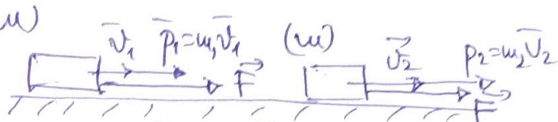
09.03.2021

cl. 9a – S. 23.2 – Momentul cinetic, $\vec{L}$. Teorema de variație/conservare, $\frac{\Delta \vec{L}}{\Delta t} = \vec{M}$

1) Not. introductive
2) Def. mom. cinetic, $\vec{L}$, (u.m)
3) Schița, reprez. grafică
4) Proprietățile $\vec{L}$ (modul, dir, sens)
5). Teoremele de variație/conservare. ale mom. cinetic $\left(\frac{\Delta \vec{L}}{\Delta t} = \vec{M}; 0\right)$
6) Teorema lui Varignon, $\vec{M}_R = \sum_{i=1}^{n} \vec{M}_i$



$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{(m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1)}{\Delta t}$

$\left\{ \begin{array}{l} \vec{p}_1 = m_1\vec{v}_1 \\ p_2 = m_2 v_2 \end{array} \right.$

$\Delta \vec{p} = (\vec{p}_2 - \vec{p}_1) = (m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1)$

1). Notiuni introductive (recapitulative).

$\boxed{\vec{p} = m \cdot \vec{v}}$; $\Delta \vec{p} = (\vec{p}_f - \vec{p}_i) = 0$ impulsul mecanic, Leg. cons. impulsului

$\langle p \rangle_{SI} = \langle m \rangle \cdot \langle v \rangle = Kg\, m/s \equiv N \cdot s$ (u.m)

$\boxed{\vec{F} = \left(\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}\right)}$ – Legea forței funct. de impuls. , $\boxed{\vec{H} \equiv \vec{F} \cdot \Delta t = \Delta \vec{p}}$ – Leg. de variație a impulsului

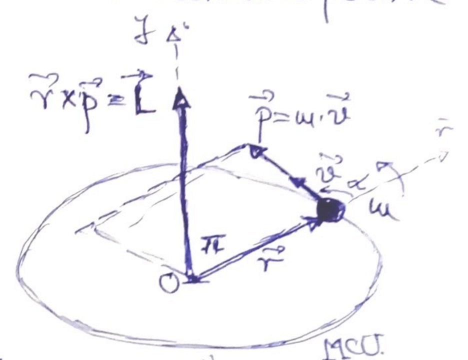
$\vec{H}$ – impulsul forței; $\Delta \vec{p}$ – variația impulsului p.m.

2). Momentul cinetic, $\boxed{\vec{L}}$ – este o m.f.v. definită prin prod. vectorial(x) dintre, $\vec{r}$ și vectorul impuls ($\vec{p} = m\vec{v}$) al corpului.

Def

$\vec{r}$ – vectorul de poziție

$\vec{L} \overset{def}{=} \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times (m\vec{v})$



ex: Mișcarea unui corp de masă (m), impuls ($\vec{p} = m\vec{v}$) pe un cerc de rază ($\vec{r}$) legat cu un fir de lungime, $\ell = |\vec{r}|$

(u.m) $\langle L \rangle_{SI} = \langle r \rangle \cdot \langle p \rangle = m \cdot \underbrace{(N \cdot S)}_{\langle p \rangle} = \underbrace{[m \cdot N]}_{J} \cdot s = \underline{J \cdot s}$

$\underline{1 J = 1 N \cdot m}$.

RBD.

4) Proprietățile $\vec{L}$ – mom. cinetic (ca vector) ; $\hat{\alpha} \equiv \widehat{\vec{r}, \vec{F}}$

a) – Mărime/modul $|\vec{L}| = |\vec{r} \times \vec{F}| = r \cdot F \cdot \sin\alpha$

b) – Direcția $\vec{L}$, este $\perp$ pe planul $\pi(\vec{r}, \vec{F})$

c) – Sensul lui $\vec{L}$ – este dat de (RBD) – Reg. Burghiului Drept

(3) – Schița, reprez. grafică pt. determinarea a $\left\{ \begin{array}{l} \text{direcției} \perp \\ \text{sens (RBD)} \end{array} \right.$

Obs 1) Dacă, $\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v} = \vec{r} \times \vec{p} = const \Rightarrow$, $\vec{L}$ – se conservă, ($\vec{F} = 0$) iar rotația/mișcarea p.m/corpului pe traiectorie este MCU

5) 2) Dacă asupra p.m/corp. acționează o forță externă, $\vec{F} \neq 0$ aceasta va determina $\vec{M}_F(0) = \vec{r} \times \vec{F} \neq 0$ iar $\vec{L} \neq const$. și este dat de, Legea de variație a mom. cinetic

$\left(\frac{\Delta \vec{L}}{\Delta t} = \vec{M}_F(0) = \vec{r} \times \vec{F}\right)$, $\Delta \vec{L} = (\vec{L}_f - \vec{L}_i)$ – variația mom. cinetic.

Def. Momentul forței $\vec{M}_F(0)$, în rap. cu un pol (0) este egal cu viteza de variație a momentului cinetic $\left(\frac{\Delta \vec{L}}{\Delta t}\right)$ în raport cu același pol (0).

(6) Teorema lui Varignon. Sisteme de forțe concurente.

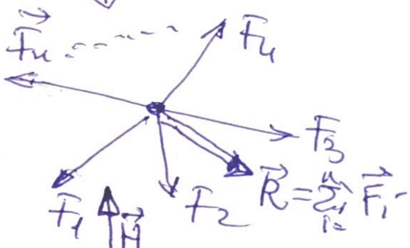
Def. 1. Un sistem de forțe reprezintă un ansamblu de două sau mai multe forțe $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$ care acționează simultan asupra unui corp (m)

Def. 2. Două sisteme de forțe diferite, sunt echivalente dacă ele produc acelaș efect acționând separat asupra aceluiași corp (m)

Def. 3 Dacă un sistem de forțe $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$ este echivalent cu o singură forță $\vec{R}$, aceasta se numește Rezultanta Sistemului de Forțe $(\vec{R})$

$$\vec{R} = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n) = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$$

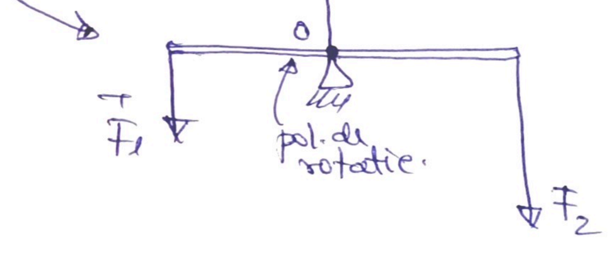
Def. 4 Dacă toate forțele sistemului se întâlnesc în același punct ele definesc un sistem de forțe concurente.



Def. 5 Dacă toate forțele acționează asupra aceluiași corp pe direcții paralele ele definesc un sist. de forțe paralele.

Caz particular:

Dacă asupra unui corp acționează un sistem de două forțe concurente $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ față de un pol de rotație O atunci



$$\vec{M}_{F_1}(O) = \vec{r} \times \vec{F}_1, \quad \vec{M}_{F_2}(O) = \vec{r} \times \vec{F}_2$$

iar mom. rezultant(ei)

$$\vec{M}_R(O) = \vec{M}_{F_1}(O) + \vec{M}_{F_2}(O) = \vec{r} \times \vec{F}_1 + \vec{r} \times \vec{F}_2 = \vec{r} \times \underbrace{(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)}_{\vec{R}} = \vec{r} \times \vec{R} \equiv \vec{M}_R(O)$$

unde $\vec{R} = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2)$ – rez. sist. de forțe concurente.

Def: Suma momentelor forțelor concurente este egală cu mom. rezultantei lor.

$$\boxed{\vec{M}_R(O) = \sum_{i=1}^{n} \vec{M}_i(O)}$$ – Teorema lui Varignon.

Generalizare $i \in (1, n)$, $n \in N$, $n \geq 2$