

# Positionnement GNSS : du mètre au millimètre

H. FAUVEL, M. GODARD, C. GOETGHEBEUR, R. VALERI

[hugo.fauvel@ensta-bretagne.org](mailto:hugo.fauvel@ensta-bretagne.org)

[mael.godard@ensta-bretagne.org](mailto:mael.godard@ensta-bretagne.org)

[corentin.goetghebeur@ensta-bretagne.org](mailto:corentin.goetghebeur@ensta-bretagne.org)

[raphael.valeri@ensta-bretagne.org](mailto:raphael.valeri@ensta-bretagne.org)

## Résumé

Le projet de Découverte et d'Analyse de Système - Positionnement GNSS : du mètre au millimètre a pour objectifs de comprendre le fonctionnement du positionnement par GNSS ainsi que les facteurs pouvant influencer sa précision, de produire un programme Python capable de récupérer et de traiter des données NMEA pour visualiser les données qu'elles contiennent, d'exploiter un parcours enregistré par un téléphone portable et, pour finir, d'effectuer une analyse statistique des données acquises pendant le projet en les comparant aux données obtenues les années précédentes.

## Abstract

The objective for this project was to understand how GNSS positioning works, to build a Python program to acquire and visualize NMEA data, to exploit data acquired using a mobile phone and to perform a statistical analysis of the data acquired during this project to compare it to previous data.

## Table des matières

<b>1 Fonctionnement des GNSS</b>	<b>2</b>
1.1 Les différents GNSS . . . . .	2
1.2 Le GPS . . . . .	2
1.2.1 Le projet du GPS, d'une utilisation restreinte à une utilisation pour tous . . . . .	2
1.2.2 Composition du système de positionnement GPS . . . . .	3
1.2.3 Principe de positionnement GPS . . . . .	3
1.3 De la récupération des trames NMEA à la localisation sur une carte . . . . .	4
1.3.1 Interface entre les GNSS et les application : la norme NMEA . . . . .	4
1.3.2 Projection en Lambert93 . . . . .	4
1.4 Erreurs des mesures GNSS . . . . .	5
1.4.1 Erreurs liées aux satellites . . . . .	5
1.4.2 Erreurs dues à la propagation du signal . . . . .	6
1.4.3 Erreurs liées au récepteur . . . . .	7
1.4.4 Corrections des erreurs . . . . .	7
1.5 Applications . . . . .	8
<b>2 Programme d'outils d'interprétations de trames NMEA</b>	<b>8</b>
2.1 Récupération des trames . . . . .	8
2.2 Outils de localisation (GGA) . . . . .	8
2.2.1 Altimétrie . . . . .	8
2.2.2 Azimut . . . . .	9
2.3 Récupération d'information sur la constellation de satellites utilisés (GSV)	9
2.4 Outils d'analyse métrologique (GGA) . . . . .	10
2.5 Organisation du programme Python . . . . .	12
<b>3 Mesures et résultats</b>	<b>12</b>
3.1 Erreur horizontale . . . . .	12
3.1.1 Comparaison mesures absolues et différentielles . . . . .	12
3.1.2 Analyse métrologique supplémentaire . . . . .	13
3.1.3 Bruit et influence de l'environnement . . . . .	14
3.2 Erreur verticale . . . . .	16
3.2.1 Comparaison des mesures avec la grilles de conversion . . . . .	16
3.2.2 Comparaison mesures absolues et différentielles . . . . .	18
3.3 Erreur de cap . . . . .	18
3.4 Position des satellites . . . . .	19

## Liste des tableaux

1	Les GNSS opérationnels ou en cours de développement . . . . .	2
2	Les trames de la norme NMEA 0183 . . . . .	5
3	Récapitulatif des erreurs principales sur le positionnement par GNSS [4] . . . . .	7

## Table des figures

1	Projection Lambert 93 sur la France métropolitaine avec neufs projections coniques conformes . . . . .	6
2	Illustration de la différence d'altimétrie entre géoïde et ellipsoïde (source : <a href="https://www.bel-horizon.eu/la-cartographie/notions-de-cartographie/ellipsoide-et-geoide.html">https://www.bel-horizon.eu/la-cartographie/notions-de-cartographie/ellipsoide-et-geoide.html</a> ) . . . . .	9
3	Système de coordonnées horizontales . . . . .	10
4	Comparaison des résultats statistiques entre le récepteur G-STAR et le Proflex au point 8000 . . . . .	12
5	De gauche à droite et de haut en bas, mesures brutes, diagramme quantile-quantile de la longitude, diagramme quantile-quantile de la latitude, ellipses d'incertitudes sur des mesures GPS . . . . .	13
6	Parcours enregistré par le capteur GSTAR-IV. . . . .	14
7	Force du signal reçu par le capteur . . . . .	15
8	Parcours enregistré par le téléphone portable. . . . .	16
9	Comparaison des satellites visibles entre le capteur GSTAR-IV (à gauche) et le capteur intégré au téléphone portable (à droite). . . . .	16
10	Ondulation théorique du géoïde par rapport à l'ellipsoïde WGS84 . . . . .	17
11	Mesures d'ondulation du géoïde par rapport à l'ellipsoïde WGS84 . . . . .	17
12	Mesures de cap . . . . .	18
13	Satellites visibles pour des mesures entre 9h et 9h30 . . . . .	19
14	Satellites visibles pour des mesures entre 9h et 11h30 . . . . .	19

## Introduction

Les systèmes de positionnement par satellite ont fait basculer les sciences géographiques. Des premiers tracés de la Terre, le plus ancien trouvé sur une tablette d'argile en Mésopotamie datant de 2200 ans J.C., à la carte de l'Europe sur la dalle gravée du Bronze ancien de Saint-Bélec dans le Finistère, se positionner sur ces cartes était incertain. Sous la Grèce Antique, avec la première mesure de la circonférence de la Terre par Eratosthène (273-192 av. J.-C.) qui a évalué un arc de méridien entre Alexandrie et Assouan, et Hipparque (190-125 av. J.-C.) qui inventa un réseau de coordonnée terrestre imaginaire, les méridiens et les parallèles, c'est une ouverture vers un positionnement approximatif sur le globe qui devenait envisageable. Des techniques de mesures au sol se sont développées jusqu'à atteindre une rupture. Avec l'envoie en orbite de satellites, les réseaux de coordonnées faites à partir du sol ont été progressivement abandonnés. En France, la NTF (Nouvelle Triangulation de la France) a été remplacée par le RGF (Réseau Géodésique Français) à partir de 1993. [3]

L'ère spatiale qui s'est ouverte dans les années 1940 et 1950, des tirs balistiques jusqu'à Spoutnik, à laisser place à des systèmes de mesure de décalage fréquentiel. Les projets basés sur l'effet Doppler sont légion. Par exemple, la constellation TRANSIT aux États-Unis à partir de 1958, le système DORIS (Détermination d'Orbite et Radio positionnement Intégré sur Satellite) en France dans les années 1980 et 1990. [2]

Ensuite, les systèmes de navigation tels que les GNSS, en particulier le GPS, sont devenus couramment utilisés pour leur exactitude. Comment réduire les imprécisions du GPS ? Dans ce rapport, nous aborderons dans la première partie l'histoire et le fonctionnement du GPS. Puis, nous expliquerons les stratégies de récupération des données issues de récepteurs GPS et leur traitement. Enfin, nous appliquerons les outils développés au cours de ce projet et analyserons les résultats obtenus lors des campagnes d'acquisitions GPS.

## 1 Fonctionnement des GNSS

### 1.1 Les différents GNSS

Les GNSS (Géolocalisation et Navigation par un Système de Satellites), dont le GPS, ont commencé à être étudié dans les années 1960. Les systèmes de positionnement GNSS consistent à émettre un signal radio descendant, soit d'un satellite artificiel vers des récepteurs terrestres. Il existe plusieurs constellations actuellement dans des phases différentes. Elles sont mentionnées dans la table 1 ci-dessous.

Nom	NAVSTAR-GPS	GLONASS	Galiléo
<i>Pays ou inter-pays</i>	Etats-Unis	Russie	Union Européenne
<i>Date opératoire</i>	1995	1996 puis 2011	2016-2020
<i>Caractéristique</i>	Mondiale	Mondiale	Mondiale

Nom	Compass	IRNSS	QZSS
<i>Pays ou inter-pays</i>	Chine	Inde	Japon
<i>Date opératoire</i>	2020		2018
<i>Caractéristique</i>	Mondiale	Régionale	Régionale

TABLE 1 – Les GNSS opérationnels ou en cours de développement

### 1.2 Le GPS

#### 1.2.1 Le projet du GPS, d'une utilisation restreinte à une utilisation pour tous

Le GPS a été particulièrement utilisé, et de façon croissante, avec l'ouverture toujours plus large à de nouveaux publics. Le projet a été lancé sous la présidence de Richard Nixon dans un besoin avant tout militaire. Il s'appuie sur deux fondements. L'un lié aux premières études menées par Hideoyoshi Yakamura et James Woodford entre 1964 et 1966, orientant le projet vers une constellation de satellites embarquant des horloges atomiques. A partir de quatre satellites visibles, un utilisateur serait capable de se positionner dans un repère de référence terrestre en déterminant le temps de propagation de l'onde qui est rendu possible en synchronisant les horloges des satellites avec d'autres au sol. Le second est la modulation CDMA (Code Division multi access) du signal conférée lors de Lonely Halls en 1973. [2]

Ce projet a commencé à se concrétiser en 1978 avec le lancement du premier satellite. Dans les années 1980, le système de positionnement est ouvert au civil. Ce n'est qu'à partir de 1995 que le réseau suffisamment dense de satellite permet son fonctionnement permanent sur la majeure partie du globe. [2, 1]

De son utilisation courante, le GPS est régulièrement employé par des utilisateurs variés. Mais ses limitations sont différentes d'un client à un autre, entre les clients habilités à utiliser la bande de fréquence L2 et les clients communs. Par ailleurs, en 2004, le gouvernement américain s'est engagé à ne plus utiliser un accès sélectif au GPS à l'aspect militaire, limitant l'utilisation civile. Un anti-leurrage est également actif. [1]

### 1.2.2 Composition du système de positionnement GPS

Le GPS est constitué de trois parties, communément dénommée segment. La partie spatiale est composée de 31 satellites en 2021 de différentes générations. Ils sont en orbite quasiment circulaire, inclinés à 55° par rapport à l'équateur, de rayon 26 600 km, correspondant à une période d'une demie journée terrestre. Ils sont réparties en six plans orbitaux qui couvrent le globe sur l'ensemble des longitudes. [2, 1, 7]

Les satellites émettent chacun dans trois bandes de fréquences L1 et L2, L5 depuis 2010, respectivement 1575,42 MHz, 1227,60 MHz, 1176,45 MHz. La première étant accessible à tous, la deuxième réservée aux clients habilités. Ces signaux sont générés par des codes pseudos aléatoire auxquels on ajoute le message de navigation. Ce dernier comporte des données relatives au satellite (vitesse, horloge atomique...). Ensuite, le récepteur applique la méthode CDMA de démodulation et séparation de l'information reçue. Il pourra pour chaque signal l'associer au satellite émetteur. [2, 1]

Le segment au sol veille au bon fonctionnement du système grâce à des stations réparties à travers le monde. Certaines d'entre elles sont des stations de suivi (Wide-area Reference Stations), transmettant des données à des stations maîtresses (Wide-area Master Stations). Ces dernières apportent des corrections, par exemple réglage des horloges, propagation des ondes dans ionosphère. Une fois les corrections estimées, des stations montantes au sol (Ground Uplink Stations) les transmettent au satellite, eux-mêmes relayant ces corrections aux utilisateurs. [1]

Le dernier segment est l'utilisateur. Il s'agit de tous les récepteurs GPS pouvant au moins utiliser la bande de fréquence L1. Celle-ci donnant une précision de l'ordre de 5m. La bande L2 accessible par une demande au département de la défense des États-Unis est plus précise. [2, 1]

### 1.2.3 Principe de positionnement GPS

Afin de se positionner, l'utilisateur doit au moins avoir trois satellites en vue, un quatrième est souhaitable pour avoir une exactitude correcte. Mais plus ce nombre est grand, plus la précision sera envisageable. Tout d'abord, avec un seul satellite, le principe pour mesurer la distance est de déterminer le temps de propagation de l'onde entre l'émetteur et le receveur. La référence temporelle de tous les systèmes GNSS, hormis GLONASS, est le Temps Atomique International (TAI). Il est basé sur l'analyse des données provenant d'horloge atomique de la US Naval Observatory. C'est le temps continu, dont la seconde résulte de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césum 133, définie lors de la 13e Conférence générale des poids et mesures en 1967. La référence est donnée par UT1-TAI nul le premier janvier 1958 à minuit. UT1 étant l'ancien temps de référence, définit par la séparation entre le passage successif du Soleil au zénith du méridien de Greenwich. [2, 1, 5]

Une fois le référentiel temporel connu, le temps de propagation entre l'émission par le satellite et la réception par l'utilisateur peut être estimé. Deux méthodes peuvent être appliquées. La première utilise le code pseudo-aléatoire du satellite, connu par le récepteur. L'utilisateur compare le signal reçu avec le code pseudo-aléatoire attendu. Il peut alors enregistrer à quelle date il reçoit le message d'un satellite dans le référentiel TAI. Puis, il peut faire une première estimation de la durée de la propagation de l'onde

puisque le satellite a transmis dans le message de navigation la date à laquelle il a émis l'onde. Des corrections sont apportées. En particulier, le décalage entre les deux référentiels temporels des horloges du satellite et du récepteur est pris en compte. La deuxième méthode est la mesure de la phase qui consiste à calculer le déphasage entre le signal reçu et un signal généré au niveau du récepteur.<sup>[5]</sup>

Le système de référence terrestre du GPS est WGS4. C'est un système de référence mondial s'appuyant sur l'ellipsoïde WGS84, modélisant la Terre. Il a été conçu par des observations issues du système TRANSIT. Il est à l'ordre métrique superposable sur l'ITRS (International Earth Rotation Service) d'ellipsoïde <sup>[5]</sup>

Le positionnement d'un récepteur est réalisé de façon absolue ou différentielle. Dans le mode absolu, le récepteur, de position inconnu  $(x_r, y_r, z_r)$  dans un repère cartésien géocentrique, détermine sa position avec au moins quatre satellites dont la position  $(x_i, y_i, z_i)$  est connue.

Pour chaque distance entre le récepteur et un satellite :

$$\vec{r}_i = \sqrt{(x_i - x_r)^2 + (y_i - y_r)^2 + (z_i - z_r)^2} + \epsilon \quad (1)$$

avec  $\epsilon$ : correction des erreurs

Le système composé des trois vecteurs  $\vec{r}_i$  permet de positionner le récepteur par trilateration et de connaître le terme de synchronisation des horloges. L'exactitude du positionnement dans le mode absolu dépend de la mesure. Dans le cas d'une mesure grâce au code, elle est de l'ordre de 5 à 15m. Dans le cas d'une mesure de la phase, elle est de l'ordre de quelques centimètres.

Dans le mode différentiel, le récepteur est repéré non pas par rapport aux satellites, mais par rapport à une station au sol. Les coordonnées sont exprimées dans le référentiel de la station au sol de coordonnée connue. L'exactitude varie de quelques millimètres au mètre. <sup>[1]</sup>

### 1.3 De la récupération des trames NMEA à la localisation sur une carte

#### 1.3.1 Interface entre les GNSS et les application : la norme NMEA

Une fois le signal transmis au récepteur, ce dernier est capable de déterminer sa position. Afin de communiquer les informations qu'ils ont reçues à un appareil électronique, il utilise la norme NMEA 0183. Cette norme de communication a été définie par le National Marine Electronics Association basé dans le Maryland. La transition des données se fait par des trames composées avec des caractères ASCII. Bien qu'utilisé dans de nombreuses applications, dans le cas d'un récepteur GPS, ces trames commencent toutes par \$GP suivi par trois lettres identifiant la structure des informations communiquées. Il existe de nombreuses trames, dont certaines sont décrites ci-dessous dans la table 2. <sup>[7]</sup>

#### 1.3.2 Projection en Lambert93

A partir de ces données, une projection cartographique est nécessaire pour se positionner sur une carte. Elle consiste à projeter l'ellipsoïde de référence dans une système de coordonnée plane, soit de passer des coordonnées géographiques (longitude  $\lambda$ , latitude  $\phi$ , hauteur  $h$ ) à des coordonnées cartographiques ( $X, Y$ ). Ces projections sont infinies.

Trame	Synthèse	Données transmises
GGA	Données d'acquisition	Date, Latitude, Longitude, Altitude, correction de l'altitude
GLL	Position géographique	Latitude, longitude, date
GSA	Satellites actifs	Identification du satellite, infos sur la précision
GSV	Satellites visibles	Nombre de satellites visibles, id, élévation, azimut, SNR
RMC	Données condensées	Date, latitude, longitude, vitesse, cap ...
VTG	Vitesse et cap	Cap réel, cap vrai, vitesse en noeud, en km/h

TABLE 2 – Les trames de la norme NMEA 0183

Pour choisir l'une d'entre elles, il convient de limiter les erreurs dues à la projection de l'ellipsoïde. Il peut être intéressant d'approcher le module linéaire à 1, il caractérise le rapport entre la longueur d'une ligne en coordonné planimétrique et la longueur de la même ligne sur l'ellipsoïde. C'est une échelle locale liée aux points et à la direction de la ligne choisie, ce qui implique de choisir une projection différente en fonction de la zone géographique étudiée.

En France métropolitaine, le repère de référence caractérisant le territoire est le Réseau Géodésique Français 1993 (RGF93) qui a remplacé entre 1989 et 2000 la Nouvelle Triangulation de la France (NTF) dans un souci de précision. Ce dernier avait été conçu par des mesures au sol et amélioré à plusieurs reprises dans des campagnes de mesures. Il n'était donc pas adapté aux techniques modernes de positionnement. Le RGF93 a quant à lui été réalisé par des mesures spatiales (VLBI, télémétrie laser, GPS). Il utilise l'ellipsoïde GRS80. Ses exactitudes horizontales et verticales sont de l'ordre du centimètre. La projection couramment utilisée est conique conforme, la projection Lambert 93. En appliquant cette même projection sur l'ensemble du territoire français, les erreurs peuvent devenir importantes (module linéaire s'éloignant de 1) entre des régions françaises distantes. Une division du territoire est donc utilisée. Un découpage en neuf zones permet d'améliorer l'exactitude des mesures, ce sont les projections CC (coniques conformes), comme on peut l'observer sur la figure 1ci dessous.

## 1.4 Erreurs des mesures GNSS

Le positionnement par GNSS n'est pas exact et les écarts obtenus s'expliquent par différentes erreurs: celles liées au satellite, celles liées à la propagation du signal et enfin celles liées au récepteur.

### 1.4.1 Erreurs liées aux satellites

Le positionnement par GNSS nécessite une connaissance parfaite des orbites des satellites de la constellation, mais aussi une synchronisation exacte des horloges des satellites. Or dans la pratique il existe des faibles variations des orbites et des horloges.

En effet, pour se positionner par rapport aux satellites, les récepteurs utilisent la position du satellite contenue dans le message que celui-ci envoie, mais sa position réelle peut varier légèrement et ainsi induire une erreur de l'ordre du mètre.

Les horloges atomiques des satellites varient elles aussi légèrement notamment à cause des effets de la relativité générale et restreinte.

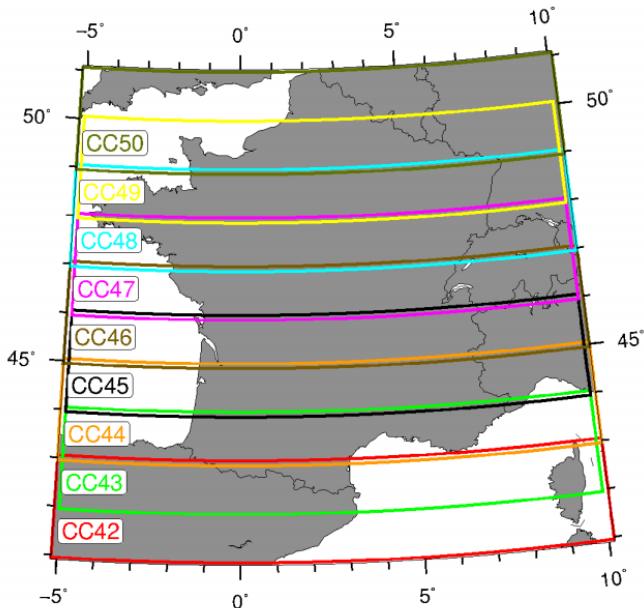


FIGURE 1 – Projection Lambert 93 sur la France métropolitaine avec neufs projections coniques conformes

#### 1.4.2 Erreurs dues à la propagation du signal

Le principe du positionnement par GNSS repose tout d'abord sur la détermination de la distance entre le satellite émetteur d'un signal et le récepteur. Cette détermination de la distance étant obtenue par mesure du temps de propagation du signal entre le satellite et le récepteur, la vitesse de propagation du signal est considérée comme constante. Elle est considérée égale à la célérité de la lumière dans le vide. Or le signal ne se propage pas rigoureusement dans le vide, il doit en effet traverser l'atmosphère terrestre pour atteindre le récepteur situé sur Terre. Lors de cette traversée d'atmosphère, le signal se propage dans un premier temps dans l'ionosphère (de 80 à 1000 km d'altitude) puis dans la troposphère (en dessous des 80 km d'altitude).

La traversée de l'ionosphère induit donc un retard appelé retard ionosphérique. L'ionosphère étant un gaz contenant un grand nombre d'électrons dont l'agitation varie en fonction de nombreux paramètres - l'activité solaire, la période de l'année, l'heure et la position - ce retard est très difficilement prédictible.<sup>[4]</sup> Celui-ci dépend également de la fréquence du signal car le milieu est dispersif. <sup>[1]</sup>

De même, le passage du signal à travers la troposphère induit un autre retard, appelé retard troposphérique. Celui-ci dépend entre autres des variations d'humidité et de température au sein de ce milieu mais également des variations de la pression atmosphérique. <sup>[4]</sup>

Ces deux retards causés par la traversée du signal dans l'atmosphère modifient donc l'exactitude du calcul de la distance géométrique entre le satellite et le récepteur et donc induisent une erreur sur le positionnement.

### 1.4.3 Erreurs liées au récepteur

L'environnement de l'antenne GNSS, c'est-à-dire du récepteur, peut lui aussi causer une erreur sur les mesures GNSS. En effet le signal se réfracte lorsqu'un objet est sur son chemin et induit donc une erreur sur la mesure du temps de propagation du signal et donc une erreur sur le positionnement par GNSS. De plus, un environnement qui comporte un grand nombre d'obstacles entre le satellite et le récepteur peut compliquer la détection des satellites qui est pourtant essentielle au bon fonctionnement de mesures GNSS.

Ainsi l'addition de ces différentes erreurs entraîne une incertitude importante sur les mesures effectuées par GNSS, comme cela est reporté dans la table 3 ci-dessous.

<b>Origine de l'erreur</b>	<b>Incertitude induite</b>
Horloge des satellites	$\pm 2 \text{ m}$
Variation de l'orbite des satellites	$\pm 2,5 \text{ m}$
Retard ionosphérique	$\pm 5 \text{ m}$
Retard troposphérique	$\pm 0,5 \text{ m}$
Bruit du récepteur	$\pm 0,3 \text{ m}$
Réflexions et réfraction du signal	$\pm 1 \text{ m}$
<i>Incertitude total des mesures GNSS</i>	
$\pm 11,3 \text{ m}$	

TABLE 3 – Récapitulatif des erreurs principales sur le positionnement par GNSS [4]

### 1.4.4 Corrections des erreurs

Il existe différents moyens pour diminuer les incertitudes liées aux mesures GNSS. Les systèmes les plus performants fonctionnent par mesures différentielles. Le principe du positionnement par mesures différentielles est de positionner le récepteur par rapport à une station de référence. Ainsi, comme la position de la station de référence est connue, on peut déterminer le vecteur entre la station de référence et le récepteur. Ce mode de positionnement permet de supprimer plusieurs des erreurs décrites précédemment évoquées. En effet, le récepteur et la station de référence reçoivent des signaux provenant des satellites dans à des instants temporels et dans une zone géographique proche. Les signaux reçus par la station de référence suit donc un trajet avec des conditions relativement similaires à celui que reçoit le récepteur, ainsi les retards dues à la traversée de l'atmosphère (retard ionosphérique et retard troposphérique) peuvent être calculés en connaissant l'écart entre le temps de propagation du signal entre les satellites et la station de référence et le temps théorique lié à la position de la station. On peut donc appliquer des corrections temporelles.

De ce fait, plus le récepteur est éloigné d'une station de référence, plus les corrections apportées seront imprécises. Les positionnements par mesures différentielles suppriment également l'erreur provenant de la théorie de la relativité générale qui influe sur l'exactitude des horloges atomiques.

## 1.5 Applications

Les GPS sont utilisés dans de nombreux contextes: navigation maritime, relevés altimétriques ou encore guidage routier. Les données des satellites sont accessibles au grand public muni d'un récepteur. Cependant, les données reçues ont la forme de trame (NMEA par exemple) contenant plusieurs types d'information simultanément. Il faut donc faire des manipulations, notamment des projections, avant de pouvoir utiliser ces trames.

# 2 Programme d'outils d'interprétations de trames NMEA

## 2.1 Récupération des trames

Nous avons dans un premier temps utilisé le GPS G-STAR IV. Celui-ci était connecté directement à l'ordinateur et permettait par l'intermédiaire d'un logiciel adapté d'effectuer des premières mesures et de les enregistrer dans un fichier texte. De la même manière, nous avons effectué des séries de mesures avec nos téléphones et enregistré les résultats dans un fichier texte. Le programme python effectuait donc la lecture du fichier texte et triait les informations en fonction du descriptif de début de ligne (GPGGA, GPGSV par exemple). Par la suite, nous avons adapté le programme Python à l'aide de la bibliothèque Serial pour lire directement les données du GPS depuis un port USB, nous permettant ainsi d'effectuer des mesures en direct.

## 2.2 Outils de localisation (GGA)

Le module pyproj nous a permis de projeter les coordonnées GPS des coordonnées géographiques (longitude et latitude) en projection cartographique, soit en Lambert93 à Brest ou bien l'un de ses découpages RGF93/CC48. Les arguments prisent par la fonction est le sigle EPSG (European Petroleum Survey Group). Chaque système de coordination géoréférencé est, par son code EPSG, présent dans une base de données libre et formalisé par l'Open Geospatial Consortium (OGC). Par exemple, pour Lambert93, son code est 2154 [9].

Cette projection sera appliquée sur une image de l'ENSTA Bretagne, dont des points de références visibles permettent de localiser l'image dans le projection cartographique choisie. Il reste ensuite à afficher les points obtenus sur une image pour visualiser une trajectoire.

### 2.2.1 Altimétrie

Le géoïde terrestre est complexe et n'est pas directement accessible. Le recours à une ellipsoïde de référence est nécessaire. Du fait des particularités régionales, ces dernières sont nombreuses afin de correspondre au mieux à l'espace géographique étudié. En France métropolitaine, le RGF (Réseau géodésique français) est utilisé. Il permet d'avoir accès à une grille de conversion entre le géoïde et l'ellipsoïde. Couvrant l'ensemble du globe, le GPS, quant à lui, utilise le WGS84 (World Geodetic System 1984). Il donne donc une altitude H par rapport à cette ellipsoïde, comme illustré sur la figure 2 ci-dessous.

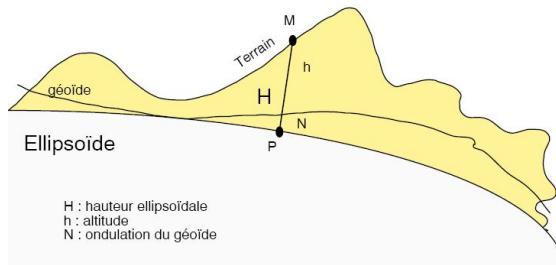


FIGURE 2 – Illustration de la différence d’altimétrie entre géoïde et ellipsoïde  
 (source : <https://www.bel-horizon.eu/la-cartographie/notions-de-cartographie/ellipsoide-et-geoide.html>)

L’altitude vraie  $h$ , entre le géoïde et la position du récepteur est l’altitude orthométrique. Elle n’est pas directement accessible mais elle peut être approchée au millimètre en connaissant l’ondulation du géoïde  $N$ . Cette hauteur entre l’ellipsoïde et le géoïde est fournie par des grilles de référence d’altitudes. Par exemple, le référentiel WGS84 se sert du référentiel altimétrique EGM2008 (Earth Gravitational Model EGM2008).

### 2.2.2 Azimut

La mesure du cap est obtenue par les trames VTG. Elle permet de connaître la direction par rapport au nord géographique et au nord magnétique. Dans notre étude, nous nous restreindrons au cap géographique. Il conviendra de connaître la date d’acquisition des mesures pour passer à un cap par rapport au nord magnétique puisque ce dernier est en mouvement dans le temps.

## 2.3 Récupération d’information sur la constellation de satellites utilisés (GSV)

Pour savoir quels satellites étaient visibles et utilisés par les récepteurs (GSTAR, smartphone, ) lors des mesures, nous avons utilisé les trames GSV. En effet, ces trames contiennent les identifiants des satellites visibles avec leurs coordonnées horizontales (azimut et élévation) et la force du signal émis par celui-ci et reçu par le récepteur. Ainsi, nous avons créé des fonctions sous Python *lecture()* et *liste\_satellites()*, la première méthode permet de sélectionner les trames GSV lors d’une acquisition de données NMEA, tandis que la deuxième permet d’extraire de ces trames la liste des satellites visibles avec ses caractéristiques et d’ajouter chacun de ces satellites à la liste qui concerne sa constellation. Nous avons récupéré les satellites issus des constellations suivantes : GPS, GALILEO, GLONASS et BEIDOU. Une fois tous les satellites récupérés, on utilise une troisième fonction qui permet l’affichage de la position des satellites projetée dans le plan de l’observateur (c’est-à-dire le plan coloré en gris sur la figure 3 ci-dessous)

Sur l’illustration ci-dessus (Figure 3), A représente l’azimut et h l’élévation.

Pour la projection dans le plan de l’observateur, on utilise les coordonnées polaires :

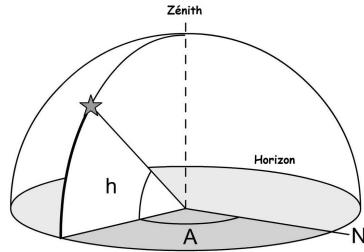


FIGURE 3 – Système de coordonnées horizontales

$$\begin{cases} r = \cos(el) \\ \theta = -az \end{cases} \quad (2)$$

avec :  $el$  et  $az$  respectivement l'élévation et l'azimut exprimés en radians.

Une autre information importante concernant les satellites que l'on récupère des trames GSV est la force du signal reçu par le récepteur. Il s'agit du rapport signal à bruit (SNR) exprimé en décibels.

## 2.4 Outils d'analyse métrologique (GGA)

Afin d'améliorer la précision des mesures des parties précédentes, un fichier d'analyse métrologique a été développé. L'objectif du programme d'analyse métrologique est de calculer le biais, la fidélité et la précision des différents capteurs que nous avons. Nous avons effectué ces analyses sur les données horizontales issues des mesures (sur les coordonnées en Lambert) mais également sur les données verticales issues des trames GGA, c'est-à-dire l'altitude.

Dans le cas des données horizontales, pour calculer leurs statistiques notamment le biais et donc la précision, on utilise des mesures acquises à des points de références dont les coordonnées exactes (c'est-à-dire avec une précision très importante, inférieure à 2cm) nous sont connues. Ainsi pour les calculs statistiques, on a :

$$\begin{cases} \text{biais} = \left\| \begin{pmatrix} m_x \\ m_y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_{ref} \\ y_{ref} \end{pmatrix} \right\| \\ \text{fidélité} = \left\| \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \end{pmatrix} \right\| \\ \text{précision} = \sqrt{\text{biais}^2 + \text{fidélité}^2} \end{cases} \quad (3)$$

avec :

- $m_x$  et  $m_y$  la moyenne des valeurs selon x et la moyenne des valeurs selon y
- $x_{ref}$  et  $y_{ref}$  les coordonnées en Lambert du point de référence
- $\sigma_x$  et  $\sigma_y$  l'écart type des valeurs selon x et celles selon y

A partir d'un nombre de mesure suffisamment grand, on observe que la distribution des mesures projetées dans un système cartographique peut se rapprocher d'une loi normale. Pour mieux apercevoir cette observation, le diagramme quantile-quantile est tracé. Cette représentation permet de comparer les quantiles théoriques suivant une loi normale centrée réduite avec les quantiles expérimentaux auxquelles on n'a apporté une transformation affine afin d'avoir une moyenne nulle et un écart type unitaire. Plus les quantiles expérimentaux s'approchent de la droite d'Henry, de la bissectrice, plus on est amené à considérer que la série de mesure suit une loi normale. Cette approche reste subjective à l'observateur, mais permet une observation plus fine des mesures [6].

La réalisation d'un test statistique dans les prochaines lignes nous permettra de rejeter ou non l'hypothèse  $H_0$ : "les mesures selon les directions est-ouest et sud-nord suivent une loi normale". Le test de Shapiro-Wilk a été choisi pour sa robustesse en présence d'échantillons de taille assez faible, inférieure à cinquante mesures [6]. Par ailleurs, ce test de normalité a été à l'origine conçu dans les années 1960 seulement pour des échantillons d'une taille inférieure à cinquante données. La statistique W ci-dessous doit être supérieure à  $W_t$  renseignée dans les tables de ce test non paramétrique.

$$W = \frac{\left[ \sum_{i=1}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} a_i (x_{n-i+1} - \bar{x}_i) \right]^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (4)$$

Dans ce qui suit, nous allons tracer une ellipse d'incertitude représentant la zone géographique dans laquelle la probabilité qu'une mesure se trouve à l'intérieur de celle-ci soit de  $\alpha$  (typiquement  $\alpha = 0.95$ ). L'équation de l'ellipse est l'équation (5) :

$$\left( \frac{E}{\lambda_1} \right)^2 + \left( \frac{N}{\lambda_2} \right)^2 = s \quad (5)$$

La somme au carré de deux lois normales E (direction est-ouest) et N (direction sud-nord), dont nous avons vérifié par le test de Shapiro-Wilk qu'elles peuvent suivre une loi gaussienne, est une loi du  $\chi^2$ . Le seuil  $s$  dans l'équation ci-dessus est donc obtenu par une loi du  $\chi^2$  de degré de liberté deux.

La matrice de covariance des mesures selon les axes nord-sud et est-ouest est :

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} \end{pmatrix}$$

L'ellipse a pour paramètre :

- demi grand-axe :  $a = 2\lambda_1 \sqrt{\chi^2(\alpha)}$
- demi petit-axe :  $b = 2\lambda_2 \sqrt{\chi^2(\alpha)}$
- 倾inlinaison :  $\theta = \arctan\left(\frac{\sigma_{yy}}{\sigma_{xx}}\right)$
- centre :  $(\mu_{xx}, \mu_{yy})$ , les moyennes d'ordre 1 selon les directions étudiées

Ces paramètres sont calculés à partir de la matrice de covariance dans la fonction *statEllipse*.

## 2.5 Organisation du programme Python

Notre programme python, disponible en annexe, est organisé de la manière suivante:

- La classe GPGGA permet de gérer le traitement des trames GPGGA, elle sert donc au positionnement sur la carte et aux calculs statistiques.
- La classe GSV permet de gérer les trames GSV (et pas uniquement les GPGSV), elle sert à l'affichage des satellites visibles et de la force du signal reçu.

## 3 Mesures et résultats

### 3.1 Erreur horizontale

#### 3.1.1 Comparaison mesures absolues et différentielles

Afin de comparer les mesures GNSS issues d'une acquisition par mesures différentielles et d'une acquisition par mesures directes, nous avons utilisé des données issues des récepteurs G-STAR IV (mesures absolues) et Proflex 500 (mesures différentielles). Nous avons réalisé 5 acquisitions de mesures avec le récepteur G-STAR IV à un point de référence dont les coordonnées exactes sont connues (point de référence 8000), tandis que pour le Proflex 500, nous avons récupéré les données de 2 acquisitions de mesures des années précédentes. Pour comparer les mesures de ces deux récepteurs à un point de référence, on utilise notre fonction *test\_statistique()* qui affiche les mesures et renvoie le biais, la fidélité et la précision du capteur.

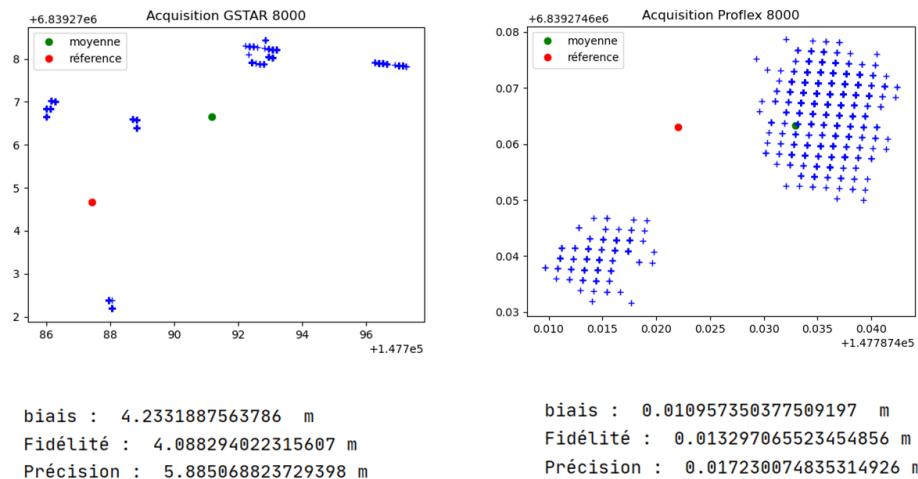


FIGURE 4 – Comparaison des résultats statistiques entre le récepteur G-STAR et le Proflex au point 8000

On observe sur la figure 4 ci-dessus, que l'on obtient une précision de l'ordre du mètre

avec le récepteur G STAR IV, tandis que l'on arrive jusqu'à une précision de l'ordre du centimètre avec le récepteur Proflex fonctionnant en différentielle. Cette différence est bien celle attendue, en effet l'acquisition des mesures différentielles permet de supprimer une grande partie des erreurs des mesures GNSS (section 1.4.4) et ainsi améliorer l'exactitude des mesures à une précision de l'ordre du centimètre contrairement au mesures simples qui elle ont une exactitude de l'ordre du mètre (environ 5m pour notre GPS G-STAR IV).

### 3.1.2 Analyse métrologique supplémentaire

Grâce au développement Python des outils d'analyse métrologique définis en fin de la section (2.4), nous obtenons la figure 5.

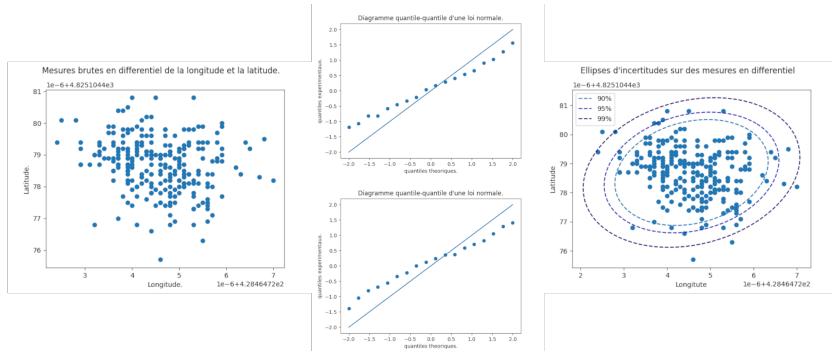


FIGURE 5 – De gauche à droite et de haut en bas, mesures brutes, diagramme quantile-quantile de la longitude, diagramme quantile-quantile de la latitude, ellipses d'incertitudes sur des mesures GPS

A partir de données brutes, issues de mesure en mode RTK ci-dessus, nous avons réalisé la procédure expliquée dans la partie précédente afin de connaître une région dans laquelle le taux  $\alpha$  de mesure se trouve dans l'intérieur de celle-ci. Nous avons vérifié les diagrammes quantile-quantile selon la latitude et la longitude. Elles suivent approximativement la bissectrice, ce qui nous permet d'envisager que les mesures acquises suivent une loi normale. Pour confirmer cette observation, nous avons réalisé le test Shapiro-Wilk qui n'a pas rejeté notre hypothèse, la statistique étant de 0.99 pour cette échantillon de 255 acquisitions. L'ellipse d'incertitude a donc pu être tracée sur le diagramme de droite en fonction de  $\alpha$ .

### 3.1.3 Bruit et influence de l'environnement

Pour déterminer l'influence de l'environnement, et notamment de la présence de bâtiments autour du capteur au moment de la mesure, nous avons réalisé une mesure dynamique. Le parcours est visible sur la figure 8, et lorsque le capteur passe entre les bâtiments, la position déterminée par le capteur (croix bleues) s'écarte du parcours réel (trait rouge).

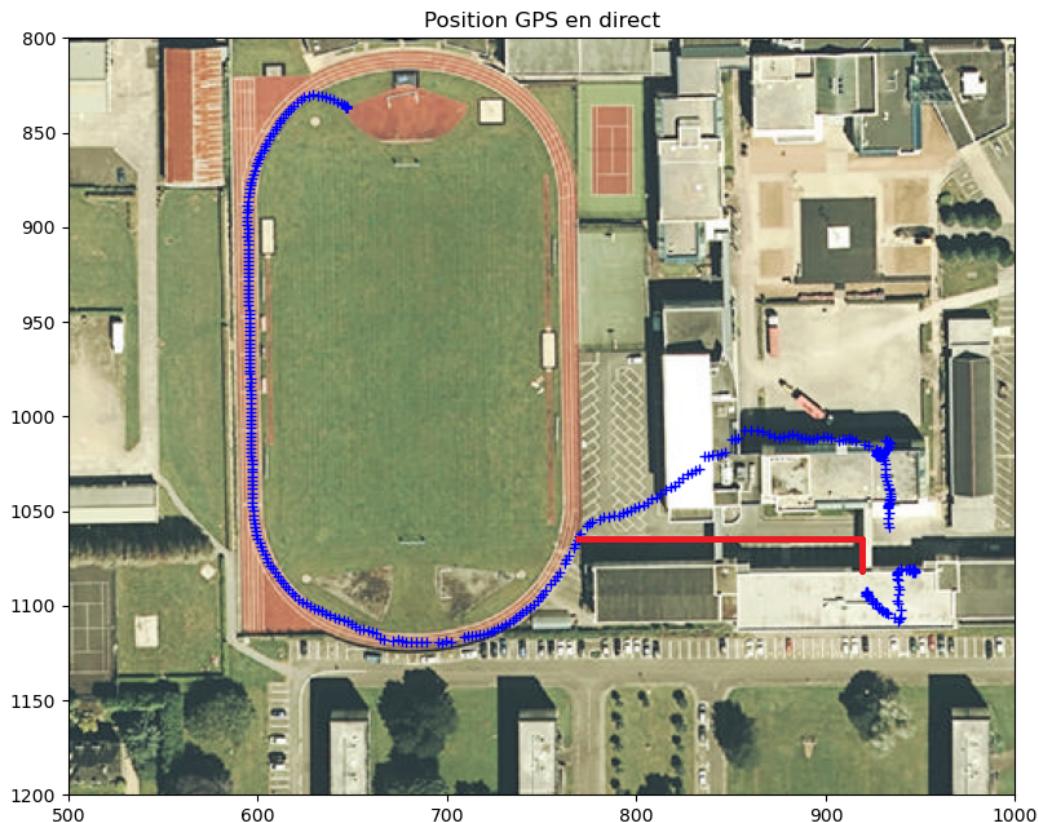


FIGURE 6 – Parcours enregistré par le capteur GSTAR-IV.

On remarque également que la force du signal reçu par le capteur diminue grandement au moment où le capteur passe entre les bâtiments (figure 7). Cette diminution de la force du signal explique la perte de précision par rapport aux endroits dégagés.

Nous avons réalisé une autre série de mesures, cette fois en utilisant un téléphone portable et l'application NMEA Tools, en réalisant un parcours similaire. Contrairement à l'acquisition utilisant le capteur GSTAR, celle-ci ne présente pas de dérive des mesures lors du passage entre les bâtiments.

On remarque également que le capteur intégré au téléphone portable permet de recevoir des informations des satellites d'autres constellations que le GPS (voir figure

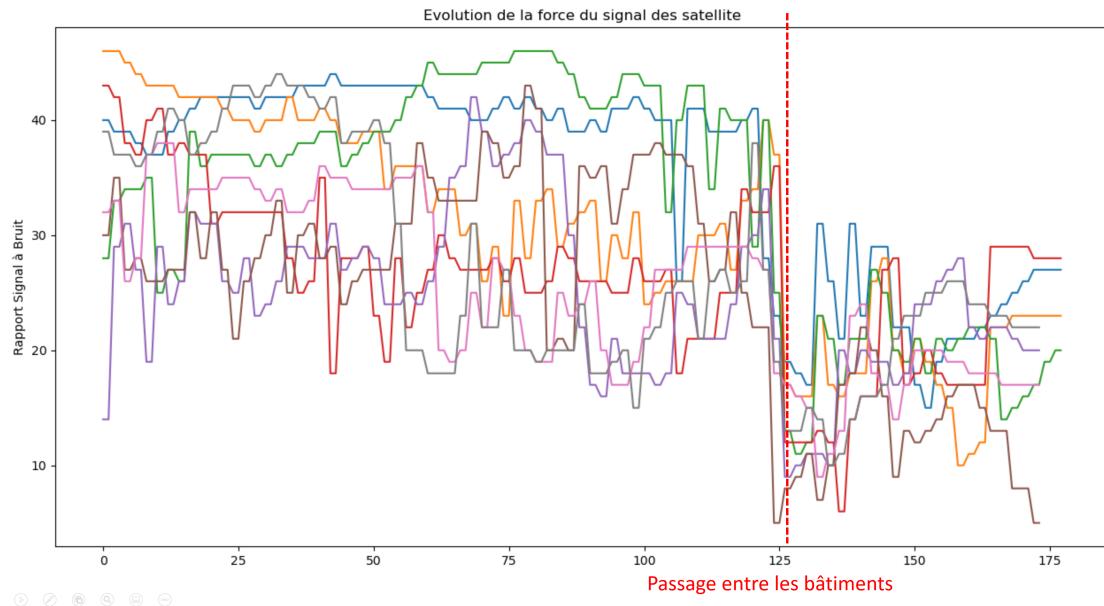


FIGURE 7 – Force du signal reçu par le capteur

9). Cependant, comme on l'observe sur la figure 9, seuls les satellites de la constellation GPS fournissent les trames GGA servant au positionnement dans notre programme. Une possible explication de cette différence de position peut être le nombre de satellites GPS visibles : 8 pour le capteur GSTAR contre 13 pour le téléphone portable.

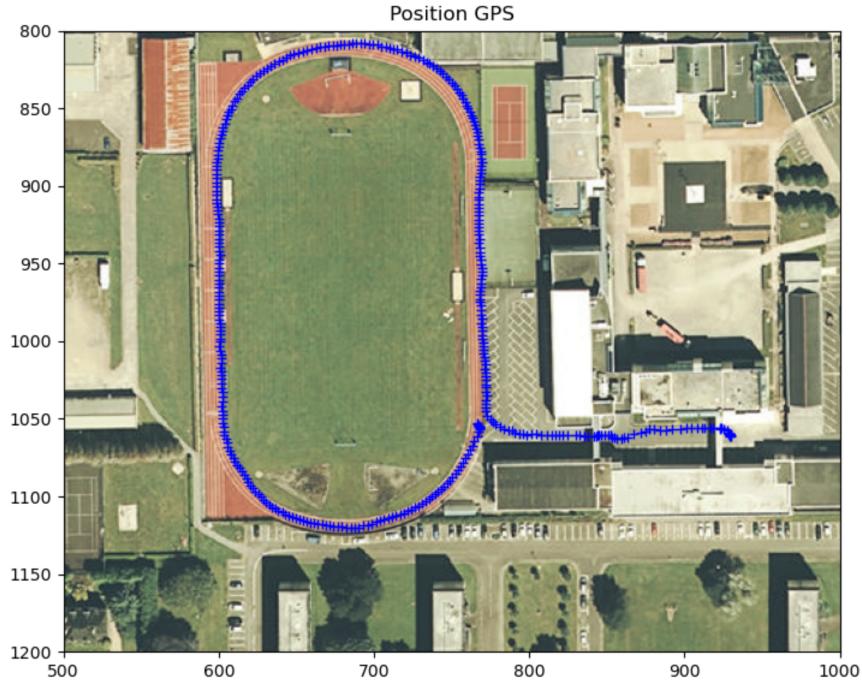


FIGURE 8 – Parcours enregistré par le téléphone portable.

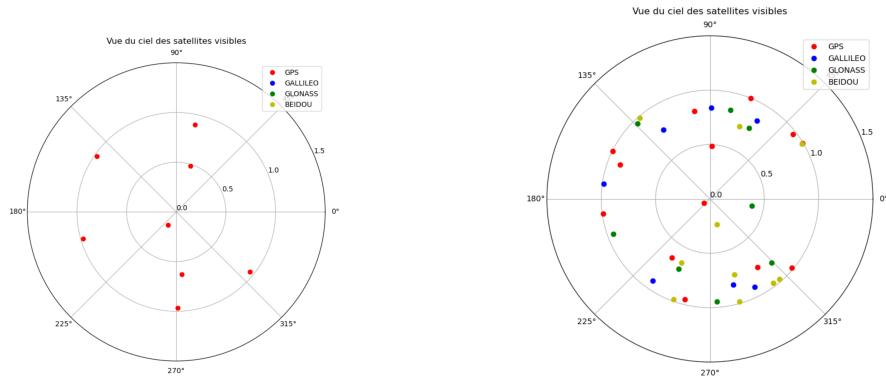


FIGURE 9 – Comparaison des satellites visibles entre le capteur GSTAR-IV (à gauche) et le capteur intégré au téléphone portable (à droite).

### 3.2 Erreur verticale

#### 3.2.1 Comparaison des mesures avec la grilles de conversion

Dans cette section, nous allons dans un premier temps vérifier que la grille de conversions en altitude en Bretagne est correcte. Cette étude permettra de poursuivre notre analyse statistique sur les erreurs verticales. L'objectif est donc de comparer la

hauteur de l'ondulation du géoïde entre des mesures acquises d'est en ouest en Bretagne avec une grille d'estimation. Les mesures acquises entre Brest et Avranches sont proches de celles indiquées sur la carte, entre 51m et 52m à Brest, 48m environ à Dol de Bretagne. Dans le graphique proposé, on fait une hypothèse forte en supposant que l'ondulation du géoïde ne dépend pas de la latitude. Les mesures ont été prises à une latitude moyenne de  $48.30896209^\circ$ , d'écart type  $0.03147137^\circ$ . Elles permettent d'approcher l'ondulation du géoïde en Bretagne par rapport à l'ellipsoïde WGS84 par une fonction affine, dont les données théoriques sont présentées sur la figure 10.

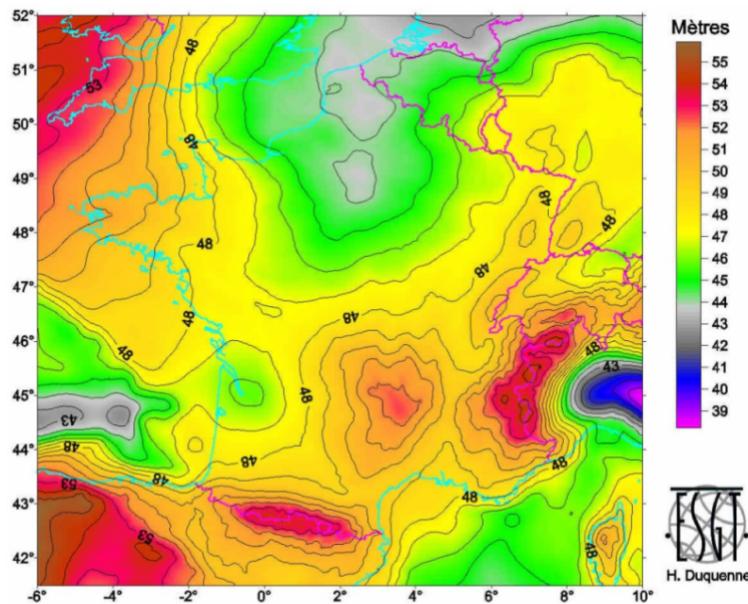


FIGURE 10 – Ondulation théorique du géoïde par rapport à l'ellipsoïde WGS84

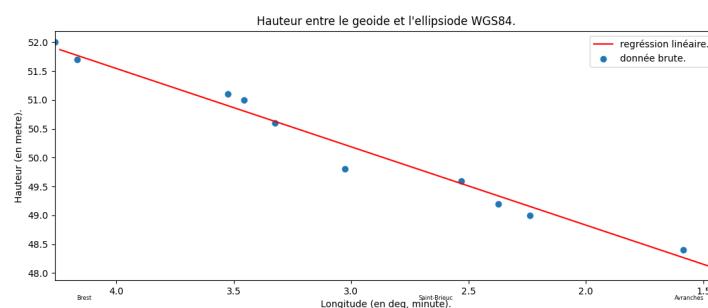


FIGURE 11 – Mesures d'ondulation du géoïde par rapport à l'ellipsoïde WGS84

On observe sur la figure 11, les mesures obtenues avec une régression linéaire de fonction  $f(E) = 1.3583 E + 46.1123$ . La norme du résidu est de 0.35. Bien évidemment, cette régression linéaire à l'échelle régionale peut être mise à défaut à des échelles locales. L'altitude orthométrique a été obtenue dans la partie précédente. L'exactitude sur les mesures sont sujettes à des erreurs liées à la hauteur au-dessus de l'ellipsoïde  $\sigma_H$  et la

hauteur au-dessus du géoïde  $\sigma_h$ .

$$\sigma = \sqrt{\sigma_H^2 + \sigma_h^2}$$

### 3.2.2 Comparaison mesures absolues et différentielles

Les mesures issues des récepteurs en absolue et en différentiel illustrent des erreurs de biais similaires entre les erreurs horizontales selon les différents modes des parties précédentes. La précision pour des mesures absolues est de l'ordre du mètre et d'une dizaine de centimètre pour les mesures en différentielles.

On remarque que la précision verticale varie plus fortement entre deux mesures réalisées indépendamment que la précision horizontale. Mais surtout, que la précision verticale peut atteindre des valeurs bien supérieures que la précision horizontale, en moyenne elle est environ du double dans les mesures absolues. Nous n'avons pas pu faire cette comparaison en mesure différentielle à cause du manque de mesure dans ce mode.

### 3.3 Erreur de cap

Au cours de nos mesures en continu, sur un trajet, nous remarquons que le biais du cap géographique est parfois important lorsque l'environnement où ont été acquises les mesures n'est pas dégagé (Figure 12).

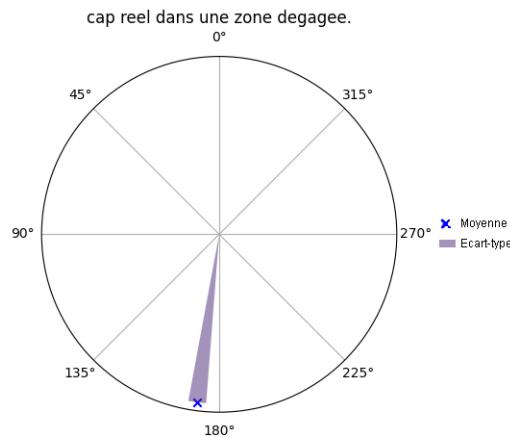


FIGURE 12 – Mesures de cap

Pour visualiser les moments statistiques d'ordre un et deux, nous les avons tracé en coordonnée polaire, dont le module est par convention égal à un. Dans la figure ci-dessous, la moyenne est de  $172.53^\circ$  et l'écart-type  $6.07^\circ$  avec 37 mesures en mode absolu.

### 3.4 Position des satellites

Lors de l'acquisition, nous recevons des informations de différentes sources : satellites américains (GPS), européens (Galileo), russes (Glonass) et chinois (Beidou), comme on l'observe sur la figure de droite de la figure 9. On remarque qu'il n'y a que pas de satellites autour de  $0^\circ$ , correspondant au Nord. Ceci s'explique par le fait que nous nous situons dans l'hémisphère Nord, et que nous voyons donc les satellites plus au Sud qui ne couvrent pas les pôles terrestres.

Les mesures que l'on peut observer sur les figures 13 et 14 ont été prises à 9h, 9h15, 9h30, 11h et 11h30. On observe que les satellites les plus proches du centre bougent plus, ce qui s'explique par le fait qu'on mesure des angles et non des distances. On remarquera aussi qu'avec plus de mesures entre 9h30 et 11h on aurait obtenu des arcs de cercle pour les courbes bleues du centre. Ces arcs de cercles correspondent à l'un des plans orbitaux parmi les six existants.

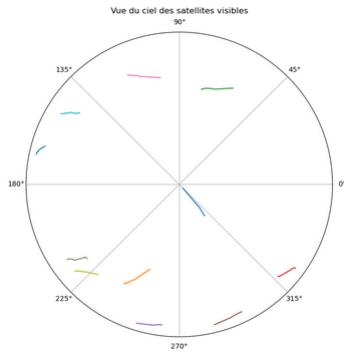


FIGURE 13 – Satellites visibles pour des mesures entre 9h et 9h30

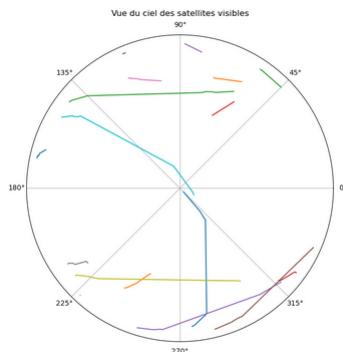


FIGURE 14 – Satellites visibles pour des mesures entre 9h et 11h30

## Conclusion

Le positionnement par GPS s'est substitué au ancienne technique de localisation terrestre grâce à leur précision et leur utilisation à un public plus large. Cependant, l'exactitude des mesures varient fortement en fonction de nombreux paramètres auxquelles nous avons tenté de répondre à un certain nombre. D'une part, la précision des mesures est liée à l'environnement. Un récepteur doit être capable de voir les satellites. Le positionnement est fortement dégradé dans un lieu clos par rapport à un lieu dégagé. Nous l'avons expliqué par un rapport signal-bruit faible dans les zones où la visibilité des satellites est réduite. Par ailleurs, la visibilité des satellites peut ne pas dépendre de l'utilisateur. Nous l'avons aperçu en cartographiant les satellites dans le ciel, leur position et leur nombre évolue dans le temps. Cette observation est limitée grâce à la bonne couverture du système GPS, mais il convient de remarquer que la précision varie en fonction de la zone géographique terrestre où a été faite la mesure et à son instant. D'autre part, l'exactitude du positionnement varie en fonction du mode d'acquisition. Les mesures en absolues et en différentielles exploitent le code ou la phase du signal reçu. L'exactitude des mesures standards, soit en absolu, réalisées à travers une application mobile ou le récepteur G-STAR IV était de l'ordre de quelques mètres. En mode différentiel RTK, avec le récepteur SP80, elle est réduite de quelques centimètres à une dizaine de centimètre. Ces erreurs sont observées aussi bien dans une projection cartographique que dans la direction verticale à l'ellipsoïde. La correction des erreurs commises et leur connaissance est nécessaire pour améliorer l'exactitude du positionnement à partir de mesures. Mais elle n'est pas suffisante pour atteindre des précisions inférieures encore, utile pour étudier le mouvement des plaques tectonique par exemple. Pour réduire les écarts entre la réalité et les mesures, une campagne de mesure doit prendre en compte les différents facteurs étudiés précédemment et approfondir ceux laissés dans ce projet. A ces remarques, une exactitude de l'ordre du millimètre est envisageable.

## Références

- [1] Pierre BOSSER. *GNSS : Systèmes globaux de positionnement par satellite.* fr.
- [2] Jonathan CHENAL. *Cours : Introduction aux techniques de la géodésie spatiale.* URL : <http://cours-fad-public.ensg.eu/course/view.php?id=67> (visité le 14/06/2021).
- [3] ÉCOLE NATIONALE DES SCIENCES GÉOGRAPHIQUES - ENSG. *Cours : Initiation à la Géomatique en France.* 2013. URL : <http://cours-fad-public.ensg.eu/course/view.php?id=139#section-2> (visité le 14/06/2021).
- [4] NovATEL INC. *Error Sources.* en. URL : <https://novatel.com/an-introduction-to-gnss/chapter-4-gnss-error-sources/error-sources> (visité le 14/06/2021).
- [5] PIERRE BOSSER. *Géodésie : Notions Fondamentales.* URL : [https://moodle.ensta-bretagne.fr/pluginfile.php/51862/mod\\_resource/content/8/geodesie\\_fondamentale.pdf](https://moodle.ensta-bretagne.fr/pluginfile.php/51862/mod_resource/content/8/geodesie_fondamentale.pdf) (visité le 14/06/2021).
- [6] RICCO RAKOTOMALALA. *Tests de normalité Techniques empiriques et tests statistiques - PDF Free Download.* 2011. URL : <https://docplayer.fr/424798-Tests-de-normalite-techniques-empiriques-et-tests-statistiques.html> (visité le 14/06/2021).
- [7] Hnin SI et Zaw Min AUNG. « Position Data Acquisition from NMEA Protocol of Global Positioning System ». en. In : *International Journal of Computer and Electrical Engineering* (2011), p. 353-357. ISSN : 17938163. DOI : [10.7763/IJCEE.2011.V3.340](https://doi.org/10.7763/IJCEE.2011.V3.340). URL : <http://www.ijcee.org/show-38-266-1.html> (visité le 14/06/2021).

## Annexes

### Annexe 1 : Récapitulatif des statistiques

					Statistiques Horizontales			Statistiques prenant en compte l'altitude				
CAPTEUR	TYPE	DATE	HEURE	REFERENCE	PRECISION (m)	BIAIS (m)	FIDELITE (m)	PRECISION (m)	BIAIS (m)	FIDELITE (m)	NB DE SATELLITES	FORCE SIGNAL MAX (en dB)
GSTAR	absolu	09-juin	08:45	EB05	1,12	1,11	0,17	3,03	3,02	0,22	7	46
GSTAR	absolu	09-juin	09:45	EB05	1,95	1,94	0,18	4,11	4,09	0,34	8	45
GSTAR	absolu	09-juin	10:45	EB05	1,33	1,33	0,09	1,34	1,33	0,12	10	44
GSTAR	absolu	09-juin	11:30	EB05	2,32	2,3	0,32	2,99	2,97	0,33	6	45
GSTAR	absolu	09-juin	11:40	EB06	1,36	1,32	0,36	2,15	2,12	0,38	7	46
SP80	différentiel	02-juin		EB06	0,09	0,04	0,08	0,145	0,06	0,13	6 GPS + 3 Galileo + 7 Glonass	48
GSTAR	absolu		09:00	8000	2,56	2,56	0,16				6	47
GSTAR	absolu		09:15	8000	9,81	9,8	0,31				6	47
GSTAR	absolu		09:30	8000	6,41	6,4	0,32				6	46
PHONE	absolu		08:45	8000	3,49	3,46	0,46				10 GPS + 8 galileo + 10 Glonass + 8 Beidou	44

**Annexe 2 : Répartition des tâches**

Tâche	FAUVEL Hugo	GOETGHEBEUR Corentin	GODARD Maël	VALERI Raphaël
Recherche Bibliographique	X	X	X	X
Prise de mesures avec le G-STAR IV	X	X	X	X
Prise de mesures avec le SP-80			X	
Prise de mesures avec le smartphone	X	X		
Exploitation des données GGA : Positionnement			X	
Exploitation des données GGA : Altitude	X			X
Lecture en continu du récepteur GPS			X	
Affichage continu de la position		X		
Exploitation des données GSV : Satellites visibles		X		X
Exploitation des données GSV : évolution temporelle de la position des satellites			X	
Exploitation des données GSV : Force du signal		X		
Etude statistique des résultats	X	X		X

**Annexe 3 : Programme python**

Une archive du projet correspondant est disponible à l'adresse: <https://drive.google.com/drive/folders/1fsq7Sm5-pJSymrJgvoRiRbpgMpsh7IF?usp=sharing>.