cl.12a - F5 - Rezolvari de pb. TRR — 13-14.10.2021

pag 29-30

(1/29) Calculati ce energie este necesara unui corp cu m_0-masa de repaus $m_0 = 10\,kg$, pentru a putea calatori cu viteza $v = 0{,}99 \cdot c$ ($c \simeq 3 \cdot 10^8\,m/s$); $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$

$m_0 = 10\,kg$
$v = 0{,}99\,c$
$c \sim 3 \cdot 10^8\,m/s$

Folosim ec. Einstein / Relatia Energie-masa; m_0-masa de repaus

$\begin{cases} W = W_0 + E_c \\ mc^2 = m_0c^2 + E_c \end{cases} \rightarrow \begin{cases} E_c = W - W_0 \\ E_c = mc^2 - m_0c^2 \end{cases}$ unde $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ → masa de miscare.

$\rightarrow \boxed{E_c = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - m_0c^2 = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1\right)}$

inlocuind: $E_c = (10\,kg \cdot 9 \cdot 10^{16}\,m^2/s^2)\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{0{,}99^2c^2}{c^2}}} - 1\right) \simeq 5{,}5 \cdot 10^{18}\,J$

(2/29): Un eveniment petrecut intr-o racheta care se deplaseaza cu $v = 0{,}6c$ fata de Pamant, dureaza un interval de timp, $\Delta t' = 20\,s$. Calculati durata, $\Delta t = ?$ perceputa de un observator terestru pentru acest eveniment.

$v = 0{,}6\,c$
$\Delta t' = 20\,s$, in S'-miscare
$\Delta t = ?$ fata de S-fix/Pamant

Folosim relatia de dilatare a duratelor in S'-mobil astfel:

$\begin{cases} \Delta t = \Delta t'/\sqrt{1 - v^2/c^2} \\ \Delta t = 20\,s/\sqrt{1 - \frac{0{,}6^2c^2}{c^2}} = 20/\sqrt{1 - 0{,}36} = \frac{20}{\sqrt{0{,}64}} = \frac{20}{0{,}8} = 25\,s \end{cases}$

(1.3/29).

Timpul propriu de viata al unui mezon, π^+ este $\tau_0' = 2{,}6 \cdot 10^{-8}\,s$, dupa care se dezintegreaza. Aflati:
a) timpul de viata, τ masurat in laborator fata de care mezonul π^+ se misca cu $v = 0{,}9c$
b) distanta, $d = ?$ fata de laborator parcursa de mezon, π^+ pana la dezintegrare/disparitie.

(π^+)-mezon
$v = 0{,}9\,c$
$\tau' = 2{,}6 \cdot 10^{-8}\,s$ } S'-mobil.
a) $\tau = ?$
b) $d = ?$ } S-fix lab.

a) folosim: $\Delta t = \Delta t'/\sqrt{1 - v^2/c^2}$
rescrisa → $\tau = \tau'/\sqrt{1 - v^2/c^2} = 2{,}6 \cdot 10^{-8}/\sqrt{1 - 0{,}9^2c^2/c^2} = \frac{2{,}6 \cdot 10^{-8}}{\sqrt{1 - 0{,}81}} \simeq$

$\tau \simeq \frac{2{,}6 \cdot 10^{-8}}{\sqrt{0{,}19}} \simeq 5{,}96 \cdot 10^{-8}\,s > \tau'$

b) $d = c \cdot \tau$, in S-fix
$d \simeq 3 \cdot 10^8 \cdot 5{,}96 \cdot 10^{-8} \simeq 16\,m$.

(1.4/29) In sistemul propriu de referinta o tija are lungimea, L_0'. Aflati ce viteza, $v = ?$ trebuie sa aiba un observator, S-mobil care sa perceapa tija de lungime ($L_0'/2$)

(Obs). Consideram ca observatorul sta fix in S iar rigla de lungime L_0' se misca cu (v)

$L = L_0'/2$ - S-fix.
L_0' } S'-mobile.
$v = ?$

- Utilizam relatia de contractie a distantelor in S-fix fata de S'-mobile.

$\begin{cases} L = L_0' \cdot \sqrt{1 - v^2/c^2} \\ \frac{L_0'}{2} = L_0' \cdot \sqrt{1 - v^2/c^2} \\ \text{atunci } L = L_0'/2 \end{cases} \rightarrow \frac{1}{4} = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - 1/4$

deci: $v^2 = c^2(1 - 1/4) = \frac{3c^2}{4}$, $\boxed{v = \frac{c}{2}\sqrt{3}}$
$v \simeq 0{,}866\,c$

(1.5/29)

Doua evenimente au loc consecutiv la ($\tau_0 = 3 \cdot 10^{-4}\,s$) in originea lui S-fix. Dintr-o racheta S'-mobila cu $v = ?$ care trece pe acolo sunt percepute la $\tau = 5 \cdot 10^{-4}\,s$ consecutiv. Aflati a) viteza rachetei $v = ?$ si b) spatiul parcurs intre evenimente $d = ?$

$\tau_0 = 3 \cdot 10^{-4}$, S fix
$\tau = 5 \cdot 10^{-4}$, S-mobile
a) $v = ?$
b) $d = ?$

a) $\tau = \tau_0'/\sqrt{1 - v^2/c^2}$
$\sqrt{1 - v^2/c^2} = \tau_0'/\tau$
$\rightarrow 1 - v^2/c^2 = (\tau_0'/\tau)^2$
$1 - (\frac{\tau_0'}{\tau})^2 = v^2/c^2 \rightarrow v^2 = c^2(1 - (\tau_0'/\tau)^2)$
$\boxed{v = c\sqrt{1 - (\tau_0'/\tau)^2}}$;

b) $d = v \cdot \tau$

(1.7/29) Dintr-un accelerator ies două particule în mișcare pe aceeași direcție dar în sensuri opuse, având fiecare viteza, $v' = 0{,}8c$
Aflați viteza relativă a particulelor, $v = ?$

$v' = 0{,}8c$
$-v' = 0{,}8c$
$v = ?$

Aplicam formula de compunere a vitezelor relativiste ($S \leftarrow S'$)

$$u_x = \frac{u'_x + V}{1 + \frac{V}{c^2} \cdot u'_x} \rightarrow v = \frac{2v'}{1 + \frac{v'^2}{c^2}} = \frac{2 \cdot 0{,}8c}{1 + \frac{0{,}64c^2}{c^2}} = \frac{1{,}6\,c}{1{,}64} = 0{,}976c$$

unde $\begin{cases} u'_x = v' \\ V = -v' \\ u_x = v = ? \end{cases}$

(1.8/29) Aflați la ce viteza, $v = ?$, masa unei particule devine, $m = n \cdot m_0$, $n = 4$

m_0 - masa de repaus.
$m = n \cdot m_0$ - masa de mișc.
$n = 4$.
$v = ?$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$n m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \Rightarrow 1 - v^2/c^2 = 1/n^2$$

$$1 - 1/n^2 = v^2/c^2$$

$$c^2\left(\frac{n^2 - 1}{n^2}\right) = v^2 \Rightarrow v = \frac{c}{n}\sqrt{n^2 - 1}$$

$$v = \frac{c}{4}\sqrt{3} = 0{,}97c$$

(1.9/29) O particula elementara are masa de repaus, m_0. Calculați masa ei în mișcare la vitezele $v_1 = c/10$, $v_2 = c/2$ și $v_3 = 9c/10$

$v_1 = c/10$
$v_2 = c/2$
$v_3 = \frac{9}{10}c$
$m_1, m_2, m_3 = ?$

$$\boxed{m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}}$$

$$m_1 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v_1^2/c^2}} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{1}{100}\frac{c^2}{c^2}}} = \frac{10 \cdot m_0}{\sqrt{99}}$$

$$m_2 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v_2^2/c^2}} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{1}{4}c^2/c^2}} = \frac{2m_0}{\sqrt{3}}$$

$$m_3 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v_3^2/c^2}} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{81}{100}c^2/c^2}} = \frac{10\,m_0}{\sqrt{19}}$$

(1.10/29) Aflați viteza unei particule atunci cand. Ec - energia ei cinetică este egală cu energia de repaus, $W_0 = m_0c^2$

$Ec = W_0 = m_0c^2$
$v = ?$

$W = W_0 + E_c$
$\begin{cases} W_0 = m_0c^2 \\ W = mc^2 \end{cases}$
și $E_c = W_0 = m_0c^2$

$$\Rightarrow mc^2 = m_0c^2 + m_0c^2, \quad m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$mc^2 = 2m_0c^2 / : c^2$$

$$m = 2m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = 1/4$$

$$v^2 = c^2(1 - 1/4) = c^2 \cdot \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow v = \frac{c}{2}\sqrt{3}$$

(1.12/29)
Aflați: a) L - lucrul mecanic necesar pt. a accelera o particula până la 0,9c
b) Până la la ce viteză, v poate fi accelerată cu acelaș L dacă avea inițial, 0,9c

a) $v_0 = 0$
$v = 0{,}9c$
$L = ?$

b) $v_0 = v = 0{,}9c$
L
$v' = ?$

a) $W_1 = W_0 + E_{c_1}$
$L = \Delta E_c = (W_1 - W_0)$

$$\begin{cases} m_1c^2 - m_0c^2 = L \\ \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - v_1^2/c^2}} - m_0c^2 = L \end{cases} \quad \begin{cases} m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1 - v_1^2/c^2}} - 1\right) = L \\ (1 + L/m_0c^2) = 1/\sqrt{1 - v_1^2/c^2} \end{cases}$$

sau $(1 - v_1^2/c^2) = 1/(1 + L/m_0c^2) \rightarrow \frac{v_1^2}{c^2} = 1 + \frac{m_0c^2}{m_0c^2 + L} \rightarrow \boxed{v_1 = c\sqrt{1 + \frac{m_0c^2}{m_0c^2 + L}}}$

$v_1 = 0{,}9c$

$W_2 = W_0 + E_{c_2}$

$$\begin{cases} E_{c_2} = W_2 - W_0 \\ E_{c_1} = W_1 - W_0. \end{cases}$$

$\Delta E_c = (E_{c_2} - E_{c_1}) = (W_2 - W_1)$

$\Delta E_c = (E_{c_2} - E_{c_1}) = L = (W_2 - W_1)$

$$L = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - v_2^2/c^2}} - \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - v_1^2/c^2}} \Rightarrow v_2$$

$\Rightarrow v_2 = v_2(L, v_1) = ?$