1. Un corp de masă $m = 10{,}0$ kg, având viteza inițială $v_0 = 10{,}0$ m/s, este frânat cu o forță constantă $F = 50$ N (pe aceeași direcție cu viteza). Să se afle timpul până la oprirea corpului.

Rezolvare. Scriem legea impulsului: $\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p} = m\vec{v} - m\vec{v}_0$. Dacă Δt este timpul până la oprire, atunci viteza finală $v = 0$ (condiția de oprire) și proiectând ecuația pe axa mișcării:

$$F\Delta t = 0 - mv_0, \quad \Delta t = \frac{mv_0}{F} = \frac{10{,}0\ \text{kg} \cdot 10{,}0\ \text{m/s}}{50\text{N}} = 2{,}0\ \text{s}.$$

Analog, dacă un corp este aruncat vertical în sus cu viteza inițială v_0, atunci forța de greutate îl frânează și timpul de urcare va fi: $t_u = mv_0 / mg = v_0 / g$ (rezultat cunoscut).

2. O minge cu masa $m = 0{,}100$ kg lovește frontal un perete cu viteza $v = 5{,}0$ m/s. Dacă timpul de contact cu peretele este $\Delta t = 1{,}0$ ms, să se afle forța medie care apare la contactul dintre minge și perete.

Rezolvare. Să scriem legea impulsului pentru minge (fig. 6.5,*a*): $\vec{F}_m\Delta t = m\vec{v}' - m\vec{v}$. Dar $\vec{v}' = -\vec{v}$ din condiția de ciocnire perfect elastică, atunci $\vec{F}_m\Delta t = -2m\vec{v}$, $\vec{F}_m = -\dfrac{2m\vec{v}}{\Delta t}$. Prin urmare, forța exercitată asupra mingii din partea peretelui este perpendiculară pe perete și de sens opus vitezei inițiale și are valoarea:

$$F_m = \frac{2mv}{\Delta t} = \frac{2 \cdot 0{,}100\ \text{kg} \cdot 5{,}0\text{m/s}}{1{,}0 \cdot 10^{-3}\text{s}} = 1{,}0 \cdot 10^3\text{N}.$$

Dacă mingea lovește oblic peretele (fig. 6.7), atunci variația impulsului se obține prin scăderea *vectorială:*

$$\Delta\vec{p} = m\vec{v}' - m\vec{v} \ \text{(fig. 6.7)}.$$

În valoare absolută

$$\left|\Delta\vec{p}\right| = 2mv\cos\alpha, \quad F_m = \frac{2mv\cos\alpha}{\Delta t} \qquad (6.32)$$

și forța este de asemenea perpendiculară pe perete.

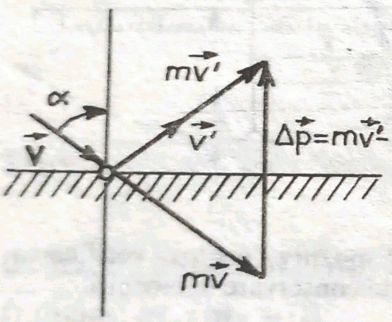

Fig. 6.7. Variația impulsului la ciocnirea oblică perfect elastică cu un perete în repaus (problema rezolvată 2).

3.* Un elev stă pe un cărucior aflat în repaus și ține în mâini două bile, fiecare de masă $m = 2{,}00$ kg. Masa elevului și a căruciorului este $M = 60{,}0$ kg. Elevul imprimă bilelor o viteză $u = 3{,}1$ m/s relativă la el *înainte* de aruncare (ceea ce înseamnă că imprimă bilelor același impuls $F\Delta t = mv_{final} - mv_{inițial} = mu$). Care va fi viteza finală a căruciorului, dacă elevul aruncă bilele în același sens: *a*) simultan, *b*) succesiv? Câtă energie cinetică creează elevul?

Rezolvare. a) La aruncarea simultană:

$$0 = Mv' + 2mu, \quad v' = -\frac{2m}{M}u = -\frac{0{,}62}{3} = -0{,}21\,\text{m/s};$$

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}Mv'^2 + 2\frac{mu^2}{2} = \frac{m}{M}(M + 2m)u^2 = 20{,}5\text{J}.$$

Viteza imprimată căruciorului este opusă vitezei de aruncare a bilelor (semnul minus).

b) La prima aruncare:

$$0=(M+m)v_1+mu,\ v_1=-\frac{m}{M+m}u=-0{,}1\ \text{m / s.}\quad \Delta E_{c_1}=\frac{1}{2}mu^2\frac{M+2m}{M+m}=992\ \text{J.}$$

La a doua aruncare: $(M+m)v_1=Mv_2+m(v_1+u)$,

$$v_2=v_1-u\frac{m}{M}=-\frac{m(2M+m)}{M(M+m)}u=-\frac{0{,}61}{3}=-0{,}20\text{m / s},\quad |v'|>|v_2|;$$

$$\Delta E_{c_2}=\frac{1}{2}mu^2\frac{M+m}{M}=9{,}93\ \text{J.}$$

În toate ecuațiile de conservare a impulsului vitezele corpurilor trebuie luate față de *același* sistem de referință (Pământul), de aceea în ultima ecuație apare viteza bilei v_1+u față de Pământ, fiindcă bila are deja viteza căruciorului v_1, la care se adaugă viteza u imprimată față de cărucior. Se poate scrie ecuația a doua și față de sistemul de referință care se mișcă cu viteza v_1 a căruciorului: $0=Mv_2'+mu$, unde v_2' este a doua viteză a căruciorului față de prima viteză v_1. Atunci față de Pământ: $v_2=v_1+v_2'$ și regăsim rezultatul de mai sus.

Să reluăm problema, dar considerând că elevul aruncă bilele în sensuri opuse:
a) simultan, *b)* succesiv.
a) La aruncarea simultană: $0=Mv'+mu-mu, v'=0$, ceea ce era de așteptat; cele două impulsuri imprimate se compensează fiind egale în modul și de sensuri opuse:

$$\Delta E_c=mu^2=19{,}22\ \text{J.}$$

b) La prima aruncare: $0=(M+m)v_1+mu,\ v_1=-\frac{m}{m+M}u$ și la a doua aruncare:

$$(M+m)v_1=Mv_2+m(v_1-u),\quad v_2=v_1+\frac{m}{M}u=\frac{m^2u}{M(M+m)}=\frac{1}{300}\frac{\text{m}}{\text{s}}=0{,}0033\ \text{m / s},$$

deci căruciorul va căpăta până la urmă o viteză în sensul primei aruncări, ceea ce era de așteptat deoarece a doua aruncare are efect mai puternic asupra căruciorului având acum o masă mai mică. Energiile cinetice create sunt aceleași ca la aruncarea succesivă în același sens.

ÎNTREBĂRI, EXERCIȚII, PROBLEME

1. Un meteorit arde în atmosferă, fără a ajunge la suprafața Pământului. Unde dispare impulsul său?

R: parțial în particulele de ardere, parțial în moleculele de aer lovite.

2. Un disc omogen se rotește în jurul axei sale fixe. Care este impulsul său total?

R: zero.

3. Cum s-ar putea întoarce un cosmonaut ieșit în spațiul cosmic, la nava cosmică, în cazul în care cablul care-l leagă de navă se rupe, știind că el posedă o trusă de instrumente?

R: aruncă instrumentele în sensul opus.