

Leçon de physique : cinématique relativiste

Corentin Lemaire

18 février 2021

Prérequis

- Cinématique non relativiste
- Changements de référentiel

Introduction historique

- À la fin du XIX^{ème} siècle, les scientifiques pensent avoir tout expliqué, notamment la mécanique avec la loi de composition de vitesses.
- L'électromagnétisme vient d'être parachevé avec les équations de Maxwell (1864-1884) et la force de Lorentz (1895).
- Ces équations font apparaître une vitesse pour la propagation de la lumière : c . La question qui se pose toutefois est "par rapport à quel référentiel ?".
- Une réponse alors admise consiste à introduire un milieu matériel idoine, imperceptible, qui baigne l'univers : l'éther.
- Le problème surgit lors de la vérification expérimentale de l'existence de ce milieu : les expériences de Fizeau (1851) et Michelson-Morley (1886) l'invalident même.
- Pour répondre à ces incohérences, Einstein établit une nouvelle théorie de compositions des vitesses : la relativité restreinte (1905).

1 Principes de la relativité restreinte

- 1.1 Postulats
- 1.2 Transformation de Lorentz
- 1.3 Événements et intervalles

2 Une nouvelle compréhension du temps

- 2.1 Temps et longueur propres
- 2.2 Causalité et simultanéité

3 Transformation des vitesses

- 3.1 Transformation de Lorentz pour les vitesses
- 3.2 Application : expérience de Fizeau

4 Effet Doppler relativiste

- 4.1 Effet Doppler longitudinal
- 4.2 Application à la spectroscopie

1 Principes de la relativité restreinte

1.1 Postulats

1.2 Transformation de Lorentz

1.3 Événements et intervalles

2 Une nouvelle compréhension du temps

2.1 Temps et longueur propres

2.2 Causalité et simultanéité

3 Transformation des vitesses

3.1 Transformation de Lorentz pour les vitesses

3.2 Application : expérience de Fizeau

4 Effet Doppler relativiste

4.1 Effet Doppler longitudinal

4.2 Application à la spectroscopie

formulation du postulat

Il existe une classe de référentiels privilégiés, en translation rectiligne uniforme les uns par rapport aux autres, dans lesquels toutes les lois de la physique ont la même forme.

On les appelle *référentiels galiléens*.

commentaires

- Reformulation de la première loi de Newton
- Pas spécifique aux équations de Maxwell sous cette forme
- Conséquences directes sur la mesure du temps et de la composition des vitesses

1 Principes de la relativité restreinte

1.1 Postulats

1.2 Transformation de Lorentz

1.3 Événements et intervalles

2 Une nouvelle compréhension du temps

2.1 Temps et longueur propres

2.2 Causalité et simultanéité

3 Transformation des vitesses

3.1 Transformation de Lorentz pour les vitesses

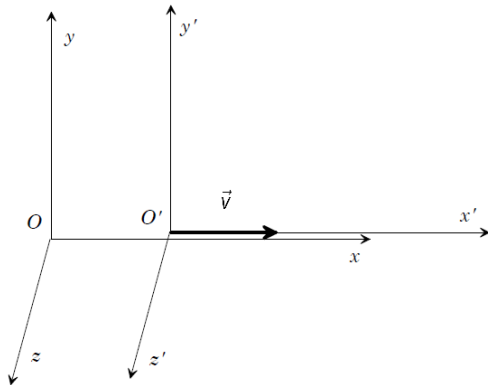
3.2 Application : expérience de Fizeau

4 Effet Doppler relativiste

4.1 Effet Doppler longitudinal

4.2 Application à la spectroscopie

Transformation de Lorentz



$$\beta_e = \frac{v}{c}$$

$$\gamma_e = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_e^2}}$$

$$ct' = \gamma_e(ct - \beta_e x)$$

$$x' = \gamma_e(x - \beta_e ct)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

1 Principes de la relativité restreinte

1.1 Postulats

1.2 Transformation de Lorentz

1.3 Événements et intervalles

2 Une nouvelle compréhension du temps

2.1 Temps et longueur propres

2.2 Causalité et simultanéité

3 Transformation des vitesses

3.1 Transformation de Lorentz pour les vitesses

3.2 Application : expérience de Fizeau

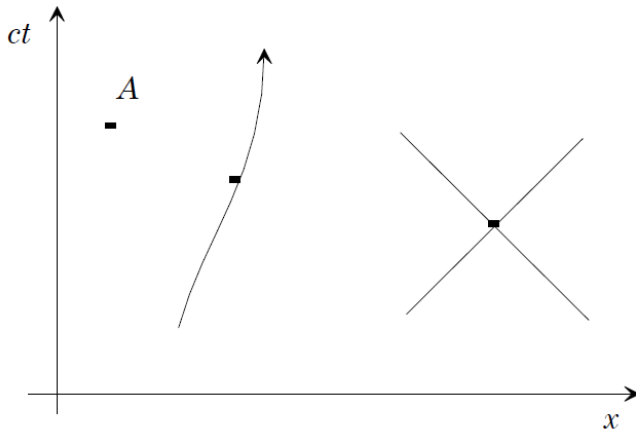
4 Effet Doppler relativiste

4.1 Effet Doppler longitudinal

4.2 Application à la spectroscopie

Définitions

événement, ligne d'univers, cône de lumière (avenir et passé)



On définit l'intervalle s^2 entre deux événements :

$$s^2 = (c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2$$

propriété

L'intervalle est conservé par la transformation de Lorentz

1 Principes de la relativité restreinte

- 1.1 Postulats
- 1.2 Transformation de Lorentz
- 1.3 Événements et intervalles

2 Une nouvelle compréhension du temps

- 2.1 Temps et longueur propres
- 2.2 Causalité et simultanéité

3 Transformation des vitesses

- 3.1 Transformation de Lorentz pour les vitesses
- 3.2 Application : expérience de Fizeau

4 Effet Doppler relativiste

- 4.1 Effet Doppler longitudinal
- 4.2 Application à la spectroscopie

Dans le train (figure de gauche) :

$$T = \frac{2L}{c}$$

Pour le chef de gare (figure de droite) :

$$\begin{aligned} T' &= \frac{2\sqrt{L^2 + \left(\frac{vT'}{2}\right)^2}}{c} \\ \left(\frac{cT'}{2}\right)^2 &= L^2 + \left(\frac{vT'}{2}\right)^2 \\ T' &= \frac{2L}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \\ T' &= \gamma T > T \end{aligned}$$

remarques

- On obtient dans le référentiel en mouvement un temps plus long que dans le référentiel où les deux événements (émission et réception) ont lieu au même endroit. Dans ce référentiel, le temps est minimal, on l'appelle *temps propre*,
- On retrouve le même résultat avec la transformation de Lorentz
- On peut également raisonner avec l'invariance de l'intervalle :
 $s^2 = T^2 = T'^2 - d^2$.
- D'une manière similaire à cette *dilatation des temps*, on pourrait montrer une *contraction des longueurs*.

1 Principes de la relativité restreinte

- 1.1 Postulats
- 1.2 Transformation de Lorentz
- 1.3 Événements et intervalles

2 Une nouvelle compréhension du temps

- 2.1 Temps et longueur propres
- 2.2 Causalité et simultanéité

3 Transformation des vitesses

- 3.1 Transformation de Lorentz pour les vitesses
- 3.2 Application : expérience de Fizeau

4 Effet Doppler relativiste

- 4.1 Effet Doppler longitudinal
- 4.2 Application à la spectroscopie

On distingue deux types d'intervalles :

- $s^2 > 0$ est un intervalle de genre temps. Dans ce cas, il existe un référentiel dans lequel les deux événements ont lieu au même endroit.
- $s^2 < 0$ est un intervalle de genre espace. Dans ce cas, il existe un référentiel dans lequel les deux événements ont lieu au même moment.

L'invariance de l'intervalle implique le maintien de la causalité.

1 Principes de la relativité restreinte

- 1.1 Postulats
- 1.2 Transformation de Lorentz
- 1.3 Événements et intervalles

2 Une nouvelle compréhension du temps

- 2.1 Temps et longueur propres
- 2.2 Causalité et simultanéité

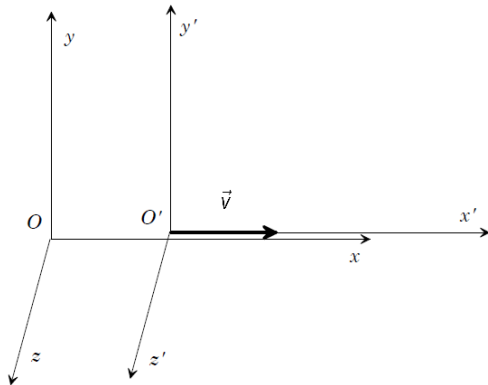
3 Transformation des vitesses

- 3.1 Transformation de Lorentz pour les vitesses
- 3.2 Application : expérience de Fizeau

4 Effet Doppler relativiste

- 4.1 Effet Doppler longitudinal
- 4.2 Application à la spectroscopie

Rappels



$$x' = \gamma_e(x - \beta_e ct)$$
$$ct' = \gamma_e(ct - \beta_e x)$$

d'où

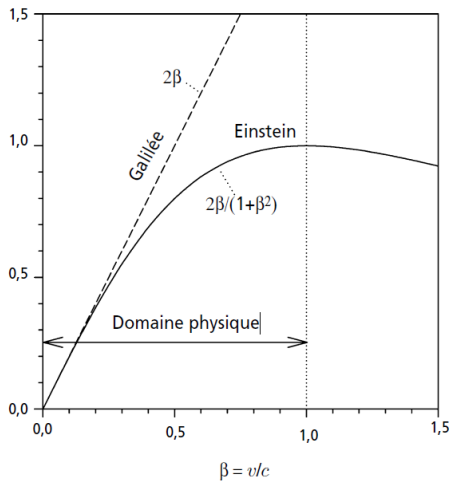
$$dx' = \gamma_e(dx - \beta_e cdt)$$
$$cdt' = \gamma_e(cdt - \beta_e dx)$$

On en déduit :

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{v_x - v_e}{1 - \frac{v_e v_x}{c^2}}$$
$$v'_y = \frac{dy'}{dt'} = \frac{1}{\gamma_e} \frac{v_y}{1 - \frac{v_e v_x}{c^2}}$$

cas limites

- si $v_x = c$, $v'_x = \frac{c - v_e}{1 - \frac{v_e}{c}} = c$, on retrouve l'invariance de la vitesse de la lumière,
- si $v_e v_x \ll c^2$, $v'_x = v_x - v_e$, on retrouve la composition des vitesses classiques.



1 Principes de la relativité restreinte

- 1.1 Postulats
- 1.2 Transformation de Lorentz
- 1.3 Événements et intervalles

2 Une nouvelle compréhension du temps

- 2.1 Temps et longueur propres
- 2.2 Causalité et simultanéité

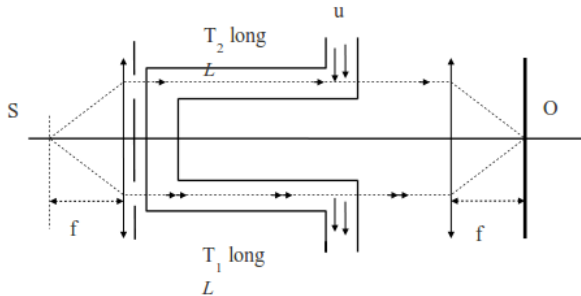
3 Transformation des vitesses

- 3.1 Transformation de Lorentz pour les vitesses
- 3.2 Application : expérience de Fizeau

4 Effet Doppler relativiste

- 4.1 Effet Doppler longitudinal
- 4.2 Application à la spectroscopie

dispositif



1 Principes de la relativité restreinte

- 1.1 Postulats
- 1.2 Transformation de Lorentz
- 1.3 Événements et intervalles

2 Une nouvelle compréhension du temps

- 2.1 Temps et longueur propres
- 2.2 Causalité et simultanéité

3 Transformation des vitesses

- 3.1 Transformation de Lorentz pour les vitesses
- 3.2 Application : expérience de Fizeau

4 Effet Doppler relativiste

- 4.1 Effet Doppler longitudinal
- 4.2 Application à la spectroscopie

1 Principes de la relativité restreinte

- 1.1 Postulats
- 1.2 Transformation de Lorentz
- 1.3 Événements et intervalles

2 Une nouvelle compréhension du temps

- 2.1 Temps et longueur propres
- 2.2 Causalité et simultanéité

3 Transformation des vitesses

- 3.1 Transformation de Lorentz pour les vitesses
- 3.2 Application : expérience de Fizeau

4 Effet Doppler relativiste

- 4.1 Effet Doppler longitudinal
- 4.2 Application à la spectroscopie

Bibliographie

- Electromagnétisme et relativité, Jean-Michel Raimond
- La relativité, Albert Einstein
- Relativités I, Albert Einstein (œuvres choisies 2, sous la direction de Françoise Balibar)