cl. 11a – S18.1 – Rezolvări pb – Circ. RLC-serie în c.a. 25.01.2021

pag. 107

(2.1/107) O bobină, conectată la o sursă de c.c. cu $U_c = 24V$ este parcursă de $I_c = 4A$. Când este conectată în c.a. la $U = 120V$ și $\nu = 50Hz$, curentul este $I = 12A$. Aflați inductanța L-a bobinei?

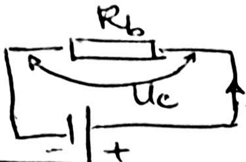
c.c: $U_c = 24V$, $I_c = 4A$ Rezolvare – avem două cazuri: c.c. – ⓐ; c.a. – ⓑ

c.a: $U = 120V$, $\nu = 50Hz$

$I = 12A$

$L = ?$

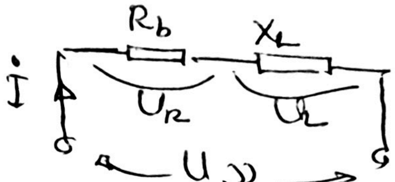
a)



$$\boxed{I_c = \left(\frac{U_c}{R_b}\right)} \quad (1)$$

Leg. Ohm în c.c

b).



$$\boxed{I = \left(\frac{U}{Z_b}\right) = \frac{U}{\sqrt{R_b^2 + X_L^2}}} \quad (2)$$

Legea Ohm în c.a.

unde:

$$Z_b = \sqrt{R_b^2 + X_L^2} = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$$

$$X_L = \omega L = 2\pi\nu \cdot L,$$

$$\omega = 2\pi\nu$$

$$(1) \rightarrow R_b = \left(\frac{U_c}{I_c}\right) \Longrightarrow (2)\quad U/I = \sqrt{R_b^2 + X_L^2} = \sqrt{\left(\frac{U_c}{I_c}\right)^2 + 4\pi^2\nu^2 \cdot L^2}$$

ridicând $(2)^2 \rightarrow \frac{U^2}{I^2} = \left(\frac{U_c}{I_c}\right)^2 + 4\pi^2\nu^2 L^2 \rightarrow L^2 = \frac{(U/I)^2 - (U_c/I_c)^2}{4\pi^2\nu^2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow L = \frac{1}{2\pi\nu}\sqrt{\left(\frac{U}{I}\right)^2 - \left(\frac{U_c}{I_c}\right)^2} = \frac{1}{2\pi \cdot 50}\sqrt{\left(\frac{120}{12}\right)^2 - \left(\frac{24}{4}\right)^2} = \frac{1}{100\pi}\sqrt{10^2 - 6^2} =$$

$$L = \frac{1}{100\pi}\sqrt{100 - 36} = \frac{1}{100\pi}\cdot\sqrt{64} = \frac{8}{100\pi} \simeq 25{,}5 \cdot 10^{-3} H = 25{,}5 mH$$

$\langle L \rangle_{SI} = H$ (Henry).

(2.2/107) La un generator de c.a. cu tensiunea la borne, $U = 10V$ se conectează un circ. serie format dintr-un condensator $C = 5 \cdot 10^{-5}/\pi$ F și o bobină de inductanță $L = 2/\pi$ H și rezistență $R = 40\Omega$. Să se determine:

a) I – intens. curentului din circuit, dacă frecvența este $\nu = 100 Hz$;

b) frecvența $\nu_0 = ?$ la care are loc rezonanța circ. RLC-serie.

c) I_0 – intens. curentului la rezonanță.

d) Q = ?, factorul de calitate al circuitului.

dici: (c.a.) RLC-serie.

$U = 10V$, $C = 5 \cdot 10^{-5}/\pi$ F

$L = \frac{2}{\pi}$ H, $R = 40\Omega$

a) $I = ?$ ($\nu = 100Hz$).

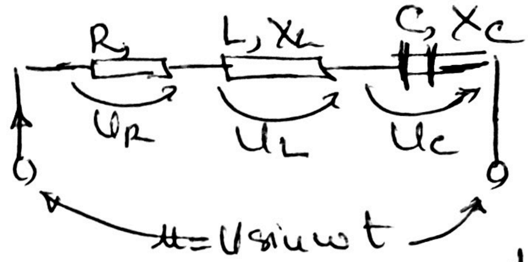
b) $\nu_0 = ?$

c) $I_0 = ?$

d) $Q = ?$

RLC-serie în c.a.

a) $\boxed{\dot{I} = \frac{U}{Z_s}} = \frac{U}{\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}}$



$Z_S = \sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}$, unde $\begin{cases} X_L = \omega L = 2\pi\nu \cdot L - \text{reactanța inductivă} \\ X_C = 1/\omega C = \frac{1}{2\pi\nu}\cdot\frac{1}{C} - \text{reactanța capacitivă} \end{cases}$

deci impedanța circ. RLC-serie

$\dot{I} = \frac{U}{\sqrt{R^2+\left(2\pi\nu \cdot L - \frac{1}{2\pi\nu C}\right)^2}} \simeq 33\,mA$ $\begin{cases} U_R = R\cdot\dot{I} \quad ; \omega = 2\pi\nu = 2\pi/T \\ U_L = I\cdot X_L = I\,\omega L = I\cdot 2\pi\nu\cdot L \\ U_C = I\cdot X_C = \dot{I}/\omega C = I/2\pi\nu\cdot C \end{cases}$

b) RLC-serie la rezonanța tensiunilor:

$U_L = U_C$, $\dot{I}\cdot X_L = I\cdot X_C \rightarrow X_L = X_C \rightarrow$ condițiile de rezonanță cu tensiunile

$X_L = X_C \rightarrow \left(\omega L = \frac{1}{\omega\cdot C}\right) \rightarrow \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$\begin{cases} X_L = \omega L = 2\pi\nu L \\ X_C = 1/\omega C = 1/2\pi\nu C \end{cases} \rightarrow 4\pi^2\nu_0^2 = \frac{1}{LC} \rightarrow \boxed{\nu_0 = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{\sqrt{LC}}} \mp 50\,Hz$

c) Deoarece la rezonanță $X_L = X_C$, impedanța circ. RLC-serie devine minimă astfel. $Z_{0S} = \sqrt{R^2-\underbrace{(X_L-X_C)^2}_{=0}} = \sqrt{R^2} \equiv R$,

atunci din, $\dot{I}_0 = \frac{U}{Z_0} = \left(\frac{U}{R}\right) = \dot{I}_{r\text{-}max} = \frac{10\,V}{40\,\Omega} = 0{,}25\,A = 250\,mA$

d) $Q \overset{def.}{=} \left(\frac{U_L}{U}\right)_{\omega=\omega_0} = \left(\frac{U_C}{U}\right)_{\omega=\omega_0} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{Z_0}{R}$.

alegem.

$Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{40\,\Omega}\sqrt{\frac{2/\pi\,H}{5\cdot10^{-5}/\pi\,F}} = \frac{1}{40}\sqrt{0{,}4\cdot10^{+5}\,\frac{H}{F}} =$

$= \frac{1}{40}\sqrt{4\cdot10^4} = \frac{2\cdot10^2}{40} = \frac{200}{40} = 5$

deci $Q = 5$