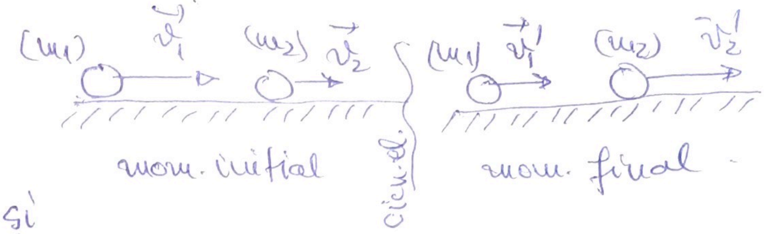
cl. 9a – S.20.2 – Teoria ciocnirilor. Ciocnirea elastică. Ciocnirea cu peretele 16.02.2021

pag. 134-135

1. Alcatuirea sistemului. Schita.
2. Aplicarea leg. de conservare.
   $\Delta \vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = 0 \rightarrow \vec{p}_f = \vec{p}_i$
   $\Delta E_c = E_{cf} - E_{ci} = 0 \rightarrow E_{cf} = E_{ci}$
3. Calculul vitezelor finale $(\vec{v}_1', \vec{v}_2')$ si vitezei relative, $\vec{v}_r = \vec{v}_1 - \vec{v}_2 = -(\vec{v}_2' - \vec{v}_1')$
4. Caz particular, $\vec{v}_2 = 0$
5. Ciocnirea cu un perete.
   a) – perete mobil. $(\vec{v}_2 \neq 0)$
   b) – perete fix $(\vec{v}_2 = 0)$



$\begin{cases} \vec{p}_i = (\vec{p}_1 + \vec{p}_2) \\ E_{ci} = (E_{c1} + E_{c2}) \end{cases}$ înainte de ciocnirea el.

$\begin{cases} \vec{p}_f = (\vec{p}_1' + \vec{p}_2') & (a) \\ E_{cf} = (E_{c1}' + E_{c2}') & (b) \end{cases}$ după ciocnirea el.

știm: din c. plastică $\boxed{v_{cm} = \left(\frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}\right)}$

---

1). Două corpuri cu masele $(m_1, \vec{v}_1)$ și $(m_2, \vec{v}_2)$ se mișcă pe axa Ox, și suferă o ciocnire elastică, apoi se separă având vitezele diferite de cele initiale necunoscute, $(\vec{v}_1', \vec{v}_2') = ?$. Determinăm $\vec{v}_1', \vec{v}_2' = ?$

2) Aplicam cele două leg. de conservare în teoria ciocnirilor:

a) – leg. cons. impulsului, $\Delta \vec{p} = 0$

b) – leg. cons. energ. cinetice, $\Delta E_c = 0$

Deci: $\Delta \vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = 0 \Rightarrow$ legea cons. impulsului

$\boxed{\vec{p}_f = \vec{p}_i}$, $\begin{cases} \vec{p}_i = (\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = (m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2) \\ \vec{p}_f = (\vec{p}_1' + \vec{p}_2') = (m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2') \end{cases}$

atunci:

a). $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2'$ (1)

apoi: $\Delta E_c = E_{cf} - E_{ci} = 0 \rightarrow$ leg. cons. energ. cinetice.

$\boxed{E_{cf} = E_{ci}}$, $\begin{cases} E_{ci} = (E_{c1} + E_{c2}) = \left(\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}\right) \\ E_{cf} = (E_{c1}' + E_{c2}') = \left(\frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2}\right) \end{cases}$

$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2}$ (2) sau $m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 = m_1 v_1'^2 + m_2 v_2'^2$

3) Calculăm:
– formăm sistemul neomogen: $\begin{cases} \text{ec. (1) – de grd. 1. în } (v_1', v_2') \\ \text{ec. (2) – de grd. 2} \end{cases}$

Separăm termenii în (m_1) de cei în (m_2) astfel.

$\begin{cases} (1)\ m_1(\vec{v}_1 - \vec{v}_1') = m_2(\vec{v}_2' - \vec{v}_2) \\ (2)\ m_1(v_1^2 - v_1'^2) = m_2(v_2'^2 - v_2^2) \end{cases}$

sau: $m_1(\cancel{\vec{v}_1 - \vec{v}_1'})(\vec{v}_1 + \vec{v}_1') = m_2(\cancel{\vec{v}_2' - \vec{v}_2})(\vec{v}_2' + \vec{v}_2)$, (2')

$\Rightarrow \frac{(2')}{(1)}$: $\vec{v}_1 + \vec{v}_1' = \vec{v}_2 + \vec{v}_2'$

$\vec{v}_r = (\vec{v}_1 - \vec{v}_2) = -(\vec{v}_1' - \vec{v}_2')$ viteza relativă

Substituind în ec. (1) $\Rightarrow$

$\begin{cases} \vec{v}_1' = 2\vec{v}_{cm} - \vec{v}_1 \\ \vec{v}_2' = 2\vec{v}_{cm} - \vec{v}_2 \end{cases}$ unde: $v_{cm} = \left(\frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}\right)$

deci:

Soluțiile vitezelor finale $(\vec{v}_1', \vec{v}_2')$

$\vec{v}_1' = 2\left(\frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}\right) - \vec{v}_1$

$\vec{v}_2' = 2\left(\frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}\right) - \vec{v}_2$

4) - Caz particular al ciocnirii elastice când ($v_2=0$) - corp. în repaus.

din
$$\vec v_1' = 2\left(\frac{m_1\vec v_1 + \cancel{m_2\vec v_2}}{m_1+m_2}\right) - \vec v_1 \to \boxed{\vec v_1' = \left(\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\right)\vec v_1}$$
$$\vec v_2' = 2\left(\frac{m_1\vec v_1 + \cancel{m_2\vec v_2}}{m_1+m_2}\right) - \cancel{\vec v_2} \to \boxed{\vec v_2' = \left(\frac{2m_1}{m_1+m_2}\right)\cdot\vec v_1}$$

5). Ciocnirea cu un perete de masă $m_2 \gg m_1$, când $\left(\frac{m_1}{m_2}\right)\to 0$

Numim perete (m_2) un corp de masă f. mare ($m_2 \gg m_1$) în raport cu primul (m_1), care joacă rol. de proiectil (m_1).

- Obținem din soluțiile generale ($\vec v_1'$, $\vec v_2'$) cazul particular:
  - a) - perete mobil, $\vec v_2 \neq 0$
  - b) - perete în repaus, $\vec v_2 = 0$

a) peretele de masă ($m_2 \gg m_1$) $\to \left(\frac{m_1}{m_2}\right)\to 0$ cu $\vec v_2 \neq 0$ în mișcare:

$$\vec v_1' = 2\left(\frac{m_1\vec v_1 + m_2\vec v_2}{m_1+m_2}\right) - \vec v_1 = 2\left[\frac{\cancel{\left(\frac{m_1}{m_2}\right)}\vec v_1 + \vec v_2}{\cancel{\left(\frac{m_1}{m_2}\right)}+1}\right] - \vec v_1 = \boxed{\left(2\vec v_2 - \vec v_1\right)}$$
$$\vec v_2' = 2\left(\frac{m_1\vec v_1 + m_2\vec v_2}{m_1+m_2}\right) - \vec v_2 = 2\left[\frac{\cancel{\left(\frac{m_1}{m_2}\right)}\vec v_1 + \vec v_2}{\cancel{\left(\frac{m_1}{m_2}\right)}+1}\right] - \vec v_2 = 2\vec v_2 - \vec v_2 = \boxed{\left(\vec v_2\right)}$$

b). perete (m_1/m_2)$\to 0$ în repaus ($\vec v_2 = 0$)

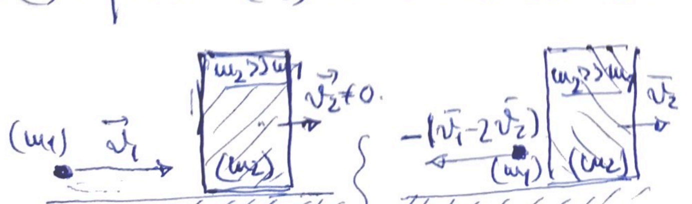
din soluțiile precedente obținem: observații:

$\vec v_1' = \left(2\vec v_2 - \vec v_1\right) \xrightarrow[(v_2=0)]{} \boxed{\vec v_1' = -\vec v_1}$ → corpul (m_1) se întoarce/reflectă pe perete cu ($-\vec v_1$)

$\vec v_2' = \vec v_2 \xrightarrow[v_2=0]{} \boxed{\vec v_2' = 0}$ → peretele ($m_2 \gg m_1$) a fost și rămâne în repaus $v_2' = v_2 = 0$.

- Reprezentăm schematic situațiile astfel:

5(a). peretele (m_2) în mișcare cu $\vec v_2 \neq 0$



m. inițial înainte de ciocnirea elastică.   m. final după ciocnire.

5(b) peretele (m_2) în repaus ($v_2=0$)

mom. inițial.   mom. final.

ex: $\begin{cases} m_2 (v_2=0) - \text{perete} \\ m_1 v_1 - \text{minge/proiectil} \end{cases}$