Alături de radiația electromagnetică împrăștiată cu lungimea de undă mărită, în timpul producerii efectului Compton, apare și electronul de recul, căruia ne propunem să-i determinăm energia cinetică și direcția de deplasare față de direcția fotonului incident. Scriem energia cinetică a electronului sub forma cunoscută din teoria relativității (cl. a XI-a) și facem uz de relația (1.12):

$$E_c = mc^2 - m_0c^2 = h\nu_0 - h\nu = hc\left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda}\right) = hc\,\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0\lambda} = hc\,\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0(\lambda_0 + \Delta\lambda)}. \quad (1.20)$$

Introducînd (1.19) în (1.20), obținem pentru energia cinetică a electronului de recul expresia:

$$E_e = \frac{hc}{\lambda_0}\,\frac{2\Lambda \sin^2\frac{\theta}{2}}{\lambda_0 + 2\Lambda \sin^2\frac{\theta}{2}} = E_0\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0+\Delta\lambda}\right). \quad (1.21)$$

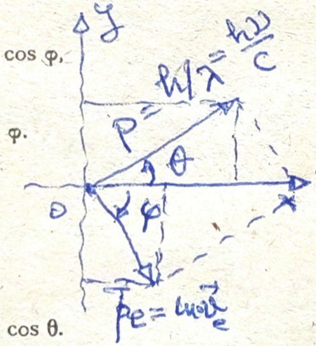
v E_0

Energia cinetică a electronului de recul depinde deci de lungimea de undă a fotonului incident λ_0 și de unghiul de împrăștiere a fotonului.

Unghiul φ pe care-l face direcția de deplasare a electronului de recul cu direcția fotonului incident se poate afla folosind figura 1.17. Proiectînd impulsurile pe direcția lui p_0 și pe o direcție perpendiculară pe ea, obținem:

Ox: $$\frac{h\nu_0}{c} = \frac{h\nu}{c}\cos\theta + mv\cos\varphi, \quad (1.22)$$

Oy: $$0 = \frac{h\nu}{c}\sin\theta - mv\sin\varphi. \quad (1.23)$$



Din (1.23) și (1.22) rezultă:

(1) $$mv\sin\varphi = \frac{h}{\lambda}\sin\theta, \quad (1.24)$$

(2) $$mv\cos\varphi = \frac{h}{\lambda_0} - \frac{h}{\lambda}\cos\theta. \quad (1.25)$$

Împărțind ecuația (1.24) la (1.25), obținem:

$$\frac{(1)}{(2)} \rightarrow \operatorname{tg}\varphi = \frac{\frac{h}{\lambda}\sin\theta}{\frac{h}{\lambda_0} - \frac{h}{\lambda}\cos\theta}. \quad (1.26)$$

Împărțind ecuația (1.26) cu h/λ,

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\sin\theta}{\left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right) - \cos\theta}. \quad (1.27)$$

Să exprimăm raportul λ/λ_0 cu ajutorul relației (1.19):

$$\left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right) = \frac{\Delta\lambda + \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} + 1 = \frac{2\Lambda\sin^2\frac{\theta}{2}}{\lambda_0} + 1. \quad (1.28)$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\sin\theta}{\frac{2\Lambda\sin^2\frac{\theta}{2}}{\lambda_0} + (1 - \cos\theta)}.$$

Folosind relațiile trigonometrice:

$$\boxed{\sin\theta = 2\sin\frac{\theta}{2}\cdot\cos\frac{\theta}{2}} \quad \text{și} \quad \boxed{(1 - \cos\theta) = 2\sin^2\frac{\theta}{2}},$$

vom avea:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{2\sin\frac{\theta}{2}\cdot\cos\frac{\theta}{2}}{\frac{2\Lambda\sin^2\frac{\theta}{2}}{\lambda_0} + 2\sin^2\frac{\theta}{2}}. \quad (1.29)$$

Simplificînd ecuația (1.29) cu $2\sin\frac{\theta}{2}$, rezultă:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\left(\frac{\Lambda}{\lambda_0} + 1\right)\sin\frac{\theta}{2}}.$$

Expresia unghiului sub care se deplasează electronul de recul, măsurat față de direcția fotonului incident este dată de:

$$\boxed{\operatorname{tg}\varphi = \frac{\operatorname{ctg}\frac{\theta}{2}}{\left(\frac{\Lambda}{\lambda_0}\right) + 1}.} \quad (1.30)$$

v

Se observă din ecuația (1.30) că direcția de mișcare a electronului de recul este determinată atît de energia fotonului incident cît și de direcția de împrăștiere a acestuia.

Faptele experimentale legate de efectele fotoelectric și Compton au contribuit la fundamentarea teoriei corpusculare (fotonice) a luminii. Deși această teorie complementară a cunoscut succese spectaculoase în explicarea acestor fenomene, nu s-a renunțat la teoria ondulatorie prin care se pot interpreta corect interferența, difracția și polarizarea luminii. A apărut, în mod evident, întrebarea: ce este lumina — undă sau corpuscul? Răspunsul la această întrebare se găsește în următoarea afirmație a lui A. Einstein: „este mult mai probabil să spunem că lumina are atît un caracter ondulatoriu cît și corpuscular“. Astăzi acest răspuns este depășit. Din punct de vedere macroscopic lumina și în general radiația electromagnetică este o undă. Microscopic, lumina este un ansamblu de particule cuantice, care nu sînt *nici* unde, *nici* corpusculi, ci obiecte radical diferite de cele clasice.

1.2.2. Electronul de recul

Alături de radiația electromagnetică împrăștiată cu lungimea de undă mărită, în timpul producerii efectului Compton, apare și electronul de recul, căruia ne propunem să-i determinăm energia cinetică și direcția de deplasare față de direcția fotonului incident. Scriem energia cinetică a electronului sub forma cunoscută din teoria relativității (cl. a XI-a) și facem uz de relația (1.12):

$$E_c = mc^2 - m_0c^2 = h\nu_0 - h\nu = hc\left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda}\right) = hc\,\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0\lambda} = hc\,\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0(\lambda_0 + \Delta\lambda)}. \quad (1.20)$$

Introducînd (1.19) în (1.20), obținem pentru energia cinetică a electronului de recul expresia:

$$\boxed{E_e = \left(\frac{hc}{\lambda_0}\right)\frac{2\Lambda\sin^2\frac{\theta}{2}}{\lambda_0 + 2\Lambda\sin^2\frac{\theta}{2}}.} = E_0\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0+\Delta\lambda}\right) \quad (1.21)$$

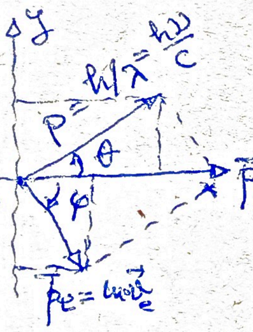
E_0

Energia cinetică a electronului de recul depinde deci de lungimea de undă a fotonului incident λ_0 și de unghiul de împrăștiere a fotonului.

Unghiul φ pe care-l face direcția de deplasare a electronului de recul cu direcția fotonului incident se poate afla folosind figura 1.17. Proiectînd impulsurile pe direcția lui p_0 și pe o direcție perpendiculară pe ea, obținem:

$$Ox:\quad \frac{h\nu_0}{c} = \frac{h\nu}{c}\cos\theta + mv\cos\varphi, \quad (1.22)$$

$$Oy:\quad 0 = \frac{h\nu}{c}\sin\theta - mv\sin\varphi. \quad (1.23)$$



Din (1.23) și (1.22) rezultă:

$$(1)\quad mv\sin\varphi = \frac{h}{\lambda}\sin\theta, \quad (1.24)$$

$$(2)\quad mv\cos\varphi = \frac{h}{\lambda_0} - \frac{h}{\lambda}\cos\theta. \quad (1.25)$$

Împărțind ecuația (1.24) la (1.25), obținem:

$$\frac{(1)}{(2)} \rightarrow \quad \operatorname{tg}\varphi = \frac{\frac{h}{\lambda}\sin\theta}{\frac{h}{\lambda_0} - \frac{h}{\lambda}\cos\theta}. \quad (1.26)$$

Împărțind ecuația (1.26) cu h/λ,

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\sin\theta}{\left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right) - \cos\theta}. \quad (1.27)$$

Să exprimăm raportul λ/λ_0 cu ajutorul relației (1.19):

$$\left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right) = \frac{\Delta\lambda + \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} + 1 = \frac{2\Lambda\sin^2\frac{\theta}{2}}{\lambda_0} + 1. \quad (1.28)$$

Introducînd (1.28) în (1.27), găsim:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\sin\theta}{\frac{2\Lambda\sin^2\frac{\theta}{2}}{\lambda_0} + (1 - \cos\theta)}.$$

Folosind relațiile trigonometrice:

$$\boxed{\sin\theta = 2\sin\frac{\theta}{2}\cdot\cos\frac{\theta}{2}} \quad \text{și} \quad \boxed{(1 - \cos\theta) = 2\sin^2\frac{\theta}{2},}$$

vom avea:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{2\sin\frac{\theta}{2}\cdot\cos\frac{\theta}{2}}{\frac{2\Lambda\sin^2\frac{\theta}{2}}{\lambda_0} + 2\sin^2\frac{\theta}{2}}. \quad (1.29)$$

Simplificînd ecuația (1.29) cu $2\sin\frac{\theta}{2}$, rezultă:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\left(\frac{\Lambda}{\lambda_0} + 1\right)\sin\frac{\theta}{2}}.$$

Expresia unghiului sub care se deplasează electronul de recul, măsurat față de direcția fotonului incident este dată de:

$$\boxed{\operatorname{tg}\varphi = \frac{\operatorname{ctg}\frac{\theta}{2}}{\left(\frac{\Lambda}{\lambda_0}\right) + 1}.} \quad (1.30)$$

Se observă din ecuația (1.30) că direcția de mișcare a electronului de recul este determinată atît de energia fotonului incident cît și de direcția de împrăștiere a acestuia.

Faptele experimentale legate de efectele fotoelectric și Compton au contribuit la fundamentarea teoriei corpusculare (fotonice) a luminii. Deși această teorie complementară a cunoscut succese spectaculoase în explicarea acestor fenomene, nu s-a renunțat la teoria ondulatorie prin care se pot interpreta corect interferența, difracția și polarizarea luminii. A apărut, în mod evident, întrebarea: ce este lumina — undă sau corpuscul? Răspunsul la această întrebare se găsește în următoarea afirmație a lui A. Einstein: „este mult mai probabil să spunem că lumina are atît un caracter ondulatoriu cît și corpuscular". Astăzi acest răspuns este depășit. Din punct de vedere macroscopic lumina și în general radiația electromagnetică este o undă. Microscopic, lumina este un ansamblu de particule cuantice, care nu sînt nici unde, nici corpusculi, ci obiecte radical diferite de cele clasice.