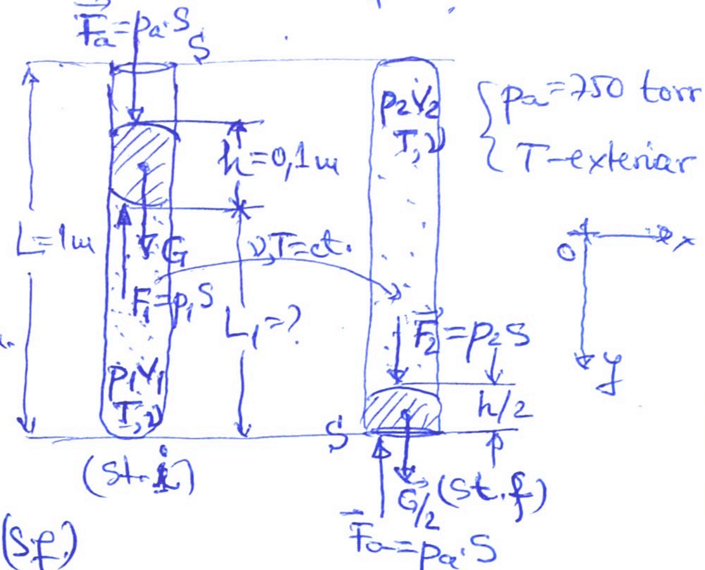
cl. 10a (S.11.3) Rez. de pb. – transf. izotermă   27.11.2020

pb(1.20/56) Un tub de sticlă vertical de lungime ($L=1m$), închis la capătul inf. conține o coloană de aer, de lungime L_1-necunoscută, separată de exterior printr-o col. de mercur (Hg) de lungime ($h=0,1m$). Răsturnând tubul vertical cu capătul deschis în jos, jumătate ($h/2$) din col. de Hg se varsă. Presiunea atmosferică locală este $p_a=750$ torr. Să se determine lungimea coloanei necunoscute $L_1=?$

$L=1m$.
$h=0,1m$ (Hg).
$p_a=750$ torr.

$L_1=?$



Etapele de rezolvare pb./termodinamică

1) Facem desenul și notam parametrii geom. $S, L; p, T, m, \nu$

2). Identificăm sistemul termodinamic (aer) și sist. mecanic (Hg)

3). Stabilim stările inițială (S_i) și (S_f) pt. sist. termodinamic (gaz/aer) și tipul procesului/izoterm și scriem ec. procesului ef. de ST ($S_i \to S_f$)

$$\underset{(p_1,V_1,T)}{S_i(1)} \xrightarrow{\nu,T=ct.} \underset{(p_2V_2,T)}{S_f(2)}$$

$$\begin{cases} \boxed{pV=ct} \text{ – proc. izoterm } (\nu,T=ct). \\ p_1V_1=p_2V_2 \quad (1) \end{cases}$$

4). Scriem ec. de echilibru pt. sist. mecanic/bulele de Hg în stările (S_i, S_f) astfel:

$(S_i)_1: \vec{R_i}=\vec{F_a}+\vec{G}+\vec{F_1}=0$. $(S_f)_2: \vec{R_f}=\vec{F_a}+\frac{\vec{G}}{2}+\vec{F_2}=0$

$$\begin{cases} Ox: \text{ ——} \\ Oy: F_a+G-F_1=0 \quad (2) \end{cases} \qquad \begin{cases} Ox: \text{ ——} \\ Oy: F_2+G/2-F_a=0. \quad (3) \end{cases}$$

5) Exprimăm pe baza cunoștințelor/ec. expresiile pt: Volume (V_1, V_2, V_0), forțele de presiune interne ($\vec{F_1}, \vec{F_2}$) și externe ($\vec{F_a}$) și G-greutatea mercurului (Hg)

$$\begin{cases} V_1=S\cdot L_1 \\ V_2=S(L-h/2) \\ V_0=S\cdot h \quad (4) \end{cases} \quad \begin{array}{|l} m_{Hg}=\rho_{Hg}\cdot V_0=\rho_{Hg}(S\cdot h) \quad (5) \quad F_a=p_a\cdot S;\ F_1=p_1\cdot S;\ F_2=p_2\cdot S \\ G_{Hg}=m_{Hg}\cdot g=(\rho_{Hg}\cdot S\cdot h)\cdot g \quad \text{iar } \boxed{\frac{G}{2}}=\frac{\rho S h g}{2} \quad (6) \end{array}$$

6) Rezolvăm sistemul de ec. (1+2+3) ținând cont de (4, 5, 6) înlocuite astfel:

$$\begin{cases} (1) \quad p_1(S L_1) \overset{(4)}{=} p_2(S\cdot(L-h/2)) \\ (2) \quad p_a\cdot S+G-p_1\cdot S \overset{(6)}{=} 0. \ \to \ p_1=p_a+G/S \\ (3) \quad p_2S+G/2-p_a\cdot S=0. \ \to \ p_2=p_a-G/2S \end{cases}$$

* Substituim (p_1) și (p_2) în ec. (1) pt determinarea necunoscutei L_1?

$$\begin{cases} p_1 \cancel{S} L_1 = p_2 \cancel{S}(L - h/2) \\ p_1 = (p_a + G/S) \\ p_2 = (p_a - G/2S) \end{cases} \rightarrow$$

$$(p_a + G/S)\cdot L_1 = (p_a - G/2S)(L - h/2)$$

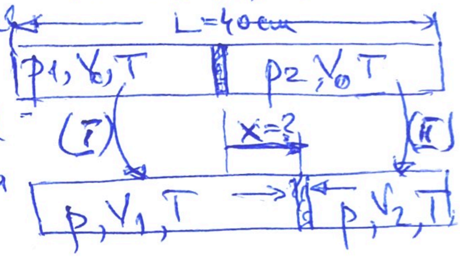
deci $\Rightarrow$ $L_1 = \left(\dfrac{p_a - G/2S}{p_a + G/S}\right)(L - h/2)$ unde $G = \rho_{Hg}\, g\, h\, S$

atunci $L_1 = \left(\dfrac{p_a - \rho g h/2}{p_a + \rho g h}\right)\cdot(L - h/2)$

Pb (1.19/56.) Un piston subțire, inițial blocat împarte un cil. orizontal de lung. $L = 40$ cm. în două părți egale pline cu gaz astfel încât $\left(\frac{p_1}{p_2} = K = 3\right)$. Să se determine deplasarea ($x = ?$) a pistonului lăsat liber.

$\left(\frac{p_1}{p_2}\right) = K = 3$.
$L = 40$ cm.
$x = ?$

Avem 2-S.T. (I) - gazul/aerul din (stg). (II) - gazul/aerul din dreapta



S.T.(I): $\dfrac{S_i(1)}{(p_1, V_0, T)} \xrightarrow{(\nu, T=ct)} \dfrac{S_f(1)}{(p, V_1, T)}$

$$p_1 V_0 = p\cdot V_1 \quad (1)$$

S.T.(II): $\dfrac{S_i(2)}{(p_2, V_0, T)} \xrightarrow{(\nu, T=ct)} \dfrac{S_f(2)}{(p\ V_2\ T)}$

$$p_2 V_0 = p\cdot V_2 \quad (2)$$

$$\begin{cases} 2V_0 = V = L\cdot S \\ V_0 = \left(\frac{V}{2}\right) = \left(\frac{L}{2}\right)\cdot S \end{cases}$$

(3). $\begin{cases} V_1 = V_0 + x\cdot S = \left(\frac{L}{2} + x\right)S \\ V_2 = V_0 - x\cdot S = \left(\frac{L}{2} - x\right)\cdot S \end{cases}$

Rescriem ec. 1, 2 în care înlocuim volumele din (3) astfel.

$$\begin{cases} (1)\quad p_1\cdot\left(\frac{L}{2}\right)S = p\cdot\left(\frac{L}{2} + x\right)\cdot S \\ (2)\quad p_2\cdot\left(\frac{L}{2}\right)\cdot S = p\cdot\left(\frac{L}{2} - x\right)\cdot S \end{cases}$$

$$\frac{(1)}{(2)}:\quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{(L/2 + x)}{(L/2 - x)} = K$$

dar $\boxed{p_1/p_2 = K}$ rezultă;

$$\frac{L}{2} + x = K\frac{L}{2} - Kx$$

$$\rightarrow\quad x\cdot(K+1) = \frac{L}{2}(K-1)$$

$$\rightarrow\quad x = \left(\frac{L}{2}\right)\left(\frac{K-1}{K+1}\right) = \frac{40\text{cm}}{2}\cdot\left(\frac{3-1}{3+1}\right) = 20\text{cm}\left(\frac{2}{4}\right) = \boxed{10\text{ cm} = x}$$