

(2.15/19) Pentru rețeaua electrică, daturot se cunosc t.e.m  $E_1=6V$ ,  $E_2=5V$ ,  $E_3=4V$  și rezistențele consumatorilor  $R_1=100\Omega$ ,  $R_2=50\Omega$  iar rez. interne,  $r_1=r_2=r_3=0$  să se determine: a) intensitățile  $\dot{I}_1, \dot{I}_2$ ; curenților prin  $R_1$  și  $R_2$   
b) căderea de tensiune  $U_{AB}=?$

$E_1=6V$   
 $E_2=5V$   
 $E_3=4V$   
 $R_1=100\Omega$   
 $R_2=50\Omega$   
 $r_1=r_2=r_3=0$

a)  $\dot{I}_1=?$ ,  $\dot{I}_2=?$

b)  $U_{AB}=?$

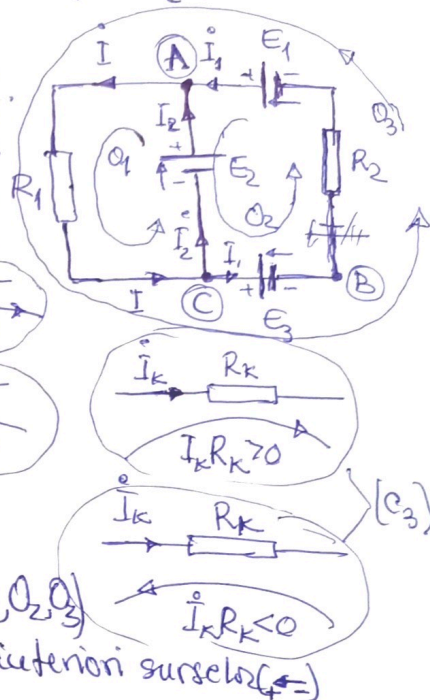
Pt. rezolvare aplicăm cele 2 legi Kirchhoff, scriem ecuații și conv. obținutelor:

$$\begin{cases} L_{1k}(A): \sum_{k=1}^n (\dot{I}_k) = 0 \\ L_{2k}(O_1): \sum_{k=1}^n (\pm E_k) = \sum_{k=1}^n (\pm \dot{I}_k R_k) \end{cases}$$

(C1)  $\dot{I}_k > 0$  - intră în nod (A)  
(C1)  $\dot{I}_k < 0$  - iese din nod (A)

(C2)  $\dot{I}_k > 0$   
(C2)  $\dot{I}_k < 0$

(C3)  $\dot{I}_k R_k > 0$   
(C3)  $\dot{I}_k R_k < 0$



Pasul 1: Alegem nodurile (A, C)  
Alegem și marcăm curenții  
prin laturile rețelei ( $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}$ )  
Alegem, marcăm ochiurile ( $O_1, O_2, O_3$ )  
Alegem și marcăm curenții interni sursei ( $\dot{I}_k$ )

Pasul 2: - Scriem leg.  $\dot{I}_k$  cu (n-1) - noduri independente astfel:  
(n=2) noduri A, B  
ținând cont de conv. (C1)

$$\begin{cases} L_{1k}(A): \dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \dot{I} = 0 \quad (1) \\ L_{1k}(C): -\dot{I}_1 - \dot{I}_2 + \dot{I} = 0 \quad (2) \end{cases}$$

ec. echivalentă cu (1)  
(renunțăm la ea)

Pasul 3: - Se identifică ochiurile  $O_1, O_2$  și  $O_3$  externe și se marchează cu săgețile circulare, indicând sensul de parcurs al laturilor ochiului pt. aplicarea  $L_{2k}(O_1), L_{2k}(O_2)$  sau  $L_{2k}(O_3)$  astfel.

$$\begin{cases} L_{2k}(O_1): E_2 = \dot{I}_1 R_1 \quad (3) \\ L_{2k}(O_2): -E_2 - E_3 + E_1 = +\dot{I}_1 R_2 \quad (4) \\ L_{2k}(O_3): -E_3 + E_1 = \dot{I}_1 R_1 + \dot{I}_1 R_2 \quad (5) \end{cases}$$

ec. echivalentă cu (3)+(4)  
(renunțăm la ea)

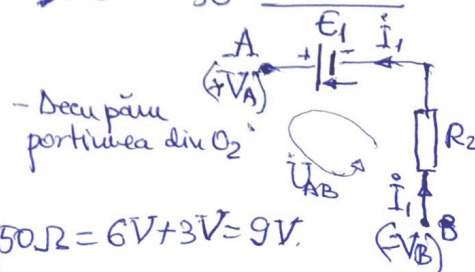
Pasul 4: Se rezolvă sistemul de ecuații (1, 3, 4)

din:

$$\begin{cases} \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \dot{I} \rightarrow \dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 \rightarrow \dot{I}_2 = \dot{I} - \dot{I}_1 = 0,05A - (-0,06) = 0,11A \\ E_2 = \dot{I}_1 R_1 \rightarrow \dot{I}_1 = (E_2 / R_1) = 5V / 100\Omega = 0,05A \\ E_1 - E_2 - E_3 = \dot{I}_1 R_2 \rightarrow \dot{I}_1 = \frac{(E_1 - E_2 - E_3)}{R_2} = \frac{(6-5-4)V}{50\Omega} = \frac{-3}{50} = -0,06A \end{cases}$$

⑥  $U_k = \dot{I}_k R_k$  → căderea de tensiune pe rezistența ( $R_k$ ) parcursă de curenții ( $\dot{I}_k$ )

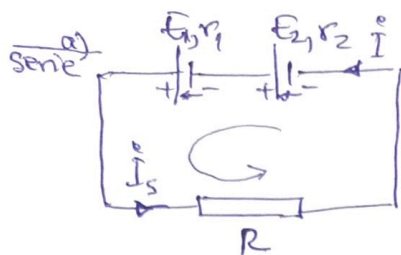
$$\begin{cases} E_1 = U_{AB} + \dot{I}_1 R_2 \rightarrow U_{AB} = E_1 - \dot{I}_1 R_2 \\ U_{AB} \stackrel{\text{def}}{=} (V_A - V_B) \end{cases}$$



- Decu păm  
porțiunea din  $O_2$

$$U_{AB} = 6V - (-0,06) \cdot 50\Omega = 6V + 3V = 9V$$

(2.16/120) Două surse având  $E_1 = 6V$ ,  $r_1 = 2\Omega$  și  $E_2 = 12V$ ,  $r_2 = 3\Omega$  legate la un rezistor extern  $R = 30\Omega$  în cele două configurații a) - serie b) - paralel. Să se determine curenții din circuit prin fiecare latură.



circuit simplu,  
aplicăm Leg. Ohm  
(Leg. Lenz)

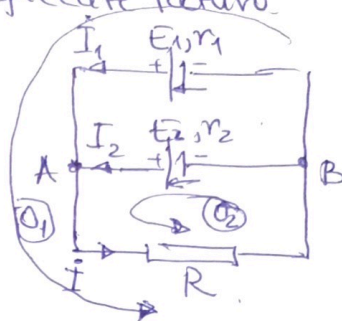
$$(L_k): E_1 + E_2 = \dot{I}_5(r_1 + r_2 + R) = \dot{I}_5 R_t$$

$$\rightarrow \dot{I}_5 = \frac{E_1 + E_2}{(r_1 + r_2 + R)} = \frac{E_1 + E_2}{R_t} = \frac{6 + 12}{35} = \frac{18}{35} \text{ A} \approx 0,514 \text{ A}$$

$$R_t = (r_1 + r_2 + R) = (2 + 3 + 30) = 35\Omega$$

$$\text{deci } \dot{I}_5 \approx 0,514 \text{ A}$$

b) paralel.



$$L_1(A): \dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \dot{I} = 0 \Rightarrow \dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$$

$$L_2(B): E_1 = \dot{I}_1 r_1 + \dot{I} R \quad (2)$$

$$L_2(B): E_2 = \dot{I}_2 r_2 + \dot{I} R \quad (3)$$

- înlocuim (1) în (2) și (3) obținem:

$$E_1 = \dot{I}_1 r_1 + (\dot{I}_1 + \dot{I}_2) R \quad (2)$$

$$E_2 = \dot{I}_2 r_2 + (\dot{I}_1 + \dot{I}_2) R \quad (3)$$

$$(2)-(3): E_1 - E_2 = \dot{I}_1 r_1 - \dot{I}_2 r_2$$

$$\text{Sau scădem din (2) } \rightarrow \dot{I}_1 = \frac{E_1}{r_1} - \left(\frac{R}{r_1}\right) \dot{I}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{din (3)} \rightarrow \dot{I}_2 = \frac{E_2}{r_2} - \left(\frac{R}{r_2}\right) \dot{I} \end{array} \right\}$$

$$\text{Înlocuim în (1)} \quad \dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 \Rightarrow \frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2} - \dot{I} \left( \frac{R}{r_1} + \frac{R}{r_2} \right) = \dot{I}$$

Separăm variabila  $\dot{I}$  avem:

$$\left( \frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2} \right) = \dot{I} \left( 1 + \frac{R}{r_1} + \frac{R}{r_2} \right) \rightarrow \dot{I} = \frac{(E_1/r_1 + E_2/r_2)}{(1 + R/r_1 + R/r_2)}$$

$$\text{deci } \dot{I} = \frac{(6/2 + 12/3)}{(1 + 30/2 + 30/3)} = \frac{3 + 4}{1 + 15 + 10} = \frac{7}{26} \approx 0,269 \text{ A} = 269 \mu\text{A}$$

revinem și calculăm:

$$\dot{I}_1 = \left( \frac{E_1}{r_1} \right) - \left( \frac{R}{r_1} \right) \dot{I} = \left( \frac{6V}{2\Omega} \right) - \left( \frac{30}{2} \right) \cdot 0,269 = 3 - 15 \cdot 0,269 = 3 - 4,035 \text{ A}$$

$$\dot{I}_1 = -1,035 \text{ A}$$

$$\dot{I}_2 = \left( \frac{E_2}{r_2} \right) - \left( \frac{R}{r_2} \right) \dot{I} = \left( \frac{12V}{3\Omega} \right) - \left( \frac{30}{3} \right) \cdot 0,269 = 4 - 10 \cdot 0,269 = 4 - 2,69 \text{ A}$$

$$\dot{I}_2 = 1,31 \text{ A}$$