

PHENOMENES DE TRANSPORT

I CONDUCTION THERMIQUE

[2], p.57 et 223 ; [3], p.18 ; [4], p.244.

Il existe 3 modes de transfert de la chaleur : la convection (transfert via un déplacement de matière), le rayonnement (énergie véhiculée par les ondes) et la conduction (transport par les électrons ou phonons). Ces différents modes de propagation coexistent le plus souvent. L'étude porte ici sur le phénomène de conduction. Il est régi par la loi de Fourier qui s'exprime, dans un milieu homogène et isotrope, sous la forme :

$$\vec{j} = -\lambda \cdot \overrightarrow{\text{grad}T}$$

Avec \vec{j} la densité de flux thermique ($W \cdot m^{-2}$) et λ la conductivité thermique ($W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$).

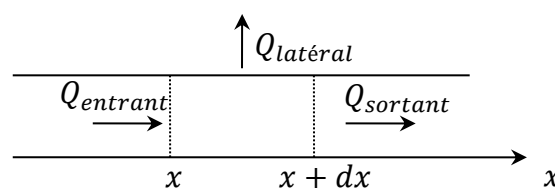
On peut l'illustrer par une expérience simple comme celle d'Ingen-Housz (cf. [2], p.58). On propose ici une manipulation permettant de calculer un coefficient de conductivité thermique. Plusieurs méthodes sont possibles suivant le matériel disponible (cf. [2], p. 61 à 66). Celle qu'on utilise repose sur une mesure par comparaison en régime permanent avec l'hypothèse de la barre infinie.

I.1 Equation de diffusion thermique

On considère une tige métallique cylindrique placée dans un milieu à la température T_{ambiante} . On chauffe une de ses extrémités à une température $T_C > T_{\text{amb}}$ et on étudie l'évolution de la température le long de la tige en régime permanent.

Bilan thermique :

Le régime permanent étant supposé établi, il n'y a pas d'accumulation de chaleur dans la barre d'où $Q_{\text{entrant}} = Q_{\text{latéral}} + Q_{\text{sortant}}$:



On a alors, en considérant la densité de flux thermique j uniquement fonction de x :

$$Q_{\text{entrant}} = j(x) \cdot S_{\text{barre}} \cdot dt = j(x) \cdot \pi R^2 \cdot dt \quad \text{et} \quad Q_{\text{sortant}} = j(x + dx) \cdot \pi R^2 \cdot dt$$

On suppose aussi que la quantité de chaleur échangée à travers la surface latérale de la barre est proportionnelle à la différence de température entre elle et le milieu ambiant :

$$Q_{\text{latéral}} = h(T - T_{\text{amb}}) \cdot S_{\text{latéral}} \cdot dt = h(T - T_{\text{amb}}) \cdot 2\pi R dx \cdot dt$$

Le bilan de chaleur devient :

$$j(x) \cdot \pi R^2 \cdot dt = h(T - T_{\text{amb}}) \cdot 2\pi R dx \cdot dt + j(x + dx) \cdot \pi R^2 \cdot dt$$

$$[j(x + dx) - j(x)]R + 2h(T - T_{\text{amb}}) \cdot dx = 0$$

$$\frac{j(x+dx) - j(x)}{dx} + \frac{2h}{R}(T - T_{amb}) = \frac{\partial j}{\partial x} + \frac{2h}{R}(T - T_{amb}) = 0$$

Le problème considéré étant supposé à une dimension, la loi de Fourier se ramène à :

$$j = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \quad d'où \quad \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{2h}{R}(T - T_{amb}) = 0$$

Ou, comme T_{amb} est supposée constante :

$$\boxed{\frac{\partial^2 (T - T_{amb})}{\partial x^2} - \frac{2h}{\lambda R}(T - T_{amb}) = 0}$$

On obtient alors, en recherchant des solutions du type e^{rx} :

$$T - T_{amb} = Ae^{\sqrt{\frac{2h}{R\lambda}}x} + Be^{-\sqrt{\frac{2h}{R\lambda}}x}$$

Hypothèse de la barre infinie :

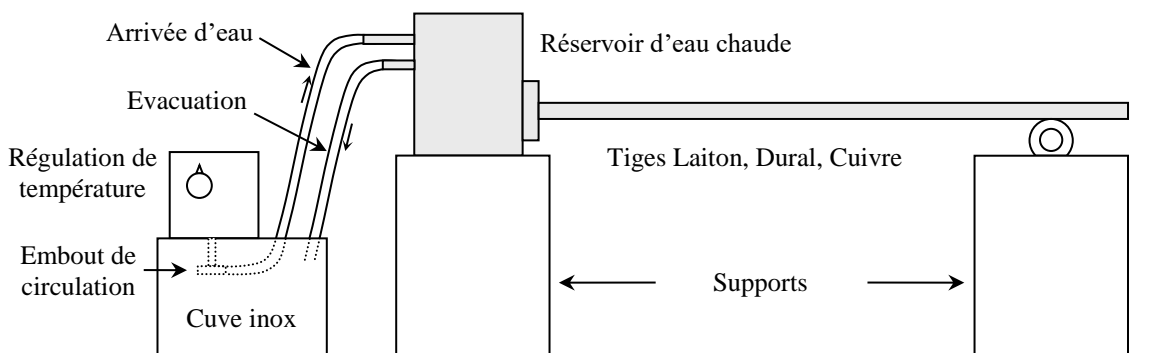
Si la tige est suffisamment longue, la chaleur injectée à l'entrée de la barre se dissipe complètement avant d'atteindre l'autre extrémité laissée à l'air libre, donc celle-ci reste à T_{amb} . La constante A doit être nulle sinon la température divergerait. La constante B s'obtient en considérant que la tige en $x = 0$ est à la température T_C . On obtient alors :

$$\boxed{T - T_{amb} = (T_C - T_{amb})e^{-\sqrt{\frac{2h}{R\lambda}}x}$$

La température décroît suivant une loi exponentielle avec une constante d'atténuation fonction de la conductivité thermique λ et du coefficient latéral d'échange h . Comme on ne connaît pas h , la mesure de la conductivité thermique d'un matériau doit se faire par comparaison avec un autre matériau pris comme référence en supposant le même coefficient latéral pour les deux tiges.

I.2 Manipulation

Le dispositif utilisé permet d'étudier la répartition de température le long de trois tiges (cuivre, laiton jaune, dural) encastrées à une de leur extrémité dans un récipient chauffé par une circulation d'eau chaude :



Les conductivités thermiques pour ces trois matériaux autour de la température ambiante sont les suivantes :

$$\lambda_{Cu} = 390 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1} \quad \lambda_{Dural} = 160 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1} \quad \lambda_{Laiton\ Jaune} = 110 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$$

Mise en route de l'expérience :

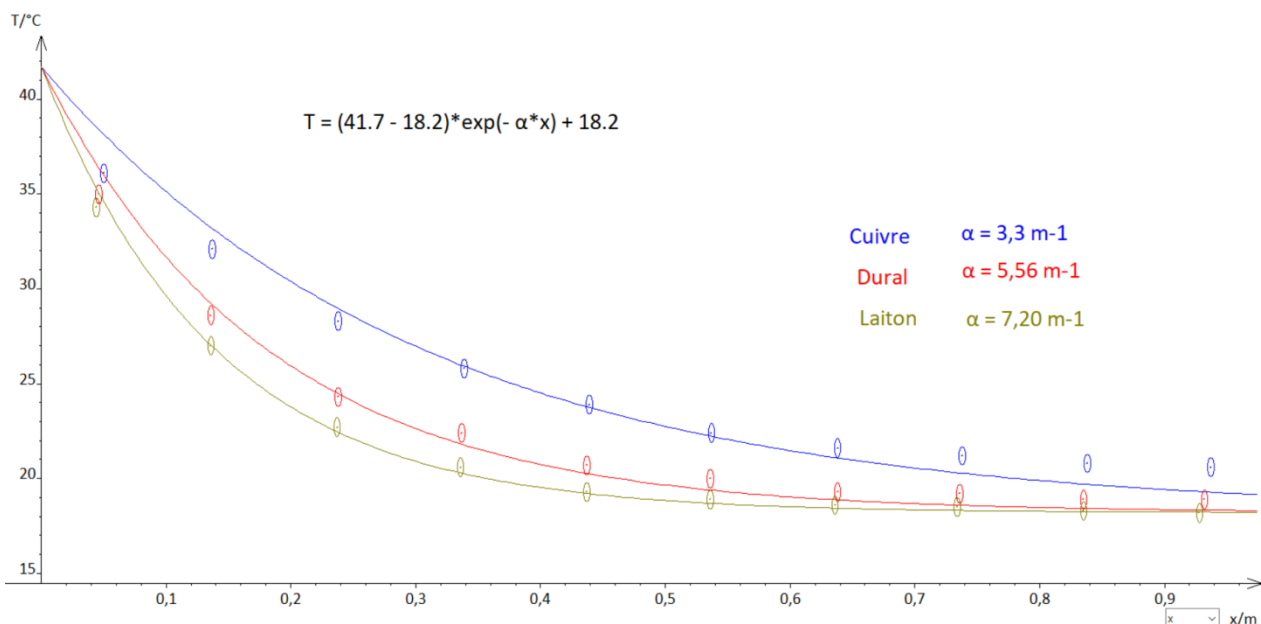
Le dispositif doit être surélevé par rapport à la régulation de température pour assurer une purge efficace du réservoir d'eau chaude sous peine de débordement. Le débit d'eau doit être contrôlé à l'aide d'un clamp sur le tuyau d'arrivée d'eau pour la même raison. **Une fois la circulation mise en route, il faut s'assurer qu'il reste suffisamment d'eau dans la cuve en inox pour faire flotter le ballon de sécurité de la régulation sinon le chauffage s'arrête.** On peut se donner une marge de 3 cm de hauteur d'eau supplémentaire par rapport à la limite de flottaison pour éviter tout arrêt du chauffage en cours d'expérience. Les tiges comportent des petits trous pour mesurer la température en différents points qu'il faut remplir de graisse thermo conductrice afin d'assurer un bon contact thermique avec le capteur de température. Les traces résiduelles de graisse sur les tiges doivent être éliminées à l'aide d'un chiffon imbibé d'alcool pour éviter de perturber les échanges latéraux de chaleur.

Source chaude :

Sa température doit être suffisamment importante pour avoir des différences de températures significatives par rapport à l'ambiante, mais sans être excessive pour vérifier au mieux l'hypothèse de la barre infinie ($T \approx T_{amb}$ en bout de tige). Une température de 40 - 50 °C est un bon compromis. Les mesures peuvent commencer une fois le régime permanent établi, soit environ au bout d'une ou deux heures.

Mesures :

Il faut un thermomètre précis, sensible et le capteur doit être petit pour qu'il se mette rapidement en équilibre thermique sur les différents points de contact. Les mesures suivantes ont été réalisées avec un multimètre FI 919X muni de son thermocouple à fil fins. Les distances des points de contact ont été mesurées à partir de la face de la cuve encore en contact avec l'eau chaude (mesures faites sur chaque tige car les points ne sont pas exactement tous au même endroit). Les courbes ont été modélisées par la relation précédente avec $T_c = 41,7\text{ °C}$ et $T_{amb} = 18,2\text{ °C}$ (valeurs mesurées en cours d'expérience).



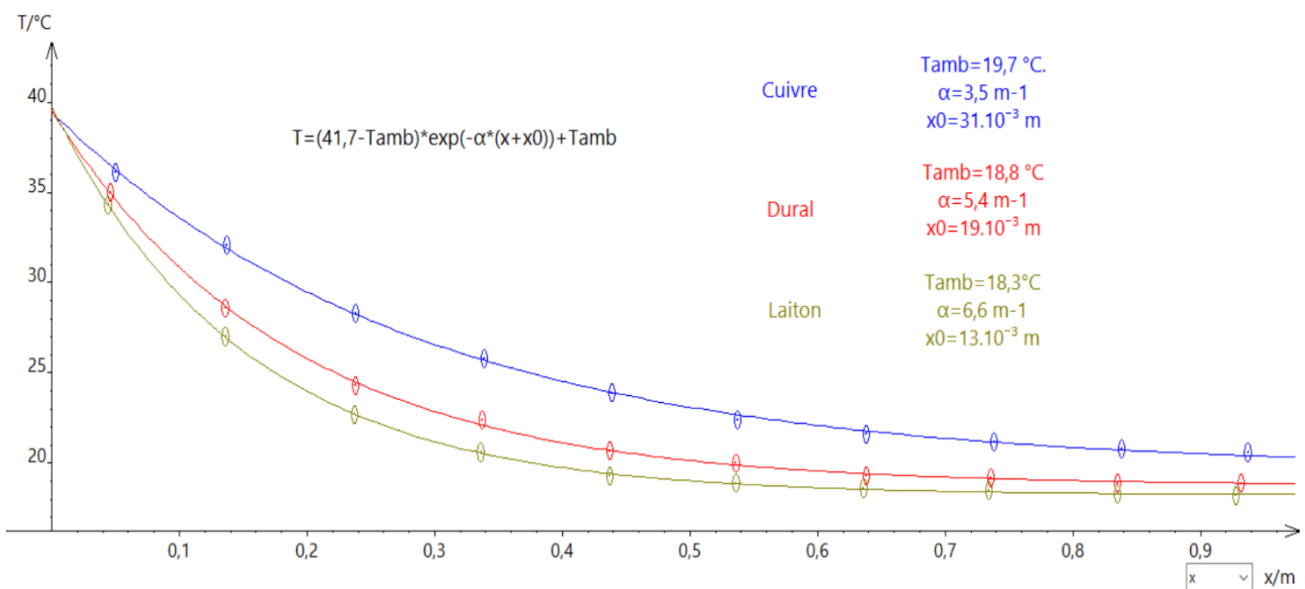
On constate des problèmes de convergence aux deux extrémités du graphique avec les matériaux les plus conducteurs :

- l'hypothèse de la barre infinie n'est pas vérifiée pour le Dural et le Cuivre puisque leur température ne tend pas vers la valeur attendue ($T_{Laiton} = 18,2\text{ °C}$, $T_{Dural} = 18,9\text{ °C}$ et $T_{Cu} = 20,6\text{ °C}$ pour $T_{finale\ attendue} = T_{amb} = 18,2\text{ °C}$). Les tiges ne sont donc pas assez longues

pour avoir une dissipation totale du flux de chaleur envoyé avec ces matériaux. On pourrait atténuer le problème en diminuant la température de chauffage pour avoir un flux de chaleur moins important mais on est vite limité par la précision des mesures.

- la température en début de barre ne semble pas tendre vers T_c alors que les barres sont bien plongées dans un milieu à T_c pour $x < 0$ (l'effet est particulièrement visible avec le cuivre). Cela peut sembler étonnant mais le profil thermique des matériaux dans la zone de transition est forcément plus complexe puisqu'une température totalement uniforme dans la partie immergée des tiges empêcherait l'apparition d'un flux de chaleur en leur sein puisque $T = cte$. Le transfert de chaleur qui part dans les barres devrait donc se faire juste au niveau de leur section de sortie en $x = 0$, ce qui n'est pas réaliste.

On peut améliorer l'accord avec les mesures en donnant des degrés de liberté au modèle. La température ambiante peut être mise comme variable d'ajustement pour que la courbe se cale sur les mesures en bout de tige. On ne respecte plus l'hypothèse ayant permis d'obtenir le modèle mais le compromis est acceptable car les écarts à T_{amb} obtenus sont faibles. On peut aussi donner un degré de liberté x_0 sur la position d'origine à laquelle la barre se trouve à la température T_c pour éliminer le problème de convergence en début de courbe. Voici alors ce qu'on obtient (on peut rentrer T_{amb} , un x_0 de l'ordre du cm et les valeurs de α obtenues précédemment si le logiciel a du mal à trouver une solution) :



Les modèles s'accordent cette fois ci nettement mieux aux mesures, avec une position effective x_0 de l'ordre du cm dans le bain d'eau chaude. Cette valeur est d'autant plus grande que le matériau est bon conducteur, ce qui est logique car le flux envoyé est d'autant plus important. La comparaison des coefficients α permet d'obtenir les conductivités thermiques du Dural et du Laiton à partir de celle du cuivre en supposant le coefficient h identique :

$$\alpha_i = \sqrt{\frac{2h}{R\lambda_i}} \quad \text{d'ou} \quad \boxed{\lambda_1 = \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1}\right)^2 \lambda_2}$$

AN :

$$\lambda_{Dural} = \left(\frac{3,5}{5,4}\right)^2 390 = 164 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1} \quad \lambda_{Laiton} = \left(\frac{3,5}{6,6}\right)^2 390 = 110 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$$

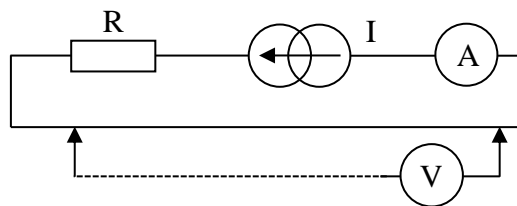
Les résultats sont donc corrects malgré les limites du dispositif. On peut les comparer aux valeurs trouvées avec la première modélisation pour voir l'apport des degrés de liberté supplémentaires :

$$\lambda_{Dural} = \left(\frac{3,3}{5,6}\right)^2 390 = 135 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1} \quad \lambda_{Laiton} = \left(\frac{3,3}{7,2}\right)^2 390 = 82 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$$

II CONDUCTION ÉLECTRIQUE DANS UN METAL

On propose d'étudier le transport de charges dans un métal en mesurant la conductivité électrique σ d'un fil de cuivre d'électricien ($S \approx 1,5 \text{ mm}^2$) en mesurant la différence de potentiel provoquée par le passage d'un courant. Le cuivre étant un bon conducteur de l'électricité, il faut un courant important et un voltmètre sensible.

II.1 Mesure à température ambiante

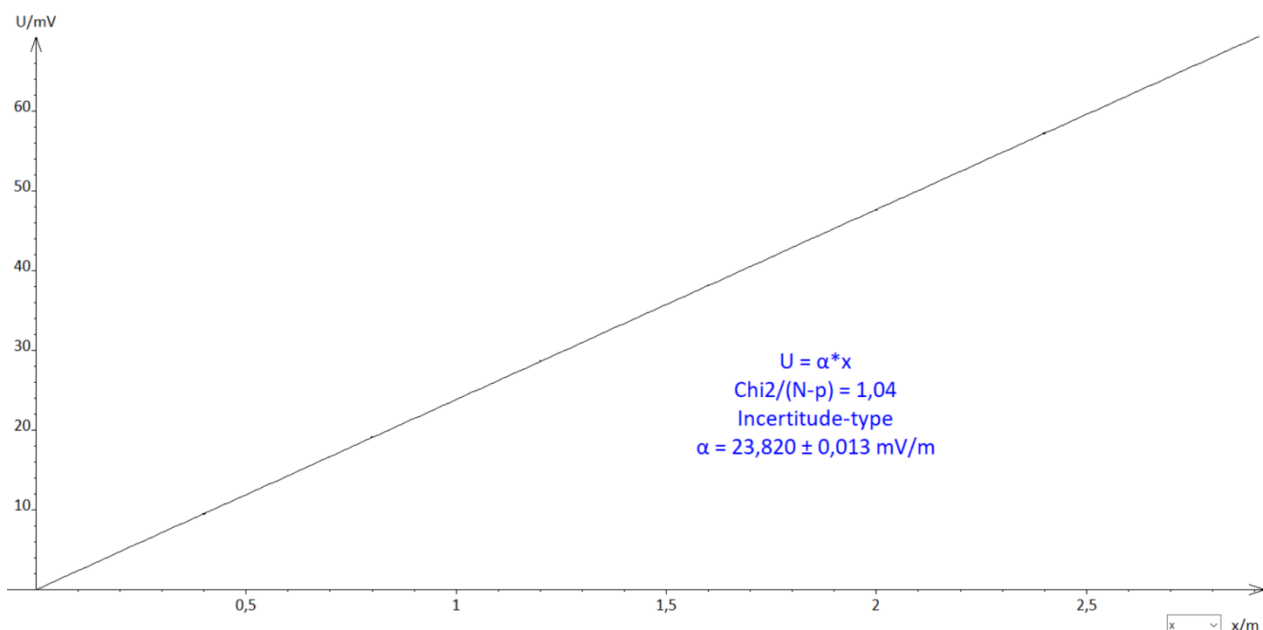


R : rhéostat 10Ω

V : multimètre 6 ½ Digits

I : source de courant continue (I = quelques ampères)

Le rhéostat de 10Ω permet de mieux contrôler le courant et évite à l'alimentation de débiter dans une charge de très faible impédance. Le fil, d'environ 3 m de long, est dénudé tous les 40 cm pour permettre le branchement du voltmètre via des pinces crocodiles. On mesure la tension entre un point de départ et les points successifs de prise de mesure. Voici à titre indicatif des résultats obtenus pour un courant $I = 2,01 \text{ A}$ (x correspond à la distance entre le premier point et les suivants) :



On obtient une droite conforme à la loi d'ohm $\vec{j} = \sigma \vec{E} = -\sigma \overrightarrow{\text{grad}} V$. La dépendance au potentiel en régime continu est formellement identique à la loi de Fourier de la diffusion thermique.

Résultat :

$$j = \frac{I}{S} = \sigma \frac{U}{x} \quad \text{d'où} \quad \boxed{U = \frac{I}{S\sigma} x = \frac{I}{\pi R^2 \sigma} x = \alpha \cdot x}$$

→ la pente de la droite permet d'obtenir la conductivité électrique du cuivre

Le diamètre du fil de cuivre mesurée au pied à coulisse vaut $\varnothing = 1,35 \text{ mm}$, d'où :

$$\sigma = \frac{I}{\pi R^2 \alpha} = \frac{2,01 \times 4}{\pi (1,35 \cdot 10^{-3})^2 23,82 \cdot 10^{-3}} = 58,9 \cdot 10^6 \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$$

On trouve dans le Handbook une résistivité électrique $\rho = 1,68 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ pour du cuivre pur à 20°C soit $\sigma = 58,4 \cdot 10^6 \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$. On est donc très proche de cette valeur.

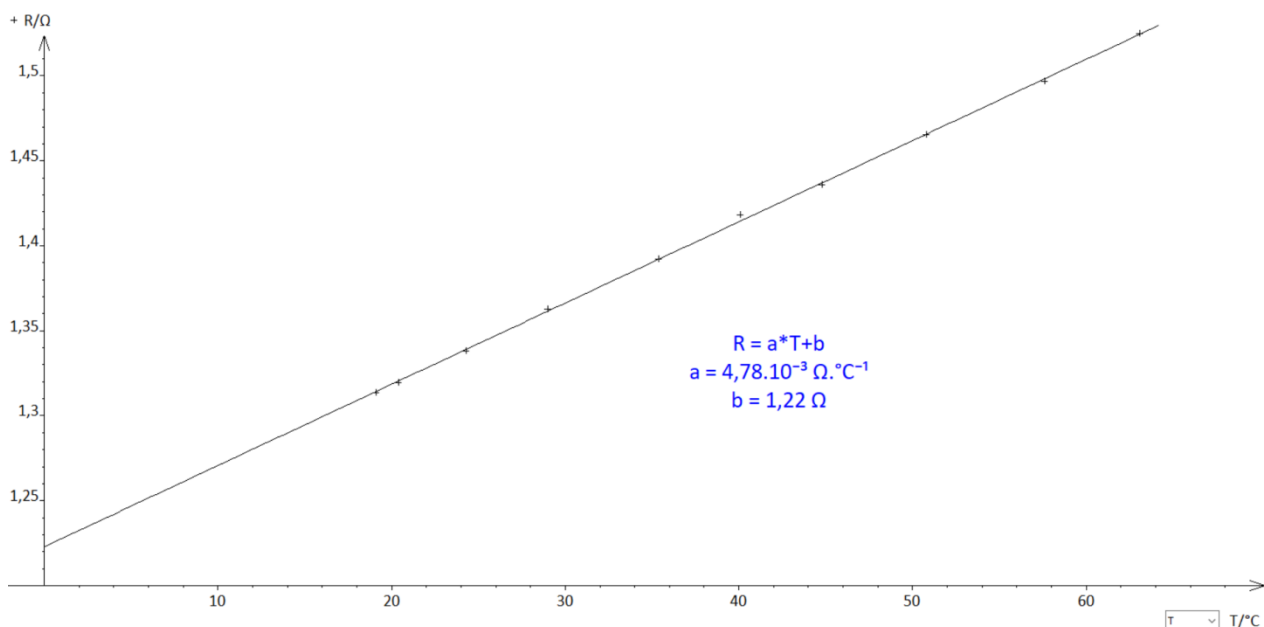
II.2 Influence de la température

[11], p. 399

Dans une gamme de température restreinte, la résistivité électrique d'un métal est donnée par la relation suivante (avec T en Kelvin) :

$$\rho(T - T_0) = \alpha(T - T_0) + \rho_0$$

La résistivité d'un métal augmente donc avec la température selon une loi affine. La consultation d'un Handbook donne $\alpha = 67,6 \cdot 10^{-12} \Omega \cdot \text{m} \cdot \text{K}^{-1}$ pour le cuivre autour de l'ambiante. On propose de vérifier cette loi avec un fil de cuivre d'électricien de diamètre $\varnothing = 0,5 \text{ mm}$ et de longueur $L = 15 \text{ m}$ en le plongeant dans un bain thermostaté. On mesure alors sa résistance pour différentes températures à l'aide d'un multimètre en 4 fils (mesures effectuées ici avec un Keithley 2000) :



La dépendance affine de la résistance avec la température est bien vérifiée. Si on prend $T_0 = 273,15 \text{ K}$ comme référence, on peut exprimer directement $T - T_0$ avec la température en $^\circ \text{C}$:

$$R = \rho \frac{L}{S} = (\alpha T + \rho_0) \frac{L}{\pi R^2} = \frac{\alpha L}{\pi R^2} T + R_0$$

La pente a de la droite permet d'obtenir la valeur du coefficient α :

$$\alpha = a \frac{\pi R^2}{L} = 4,78 \cdot 10^{-3} \frac{\pi (0,25 \cdot 10^{-3})^2}{15} = 62,6 \cdot 10^{-12} \Omega \cdot m \cdot K^{-1}$$

On a un écart de 7 % avec la valeur attendue.

II.3 Loi de Weidemann - Franz

Cette loi relie la conductivité thermique λ d'un métal à sa conductivité électrique σ :

$$\frac{\lambda}{\sigma} = \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{k_B}{e} \right)^2 T$$

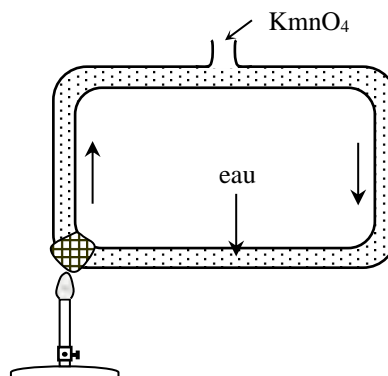
Elle n'est valable que si le transport thermique dans le métal est assuré par les électrons de conduction. La conductivité thermique du cuivre n'a pas été mesurée dans la première partie (il servait de référence car c'était le seul corps pratiquement pur) mais on a $\lambda/\sigma = 6,6 \cdot 10^{-6} W \cdot \Omega \cdot K^{-1}$ avec notre mesure de σ et la valeur tabulée pour λ contre $7,2 \cdot 10^{-6} W \cdot \Omega \cdot K^{-1}$ pour le rapport calculé à 20 °C avec la constante de Boltzmann et la charge de l'électron. La loi de Weidemann Franz est donc correctement vérifiée avec le cuivre.

III CONVECTION

Ce mode de transport implique un déplacement de matière donc il n'a lieu que dans les fluides. On distingue deux types de convection : la convection naturelle lorsque le mouvement est provoqué par des différences de température, donc de masse volumique, et la convection forcée ou le fluide est mis en mouvement par une action mécanique extérieure.

III.1 Convection naturelle

C'est un mode de transport complexe. Les lois qui le décrivent sont plus expérimentales que théoriques. De nombreuses expériences qualitatives peuvent illustrer ce phénomène mais il est difficile de faire du quantitatif. On peut illustrer la convection dans les liquides en chauffant de l'eau contenue dans un cristalliseur ([2], p. 75 -76). On voit très nettement les courants ascendants ; l'observation est facilitée si on met de petites particules de densité légèrement supérieure à celle de l'eau (poudre de lycopodes ou sciure par exemple). On peut visualiser ces courants à l'aide d'une caméra ou en faisant une projection stéréoscopique. La convection peut se montrer d'une manière plus traditionnelle à l'aide d'un dispositif appelé thermosiphon dans lequel on ajoute un peu de permanganate de potassium pour matérialiser les courants de convection :



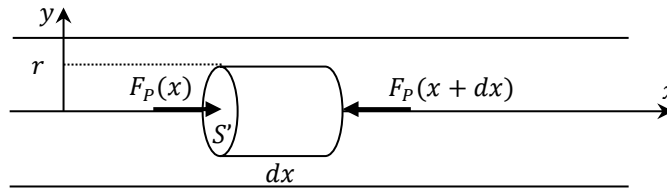
III.2 Convection forcée

[1], p. 138 ; [6], chapitre 21 p. 498, [8] et [9], p. 181.

Dans ce cas, le fluide est mis en mouvement par une action mécanique extérieure. Ce mouvement peut être laminaire ou turbulent suivant les conditions de l'expérience. On s'intéresse ici au premier régime en étudiant la loi de Poiseuille

III.2.1 Ecoulement laminaire ; loi de Poiseuille

On considère l'écoulement stationnaire d'un fluide visqueux induit par une différence de pression entre les deux extrémités d'un tube cylindrique horizontal. La loi de Poiseuille peut s'obtenir en résolvant l'équation de Navier - Stokes régissant la dynamique de l'écoulement d'un fluide visqueux et incompressible (cf. [8], chapitre 30). On propose ici de l'établir plus simplement en effectuant un bilan des forces exercées sur un cylindre de fluide de rayon r et d'épaisseur dx contenu dans le tube :



On commence par étudier les forces auxquelles est soumis le fluide. On considère un écoulement dans un tube horizontal de section faible donc on néglige les forces de pesanteur.

Force de viscosité :

Elle s'exerce sur la paroi latérale du cylindre et tend par nature à le freiner dans son mouvement. Si on suppose le fluide Newtonien, l'expression de la norme de cette force est donnée par la loi de Newton (le signe moins dans l'expression de cette norme est lié au fait que dv/dy est négatif, la vitesse d'écoulement du fluide diminuant lorsqu'on s'approche de la paroi du tube) :

$$dF_{\text{viscosité}} = -\eta \frac{dv}{dy} dS = -\eta \frac{dv}{dr} dS \quad \text{avec } dS = \text{surface latérale du cylindre} = 2\pi r dx$$

On a donc :

$$dF_{\text{viscosité}} = -2\pi\eta r \frac{dv}{dr} dx \quad \text{soit, sur la longueur } L \text{ du tube : } \boxed{F_{\text{viscosité}} = -2\pi\eta r \frac{dv}{dr} L}$$

Force de pression :

Du fait de la viscosité, la pression diminue le long de l'axe x . La norme de la différence de force de pression dF_p à l'origine du mouvement s'écrit :

$$\left. \begin{aligned} F_p(x) &= P(x)S' = P(x)\pi r^2 \\ F_p(x+dx) &= P(x+dx)\pi r^2 < F_p(x) \end{aligned} \right\} \rightarrow dF_p = \pi r^2 [P(x) - P(x+dx)] = -\pi r^2 dP$$

Soit, avec $P_1 - P_2$ la chute de pression dans le tube de longueur L : $\boxed{F_p = \pi r^2 (P_1 - P_2)}$

Bilan :

L'écoulement étant supposé stationnaire, le cylindre ne subit aucune accélération donc les deux forces précédentes doivent se compenser. On a alors :

$$dv = -\frac{P_1 - P_2}{2\eta L} r dr \quad \text{soit :} \quad v = -\frac{P_1 - P_2}{4\eta L} r^2 + cte$$

Hypothèse de la couche limite :

La condition $v = 0$ lorsque $r = R$ donne accès à la constante et on obtient finalement l'expression de la vitesse au sein d'une tranche de fluide :

$$v(r) = \frac{P_1 - P_2}{4\eta L} (R^2 - r^2)$$

Le profil des vitesses dans une section droite dans le cas d'un écoulement horizontal, laminaire et stationnaire d'un fluide visqueux et incompressible est donc parabolique. Connaissant l'expression de la vitesse, on peut maintenant en déduire le débit massique en intégrant la relation :

$$D_m = \int_0^R \rho v(r) dS = \rho \frac{P_1 - P_2}{4\eta L} \int_0^R 2\pi r dr \quad \text{d'ou} \quad D_m = \frac{\rho \pi R^4}{8\eta L} (P_1 - P_2)$$

Remarque :

Le rapport $(P_1 - P_2)/L$ est appelé perte de charge linéique. Elle peut facilement être mise en évidence par une expérience classique (cf. [1], p. 137).

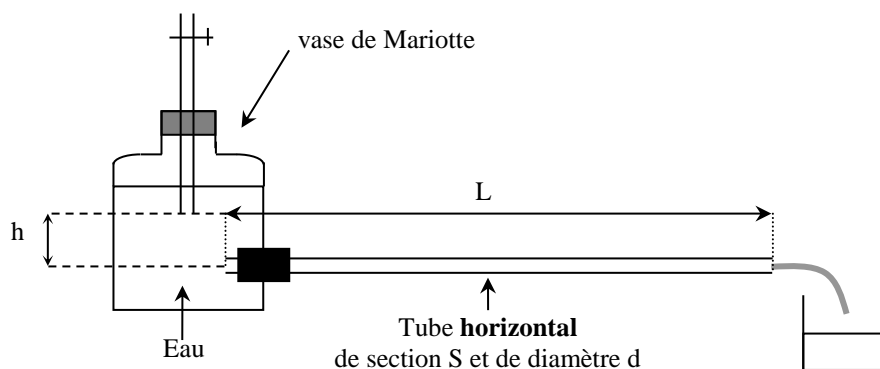
La formule n'étant valable qu'en régime laminaire, il faut le vérifier en calculant dans l'hypothèse la plus défavorable le nombre de Reynolds (d représente ici le diamètre du tuyau) :

$$\Re = \frac{\rho v d}{\eta}$$

On est en régime laminaire si \Re est environ inférieur à 1000.

III.2.2 Montage

[1], p. 153



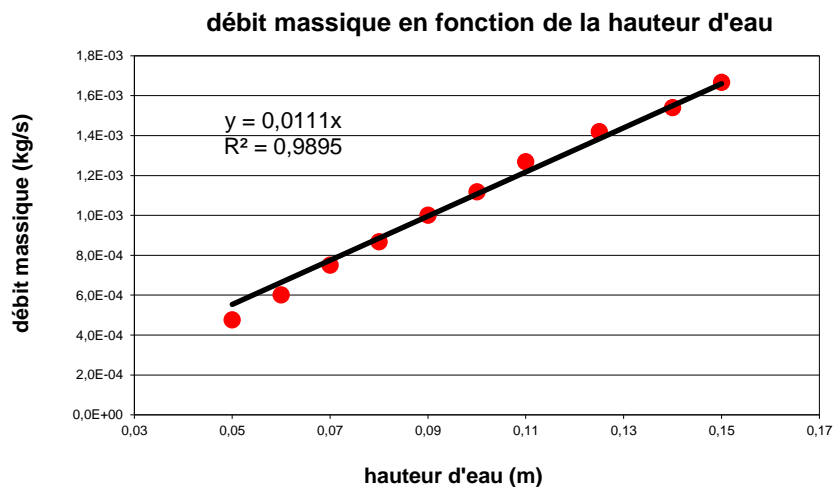
Il est difficile d'obtenir un débit suffisamment faible avec un tuyau de grand diamètre pour rester en régime laminaire. Il vaut donc mieux utiliser un tube assez fin pour cette expérience. Le vase de Mariotte permet d'obtenir un débit à hauteur d'eau h constante. Cette hauteur h fixe alors la valeur de la perte de charge dans la canalisation. En effet, lorsque le tube vertical est ouvert, la pression statique à l'entrée du tube dans lequel se fait l'écoulement vaut $P_1 = P_{atm} + \rho gh$. La sortie de ce même tube étant à la pression atmosphérique, la pression statique en ce point vaut $P_2 = P_{atm}$. La perte de charge $P_1 - P_2$ vaut donc ρgh . La formule de poiseuille devient alors :

$$D_m = \frac{\rho^2 g \pi R^4}{8 \eta L} h$$

L'étude du débit massique D_m en fonction de la hauteur h permet donc de calculer le coefficient de viscosité de l'eau.

Mesures :

On modifie h en faisant glisser le tube du vase de Mariotte dans le bouchon. On pèse à chaque fois la masse d'eau récupérée dans le récipient pendant un temps t (on prend soin d'attendre un peu avant de procéder à la mesure pour être en régime stationnaire). On calcule le débit massique $D_m = m/t$ pour chaque hauteur et on trace la courbe $D_m = f(h)$. Voici à titre indicatif le résultat d'une série de mesures effectuées à 20 °C :



On a une droite de pente $\rho^2 g \pi R^4 / (8 \eta L)$ permettant d'obtenir le coefficient de viscosité. Après calculs, on obtient $\eta = 1,01.10^{-3} \text{ Pa.s}$.

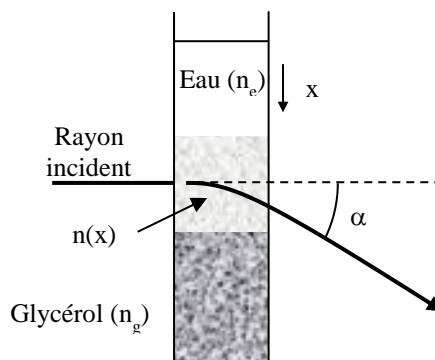
IV DIFFUSION DE PARTICULES

IV.1 Mesure du coefficient de diffusion du glycérol dans l'eau ; principe

[2], p.

466, [10], p. 1885.

L'eau et le glycérol ayant des indices optiques différents, la diffusion de l'un dans l'autre crée un gradient de concentration, et donc d'indice, dans la zone de mélange. On propose d'étudier la déviation d'un faisceau lumineux par le gradient d'indice pour mesurer la diffusivité du glycérol dans l'eau.



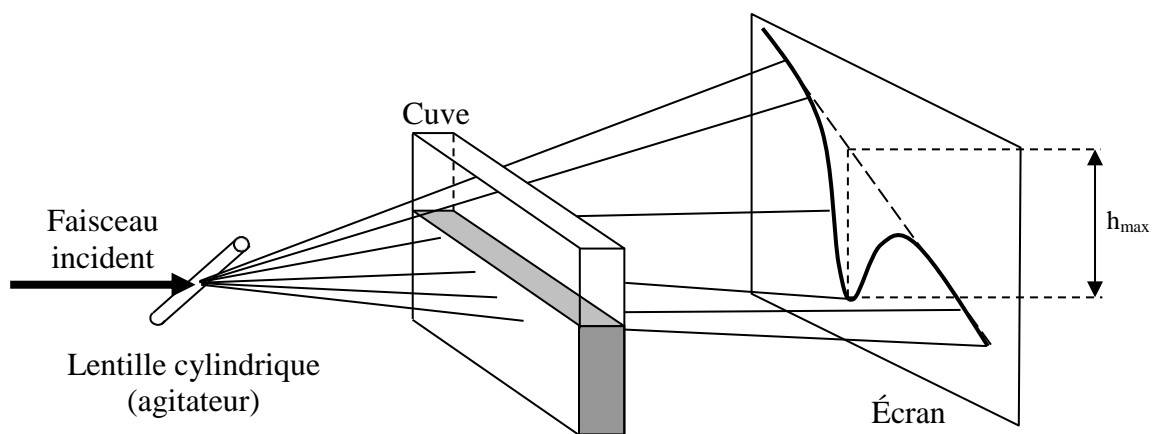
Si la déviation α du rayon est petite et dans la limite où l'indice est proportionnel à la concentration, la déviation maximum vaut alors :

$$\alpha_{max} = \frac{(n_{gly} - n_{eau})c_0 d}{2\sqrt{\pi D t}}$$

Où D est la diffusivité, t le temps (avec $t = 0$ correspondant à l'instant où les 2 liquides n'ont pas encore diffusé) et c_0 la fraction volumique initiale du glycérol.

IV.1.1 Réalisation de l'expérience

La différence d'indice entre l'eau et le glycérol pur est telle qu'on sort du domaine de validité de la formule précédente. Il faut donc diluer la glycérine pour obtenir des résultats acceptables. On peut réaliser un mélange à 50/50 avec 10 ml d'eau et 10 ml de glycérine pour une cuve à face parallèle d'enseignement standard (80×20×40 mm). Le mélange doit être bien homogène.

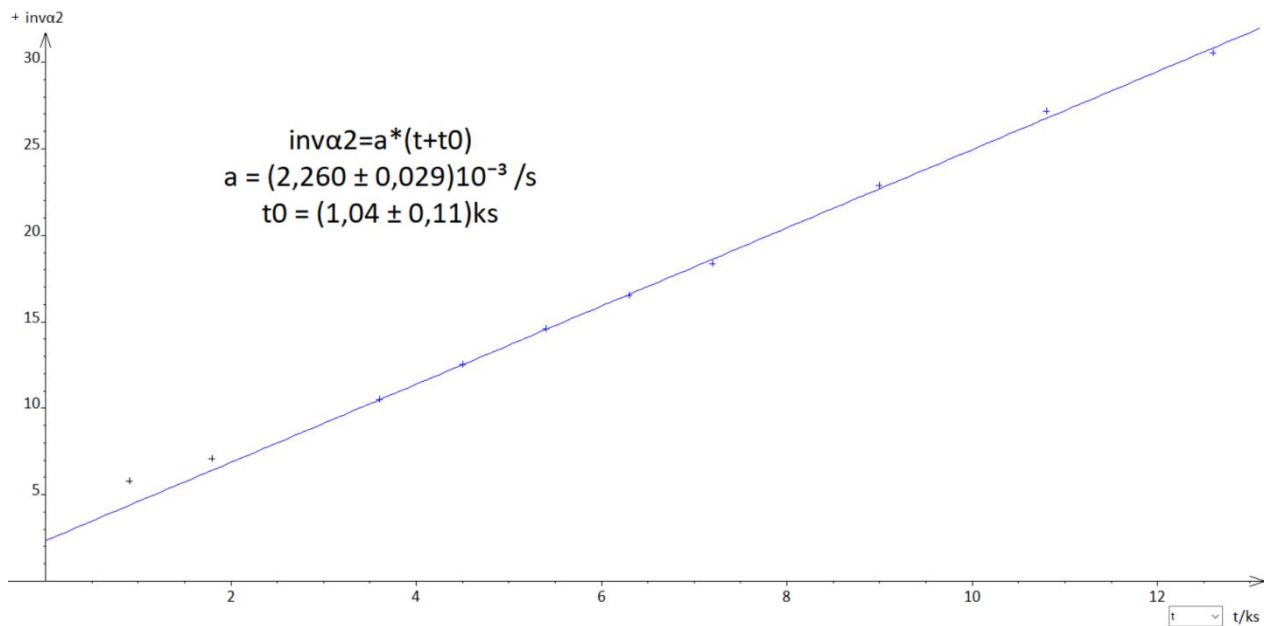


On élargit un faisceau laser avec un agitateur en verre pour réaliser une nappe inclinée à 45° par rapport à l'horizontale. On place un écran recouvert d'un papier millimétré à environ 50 cm de la cuve (pas plus car la déviation est très forte). La cuve doit être placée suffisamment haut pour pouvoir mesurer ≈ 30 cm de déviation au maximum. On repère à l'aide d'un crayon la trace de la nappe sur l'écran en l'absence de liquide (trait pointillé sur la figure ci-dessus) puis on remplit la cuve à moitié d'eau. On met la glycérine diluée à 50% dans une burette en prenant soin de purger son extrémité de toute bulle d'air. Ce mélange étant plus dense que l'eau on place la burette dans un coin de la cuve en plongeant son extrémité pratiquement jusqu'au fond pour pouvoir introduire le mélange en limitant les phénomènes de convection. On vide alors **lentement** la burette. On observe alors une forte déformation de la nappe lumineuse à l'interface entre les deux milieux (cf. figure). On lance un chronomètre et on mesure l'évolution de la hauteur h_{max} toutes les 15 minutes. La cuve ne doit pas être bougée pendant toute la durée de l'expérience, il ne faut surtout pas essayer d'enlever la burette et il faut tout reprendre à zéro en cas de soucis car le processus de diffusion est un phénomène irréversible.

Exploitation des résultats :

Les angles n'étant pas petits (surtout au début), on calcule α_{max} sachant que $tg\alpha_{max} = h_{max}/L$ avec L la distance cuve /écran. On peut alors tracer $1/\alpha_{max}^2$ en fonction du temps. Si l'expérience s'est bien déroulée, on obtient une droite¹, mais qui ne passe pas par l'origine comme attendu compte tenu de l'expression de α_{max} .

¹ Les premiers points peuvent poser problème et on peut ne pas les prendre en compte car c'est là où la déviation est maximum donc où on est limite par rapport au modèle.



On peut invoquer un temps initial mal défini puisqu'il faut verser lentement le glycérol pour éviter les remous mais une modélisation affine avec un temps t_0 d'ajustement abouti à un résultat qui n'a rien à voir avec la durée nécessaire pour vider la burette ($t_0 \approx 1000$ s dans notre exemple, ce qui voudrait dire que la diffusion a commencé ≈ 15 minutes avant le début des mesures !). On peut avancer deux raisons à ce problème :

- la démonstration de la formule suppose une déviation progressive du faisceau sur la largeur de la cuve dans un gradient d'indice vertical, ce qui n'est pas possible dans un cas de figure idéal où les deux milieux sont mis en présence avec une interface parfaite (passage direct d'un indice à l'autre). Le modèle ne peut donc pas décrire ce qu'il se passe aux temps les plus courts. Si la transition est en pratique très brutale, la déviation est très forte en début de cuve, ce qui fait que le faisceau atteint rapidement une zone où il n'y a pas encore de gradient d'indice, donc plus de déviation. Il faudrait donc considérer une distance d effective beaucoup plus faible que l'épaisseur de la cuve en début d'expérience.

- un autre souci est la difficulté à verser initialement la glycérine sans faire de remous. Il y a inévitablement des mouvements de convection qui provoquent déjà un mélange des deux phases et il peut être plus ou moins important suivant la manière dont a été versée la glycérine. On se retrouve donc initialement avec deux milieux déjà plus ou moins mélangés, ce qui justifie aussi en partie le t_0 puisque le point de départ est \approx équivalent à un système où une diffusion s'est déjà opérée depuis un temps plus ou moins long².

Il faut donc passer par un modèle du type $1/\alpha^2 = a(t + t_0)$ pour exploiter les mesures. La pente de la droite permet d'obtenir le coefficient de diffusivité D de la glycérine :

$$\frac{1}{\alpha_{max}^2} = \frac{4\pi D}{[(n_{gly} - n_{eau})c_0 d]^2} (t + t_0) \quad \rightarrow \quad D = \frac{[(n_{gly} - n_{eau})c_0 d]^2}{4\pi} a$$

Avec $c_0 = 0,5$ puisque la glycérine est diluée à 50 %

² La répétition de cette expérience avec la même cuve l'a confirmé. Un versement très lent de la glycérine conduisant à une interface relativement propre donne des t_0 plus courts qu'une expérience où l'ajout de la glycérine est moins bien maîtrisé.

AN :

$$D = \frac{[(1,47 - 1,33) \times 0,5 \times 0,024]^2}{4\pi} 2,26.10^{-3} = 5,1.10^{-10} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$$

On peut comparer cette valeur à celle indiquée dans [2], p. 469 ou dans un Handbook (donnée pour une dilution infinie).

Remarque :

Le coefficient de diffusion étant homogène à une longueur au carré que divise un temps, on peut associer une durée caractéristique τ à une distance de diffusion donnée :

$$\tau = \frac{L^2}{D}$$

On peut ainsi estimer qu'il faut environ 2 jours pour que la glycérine diffuse dans l'eau sur une distance de l'ordre du cm.

V TRANSPORT D'ÉNERGIE PAR RAYONNEMENT

On peut vérifier la relation de Stefan pour illustrer ce phénomène. La particularité de ce mode de transfert est qu'il dépend principalement de la température du corps et non pas d'un quelconque gradient. Se reporter au montage « Emission et absorption de la lumière » ou [2], p.374 et suivantes.

Bibliographie :

- [1] : Quaranta, Tome I
- [2] : Quaranta, Tome II nouvelle édition (Thermodynamique et Applications)
- [3] : Patrick Charmont : montages de Physique à l'agrégation de Physique
- [4] : Berty Escault : Physique pratique ; Tome 2 : Méca – Thermo
- [5] : Fleury Mathieu chaleur, thermo, état de la matière
- [6] : Bruhat : Mécanique
- [7] : Fleury Mathieu : mécanique Physique
- [8] : Pérez : Mécanique
- [9] : Barchiesi : Comprendre la physique en expérimentant
- [10] : BUP 819
- [11] : Fruchart Lidon Le Diffon : Physique expérimentale