



# EX - Opérations primitives - Tris

Création de la note à 15:54 le 2025-02-16.

Par LALLEMENT Corentin, 240314.



## Tri à bulles

- Réaliser le calcul de complexité du tri à bulles en utilisant l'algorithme suivant :

```
tri_à_bulles(Tableau T)
  pour i allant de (taille de T)-1 à 1
    pour j allant de 0 à i-1
      si T[j+1] < T[j]
        (T[j+1], T[j]) ← (T[j], T[j+1])
```

```
pour i allant de (taille de T) - 1 à 1
```

- **Initialisation** : 1 opération
- **Comparaison** ( $i \geq 1$ ) :  $(n-1)$  fois
- **Décréméntation** ( $i = i - 1$ ) :  $(n-1)$  fois
- **Total** :  $2n - 1$

```
pour j allant de 0 à i - 1
```

- **Initialisation** :  $(n-1)$  fois
- **Comparaison** ( $j < i-1$ ) : exécutée  $i$  fois par tour de  $i$
- **Incréméntation** ( $j = j + 1$ ) : exécutée  $i$  fois par tour de  $i$
- **Total** :  $n^2 - n$

```
si T[j+1] < T[j]
```

- **Comparaison** : exécutée  $i$  fois par tour de  $i$
- **Total** :  $n^2 - n$

$(T[j+1], T[j]) \leftarrow (T[j], T[j+1])$

- **3 affectations** (échange avec variable temporaire)
  - **Exécutée autant de fois que la condition est vraie** (au pire  $n^2 - n$  fois)
  - **Total :  $3(n^2 - n)$**
- 

## Total des opérations pour le tri à bulles

### Meilleur cas (0 échanges, tableau déjà trié)

- $2n - 1$  (boucle  $i$ )
- $n^2 - n$  (boucle  $j$ )
- $n^2 - n$  (comparaisons)
- **0 échanges**

**Total =**  $2n^2 - 2n + 2n - 1$

**Total simplifié =**  $2n^2 - 1 \rightarrow O(n^2)$

### Cas moyen (moitié des échanges)

- $2n - 1$  (boucle  $i$ )
- $n^2 - n$  (boucle  $j$ )
- $n^2 - n$  (comparaisons)
- $1.5(n^2 - n)$  (moitié des échanges)

**Total =**  $2n^2 - 2n + 1.5n^2 - 1.5n + 2n - 1$

**Total simplifié =**  $3.5n^2 - 1.5n - 1 \rightarrow O(n^2)$

### Pire cas (tous les échanges, tableau inversé)

- $2n - 1$  (boucle  $i$ )
- $n^2 - n$  (boucle  $j$ )
- $n^2 - n$  (comparaisons)
- $3(n^2 - n)$  (tous les échanges)

**Total =**  $2n^2 - 2n + 3n^2 - 3n + 2n - 1$

**Total simplifié =**  $5n^2 - 3n - 1 \rightarrow O(n^2)$

## ♥ Tri par insertion

- Réaliser le calcul de complexité du tri par insertion en utilisant l'algorithme suivant :

```
procédure tri_insertion(tableau T)
    pour i de 1 à taille(T) - 1
        # mémoriser T[i] dans x
        x ← T[i]

        # décaler les éléments T[0]..T[i-1] qui sont plus grands que x, en partant de T[i-1]
        j ← i
        tant que j > 0 et T[j - 1] > x
            T[j] ← T[j - 1]
            j ← j - 1

        # placer x dans le "trou" laissé par le décalage
        T[j] ← x
```

```
pour i de 1 à taille(T) - 1
```

- **Initialisation** : 1 opération
- **Comparaison** ( $i \leq n-1$ ) :  $(n-1)$  fois
- **Incrémentation** ( $i = i + 1$ ) :  $(n-1)$  fois
- **Total** :  $2n - 1$

```
x ← T[i]
```

- **1 affectation**
- **Exécutée**  $(n-1)$  fois
- **Total** :  $n - 1$

```
j ← i
```

- **1 affectation**
- **Exécutée**  $(n-1)$  fois
- **Total** :  $n - 1$

```
tant que j > 0 et T[j - 1] > x
```

- **Comparaison** : exécutée jusqu'à  $i$  fois dans le pire cas
  - **Total** :  $n^2 - n$
- 

$T[j] \leftarrow T[j - 1]$

- **1 affectation**
  - **Exécutée autant de fois que la condition est vraie** (jusqu'à  $i$  fois)
  - **Total** :  $n^2 - n$
- 

$j \leftarrow j - 1$

- **1 décrémentation**
  - **Exécutée autant de fois que la condition est vraie** (jusqu'à  $i$  fois)
  - **Total** :  $n^2 - n$
- 

$T[j] \leftarrow x$

- **1 affectation**
- **Exécutée (n-1) fois**
- **Total** :  $n - 1$

# Total des opérations pour le tri par insertion

## Meilleur cas (déjà trié, aucun décalage)

- $2n - 1$  (boucle  $i$ )
- $n - 1$  ( $x \leftarrow T[i]$ )
- $n - 1$  ( $j \leftarrow i$ )
- $n - 1$  (comparaisons tant que)
- $n - 1$  (aucun décalage  $T[j] \leftarrow T[j-1]$ )
- $n - 1$  (aucun décrémentation  $j \leftarrow j - 1$ )
- $n - 1$  ( $T[j] \leftarrow x$ )

| Total =  $7n - 1 \rightarrow O(n)$

---

## Cas moyen (environ moitié des décalages)

- $2n - 1$  (boucle  $i$ )
- $n - 1$  ( $x \leftarrow T[i]$ )
- $n - 1$  ( $j \leftarrow i$ )
- $n^2/2 - n/2$  (comparaisons tant que)
- $n^2/2 - n/2$  (décalages  $T[j] \leftarrow T[j-1]$ )
- $n^2/2 - n/2$  (décrémentations  $j \leftarrow j - 1$ )
- $n - 1$  ( $T[j] \leftarrow x$ )

| Total =  $1.5n^2 - 3n - 1 \rightarrow O(n^2)$

---

## Pire cas (tout est inversé, décalage maximal)

- $2n - 1$  (boucle  $i$ )
- $n - 1$  ( $x \leftarrow T[i]$ )
- $n - 1$  ( $j \leftarrow i$ )
- $n^2 - n$  (comparaisons tant que)
- $n^2 - n$  (décalages  $T[j] \leftarrow T[j-1]$ )
- $n^2 - n$  (décrémentations  $j \leftarrow j - 1$ )
- $n - 1$  ( $T[j] \leftarrow x$ )

| Total =  $3n^2 - 3n - 1 \rightarrow O(n^2)$

## Comparaison des complexités

Algo	Meilleur cas (déjà trié)	Moyen cas	Pire cas (ordre inversé)
Tri à bulles	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$
Tri par insertion	$O(n)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$