06.10.2022

Cl.12a _ F4 _ Elemente de cinematică relativistă. Compunerea vitezelor relativiste

1. Transformările de coordonate Lorentz cu trecere ($S' \leftarrow S$) și invers ($S \leftarrow S'$)
2. Deducerea ec. de compunere a vitezelor
3. Cele două seturi de 3 ec. de compunere a vitezelor cu trecere ($S' \leftarrow S$) și invers ($S \leftarrow S'$)

1). – Transformările Lorentz:

$S(x,y,z,t) \xrightarrow{\vec{v}} S'(x',y',z',t')$

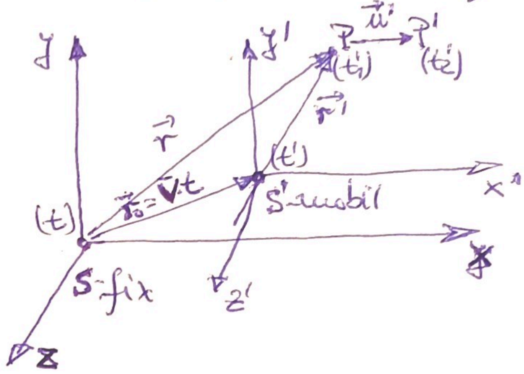
(fix) (mobil)

($S' \leftarrow S$)

$$(1)\ \begin{cases} x' = \dfrac{x - v\cdot t}{\sqrt{1-v^2/c^2}};\ y' = y;\ z' = z \\ t' = \dfrac{t - \frac{v}{c^2}\cdot x}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \end{cases}$$

($S \leftarrow S'$)

$$(1')\ \begin{cases} x = \dfrac{x' + v\cdot t'}{\sqrt{1-v^2/c^2}};\ y = y';\ z = z' \\ t = \dfrac{t' + \frac{v}{c^2}\cdot x'}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \end{cases}$$



2) – Deducerea ec. de compunere a vitezelor relativiste.

Un mobil aflat la bordul unei rachete (S'-mobil) se mișcă din $P \to P'$ în intervalul de timp corespunzător ($t'_1 \to t'_2$) și este analizat simultan de doi observatori plasați în originile celor 2 SRI: S-fix și S'-mobil și încearcă să stabilească o relație de leg. între vitezele mobilului în cele 2-SRI.

Notăm:

$$u_x = \left(\frac{dx}{dt}\right),\ u_y = \left(\frac{dy}{dt}\right),\ u_z = \left(\frac{dz}{dt}\right);\ (t:\ S\text{-fix})$$

$$u'_x = \left(\frac{dx'}{dt'}\right),\ u'_y = \frac{dy'}{dt'},\ u'_z = \left(\frac{dz'}{dt'}\right);\ (t':\ S\text{-mobil})$$

$$\begin{cases} \vec{u} = u_x\vec{i} + u_y\vec{j} + u_z\vec{k},\ (S) \\ \vec{u}' = u'_x\vec{i} + u'_y\vec{j} + u'_z\vec{k},\ (S') \end{cases}$$

Pornim de la ec. de compunere a coordonatelor Lorentz și le producem variațiile corespunzătoare.

$$u_x = \left(\frac{dx}{dt}\right);\quad u'_x = \left(\frac{dx'}{dt'}\right)$$

(1') (*) $dx = \dfrac{dx' + v\cdot dt'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$

(**) $dt = \dfrac{dt' + \frac{v}{c^2}\cdot dx'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$

împărțind (*/**) și răsturnând cea de-a doua fracție

$$\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{dx' + v\cdot dt'}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \cdot \frac{\sqrt{1-v^2/c^2}}{dt' + \frac{v}{c^2}\cdot dx'} \Big| : \left(\frac{dt'}{dt'}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{\left(\frac{dx'}{dt'}\right) + v}{1 + \frac{v}{c^2}\left(\frac{dx'}{dt'}\right)} \Rightarrow \boxed{u_x = \frac{u'_x + v}{1 + \frac{v}{c^2}\cdot u'_x}}$$

din $\begin{cases} dy = dy' \\ dz = dz' \end{cases}$

$$u_y = \left(\frac{dy}{dt}\right) = \frac{dy'\cdot\sqrt{1-v^2/c^2}}{dt' + \frac{v}{c^2}dx'} = \frac{\left(\frac{dy'}{dt'}\right)\sqrt{1-v^2/c^2}}{1 + \frac{v}{c^2}\cdot\left(\frac{dx'}{dt'}\right)} = \frac{u'_y\sqrt{1-v^2/c^2}}{1 + \frac{v}{c^2}\cdot u'_x} = u_y$$

similar

$$u_z = \left(\frac{dz}{dt}\right) = \frac{dz'\sqrt{1-v^2/c^2}}{dt' + \frac{v}{c^2}\cdot dx'} = \frac{\left(\frac{dz'}{dt'}\right)\sqrt{1-v^2/c^2}}{1 + \frac{v}{c^2}\left(\frac{dx'}{dt'}\right)} = \frac{u'_z\sqrt{1-v^2/c^2}}{1 + \frac{v}{c^2}\cdot u'_x} = u_z.$$

deci setul celor 3 ec. de compunere a vitezelor cu trecere de la $S \leftarrow S'$.

3) Setul de 6 ec.

$S \leftarrow S'$

$$\begin{cases} u_x = \dfrac{u'_x + v}{1 + \frac{v}{c^2}\cdot u'_x} \\ u_y = \dfrac{u'_y\sqrt{1-v^2/c^2}}{1 + \frac{v}{c^2}\cdot u'_x} \\ u_z = \dfrac{u'_z\cdot\sqrt{1-v^2/c^2}}{1 + \frac{v}{c^2}\cdot u'_x} \end{cases}$$

$S' \leftarrow S$

invers (similar)

$$\begin{cases} u'_x = \dfrac{u_x - v}{1 - (v/c^2)u_x} \\ u'_y = \dfrac{u_y\cdot\sqrt{1-v^2/c^2}}{1 - (v/c^2)\cdot u_x} \\ u'_z = \dfrac{u_z\cdot\sqrt{1-v^2/c^2}}{1 - (v/c^2)\cdot u_x} \end{cases}$$