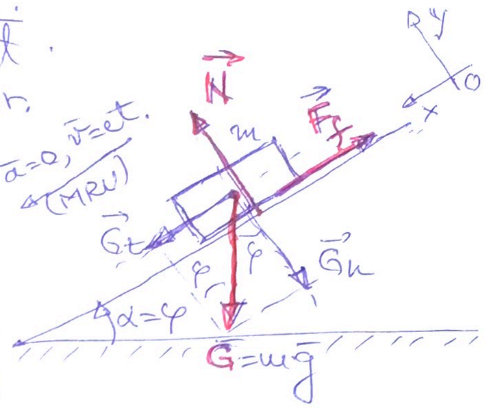
cl. 9a (S.11.2) Determinarea coef. de frecare. 24.11.2020

pg. 87-89

(b) Metoda planului inclinat de unghi α - variabil/crescător.



Mod de lucru:

- Se așează corpul de masă m pe un plan inclinat de unghi α - reglabil/crescător. Se crește treptat inclinarea planului până când $\alpha=\varphi$ - unghiul de frecare, pt. care corpul începe să alunece uniform (MRU) pe plan:

(*) $G_t = G\sin\varphi = mg\sin\varphi$

(**) $G_n = G\cos\varphi = mg\cos\varphi$

* Scriem ec. P4 - și o proiectăm pe Oxy, apoi rezolvăm sist. de ec. ( ) la echilibru.

"φ" - fi mic

"Φ" - fi mare.

(P4): $\vec{R} = \vec{G}+\vec{F_f}+\vec{N} \overset{m\cdot a}{=} 0$; (MRU): $\cancel{a=0}$, v=ct

$$\begin{cases} Ox: & G_t - F_f = 0 \quad (1) \\ Oy: & N - G_n = 0 \quad (2) \end{cases}$$

- Rescriem ec. înlocuind: G_t (*) și G_n (**), iar $F_f \overset{def.}{=} \mu\cdot N$

$$\begin{cases} (1) & G\sin\varphi - F_f = 0 \\ (2) & N - G\cos\varphi = 0 \rightarrow N = G\cos\varphi = m\cdot g\cdot\cos\varphi \ (3) \end{cases}$$

atunci $F_f = \mu\cdot N \overset{(3)}{=} \mu\cdot G\cos\varphi = \mu m g\cos\varphi$.

- Revenim și înlocuim $F_f = \mu m g\cos\varphi$ în ec. (1) astfel.

$$(1)\begin{cases} G\sin\varphi - \mu m g\cos\varphi = 0 \\ G = m\cdot g \end{cases} \rightarrow mg\sin\varphi - \mu m g\cos\varphi = 0 \,/ : mg$$

$\Rightarrow \sin\varphi - \mu\cos\varphi = 0. \ / : \cos\varphi$

$\boxed{tg\,\alpha \overset{def.}{=} \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}$

$$\frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} - \mu = 0 \rightarrow \mu = \left(\frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}\right) = tg\,\varphi.$$

- Concluzie: $\boxed{\mu = tg\,\varphi}$, φ - unghiul de frecare.

Coef. de frecare μ este egal cu $tg\,\varphi$ - unghiului de frecare specific

- Obs. $\alpha=\varphi$ - reprezintă o valoare particulară a unghiului (α) de inclinare a planului pt. care corpul începe să alunece uniform pe plan (MRU) iar valoarea coef. de frecare μ se det. ca $\boxed{\mu = tg\,\varphi}$

$\alpha > \varphi$ → corpul coboară accelerat; a>0; $\vec{F_f}$ - îndreptată spre deal.

$\alpha = \varphi$ → corpul coboară uniform, a=0, v=ct

$\alpha < \varphi$ → corpul staționează pe plan.

Ex: Rez. de pb.

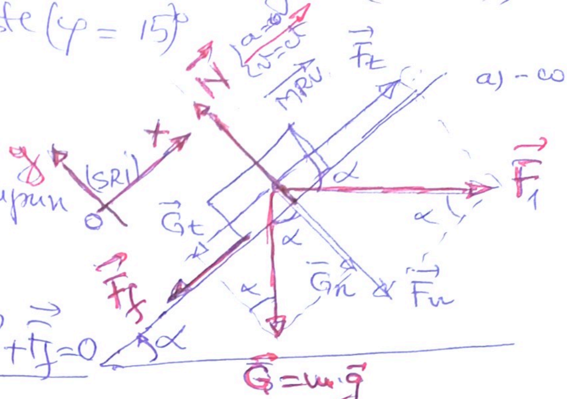
Să se calculeze mărimea forței orizontale (F) care acționează asupra unui corp de masă ($m = 10\,Kg$) pentru a) urca uniform pe plan b) coborî uniform pe planul înclinat de unghi ($\alpha = 60^\circ$), dacă unghiul de frecare corp-plan este ($\varphi = 15^\circ$)

$m = 10\,Kg$.
$\alpha = 60^\circ$
$\varphi = 15^\circ$

a) $F_1 = ?$ (urcare)
b) $F_2 = ?$ (coborâre)

(a) - urcare.
- Desenăm forțele și le proiectăm/descompun pe (SRI) - Oxy

a) - corpul urcă



$\vec{R_a} = \vec{F_1} + \vec{N} + \vec{G} + \vec{F_f} = 0$

$\begin{cases} Ox: & F_{1t} - G_t - F_f = 0. \ (1) \\ Oy: & N - G_n - F_{1n} = 0. \ (2) \end{cases}$ unde:

$\begin{cases} G_t = G \sin\alpha \\ G_n = G \cos\alpha \end{cases}$ (3) $\quad \begin{cases} F_{1t} = F_1 \cdot \cos\alpha \\ F_{1n} = F_1 \cdot \sin\alpha \end{cases}$ (4)

Înlocuim componentele forțelor (3) - de greutate și (4) - de tracțiune în ec. (1) și (2) și le rescriem astfel:

iar $F_f = \mu \cdot N$, unde $\mu = tg\,15^\circ$
la vale.

$(1) \ F_1 \cdot \cos\alpha - G \sin\alpha - F_f = 0.$

$(2) \ N - G\cos\alpha - F_1 \sin\alpha = 0. \rightarrow \underline{N = G\cos\alpha + F_1 \sin\alpha}.$

$\rightarrow F_f = \mu \cdot N = \mu(G\cos\alpha + F_1 \sin\alpha)$ (*)

- Rescriem ec. (1) în care înlocuim F_f (*) și apoi calculez/separ pe $F_1 = ?$

$(1) \ F_1 \cos\alpha - G \sin\alpha - \underline{\mu G \cos\alpha - \mu F_1 \sin\alpha} = 0.$

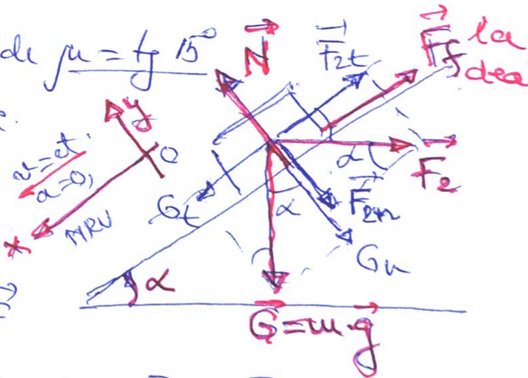
$F_1(\cos\alpha - \mu \sin\alpha) - G(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) = 0.$

$\rightarrow \boxed{F_1 = G \cdot \left(\frac{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha}\right)}$ - soluția (a) unde $\mu = tg\,15^\circ$

(b) - corpul coboară

(b) - Refacem desenul cu F_2 - a.î. corpul să coboare uniform pe planul înclinat.

(*) - Acum forța F_2 - este mai mică și corpul coboară iar F_f - se opune/la deal.



$\vec{R_2} = \vec{G} + \vec{F_2} + \vec{N} + \vec{F_f} = 0.$ Descompunem forțele $\vec{G}, \vec{F}$

$\begin{cases} Ox: & G_t - F_{2t} - F_f = 0. \ (1) \\ Oy: & N - G_n - F_{2n} = 0. \ (2) \end{cases}$

$(*) \begin{cases} G_t = G \sin\alpha. \\ G_n = G \cos\alpha. \end{cases} \quad \begin{cases} F_{2t} = F_2 \cos\alpha. \\ F_{2n} = F_2 \sin\alpha. \end{cases}$ (**)

înlocuim forțele cu comp. (*) și (**)

$F_f \overset{def.}{=} \mu \cdot N \ ; \ \mu = tg\,15^\circ$

$(1) \ G\sin\alpha - F_2 \cos\alpha - \mu \cdot N = 0$

$(2) \ N - G\cos\alpha - F_2 \sin\alpha = 0. \rightarrow \underline{N = G\cos\alpha + F_2 \sin\alpha} \ (3)$

Revenim în (1) unde înlocuim N din (3) deci:

$(1) \ G\sin\alpha - F_2\cos\alpha - \mu(G\cos\alpha - \mu F_2 \sin\alpha = 0.$

$G(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) - F_2(\mu\sin\alpha + \cos\alpha) = 0 \quad \rightarrow \boxed{F_2 = G \cdot \left(\frac{\sin\alpha - \mu\cos\alpha}{\mu\sin\alpha + \cos\alpha}\right)}$