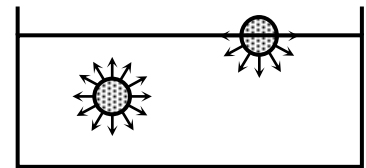


# SURFACES ET INTERFACES

## I INTRODUCTION

Lorsqu'on compare les prévisions théoriques de la mécanique des fluides, notamment celles de la statique des fluides, à ce que l'on observe réellement, on constate dans certaines conditions des écarts importants. On interprète ces désaccords en introduisant des forces supplémentaires qui apparaissent à l'interface séparant le liquide du gaz environnant. Ces forces, appelées forces de tension superficielles, ont pour origine l'attraction moléculaire de type Van Der Waals dont l'énergie varie en  $r^{-6}$ .

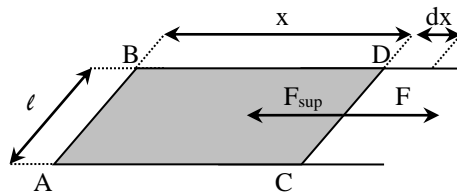
Au sein du liquide, une molécule subit de la part de ses voisines des forces d'attraction qui se compensent par symétrie. Il n'en est pas de même sur la surface : la résultante des forces d'attractions intermoléculaires est cette fois-ci dirigée vers l'intérieur du liquide.



Il en résulte au niveau macroscopique une tendance des molécules à entrer dans le liquide. La couche superficielle va donc avoir tendance à s'enfoncer en comprimant le liquide qui réagit pour stabiliser la surface libre. Cette couche aura, entre autres propriétés, une densité légèrement supérieure.

### I.1 Notion de tension superficielle

La non compensation des forces de Van Der Waals à l'interface liquide-gaz fait qu'une molécule à la surface est moins stable qu'à l'intérieur du liquide. On conçoit ainsi que le liquide va avoir tendance à minimiser sa surface libre pour diminuer son énergie et qu'il faudra fournir du travail pour augmenter la surface d'un liquide. Supposons par exemple une lame de savon formée dans un cadre métallique ABCD dont l'un des côtés CD est mobile sans frottement :



La lame ayant donc tendance à se rétracter (un peu comme le ferait une membrane élastique bien qu'il faille se méfier de cette analogie), il faudra exercer sur CD une force  $F$  pour maintenir sa surface constante. Cette force, nécessaire au maintien de l'équilibre, doit donc en contrebalancer une autre : c'est la force de tension superficielle. Une propriété remarquable de cette force de « surface » est que sa valeur ne dépend pas de l'importance de la surface considérée, ni de « l'étirement » qu'on lui fait subir (ce qui la rend très différente des forces élastiques), mais uniquement de la longueur  $\ell$  sur laquelle elle s'exerce

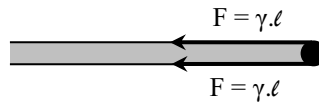
$$\vec{F} = \gamma \ell \vec{n}$$

Avec  $\vec{F}$  : force créée par une interface

$\vec{n}$  : tangente à l'interface orientée dans le sens qui réduit la surface

$\gamma$  : tension superficielle du liquide ; cette grandeur dépend du liquide, du fluide qui le surmonte (si le fluide est un gaz,  $\gamma$  varie peu ; par contre si le fluide est un liquide,  $\gamma$  change complètement) et de la température.

L'expression de la force ci-dessus est valable pour une interface ; dans de nombreux cas, comme l'exemple qu'on vient de traiter, on est amené à en considérer deux (lames minces, bulles ...) → la force à prendre en compte est alors  $2\gamma\ell$  :



Une autre façon d'appréhender la notion de tension superficielle est de considérer le phénomène d'un point de vue énergétique. La surface de la lame représentée sur le schéma compte tenu de ses deux faces vaut  $2x\ell$ . Si on veut déplacer le côté CD d'une longueur  $dx$  dans des conditions réversibles, il faut fournir le travail  $dW = Fdx$ , d'où un travail à fournir par unité de surface créée :

$$\frac{dW}{dS} = \frac{Fdx}{2\ell dx} = \frac{2\gamma\ell}{2\ell} = \gamma$$

**La tension superficielle  $\gamma$  correspond donc à l'énergie à fournir pour créer un mètre carré de surface.** Elle a donc indifféremment la dimension d'une force par unité de longueur ou d'une énergie par unité de surface (la première dimension est la plus employée). De plus, on peut montrer que ce travail correspond d'un point de vue thermodynamique à l'énergie libre  $F$  de l'interface si  $T = \text{cte}$ . De façon rigoureuse, on doit écrire (attention,  $S$  correspond à la surface dans la dérivée partielle et à l'entropie dans l'énergie libre) :

$$\gamma = \left( \frac{\partial F}{\partial S} \right)_{T, V, n} \quad \text{Avec} \quad F = U - TS$$

Comme on sait que les seules structures thermodynamiques stables à température constante sont celles pour lesquelles l'énergie libre est minimale, on justifie ainsi le fait que **les structures stables seront celles qui minimisent la surface de l'interface.**

## I.2 Manifestation des effets de surface

Ces effets ne sont plus négligeables lorsque le volume de la masse liquide, auquel sont proportionnelles les forces de pesanteur, est faible par rapport à sa surface. Il en est ainsi :

- dans les très petites gouttes, car leur surface ( $4\pi r^2$ ) devient de plus en plus grande par rapport à leur volume ( $4\pi r^3/3$ ) lorsque leur rayon  $r$  diminue. Ainsi, les très petites gouttes sont presque rigoureusement sphériques (on rappelle que la sphère est la figure qui a la surface minimum pour un volume donné), tandis que dans les plus grosses, la pesanteur joue un rôle de plus en plus important. C'est sur ce phénomène qu'est fondée la fabrication des grains de plomb, qui se solidifient brusquement en tombant dans l'eau.

- dans les lames liquides dont l'épaisseur est très faible par rapport aux deux autres dimensions. Les formes que prennent ces lames tendent à réduire le plus possible la surface de la lame liquide.

- dans les tubes de faible diamètre (capillaires) ou dans toute autre couche fine de liquide.

## I.3 Pression due à la courbure d'une interface

Un petit contour circulaire pris dans la surface libre plane d'un liquide en équilibre est soumis à des forces de tension superficielle situées dans son plan et dont la résultante est nulle. Si en revanche la surface est incurvée, par exemple si elle limite une goutte de liquide ou une bulle de gaz dans le liquide, le même contour limite une calotte sphérique, et les forces de tension superficielle auxquelles il est soumis ont maintenant une résultante dirigée vers l'intérieur.



Il en résulte qu'il doit régner dans une goutte ou une bulle sphérique en équilibre, une pression supérieure à la pression externe. Cette surpression est donnée par la formule de Laplace qui s'écrit dans le cas d'une bulle :

$$\Delta P = 4. \gamma / R$$

Cette formule peut se généraliser au cas d'une surface de courbure quelconque en définissant localement deux rayons de courbure suivant deux directions orthogonales (cf. [2], p. 320 ou [3], p. 388). La formule de Laplace s'écrit alors :

$$\Delta P = \gamma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

#### I.4 Compétition avec les forces de gravité

Lorsqu'il y a compétition entre la tension superficielle et la gravité, on peut déterminer une longueur caractéristique. En effet, la force gravitationnelle par unité de volume est donnée par  $\rho g$ , alors que la tension superficielle est donnée par  $\gamma L$ . Si on compare les deux forces on peut faire ressortir une longueur caractéristique appelée longueur capillaire :

$$\frac{1}{k} = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}}$$

Si la dimension de l'objet (rayon du capillaire, largeur d'une goutte, ...) est inférieure à  $1/k$ , les forces de tension superficielle vont dominer (montée capillaire importante, goutte quasi-sphérique, ...). Dans le cas contraire, ce sont les forces gravitationnelles qui domineront (peu de montée capillaire, goutte aplatie, ...).

#### I.5 Aspects pratiques

La plupart des manipulations proposées ci-après peuvent être réalisées pour un ensemble de liquides avec des tensions superficielles différentes. Voici à titre indicatif les valeurs de tensions superficielles pour différents liquides (source : Handbook 91<sup>ème</sup> édition ; % donnés en masse de soluté) :

Liquide	Eau (20°C)	Eau (25°C)	Eau (50°C)	Eau + 10 % Ethanol (25°C)	Eau + 40% Ethanol (25°C)	Éthanol (25°C)	Glycérol (25°C)
$\gamma$ (mN.m <sup>-1</sup> )	72,74	71,97	67,94	47,53	30,16	21,97	62,5

Malgré sa tension superficielle plus faible, on conseille d'utiliser de l'alcool pour les expériences de montée capillaire car il mouille mieux le verre et il est moins sensible aux impuretés sur les parois. Il monte ainsi mieux que l'eau.

#### Nettoyage des surfaces :

Les expériences sont très sensibles à la présence d'impuretés. Il est donc impératif d'**utiliser du matériel propre** ! Pour le nettoyage, on peut utiliser de l'alcool qui permet de dissoudre les graisses (traces de doigt, ...). On peut aussi se servir de vinaigre blanc qui permet quant à lui de dissoudre les dépôts calcaires.

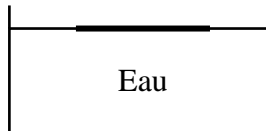
## II EXPERIENCES QUALITATIVES

### II.1 Mise en évidence du phénomène

On illustre par une expérience simple l'apparente contradiction aux lois de l'hydrostatique. Cette expérience peut servir d'introduction lors de la présentation du montage.

Manipulation :

[1], p. 39

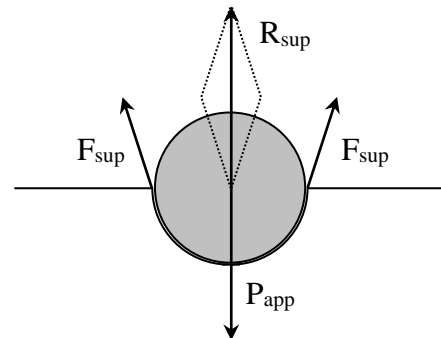


Une aiguille pas trop lourde ou une lame de rasoir posée sur sa plus grande surface flotte. La densité de l'acier étant voisine de 8, il y a une contradiction apparente avec le principe d'Archimède.

Analyse :

Si on observe la surface du liquide autour du corps flottant, on constate que cette surface est déformée par le poids apparent (compte tenu de la poussée d'Archimède) de l'objet, un peu comme le serait une membrane élastique :

Le liquide présentant une tension de surface, il exerce des forces sur tout le périmètre de l'objet qui sont tangentes à la surface de l'eau et qui tendent vers la verticale si le poids de l'objet est suffisant. On peut, sur l'exemple de l'aiguille, estimer le diamètre maximal assurant la flottaison compte tenu de son poids. Si on néglige la poussée d'Archimède (hypothèse raisonnable vu la densité de l'acier), on aura à la limite de flottaison :



$$P_{aiguille} = \rho V g \approx \rho \pi r^2 l g = F_{sup} = \gamma(2l + 4r) \approx 2l\gamma$$

On peut en déduire une estimation du rayon maximal de l'aiguille

$$r_{max} = \sqrt{\frac{2\gamma}{\pi \rho g}} \approx 0,8 \text{ mm}$$

L'expérience peut cependant être délicate à réussir même si l'on respecte cette condition. On peut graisser ou cirer l'aiguille pour diminuer le mouillage (mauvaise affinité entre l'eau et les corps gras). On peut aussi faciliter la dépose sur la surface de l'eau en plaçant d'abord une feuille de papier Joseph ou un morceau de mouchoir en papier à défaut. On pose l'aiguille dessus puis on fait délicatement couler le papier. L'expérience est nettement plus facile avec une lame de rasoir car elle présente un périmètre plus important (bords extérieurs + bord des « dentelures » intérieures) → les forces de tension superficielles sont plus fortes. De plus, c'est une structure moins compacte et la poussée d'Archimède se fait plus sentir lorsque la lame s'enfonce. On peut assez facilement rajouter de petites surcharges sans la faire couler.

Remarques :

On peut réaliser une boussole flottante en aimantant l'aiguille. L'intérêt d'un tel système est que l'aiguille est soumise à un frottement fluide lorsqu'elle s'oriente dans le champ magnétique terrestre. Ce frottement retarde l'alignement mais ne l'empêche pas. Il n'en est pas de même lorsqu'une boussole est montée sur un pivot : il y a frottement solide et la flèche peut s'immobiliser dans une direction légèrement différente de celle prévue. La boussole flottante est donc plus fiable de ce point de vue.

Le mouillage faible et les forces de tension superficielle expliquent pourquoi certains insectes sont capables de « marcher » sur l'eau. Le bout de leurs pattes est recouvert d'une

substance cireuse ou huileuse qui repousse les molécules d'eau et les empêche de couler (des griffes non enduites de cires leur permettent de se déplacer).

## II.2 Caractérisation des forces de tension superficielles

Expériences sur les lames de

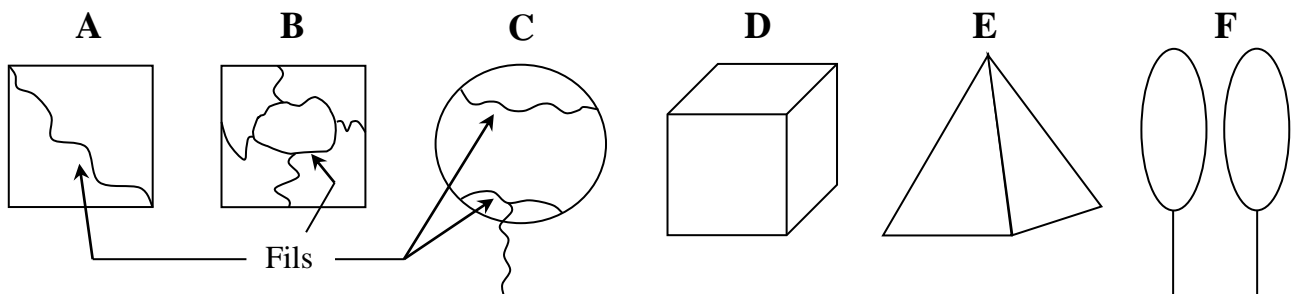
savon.

### Solution :

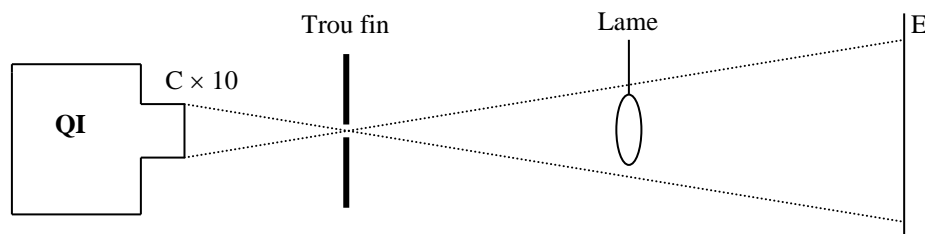
Faire un mélange d'eau (65 %), de liquide vaisselle (20 %), de glycérine (10 %) et de sucre (5 %). Le savon contient des acides gras qui produisent une couche mono moléculaire de chaque côté de la lame d'eau qu'on forme. Ces couches protègent et stabilisent la lame d'eau (cf. [4], p. 484). La glycérine et le sucre quant à eux limitent l'évaporation de la lame (cf. [2], p. 314). On obtient ainsi facilement des lames liquides stables.

### Cadres :

On dispose des objets suivants



On rendra l'expérience visible de loin en formant une ombre qui agrandit les lames à l'aide du montage suivant (on peut aussi utiliser une caméra reliée à un vidéo projecteur) :



### Première expérience :

On plonge l'objet A dans l'eau savonneuse et on perce un des côtés de la lame : le fil prend la forme d'un demi-cercle. On plonge de même l'objet B et on perce la lame du centre : la boucle centrale prend la forme d'un cercle. Ces deux expériences montrent que les forces de tension superficielles agissent également sur chaque élément de fil et normalement à celui-ci, ce qui illustre la loi  $\vec{F} = \gamma \cdot d\ell \cdot \vec{n}$ . Ces forces tendent à diminuer l'aire de la surface liquide  $\rightarrow$  on illustre la loi  $W = \gamma \cdot S$ . L'observation des gouttes de très petites dimensions confirme ce fait : la sphère est la figure qui a la surface minimum pour un volume donné.

### Deuxième expérience :

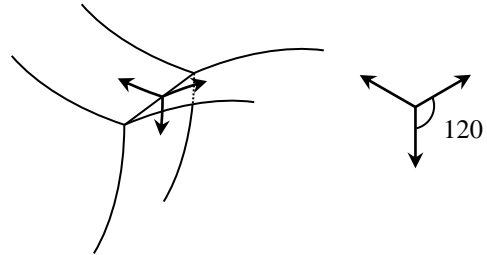
On plonge l'objet C et on perce les parties supérieures et inférieures de la lame. Si on tire sur le fil inférieur, on constate que cela n'a aucune action sur la forme du fil supérieur. On illustre ainsi que la force par unité de longueur ne dépend pas de la surface de la lame. Le comportement est donc très différent de celui d'une lame élastique usuelle (ballon de baudruche). Cette affirmation, toujours vraie dans le cas d'un corps pur, est à nuancer dans le cas d'un ajout de produit surfactant (produit qui abaisse  $\gamma$ ). La tension superficielle dépend alors de la concentration surfacique de savon. Cependant, le caractère moléculaire de ce type de produit (cf. § 3.5) fait qu'une très faible quantité suffit en général pour saturer la surface (la tension superficielle

devient très vite indépendante de la quantité ajoutée) donc la lame de savon à le comportement d'une lame de corps pur.

### Troisième expérience :

On plonge les objets D et E. On peut interpréter les formes obtenues en termes de surface minimum et la symétrie observée doit obéir aux lois de Curie (cf. [5]). On peut vérifier que **l'angle de raccordement vaut  $120^\circ$  lorsque 3 lames se raccordent sur une arête commune (attention, les lames ne sont pas planes) :**

Ceci est encore une conséquence de la loi  $\vec{F} = \gamma \cdot \ell \cdot \vec{n}$  : quelle que soit sa taille, chaque lame exerce la même force sur cette arête de longueur  $\ell$ . Les trois forces agissant sur cette arête étant alors égales, elles doivent faire des angles de  $120^\circ$  pour s'annuler (l'équilibre entre 3 forces identiques est impossible sinon).



### Quatrième expérience :

Avec l'objet F, on obtient généralement une lame sur chaque anneau. Pour obtenir une lame unique les liant (ce qui correspond à une surface plus faible s'ils sont suffisamment proches - cf. [6], p.294), il faut transitoirement les rapprocher et souffler pour que les deux lames adhèrent l'une à l'autre. Le signe des rayons de courbure principaux (cf. [2], p. 320) en un point de la lame doivent être opposés (les deux côtés de la lame étant à la pression atmosphérique, la loi de Laplace impose  $1/R + 1/R' = 0$ ) mais il est cependant difficile de le vérifier quantitativement.

## **II.3 Illustration de la formule de Laplace**

Rappelons que c'est une loi générale de la tension superficielle. Dans le cas d'une bulle de savon, elle s'écrit :

$$\Delta P = 4\gamma/R$$

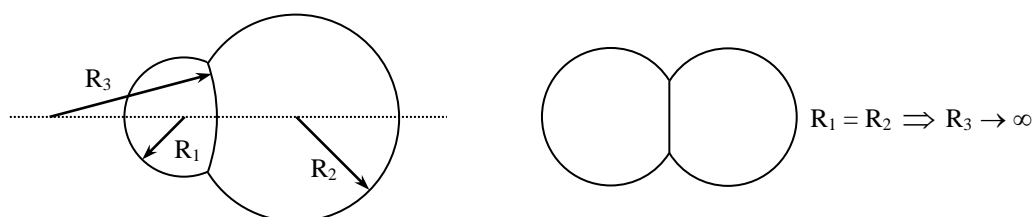
Où  $R$  est le rayon de la bulle et  $\Delta P$  la surpression à l'intérieur de la bulle.

### Manipulation 1 :

On peut mettre en évidence cette surpression par l'expérience suivante : on forme une bulle avec un petit entonnoir puis on présente sa petite embouchure devant une bougie allumée. La bulle se dégonfle spontanément et le souffle qui en résulte perturbe la flamme.

### Manipulation 2 :

On peut montrer la dépendance en  $1/R$  de la surpression en accolant deux bulles de rayon de courbure respectifs  $R_1$  et  $R_2$ . Elles sont alors séparées par une calotte sphérique de rayon de courbure  $R_3$ . Le côté convexe de l'interface est toujours dirigé vers la bulle la plus grosse et cette interface devient plane lorsque les deux bulles ont le même rayon :



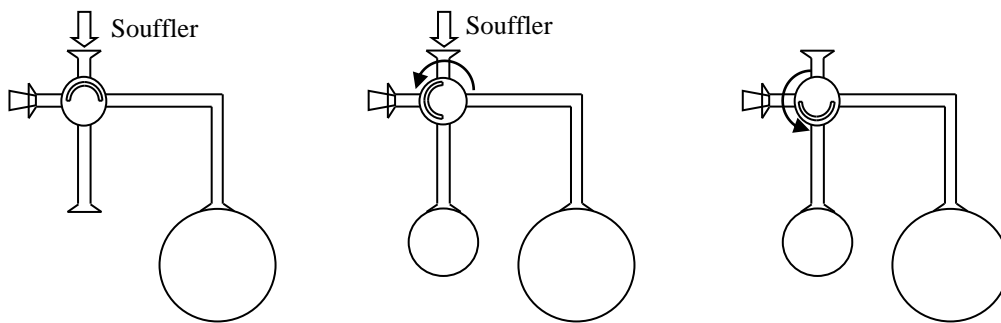
Ces observations se justifient facilement par la formule de Laplace. L'interface intermédiaire est en effet soumise à la différence de pression :

$$P_1 - P_2 = 4\gamma \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = 4\gamma \frac{1}{R_3}$$

Accoler des bulles peut être une opération délicate. On peut faciliter l'expérience en posant les bulles sur une plaque de verre mouillée (si on utilise un miroir, on s'apercevra que la bulle une fois posée prend la forme d'un hémisphère car elle donne une sphère avec son image).

### Manipulation 3 :

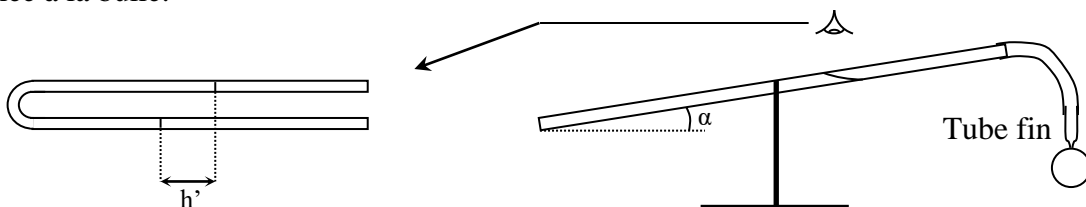
C'est la manipulation classique de la grosse bulle qui mange la petite.



On place le dispositif décrit ci-dessus sur un pied. On forme successivement à chaque extrémité du "générateur de bulles" des bulles de tailles différentes. On les met en communication et on observe la conséquence.

### Manipulation 4 :

Si on dispose d'un micro manomètre, on peut mesurer la surpression dans une bulle pour vérifier quantitativement la formule de Laplace. On peut utiliser à défaut un manomètre différentiel en utilisant un tube coudé rempli d'alcool dont une extrémité sera à l'air libre et l'autre sera reliée à la bulle.



On a alors  $\Delta P = \rho \cdot g \cdot h$ . La différence de pression à mesurer étant très faible (de l'ordre de la dizaine de Pascal pour une bulle de 1 cm de rayon), on incline le tube pratiquement à l'horizontale pour augmenter la sensibilité de la mesure ce qui conduit à  $\Delta P = \rho \cdot g \cdot h' \cdot \sin \alpha$ . La difficulté consiste alors à mesurer l'angle  $\alpha$  qui est faible. L'idéal est de disposer d'un inclinomètre. Si on n'en a pas, on peut poser le tube sur une surface parfaitement horizontale (contrôle avec un niveau précis) et surélever un côté du dispositif avec une cale de hauteur connue pour en déduire l'angle d'inclinaison. Il ne faut pas s'attendre à une grande précision mais on peut vérifier l'ordre de grandeur. Voici à titre d'exemple le résultat d'une mesure pour une bulle de rayon  $R = 1$  cm :

$$\left. \begin{array}{l} \alpha = 5^\circ \\ h' = 2 \text{ cm} \\ \rho_{\text{éthanol}} = 790 \text{ kg.m}^{-3} \end{array} \right\} \rightarrow \Delta P = 13,5 \text{ Pa}$$

L'eau savonneuse ayant typiquement une tension de surface  $\gamma = 30 \text{ mN.m}^{-1}$  (cf. § III.5), on trouve par la formule de Laplace  $\Delta P = 12 \text{ Pa}$ .

### III TENSIOMETRE A LAME MOUILLEE

Ce dispositif sert à mesurer la tension superficielle des liquides. Les mesures étant très sensibles à la présence d'impuretés, il faut utiliser du matériel **propre et nettoyé à l'alcool** (cf. § I.5).

#### III.1 Principe de la mesure : méthode de Wilhelmy

On mesure avec un dynamomètre la force qui s'exerce sur une lame solide lorsqu'elle affleure la surface libre d'un liquide → la lame mince est soumise de la part du liquide à une force dirigée vers le bas qui vaut :

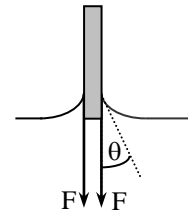
$$F_{\text{totale}} = L\gamma\cos\theta$$

L : **périmètre total** de la lame

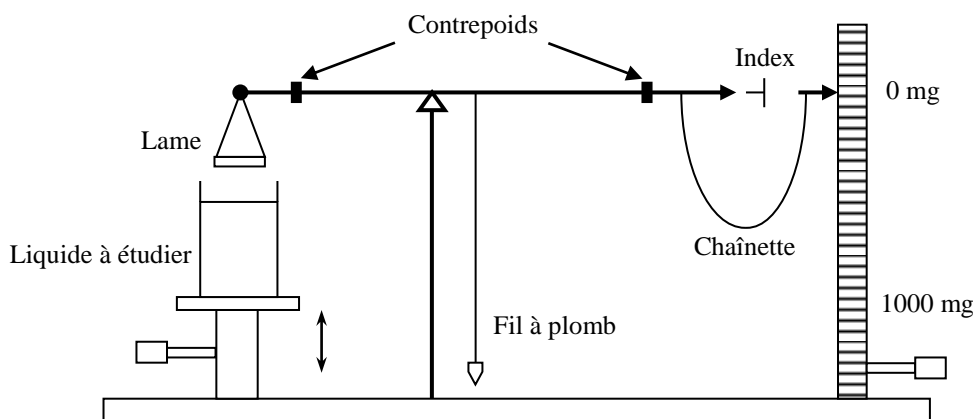
$\theta$  : angle de raccordement du liquide sur la lame

$\gamma$  : tension superficielle du liquide étudié.

La mesure de la force conduit directement à la valeur de  $\gamma\cos\theta$ .



#### III.2 Dispositif expérimental



Deux points importants doivent être pris en compte :

La lame doit être complètement mouillée pour que l'angle de raccordement tende le plus possible vers 0 afin d'avoir  $\cos\theta \approx 1$ . Pour ce faire, on utilise une lame spécialement traitée pour être parfaitement mouillée par les liquides étudiés usuellement. Cette lame est fragile et, pour lui conserver ses caractéristiques, il faut **en prendre le plus grand soin (ne pas la poser directement sur la table) !**

**On doit s'assurer que le bord inférieur de la lame affleure la surface du liquide** au moment de la mesure (c'est le point le plus délicat de la manipulation) sinon on doit prendre en compte la poussée d'Archimède si la lame est enfoncée ou la masse de liquide soulevée dans le cas contraire.

#### Réalisation pratique des mesures :

On règle l'horizontalité du dispositif à l'aide du fil à plomb. La lame cylindrique doit être nettoyée à l'alcool ordinaire avant toute mesure. Ceci permet d'éliminer toute trace de graisse et de savon (la graisse empêche le mouillage parfait et le savon abaisse considérablement la tension superficielle de l'eau (voir ci-dessous)). On la sèche ensuite sans la poser à l'aide d'un sèche-cheveux (attention à ne pas envoyer de gouttes d'alcool dans l'appareil !) et on la replace sur la balance.

La chaînette étant sur zéro, on règle **au mieux** les contrepoids pour ajuster l'horizontalité du bras de la balance (flèche de la balance au niveau de l'index). Une



fois ce réglage effectué, on maintient manuellement le fléau dans cette position puis on remonte le béccher jusqu'à ce que l'anneau affleure la surface du liquide (on peut s'aider d'une caméra vidéo pour cette opération). La lame est alors attirée vers le liquide et plonge dedans. On relâche le fléau de la balance, on rétablit l'horizontalité du fléau au moyen de la chaînette et on lit la valeur de la masse qui équilibre la force de tension superficielle.

On conseille de refaire plusieurs fois la mesure : on redescend le béccher, on replace à la main la flèche de la balance au niveau de l'index puis on répète le mode opératoire précédent.

#### Exploitation :

On a  $m \cdot g \approx L \cdot \gamma$  lorsqu'on rétablit l'horizontalité ( $\cos\theta \approx 1$ ). Le cylindre a un diamètre extérieur  $\varnothing_{\text{ext}} = 1,9$  cm et un diamètre intérieur  $\varnothing_{\text{int}} = 1,7$  cm soit un diamètre moyen  $\varnothing_{\text{moy}} = 1,8$  cm. On a donc  $L = 2 \times \text{Circonférence} = 2\pi\varnothing_{\text{moy}}$  et la valeur de  $\gamma$  se calcule par la relation numérique :

$$\gamma(\text{mN.m}^{-1}) = 86,74 \times m(g)$$

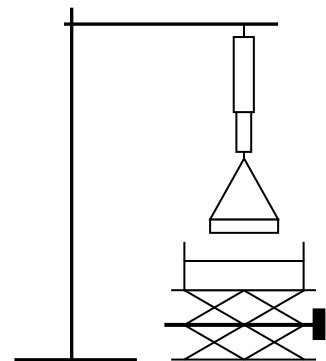
### **III.3 Autre dispositif possible**

On peut aussi effectuer une mesure à la limite de l'arrachement (méthode de Du Nouy) en utilisant un dynamomètre très sensible pour mesurer la force d'arrachement. Il faut alors retrancher le poids de l'anneau à vide.

#### Manipulation :

On nettoie l'anneau comme indiqué précédemment puis on le place sur un dynamomètre 0 - 5 grammes (graduation minimum : 0,05 g). On note la masse à vide  $m_0$  du dispositif puis on remonte le liquide jusqu'à ce que sa surface touche l'anneau qui plonge alors dans le liquide. On redescend ensuite le plus régulièrement possible le béccher à l'aide du plateau jusqu'à la limite de l'arrachement. On note la nouvelle masse  $m$  affichée par le dynamomètre et on en déduit  $\gamma$  par la relation :

$$(m - m_0) \cdot g = 2 \cdot \phi_{\text{moy}} \cdot \gamma$$



On peut comparer la précision et la reproductibilité de cette méthode avec la précédente.

### **III.4 Exemples de résultats**

Voici à titre indicatif une série de mesure effectuée avec de l'eau distillée par la méthode de Wilhelmy à 21 °C :

m (mg)	790	795	810	780	785	800	830	805	770
$\gamma$ (mN.m <sup>-1</sup> )	68,5	69	70,3	67,7	68,1	69,4	72	69,8	66,8

On obtient sur ces neuf mesures une valeur moyenne de 69,1 mN.m<sup>-1</sup> avec un écart type de 1,55 mN.m<sup>-1</sup> → on a donc (cf. [11], p. 8) :

$$\gamma = 69 \pm 2 \text{ mN.m}^{-1}$$

On pourrait étudier l'influence de la température en mesurant la tension superficielle d'une eau chaude (cf. [3], p. 388) mais les variations sont faibles :

T (°C)	0	20	40	60	80	100
$\gamma$ (mN/m)	75,6	72,7	69,5	66,2	62,6	58,9

→ Il faut un système de mesure précis et reproductible pour espérer montrer une différence significative (délicat en pratique). Il faut noter que l'abaissement de la tension superficielle avec la

température pour un corps pur va jusqu'à l'annulation au point critique : les phases liquide et gazeuse deviennent alors totalement miscibles et n'en forment plus qu'une seule. On peut donc présenter l'expérience du point critique comme une illustration.

On peut aussi mesurer aussi la tension superficielle de l'éthanol qui sera utilisé pour la loi de Jurin. Voici à titre indicatif le résultat d'une série de mesure à 21 ° C :

m (mg)	285	275	275	260	260	265	275
$\gamma$ (mN.m <sup>-1</sup> )	24,7	23,9	23,9	22,6	22,6	23,0	23,9

On obtient sur ces sept mesures une valeur moyenne de 23,5 mN.m<sup>-1</sup> avec un écart type de 0,81 mN.m<sup>-1</sup> → on a donc :

$$\gamma = 23,5 \pm 0,8 \text{ mN.m}^{-1}$$

On peut comparer cette valeur à celle donnée dans le Handbook (rechercher à « Surface Tension » - les valeurs sont données en dynes/cm ce qui correspond à des mN/m).

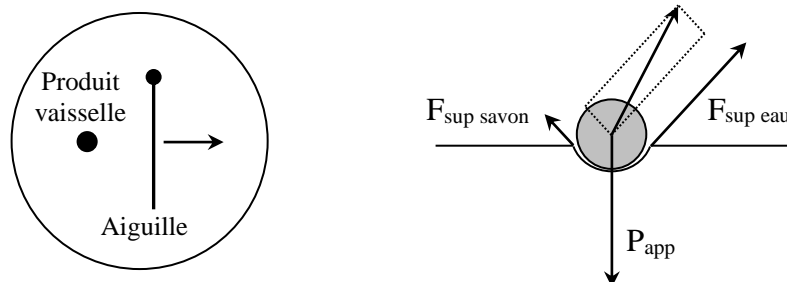
### III.5 Influence d'un agent surfactant

Ce type de produit (savon, liquide vaisselle...) diminue de façon notable la tension superficielle de l'eau (qui, il faut le noter, est très supérieure aux autres liquides courants).

#### III.5.1 Expériences qualitatives

Cet abaissement de la valeur de  $\gamma$  peut facilement être mis en évidence par les expériences suivantes.

##### Manipulation 1 :



On reprend l'expérience du § II.1 : si on dépose une goutte de produit vaisselle d'un côté d'une aiguille qui flotte en équilibre à la surface de l'eau, on s'aperçoit que l'aiguille est violemment repoussée du côté opposé et coule ensuite.

Sur le schéma, le produit vaisselle diminue fortement la tension de surface du côté gauche → la force de tension superficielle à droite devient plus forte et l'équilibre précédent est rompu : la nouvelle résultante des forces provoque le déplacement de l'aiguille vers la droite. Le produit vaisselle se répand ensuite sur toute la surface de l'eau (on reviendra sur ce point un peu plus loin), la tension superficielle redevient uniforme mais elle est beaucoup plus faible qu'auparavant. Elle n'est plus suffisante, en général, pour permettre à l'aiguille de flotter.

##### Manipulation 2 :

On peut aboutir à la même conclusion en réalisant une boucle avec un morceau de fil très fin et très souple (type fil à coudre) d'environ 15 cm qu'on dépose à la surface d'une eau pure (faire en sorte que la totalité du fil soit en contact avec la surface). Elle adopte en général une forme quelconque et reste en équilibre, ce qui signifie que l'ensemble des forces qui agissent sur elle admet une résultante nulle. Si on fait alors tomber une goutte de liquide vaisselle au milieu de la boucle, elle prend dans un premier temps la forme d'un cercle (cette forme ne se maintient pas en

général à cause de la diffusion du savon à l'extérieur de la boucle ; c'est aussi pour cette raison qu'il faut bien poser le fil). Ce résultat s'explique par l'abaissement de la tension de surface que provoque le liquide vaisselle à l'intérieur de la boucle → les forces de tension superficielles sont plus fortes à l'extérieur et l'emportent sur celles qui agissent à l'intérieur. La forme adoptée par la boucle justifie la loi  $\vec{F} = \gamma \cdot d\ell \cdot \vec{n}$  et la tendance du système à minimiser la surface de la partie présentant la plus forte tension superficielle.

### III.5.2 Mesures

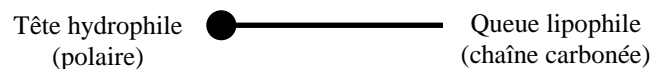
On reprend l'un ou l'autre des dispositifs de mesure de  $\gamma$  avec de l'eau distillée. On ajoute du savon goutte par goutte et on mesure à chaque fois la nouvelle valeur de  $\gamma$ . On mesure aussi la tension superficielle du liquide servant à réaliser les lames de savon. Voici à titre indicatif le résultat d'une série de mesure :

	Une goutte	Deux gouttes	Trois gouttes	Six gouttes	Liquide à bulle
$\gamma_{\text{moy}} \text{ (mN.m}^{-1}\text{)}$	54	35	32	31	30,5

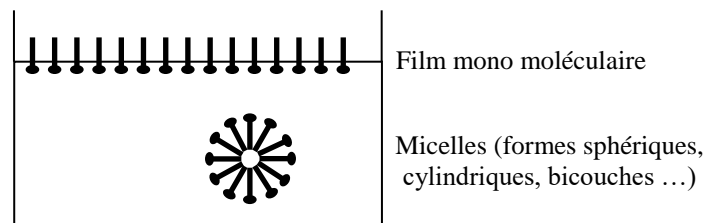
On s'aperçoit que la tension superficielle chute très rapidement puis devient  $\approx$  indépendante de la quantité ajoutée de savon. Ce comportement s'explique par la structure moléculaire du tensioactif. Tous les agents surfactants ont en effet une structure commune : ce sont des molécules dites amphiphile, c'est-à-dire qu'elles comportent au moins deux entités au comportement opposé vis à vis du solvant :

- une tête polaire (chargée ou non) hydrophile qui favorise la dissolution de la molécule dans les solvants fortement associés comme l'eau. L'interaction solvant/tête hydrophile est de nature électrostatique (liaisons hydrogène...).

- une queue, formée de chaînes ou cycles hydrocarbonés, qui est hydrophobe ou plutôt lipophile et qui assure l'effet détergent.



Lorsqu'on introduit une telle molécule dans l'eau, sa partie hydrophobe a tendance à fuir la solution ; elle se place spontanément à l'interface qui lui procure un espace disponible et lui permet de se stabiliser. Il se forme alors un film mono moléculaire à la surface de l'eau qui provoque un abaissement rapide de la tension superficielle. Mais très vite, l'interface ne se voit plus capable d'accueillir de nouvelles molécules. Elle se sature et, à partir de là, la tension superficielle ne diminue plus. Les nouvelles molécules ont ensuite tendance à se regrouper en micelle au sein du liquide pour se stabiliser :



#### Retour sur les lames de savon :

Les lames de savon que l'on réalise sont de ce fait des membranes constituées principalement d'eau qui sont recouvertes de molécules de tensioactifs sur les deux faces (cf. [4], p. 484). C'est cette constitution qui permet de créer plus facilement des lames qu'avec de l'eau pure. L'abaissement de la tension superficielle permet de créer de la surface plus facilement mais c'est la structure même de la lame qui est responsable de sa stabilité. Imaginons par exemple que l'on déchire localement la couche mono moléculaire : de l'eau apparaît alors temporairement en surface, ce qui provoque une augmentation locale de  $\gamma$  et de l'énergie de surface.

Les forces de tension superficielles réagissent alors de façon à faire disparaître cette zone qui « coûte cher » en refermant la couche mono moléculaire. Cela explique pourquoi on peut assez facilement traverser une lame de savon avec un objet préalablement mouillé. De même, si une lame de savon est brusquement déformée et étirée localement, la concentration de savon dans la partie qui a augmentée de surface est plus faible, la tension de surface locale y devient plus forte qu'ailleurs et il apparaît une force de rappel qui tend à lutter contre la déformation initiale. Cet effet, qui n'existe pas avec les liquides purs, explique aussi la longévité des bulles de savon. Le facteur qui limite ensuite la durée de vie des bulles est l'évaporation vu la grande surface de contact avec l'atmosphère pour le peu de liquide mis en jeu. On atténue ce phénomène en rajoutant dans l'eau des produits qui augmentent sa viscosité.

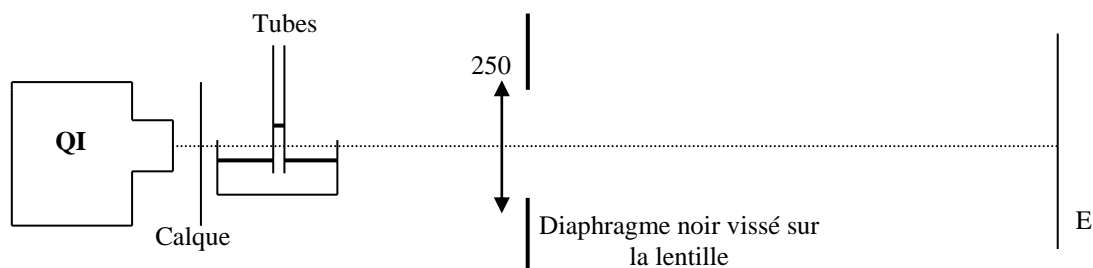
#### IV LOI DE JURIN

On propose de vérifier la loi de Jurin qui prévoit l'ascension des liquides dans les tubes capillaires. Dans le cas d'un mouillage parfait la hauteur d'ascension est donnée par la relation (cf. [4], p. 469 ou [2], p. 324) :

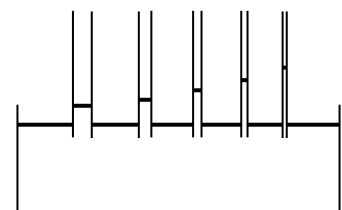
$$h = \frac{2\gamma}{\rho g r}$$

##### Manipulation :

Il vaut mieux réaliser l'expérience avec de l'alcool pur car l'eau pose trop de problèmes de mouillage. On utilise plusieurs tubes de différents diamètres (ils doivent être propres et secs au départ). On fait l'image des tubes avec une lentille pour mesurer l'ascension dans les tubes.



On place le récipient contenant les tubes sur un plateau ajustable en vertical **et horizontal** pour permettre de placer successivement les différents tubes au centre de l'image. On limite ainsi les aberrations géométriques susceptibles de fausser les mesures. Tous les tubes doivent être dans un même plan afin que chaque image soit nette au cours du déplacement. On mesure sur l'écran les différentes dénivellations ainsi que le diamètre des tubes.



Afin de connaître le grandissement de la projection, on remplace ensuite les tubes par une règle graduée transparente et on ajuste sa position pour avoir une image nette **sans toucher à la lentille ni à l'écran !** On trace ensuite la courbe  $h = f(1/r)$  où  $h$  est l'ascension du liquide dans le tube et  $r$  le rayon du tube. Comme on a  $h = 2\gamma/r\rho g$ , on déduit  $\gamma$  de la pente de la courbe obtenue. On s'affranchit ainsi de l'incertitude sur la position de la surface libre du liquide. On peut comparer le résultat obtenu à celui donné dans les tables.

##### Remarque :

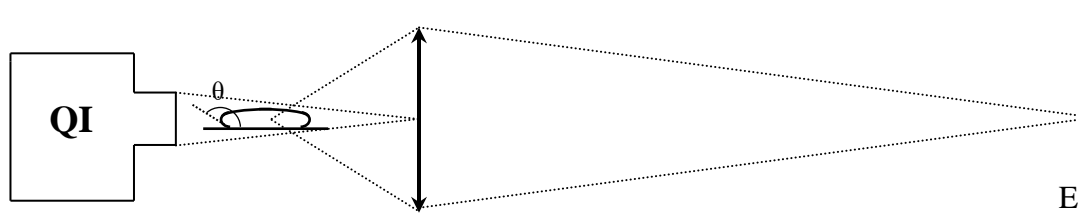
Les diamètres d'origine des tubes capillaires étaient  $\varnothing = 1 ; 1,5 ; 2 ; 3$  et  $4$  mm mais il se peut qu'ils aient été remplacés donc le plus sûr est de les mesurer (ne pas oublier qu'il faut le rayon dans la formule). Il faut alors **effectuer la mesure sur la partie immergée du tube** (pourquoi à votre avis ?).

Autre manipulation possible :

On peut aussi montrer l'ascension d'un liquide entre deux lames planes très voisines. La hauteur d'ascension est toujours donnée par la formule  $h = 2\gamma/d\rho g$  ou  $d$  est la distance entre les lames. Elle varie donc en inverse de cette distance. Si l'angle est très petit, on observe alors une hyperbole équilatère (cf. [4], p. 471 ou [1], p. 45).

**V LIQUIDE AU CONTACT D'UN SOLIDE ; ANGLE DE RACCORDEMENT****V.1 Mise en évidence**

Il s'agit de comparer l'étalement d'une goutte d'eau sur deux matériaux différents : le verre et le Téflon. Ces matériaux doivent être bien nettoyés à l'alcool avant toute expérience. On dispose une grosse goutte d'eau distillée (= 2 cm de diamètre) sur le parallélépipède en verre et sur celui en Téflon. On forme l'image des gouttes comme indiqué sur le schéma ci-dessous en utilisant les faces les moins épaisses des parallélépipèdes pour améliorer l'image et en diaphragmant éventuellement la lentille pour augmenter la profondeur de champ :



La comparaison des angles de contact montre que l'eau mouille le verre ( $\theta < \pi/2$ ) alors qu'elle ne mouille pas le Téflon ( $\theta > \pi/2$ ). Les vêtements en Goretex sont une application directe de ce phénomène : il s'agit d'un tissu de Téflon percé de très petits trous (diamètre =  $0,2 \mu\text{m}$ ) qui laisse passer la vapeur d'eau dégagée par le corps humain mais pas l'eau sous forme liquide. On retiendra donc que les vêtements en Goretex se nettoient toujours à l'alcool !!

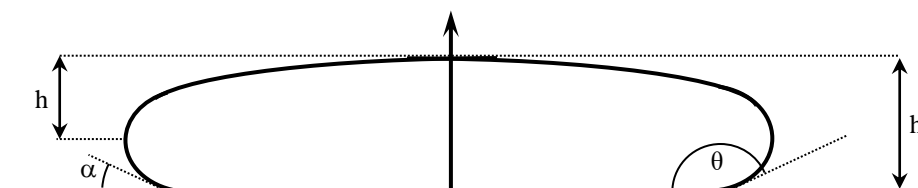
Remarque :

L'expérience avec le verre dépend de l'état de surface, l'eau mouille moins si le verre est sale car, comme c'est un mauvais solvant pour les composés organiques, la sensibilité des résultats aux contaminations chimiques est très grande. On peut aussi reprendre l'expérience avec la face diffusante du bloc de verre ; l'eau mouille-t-elle autant ? On met ainsi en évidence l'effet important de l'état de surface (effet mis à profit en super hydrophobie).

**V.2 Mesure de la tension superficielle du mercure ( $\theta > \pi/2$ )**

[4], p. 472.

On peut exploiter quantitativement le cas d'une goutte de mercure sur du verre (le mercure ne mouille pas le verre). On projette son image comme précédemment (**mettre la goutte sur une face translucide de la cuve en verre**) et on mesure les valeurs de  $h$  et  $h'$  indiquées ci-dessous :



On ramène ces mesures à leur taille réelle en tenant compte du grossissement du montage (on détermine le grandissement de la projection en remplaçant la goutte par une règle graduée transparente et en ajustant sa position pour avoir une image nette **sans toucher à la lentille et à**

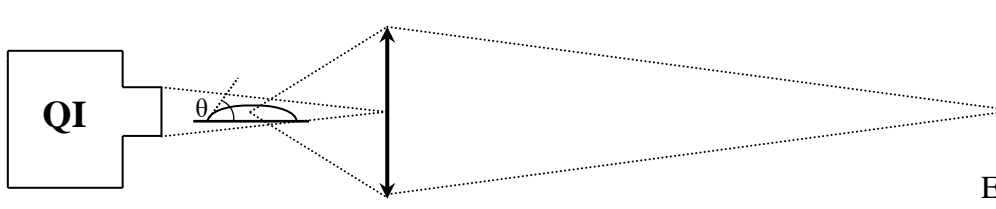
**l'écran).** On en déduit une valeur approchée de la constante de tension superficielle du mercure et de l'angle de mouillage  $\theta = \pi - \alpha$  à l'aide des relations suivantes (**attention** : ces formules ne sont valables que pour une goutte suffisamment large pour qu'on puisse la considérer comme plane dans sa partie supérieure) :

$$\boxed{h = \sqrt{\frac{2\gamma}{\rho g}}} \quad \boxed{h' = \sqrt{\frac{2\gamma(1 + \cos \alpha)}{\rho g}}} \quad (\text{cf. [4], p. 474})$$

On peut comparer la valeur obtenue pour  $\alpha$  ou  $\theta$  à celle estimée sur la projection.

### V.3 Mesures en cas de mouillage ( $\theta < \pi/2$ )

On peut reprendre la manipulation précédente avec d'autres liquides (eau, alcool, ...) mouillant le support à condition que le liquide ne mouille pas trop la surface ( $\theta \approx 45^\circ$ ). Il vaut mieux utiliser une surface métallique plutôt que du verre car le mouillage est alors trop important, et déposer une goutte suffisamment grosse afin que son sommet soit plat (condition nécessaire pour que la formule ci-dessous soit valable) :



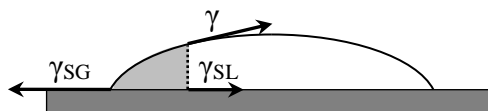
#### Manipulation 1 :

On peut mesurer l'angle de contact  $\theta$  ainsi que la hauteur  $h$  de la goutte qui doivent théoriquement vérifier la relation (cf. [12], p.41) (où  $k$  est la longueur capillaire) :

$$h = \frac{2}{k} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

#### Manipulation 2 :

Profil de la goutte ; équilibre hydrostatique (plus délicat)



On ne peut pas ajuster directement la forme de la goutte par une fonction, car l'équation différentielle qui la définit est un peu compliquée. Par contre on peut vérifier que la forme de la surface vérifie bien cette équation (ce qui, au final, revient au même). Si on considère une portion de fluide (en gris sur la figure), il est soumis aux forces de pression exercées par le reste de la goutte. Si la goutte est suffisamment aplatie, on peut considérer que la courbure est nulle au sommet, et donc que la pression du liquide en ce point vaut la pression atmosphérique. On en déduit ensuite la pression en fonction de l'altitude. Finalement, l'intégration des forces de pression sur la surface de séparation donne :

$$\rho g(ez - z^2/2)$$

Où  $z$  est l'épaisseur de la goutte en un point et  $e$  l'épaisseur maximale.

Les forces de tensions superficielles sur la portion de fluide doivent compenser les forces de pression. On obtient donc l'égalité :

$$\rho g(ez - z^2/2) = \gamma \cos \theta_z + \gamma_{LS} - \gamma_{SG}$$

où  $\theta_z$  est l'inclinaison de la surface en ce point. On peut relier cet angle à la pente de la surface. Celle-ci vaut  $\tan(\theta_z)$ . En utilisant les relations entre cosinus et tangente, on obtient :

$$\cos \theta_z = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2}}$$

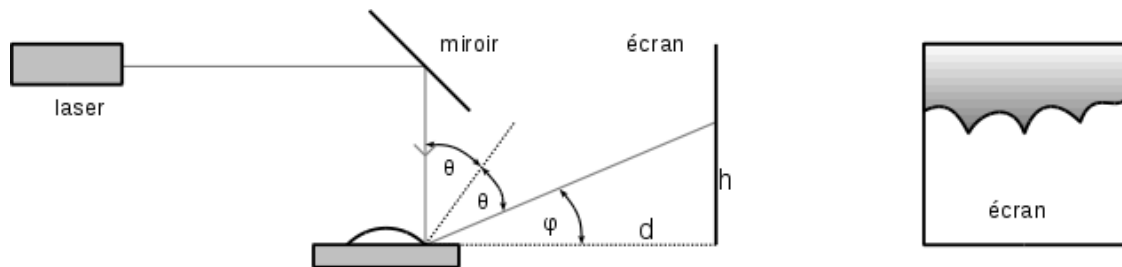
On peut prendre une image de l'écran à l'aide d'une webcam, faire un relevé des points et les calculs sur synchronie (ne pas prendre des points trop serrés pour pouvoir calculer la dérivée). On trace  $\cos(\theta)$  en fonction de  $z$  pour remonter à la longueur capillaire et  $\gamma_{SG} - \gamma_{SL}$ .

#### V.4 Mesure de l'angle de contact par réflectométrie optique

[12], p. 43 ou [7], p.

64.

Cette manipulation permet de mesurer des angles de contact faibles ( $\theta < 45^\circ$ ), comme typiquement celui de l'eau sur du verre (dans le cas contraire, il vaut mieux effectuer une observation directe comme indiqué précédemment). Dans l'expérience décrite en [12] page 43, la goutte est éclairée par un faisceau laser vertical, et elle réfléchit un cône de lumière dont l'ouverture dépend directement de l'angle de contact. Cependant, dans le cas d'une goutte d'eau, l'angle de contact vaut  $\approx 30^\circ$  et l'ouverture du cône vaut donc  $\approx 120^\circ$  ! La tache lumineuse est donc très large et si peu intense qu'on ne peut la voir avec les lasers utilisés en TP. Pour pallier à cet inconvénient, on peut réaliser le montage alternatif suivant :



On règle l'horizontalité de la plaque de verre au moins dans la direction de l'écran et on ajuste l'orientation du laser de façon à ce que son faisceau arrive perpendiculairement sur la plaque (le faisceau réfléchi doit revenir sur le laser ; erreur inférieure dans ce cas à  $1^\circ$ ). On place alors la goutte de liquide en s'arrangeant pour que le faisceau laser touche la ligne de raccordement.

#### Mesures :

La figure en dents de scie que l'on observe alors sur l'écran est due aux variations de l'inclinaison de la surface sur le bord de la goutte (dus à la rugosité de la surface ou à la présence d'impuretés). Pour un écran placé à une distance  $d = 20$  cm, on trouve généralement une hauteur  $h$  variant entre 4 et 6 cm. On peut facilement en déduire l'angle  $\phi$ , puis l'angle de contact  $\theta$ . On trouve avec ces valeurs un angle de contact variant entre  $36,6^\circ$  et  $39,3^\circ$ , avec une précision sur ces 2 valeurs de l'ordre de 3%.

#### Remarques :

On peut noter qu'il est possible, avec cette mesure, de remonter à la différence de tension superficielle solide/liquide ( $\gamma_{SL}$ ) et air/solide ( $\gamma_{SG}$ ) puisque l'angle de contact vérifie la relation (cf. § V.3 avec  $z = 0$  à la ligne de raccordement) :  $\gamma \cos \theta = \gamma_{SG} - \gamma_{LS}$ . Cela suppose

évidemment d'avoir mesuré au préalable  $\gamma$  (par une méthode citée au § III par exemple). Cependant, le résultat obtenu n'est pas comparable avec des données tabulées car les informations disponibles dans la littérature sur ce sujet font plutôt référence aux valeurs typiques d'angles de contact.

On peut en revanche se servir de ce résultat pour effectuer une vérification de la loi de Jurin avec de l'eau. Il suffit de mesurer la tension superficielle liquide/air (par exemple par arrachement), de mesurer l'angle de contact (pour du verre) par la méthode que l'on vient d'indiquer et enfin, de mesurer la montée capillaire  $h$  pour le même liquide (dans des tubes en verre). On peut alors comparer la mesure de  $h$  avec son calcul par la formule suivante où l'on tient compte de l'angle de contact (au contraire de la manipulation du § IV où l'on a pris de l'alcool pour pouvoir supposer un angle  $\theta$  tendant vers 0) :

$$h = \frac{2\gamma \cos\theta}{\rho g R}$$

## **VI INFLUENCE DE LA TENSION SUPERFICIELLE SUR LA PROPAGATION DES ONDES A LA SURFACE D'UN LIQUIDE**

Ce type d'onde dépend de la gravité (prépondérante à basse fréquence) et de la tension superficielle (prépondérante à haute fréquence). Dans le cas de l'eau, la tension de surface intervient de manière notable lorsque la longueur d'onde  $\lambda$  devient inférieure à  $\approx 1,5$  cm. Cela oblige à travailler des fréquences relativement importantes pour les cuves à ondes. La vitesse de propagation est alors donnée par la relation (cf. [4], p. 566-569 ou [10], p. 163-169) :

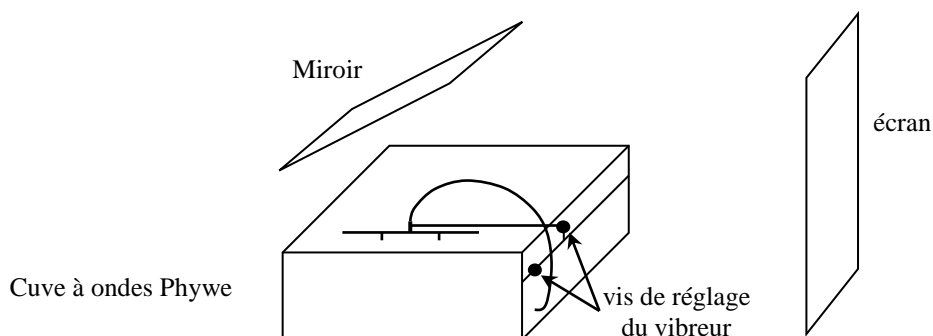
$$v = \sqrt{\left(\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{\gamma}{\rho} \frac{2\pi}{\lambda}\right) \tanh\left(2\pi \frac{h}{\lambda}\right)}$$

La tangente hyperbolique peut être assimilée à l'unité lorsque la hauteur d'eau devient supérieure à  $\lambda/2$  (cas de la houle en eau profonde). La relation devient alors :

$$v = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{\gamma}{\rho} \frac{2\pi}{\lambda}}$$

On peut réaliser l'expérience avec une onde progressive plane ou circulaire (cf. [1], p. 220 et 388). Il faut alors stabiliser l'image à l'aide d'un stroboscope. On propose plutôt de réaliser la mesure sur un système d'interférence obtenu entre deux ondes circulaires. On peut alors utiliser un éclairage continu puisqu'on observe alors des maxima et des minima hyperboliques stationnaires.

### Montage :



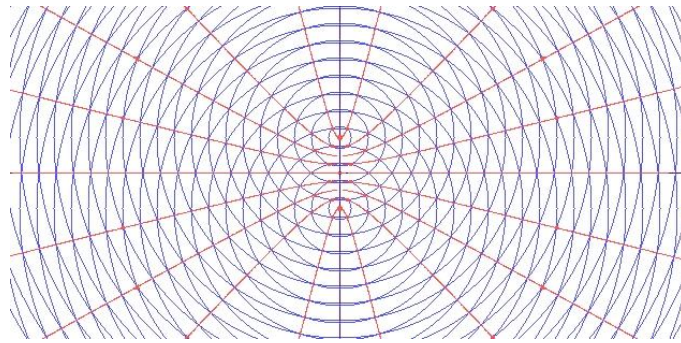
On met la cuvette à niveau avec les vis de réglage en plaçant un niveau à bulles sur le fond de la cuvette. On remplit la cuvette **avec de l'eau propre** et on ajuste le niveau d'eau de façon à ce qu'il



se termine dans la partie à pente faiblement croissante du talus de la cuvette afin de minimiser les réflexions. On place les deux pointes du vibreur à environ 7 cm l'un de l'autre et à quelques centimètres d'un bord de la cuve. On joue sur les vis de réglage du vibreur de façon à ce que les deux pointes touchent l'eau au même moment lorsqu'on les descend (sources de même amplitude).

### Manipulation :

Les phénomènes capillaires devenant prépondérants aux petites longueurs d'ondes, on règle la fréquence du vibreur  $\approx$  au maximum. On augmente progressivement l'amplitude du vibreur en éclairage continu. La figure d'interférences est facilement observable entre les deux sources et on doit globalement observer sur l'écran une figure ayant l'allure suivante :



On peut placer une feuille sur l'écran pour recopier les traces correspondants aux maximum ou aux minimum de luminosité entre S<sub>1</sub> et S<sub>2</sub>.

### Analyse :

On suppose que les deux sources S<sub>1</sub> et S<sub>2</sub> émettent des vibrations sinusoïdales de même amplitude, même fréquence et en phase (donc synchrones) :

$$z_1 = A \cos \omega t \quad z_2 = A \cos \omega t$$

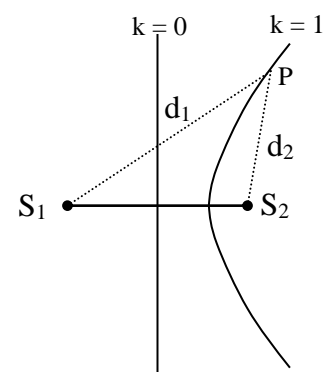
En un point quelconque P de la surface tel que S<sub>1</sub>P = d<sub>1</sub> et S<sub>2</sub>P = d<sub>2</sub>, les elongations à l'instant t des ondes provenant de S<sub>1</sub> et S<sub>2</sub> sont respectivement :

$$z_1 = A \cos[\omega(t - d_1/c)] \quad z_2 = A \cos[\omega(t - d_2/c)]$$

L'elongation résultante vaut alors  $z = z_1 + z_2 = 2A \cos[\omega(d_2 - d_1)/2c] \cdot \cos[\omega(t - (d_2 + d_1)/2c)]$ .

Cette elongation est encore sinusoïdale mais déphasée par rapport aux sources. Son amplitude vaut  $2A \cos[\omega(d_2 - d_1)/2c] = 2A \cos[\pi(d_2 - d_1)/\lambda]$ . Elle est maximale en des points pour lesquels  $d_2 - d_1 = k\lambda$  et nulle en des points pour lesquels  $d_2 - d_1 = (k + 1/2)\lambda$ .

Il est important de noter que ces conditions ne dépendent pas du temps mais uniquement de la position des points. Le lieu des points d'amplitude maximum correspond à la condition  $d_2 - d_1 = k\lambda$ . Pour  $k = 0$ , on a  $d_2 = d_1$  ; cette relation définit la droite perpendiculaire au milieu de S<sub>1</sub>S<sub>2</sub>. Pour  $k = 1$ , on a  $d_2 - d_1 = \lambda$  ; c'est l'équation d'une hyperbole de foyers S<sub>1</sub> et S<sub>2</sub>. Il en est de même pour toutes les intersections des cercles centrés sur les deux sources S<sub>1</sub> et S<sub>2</sub> qui correspondent aux différentes valeurs de k. Ces rides hyperboliques (dégénérées en droites à proximité de l'axe) sont fixes à la surface du liquide. Le même raisonnement avec les points d'amplitude minimum donnerait le même type de résultat.



Mesures :

On mesure l'interfrange entre  $S_1$  et  $S_2$  (égal à  $\lambda/2$  !). On en déduit la longueur d'onde des ondes circulaires en tenant compte du grossissement de la projection (calculé en mesurant la distance entre les deux pointes du vibreur et celle sur l'écran). On mesure la fréquence du vibreur pour en déduire la vitesse de propagation des ondes et on compare le résultat obtenu au calcul compte tenu de la hauteur d'eau. Il peut y avoir un écart notable entre la mesure et le calcul car la valeur de  $\gamma$  est très sensible à la présence d'impuretés donc seul l'ordre de grandeur compte. On peut aussi faire le calcul de  $v$  en négligeant le terme dû à la capillarité dans son expression et comparer le résultat au précédent.

Remarques :

Pour plus d'explication sur la visualisation de zones sombres et lumineuses sur l'écran, se reporter en [1], p. 220 ou en [10], p. 166.

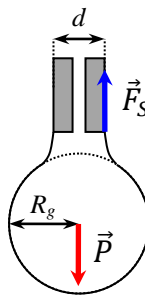
**VII ETUDE DES GOUTTES ET STALAGMOMETRIE**

[12], p. 59 + introduction

**VII.1 Introduction**

L'industrie utilise quotidiennement des gouttes de liquide (point de colle ou d'huile, mélanges de petite quantité de produits). La taille de ces gouttes peut être calibrée grâce aux phénomènes capillaires avec une très bonne reproductibilité. On propose ici d'étudier la taille (ou masse) de gouttes de liquide produites par une pipette. On peut ainsi étalonner le montage et s'en servir à pour déterminer la tension superficielle d'un liquide. On parle alors de stalagmométrie.

On peut facilement retrouver le rayon (ou le poids) d'une goutte à la sortie d'un tube fin. Si le diamètre extérieur du tube est suffisamment petit (inférieur à celui de la goutte), l'interface eau/air est verticale au moment de la chute de la goutte :



La force de tension superficielle à ce moment-là vaut :

$$\vec{F}_S = \pi d \gamma \vec{U}_z$$

Et le poids de la goutte est égal à :

$$\vec{P} = -mg \vec{U}_z = -\frac{4}{3} \pi R_g^3 \rho g \vec{U}_z$$

Ces deux forces ont la même norme juste avant la chute de la goutte (forces encore en équilibre). On peut donc trouver la relation entre  $R_g$  et  $d$  (on trouve cette relation en [12], p. 60 avec une faute de frappe : il y a une puissance - 2 sur le  $k$ ) :

$$R_g = \left( \frac{3 d \gamma}{4 \rho g} \right)^{1/3} = \left( \frac{3 d k^2}{4} \right)^{1/3}$$

Une relation plus simple et plus utile ici est la relation entre  $m$  et  $d$  :

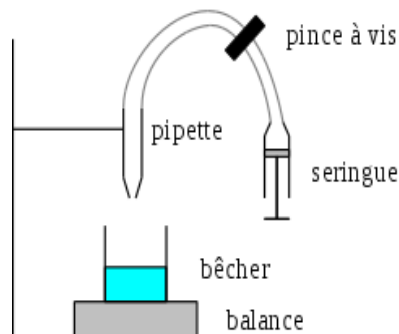
$$m = \frac{\pi \gamma d}{g}$$

Dans les faits, seule une fraction de la sphère va se détacher et former une goutte. On a donc en pratique la relation suivante (ou  $\alpha$  est légèrement inférieur à 1) :

$$m = \alpha \frac{\pi \gamma d}{g}$$

## VII.2 Stalagmométrie

On réalise le montage suivant en utilisant une balance la plus précise possible et une pipette de faible diamètre :



On aspire le liquide dans la pipette à l'aide de la seringue puis on serre la vis de la pince. On enlève ensuite la seringue et on dévisse légèrement la pince pour faire une goutte à goutte. On mesure le poids  $M$  d'un nombre de gouttes  $N$  donné (10 à 20). On en déduit le poids d'une goutte  $m = M/N$ .

Il faut dans un premier temps étalonner la manipulation (pour une pipette donnée), c'est à dire trouver la relation linéaire  $m = f(\gamma) = \alpha \gamma$ . On peut par exemple utiliser de l'eau, en supposant sa tension superficielle  $\gamma$  connue. Dans un deuxième temps, on refait la manipulation avec de l'alcool et on en déduit la tension superficielle de l'alcool par la relation suivante supposant un coefficient correcteur  $\alpha$  identique pour les deux types de liquide :

$$\gamma_{\text{alcool}} = \frac{m_{\text{alcool}}}{m_{\text{eau}}} \gamma_{\text{eau}}$$

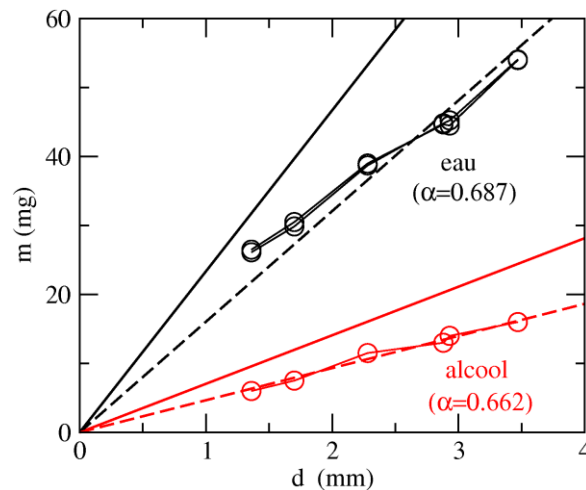
Le tableau suivant montre les résultats obtenus avec 6 pipettes de rayon croissant (en supposant  $\gamma_{\text{eau}} = 73 \text{ mN/m}$ ) :

rayon pipette (mm)	$M_{\text{eau}}$ (g)	$N_{\text{eau}}$	$M_{\text{alc}}$ (g)	$N_{\text{alc}}$	$m_{\text{eau}}$ (g)	$m_{\text{alc}}$ (g)	$\gamma_{\text{alc}}$ (mN/m)
1,36	0,53	20	0,12	20	0,0265	0,0060	16,5
1,70	0,61	20	0,15	20	0,0305	0,0075	18,0
2,28	0,78	20	0,23	20	0,0390	0,0115	21,5
2,88	0,67	15	0,26	20	0,0447	0,0130	21,2
2,93	0,89	20	0,28	20	0,0445	0,0140	23,0
3,47	0,81	15	0,32	20	0,0540	0,0160	21,6

On voit que, excepté pour la pipette la plus fine, on obtient des valeurs très proches de la valeur tabulée (gamma de l'alcool  $\approx 22 \text{ mN/m}$  à  $20^\circ\text{C}$ ). On peut aussi comparer ces résultats avec la mesure du § III.4.

### VII.3 Manipulation 2 : mesure de la taille des gouttes (plus long)

L'idée consiste ici à refaire la manipulation décrite précédemment en n'utilisant cette fois-ci qu'un seul liquide mais avec plusieurs pipettes ayant des diamètres différents. La manipulation a été testée avec de l'eau (2 séries de mesures) et de l'alcool (une série de mesure) en utilisant à chaque fois un jeu de 6 pipettes. Sur le graphique suivant, les traits pleins représentent la prédiction théorique pour  $\alpha = 1$ . Les traits pointillés représentent l'ajustement obtenu en optimisant la valeur du coefficient  $\alpha$  :



#### Analyse :

Tout d'abord, on peut voir que les résultats présentent une bonne reproductibilité : les deux séries de mesures effectuées sur l'eau (ronds noirs) donnent des résultats vraiment très proches.

On peut aussi noter que la prédiction théorique marche correctement pour une valeur de  $\alpha$  qui est très proche dans le cas de l'eau et dans le cas de l'alcool (environ  $2/3$ ). Cette constatation justifie donc l'hypothèse utilisée au § précédent.

#### Bibliographie :

- [1] : Quaranta I p. 39 et suivantes ; p. 386 et suivantes
- [2] : Fleury Mathieu : Mécanique Physique ; ch. 18
- [3] : Pérez : Thermodynamique ; ch. 21
- [4] : Bruhat : Mécanique (6<sup>ème</sup> édition) ; ch. 20
- [5] : BUP n° 689
- [6] : Landau : Mécanique des fluides
- [7] : Etienne Guyon : Hydrodynamique physique (1<sup>ère</sup> édition)
- [8] : Ingel L Ryhming : Dynamique des fluides (Presses Polytechniques Romandes)

1<sup>ère</sup> édition

- [9] : Sébastien Candel : Mécanique des Fluides (Dunod) 2<sup>ème</sup> édition
- [10] : Barchiesi : Comprendre la physique en expérimentant
- [11] : Jean Paul Bellier : Capes de Physique ; Montages de Physique (Dunod)
- [12] : Pierre-Gilles de Gennes : Gouttes, bulles, perles et ondes (Belin)