② Système à 2 niveaux (Meca Q)

nombre quantique.

$\vec{L}$ operateur moment orbital

$L_z = m_\ell \hbar \qquad -\ell \leqslant m_\ell \leqslant \ell$ mécanique quantique.

$\|\vec{L}\|^2 = \hbar^2 \ell(\ell+1)$

$\vec{\mu} = \gamma \vec{L}$ avec γ rapport gyromagnétique $\gamma = -\dfrac{e}{2m_e}$ ↑ masse electron

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{donc } \mu_z = -\dfrac{m_\ell \hbar e}{2m_e} = -\mu_B m_\ell \\ \text{avec } \mu_B = \dfrac{e\hbar}{2m_e} \text{ magnétron de Bohr} \\ \Rightarrow \mu_z = -\mu_B m_\ell \text{ est quantifié} \end{array}}$$

$$\begin{cases} \mu_B = 9{,}27\ 10^{-24}\ J.T^{-1} \\ \mu_B = 5{,}79\ 10^{-5}\ eV.T^{-1} \end{cases}$$

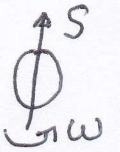
$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \qquad J_z = m_J \hbar \qquad -J \leqslant m_J \leqslant J$

$\|\vec{J}\|^2 = \hbar^2 J(J+1)$

les moments de spin interviennent également dans le magnétisme.

$$\boxed{\mu_z = -g \mu_B m_J}$$

↑ facteur numerique. appelé facteur de Landé



2 contributions = une orbitale
une liée au spin

modèle à 2 niveaux

$\mu_z = -g\mu_B m_z$ avec $m_z = \pm \frac{1}{2}$

$\mathcal{E} = -\vec{\mu}\cdot\vec{B} = +g\mu_B m_z B$ 2 niveaux d'énergie par Atomes (Effet Zeeman)

$Z = (z)^N$ z fonction de partition d'1 atome.

particules discernables*

$$z = e^{\frac{g\mu_B B}{2k_BT}} + e^{-\frac{g\mu_B B}{2k_BT}} = 2\,\mathrm{ch}\left(\frac{g\mu_B B}{2k_BT}\right)$$

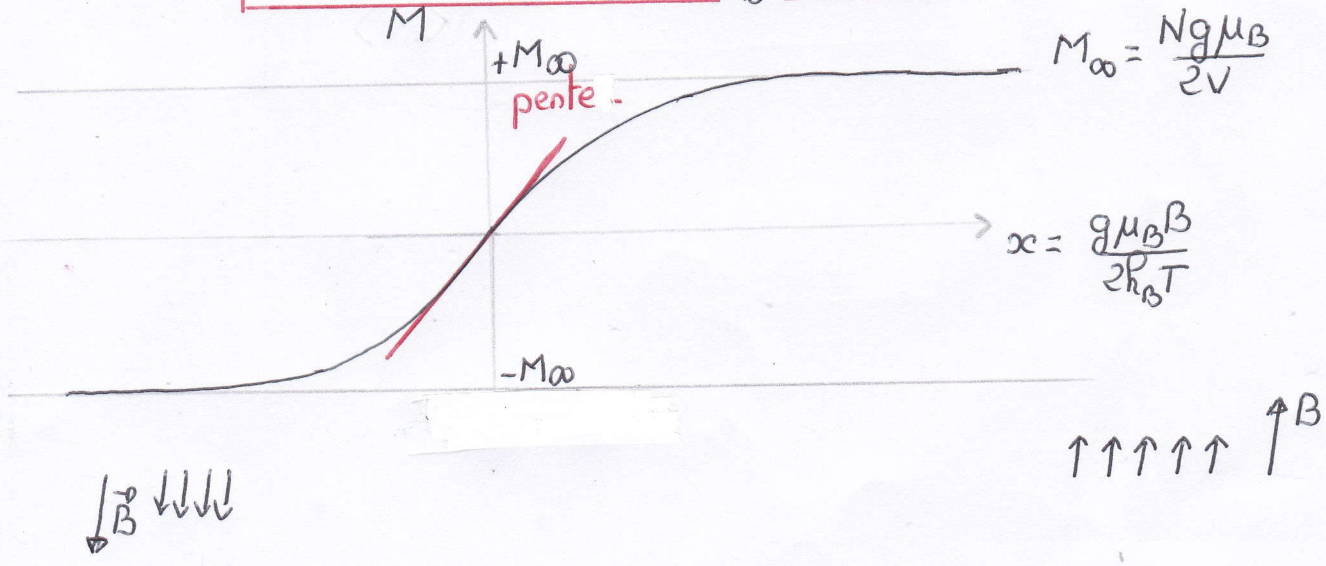
*si indiscernable (cas du gaz) il y a 1 prefacteur $\frac{1}{N!}$

$$\begin{cases} P_+ = \dfrac{e^{-\frac{g\mu_B B}{2k_BT}}}{z} & \text{probabilité } m_z = +\frac{1}{2} \\ P_- = \dfrac{e^{+\frac{g\mu_B B}{2k_BT}}}{z} & \text{probabilité } m_z = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\langle \mu_z \rangle = \underbrace{-\frac{g\mu_B}{2}}_{\mu_z(+\frac{1}{2})} P_+ + \underbrace{\frac{g\mu_B}{2}}_{\mu_z(-\frac{1}{2})} P_- = \frac{g\mu_B}{2}\,\mathrm{th}\left[\frac{g\mu_B B}{2k_BT}\right]$$

les N atomes étant indépendants, $\langle \vec{M} \rangle = \frac{N\langle \mu_z \rangle}{V} e_z$

soit $\boxed{\langle \vec{M} \rangle = \frac{Ng\mu_B}{2V}\,\mathrm{th}\left[\frac{g\mu_B B}{2k_BT}\right] \vec{e}_z}$

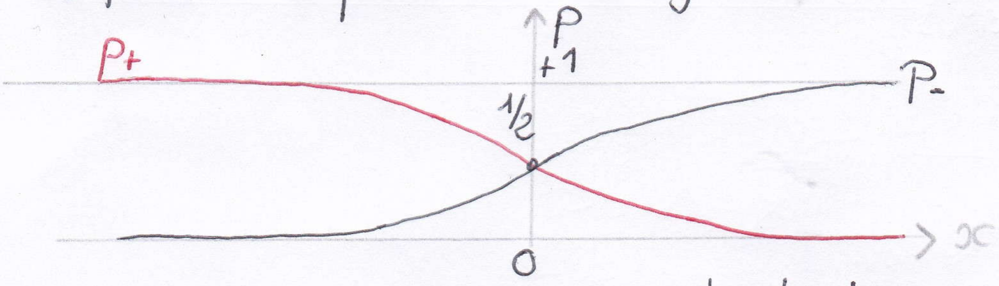


en champ faible
à haute temperature } $x \ll 1$ $\operatorname{th} x \sim x$

$$\boxed{M \simeq \frac{N g^2 \mu_B^2}{4 V k_B T} B \qquad \chi_m = \frac{N g^2 \mu_B^2}{4 V k_B T} \mu_0 \quad \text{on retrouve } \chi_m \simeq \frac{C}{T}}$$

car $M = \chi_m \frac{B}{\mu_0}$ loi de Curie

Remarque = on peut aussi passer par $F = -k_B T \ln Z$
la fonction de partition du système.



à $B=0$ il y a autant de spins up et down
↑↓

③ Généralisation   système à $(2J+1)$ niveaux

$$\mu_z = -g\mu_B m_J \qquad \text{avec} \qquad -J \leq m_J \leq J$$

rappel $\mu_B = \dfrac{e\hbar}{2m}$

$$m_J \qquad \mu_z = -g\mu_B m_J \qquad E = g\mu_B B m_J$$

$$Z^{para} = (z^{para})^N$$ atomes discernables indépendants pas d'interaction.

$$\text{avec } z^{para} = \sum_{m_J=-J}^{J} e^{-\frac{g\mu_B B}{k_B T} m_J} = \sum_{m_J=-J}^{J} e^{-m_J x} = e^{Jx}\left[\sum_{m=0}^{2J} e^{-mx}\right]$$

on pose $x = \dfrac{g\mu_B B}{k_B T}$

$$F^{para} = -k_B T \ln Z_{para} = -N k_B T \ln z^{para}$$

$$z^{para} = e^{Jx}\,\frac{1-e^{-(2J+1)x}}{1-e^{-x}} = e^{Jx}\,\frac{e^{-\frac{2J+1}{2}x}\left[e^{\frac{2J+1}{2}x} - e^{-\frac{2J+1}{2}x}\right]}{e^{-\frac{x}{2}}\left[e^{+\frac{x}{2}} - e^{-\frac{x}{2}}\right]}$$

$$z^{para} = \frac{sh\left[\frac{2J+1}{2}x\right]}{sh\left(\frac{x}{2}\right)}$$

$$\boxed{F^{para} = -N k_B T \ln z^{para} = -N k_B T\left[\ln\left\{sh\left[\frac{2J+1}{2}x\right]\right\} - \ln\left\{sh\left(\frac{x}{2}\right)\right\}\right]}$$

$$\langle \mu_z \rangle = \sum_{m_J=-J}^{+J} \underbrace{(-g\mu_B m_J)}_{\text{valeur du moment magnétique associé à } m_J} \underbrace{\frac{e^{-\frac{g\mu_B B m_J}{k_B T}}}{z^{para}}}_{\text{probabilité d'avoir } m_J} = \frac{1}{z^{para}} \sum_{m_J=-J}^{+J} (-g\mu_B m_J)\, e^{-\frac{g\mu_B B m_J}{k_B T}}$$

$$\langle \mu_z \rangle = \frac{1}{z^{para}} \sum_{m_J=-J}^{+J} (-g\mu_B m_J)\, e^{-\frac{g\mu_B B m_J}{k_B T}} = k_B T \frac{\frac{\partial z^{para}}{\partial B}}{z^{para}}$$

$$\frac{\frac{\partial z^{para}}{\partial B}}{z^{para}} = \frac{\partial \ln z^{para}}{\partial B}$$

$$z^{para} = \sum_{m_J=-J}^{+J} e^{-\frac{g\mu_B B m_J}{k_B T}}$$

donc $\langle \mu_z \rangle = k_B T \dfrac{\partial \ln z^{para}}{\partial B}$

$$M = \frac{N}{V}\langle \mu_z \rangle = \frac{N k_B T}{V} \frac{\partial \ln z^{para}}{\partial B} = -\frac{k_B T}{V}\frac{\partial \ln Z^{para}}{\partial B} = -\frac{1}{V}\frac{\partial F^{para}}{\partial B}\Big]_T$$

↳ car les N atomes sont sans interaction.

$$M = -\frac{1}{V}\frac{\partial F^{para}}{\partial B} = -\frac{1}{V}\frac{\partial F^{para}}{\partial x}\cdot\frac{\partial x}{\partial B} = -\frac{g\mu_B}{V k_B T}\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_T$$

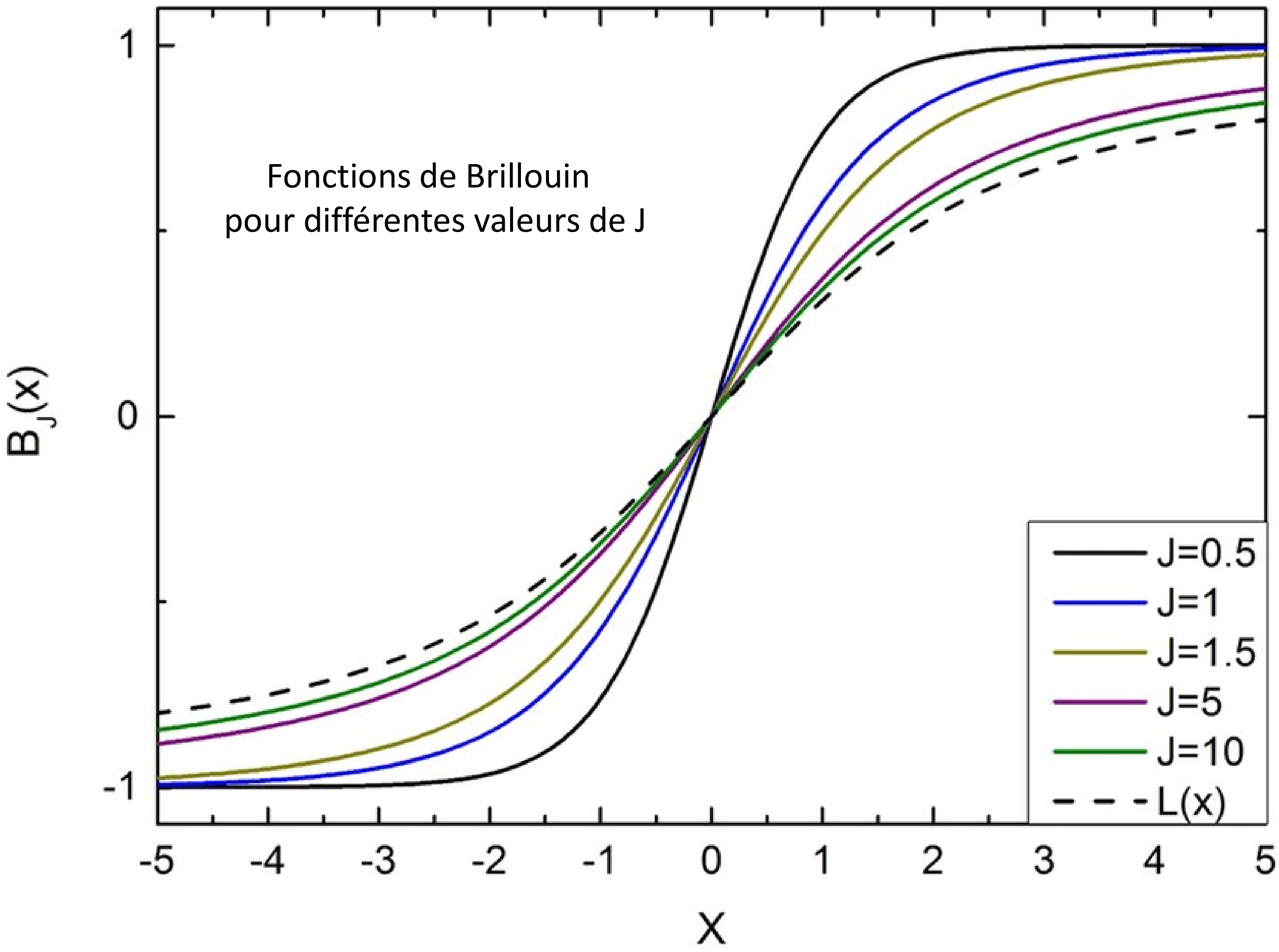
$$\boxed{M = \frac{N g \mu_B J}{V}\Big\{ \underbrace{\left(\frac{2J+1}{2J}\right)\coth\left(\frac{2J+1}{2}x\right) - \frac{1}{2J}\coth x}_{B_J(x)\ \text{fonction de Brillouin.}} \Big\}}$$

avec $x = \dfrac{g\mu_B B}{k_B T}$

haute temperature
faible champ } $x \ll 1$ $\quad \coth X \underset{0}{\sim} \dfrac{1}{X} + \dfrac{X}{3}$

$$M \sim \frac{N g \mu_B}{V} J(J+1)\frac{x}{3} = \frac{N g^2 \mu_B^2}{3 k_B T V} J(J+1) B = \chi_M \frac{B}{\mu_0}$$

$$\chi_M = \frac{N g^2 \mu_B^2}{3 k_B T V} J(J+1)\mu_0 \qquad \text{loi de Curie } \chi \sim \frac{C}{T}$$


Fonctions de Brillouin
pour différentes valeurs de J
$B_J(x)$
X
1
0
-1
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
J=0.5
J=1
J=1.5
J=5
J=10
L(x)

④ Ferromagnétisme.

paramagnétisme à 2 Niveaux

$$M = \frac{N g \mu_B}{2V} \operatorname{th}\left[\frac{g \mu_B B}{2 k_B T}\right] \quad (1)$$

théorie du champ moléculaire de Weiss. (1907)

$$\vec{B}_{loc} = \vec{B} + \lambda \vec{M} \quad (2)$$

les moments magnétiques ressentent l'influence d'un champ local

hypothèse = pas de fluctuations

en champ nul, (2) dans (1) conduit à =

$$M = \underbrace{\frac{N g \mu_B}{2V}}_{M_\infty} \operatorname{th}\left[\frac{\lambda g \mu_B M}{2 k_B T}\right]$$

M_∞ aimantation de saturation.

$$M = M_\infty \operatorname{th}\left[\frac{M}{T} \frac{T_c}{M_\infty}\right] \quad \text{avec } T_c = \frac{\lambda g \mu_B M_\infty}{2 k_B} = \frac{\lambda N g^2 \mu_B^2}{4 k_B V}$$

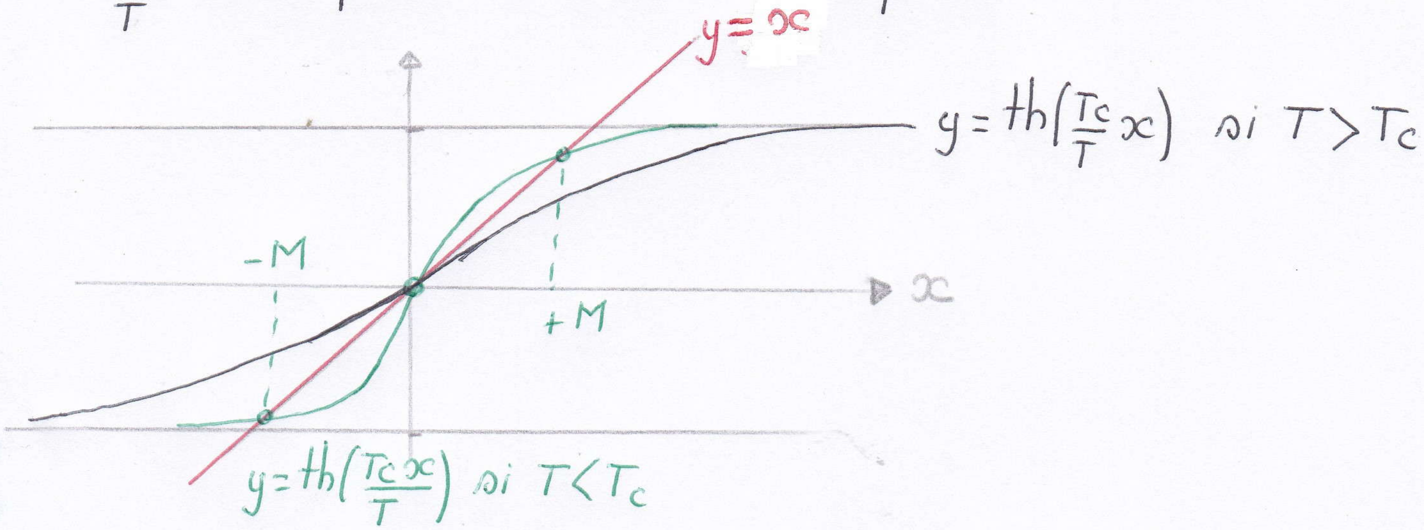
Temperature critique.

posons $x = \dfrac{M}{M_\infty}$

$x = \operatorname{th}\left(\dfrac{T_c}{T} x\right)$ equation intrinsèque donnant M en champ $B = 0$

en $x \simeq 0$ $\quad th\left(\frac{T_c}{T}x\right) \sim \frac{T_c x}{T}$

$\frac{T_c}{T}$ est la pente en $x = 0$ de $th\left(\frac{T_c}{T}x\right)$



pour resoudre graphiquement $x = th\left(\frac{x T_c}{T}\right)$

on trace $y = x$ $\mathcal{E}_f$ et $y = th\left(\frac{T_c}{T}x\right)$ $\mathcal{E}_g$ et on regarde les points d'intersection

$$\left.\begin{array}{l} y = x \quad \mathcal{E}_f \\ y = th\left(\frac{T_c}{T}x\right) \quad \mathcal{E}_g \end{array}\right\} \text{et on regarde les points d'intersection}$$

$T < T_c$ $\quad$ 3 solutions $-M$, 0 et $M \neq 0$

$T > T_c$ $\quad$ 1 seule solution 0

En dessous de T_c, $\exists$ une aimantation non nulle
c'est le ferromagnétisme.
pour cela être en φ condensée
avoir à haute temperature du paramagnétisme.

comment determiner M à l'approche de T_c ?

$$\frac{M}{M_\infty} = th\left[\frac{M}{M_\infty}\frac{T}{T_c}\right] \quad (1)$$

pour $T \to T_c^-$ $\quad M \to 0$

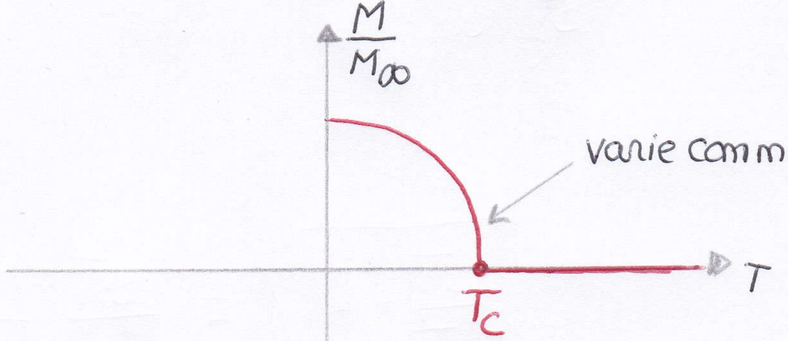
donc vers T_c^- $\quad$ M est suffisamment faible pour effectuer 1 DL de $th\left(\frac{MT}{M_\infty T_c}\right)$

$$th\, x \sim x - \frac{x^3}{3}$$

d'apres (1) $\quad \frac{M}{M_\infty} \simeq \frac{M}{M_\infty}\frac{T}{T_c} - \left(\frac{MT}{M_\infty T_c}\right)^3$

$$1 \simeq \frac{T}{T_c}\left[1 - \left(\frac{M}{M_\infty}\frac{T}{T_c}\right)^2\right]$$

$$\Rightarrow \quad M = M_\infty \sqrt{3\left(\frac{T_c - T}{T_c}\right)}$$



varie comme $\sqrt{T_c - T} \propto (T_c - T)^{1/2}$ exposant critique

le ferromagnétisme est 1 transition de phase du second ordre. χ, C_V change de manière discontinue à T_c.