MESURE DES FREQUENCES TEMPORELLES (DOMAINE DE L'OPTIQUE EXCLU)

I INTRODUCTION

Pratiquement toutes les mesures directes de fréquence se ramènent à la comparaison avec une autre fréquence prise comme référence. Seule la méthode change. Sur ce principe, on peut distinguer différentes méthodes de comparaison : par comptage (principe des fréquencemètres numériques, des montres …), par battements, par translation de fréquence, ou par stroboscopie. Il existe cependant d'autres techniques de mesures ne faisant pas appel à un étalon temporel. On peut utiliser un phénomène dépendant directement de la fréquence (ondemètre à cavité résonante) ou obtenir indirectement la fréquence en mesurant la longueur d'onde et en utilisant la relation $f = c/\lambda$ connaissant c.

II PRINCIPE D'UN FREQUENCEMETRE NUMERIQUE

II.1 Obtention de la fréquence de référence

Elle est obtenue avec un oscillateur à quartz. On met à profit l'acuité des résonances de ce type de cristal pour obtenir une fréquence d'oscillation extrêmement stable. Les 3 premiers paragraphes qui suivent sont donnés à titre indicatifs car les manipulations proposées sont longues à mettre en place et d'un intérêt limité pour ce montage

II.1.1 Résonance série d'un quartz d'horlogerie

Cette étude est déjà présentée dans le montage sur la résonance. S'y reporter pour plus d'informations.

II.1.2 Réalisation d'un oscillateur à quartz

Un exemple d'oscillateur est proposé dans le montage sur les systèmes bouclés oscillants (il oscille à une fréquence proche de 32768 Hz). S'y reporter pour plus de précision.

II.1.3 Abaissement de la fréquence

Cette opération peut s'effectuer à l'aide de bascules JK ou, plus simplement, à l'aide de compteurs binaires en comptage permanent. On présente plutôt la deuxième solution étant donné le nombre de division à effectuer[1]. On peut utiliser des circuits HCF 4520 ; chaque circuit comporte deux compteurs sur 4 bits → chaque compteur permet une division maximale de 2^4 → il faut 4 compteurs soit deux circuits. Pour utiliser ces compteurs, on procède de la manière suivante :

- on met les entrées CK1 des compteurs au 1 logique.
- on met les entrées RAZ des compteurs au 0 logique
- on envoie le signal à ≈ 32768 Hz sur l'entrée CK0 du compteur 1
- on envoie la sortie Q_4 du compteur 1 sur l'entrée CK0 du compteur 2
- on envoie la sortie Q_4 du compteur 2 sur l'entrée CK0 du compteur 3
- on envoie la sortie Q_4 du compteur 3 sur l'entrée CK0 du compteur 4

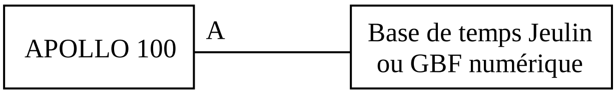
[1] Il faut procéder à 15 divisions par un facteur 2 pour arriver à une période proche d'une seconde en partant d'une fréquence de ≈ 32768 Hz.

Un signal à une période proche de 1 seconde est alors disponible sur la sortie Q_3 du compteur 4. On n'est pas obligé d'aller jusqu'à la seconde ; on peut n'utiliser qu'un circuit. On a alors à la sortie du deuxième compteur un signal de 128 Hz.

II.1.4 Utilisation directe d'une base de temps

Le système précédent peut avantageusement être remplacé par un signal d'horloge tout fait ou un GBF à synthèse numérique de fréquence pour se consacrer davantage à l'étude de la stabilité de ce type d'oscillateur. On propose ici l'étude de la base de temps « Signal d'horloge à quartz », référence 222 032, de chez Jeulin.

Manipulation :

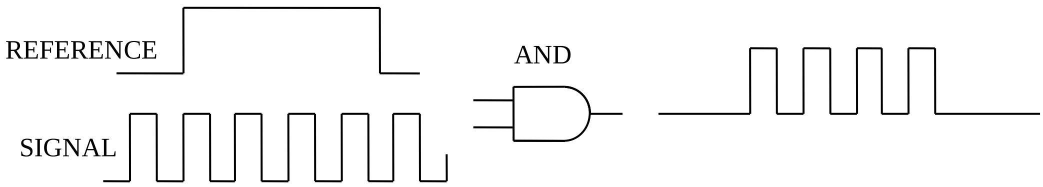


On relie la base de temps Jeulin au compteur via un câble coaxial pour avoir le signal le plus propre possible et on mesure la période du signal sur le calibre 1 seconde. La stabilité doit être de l'ordre de 10^{-6} à 10^{-7} seconde. Il peut y avoir un décalage systématique très faible entre la valeur attendue et le résultat affiché par le compteur[2]. Il est important de noter qu'il est impossible d'attribuer ce défaut uniquement à la base de temps car on est sur la limite de précision annoncée pour le compteur.

II.2 Mesure d'une fréquence : principe du comptage

Important

Le fréquencemètre est un compteur qui totalise le nombre d'impulsion reçue pendant un temps connu très précisément obtenu à partir d'un oscillateur à quartz :



La période de la référence étant connue avec précision, on peut en déduire celle du signal en comptant le nombre d'impulsions N en sortie de porte à l'aide d'un compteur binaire. Les afficheurs actuels étant la plupart à 7 segments, il suffit alors de retranscrire l'information numérisée à l'aide d'un décodeur BCD (pour plus de détails sur cette dernière partie, cf. **[3]**, p. 19 et 20). La mise en forme du signal n'est pas étudiée ici. On utilise directement des signaux carrés ou TTL.

II.2.1 Signal étalon

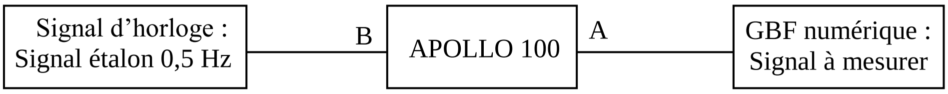
Pour que le résultat du comptage corresponde directement la fréquence, il faut une référence à 0,5 Hz précisément. On peut utiliser l'oscillateur du § II.1.2 avec les diviseurs du §II.1.3 (mais il faut une division supplémentaire de la fréquence) ou le signal d'horloge Jeulin du § II.1.4 (plus simple). Une autre alternative consiste à prendre un GBF à synthèse numérique de signal. Ce type de GBF permet le réglage de la fréquence au digit près avec en supplément une très bonne stabilité.

II.2.2 Mesure d'une fréquence

On utilise directement la fonction comptage d'un compteur (modèle Apollo 100 ici).

[2] On peut calculer le temps nécessaire pour avoir une erreur d'une seconde avec ce décalage.

Montage :



Pour le signal à mesurer, prendre si possible un GBF numérique pour sa stabilité et pour faciliter le réglage des différentes fréquences. Utiliser un signal carré de forte amplitude et des câbles coaxiaux.

Réglage du compteur :

L'appareil doit compter un nombre de période du signal étudié pendant une durée imposée par le signal étalon. Sur l'Apollo 100, l'entrée de comptage est la voie A, l'entrée de commande est la voie B (on note au passage que les entrées d'un compteur n'ont pas le même rôle). Pour procéder à un comptage efficace, mettre l'appareil en mode COUNT et choisir le couplage LPF (Low Pass Frequency) pour l'entrée B et DC pour l'entrée A. On remet manuellement à zéro le compteur après chaque mesure avec la touche RESET.

Mesures :

On teste le comptage sur des fréquences de plus en plus grandes (10, 100, 1 000, 10 0000, …par exemple). On vérifie à chaque fois que le résultat du comptage correspond à la fréquence affichée par le GBF (tenir compte de la période de l'étalon si nécessaire). On peut répéter la mesure plusieurs fois pour chaque fréquence afin d'évaluer la reproductibilité du résultat. On peut comparer les différences de performance entre un GBF à synthèse numérique et un GBF à oscillateur analogique.

Conclusion :

La mesure est d'autant plus précise que le temps de comptage est long par rapport à la période à mesurer.

Précision globale = précision intrinsèque du comptage + précision horloge
↓ ↓
1 coup avec quartz → très bonne

Si on utilise un GBF à oscillateur analogique comme signal d'étude, on constate que la stabilité de la mesure commence à se dégrader pour un comptage de l'ordre de 10^5 (bon GBF allumé depuis suffisamment longtemps) alors qu'on atteint 10^6 à 10^7 avec un GBF à synthèse numérique (sur une durée d'expérience de quelques minutes). Quel que soit le cas, on atteint alors la limite du comptage avec une précision de 1 digit. Avec le GBF numérique, la question se pose de savoir quel est alors le facteur limitant : le GBF, le compteur ou la base de temps (stabilités similaires).

II.2.3 Utilisation en périodemètre

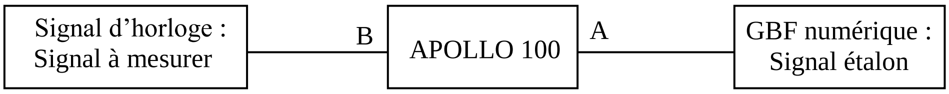
Lorsque la fréquence est basse par rapport au temps de comptage, le fréquencemètre fournit un nombre entier faible donc peu précis (10 ± 1 est évidemment moins précis que 10 000 ± 1).

Manipulation 1 :

On peut montrer le problème de la mesure d'une basse fréquence avec un compteur en mesurant par exemple la fréquence du secteur (**utiliser un transformateur abaisseur)**. On peut alors mesurer successivement la fréquence (choisir le calibre optimum) et la période et comparer la résolution et la durée de chaque mesure (en profiter pour évaluer la stabilité de la fréquence du secteur). On doit en conclure qu'il vaut mieux mesurer la période du signal quand on a une basse fréquence. Pour réaliser une mesure de période par comptage, il suffit d'inverser le fonctionnement du montage précédent : le signal à mesurer fournit la porte pendant laquelle on compte le nombre de tops d'une horloge interne haute fréquence.

Manipulation 2 :

Le montage est le même que pour le fréquencemètre, seuls les rôles sont inversés : le GBF délivre en A la fréquence de référence servant à mesurer le signal d'horloge en B.



Signal à mesurer :

Prendre une fréquence assez basse pour avoir le temps de lire le résultat du comptage : avec la base de temps Jeulin, on peut choisir un signal de période 2, 4 ou 8 secondes par exemple. Là encore, on peut remplacer ce dispositif par un GBF numérique.

Signal étalon :

Le compteur affiche un nombre $n = T_{\text{à } mesurer}/(2T_{HF})$

Pour qu'il corresponde (à une puissance de 10 près) à la valeur de la période à mesurer, on peut régler le GBF numérique à une fréquence de 20 Hz pour commencer.

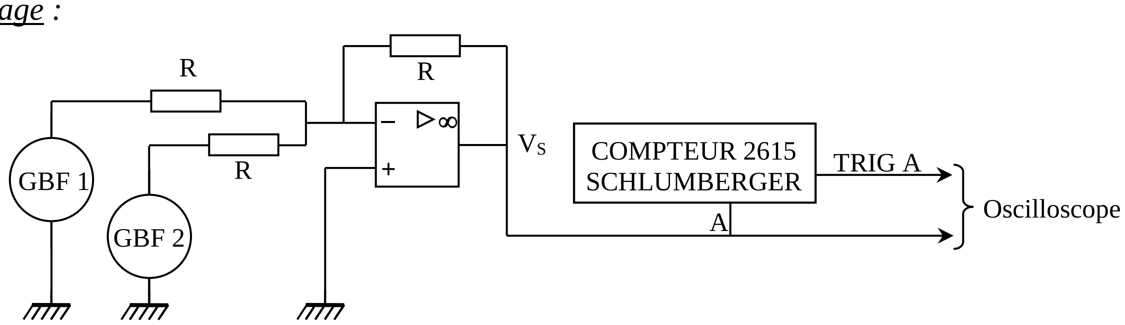
Mesures :

Il faut montrer l'influence de la valeur de la HF sur la précision du résultat → on peut augmenter cette fréquence par décade jusqu'à 200 kHz en partant de 20 Hz. Pour chaque fréquence, on répète la mesure plusieurs fois pour évaluer la reproductibilité des résultats. Les constatations doivent être les mêmes que pour le mode de fonctionnement en fréquencemètre.

II.3 Limite du fréquencemètre

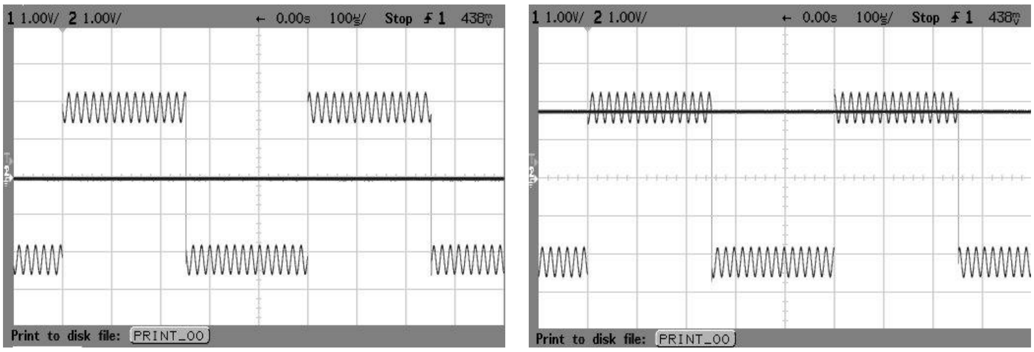
On propose de mettre en évidence l'influence d'un signal parasite sur la mesure d'une fréquence. On simule un signal bruité en ajoutant un signal sinusoïdal HF de faible amplitude à un signal BF dont on veut connaître la fréquence. L'addition est réalisée avec un montage à amplificateur opérationnel (cf. **[1]**, p. 89 ou **[3]**).

Montage :

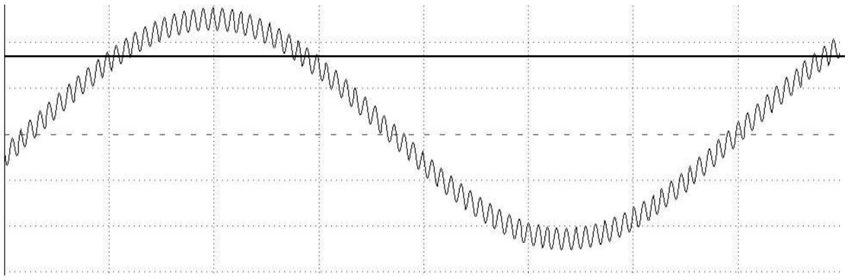


R = 10 kΩ
GBF 1 : signal carré ≈ 1 kHz
GBF 2 : signal sinusoïdal ≈ 50 kHz de faible amplitude

On observe V_S à l'oscilloscope et on mesure sa fréquence avec un compteur. L'appareil proposé sur le schéma dispose d'une sortie Trigger Level située à l'arrière qui permet de visualiser le niveau de déclenchement sur lequel le compteur fait sa mesure. On constate alors qu'il varie de -1,5 V à + 1,5 V lorsque l'atténuateur d'entrée est sur le calibre 1. On peut comparer ce signal à V_S en utilisant le même calibre en ajustant l'amplitude du signal basse fréquence à environ 1,5 V. Si on déconnecte, on peut vérifier que la mesure au fréquencemètre corrobore celle du GBF 1. Si on rebranche le GBF 2, on doit constater que la mesure du compteur reste insensible au bruit HF qu'on vient d'introduire si on règle le niveau du compteur à zéro et qu'elle devient fausse si on règle le niveau de déclenchement à ± 1,5 V :



On peut changer la forme du signal basse fréquence et passer en sinusoïdal. On voit alors sur le schéma suivant que le signal parasite HF risque de perturber la mesure et ce quel que soit le niveau de déclenchement :



On peut le vérifier en commençant par une amplitude très faible pour le signal HF puis en l'augmentant progressivement. On s'aperçoit alors que l'erreur commise est plus faible si on place le niveau de déclenchement au milieu du signal plutôt que sur ses sommets. On retiendra que l'on a toujours intérêt à mettre le niveau de déclenchement là où la pente est la plus forte pour minimiser l'influence des bruits.

Conclusion :

La mesure d'une fréquence au fréquencemètre numérique est très sensible aux parasites. Dans le cas du signal étudié, seule une observation temporelle ou mieux, une analyse spectrale, permet de retrouver les fréquences qu'il contient.

III MESURES DE FREQUENCES PAR ANALYSE SPECTRALE

Cette partie est déjà abordée dans le montage sur l'acquisition, l'analyse et le traitement du signal. S'y reporter pour les protocoles expérimentaux. Le point important ici est de se limiter à l'étude de fréquences temporelles. L'analyse des harmoniques d'un signal périodique est donc à proscrire (ce sont des fréquences spectrales).

III.1 Intérêt de l'analyse spectrale

La dernière manipulation du paragraphe précédent peut constituer une bonne transition : une mesure de fréquence par comptage devient inopérante lorsque le signal à analyser comporte plusieurs fréquences. Seule une observation temporelle du signal (et le traitement ultérieur que l'on peut en faire) permet de lever l'indétermination. L'analyse spectrale ne s'impose pas forcément si le signal ne contient que deux fréquences mais elle devient indispensable pour des signaux plus complexes.

Manipulation :

On reprend le montage du § II.3 avec deux signaux sinusoïdaux. On effectue l'analyse de Fourier du signal de sortie avec un oscilloscope numérique pour montrer qu'on peut retrouver les deux fréquences en effectuant une FFT judicieuse du signal.

III.2 Condition à respecter

Les systèmes d'acquisition actuels étant numériques, l'échantillonnage des signaux impose de respecter le critère de Shannon pour que l'analyse spectrale ne soit pas fausse.

Manipulation :

On peut s'inspirer des manipulations proposées dans le montage « Signal et Bruit ». On prend un signal sinusoïdal de fréquence F et un oscilloscope numérique réglé de façon à observer correctement le signal temporel puis on lance une FFT. On constate alors que le spectre est très écrasé vers la gauche de l'écran. Si on regarde la fréquence d'échantillonnage $F_{éch}$ de l'oscilloscope, on s'aperçoit qu'elle est très supérieure à la fréquence F à mesurer. Si on modifie la base de temps de façon à resserrer la représentation temporelle, on observe une dilatation du spectre avec un déplacement de la fréquence F vers la droite (on peut mettre le signal temporel hors service pour faciliter l'observation) avec une diminution progressive $F_{éch}$. Ceci est lié au fait que l'oscilloscope travaille avec un nombre de points d'acquisition constant (→ une durée d'observation plus longue oblige à diminuer la fréquence d'échantillonnage). On peut mesurer à chaque fois la fréquence F sur le spectre et comparer à la valeur attendue. Il y a accord au début mais si on diminue trop la fréquence d'échantillonnage (durée d'observation très longue), la fréquence F qui se déplaçait vers la droite semble repartir vers la gauche et la valeur qu'on mesure alors ne correspond plus au résultat prévu. On peut vérifier que ce problème apparaît dès que l'on a $F_{éch} < 2F$. Se reporter au montage « Signal et bruit » pour plus d'explications sur ce point.

III.3 Résolution du spectre calculé

Les systèmes numériques n'effectuent pas la « vraie » transformée de Fourier du signal mais utilisent l'algorithme FFT (Fast Fourier Transform). Il permet un gain de temps et de calcul considérable si on utilise 2^N échantillons avec un calcul du spectre à des fréquences multiples de $1/T_{tot}$ ou T_{tot} correspond à la durée totale de l'acquisition → **le pas fréquentiel du spectre calculé par ces systèmes est d'autant plus faible qu'on observe longtemps.**

Manipulation :

Se reporter aux manipulations du montage « Signal et bruit ». La mesure des fréquences des deux diapasons est particulièrement intéressante car elle permet de présenter une autre méthode pour mesurer deux fréquences proches : par analyse de la figure de battement lorsqu'on les additionne. On a en effet sur ce type de figure :

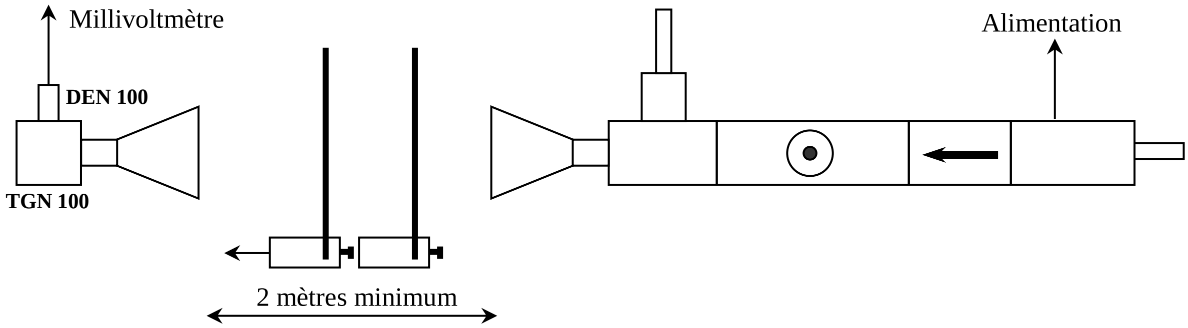
$$\Omega_1 = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \qquad \text{et} \qquad \Omega_2 = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}$$

Avec Ω_1= pulsation des oscillations et Ω_2 = pulsation des battements (mesure entre 3 minimas !). On peut donc comparer les résultats des deux types de mesures (et les comparer à une troisième mesure fait avec un micro branché directement sur un fréquencemètre).

IV MESURE INDIRECTE PAR f = c/λ

Cette méthode est intéressante si la vitesse est connue de façon exacte → on peut l'appliquer aux ondes électromagnétiques. L'optique étant hors sujet, on propose une mesure en hyperfréquence avec un Michelson ou un Pérot Fabry.

Montage :



On conseille plutôt pour des raisons d'encombrement de réaliser un interféromètre de Pérot-Fabry. Les lames semi-réfléchissantes sont constituées d'une plaque de plexiglas et d'une plaque noire diélectrique. **Le matériel est extrêmement coûteux donc il faut manipuler l'appareil avec beaucoup de précautions et demander des conseils au professeur avant d'alimenter la diode Gunn.**

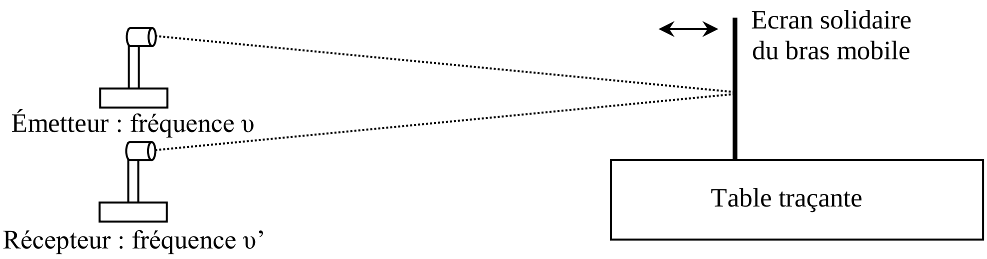
On fixe une règle graduée sur la paillasse. On commence par mettre l'atténuation au maximum. On alimente ensuite la diode gun et on règle l'émission à une fréquence donnée à l'aide du vernier de réglage (consulter la courbe de conversion de la diode pour trouver la fréquence correspondant à la lecture du vernier). On translate ensuite une des plaques de l'interféromèrre et on observe l'évoltuion du signal au bornes du millivoltmètre On doit observer la succession des maximum et minimum. On déduit la longueur d'onde de la distance entre deux extérmums (en mesurer plusiseurs pour améliorer la précision), puis la fréquence compte tenu de la vitesse de la lumière.

V AUTRES MESURES POSSIBLES

V.1 Par translation de fréquence

Le principe consiste à élaborer une fréquence spectrale ou temporelle facilement mesurable à partir d'une fréquence connue et de celle que l'on souhaite mesurer. Cette technique est souvent utilisée pour ramener dans la gamme de mesure d'un appareil des signaux de fréquences très élevées (oscilloscopes THF par exemple) ou pour mesurer des fréquences très proches. Plusieurs solutions sont possibles pour effectuer cette opération : la mesure de la période des battements signalée au § II.3 en est une. Une autre méthode consiste à multiplier les deux signaux puis filtrer le résultat. C'est ce qu'on propose ici, appliqué à la mesure d'une vitesse par effet Doppler.

Principe de la manipulation :



Le but consiste à mesurer la vitesse de défilement d'une table traçante. Pour ce faire, on envoie une onde ultrasonore sur un écran solidaire du chariot de la table traçante. L'onde réfléchie est récupérée et on compare sa fréquence à celle du signal émis. La fréquence reçue par effet Doppler dans un problème à une dimension en incidence normale peut se calculer par la formule suivante :

$$\boxed{\upsilon' = \upsilon \frac{c - v_{obs}}{c - v_{source}}}$$

Les vitesses v_{obs} et v_{source} sont algébriques. On les compte positivement lorsqu'elles ont le même sens que la propagation du son et négativement dans le cas contraire. Pour un problème d'écho, l'écran réfléchissant se comporte successivement comme l'observateur lorsqu'il reçoit l'onde et comme la source lorsqu'il la renvoie → Si l'écran se déplace à la vitesse V on trouve alors :

$$\upsilon' = \upsilon \frac{c - |V|}{c + |V|}$$ lorsque l'écran s'éloigne de l'émetteur

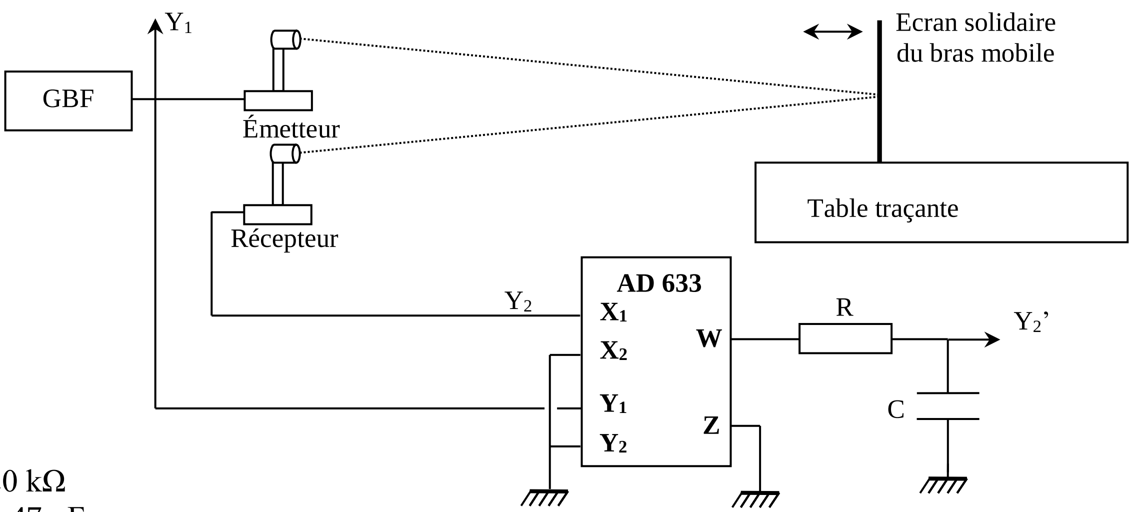
$$\upsilon' = \upsilon \frac{c + |V|}{c - |V|}$$ lorsque l'écran s'approche de l'émetteur

La vitesse à mesurer étant ici très inférieure à celle des ultrasons, la différence de fréquence est donnée dans les deux cas par la relation approchée :

$$\boxed{\Delta\upsilon \approx \frac{2.\upsilon V}{c}}$$

Si la vitesse de défilement de la table traçante est de l'ordre du cm.s^{-1}, la variation de fréquence est de l'ordre du Hz avec des cellules piézo-électriques travaillant à 40 000 Hz → Une détermination précise de la vitesse par la mesure des fréquences émises et reçues nécessite une précision correspondant à la limite des compteurs courants. Il est alors plus simple de procéder à une multiplication des deux signaux puis à un filtrage de type passe bas. La multiplication fait apparaître les fréquences $\upsilon + \upsilon' \approx 2\upsilon$ et $\Delta\upsilon = \upsilon' - \upsilon$.Le filtrage permet de récupérer la composante basse fréquence.

Montage :



R = 20 kΩ
C = 0,47 µF

Les valeurs R, C proposées permettent d'avoir une fréquence de coupure de 17 Hz mais ce choix n'est pas critique car il faut juste que le filtre élimine la fréquence $2\upsilon \approx 80$ kHz par rapport à $\Delta\upsilon$ (de l'ordre du Hz) donc d'autres couples de valeurs peuvent convenir.

On commence par placer le récepteur en face de l'émetteur et on ajuste finement la fréquence d'émission autour de 40 kHz pour obtenir un signal maximum aux bornes du récepteur. On réalise ensuite le montage proposé. L'écran peut être constitué par une plaque métallique posée sur le bras de la table traçante. On place l'émetteur et le récepteur assez près de la table traçante et on ajuste leur orientation par rapport à la plaque pour avoir un signal réfléchi le plus fort possible.

Observations et mesure :

Les deux signaux sont stables à l'écran quand l'écran est immobile → ils ont la même fréquence. On démarre la table traçante avec une vitesse de l'ordre de 1 cm/s. Si l'oscilloscope est synchronisé sur la voie Y_1, le signal Y_2 se met à défiler sur l'écran → c'est la manifestation d'une légère différence de fréquence entre les deux signaux, le défilement de Y_2 étant d'autant plus rapide que $\Delta\upsilon$ est important (phénomène analogue à l'éclairage stroboscopique). On visualise ensuite le signal Y_2' issu de la multiplication et du filtrage. Sa fréquence étant faible, on conseille de l'afficher en mode Roll. L'écran pouvant osciller légèrement au démarrage, il vaut mieux attendre un peu avant de figer l'affichage du signal Y_2'. On mesure alors sa fréquence $\Delta\upsilon$, calcule la vitesse V de la table traçante et on compare le résultat à la valeur annoncée. Le calcul de la fréquence υ' est intéressant pour montrer qu'elle est très proche υ et qu'un calcul de V par la mesure directe des fréquences aurait été délicat.

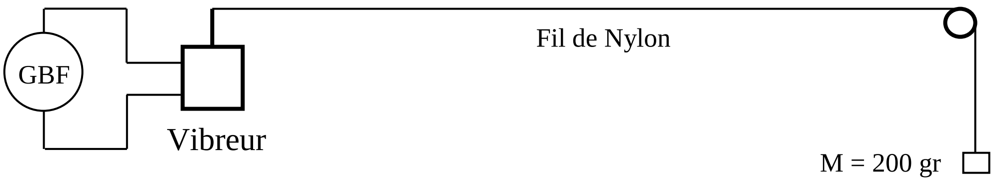
V.2 Mouvements de vibration : la Corde de Melde

Lorsque les phénomènes de propagation entrent en jeu, c'est-à-dire lorsque les dimensions du système sont telles que le temps de propagation de l'excitation est comparable à (ou plus grand que) la période, il s'établit un système d'ondes stationnaires et, pour certaines fréquences, il y a un phénomène de résonance. Dans ce cas, il apparait une succession de ventre et de nœuds de déplacement le long de la corde, chaque type d'extrémum étant séparés $\lambda/2$. Comme une des extrémités est fixe, cela se produit lorsque la longueur de la corde est égale à un nombre entier de fuseaux ($L = k\lambda/2$) si on peut négliger l'amplitude du mouvement de l'autre extrémité comparée à celle des ventres. La longueur d'onde est égale à $\lambda = c/N$ où c est la célérité de l'onde ($c = \sqrt{(T/\mu})$ dans une corde de masse linéique μ soumise à une tension T), d'où les fréquences de résonance :

$$\boxed{N = \frac{k}{2L}\sqrt{\frac{mg}{\mu}}}$$

On a donc un résonateur à fréquences multiples. Ce phénomène est général dans tous les dispositifs de type cavité ; on le retrouve en acoustique (tuyaux sonores, tube de Kundt), en optique (interféromètre Fabry-Pérot, cavité Laser), en mécanique (figures de Chladni) et en hyperfréquences (ondemètre pour ondes centimétriques).

Montage :



La manipulation est classique, le tout est de la faire correctement. Il vaut mieux prendre un GBF numérique pour disposer d'un réglage fin et simple de la fréquence. Plusieurs types de mesures sont possibles suivant ce que l'on fait varier. On propose ici d'utiliser une longueur de corde fixée (entre 1 et 2 mètres par exemple) et de mesurer la fréquence de résonance correspondant à l'apparition d'un ou plusieurs fuseaux. On trace la courbe $N = f(k)$. On en déduit la masse linéique de la corde de Nylon et on compare ce résultat à la valeur annoncée pour la corde.

<u>Bibliographie</u> :
[1] : Duffait : Expériences d'électronique à l'agrégation
[2] : Vauchelles : TP d'électronique Agrégation de sciences physiques
[3] : Quaranta III
[4] : Quaranta IV
Patrick Charmont : Montages de Physique, Agrégation de physique.