$

$E_p=\frac{Ky^2}{2}$, $\quad E_c=\left(\frac{KA^2}{2}\right)-\left(\frac{Ky^2}{2}\right)$

Ambele forme ale energ. E_p, E_c - sunt reprezentate prin funcții de grad. II în y - deci sunt parabole.

deci $E=E_c+E_p=\frac{KA^2}{2}$.

$$\begin{cases} E_p=\frac{Ky^2}{2} \\ E_c=\frac{mv^2}{2}=E-E_p=\frac{KA^2}{2}-\frac{Ky^2}{2}=\frac{K}{2}(A^2-y^2) \end{cases}$$