cl. a 12-a D - Plan/schiță de lecție (1) 08.10.2020

prof. H. Stefan

Relația energie-masă (1)

Obiective: 1 - Deducerea relației energ.-masă.

2 - Evidențierea celor 3 tipuri de energie (E - totală; E_0 - repaus; $E_c = (E - E_0)$ - cinetică)

3 - Interpretarea fiecărui tip de energie.

4 - Rezolvări de pb. specifice.

1). - Pentru deducere se pornește de la ec. { P2: $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$; Leg. variației E_c: $dE_c = dL$ }

deci: $\vec{F} = \left(\frac{d\vec{p}}{dt}\right) = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$; $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

$dE_c = dL$; $\vec{v} = d\vec{r}/dt$

$dL = \vec{F} \cdot d\vec{r}$; $d\vec{r} = \vec{v} dt$

$$dE_c = \vec{F} \cdot d\vec{r} = \left(\frac{d\vec{p}}{dt}\right) \cdot \vec{v} dt = \frac{d(m\vec{v})}{dt} \vec{v} \cdot dt = \vec{v} \cdot d(m\vec{v})$$

deci $dE_c = \vec{v} \cdot d(m\vec{v}) = \vec{v} \cdot (m\, d\vec{v} + \vec{v}\, dm) = m\vec{v} d\vec{v} + v^2 dm$.

adică: $dE_c = m\vec{v} \cdot d\vec{v} + v^2 dm$ (*)

unde $m = m(v) = m_0 / \sqrt{1 - v^2/c^2}$

$d\,m(v) = \left(\frac{dm}{dv}\right) \cdot dv$

Derivatele utilizate în calcul:

$\frac{1}{f}' = \frac{-f'}{f^2}$

$f = \sqrt{u}$, $f' = \frac{-u'}{2\sqrt{u}}$

$u' = (1 - v^2/c^2)' = -(2v/c^2)$

$$\frac{dm}{dv} = \frac{d}{dv}\left(\frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\right) = -\frac{\frac{(-\cancel{2}v/c^2) m_0}{\cancel{2}\sqrt{1 - v^2/c^2}}}{(1 - v^2/c^2)} \; (=)$$

$$\frac{dm}{dv} (=) \left(\frac{m_0 / c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \cdot \frac{v}{1 - v^2/c^2}\right) = \frac{m v}{c^2(1 - v^2/c^2)} = \frac{m v}{c^2 - v^2}$$

atunci $dm(c^2 - v^2) = m v\, dv$ sau $m v\, dv = (c^2 - v^2) \cdot dm$.

$\xRightarrow{(*)}$ $dE_c = m v\, dv + v^2 dm = (c^2 - \cancel{v^2}) dm + \cancel{v^2} dm = c^2 dm$.

$\int_E dE_c = c^2 \cdot \int_{m_0} dm$; $v = 0 \rightarrow m = m_0$

2).

$$\boxed{E_c = c^2(m - m_0) = mc^2 - m_0 c^2}$$

$E = m \cdot c^2$ - energ. totală relativistă

$E_0 = m_0 c^2$ - energ. de repaus.

$E_c = (E - E_0) = (m - m_0)c^2 = \Delta m \cdot c^2$ energ. cinetică

$\Delta m = (m - m_0)$ - defectul de masă

3). **Obs**: Orice corp de masă, m_0 - aflat în mișc. este caracterizat de o energ. totală, $E = mc^2$, o energ. de repaus, $E_0 = m_0 c^2$ și o energ. cinetică, $E_c = (E - E_0) = \Delta m \cdot c^2$ _ creată în reacțiile nucleare pe seama defectului de masă, $\Delta m = (m - m_0)$

4). Rez. de pb. specifice. pb. 1.8/27, man. cl. a XII-a.

clasa a 12-a D   schiță/plan lecție (2)   02.10.2020

Relația Energie totală – impuls – masa de repaus (2)
E_t p m_0

Obiective: La final vom fi capabili să: TRR(MQ)   (MC)

a) reproducem relația $(E_t - p - m_0)$; $E = c\sqrt{p^2 + (m_0c^2)^2}$ versus $E_c = \left(\frac{p^2}{2m}\right)$

b) deducem această relație de dependență

c) separăm invariantul relativist: $E^2 - p^2c^2 = (m_0c^2)^2$

d) Utilizăm aceste ecuații pentru/ca relație de unificare (E, p, m_0) pentru particulele relativiste (foton, $m_0 = 0$)

e) Utilizare în rezolvarea problemelor

a) Deducerea relației/ec. E, p, m_0. Vom porni de la ec.

$E = mc^2$; $\bar{p} = m\bar{v}$, $m = m_0/\sqrt{1 - v^2/c^2}$

$E = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$; $\bar{v} = \left(\frac{\bar{p}}{m}\right) \to v^2 = \frac{p^2}{m^2}$

$$E = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{p^2}{m^2c^2}}} = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{p^2c^2}{(mc^2)^2 \to E^2}}} \Rightarrow E^2 = \frac{(m_0c^2)^2}{1 - \frac{p^2c^2}{E^2}} \Rightarrow \frac{E^2(m_0c^2)^2}{E^2 - p^2c^2} = E^2 /:E^2$$

rearanjăm ec:

b) $\Rightarrow \underline{E^2 - p^2c^2 = (m_0c^2)^2} \to E^2 = p^2c^2 + (m_0c^2)^2 \to$ $\boxed{E = c\sqrt{p^2 + m_0^2c^2}}$

(2) $\boxed{E = c \cdot \sqrt{p^2 + (m_0c)^2}}$

- această relație exprimă energia (E) funcție de impulsul (p) în TRR și este analogul rel. $E_c = (p^2/2m)$ din mec. clasică.

c) - Forma anterioară $E^2 - p^2c^2 = (m_0c^2)^2$ cuprinde în membrul stâng termenul $(E^2 - p^2c^2)$ denumit <u>invariantul relativist</u>, a cărui valoare rămâne invariantă ($= m_0^2c^4$) pentru orice pereche (E, p) a particulei relativiste de masă m_0 la trecerea în $(\forall)$SRI

d) - <u>Aplicație</u>: pentru particulele relativiste de masă ($m_0 = 0$) – fotonul.

$m_0 = 0 \Rightarrow E_f = c\sqrt{p^2 + 0 \cdot c^4} = p_f \cdot c \to p_f = \frac{E_f}{c} = \left(\frac{h\nu}{c}\right) = \frac{h}{\lambda}$; $\left(\lambda = \frac{c}{\nu}\right)$

$v_f = c \to p = m \cdot v_f = m \cdot c \; (= h/\lambda)$ h = const. Planck $= 6{,}626 \cdot 10^{-34}\,J \cdot s$

- <u>Obs</u>: Pentru o particulă în repaus ($p = 0$) relația energie-impuls arată că $\begin{cases} E^2 - p^2c^2 = (m_0c^2)^2 \\ p = 0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{E = m_0c^2}$
energia de repaus ($\sim m_0 \sim c^2$)

e) - <u>Rezolvare pb. 1.1/29.</u>

$m_0 = 10\,kg$
$v = (99\%) c$
$E_c = ?$

$\begin{cases} E = E_0 + E_c \to E_c = E - E_0 = mc^2 - m_0c^2 = (m - m_0) \cdot c^2 \\ m = m_0/\sqrt{1 - v^2/c^2} \end{cases}$ atunci: $E_c = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1\right)$

înlocuind numeric: $E_c = 10\,kg \cdot (3 \cdot 10^8)^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{99^2c^2}{100^2c^2}}} - 1\right) = 10 \cdot 9 \cdot 10^{16} \otimes$

$\otimes \left(\frac{100}{\sqrt{100^2 - 99^2}} - 1\right) \simeq 5{,}5 \cdot 10^{18}\,J$

<u>Temă</u>: pb 1.9, 1.10/29.