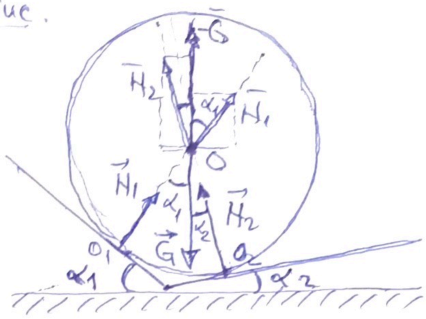
Cl. 9a – S24.3 – Rez. pb – Echilibrul SR (Dificultate ridicată) 19.03.2021

(4.9/158) O sferă de masă m se sprijină pe două suprafețe ce formează cu orizontala unghiurile $\hat{\alpha}_1$ și $\hat{\alpha}_2$ ca în fig. Frecările se neglijează. Cunoscând: $m = 5\,kg$, $\alpha_1 = 30^\circ$, $\alpha_2 = 15^\circ$ determinați reacțiunile $H_1 = ?$ și $H_2 = ?$

$m = 5\,kg$
$\alpha_1 = 30^\circ$
$\alpha_2 = 15^\circ$
$H_1 = ?$
$H_2 = ?$

a) Figurăm toate forțele conf. situației/princ.
→ $\vec{G} = m\vec{g}$ – forța proprie de greutate
→ $\vec{H}_1$ – reacțiunea $\perp O_1$ în lungul razei – O_1O
→ H_2 – reacțiunea $\perp O_2$ în lungul razei – O_2O
Obs. $\vec{G}, \vec{H}_1, \vec{H}_2$ – sunt concurente în O



b) Scriem cond. de ech:

[I]: $\vec{R}_0 = \vec{H}_1 + \vec{H}_2 + \vec{G} = 0.$

[II]: $\vec{M}_R(0) = \vec{M}_{H_1}(0) + \vec{M}_{H_2}(0) + \vec{M}_G(0) = 0.$ → $\begin{cases} M_{H_1}(0) = H_1 \cdot b_{H_1} = H_1 \cdot 0 = 0. \\ M_{H_2}(0) = H_2 \cdot b_{H_2} = H_2 \cdot 0 = 0 \\ M_G(0) = G \cdot b_G = G \cdot 0 = 0 \end{cases}$

(I) $\begin{cases} R_x = H_1 \sin\alpha_1 - H_2 \sin\alpha_2 = 0 & (1) \\ R_y = H_1 \cos\alpha_1 + H_2 \cos\alpha_2 - G = 0 & (2) \end{cases}$

(1) $H_1 \sin\alpha_1 = H_2 \sin\alpha_2 \rightarrow \boxed{H_2 = H_1 \frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2}}$

(2) $H_1 \cos\alpha_1 + H_1 \cos\alpha_2 \frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = G.$

$H_1(\sin\alpha_1 \cos\alpha_2 + \sin\alpha_2 \cos\alpha_1) = G \sin\alpha_2$

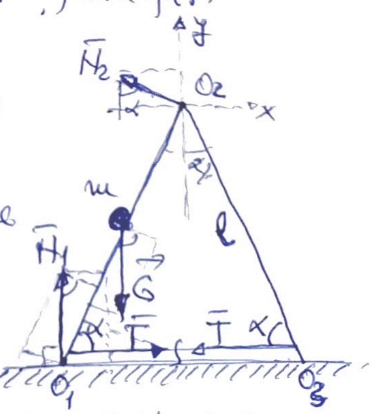
$H_1 \cdot \sin(\alpha_1 + \alpha_2) = G \cdot \sin\alpha_2 \rightarrow \boxed{H_1 = G \cdot \frac{\sin\alpha_2}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)}}$

$\boxed{H_2 = G \cdot \frac{\sin\alpha_1}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)}}$

(4.16/159) Pe o scară dublă, articulată superior, de masă neglijabilă având picioarele legate printr-un fir ce fac unghiuri egale $\alpha = 60^\circ$, urcă un om de masă $m = 60\,kg$ până la mijlocul scării. Aflați tensiunea ($\vec{T} = ?$) din fir.

$m = 60\,kg$
$\alpha = 60^\circ$
$T = ?$

a) – figurăm forțele care acționează asupra scării ce suportă omul de masă m, $\vec{G} = m\vec{g}$
$\vec{H}_1 \perp O_1O_3$ – reacțiunea la sol.
$H_2 \perp O_1O_2$ – reacțiunea din partea scării vecine
$\vec{G} = m\vec{g}$



b) Scriem cond. de ech: (I) $\vec{R} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2 + \vec{G} = 0.$

(II) $M_R(O_2) = \vec{M}_{H_1}(O_2) + M_{H_2}(O_2) + \vec{M}_G(O_2) + \vec{M}_T(O_2) = 0.$

Ox: $\begin{cases} R_x = T - H_2 \sin\alpha = 0. & (1) \\ R_y = H_1 + H_2 \cos\alpha - G = 0 & (2) \end{cases}$

$- H_1 \cos\alpha \cdot l + 0 + G \cos\alpha \cdot l/2 + T \cdot l \sin\alpha = 0. /: l$

$- G \cos\alpha + T \frac{\cos^2\alpha}{\sin\alpha} + \frac{G}{2} \cos\alpha + T \sin\alpha = 0.$

$T\left(\sin\alpha + \frac{\cos^2\alpha}{\sin\alpha}\right) = \frac{G}{2} \cos\alpha \rightarrow \frac{T}{\sin\alpha} = \frac{G}{2} \cos\alpha \rightarrow \boxed{T = \frac{G}{2} \cdot ctg\alpha}$

(1) → $H_2 = T / \sin\alpha.$

(2) $H_1 + T \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} - G = 0$

$\boxed{H_1 = G - T\left(\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\right)}$