18.12.2020

cl.10a – (§14.3) – Ciclul Carnot (η_C) – Randamentul Motoarelor termice
pg(47-51)

1) Ciclul Carnot și (η_C) (teoretic); $\eta_C > \eta_D > \eta_O$

2) Ciclul și (η_O) – rand. mot. Otto (MAS)

3) Ciclul și (η_D) – rand. mot. Diesel (MAC)

---

(1). Ciclul Carnot – este teoretic – alcătuit din: 2 – izoterme (1→2), (3→4); 2 – adiabate (2→3), (4→1)

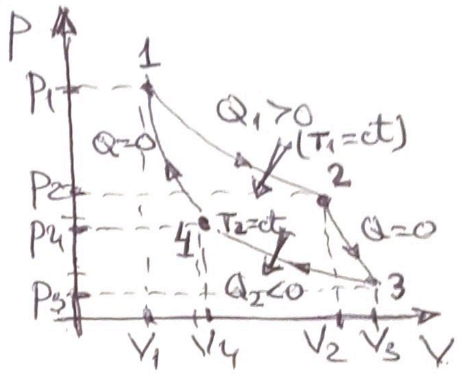
reprez. o transf. ciclică, bitermă și reversibilă

are η_C – randam. max. posibil.

– Randamentul (η_C)

($\eta_C > \eta_{real}$.)

$$\boxed{\underset{(eta)}{\eta} \overset{def.}{=} \frac{L}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}} \; (\%) \text{ în general.}$$



ciclul Carnot.

– Pentru a calcula (η_C) exprimăm: $Q_1 \equiv Q_{12} > 0$; $Q_2 \equiv Q_{34} < 0$

$\boxed{1 \to 2}$ $\{T_1 = ct.;\ \Delta U = 0\}$ $L_{12} = Q_1 = \nu R T_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) > 0$.

$\boxed{3 \to 4}$ $\{T_2 = ct.;\ \Delta U = 0\}$ $L_{34} = Q_2 = \nu R T_2 \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) < 0$ → $\boxed{\ln\left(\frac{1}{x}\right) = -\ln x}$

$|Q_2| = \nu R T_2 \ln\left(\frac{V_3}{V_4}\right) > 0$. prop. – logaritm natural, baza (e)

– Scriem (η_C) cu ajutorul Q_1 și $|Q_2|$ astfel:

$$\boxed{\eta_C = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{\cancel{\nu R} T_2 \cdot \ln(V_3/V_4)}{\cancel{\nu R} T_1 \cdot \ln(V_2/V_1)} \overset{(*)}{=} 1 - \left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \eta_C}$$

– Încercăm să eliminăm (ln) din ec. transf. adiabatice (2→3), (4→1) astfel:

(2→3), $Q = 0$: $T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1}$

(4→1): $T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_4^{\gamma-1}$

$\Rightarrow \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\gamma-1} \rightarrow \underbrace{\left(\frac{V_3}{V_4}\right) = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)}_{(*)}$

Deci în concluzie:

$$\boxed{\underset{(teoretic)}{\eta_C} = 1 - \left(\frac{T_2}{T_1}\right)} > \underset{(mot. termice)}{\eta_{real}}$$

(**) Motorul Carnot – fiind teoretic nu are pierderi de energ. prin frecare ca mot. reale (Otto, Diesel...)

Obs: { η_C – nu depinde de natura substanței de lucru / combustibil.
η – depinde doar de T_1 – sursa fierbinte și T_2 – sursa rece.

(2) Ciclul și Randamentul (η_O) - Motor Otto (MAS)

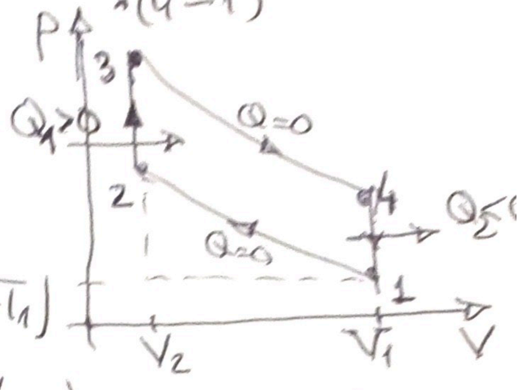
- Ciclul Otto cuprinde: → 2 adiabate ($Q=0$) ↗ (1-2), ↘ (3-4)
  → 2 izocore ($V=ct$) ↗ (2-3), ↘ (4-1)
- Calculam η_O, pornind de la:

$$\boxed{\eta_O \overset{def}{=} 1-\frac{|Q_2|}{Q_1}} = 1-\frac{T_4-T_1}{T_3-T_2} \underset{(**)}{=} 1-\frac{1}{\varepsilon^{\varkappa-1}}$$

(2→3) $Q_1=\nu C_V(T_3-T_2)>0$.

(4→1) $Q_2=\nu C_V(T_1-T_4) \Rightarrow |Q_2|=\nu C_V(T_4-T_1)$

prin def. (*) $\boxed{\varepsilon=\left(\frac{V_1}{V_2}\right)}$ - rap. de compresie (epsilon) $\left(\frac{V_{max}}{V_{min}}\right)$



ciclul Otto.

din ec. transf.: (1→2): $T_1V_1^{\varkappa-1}=T_2V_2^{\varkappa-1}$ (-1)

(4→3): $T_4V_1^{\varkappa-1}=T_3V_2^{\varkappa-1}$ → $(T_4-T_1)V_1^{\varkappa-1}=(T_3-T_2)V_2^{\varkappa-1}$ ⇒

deci ⇒ (**) $\frac{T_4-T_1}{T_3-T_2}=\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\varkappa-1} \underset{(*)}{\equiv} \frac{1}{\varepsilon^{\varkappa-1}}$ deci $\boxed{\eta_O=1-\frac{1}{\varepsilon^{\varkappa-1}}\equiv 1-\varepsilon^{1-\varkappa}}$

rand. mot. Otto.

(3) Ciclul și (η_D) - Randamentul Motorului Diesel (MAC)

Ciclul mot. Diesel (MAC) cuprinde: — 2-adiabate ↗ (1-2), ↘ (3-4) ($Q=0$)
1-izobară → (2-3), ($Q_{1p}>0$)
1-izocoră → (4→1), ($Q_{2V}<0$)

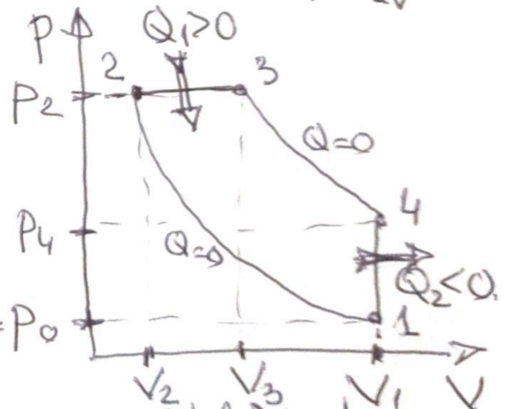
$$\eta_D=1-\frac{|Q_2|}{Q_1}=1-\frac{C_V(T_4-T_1)}{C_p(T_3-T_2)} \Leftrightarrow$$

(2-3), $Q_{1p}=\nu C_p(T_3-T_2)$

(1→4), $|Q_{2V}|=\nu C_V(T_4-T_1)$

$\left(\frac{C_V}{C_p}\right)=\frac{1}{\varkappa}$

$$\eta_D \Leftrightarrow 1-\frac{T_1(T_4/T_1-1)}{T_2(T_3/T_2-1)}\cdot\left(\frac{C_V}{C_p}\right)=1-\frac{\rho^{\varkappa}-1}{\varkappa(\rho-1)\varepsilon^{\varkappa-1}}$$



ciclul Diesel

$\varepsilon=\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$; $\rho=\left(\frac{V_3}{V_2}\right)$

rapoarte de compresie

(1→2) → $T_1V_1^{\varkappa-1}=T_2V_2^{\varkappa-1}$ → $\left(\frac{T_1}{T_2}\right)=\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\varkappa-1}=\frac{1}{\varepsilon^{\varkappa-1}}$

(3-4): $T_3V_3^{\varkappa-1}=T_4V_4^{\varkappa-1}$

(2-1): $T_2V_2^{\varkappa-1}=T_1V_1^{\varkappa-1}$ → $\left(\frac{T_3}{T_2}\right)\left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{\varkappa-1}_{(*)}=\left(\frac{T_4}{T_1}\right)\left(\frac{V_4}{V_1}\right)^{\varkappa-1}$

→ (*) $\rho\cdot\rho^{\varkappa-1}=\left(\frac{T_4}{T_1}\right)\equiv\rho$

din ec. de stare în (2) și în (3) rezultă:

(2). $p_2V_2=\nu RT_2$

(3). $p_2V_3=\nu RT_3$ → $\left(\frac{T_3}{T_2}\right)=\left(\frac{V_3}{V_2}\right)\equiv\rho$ (*), deci $\boxed{\eta_D=1-\frac{(\rho^{\varkappa}-1)}{\varkappa\varepsilon^{\varkappa-1}(\rho-1)}}$

($p_3\equiv p_2$)

Dacă ciclul reprezentat în coordonate (p, V) este parcurs în sensul acelor de ceasornic se numește *direct*, dacă îl parcurge în sens opus se numește inversat.

În ciclul direct, procesul de destindere a substanței are loc la presiuni și temperaturi mai ridicate decât în cel *inversat*.

Întrucât transformarea este ciclică, $\Delta U = 0$, rezultă:

$$L = Q.$$

Căldura schimbată pe ciclu $Q = Q_1 + Q_2 = Q_1 - |Q_2|$, deci $L = Q_1 - |Q_2|$.

Prin $Q_1 > 0$, vom înțelege căldura schimbată la sursa caldă, iar prin $Q_2 < 0$, căldura schimbată la sursa rece.

(În rezolvarea problemelor, vom aplica formulele ce corespund transformărilor respective pentru L și Q, luând întotdeauna stare finală minus stare inițială, stabilind astfel semnele corecte pentru L și Q.)

Se definește ca randament al mașinii termice:

$$\eta = \frac{L}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} \quad (2.38)\ (\%)$$

Într-un ciclu biterm $L < Q_1$, deci $\eta < 1$.

Ciclul Carnot* (extindere)

Pentru ca o transformare ciclică să fie reversibilă, trebuie ca fiecare transformare ce intră în componența ei, să fie reversibilă. Procesul adiabatic, nefiind legat de schimbul de căldură, este reversibil. Procesul în care substanța de lucru schimbă căldură cu exteriorul este reversibil numai dacă temperatura sistemului este egală cu temperatura termostatului, adică procesul este izoterm. Deci, o transformare este reversibilă dacă este formată din procese adiabatice și procese izoterme.

Transformarea ciclică bitermă și reversibilă formată din două izoterme și două adiabate se numește ciclul Carnot.

Oricare altă transformare ciclică bitermă este ireversibilă.

Ciclul Carnot este un ciclu ideal, teoretic, având randament maxim.

Randamentul unei mașini termice reale este întotdeauna mai mic decât randamentul ciclului Carnot:

$$\eta_{real} < \eta_c.$$

Să exprimăm randamentul ciclului Carnot (fig. 2.20).

Deoarece în componența ciclului intră două adiabate, pentru exprimarea randamentului alegem:

$$\boxed{\eta = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1}}\ (\%)$$

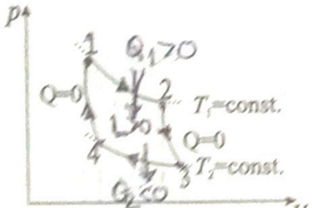


Fig. 2.20. Ciclul Carnot

$T_1 = ct$

$$Q_1 = Q_{12} = L_{12} = \nu RT_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) > 0 \text{ pentru că } V_2 > V_1;$$

$$Q_2 = Q_{34} = L_{34} = \nu RT_2 \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) < 0 \text{ întrucât } V_4 < V_3;\ |Q_{34}| = \nu RT_2 \ln\left(\frac{V_3}{V_4}\right).$$

$T_2 = ct$

Înlocuim în expresia randamentului:

$$\eta_c = \frac{\nu RT_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) - \nu RT_2 \ln\left(\frac{V_3}{V_4}\right)}{\nu RT_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)} = \frac{T_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) - T_2 \ln\left(\frac{V_3}{V_4}\right)}{T_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)} = \frac{(T_1 - T_2)}{T_1} \cdot \frac{\cancel{\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)}}{\cancel{\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)}} \quad (*)$$

Scriem ecuațiile transformărilor adiabatice, în coordonate (T, V):

$$\begin{cases} 2 \to 3 & T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1}; \\ 4 \to 1 & T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_4^{\gamma-1}. \end{cases}$$

$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\gamma-1} \Rightarrow \left(\frac{V_2}{V_1}\right) = \left(\frac{V_3}{V_4}\right). \quad (*)$$

Expresia randamentului valabilă *numai* pentru ciclul Carnot este:

$$\eta_C = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \left(\frac{T_2}{T_1}\right) = max. \quad (2.39)$$

CONCLUZIE

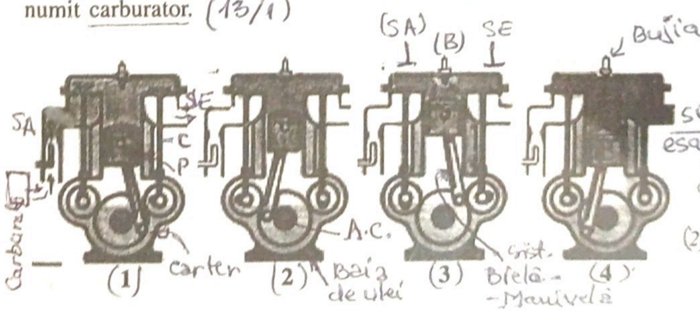
Rezultă că *randamentul ciclului Carnot nu depinde de natura substanței de lucru (teorema lui Carnot) ci numai de temperatura sursei calde* (T_1) *și temperatura sursei reci* (T_2)

2.11. Motoare termice. Randamentul motoarelor termice

Principiul de funcționare: toate dispozitivele absorb căldură de la o sursă aflată la o temperatură mai înaltă, efectuează lucru mecanic și cedează căldură la o temperatură mai scăzută.

Cel mai răspândit motor este cel în patru timpi, adică în fiecare ciclu au loc patru procese. Cilindrul cu piston este prevăzut cu două supape: una de admisie și una de evacuare. (SA, SE)

Motorul Otto (fig. 2.21). Amestecul de aer cu vapori de benzină se prepară într-un dispozitiv numit carburator. (13/1)



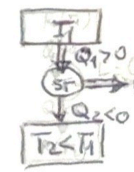


Fig. 2.21 Motorul Otto
(1)– admisia;
(2)– compresia; (3)– detenta;
(4)– evacuarea

Timpul 1 – admisia. Pe măsură ce în cilindru pătrunde un amestec de aer cu vapori de benzină din carburator, supapa de admisie este deschisă și cea de evacuare este închisă, pistonul coboară. V_A(PMS) ⊥(SA) V_B(PME)

Motorul Otto (MAS - 4 timpi)

- Timpul 1 - Admisia
- *Timpul 2 – compresia*. Supapa de admisie se închide și pistonul urcă, comprimând aproximativ adiabatic, amestecul de benzină cu aer. Aproape de capătul acestei curse, o scânteie aprinde amestecul și arderea are loc foarte rapid, astfel încât creșterea presiunii și temperaturii are loc la volum aproape constant.
- *Timpul 3 – detenta*. Pistonul efectuează un lucru mecanic (timp *motor*) $\{L>0\}$
- *Timpul 4 – evacuarea*. Când pistonul ajunge aproape de „punctul mort" inferior, se deschide supapa de evacuare, presiunea scade brusc, până aproape de presiunea atmosferică. Acest punct este depășit, întrucât volantul fixat pe arborele motorului continuă să se învârtească în virtutea inerției și acționează pistonul prin manivelă-bielă. După evacuarea gazelor din cilindru, pistonul ajunge în poziția inițială și începe un nou ciclu.

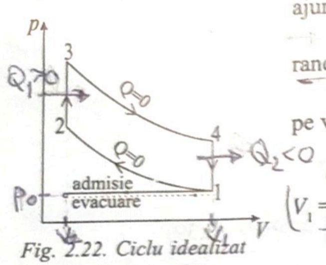


Fig. 2.22. Ciclu idealizat pentru motor Otto

Pe un ciclu idealizat al motorului Otto (fig.2.22), să exprimăm randamentul în funcție de raportul de compresie (volum mai mare pe volum mai mic) $\boxed{\varepsilon = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)}$.

Ciclul fiind alcătuit din două adiabate $Q = 0$ și două izocore, ($V_1 = \text{const.}$ și $V_2 = \text{const.}$) pentru a calcula randamentul ne alegem:

$$\boxed{\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}}.$$

$0<Q_1$: $Q_{23} = \nu C_v(T_3 - T_2) > 0$ întrucât $T_3 > T_2$ și:

$0>Q_2$: $Q_{41} = \nu C_v(T_1 - T_4) < 0$ întrucât $T_1 < T_4$.

Înlocuind în expresia randamentului, se obține:

$$\eta_0 = 1 - \frac{\nu C_v(T_4 - T_1)}{\nu C_v(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}.$$

Transformările pe adiabatele $(1 \to 2)$ și $(3 \to 4)$, se scriu în coordonate (T, V):

$(1\to2)$ $T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1}$;

$(3\to4)$ $T_4V_1^{\gamma-1} = T_3V_2^{\gamma-1}$.

$$V_1^{\gamma-1}(T_4 - T_1) = V_2^{\gamma-1}(T_3 - T_2);$$

$$\frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}}. \quad ; \quad 1/\varepsilon = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Pentru randamentul ciclului Otto rezultă:

$$\boxed{\eta_0 = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}}} \approx 60\% \quad (2.40)$$

MAC-***Motorul Diesel.*** În timpul 1, în cilindru pătrunde numai aer, care comprimat adiabatic, își crește temperatura. În acest moment, cu ajutorul unei pompe de injecție, se injectează combustibilul care se aprinde datorită temperaturii ridicate a aerului comprimat. Arderea nu este foarte rapidă astfel încât, practic, detenta are loc la presiune constantă. După terminarea arderii, gazele continuă să se dilate adiabatic și apoi urmează răcirea la volum constant și evacuarea.

(MAC) - mot. cu aprindere prin compresie

(MAC) (MAS) - Otto

Motorul Diesel este mai robust decât motoarele cu aprindere prin scânteie. Avantajul constă în faptul că folosește combustibil ieftin (motorină, țiței sau praf de cărbune) și are randament mai mare.

Ciclul Diesel idealizat este reprezentat în figura 2.23.

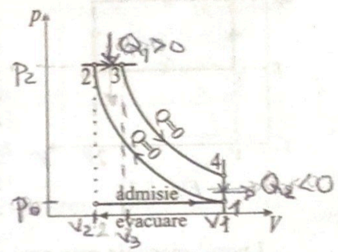


Fig. 2.23. Ciclul Diesel idealizat

Rapoartele de compresie sunt: $\varepsilon = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)$ și $\rho = \left(\frac{V_3}{V_2}\right)$.

Deoarece în alcătuirea ciclului intră două adiabate, pentru exprimarea randamentului folosim relația:

$$\boxed{\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}}.$$

Căldurile schimbate la sursa caldă și rece sunt:

$Q_1>0$; $Q_{23} = \nu C_p(T_3 - T_2) > 0$;

$0>Q_2$, $Q_{41} = \nu C_V(T_1 - T_4) < 0$; $|Q_{41}| = \nu C_V(T_4 - T_1)$

$$\eta_D = 1 - \frac{\nu C_v(T_4 - T_1)}{\nu C_p(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{\gamma(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_1\left(\frac{T_4}{T_1} - 1\right)}{\gamma T_2\left(\frac{T_3}{T_2} - 1\right)}. \quad ; \quad \frac{1}{\gamma} = \left(\frac{C_V}{C_p}\right)$$

Scriem în coordonate (T, V) ecuațiile transformărilor pe adiabatele $1 \to 2$ și $3 \to 4$;

$$T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1} \Rightarrow \left(\frac{T_1}{T_2}\right) = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}}.$$

$(3-4)$, $T_3V_3^{\gamma-1} = T_4V_1^{\gamma-1}$;

$(1-2)$, $T_2V_2^{\gamma-1} = T_1V_1^{\gamma-1}$. $(/)$

$$\underbrace{\left(\frac{T_3}{T_2}\right)}_{\rho}\rho^{\gamma-1} = \left(\frac{T_4}{T_1}\right) \Longrightarrow \rho\cdot\rho^{\gamma-1} = \left(\frac{T_4}{T_1}\right) = \rho^{\gamma} \quad (*)$$

Din ecuațiile termice de stare scrise în stările 2 și 3, putem găsi raportul $\left(\frac{T_3}{T_2}\right)$:

$$\begin{matrix}(2) & p_2V_2 = \nu RT_2 \\ (3) & p_2V_3 = \nu RT_3\end{matrix} \Rightarrow \left(\frac{T_3}{T_2}\right) = \frac{V_3}{V_2} = \rho. \quad (*)$$

Atunci: $\left(\frac{T_4}{T_1}\right) = \rho^{\gamma}$.

Înlocuind în expresia randamentului se obține:

$$\boxed{\eta_D = 1 - \frac{\rho^{\gamma} - 1}{\gamma\varepsilon^{\gamma-1}(\rho - 1)}} \quad (2.41.)$$

C. & N. GHERBANOVSCHI - ED. NICULESCU - 2002
Man. Fizică cl. XI a
ISBN. 973-568-534-5