

Dossier TechTheTroll

Dimensionnement des moteurs de propulsion

Martial COSTANTINI*
martial.costantini@telecom-sudparis.eu

Version 1.1, juin 2016
TechTheTroll.wordpress.com



*. *Le troll est notre avenir, ne l'économisons pas*

Table des matières

Introduction	3
1 Ma pourquoi v'là-t-il donc que le robot il bouge ?	3
1.1 La mécanique de la roue	3
1.2 Le mouvement longitudinal	4
1.2.1 Le dérapage	4
1.2.2 Le soulèvement	5
1.2.3 Accélération avec propulsion arrière	5
1.2.4 Accélération et freinage avec propulsion centrée	6
1.2.5 Freinage avec propulsion arrière	6
1.3 La rotation pure	6
1.4 Le curv-curv-curviligne	7
1.5 Le dérapage	7
1.6 Le soulèvement	8
1.7 Conclusion et résumé	8
2 Les appareils à convertir les ampères en couple	9
2.1 Lire une datasheet	9
2.2 Le moteur	9
2.3 Le réducteur	9
2.4 Le rapport minimum de réduction	10
2.5 Vitesse et accélération maximale en fonction du moteur	10
3 Mais t'as dit qu'on mangerait des knackis...	12
3.1 L'accélération longitudinale maximale d'un point de vue mécanique	12
3.1.1 Point de dérapage	12
3.1.2 Point de soulèvement	12
3.1.3 Conclusion	12
3.1.4 Le petit topo sur la forme des roues	13
3.2 Le rayon de courbure minimal d'une trajectoire	13
3.2.1 Le point de dérapage	13
3.2.2 Le point de soulèvement	13
3.2.3 Conclusion	13
3.3 Rapport de réduction minimal d'un moteur de propulsion	13
3.4 Accélération maximale d'un point de vue électrique	14
Conclusion	14

Introduction

Pour que le robot bouge, faut lui coller une paire de roues. Des fois que le roboteux mécano ait un QI supérieur à sa pointure, il pensera à mettre des moteurs entre les roues et le châssis. Dans ce cas, deux scénarios sont possibles :

- Le mécano avait pas grand-chose sous la main, du coup derrière les roues de propu il a mis des moteurs recyclés de la voiture radiocommandée que Mamie Josette lui a offert pour ses 10 ans. Problème : l'équipe qui fait l'asservissement de la locomotion du robot ne sait pas vraiment quoi attendre comme performances en terme de propulsion.
- Le mécano a atteint le niveau 30, il a donc évolué en roboteux électromécaniqueur avant de faire son robot. Et comme le budget est là, il installe des moteurs choisis spécialement pour leur adéquation avec le contexte d'utilisation envisagé. Les performances du système de propulsion sont alors fièrement posées sur le bureau des roboteux asservisseurs, qui pourront plus dire que c'est la méca qui fait bugger.

Si l'on omet les asservissements de type Alarrache™ (où l'on est déjà bien content que les oscillations soient convergentes), on voit par l'excellence de la démonstration précédente que c'est quand même vachement cool d'avoir les perfs du système de locomotion.

Si vous avez le courage de continuer à me lire, on va faire un poil de mécanique sur la locomotion d'un robot (section 1). Après quoi on enchaîne avec la présentation des caractéristiques qui nous intéressent dans un moteur de propulsion (section 2), et on finit en mettant ensemble les deux points précédents pour déduire les performances théoriques d'une locomotion à partir de son concept (section 3).

L'objectif final est pour moi de vous donner les outils pour être lucide sur les performances que vous pourrez théoriquement atteindre avec une paire de moteurs donnée.

Note : En complément de ce document, je vous invite à aller lire les « Devoirs de vacances » que l'équipe RCVA a publiés en 2007¹.

1 Ma pourquoi v'là-t-il donc que le robot il bouge ?

« Quand on parle de relaxation c'est les cinq sens qui doivent tourner, nous avons même affaire à ce qu'on appelle

1. http://www.rcva.fr/images/stories/site/cours/10ansdexperience/devoir_de_vacances.pdf

à l'upensmie, ce qui doit être éventualiste sous cet angle-là, c'est clair. Quand on parle de relais c'est faire allusion à informatiser le sens dynamiel vers l'humanisme [...] »

Lola, 5 ans, docteure en congolexicomatisation

1.1 La mécanique de la roue

Pour les deux gus du fond qu'ont pas inventé l'eau chaude, voici la base :

Le principe fondamental de la dynamique (le PFD) nous dit que (dans un repère galiléen, ce qui sera ici supposé sauf mention contraire) si l'on ajoute toutes les forces qu'il y a sur le robot, eh bien on obtient précisément la même chose que si on multiplie la masse du robot par l'accélération qu'il a actuellement.

$$\sum \text{forces sur robot} = \text{masse robot} \times \text{accélération robot}$$

Et pour quand ça tourne, c'est le même délire : la somme des couples est égale à l'inertie du robot (selon l'axe de rotation considéré) multipliée par l'accélération angulaire qu'il a actuellement.

$$\sum \text{couples} = \text{inertie selon axe} \times \text{accélération angulaire}$$

Total, au repos, une roue fonctionne de la façon suivante : le robot a un poids qui appuie sur les roues, qui appuient à leur tour sur la table. En échange, la table appuie sur les roues. C'est le « principe des actions réciproques » : la table pousse autant vers le haut que le robot pousse vers le bas. Du coup le robot reste simplement posé sur la table.

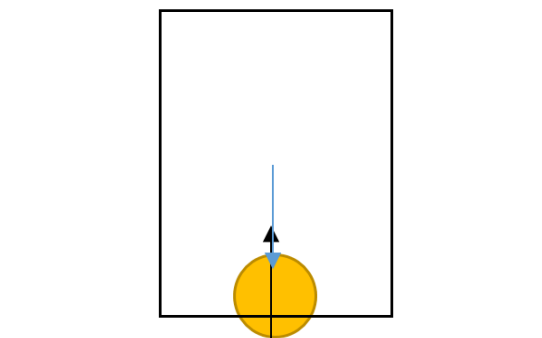


FIGURE 2 – Quand ça bouge pô, flèche bleue plus flèche noire égale tête à toto.

Quand la roue se met à tourner, le couple qu'elle reçoit des moteurs de propu est retranscrite (via la formule dite du « bras de levier », qui nous raconte que la force ressentie au bout d'un levier est proportionnelle au couple sur l'axe, et inversement proportionnelle à la

longueur du levier) en une force additionnelle de direction horizontale et perpendiculaire à l'axe de la roue. Plus simplement, la roue se met à pousser le sol vers l'arrière. Par le principe des actions réciproques, le sol pousse en échange le robot vers l'avant. Comme y'a rien pour retenir le robot, il avance.

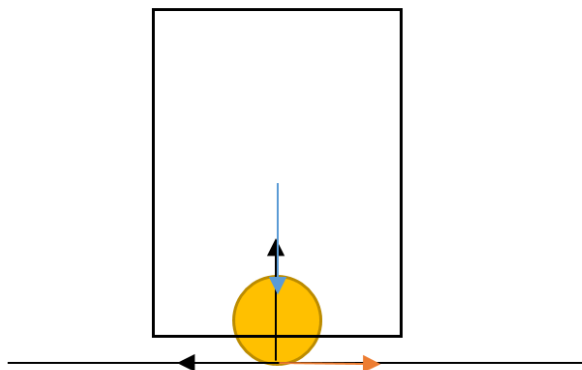


FIGURE 3 – Quand ça tourne, la table se mange la flèche orange. Du coup noir plus bleu n'est plus nul. Donc le robot bouge vers la gauche.

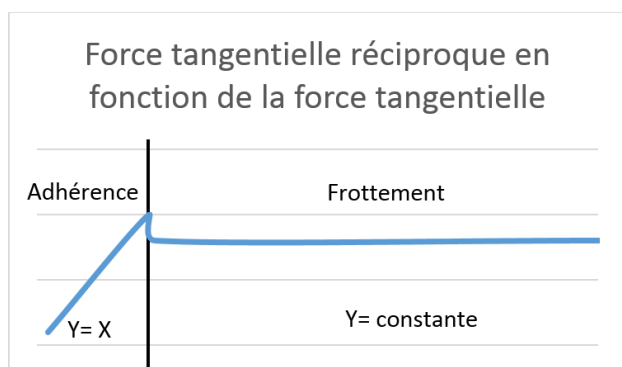
1.2 Le mouvement longitudinal

Maintenant qu'on est tous devenu sérieux en méca de la roue, on va voir quelques subtilités :

1.2.1 Le dérapage

Je suis passé un peu vite tout à l'heure sur l'idée comme quoi la roue qui veut tourner serait en train de pousser le sol vers l'arrière.

Si on omet la possibilité que votre robot soit étanche, puisse flotter, et que le « sol » s'appelle « la mer », on peut supposer que le sol et la roue sont des solides secs. Ainsi, il existe une adhérence aux points de contact de la roue avec le sol. Pour caractériser cela plus en détail, il est intéressant de parler en terme de « force normale » et « force tangentielle » à la table.



Ce que mon petit graphe vous montre, c'est que c'est que quand y'a 2 solides secs maintenus en contact l'un contre l'autre par des forces (dites « normales »), on peut distinguer 2 modes :

L'adhérence : l'un des deux solides applique sur la surface de contact une force tangentielle relativement faible (ou inexistante).

Dans ce cas, le second solide répond par la force opposée sur cette même surface de contact.

Vous pouvez observer ceci en faisant avancer un robot avec la vitesse d'un escargot : la roue exerce une force tangentielle à la table vers l'arrière, et la table réplique en poussant la roue vers l'avant.

Le frottement : (Aussi appelé dérapage dans les milieux autorisés) Même situation qu'auparavant, sauf que la force tangentielle appliquée par le premier solide est super forte.

Dans ce cas, le second solide réplique avec une force de sens opposé et d'intensité aussi grande qu'il peut, mais malheureusement il n'arrive pas à égaler la norme de la force du premier solide : ça dérape.

Pour observer ceci, prenez un robot super léger, collez lui des moteurs surpuissants et des roues en téflon. Si vous faites tourner les moteurs à fond, surprise : le robot a une vitesse misérablement faible. Cela se comprend parce que la force de frottement entre le sol et le téflon est très faible.

Notez que mon graphe a un petit pic entre l'adhérence et le frottement, communément appelé « limite d'adhérence ». C'est ce sommet qui permet d'avoir la plus grande force tangentielle. (Spoiler : C'est donc ce point qui maximise l'accélération que peut fournir le système de propulsion.)

Note : ce petit pic n'a pas d'origine scientifique unanimement reconnue, mais mon Pokédex mentionne que y'a des chances pour que ce soit de la micro-indentation, ou des liaisons chimiques opportunistes (à ce sujet, M. Google est prolifique si on lui tape « static vs kinetic friction »)

Pour obtenir quantitativement cette courbe, on appelle jojo le mécano, qui nous donnera et le « coefficient de frottement », et le « coefficient d'adhérence » à utiliser. Ces deux valeurs dépendent des matériaux en contact (par exemple : téflon sur verre frotte moins que silicone sur ardoise). Le coefficient d'adhérence nous donne la hauteur du pic en limite d'adhérence, et le coefficient de frottement la hauteur de la constante lors du frottement. Ces deux hauteurs sont exprimées en multiple de la force normale.

Exemple : si un troll des montagnes de 500 kg dort sur un pont et que le coefficient d'adhérence troll/pont

est de 0.6, le groupe d'aventuriers ne pourra passer que s'ils poussent le troll latéralement de $500 \times 0.6 = 300$ kg (ou 2943.3N pour les puristes).

1.2.2 Le soulèvement

Imaginez que l'on vous mette sous les yeux une voiture aussi haute qu'un bus londonien et aussi longue de pare-choc à pare-choc qu'une Mini. Bien, maintenant, imaginez que cet engin parte en marche arrière avec une accélération digne d'une Formule Un. Bravo, vous avez deviné : l'engin est tombé à la renverse.

Malheureusement, les contraintes de la coupe de France de robotique sont encore pires que dans mon exemple. Surtout pour le petit robot. Surtout quand on s'appelle BrickStory. Surtout quand y'a un bras de type RCVA qui donne un coup de main². Mais je m'égare.

Si le robot peut tomber à la renverse, c'est parce que c'est la table qui le pousse vers l'avant (Vous vous souvenez ? la roue pousse la table en arrière qui a son tour pousse le robot vers l'avant). Petit souci : le centre de gravité du robot est bien plus haut que la surface de contact entre le robot et la table. Si on utilise notre amie la formule du bras de levier, on peut voir la réaction de la table comme un couple qui fait tourner le robot autour de son centre de gravité.

Pour parler convenablement de ce sujet, il convient de différencier quelques géométries classiques de robots :

Les robots mixeurs de cuisine qui permettent de faire du bon guacamole. Étant donné le nombre très restreint de robots à la coupe qui exploitent cette conception, nous excluons cette géométrie de notre analyse

Les robots holonomes qui ont trois roues en cercle espacées d'un tiers de tour. Leur principe étant éloigné des géométries « classiques », nous excluons aussi ce type de géométrie.

Les robots à propulsion centrée c'est le plus courant : le dessous du robot est approximativement rectangulaire, et repose sur un appui par coin. À mi-chemin entre l'avant et l'arrière se trouvent les roues de propu.

Les robots à propulsion arrière (ou avant) idem, sauf que les roues remplacent les appuis arrières (ou avant) du robot.

Nous allons réduire le champ d'étude en supposant que le robot est symétrique latéralement et que le centre géométrique et le centre de masse sont verticalement alignés.

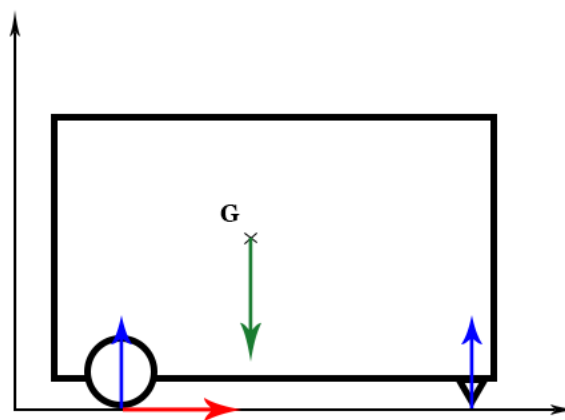
2. <https://youtu.be/sDvG7njNGAc?t=1m6s>

Le lecteur intéressé pourra s'affranchir de ces hypothèses par des raisonnements analogues à ceux que je vais donner et s'aider des « devoirs de vacances » que RCVA a publiés.

1.2.3 Accélération avec propulsion arrière

Maintenant les choses sérieuses : je vous passe les équations (appliquer la somme des couples au point G et en déduire la valeur de l'appui avant), mais sur mon schéma, on voit rapidement que si le robot devait absolument tourner autour du point G, la flèche bleue de la roue le ferait tourner en sens horaire, alors que la flèche bleue de l'appui triangle le ferait tourner en sens trigo. Jusque là, pas de souci. Le problème arrive avec la flèche rouge (qui représente la force tangentielle exercée par le sol sur les roues), qui fait tourner le robot dans le sens trigo. Pour que la résultante des couples reste nulle, il faut que l'appui triangle transfère un peu de sa charge aux roues.

Ce transfert est d'autant plus grand que la flèche rouge l'est. Là où c'est rigolo, c'est que le transfert peut complètement délester l'appui triangle si rouge est assez grande. Dans ce cas, le poids du robot passe entièrement par les roues arrières.

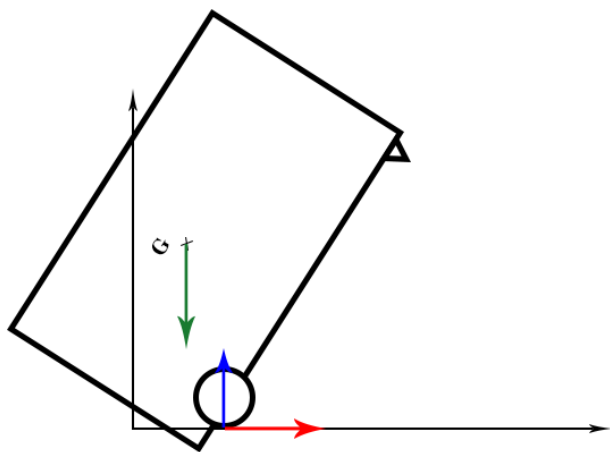


Si on continue d'augmenter la flèche rouge, le transfert ne peut plus augmenter et on soulève juste le triangle plus vite.

Remarquons une chose importante : si le robot commence à soulever son avant, son centre de gravité se rapproche de la verticale de la roue. Notre amie la formule du bras de levier nous expliquant alors que le couple horaire en G exercé par la roue diminue, jusqu'à s'inverser au moment où G traversera la verticale des roues.

Ce qu'il faut retenir, c'est que quand le soulèvement commence, il dégénère très vite en basculement.

Notons que par symétrie, les résultats sont identiques si les roues de propu sont à l'avant et qu'au lieu



d'accélérer, le robot freine.

1.2.4 Accélération et freinage avec propulsion centrée

Là, c'est beaucoup plus simple : par un raisonnement analogue au cas de la propulsion arrière, on comprend que le basculement ne peut pas se produire sur une géométrie à propulsion centrée !

Un tel robot a 3 appuis, et selon G l'appui arrière pousse en sens horaire, l'appui central n'a aucun couple (puisqu'il est à la verticale de G) et l'appui avant pousse en sens trigo. Mais là n'est même pas l'important.

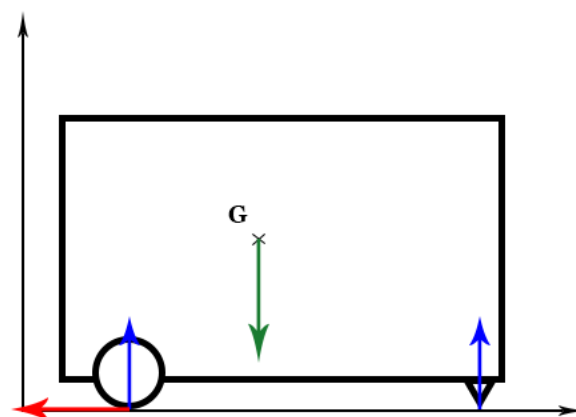
Ce qu'il faut voir, c'est que les roues de propulsion et l'appui avant vont tous les deux transférer leur charge à l'appui arrière en fonction de l'intensité de la force de propulsion. *Les roues de propu transfèrent leur charge à des appuis non motorisés.* Elle est là toute la magie : lorsque la force tangentielle sur les roues augmente, la force normale diminue car transférée vers un appui arrière du robot. Donc, proportionnellement au coefficient d'adhérence, la force tangentielle maximum diminue.

Autrement dit : le dérapage arrive toujours avant le soulèvement. Démonstration par l'absurde : supposons qu'il y ait un léger soulèvement. Ce soulèvement est une rotation autour des appuis arrière. Donc les roues de propulsions et les appuis avant sont en l'air. Donc le seul couple ressenti en G est celui des appuis arrière. Donc le robot retombe.

1.2.5 Freinage avec propulsion arrière

Le même raisonnement peut être appliqué si la propulsion arrière est en train de freiner.

Comme on peut le voir sur le dessin, la force de freinage a tendance à transférer la charge de la roue vers l'appui triangle. C'est donc encore un cas où les roues transfèrent leur charge à des appuis non motorisés, ce



qui signifie que le patinage arrivera toujours avant le soulèvement.

Ce résultat peut être appliqué à l'identique si vous accélérez avec un robot à propulsion avant.

1.3 La rotation pure



FIGURE 4 – Lors de la relecture, la compréhension profonde de la pertinence de cette image a été jugée facultative pour continuer à lire l'article.

On considère ici le robot qui pivote sur lui-même, c'est-à-dire en rotation selon un axe vertical passant par le point milieu entre les roues de propulsion. (Notons rapidement que seuls les axes de rotation ayant une intersection avec la droite passant par les deux roues permettent de rester dans la zone d'adhérence, les autres imposant aux roues de glisser, mais on y reviendra dans la partie curviligne)

Bonne nouvelle : vous ne pourrez jamais soulever une partie de votre robot dans un tel mouvement. On le comprend car contrairement au mouvement longi-

tudinal, les transferts de charges sont symétriques. Si on prend une propulsion centrale en vue de dessus, et qu'on tourne le robot en sens trigo, les transferts de charge délestent les appuis en haut à droite et en bas à gauche. Sauf que la structure du robot est rigide, ce qui veut dire que les couples de transfert de charge s'annulent.

Finalement, la seule chose dont il faut se préoccuper, c'est le dérapage des roues. Les résultats obtenus pour la translation sont alors directement réutilisables à chacune des roues de façon indépendante.

1.4 Le curv-curv-curviligne

(Aussi appelé curv- curv- curv- curv- curv- curv-cruc, quand l'intégrateur est réglé trop fort).

Pour des considérations purement mécaniques, il est inutile de différencier les courbes de Bézier des arcs de cercles des clothoïdes et compagnie. La notion qui permet de bien différencier les choses c'est celle du CIR : Centre Instantané de Rotation. Si on assimile localement la trajectoire du robot à un arc de cercle, le CIR est le centre du cercle.

Pour la translation, le CIR est infiniment loin dans une direction perpendiculaire à la trajectoire. Pour la rotation pure, le CIR est le point milieu entre les roues. Pour le curviligne, il est n'importe où sur la droite localement perpendiculaire à la trajectoire et passant par le point milieu entre les roues.

Tout CIR qui n'est pas sur la droite que je viens de décrire pose un léger souci. Dans une telle configuration, la direction dans laquelle la roue tend à faire avancer n'est pas perpendiculaire à la trajectoire, alors que la trajectoire est localement assimilée à un arc de cercle. Nous excluons ce type de trajectoire de notre étude.

Maintenant que l'on a le rayon de courbure local de la trajectoire, et si on suppose connaître la vitesse de parcours on peut considérer la force centrifuge correspondante. En première approche, on va considérer que cette force s'applique au centre de gravité et possède la valeur suivante :

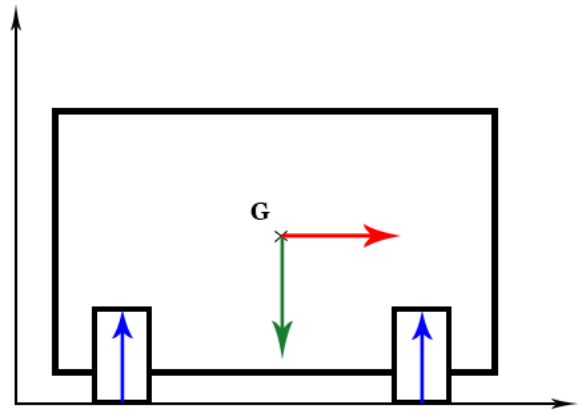
$$\frac{m \times v^2}{R}$$

Avec m la masse du robot, v sa vitesse et R le rayon de courbure.

1.5 Le dérapage

Quand le robot va vite et qu'il fait un virage en tête d'épingle, il peut arriver une chose malencontreuse : la force centrifuge fait déraquer le robot, en l'éjectant vers l'extérieur du virage.

Voyons cela plus en détail.



Ci-dessus notre robot, vu de derrière : les flèches bleues représentent la réaction de la table sur les roues, la flèche verte le poids du robot et la flèche rouge la force centrifuge. Ici, on peut toujours appliquer le principe fondamental de la dynamique dans le repère local du robot, sauf que cette fois on ne peut plus faire semblant de croire qu'on est dans un référentiel galiléen. Quand le référentiel n'est plus galiléen, le principe fondamental reste le même à condition de considérer les forces d'inertie : la force de Coriolis et la force d'entraînement.

Pour parler correctement de notre robot en mouvement localement assimilé à un arc de cercle, on doit définir non pas un, mais deux référentiels. Le premier (Galiléen) qui est centré sur le CIR du robot, et dont le système d'axe est figé par rapport à la table. Le second n'est pas Galiléen : il est aussi centré sur le CIR, mais il tourne selon un axe vertical, de façon à toujours pointer le robot (on peut par exemple dire que le robot est sur la demi-droite des abscisses positifs du second référentiel). Du coup, le robot se mange les forces de tout le monde : les siennes, mais aussi celles de Coriolis et d'inertie d'entraînement.

On va faire simple : la force de Coriolis, on s'en fout (faites les applications numériques si vous voulez). Mais par contre, on va faire gaffe à la force d'entraînement, qui est « simplement » la masse du robot multipliée par l'accélération d'entraînement que voici.

Attention, la grosse équation (Copyright Wikipedia Incorporated corporation limited, all left reserved) :

$$\vec{a}_e(M) = \vec{a}(O')_{(R)} + \vec{\omega}_{(R'/R)} \wedge \left(\vec{\omega}_{(R'/R)} \wedge \overrightarrow{O'M} \right) + \left(\frac{d\vec{\omega}_{(R'/R)}}{dt} \right) \wedge \overrightarrow{O'M}$$

Ici, \vec{a}_e c'est l'accélération d'entraînement, M c'est le centre de gravité du robot, O' c'est le CIR et $\vec{\omega}_{(R'/R)}$ c'est

le vecteur de rotation du robot. Quand vous allumez vos yeux laser qui percent les équations, on voit que :

- L'accélération de O' c'est tête à toto, parce qu'on a dit que nos deux référentiels étaient centrés sur le CIR.
- Le terme qui fait intervenir la dérivée de $\vec{\omega}_{(R/R)}$ est (selon les moultes propriétés du produit vectoriel) dans l'axe avant-arrière du robot. Donc ce n'est pas lui qui nous éjectera vers l'extérieur du virage.

Ne reste plus que ce splendide double produit vectoriel (que je mange tous les jours au ptit dej'). Comme on adore tous ce genre de chose, je passe la démo, et je mentionne juste que la résultante est une accélération centrifuge (selon $O'M$ si vous suivez bien), de norme :

$$\frac{\frac{v}{R} \times v}{R} \times R = \frac{v^2}{R}$$

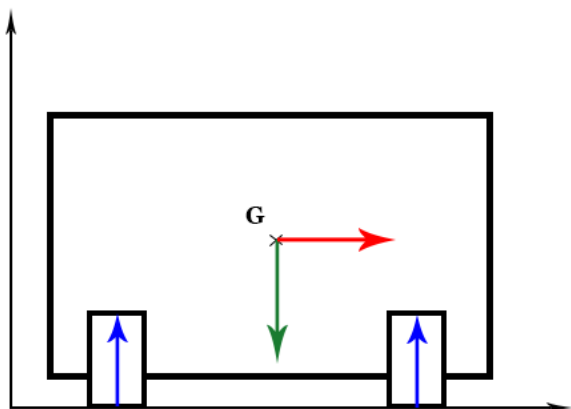
Ce qui donne l'expression de l'intensité la force centrifuge que je mentionnai tout à l'heure (dirigée vers l'extérieur du virage) :

$$\frac{m \times v^2}{R}$$

Tout cela pour dire que la table doit en curviligne exercer une réaction tangentielle à la table avec une composante non nulle selon l'axe droite-gauche du robot. Sauf que le coefficient d'adhérence n'est pas infini, donc il y a une valeur maximale pour la composante qui compense la force centrifuge. Au-delà de cette limite, le robot dérape vers l'extérieur du virage.

1.6 Le soulèvement

Le soulèvement est un autre souci d'un virage serré pris trop vite. Considérons de nouveau le robot vu de derrière, en train de tourner vers la gauche :



On peut cette fois réfléchir sur les couples autour de la roue extérieure au virage (i.e. celle de droite) : la

flèche bleue de droite ne génère aucun couple, la flèche bleue de gauche fait tourner en sens horaire, et est complètement compensée par la flèche verte qui fait tourner en sens trigo. La flèche rouge, elle, fait tourner en sens horaire.

Ce qu'il faut voir, c'est que la flèche bleue de gauche n'est là que pour compenser la force qu'exerce la roue sur la table. Sauf que par son couple horaire, rouge transfère la charge de la roue gauche vers la roue droite (si vous voulez les équations, c'est simplement la formule du bras de levier appliquée à fond la caisse). Donc, plus rouge est grande, plus la flèche bleue de droite est grande et moins la flèche bleue de gauche est grande. A un moment, bleue de gauche sera nulle, et ce sera le début du soulèvement.

De la même façon qu'avec un déplacement longitudinal avec propu arrière, on peut montrer que si on augmente la flèche rouge au-delà du point de soulèvement, la situation dégénère très vite en basculement.

1.7 Conclusion et résumé

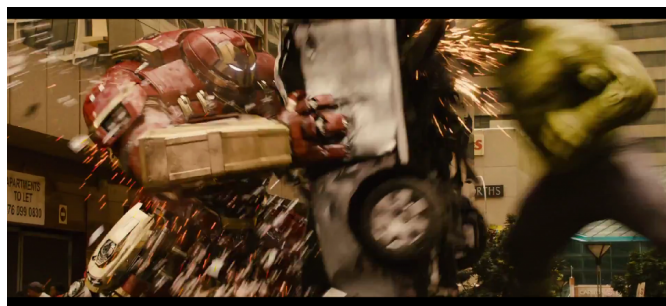


FIGURE 5 – On remarque après observation attentive que les appuis arrière de la voiture sont légèrement soulevés, ce qui illustre parfaitement les problèmes que l'on peut rencontrer quand une conception est lacunaire.

Cette partie a mis en lumière les principaux effets qui limiteront les performances de la locomotion. Le sujet a été traité en différenciant 3 modes de déplacements : longitudinal, rotation pure et curviligne. Les deux seuls effets intéressants qui peuvent survenir sont le dérapage et le soulèvement (*wheeling* pour les intimes).

Dans tout mouvement, on dérape d'autant moins que le coefficient d'adhérence est fort entre les roues et la table. Le dérapage peut selon le mode de déplacement soit réduire les perfs de la locomotion, c'est le cas du mouvement longitudinal et une rotation pure, soit carrément déclencher un écart de trajectoire dans le cas du curviligne.

Le soulèvement lui ne concerne pas la rotation pure. Dans les autres cas, on peut repousser le point de soulè-

vement en abaissant le centre de gravité ou en éloignant les appuis non motorisés des roues de propu.

Notons que nous ne nous sommes ici intéressés uniquement à la méca pure et dure. Cette théorie sera appliquée concrètement une fois que l'on aura fait le tour de la prochaine partie sur le moteur.

2 Les appareils à convertir les ampères en couple

« 2.21 Gigot-Watt, 2.21 Gigawatt!!!! »

Roger le tavernier, lisant la datasheet de la propu d'ARD.

2.1 Lire une datasheet

Si vous avez des moteurs de propulsion de grande marque, ou si vous comptez en acquérir, les datasheets peuvent s'avérer impressionnantes à première vue :

https://fmcc.faulhaber.com/resources/img/EN_2668_CR_DFF.PDF

https://fmcc.faulhaber.com/resources/img/EN_30-1_FMM.PDF

La première chose à voir, c'est qu'il ne faut pas acheter un produit, mais deux : le moteur à proprement parler, mais aussi le réducteur qui va au bout. Les personnes intéressées pourront chercher à ajouter un co-deur, mais on sort du cadre strict de la propulsion qui nous intéresse ici.

Si on a besoin d'un réducteur, c'est parce que la vitesse de rotation de l'arbre moteur est bien trop élevée pour nos roues dans les gammes de moteurs qui nous intéressent. De plus, le couple maximum qu'applique le moteur est ridicule.

Le réducteur est une super solution à ces deux soucis : il divise la vitesse de rotation de l'arbre moteur par un certain nombre et multiplie le couple disponible par (à peu près) le même nombre. Dans les deux liens que je vous ai mis, le premier donne la datasheet du moteur, et le second est la datasheet du réducteur. L'ensemble composé du moteur et du réducteur est appelé « moto-réducteur ».

Je vais donner des informations sur les moteurs CC qui seront plus ou moins en directe relation avec une application pour la coupe de robotique, mais une explication plus exhaustive et générique peut se trouver sur le site de Faulhaber.

La version française est ici pour ceux qui ont un niveau A1 en anglais :

https://fmcc.faulhaber.com/resources/img/FR_TECHNICAL_INFORMATION.PDF

Et sinon y'a la version anglaise pour ne pas se prendre la tête à traduire les termes techniques :

https://fmcc.faulhaber.com/resources/img/EN_TECHNICAL_INFORMATION.PDF

2.2 Le moteur

Dans les choses à regarder en priorité dans une datasheet, vous avez :

Nominal voltage : la tension à ne pas trop dépasser quand on alimente le moteur. A dimensionner en fonction de l'électronique de puissance.

Terminal Resistance : en bon français la « résistance de l'induit ». Cette valeur est à garder la plus basse possible. On montrera par la suite que cette valeur influe notamment la relation entre la vitesse maximum et l'accélération maximale du robot

Torque constant (constante de couple) : un moteur est une machine qui mange des ampères et crache des newton-mètres. La constante de couple en est le taux de change : combien j'ai de newton-mètre si j'apporte un ampère. On veut que cette valeur soit grande.

Speed constant (constante de vitesse) : on peut la déduire de la constante de couple et de quelques autres caractéristiques du moteur. Cette grandeur apparaît souvent dans les équations, mais on la remplace assez vite par son expression en fonction de la constante de couple.

Pour le reste, c'est soit inutile pour nous (genre la plage de température de fonctionnement), soit plein de bon sens : si l'arbre moteur fait 3 mm, faut que le réducteur soit compatible, et si la charge radiale max est de 5 kg, on ne met pas 200 kg dessus.

(Ceci dit, gardez de la marge sur la charge radiale max. Tout robot de la coupe de France a eu lors de sa mise au point un roboteux qui donne un coup de poing virulent sur le bouton d'arrêt d'urgence. Lors de l'impact poing-bouton, une partie de la charge passe dans les arbres moteurs. Faut pas que ce soit un souci.)

2.3 Le réducteur

Il existe principalement deux technologies de réducteur : les trains épicycloïdaux et les renvois d'angle roue-vis sans fin. Quelle que soit la technologie, seule deux choses sont vraiment primordiales :

Reduction Ratio (le rapport de réduction) : c'est la valeur par laquelle est divisée la vitesse de rotation du moteur. Si le moteur fait 100 tours par minute, un réducteur avec un ratio de 5 : 1 (ou juste « 5 ») aura un arbre de sortie tournant à 20 tours par minute.

Efficiency (l'efficacité) : c'est le rendement énergétique du réducteur. En gros, il y a des frottements dans les engrenages dans le réducteur, et l'énergie perdue se ressent car le couple maximum que peut déployer le motoréducteur est légèrement inférieur au produit du couple moteur par le rapport de réduction.

On veut que cette valeur soit la plus haute possible, et sauf magie, cette valeur est entre 0 et 1.

2.4 Le rapport minimum de réduction

Les devoirs de vacances de RCVA expliquent en détail le phénomène : quand votre robot va faire un câlin à un mur, il veut avancer au travers du mur. Comme l'odométrie raconte que le robot n'avance plus, le robot, croyant bien faire, augmente la tension des moteurs pour se forcer à avancer. Comme le robot ne traversera jamais le mur (sauf si vous êtes dans une maison traditionnelle du Japon ou les murs sont en papier, ce qui ne sera pas supposé ici), la tension va arriver rapidement à son maximum sans que le robot ne bouge d'un iota.

Dans un tel cas, il y a deux types de robots :

- Ceux qui ont un tout petit rapport de réduction. Dans ce cas, les roues sont soumises à un couple moteur assez faible pour rester en zone d'adhérence et ne pas déraiser sur le sol. Ainsi, il n'y a plus de sortie de puissance mécanique (la puissance est le produit du couple par la vitesse, et la vitesse est nulle), alors qu'il y a entrée de puissance électrique. Conséquence : l'énergie sort de façon thermique, et RCVA a prouvé que le moteur crame alors définitivement en une fraction de seconde. C'est dommage.
- Ceux qui ont un gros rapport de réduction. Dans ce cas, le couple sur les roues est bien assez grand pour faire passer les roues en patinage. Du coup, pas de souci, les moteurs ont juste à fournir le couple pour compenser la force de frottement sur la table. C'est une sortie de puissance mécanique comme une autre et le moteur n'est pas en danger.

Il y a donc moyen de calculer une valeur minimale du rapport de réduction des moteurs de propulsion, histoire d'éviter que la propu s'autodétruise au premier blocage du robot contre un obstacle.

Le calcul est en réalité une simple version réchauffée de la formule du bras de levier, avec un peu d'équations du moteur : prenez la portion du poids du robot qui passe par les roues, le coefficient d'adhérence roue/table et le rayon des roues, et vous aurez le couple à donner aux roues pour qu'elles patinent. De l'autre

côté, le couple maximal que donne le moteur est fonction de sa constante de couple et de l'intensité qu'il reçoit. L'intensité reçue étant fonction de la tension d'alimentation et de la résistance d'induit. Sauf que ce qu'on regarde nous, c'est ce qui sort du réducteur (pas directement du moteur), donc on prendra une marge avec la valeur du rendement. Enfin, comme on a deux moteurs de propulsion, on peut diviser ce rapport minimum par deux. Peut-être qu'une équation vaut mieux qu'un long discours :

$$R_{min} = \frac{\text{Couple de patinage}}{2 \times \text{Rendement réducteur} \times \text{Couple moteur max}}$$

Avec :

$$\text{Couple de patinage} = \text{poids sur roues} \times \frac{\text{coeff d'adhérence}}{\text{rayon des roues}}$$

$$\text{Couple moteur max} = \text{Const. de couple} \times \frac{\text{Tension d'alimentation}}{\text{Résistance d'induit}}$$

Attention, warrrrring : ce rapport est dépendant du poids appliqué sur les roues. Prenez de la marge sur ce rapport dans votre dimensionnement. Je recommande de faire le calcul du rapport minimal, de choisir au catalogue ce qui convient comme réducteur, et après de retourner l'équation plus haut pour exprimer le poids maximal du robot avant surchauffe des moteurs en fonction des réducteurs choisis.

Je recommande aussi d'implémenter une protection logicielle contre ce genre de chose. L'odométrie vous donne une image de la puissance mécanique sortante des moteurs, et le PWM que vous envoyez aux moteurs est une image de la puissance électrique qui y entre. La différence entre les deux est la puissance thermique que le moteur dissipe ou accumule. Cette méthode n'est pas précise, mais si ça vous sauve 1200 € de moteurs, c'est pas plus mal. (Les gens dont l'overkill est le second prénom pourront même coller des codeurs aux moteurs en plus des roues codeuses externes pour calculer le dérapage des roues)

2.5 Vitesse et accélération maximale en fonction du moteur

(Allumez bien le cerveau à 100%, on est sûrement dans la partie la moins intuitive de l'article. Cette partie est partiellement inspirée des devoirs de vacances de RCVA, chapitre 6.)

Nous allons nous rendre compte que pour des raisons électriques, il est impossible de maximiser à la fois la vitesse et l'accélération du robot. Si on accélère fort, on ne fera pas des super pointes de vitesses, et inversement. Voyons tout ceci dans le détail.

Cet article sur la propulsion fait déjà 5000+ mots, et il n'y a toujours pas d'équation du moteur à courant continu. C'est une honte :

$$C_m(t) = K_c \times I(t)$$

$$U(t) = L \frac{dI(t)}{dt} + RI(t) + U_E(t)$$

$$U_E(t) = K_E \times \omega(t)$$

Ahhh, ça va mieux tout de suite. En bonus la légende :

- C_m , le couple déployé sur l'arbre moteur ;
- I , l'intensité électrique envoyée dans le moteur ;
- K_c la constante de couple du moteur ;
- U , la tension d'alimentation du moteur (attention, si vous collez un pont en H et un PWM sur l'alim de vos moteurs, comme les gens bien, U est le produit de la tension d'alimentation du pont en H par le rapport cyclique instantané du PWM) ;
- L , l'inductance de l'induit ;
- R , la résistance de l'induit ;
- U_E la tension contre-électromotrice ;
- K_E la constante de vitesse du moteur (comme dit plus haut, elle est redondante avec la constante de couple) ;
- ω , la vitesse de rotation instantanée de l'arbre moteur ;
- t , le temps. Le brave petit qu'on oublie tout le temps.

On va se placer en régime établi, donc on sabre dans l'expression de U le terme en L . On retourne la première équation pour avoir I en fonction de C_m et K_c , et on remplace U_E dans l'expression de U par son expression en fonction de K_E et ω . Bref, on arrive à :

$$U(t) = \frac{R}{K_c} \times C_m(t) + K_E \times \omega(t)$$

Et ça, c'est très intéressant. Reformulons sans se préoccuper des dimensions : *Tension moteur = Couple moteur + Vitesse de rotation*. Il faut bien faire attention à prendre le problème dans le bon sens :

- Le mauvais sens, c'est « je prends le couple sur la roue, j'ajoute la vitesse à laquelle elle tourne et je regarde la tension que ça me donne. »
- Le bon sens, c'est « je mets telle tension, et elle sera en partie utilisée pour déployer un couple sur la roue, et l'autre partie sera consommée dans la vitesse de rotation » (oui car le PWM c'est le seul degré de liberté que les gens de l'asservissement ont)

Tout le souci venant du fait que la tension est une ressource limitée par la tension des batteries du robot.

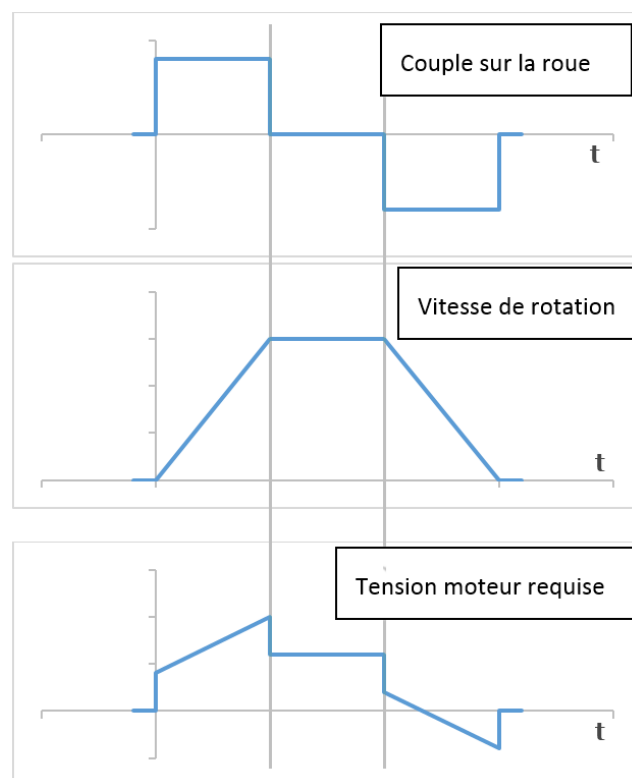
Dézoomons un peu : ce qu'on veut, c'est la meilleure locomotion possible. Dans un monde où l'asservissement est parfait, on pourrait se dire « facile ! J'accélère pendant la première moitié du trajet, et je freine durant la seconde moitié, le tout en limite d'adhérence, et je suis imbattable ». Cette solution est complètement envisageable (et est même implémentée) pour les très petits trajets.

Dans le vrai monde réel de la vérité véritable, il faut se rendre compte que la phase d'accélération uniforme (en limite d'adhérence ou non) demande aux moteurs un couple constant. Vient s'y ajouter une partie croissante due à la vitesse qu'accumule le robot. Du coup il arrive un moment où même en collant toute la tension des batteries aux moteurs, la vitesse qu'a le robot mange trop de tension pour qu'il en reste assez pour que le moteur maintienne les roues en limite d'adhérence.

Attention, on va maintenant faire une hypothèse assez grande : le profil de vitesse qu'on considère est trapézoïdal. D'autres sont possibles, mais celui-ci est à la fois assez simple et proche de l'optimal.

Ce que l'on considère maintenant, c'est donc une phase en accélération uniforme qui dure tant que la tension des batteries est suffisante pour continuer à déployer le couple requis. Lorsque la vitesse demandera tout le reste de la tension, on passera à la partie du trapèze où la vitesse est constante, puis on décélérera.

En image, ça ressemble à ça :



On voit clairement sur le graphe de la tension moteur requise que le point qui limite ce qu'on peut faire est le point en fin d'accélération. (Là où le terme de constante de vitesse et de constante de couple s'additionnent et sont les plus grands.)

Le souci apparaît lorsque ce point de saturation électrique donne une toute petite vitesse pour une accélération en limite d'adhérence.

Prenons un exemple : le moteur Faulhaber 2342024CR, avec un réducteur de 1 : 20. Ce moteur à une résistance d'induit de 7.1 Ω et une constante de couple de 0.0261 Nm/A. En considérant un rendement énergétique de 70% dans le réducteur, un robot de 12 kg, une tension batterie de 22 V, une accélération en limite d'adhérence de 0.29 m/s² et une marge de 20%, on tombe sur une vitesse maximale du robot de 0.48m/s ! Sans être complètement à côté de la plaque, ce moteur est moyennement adapté à une propulsion de compétition.

Si l'on résume le fait que l'on ait saturation électrique en fin d'accélération, on en récupère une relation juteuse : en fin d'accélération, nous sommes à vitesse maximale. Du coup, on peut exprimer l'accélération maximale en fonction de la vitesse maximale.

$$\text{Tension batterie} = \frac{\frac{R}{K_c} \times \text{acc. max} \times \text{masse robot}}{\text{rayon des roues}} + K_E \times \frac{\text{vitesse max}}{\text{rayon des roues}}$$

Les plus matheux d'entre nous reconnaissent instantanément l'équation d'une droite, et les plus intuitifs des matheux diront même que cette droite est décroissante si on met l'accélération en abscisse et la vitesse max en ordonnée.

3 Mais t'as dis qu'on mangerait des knackis...

Jusque-là, on a mis de la théorie dans tous les sens. La géométrie du robot, les couples, les moteurs, tout y est passé. Le souci, c'est que si votre ami roboteux qui fait la stratégie de match vous demande de faire un robot capable de faire demi-tour en 0.5s, ben vous saurez pas quoi répondre si le vendeur de moteurs vous proposera au téléphone un modèle de 150W.

Du coup, on va revenir sur tous les points précédents, en zappant cette fois toute la théorie pour se concentrer sur des formules et des expressions opérationnelles, utile pour un dimensionnement.

3.1 L'accélération longitudinale maximale d'un point de vue mécanique

« En formation tortue, d'un point de vue animalier ! »

Anonyme

L'accélération maximale (entendue comme la norme du vecteur d'accélération, de telle sorte que le discours reste valable pour le freinage, à condition de remplacer toutes les occurrences du mot "avant" par "arrière") dépend de deux points : le point de dérapage et le point de soulèvement.

3.1.1 Point de dérapage

Une condition nécessaire et suffisante pour le dérapage est :

$$a > g \times k_a \times \frac{d_2}{d - z \times k_a}$$

Légende :

- a , accélération longitudinale ;
- g , intensité locale de la pesanteur. 9.81 m/s² chez votre marchand de journaux ;
- k_a , le coefficient d'adhérence entre les pneus de propu et la table (Warrrrring : ce n'est pas le coefficient de frottement. Voir Static VS Kinetic friction sur Google) ;
- z , distance verticale entre la table et le centre de gravité du robot ;
- d , distance longitudinale entre l'appui au sol le plus en avant du robot et celui le plus en arrière ;
- d_2 , distance longitudinale entre l'appui au sol le plus en avant du robot et le centre de gravité.

3.1.2 Point de soulèvement

Une condition nécessaire et suffisante pour que les appuis avants soient soulevés est :

$$a > g \times \frac{d_1}{z}$$

Légende :

- a , accélération longitudinale ;
- g , intensité locale de la pesanteur. 9.81 m/s² en dehors d'une centrifugeuse ;
- z , distance verticale entre la table et le centre de gravité du robot ;
- d_1 , distance longitudinale entre l'axe de rotation des roues de propulsion et le centre de gravité.

3.1.3 Conclusion

Il convient de choisir une accélération qui soit à la fois inférieure au seuil de soulèvement comme de dérapage. Les principaux paramètres à influencer sont :

- L'altitude du centre de gravité : mettez les pièces en métal (surtout en acier, comme les moteurs) en bas, mettez des pièces en impression 3D à altitude moyenne, et au-delà de 20 cm d'altitude, essayer de ne quasiment rien mettre de lourd. Le polystyrène est pas mal si vous avez de quoi le découper.
- Le coefficient d'adhérence entre les roues et la table : d'assez loin le paramètre le plus limitant, je recommande d'utiliser un élastomère avec un degré de shore très bas : une bonne base serait du 25 - 30 Shore A. La matière à utiliser peut soit être des feuilles de silicone, soit un revêtement en polyuréthane. Le silicone est plus facile à trouver que le polyuréthane, mais s'use très vite (RCVA doit changer les feuilles de silicone de ses roues régulièrement). Il y a aussi les roues de roller, qui ont une bonne adhérence, et de surcroît une ligne de contact très courte (voir prochain paragraphe).

3.1.4 Le petit topo sur la forme des roues

Tant que je suis sur les roues de propu, j'en profite pour remarquer une chose : la ligne de contact entre la roue et la table doit être la plus courte possible. Par exemple, une roue de 4cm de large qui repose uniformément sur toute sa largeur est une mauvaise roue, alors qu'une roue d'un centimètre de large dont le profil du pneu est triangulaire est bien meilleure. Je m'explique : Quand le robot tourne sur lui-même, les roues suivent une trajectoire dont le rayon de courbure est minuscule. Or, Roger le tavernier pourrait nous rappeler la loi de répartition linéaire des vitesses des points du robot tournant sur lui-même. Autrement dit, chaque point de la ligne de contact de la roue devrait dans ce cas avoir une vitesse différente.

En pratique, la souplesse du pneu devrait compenser ces écarts de vitesses, mais des contraintes de cisaillement vont apparaître, résultant en une augmentation des forces locales tangentielles sur la table, et donc feront apparaître des dérapages prématurés. De plus, une courte ligne de contact augmente la pression du contact, qui augmente l'effet de micro-indentation (non décrit par la loi de Coulomb), qui augmente le coefficient d'adhérence.

3.2 Le rayon de courbure minimal d'une trajectoire

Comme pour l'accélération longitudinale, un déplacement courbé donne au robot une accélération, transversale cette fois. Sans surprise, les phénomènes sont donc les mêmes : dérapage et soulèvement, qui arrive-

ront si vous prenez un virage soit trop serré, soit trop vite.

3.2.1 Le point de dérapage

Une condition nécessaire et suffisante pour que le robot dérape est :

$$R < \frac{v^2}{k_a \times g}$$

Légende :

- R , rayon de courbure instantané du robot ;
- g , intensité locale de la pesanteur. 9.81 m/s² rond triangle ;
- v , la vitesse instantanée du robot ;
- k_a , le coefficient d'adhérence entre les pneus de propu et la table (Warrrrring : ce n'est pas le coefficient de frottement. Voir Static VS Kinetic friction sur Google).

3.2.2 Le point de soulèvement

Une condition nécessaire et suffisante pour que les appuis intérieurs au virage soient soulevés est :

$$R < \frac{v^2 \times z}{d \times g}$$

Légende :

- R , rayon de courbure instantané du robot ;
- g , intensité locale de la pesanteur. 9.81 m/s² rond triangle ;
- v , la vitesse instantanée du robot ;
- z , distance verticale entre la table et le centre de gravité du robot ;
- d , distance longitudinale entre l'appui au sol le plus à droite du robot et celui le plus à gauche.

3.2.3 Conclusion

Il va de soi que pour que le virage se passe bien, il faut qu'il soit en dehors de ces deux conditions à la fois.

3.3 Rapport de réduction minimal d'un moteur de propulsion

RCVA a démontré que l'on pouvait claquer des moteurs si on ne respecte pas ce critère, j'encourage donc à être prudent.

$$K_d > \frac{k_a \times F_z \times D \times R}{4 \times R_d \times V_{cc} \times \lambda_c}$$

Légende :

- K_d , le rapport de réduction du moteur. Une valeur de 5, par exemple, dit que le réducteur a une sortie qui tourne 5 fois moins vite que son entrée ;
- k_a , le coefficient d'adhérence entre les pneus de propu et la table (Warrrrring : ce n'est pas le coefficient de frottement. Voir Static VS Kinetic friction sur Google) ;
- F_z , la partie du poids du robot (en Newton) qui passe par la roue de propulsion ;
- D , le diamètre de la roue de propu ;
- R , la résistance de l'induit moteur ;
- 4, le chiffre entre trois et cinq ;
- λ_c , la constante de couple du moteur ;
- V_{cc} , la tension des batteries (c'est-à-dire la tension maximale applicable au moteurs) ;
- R_d , le rendement énergétique du réducteur.

3.4 Accélération maximale d'un point de vue électrique

Un point de fonctionnement dans l'espace (accélération, vitesse) sera atteignable pour un moteur si et seulement si :

$$2 \times \lambda_c \times \frac{K}{D} \times v + \frac{R \times D \times m}{4 \times K \times R_d \times \lambda_c} \times a < V_{cc}$$

Légende :

- v , la vitesse instantanée du robot ;
- λ_c , la constante de couple du moteur ;
- V_{cc} , la tension des batteries (c'est-à-dire la tension maximale applicable au moteurs) ;
- R_d , le rendement énergétique du réducteur ;
- D , le diamètre de la roue de propu ;
- R , la résistance de l'induit moteur. ;
- K , le rapport de réduction du moteur. Une valeur de 5, par exemple, dit que le réducteur a une sortie qui tourne 5 fois moins vite que son entrée ;
- m , la masse du robot ;
- a , l'accélération du robot.

Conclusion

« Un résumé synthétique et sympathique, synoptique et symphonique »

Eddie Malou

Synthétisons un peu l'ensemble : on a parlé de la mécanique de la propulsion, en expliquant pourquoi et dans quelles conditions une roue fonctionne. Par la suite fut abordé le détail des forces importantes lorsque le robot manœuvre.

On est passé ensuite à l'étude du moteur en lui-même, en mentionnant les dangers thermiques et les limites électriques de fonctionnement. Enfin, on a fait une petite collection de formules utiles, de sorte qu'avec une conception approximative d'un robot et la data-sheet des moteurs, on peut en quelques formules savoir quelles seront les performances du système.

Sur ce dernier point, je peux même faciliter encore un peu la tâche aux autres roboteux : j'ai assemblé un fichier Excel avec toutes les formules mentionnées précédemment. Il suffit d'ajuster les paramètres des moteurs et de la géométrie du robot pour par exemple obtenir le graphe de la zone de fonctionnement du moteur dans l'espace (accélération, vitesse max). Il y a même les refs de quelques moteurs courants.

Notes :

[https://fr.wikipedia.org/wiki/Transfert_de_charge_\(automobile\)](https://fr.wikipedia.org/wiki/Transfert_de_charge_(automobile))

<https://www.google.de/search?q=static+vs+kinetic+friction&tbm=isch>