cl. 10a – § 21.2 – Rezolvari pb. – Rez. electrică și Legea Ohm

pag. 119. man cl. Xa (G. Manțea)

(2.2/18) Aflati rezistența ,R , a unui fir conductor de diametru $D = 2mm$ și masă, $m = 4 Kg$ din cupru (Cu) cu densitatea $d = 8,9 t/m^3$ și rezistivitatea $\rho = 17,5 \cdot 10^{-9} \Omega \cdot m$

$m = 4 kg$
$D = 2 mm$
$d = 8,9 t/m^3 = 8900 kg/m^3$
$\rho = 17,5 \cdot 10^{-9} \Omega \cdot m$

$R = ?$

$$\boxed{R = \rho \frac{\ell}{S}}$$

$$\begin{cases} m = d \cdot V = d(\ell S) = d \cdot \ell \cdot \frac{\pi D^2}{4} \rightarrow \ell = \frac{4m}{d \cdot \pi D^2} \\ V = \ell \cdot S, \quad S = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \quad \text{sau } \ell = \left(\frac{m}{d \cdot S}\right) \end{cases}$$

atunci $R = \rho \left(\frac{m/d \cdot S}{S}\right) = \rho \frac{m}{d \cdot S^2} = \rho \cdot \frac{m}{d \left(\frac{\pi D^2}{4}\right)^2} = \frac{16 m \rho}{\pi^2 D^4 d}$

înlocuim numeric

$R \approx 0,8 \Omega$

$R = \left(\frac{16 m \rho}{\pi^2 D^4 d}\right) = \frac{16 \cdot 4 kg \cdot 17,5 \cdot 10^{-9} \Omega \cdot m}{10 \cdot 16 \cdot 10^{-12} \cdot 89 \cdot 10^2 kg} = \frac{4 \cdot 17,5}{89 \cdot 10^{-12 + 12}} = \frac{70}{89 \cdot 10^0} \approx$

(2.3/18) Două conductoare de mase egale $(m_1 = m_2 = m)$ sunt confecționate din materiale diferite și au aceeasi rezistentă electrică $(R_1 = R_2)$. Rezistivitatea primului $(\rho_1 = f \cdot \rho_2, f = 0,5)$ dar are diametre secțiunii transversale, $(D_1 = u D_2, $ cu $u = 2)$. Aflati raportul densitatilor lor $(d_2/d_1 = ?)$

$$\begin{cases} m_1 = m_2 = m \\ R_1 = R_2 = R \\ \rho_1 = f \cdot \rho_2 \\ f = 0,5 = \frac{1}{2} \\ D_1 = u \cdot D_2 \\ u = 2 \end{cases}$$

$d_2/d_1 = ?$

$m = d_1 V_1 = d_2 V_2$

$$\boxed{R = \rho \frac{\ell}{S}}$$

$D_2 = (D_1/u)$

$$\begin{cases} V_1 = S_1 \cdot \ell_1 = \left(\frac{m}{d_1}\right) \rightarrow \ell_1 = \left(\frac{m}{d_1 \cdot S_1}\right) \\ V_2 = S_2 \ell_2 = (m/d_2) \rightarrow \ell_2 = \left(\frac{m}{d_2 \cdot S_2}\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} R = R_1 = \rho_1 \frac{\ell_1}{S_1} \\ S_1 = \left(\frac{\pi D_1^2}{4}\right) \\ m, \rho_1 = f \cdot \rho_2 \\ d_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R = R_2 = \rho_2 \frac{\ell_2}{S_2} \\ S_2 = \frac{\pi D_2^2}{4} = \left(\frac{\pi D_1^2}{4 u^2}\right) \\ m, \rho_2 \\ d_2 \end{cases}$$

$$R \begin{cases} R_1 = \rho_1 \cdot \frac{m}{d_1 \cdot S_1^2} = \rho_1 \cdot \frac{m}{d_1 \cdot \left(\frac{\pi D_1^2}{4}\right)^2} \\ R_2 = \rho_2 \cdot \frac{m}{d_2 \cdot S_2^2} = \rho_2 \cdot \frac{m}{d_2 \cdot \left(\frac{\pi D_1^2}{4 u^2}\right)^2} = \left(\frac{\rho_1}{f}\right) \frac{m}{d_2 \left(\frac{\pi D_1^2}{4 u^2}\right)^2} \end{cases}$$

$$\boxed{\rho_2 = (\rho_1 / f)}$$

cum $R_1 = R_2 \rightarrow \rho_1 \frac{m}{d_1} \cdot \left(\frac{4}{\pi D_1^2}\right)^2 = \frac{\rho_1}{f} \cdot \frac{m}{d_2} \cdot \left(\frac{4 u^2}{\pi D_1^2}\right)^2$
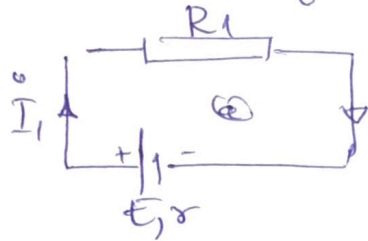
deci $\left(\frac{d_2}{d_1}\right) = \frac{u^4}{f} = \frac{2^4}{(1/2)} = 2^5 = 32$

(2.6/119) O sursă debitează un curent $I_1=3A$ pe un rezistor de rezistență $R_1=10\Omega$.
Înlocuind rezistorul R_1 cu $R_2'=20\Omega$, curentul devine $I_2=1,6A$.
Aflați t.e.m.$(E=?)$ a sursei și rezistența ei internă, $r=?$

$R_1=10\Omega$
$I_1=3A$ $\}$ⓐ

$R_2=20\Omega$
$I_2=1,6A$ $\}$ⓑ

$E=?, r=?$

$$(1) \begin{cases} I_1 = \dfrac{E}{R_1+r} \\ E = I_1(R_1+r) \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} I_2 = \dfrac{E}{R_2+r} \\ E = I_2(R_2+r) \end{cases}$$
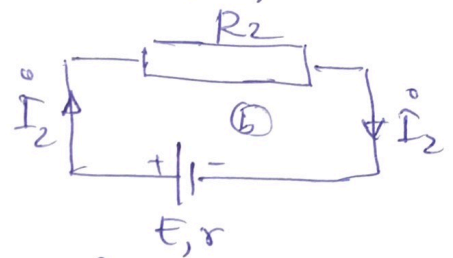
egalând: $I_1(R_1+r) = I_2(R_2+r)$

$\left(\dfrac{I_1}{I_2}\right)R_1 + \left(\dfrac{I_1}{I_2}\right)r = R_2 + r$ $\rightarrow$ $r\left[\dfrac{I_1}{I_2}-1\right] = R_2 - R_1\left(\dfrac{I_1}{I_2}\right)$

$\Rightarrow r\cdot(I_1-I_2) = R_2 I_2 - R_1 I_1$ $\rightarrow$ $r\left(\dfrac{I_1-I_2}{I_2}\right) = \dfrac{R_2 I_2 - R_1 I_1}{I_2} \Big/ I_2$

$\rightarrow r = \left(\dfrac{R_2 I_2 - R_1 I_1}{I_1-I_2}\right) = \dfrac{20\cdot 1,6 - 10\cdot 3}{(3-1,6)} = \dfrac{32-30}{1,4} = \dfrac{2}{1,4} \approx 1,43\Omega$
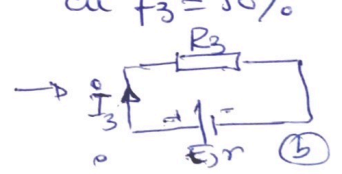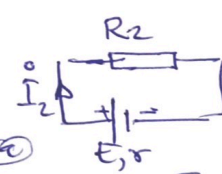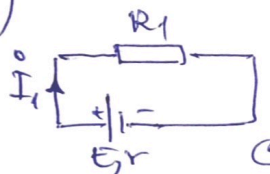
înlocuind (r) în (1) $E = I_1(R_1+r)$ $\rightarrow$ $E = 3A(10+1,43)\Omega = 3\cdot 11,43$
$E \approx 34,3 V.$

(2.7/119) Un acumulator cu $r=$necunoscut debitează pe un rezistor necunoscut
R_1 un curent, $I_1=12A$. Dacă crește rezistența la R_2 cu $f_1=50\%$ atunci
curentul debitat scade cu $f_2=25\%; I_2$
Aflați: a) raportul $R/r=?$ b) valoarea curentului $I_3=?$ dacă R_3 scade
$E, r, \{f_1=50\%, f_2=f_3=25\%\}$

cu $f_3=50\%$.

$R_1, I_1=12A$
$R_2=(1+f_1)R_1, I_2=(1-f_2)I_1$

a) $k = R_1/r = ?$
b) $I_3=?$ $R_3=(1-f_3)\cdot R_1$

$(1)\ I_1 = \dfrac{E}{R_1+r}$ $(2)\ I_2 = \dfrac{E}{R_2+r} = (1-f_2)\cdot I_1$

$\Rightarrow \dfrac{(2)}{(1)}:\ \dfrac{I_1(1-f_2)}{I_1} = \dfrac{E}{R_2+r}\cdot\dfrac{R_1+r}{E}$; $R_2=(1+f_1)R_1$

deci: $(1-f_2) = \dfrac{R_1+r}{R_2+r} = \dfrac{R_1+R}{R_1(1+f_1)+r} = \dfrac{(R_1/r+1)}{R_1/r(1+f_1)+1}$

adică $(1-f_2) = \dfrac{[R_1/r+1]}{[R_1/r+1]+[R_1/r]f_1}$ $\rightarrow$ $\dfrac{R_1}{r}(R_1/r) \equiv k$

$1-f_2 = \dfrac{(k+1)}{(k+1)+f_1\cdot k}$ $\rightarrow$ $(1-f_2)[(k+1)+k\cdot f_1] = k+1$

$k(1-f_2)\cdot f_1 + k(1-f_2) + (1-f_2) = k+1$
$\Rightarrow k[f_1(1-f_2)+(1-f_2)-1] = 1-1+f_2$ $\rightarrow$ $k = \left(\dfrac{f_2}{f_1-f_1f_2-f_2}\right) = \dfrac{0,25}{0,5-0,25\cdot0,5-0,25} \approx 2$