

22.02.2021
 d. Ma - S.21.1 - Puterea instantanee si medie

4.5. Puterea în curent alternativ

Se știe că, în circuitele de curent continuu, puterea este dată de relația $P = U \cdot I$ și reprezintă energia disipată în unitatea de timp prin trecerea unui curent continuu de intensitate I printr-un circuit la capetele căruia este aplicată tensiunea continuă U .

În circuitele de curent alternativ, valoarea instantanee a puterii este dată de produsul dintre valorile instantanee ale tensiunii și intensității curentului electric:

$$p = u \cdot i = (U_m \sin \omega t) \cdot (I_m \sin(\omega t - \varphi)),$$

unde φ este defazajul dintre u și i . Folosind identitatea trigonometrică:

$$\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a - b) - \cos(a + b)],$$

p - puterea instantanee se mai poate scrie sub forma:

$$p = \underbrace{\left(\frac{U_m I_m}{2} \right) \cos \varphi}_{\text{componentă constantă}} - \underbrace{\left(\frac{U_m I_m}{2} \right) \cos(2\omega t - \varphi)}_{\text{componentă alternativă}}. \quad (4.9)$$

În figura 4.33 sunt redată curbele intensității curentului, tensiunii și puterii. Ordonatele punctelor curbei, reprezentând puterea instantanee dată de expresia (4.9), sunt obținute prin înmulțirea ordonatelor respective ale punctelor diagramelor intensității curentului și tensiunii. Se observă că puterea instantanee poate să ia la momente diferite valori diferite, pozitive, negative sau nule.

Pentru a putea caracteriza un circuit în curent alternativ din punct de vedere al consumului mediu de energie în unitatea de timp, să căutăm să stabilim expresia puterii medii p corespunzătoare unei perioade T a curentului alternativ.

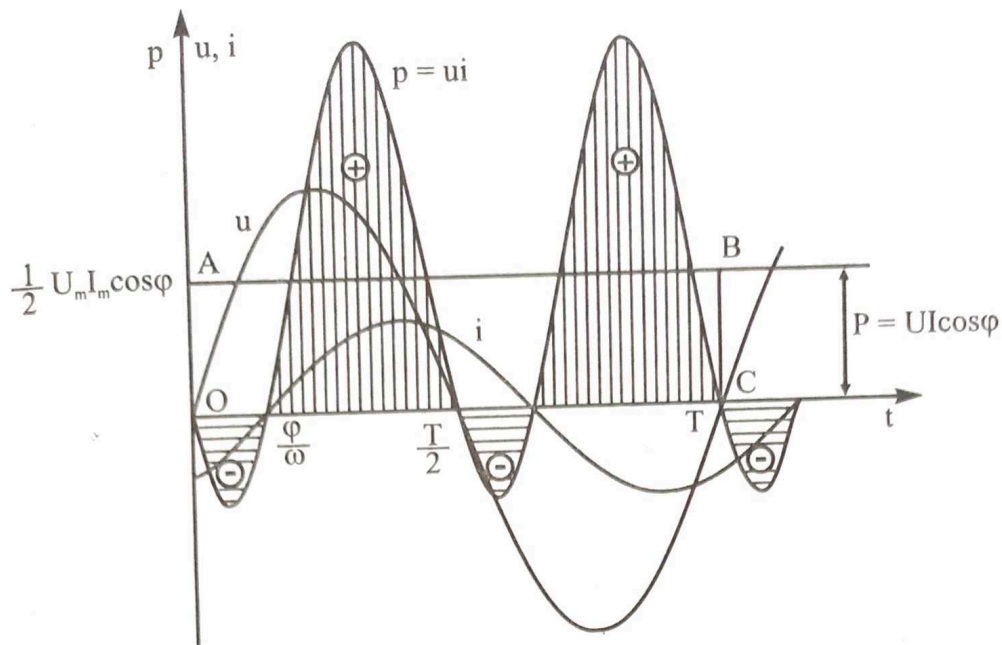


Fig. 4.33. Puterea instantanee și puterea medie într-un circuit de curent alternativ. Se observă că valorile medii pe o perioadă ale mărimilor u și i sunt nule. Valoarea medie p este însă diferită de zero deoarece, după cum se vede și în figură, produsul $p = ui$ a două mărimi oscilatorii armonice nu mai reprezintă o mărime oscilatorie armonică.

Diagrama variației puterii instantanee (cu timpul) arată că, pentru o perioadă, suprafețele hașurate situate deasupra liniei $\left(\frac{1}{2}U_m I_m\right) \cos \varphi$ umplu locurile rămase libere între abscisă și această linie și anulează domeniile negative (hașurate, sub axa abscisă). Ca urmare, energia absorbită în circuitul de curent alternativ, corespunzător unei perioade T , va fi egală cu aria dreptunghiului OABC (fig. 4.33):

$$W = \left(\frac{1}{2}U_m I_m\right) \cos \varphi \cdot T = \bar{P} T$$

De aceea, într-o perioadă valoarea medie a puterii unui circuit de curent alternativ este egală cu componenta constantă a puterii instantanee p scrisă sub forma relației (4.9.), adică:

$$P = \bar{p} = \frac{1}{2}U_m \hat{I}_m \cos \varphi = UI \cos \varphi .$$

Astfel, puterea medie sau puterea activă a circuitului de curent alternativ este egală cu produsul valorilor efective ale tensiunii și intensității curentului înmulțit cu cosinusul unghiului de defazaj între curent și tensiune:

$$\bar{P} = UI \cos \varphi . = U \cdot I \cdot \frac{R}{U} = R I^2$$

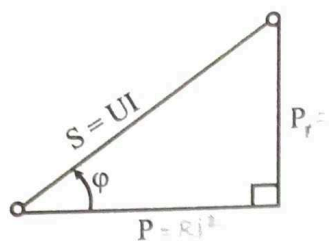
Factorul $\cos \varphi$ se numește factor de putere.

Din figura 4.27, a se obține $\cos \varphi = R/U$. Înlocuind în expresia puterii medii, obținem:

$$P = U_R \cdot I = I^2 R .$$

Rezultă că puterea medie, adică puterea activă în circuitul de curent alternativ, este egală cu puterea disipată de același curent în rezistor, prin efect Joule, și se exprimă în wați (W).

Expresia (4.9) a puterii instantanee arată că aceasta oscilează cu pulsația 2ω , în jurul valorii ei medii, care este puterea activă P (fig. 4.33). În momentele din decursul unei perioade când puterea primită p este negativă (adică, de fapt, este cedată sursei), energia câmpului electric al condensatorului sau a câmpului magnetic al bobinelor este parțial restituită sursei de alimentare.



Fi. 4.34. Triunghiul puterilor

Prin înmulțirea cu I , mărimile triunghiului fazoric al tensiunilor (fig. 4.27, a) se obține triunghiul asemenea (nefazoric) numit „triunghiul puterilor” (fig. 4.34). Cateta $P = U_R \cdot I = I^2 R$ reprezintă puterea activă. Cum $U_R = U \cos \varphi$, rezultă $P = UI \cos \varphi$.

Produsul $S = UI$ reprezintă valoarea maximă a puterii active la valori efective constante ale tensiunii și curentului și la defazaj variabil și se numește *putere aparentă*. Ea exprimă energia transferată circuitului în unitatea de timp, de către sursa de alimentare.

Are unitatea de măsură voltamperul (VA).

Puterea reactivă se definește prin relația:

$$P_r = U_X I = UI \sin \varphi.$$

Ea este folosită în inductor (bobină) și condensator pentru a se genera câmpul magnetic, respectiv electric, și se exprimă în voltamper-reactivi (VAR)*.

Între puterea aparentă, puterea activă și puterea reactivă există relațiile:

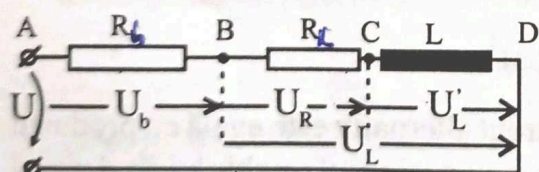
$$P_r^2 + P^2 = S^2 \quad ; \quad P_r = P \cdot \tan \varphi \quad ; \quad P = S \cdot \cos \varphi \quad ; \quad P_r = S \cdot \sin \varphi,$$

care se rețin ușor cu ajutorul triunghiului puterilor.



1. Un circuit serie de curent alternativ este alcătuit dintr-un bec cu rezistența $R_b = 20 \Omega$ și o bobină, având rezistența R și inductanța L . Dacă se aplică circuitului tensiunea cu valoarea efectivă $U = 100$ V, cu frecvența $\nu = 50$ Hz, la bornele becului tensiunea este $U_b = 50$ V, iar la bornele bobinei $U_L = 70$ V. Să se determine:

- intensitatea curentului în circuit;
- rezistența bobinei;
- inductanța bobinei;
- puterile din bec și bobină;
- factorul de putere al circuitului și puterile activă, reactivă și aparentă din circuit.



a

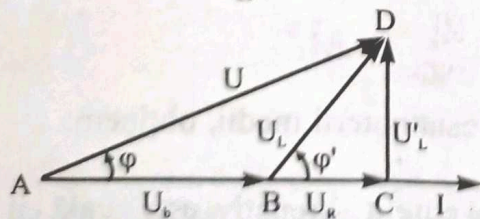


Fig. 4.35

Soluție

În schema circuitului din figura 4.35, a becul este reprezentat prin rezistorul R_b iar bobina prin rezistorul R_L și bobina ideală L (desenată ca dreptunghi alungit și înnegrit).

a) Din $U_b = R_b I$ rezultă intensitatea efectivă a curentului prin circuit:

$$I = \frac{U_b}{R_b} = \frac{50}{20} = 2,5 \text{ A.}$$

b) Diagrama fazorială a tensiunilor din circuit este dată în figura 4.35, b. Impedanța circuitului este

$$Z = U / I = 100 / 2,5 = 40 \Omega, \text{ iar impedanța bobinei}$$

$$Z_L = U_L' / I = 70 / 2,5 = 28 \Omega.$$

* Unitatea adoptată de Comisia Electrotehnică Internațională în 1930, la propunerea academicianului român Constantin Budeanu (1886 – 1959).

Pentru triunghiul ACD din diagrama fazorială se poate scrie $U^2 = (U_b + U_R)^2 + (U'_L)^2$, iar pentru triunghiul DCB :

$$U_L^2 = U_R^2 + (U'_L)^2.$$

Prin eliminarea lui $(U'_L)^2$ din ultimele două relații, se obține:

$$U_R = \frac{U^2 - U_b^2 - U_L^2}{2U_b},$$

sau:

$$IR = \frac{I^2(Z^2 - R_b^2 - Z_L^2)}{2IR_b},$$

de unde prin simplificare:

$$R = \frac{Z^2 - R_b^2 - Z_L^2}{2R_b} = \frac{40^2 - 20^2 - 28^2}{2 \cdot 20} = 10,4 \Omega.$$

c) Din triunghiul BCD rezultă impedanța bobinei:

$$Z_L^2 = X_L^2 + R^2 = L^2 \omega^2 + R^2,$$

de unde:

$$L = \sqrt{\frac{Z_L^2 - R^2}{\omega^2}} = \frac{1}{2\pi\omega} \sqrt{28^2 - (10,4)^2} \approx 0,082 \text{ H} = 82 \text{ mH}.$$

d) Puterea activă disipată în bec este $P_b = R_b \cdot I^2 = 20 \cdot 2,5^2 = 125 \text{ W}$. Puterea activă disipată în bobină este $P_R = U_R \cdot I = RI^2$; $P_R = RI^2 = 65 \text{ W}$. Puterea reactivă a bobinei, de fapt a circuitului serie, este $P_r = U'_L I = U_L I \sin \varphi'$. Dar

$$\sin \varphi' = X_L / Z_L = 2\pi\omega L / Z_L = 100\pi \cdot 0,082 / 28 = 0,92, \text{ deci } P_r = 70 \cdot 2,5 \cdot 0,92 = 161 \text{ VAR}.$$

Puterea aparentă pentru bobină este $S = U_L \cdot I = 70 \cdot 2,5 = 175 \text{ VA}$.

c) Factorul de putere a circuitului se calculează din triunghiul ADC :

$$\cos \varphi = \frac{U_b + U_R}{U} = \frac{R_b + R}{Z} = \frac{20 + 10,4}{40} = 0,76.$$

Puterile din circuit sunt:

$$\begin{cases} P = UI \cos \varphi = 100 \cdot 2,5 \cdot 0,76 = 190 \text{ W}; \\ P_r = UI \sin \varphi = U'_L I = U_L I \sin \varphi' = X_L I^2 = 161 \text{ VAR}; \\ S = UI = 100 \cdot 2,5 = 250 \text{ VA}. \end{cases}$$

2. Un circuit paralel este format dintr-un rezistor de rezistență $R = 1 \text{ k}\Omega$ o bobină cu inductanța $L = 25 \mu\text{H}$ și un condensator variabil (fig. 4.36). Circuitul este alimentat de la un generator de curent alternativ de frecvență fixă ($\nu = 1 \text{ MHz}$), care debitează – indiferent de impedanța circuitului exterior – un curent de intensitate efectivă $I = 50 \text{ mA}$. Să se determine:

a) capacitatea C_a a condensatorului variabil pentru care se realizează rezonanța curenților și puterea activă disipată în circuit în acest caz;

b) raportul $(C_2 - C_1) / C_a$, unde C_1 și C_2 sunt capacitățile condensatorului variabil pentru care puterea scade la jumătate din valoarea corespunzând rezonanței.

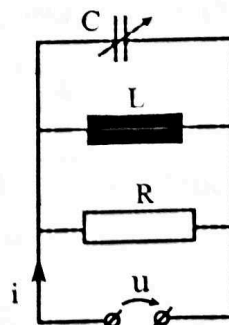


Fig. 4.36