cl. 11a _(§12.2)_ Unde staționare 02.12.2020

pg. (44-46)

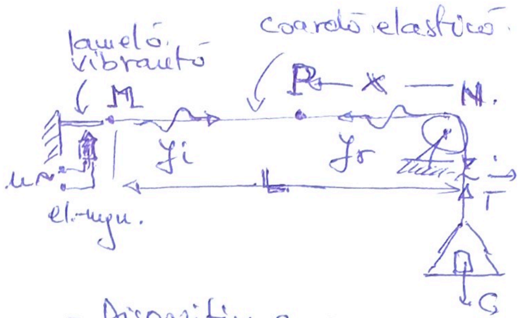
1). Interferența a două unde coerente (y_i, y_r) y_i-incidentă și y_r-reflectată

2). - Reflexia cu și fără schimbare de sens sau salt de fază $\Delta\varphi = 0, \pi$

3) - Unde staționare.

4) - Cond. de Max - ventre și min - noduri de oscilație.

5). - ν_n - frecvențele proprii de oscilație. Armonici



- Dispozitiv exp.

$y = A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ ec. undei plane

---

1). Vom studia fenomenul de interferență a două unde coerente (y_i, y_r) determinate în coardă elastică MH - tensionată ($\vec{T}$) - de sarcina ($\vec{G}$, $\vec{T}$) care întinde coarda, pusă în vibrație de el-magnetul alimentat în curent alternativ ($u\sim$). într-un pct. P intermediar în care cele două unde y_i-incidentă și y_r-reflectată se suprapun și interferă astfel:

$$\begin{cases} y_i = a\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{L}{\lambda}\right) \\ y_r = a\sin 2\pi\left[\left(\frac{t}{T} - \frac{L}{\lambda}\right) + \Delta\varphi\right] \end{cases}, \quad \begin{cases} \omega_1 = \omega_2 = \omega = \frac{2\pi}{T} \\ a_1 = a_2 \equiv a \end{cases}$$

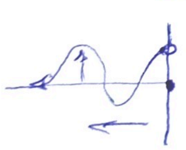
$$\boxed{1 + \cos\Delta\varphi = 2\cos^2\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right)}$$

amplitudinea undei rezultante este dată de:

$$A = \sqrt{a^2 + a^2 + 2a^2\cos\Delta\varphi} = \sqrt{2a^2 + 2a^2\cdot\cos\Delta\varphi} = \sqrt{2a^2(1+\cos\Delta\varphi)} \ominus$$

$$A \ominus \sqrt{a^2 4\cos^2\frac{\Delta\varphi}{2}} = 2a\cdot\cos\frac{\Delta\varphi}{2} \rightarrow \boxed{A = 2a\left|\cos\frac{\Delta\varphi}{2}\right|}$$

2). Reflexia undei incidente dintr-un mediu elastic poate fi de 2 tipuri astfel: a) - fără schimbare/salt de fază ($\Delta\varphi$) sau diferență de drum (Δx) dacă mediul vecin este mai puțin rigid.



$$\Delta\varphi = 0 = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)\Delta x \rightarrow \boxed{\Delta x = 0} \text{ - fără dif. de drum.}$$

b). - cu schimbare/salt de fază ($\Delta\varphi = \pi$) sau cu dif. de drum ($\Delta x = \frac{\lambda}{2}$)

$$\Delta\varphi = \pi = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot\Delta x \rightarrow \boxed{\Delta x = \left(\frac{\lambda}{2}\right)}$$

3). Unde staționare.

$$\begin{cases} y_i = a\cdot\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{L+x}{\lambda}\right) \\ y_r = a\cdot\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{L+x+\lambda/2}{\lambda}\right) \end{cases}$$

$\Delta\varphi = (2x + \lambda/2) = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)\Delta x$; $y_P(x) = y_i(x) + y_r(x)$

$$A(x) = 2a\cos\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right) = 2a\cdot\cos\frac{\pi}{\lambda}\left(2x + \frac{\lambda}{2}\right) \begin{cases} A = Max \\ A = min. \end{cases}$$

4) Studiem condițiile de $\underline{Maxim}$ și $\underline{minim}$ pentru amplitudine undei staționare cu care oscilează coarda elastică în pct. P situat la distanța (x) față de capătul H, având lungimea totală L între capetele, MH.

a) $\underline{\text{Cond. de Max. de oscilație}}$ se atinge dacă:

$$A(x) = 2a\cdot\cos\frac{\pi}{\lambda}(2x+\lambda/2) = \pm 2a \iff \left|\cos\frac{\pi}{\lambda}\left(2x+\frac{\lambda}{2}\right)\right| = \pm 1$$

$\underline{A_{Max.} = \text{Ventru de oscilație}}$.

adică dacă $\frac{\pi}{\lambda}\left(2x_M+\frac{\lambda}{2}\right) = (2K)\frac{\pi}{2} = K\pi$

atunci $2x_M + \frac{\lambda}{2} = K\lambda \;/{:}2 \rightarrow \boxed{x_M = (2K-1)\frac{\lambda}{4} = x_V}$ - $\underline{\text{Ventru de oscilație}}$

$x_M + \frac{\lambda}{4} = (2K)\frac{\lambda}{4}$

b). Condiția de minim/nul de oscilație se atinge dacă:

$$A(x) = 2a\cos\frac{\pi}{\lambda}\left(2x+\frac{\lambda}{2}\right) = 0 \text{ - } \underline{\text{Nod. de oscilație}}.$$

$$\iff \cos\frac{\pi}{\lambda}\left(2x+\frac{\lambda}{2}\right) = 0, \iff \frac{\pi}{\lambda}\left(2x+\frac{\lambda}{2}\right) = (2K+1)\frac{\pi}{2}.$$

adică $2x_n + \frac{\lambda}{2} = (2K+1)\frac{\pi}{2}\cdot\frac{\lambda}{\pi} \;/{:}2.$

$$x_n + \frac{\lambda}{4} = (2K+1)\frac{\lambda}{4}. \rightarrow \boxed{x_n = (2K)\frac{\lambda}{4} = x_n} \text{ - Nod de oscilație.}$$

$\underline{\text{Concluzie}}$:

În pct. P se formează

a) un $\underline{\text{Ventru}}$/Maxim de osc. dacă,

$$\Delta x_V = (2K-1)\frac{\lambda}{4}, \quad \Delta\varphi_M = K\pi = (2K)\frac{\pi}{2}$$

b) un Nod/minim de oscilație dacă,

$$\Delta x_n = (2K)\frac{\lambda}{4}, \quad \Delta\varphi_n = (2K+1)\frac{\pi}{2}$$

5). $\underline{\text{Frecvențele proprii de oscilație/Modurile proprii de osc. Armonice}}$

Știm că $\boxed{\lambda = v\cdot T = \frac{v}{\nu}}$, $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$, viteza undelor transversale în med. el.

Într-o coardă de lungime L undele staționare au noduri la capete și îndeplinesc $\underline{\text{condiția de staționaritate}}$. $\boxed{L = n\left(\frac{\lambda}{2}\right)}$, $\lambda = \frac{v}{\nu_n}$, $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

atunci $\begin{cases} L = n\left(\frac{\lambda}{2}\right) = \frac{n}{2}\frac{v}{\nu_n} \\ n\text{ - nr. de ventre.} \end{cases} \rightarrow \boxed{\nu_n = \left(\frac{n}{2L}\right)\cdot v = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}}}$; $n = 1, 2, \ldots$

$\underline{\text{Armonicele}}$ reprezintă diferitele moduri de oscilație de ordin $n = 1, 2, \ldots$

$n = 1 \rightarrow$ $\underline{\text{Armonica fundamentală}}$

$n = 2 \rightarrow$ ~~Aprima~~ 2a armonică $\underline{\text{Secundară}}$

$n = 3$ - a 3a armonică de ord. 3.

⋮