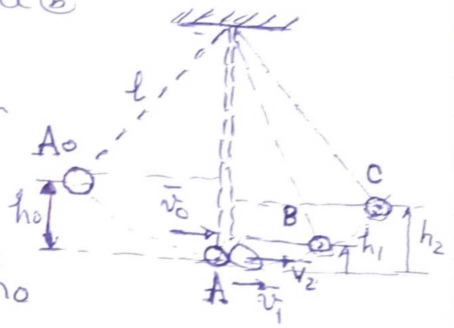
cl. 9a _ §21.3 _ Rez. de pb _ Ciocniri elastice și plastice — 26.02.2021

man. cl. IX - Hristev

(30/179) Două bile de mase m_1 și m_2 sunt suspendate de fire paralele, astfel ca bilele se ating. Prima bilă este departată până ajunge la înălțimea h_0.
La ce înălțimi $h_1, h_2 = ?$ ajung bilele după a) ciocnirea elastică b) plastică
c) câtă căldură $Q = ?$ se degajă în cazul c. plastice (b)



$m_1 = 3\,kg$
$m_2 = 2\,kg$
$h_0 = 0{,}4\,m$
$l = 1\,m$

a) c.el $h_1, h_2 = ?$
b) c. plast. $h = ?$
c) $Q = ?$

Obs pb. combină: ⟨ Leg. cons. E_t / teoria ciocnirilor

(a) - ciocn. elastică în starea (A)

(m_1): $E_t(A_0) = E_t(A)$ (1)

$$\begin{cases} E_t(A_0) = E_c(A_0) + E_p(A_0) = 0 + m_1 g h_0 \\ E_t(A) = E_c(A) + E_p(A) = \dfrac{m_1 v_0^2}{2} + 0 \end{cases}$$

deci (1): $\cancel{m_1} g h_0 = \dfrac{\cancel{m_1} v_0^2}{2} \rightarrow \boxed{v_0^2 = 2 g h_0}$ ⟨ $v_1^2 = 2 g h_1$; $v_2^2 = 2 g h_2$ similar

pentru ciocnirea m_1, m_2 în starea (A) aplicăm cele 2 legi de cons ⟨ $\Delta \vec{p} = 0$; $\Delta E_c = 0$.

1) $\Delta \vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = 0 \rightarrow \boxed{\vec{p}_f = \vec{p}_i}$

2) $\Delta E_c = E_{cf} - E_{ci} = 0 \rightarrow \boxed{E_{cf} = E_{ci}}$

$p_i = m_1 v_0$; $p_f = m_1 v_1 + m_2 v_2$

$E_{ci} = \dfrac{m_1 v_0^2}{2}$; $E_{cf} = \dfrac{m_1 v_1^2}{2} + \dfrac{m_2 v_2^2}{2}$

ec. de conservare devin

$$\begin{cases} (1) & m_1 v_0 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \\ (2) & m_1 v_0^2 = m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} m_1(\cancel{v_0 - v_1}) = m_2 \cancel{v_2} & (1) \\ m_1(\cancel{v_0 - v_1})(v_0 + v_1) = m_2 v_2^{\cancel{2}} & (2) \end{matrix}$$

$\dfrac{(2)}{(1)}: \rightarrow v_0 + v_1 = v_2 \rightarrow \boxed{v_r = v_0 = -(v_1 - v_2)}$

substituim pe v_2 în (1) avem:

$m_1 v_0 = m_1 v_1 + m_2(v_0 + v_1)$, acum separăm $(m_1 - m_2) v_0 = v_1(m_1 + m_2)$

deci $\boxed{v_1 = \left(\dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) \cdot v_0}$ sau $\boxed{v_1^2 = \left(\dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)^2 \cdot v_0^2}$ înlocuind cu înălțimile $(v_1^2 = 2 g h_1 ; v_0^2 = 2 g h_0)$

atunci:

$\boxed{h_1 = \left(\dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)^2 \cdot h_0}$

$v_2 = v_0 + v_1 ; \dfrac{(2)}{(1)}$

$\rightarrow v_2 = v_0 + v_0\left(\dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) = v_0\left(1 + \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) = v_0 \cdot \left(\dfrac{m_1 + \cancel{m_2} + m_1 - \cancel{m_2}}{m_1 + m_2}\right) = \left(\dfrac{2 m_1}{m_1 + m_2}\right) v_0$

sau $\boxed{v_2 = v_0 \left(\dfrac{2 m_1}{m_1 + m_2}\right)}$ unde $\left(v_0^2 = 2 g h_0 , v_2^2 = 2 g h_2\right)$

$\boxed{v_2^2 = v_0^2 \left(\dfrac{2 m_1}{m_1 + m_2}\right)^2} \rightarrow \cancel{2} g h_2 = \cancel{2} g h_0 \left(\dfrac{2 m_1}{m_1 + m_2}\right)^2 \rightarrow \boxed{h_2 = \left(\dfrac{2 m_1}{m_1 + m_2}\right) \cdot h_0}$

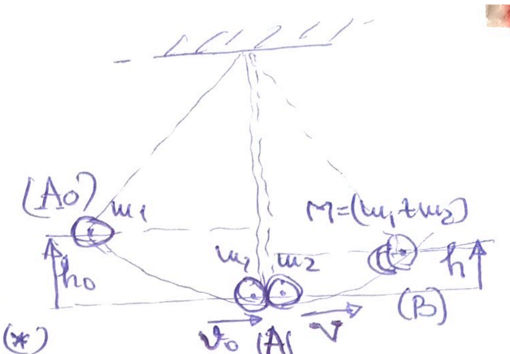
Calculul numeric:

$$h_1 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) \cdot h_0 = \left(\frac{3-2}{3+2}\right) \cdot 0{,}4\,m = \left(\frac{0{,}4}{5}\right) m = \underline{0{,}08\,m}$$

$$h_2 = \left(\frac{2 m_1}{m_1 + m_2}\right) \cdot h_0 = \left(\frac{2 \cdot 2}{3+2}\right) \cdot 0{,}4\,m = \left(\frac{1{,}6}{5}\right) m = \underline{0{,}32\,m}$$

(b) - ciocnirea plastică.

m_1: $E_t(A_0) = E_t(A)$ (1) $\begin{cases} E_t(A_0) = E_c(A_0) + E_p(A_0) \\ E_t(A) = E_c(A) + E_p(A) \end{cases}$



deci: $\begin{cases} E_t(A_0) = 0 + m_1 g h_0 \\ E_t(A) = \frac{m_1 v_0^2}{2} + 0 \end{cases} \Rightarrow m_1 g h_0 = \frac{m_1 v_0^2}{2}$ (1)

deci $\boxed{v_0^2 = 2gh_0}$ (*)

Pentru ciocnirea plastică aplicăm leg. cons. impulsului în starea (A)

$\vec{p_i} = m_1 \vec{v_0}$; $\vec{p_f} = (m_1+m_2)\vec{V}$

$\boxed{p_i = p_f} \rightarrow m_1 v_0 = (m_1+m_2)\cdot V \rightarrow \boxed{V = \left(\frac{m_1}{m_1+m_2}\right)\cdot v_0}$ unde $v_0^2 = 2gh_0$, $V^2 = 2gh$

Ridicăm la pătrat expresia

$$V^2 = \left(\frac{m_1}{m_1+m_2}\right)^2 v_0^2 \rightarrow 2gh = \left(\frac{m_1}{m_1+m_2}\right)^2 \cdot 2gh_0$$

deci $\boxed{h = \left(\frac{m_1}{m_1+m_2}\right)^2 \cdot h_0} = \left(\frac{3}{3+2}\right)^2 \cdot 0{,}4\,m = \frac{9\cdot 0{,}4}{25} = \frac{3{,}6}{25} = 0{,}144\,m$

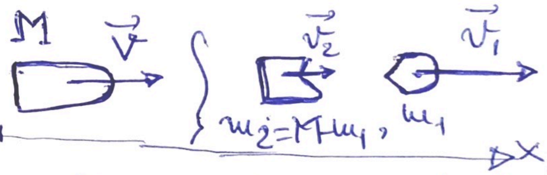
c) $Q = -\Delta E_c = -\frac{1}{2}\mu_r \cdot v_r^2 = -\frac{1}{2}\left(\frac{m_1\cdot m_2}{m_1+m_2}\right)\cdot v_0^2 = -\frac{m_1\cdot m_2}{\cancel{2}(m_1+m_2)}\cdot \cancel{2} g h_0 = -\frac{3\cdot 2}{5}\cdot 10 \cdot 0{,}4 = \frac{6\cdot 4}{5}$

(*) ($v_0^2 = 2gh_0$)

deci $Q = -\frac{24}{5} = -4{,}8\,J$

(28/178) Un obuz de masă $M = 70\,Kg$ zboară cu viteza $v = 300\,m/s$. La un moment dat el explodează în două fragmente. Cel de masă $m_1 = 30\,Kg$ continuă să se miște înainte cu $v_1 = 500\,m/s$. Ce viteză v_2 va avea al 2-lea și câtă energie cinetică $\Delta E_c = ?$ se creează (Q)?

$M = 70\,Kg$ $v = 300\,m/s$ $m_1 = 30\,Kg$ $v_1 = 500\,m/s$	$M = (m_1+m_2) \leftarrow$ Legea cons. masei $\rightarrow m_2 = (M - m_1) = (70-30) = 40\,Kg$
$v_2 = ?$ $\Delta E_c = -Q = ?$	



Procesul ~~de~~ Dezintegrare - se aseamănă cu o ciocnire plastică inversată

Leg. cons. impulsului: $\boxed{\vec{p_i} = \vec{p_f}}$ $\vec{p_i} = M\cdot\vec{v}$, $\vec{p_f} = m_1\vec{v_1} + m_2\vec{v_2}$

unde Ox: $M\cdot v = m_1 v_1 + m_2 v_2 \rightarrow \boxed{v_2 = \frac{Mv - m_1 v_1}{m_2}}$

deci $v_2 = \frac{70\cdot 300 - 30\cdot 500}{\cancel{70}\,30} = 10^2\left(\frac{7\cdot 3 - 3\cdot 5}{4}\right) = \frac{21-15}{4}\cdot 10^2 = 1{,}5\cdot 10^2 = 150\,m$

$\Delta E_c = (E_{cf} - E_{ci}) = \left(\frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{MV^2}{2}\right) = \frac{40\cdot 150^2}{2} - \frac{70\cdot 300^2}{2} = 20\cdot 15^2\cdot 10^2 - 35\cdot 3^2\cdot 10^4 =$

$= 20\cdot 225\cdot 100 - 35\cdot 9\cdot 10000 = 450.000 - 315.0000 = -270.0000\,J$

$\Delta E_c = -2{,}7\,MJ$ inversată ca semn. $\rightarrow \Delta E_c = 2{,}7\,MJ$