

EFFETS CAPACITIFS

I CARACTERISTIQUES D'UN CONDENSATEUR

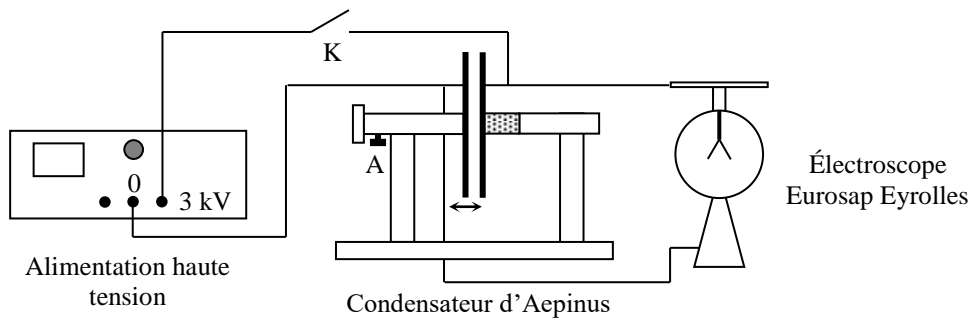
I.1 Mise en évidence de la condensation de l'électricité

La manipulation proposée est

l'expérience historique d'Aepinus.

Montage :

[4], p. 116-117 ; [2], p. 82.



Il faut prendre certaines précautions car on travaille avec une haute tension :

- l'interrupteur K doit avoir des contacts protégés (pas de contacts à l'air libre...).
- la borne + de **l'alimentation doit être relié au plateau isolé fixe** (celui relié au bâti par un manchon transparent). Il est conseillé de respecter un code des couleurs lors des connexions pour bien repérer les fils reliés à la haute tension.
- **les deux plateaux ne doivent pas se toucher en cours d'expérience** sous peine de court-circuit (certains condensateurs d'Aepinus disposent d'un réglage permettant de limiter la course du plateau mobile pour éviter ce cas de figure).

L'expérience est très sensible à l'humidité de l'air (la capacité mise en œuvre est très faible et la moindre fuite diélectrique provoque sa décharge). Il faut donc **placer un radiateur soufflant derrière le condensateur d'Aepinus** pour assécher l'air.

Manipulation :

On règle l'écartement des plateaux du condensateur à quelques mm. On ferme K et on applique une tension d'environ 2 kV. Les deux feuilles de l'électroscope doivent s'écarter et rester dans cet état lorsqu'on ouvre K (si ce n'est pas le cas, c'est que l'air n'est pas assez sec). On rapproche alors les deux plateaux → les deux feuilles de l'électroscope doivent se rapprocher.

Analyse :

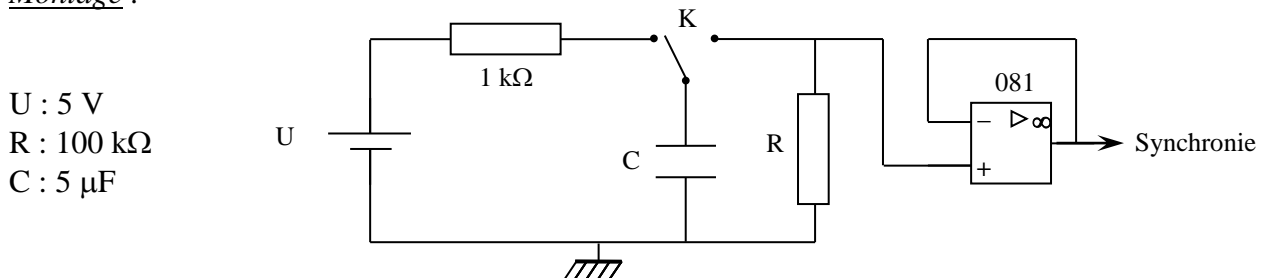
On charge positivement et uniformément le plateau fixe et les deux feuilles de l'électroscope quand on applique la haute tension. Les feuilles de l'électroscope s'écarteront l'une de l'autre par répulsion entre charges de même signe. L'ouverture de K permet d'isoler électriquement le système pour travailler ensuite à charge Q constante. La répulsion entre les feuilles de l'électroscope diminue quand on approche le plateau mobile → des charges positives présentes sur ces feuilles sont parties pour aller se « condenser » sur le plateau du condensateur en raison de l'augmentation de l'attraction électrostatique avec les charges négatives présentes sur l'autre plateau dorénavant plus proche (une quantité égale de charge négative a aussi migré sur ce plateau).

Il faut noter que la quantité de charge initialement stockée sur les feuilles de l'électroscope est très faible comparée à celle stockée sur le plateau vu la différence de taille entre les deux éléments. Dans ces conditions, on peut considérer que l'écartement des feuilles donne une image de la différence de potentiel V de l'ensemble (cf. [2], p. 81) \rightarrow le fait que les feuilles se rapprochent lorsque les plateaux se rapprochent montre que V a diminué \rightarrow comme $Q = CV$ et que Q est constant ici, c'est bien le signe d'une augmentation de la capacité à accumuler des charges.

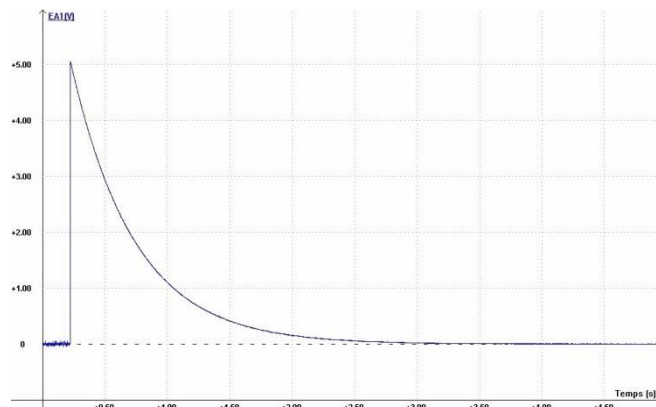
I.2 Charge emmagasinée ; notion de capacité

On cherche à déterminer la charge emmagasinée par un condensateur chargé sous une tension U constante. Pour ce faire, on étudie la décharge de cette capacité dans une résistance R .

Montage :



La résistance de $1 \text{ k}\Omega$ sert à limiter le courant de charge. Le choix d'une constante de temps de décharge importante ($\tau = RC = 0,5 \text{ s}$) permet de simplifier l'acquisition (on peut la lancer manuellement). La résistance de mesure R étant importante, on place un montage suiveur avant la carte d'acquisition pour que le condensateur se décharge exclusivement dans R (impédance d'entrée de la carte = $1 \text{ M}\Omega$). On choisit une durée d'acquisition convenable compte tenu de la constante de temps τ du circuit RC. On commence par charger le condensateur sous la tension U , on lance l'acquisition puis on bascule rapidement l'interrupteur K sur R . Voici à titre indicatif le résultat d'une acquisition réalisée avec $N_{\text{points}} = 5000$, $T_{\text{éch}} = 1 \text{ ms}$, $T_{\text{total}} = 5 \text{ s}$:



Exploitation :

Le signal enregistré EA1 correspond à l'évolution de la tension aux bornes de R . C'est une image du courant i de décharge du condensateur à R près.

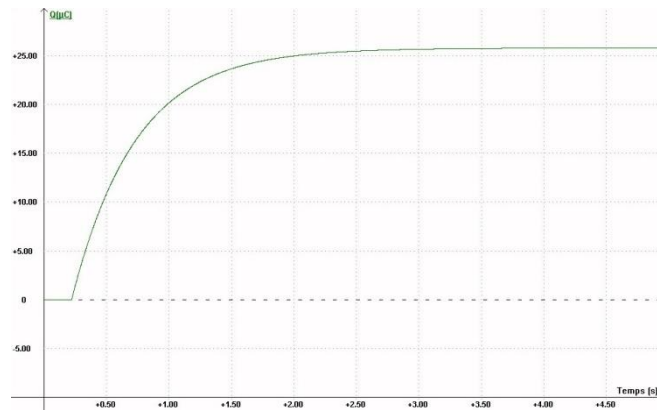
$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{U_R}{R} = \frac{EA1}{R} \quad \text{ici, d'où :} \quad \boxed{q = \int \frac{U_R}{R} dt = \int \frac{EA1}{R} dt}$$

Cette relation permet le calcul de la charge stockée dans le condensateur. Cette intégrale peut s'obtenir sur Synchronie avec les lignes de calcul suivantes :

$$I = EA1/R \quad (\text{avec la valeur numérique de } R)$$

VALEUR Q=INTEG(I,T,0,5000)
Q=INTEG(I,T)

La première ligne donne l'intensité. La deuxième calcule la valeur numérique de l'intégrale avec la syntaxe du logiciel : on indique la grandeur à intégrer (l'intensité), la variable d'intégration (le temps T), le numéro de l'échantillon de départ et de fin d'intégration. On peut aussi enlever les deux dernières informations (troisième ligne) pour obtenir une table de valeur permettant le tracé de l'évolution temporelle de Q :



Notion de capacité :

La capacité d'un condensateur est définie par la relation $C = Q/U \rightarrow$ on peut calculer cette capacité et la comparer à une valeur mesurée avec un RLC mètre. On donne à titre indicatif le résultat de l'acquisition précédente :

$$U_{\text{mes}} = 5,07 \text{ V} ; R_{\text{mes}} = 100,4 \text{ k}\Omega ; C_{\text{mes}} = 5,08 \text{ }\mu\text{F}$$

$$Q_{\text{mesuré}} = 25,8 \text{ }\mu\text{C} \rightarrow C = Q/U = 5,09 \text{ }\mu\text{F}$$

Capacité d'un condensateur plan :

Le fait que le potentiel diminue lorsque l'on approche le plateau dans l'expérience du § I.1 laisse à penser que la capacité varie en inverse de l'épaisseur e . On peut le vérifier en mesurant la capacité du condensateur d'Aepinus avec un RLC mètre pour différentes valeurs de e . Le tracé de la courbe $C = f(1/e)$ doit être une droite, ce qui justifie l'expression de la capacité d'un condensateur plan $C = \epsilon_0 S/e$. Il y a cependant un léger décalage entre les valeurs mesurées et attendues avec cette formule. Il est dû à la capacité parasite du support et aux effets de bords sur les plateaux. Le constructeur annonce dans sa notice (notice Leybold n° 544 22) les corrections suivantes :

| d (mm) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 10 | 20 |
|----------------------|------|-------|-------|-------|------|----|------|------|------|
| C_{th} (pF) | 463 | 231,5 | 154,3 | 115,7 | 92,6 | 77 | 57,8 | 46,3 | 23,1 |
| $C_R + C_K$ (pF) | 21,5 | 20 | 19 | 18,5 | 18 | 18 | 17 | 16,5 | 15 |

La capacité du condensateur étant faible, on s'aperçoit que ces effets sont loin d'être négligeables dès que l'épaisseur dépasse le mm.

I.3 Influence du diélectrique

On peut montrer cette influence en reprenant le montage du § I.1. Il suffit d'insérer une plaque en plastique ou en carton dans le condensateur d'Aepinus initialement chargé puis isolé. Cet ajout doit conduire à un rapprochement des feuilles de l'électroscope. C'est le signe que V diminue et, comme on travaille à charge Q constante dans cette expérience, cela signifie que le diélectrique a augmenté la capacité du condensateur.

Mesures :

[4], p. 119

On mesure au RLC mètre la capacité du condensateur d'Aepinus avec (C') et sans la plaque (C). On commence par mesurer C' en ajustant l'écartement des plateaux du condensateur au minimum (le diélectrique doit remplir tout l'espace). On mesure ensuite C en enlevant la plaque sans modifier l'écartement. On en déduit la constante diélectrique relative du matériau par la relation :

$$\varepsilon_r = \frac{C'}{C}$$

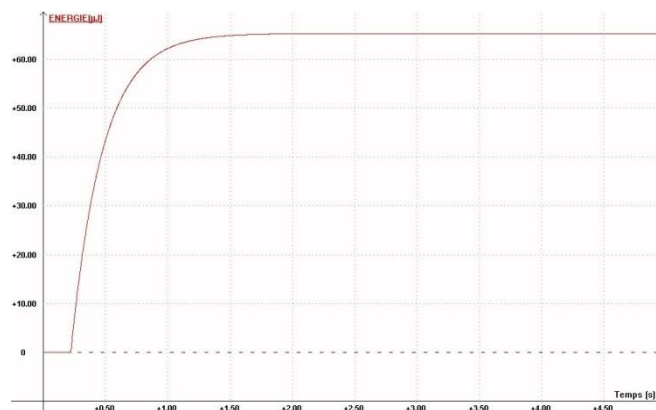
On peut consulter un Handbook pour savoir si les ordres de grandeur sont corrects.

I.4 Energie stockée dans un condensateur

Un condensateur chargé sous une tension U emmagasine une énergie $E = C.U^2/2$. On peut le vérifier en poursuivant l'exploitation de l'acquisition précédente. La puissance dissipée dans la résistance vaut $R.i^2$ et l'énergie s'en déduit par intégration. On ajoute donc les lignes suivantes dans la feuille de calcul de Synchronie :

$$P=R*I*I \quad (\text{avec la valeur numérique de } R)$$

$$\text{ENERGIE}=\text{INTEG}(P,T)$$

Exploitation :

On mesure $E_{\text{dissipée}} = 65,4 \mu\text{J}$ sur le graphique. L'énergie dissipée dans la résistance R doit correspondre à l'énergie emmagasinée par le condensateur. On avait dans l'expérience :

$$U_{\text{mes}} = 5,07 \text{ V} ; C_{\text{mes}} = 5,08 \mu\text{F} \rightarrow E_{\text{emmagasinée}} = 65,3 \mu\text{J}$$

Cette valeur recoupe bien celle de l'énergie dissipée.

II MESURE DES CAPACITES

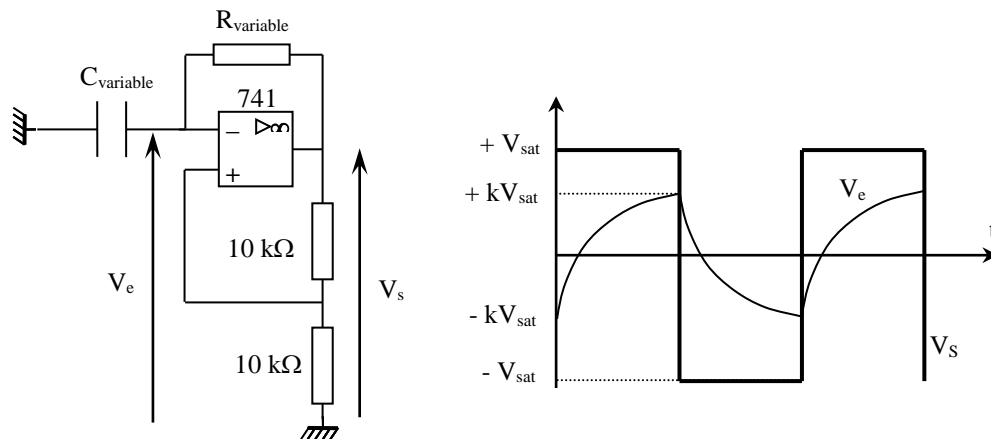
Il existe plusieurs méthodes permettant la mesure d'une capacité. On présente deux montages de principe utilisés pour la réalisation de la fonction capacimètre dans certains multimètres.

II.1 Par la mesure de la période d'un oscillateur

On réalise un oscillateur de relaxation dont la période dépend de la valeur de la capacité. Cette méthode se prête bien à la réalisation d'un capacimètre car on sait mesurer très précisément un temps. Ce montage a aussi l'intérêt de mettre à profit un effet capacitif fondamental : le retard à l'établissement d'une tension.

Montage :

[1], p. 189 ou [4], p. 126



Le principe de fonctionnement du circuit est décrit dans le montage sur les systèmes bouclés ou dans les références indiquées ci-dessus. On peut visualiser V_e et V_s à l'oscilloscope et comparer la tension aux bornes + et - de l'amplificateur opérationnel pour observer la différence de comportement entre la branche purement résistive et celle contenant la capacité. Il faut noter que ce montage n'est pas adapté à la mesure des condensateurs électrochimiques car le signal aux bornes de C est alternatif.

$R = 5000 \, \Omega$ $C = 1 \, \mu F$:

On mesure la période de V_s . On en déduit la valeur de C par la relation suivante (cf. annexe pour la démonstration) :

$$T = 2RC \ln 3$$

Le résultat obtenu doit être comparable à une mesure effectuée avec un RLC mètre ou un capacimètre compte tenu des incertitudes.

$R = 5000 \, \Omega$ $C = 0,04 \, \mu F$:

Les deux valeurs ne doivent pas se recouper cette fois-ci (on peut diminuer encore un peu la capacité si la différence n'est pas significative compte tenu des incertitudes). Le problème est dû au Slew Rate (SR) de l'amplificateur opérationnel. Cette caractéristique du composant correspond à son excursion dynamique maximum en sortie ($SR_{\text{typique}} = 0,5 \, \text{V}/\mu\text{s}$ pour un 741). La tension de sortie devant évoluer entre $\pm V_{SAT}$ au moment des basculements, il faut une durée minimum $\Delta t = 2 \cdot V_{SAT}/SR$. Ce phénomène, négligeable en basse fréquence, invalide le calcul théorique de la période en haute fréquence puisqu'on ne peut plus considérer que la charge du condensateur s'effectue à tension constante lors du changement d'état de V_s . On s'en rend compte sur l'évolution des tensions : les basculements en sortie ne sont plus « instantanés » et le passage d'une exponentielle à l'autre n'est plus aussi tranché au niveau de V_e .

On peut améliorer les performances du montage en prenant un amplificateur opérationnel plus rapide comme le 071 ou 081 (Slew Rate typiquement 20 fois plus faible). On doit retrouver un accord entre la valeur mesurée et la valeur calculée. On peut aussi diminuer la tension d'alimentation de l'AO ou augmenter la valeur de R pour abaisser la période des oscillations (illustration du rôle des différents calibres sur un multimètre).

II.2 Par étude de la charge à courant constant

On met à profit le caractère intégrateur de courant des capacités. On propose deux manipulations : la première est un montage de principe, la deuxième utilise la fonction capacimètre d'un multimètre du commerce.

II.2.1 Principe du montage

On a $V(t) = V_- = 0$ quand la capacité est shuntée car l'A.O. est alors en régime linéaire (contre réaction totale sur la patte -). Lorsqu'on ouvre l'interrupteur, on a $V(t) = -V_C(t)$ et le condensateur se charge :

$$\begin{array}{c} \leftarrow V_C \\ i \rightarrow \left| \begin{array}{c} | \\ -q \end{array} \right| \Rightarrow V(t) = -V_C = \frac{q(t)}{C} \quad (a) \end{array}$$

On a $\varepsilon = 0$ tant qu'on est en régime linéaire donc $V_- = V_+ = 0$ d'où :

$$i = \frac{E - V_-}{R} = \frac{E}{R} = \text{cte}$$

On a donc un générateur de courant constant.

$$i = \frac{dq}{dt} \rightarrow \int dq = \int i \cdot dt = i \cdot \int dt \quad \text{car } i = \text{cte} \rightarrow q = i \cdot t \quad (b)$$

$$(b) \text{ dans } (a) \rightarrow \boxed{V(t) = -V_C = -\frac{i}{C} \cdot t = -\frac{E}{RC} \cdot t}$$

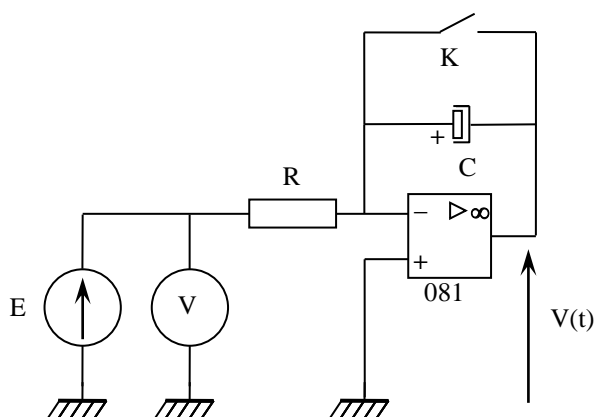
La tension à la sortie du montage évolue de façon linéaire en fonction du temps. Il suffit de mesurer la pente de cette courbe pour en déduire la valeur de la capacité par la relation suivante :

$$\boxed{C = \frac{E}{R} \cdot \frac{\Delta t}{\Delta V}}$$

II.2.2 Manipulation 1

[1], p. 269 ou [3], p. 231

On peut mesurer des capacités électrochimiques avec ce montage si on respecte leur polarité car la tension aux bornes de C n'est pas alternative. C'est ce que l'on propose ici.



$R = 5 \text{ k}\Omega$

$C = 1000 \text{ }\mu\text{F}$ électrochimique ; **respectez sa polarité !**

Envoyez le signal $V(t)$ sur une table traçante ou sur Synchronie.

On commence par shunter la capacité, on ouvre K et on enregistre $V(t)$ sur un oscilloscope en mode roll pendant une dizaine de seconde (on peut éventuellement vérifier avec un ampèremètre que I reste constant pendant la charge). On mesure la pente $\alpha = \Delta t / \Delta V$ de la courbe obtenue et on en déduit C par la relation :

$$\boxed{C = \frac{E}{R} \cdot \frac{\Delta t}{\Delta V}}$$

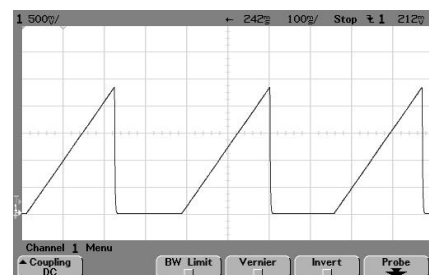
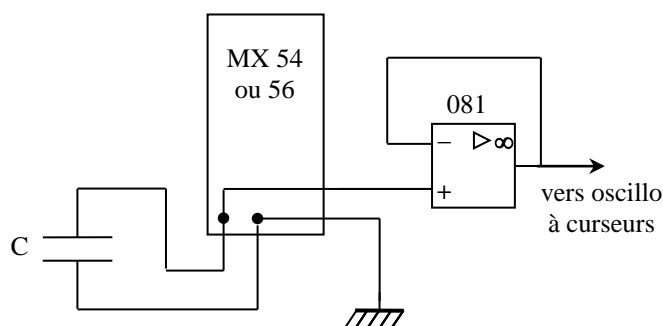
On peut comparer le résultat obtenu à celui donné par un appareil pouvant mesurer des capacités électrochimiques (le condensateur doit être préalablement déchargé et il faut respecter sa polarité).

Remarque :

On peut mesurer des capacités de plus faible valeur avec ce montage. La charge est alors plus rapide et il faut veiller à ne pas être limité par le Slew Rate de l'AO. Si c'est le cas, on peut ralentir le processus en augmentant R (illustration du rôle du calibre). Le courant de charge diminuant, il faut alors vérifier que le courant de polarisation de l'AO et celui dû à l'Offset restent négligeables par rapport à $I = E/R$.

II.2.3 Manipulation 2

Certains multimètres, comme les Métrix MX 54 ou 56, utilisent cette technique. Il suffit d'observer la tension aux bornes de la capacité lorsqu'on effectue une mesure (on intercale un amplificateur opérationnel monté en suiveur pour que l'oscilloscope ne perturbe pas l'appareil) :



On observe une série de rampes correspondant à des mesures successives (oscillogramme enregistré pour une capacité de $0,9 \mu\text{F}$). La pente des rampes change lorsqu'on modifie la valeur de la capacité et quand on change de calibre de mesure (modification du courant de mesure).

Mesures :

On a fait une étude sur la gamme $0,5\text{--}5 \mu\text{F}$ du Métrix. Le courant de mesure annoncé dans la notice du constructeur est de $10 \mu\text{A}$ pour cette gamme. On a mesuré avec les curseurs de l'oscilloscope la pente $\alpha = \Delta t / \Delta V$ du signal aux bornes du condensateur pour différentes valeurs de C, puis calculé la capacité par la relation $C = i \Delta t / \Delta V$ avec $i = 10 \mu\text{A}$:

| $C_{\text{annoncé}} (\mu\text{F})$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
|------------------------------------|-------|-------|-------|-------|
| $\Delta t (\text{ms})$ | 220 | 219 | 281 | 334 |
| $\Delta V (\text{V})$ | 2,15 | 1,07 | 0,918 | 0,818 |
| $\alpha (\text{s.V}^{-1})$ | 0,102 | 0,205 | 0,306 | 0,408 |
| $C_{\text{calculée}}$ | 1,02 | 2,05 | 3,06 | 4,08 |

Le résultat du calcul recoupe la valeur annoncée sur la boîte variable si on tient compte de sa tolérance (1 %). On peut faire un calcul d'incertitude sur la valeur de α en consultant la notice de l'oscilloscope. On ne connaît pas en revanche l'incertitude sur le courant de mesure.

III EFFETS CAPACITIFS

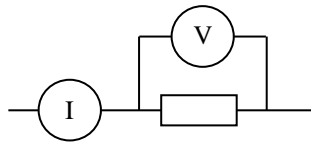
III.1 Dans un instrument de mesure

Les bornes d'entrée des oscilloscopes et multimètres sont légèrement capacitives. L'effet est généralement négligeable mais il faut parfois en tenir compte comme dans l'expérience suivante de mesure d'impédance par la méthode I, V.

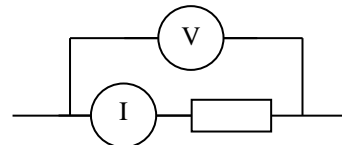
III.1.1 Montages amont, aval

Lorsqu'on veut mesurer simultanément le courant circulant dans un dipôle et la tension à ses bornes, on peut placer les appareils de mesure de deux manières différentes :

Montage aval (courte dérivation)



Montage amont (longue dérivation)

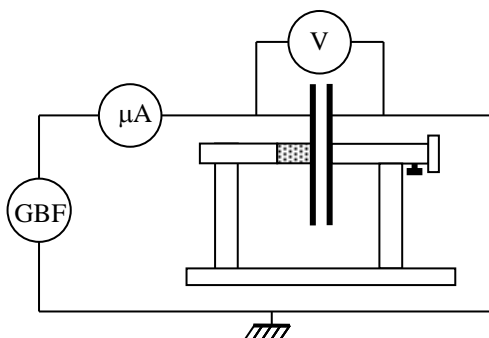


Les deux solutions induisent des erreurs systématiques si on tient compte des impédances d'entrée des appareils. Le montage aval surestime le courant circulant dans le dipôle puisqu'une partie du courant mesuré circule dans le voltmètre et le montage amont surestime la tension aux bornes du dipôle puisque la mesure prend en compte la chute de tension apparaissant aux bornes de l'ampèremètre ($V = Z_{\text{amp}} I$). Le montage aval est généralement le plus juste car l'impédance d'entrée sur la fonction voltmètre est énorme (typiquement $10 \text{ M}\Omega$ et jusqu'à $1000 \text{ M}\Omega$ sur les appareils courants). Un voltmètre peut donc être considérée comme « parfait » tant qu'on se limite à des impédances raisonnables mais cette règle peut être mise en défaut lorsqu'on effectue une mesure en alternatif. La manipulation suivante, consistant à mesurer une faible capacité par la méthode I,V (cf. [4], p. 125-126), en est un exemple.

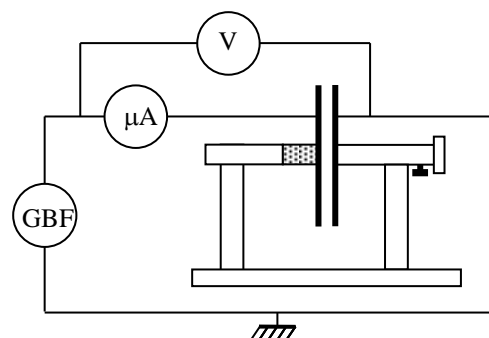
III.1.2 Expérience

On utilise ici un condensateur d'Aepinus mais tout autre condensateur de faible capacité peut convenir.

Montage aval



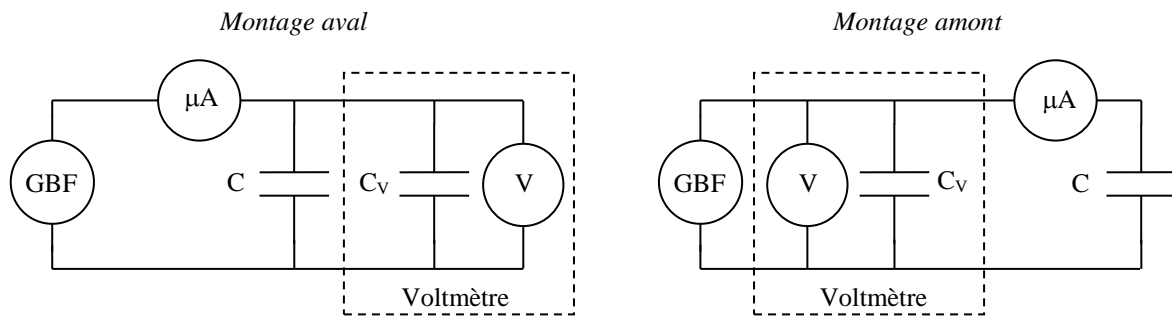
Montage amont



GBF = signal sinusoïdal $\approx 5 \text{ kHz}$, amplitude \approx maximum

μA , V : Métrix MX 54 ou MX 56 (cf. deuxième remarque ci-après)

Mesurer une petite capacité par cette méthode n'est pas trivial. Les fils doivent être courts pour limiter les capacités parasites et il faut utiliser la fréquence la plus grande possible compte tenu de la bande passante des appareils pour que I soit mesurable ($I = UC\omega$). On a réglé le condensateur d'Aepinus pour avoir une capacité de 436 pF (valeur mesurée au RLC mètre en montage 4 fils). On a obtenu 432 pF avec le montage amont et 491 pF avec le montage aval \rightarrow la mesure amont recoupe celle du RLC mètre compte tenu des incertitudes, ce qui n'est pas le cas de la mesure aval (écart d'environ 60 pF). Ce résultat est étonnant si on suppose que le voltmètre a une impédance d'entrée purement résistive car l'impédance $1/C\omega$ du condensateur à la fréquence d'étude ($\approx 70 \text{ k}\Omega$) est plus faible que celle du voltmètre ($10 \text{ M}\Omega$). Il faut donc faire appel à un modèle plus fin de l'impédance d'entrée de l'appareil en alternatif. Le constructeur annonce dans la notice qu'elle est constituée d'une résistance de $10 \text{ M}\Omega$ en parallèle avec une capacité d'environ 100 pF . Cette valeur ne peut pas être négligée avec le condensateur étudié et on doit revoir les deux montages en considérant un voltmètre parfait associé principalement à une capacité C_V en parallèle :



On mesure toujours la « vraie tension » aux bornes de C avec le montage aval mais le courant mesuré circule dans les deux capacités \rightarrow l'impédance déduite du rapport V/I correspond à celle des deux capacités en parallèle soit $C' = C + C_v$ (on ne retrouve pas tout à fait le résultat si on prend 100 pF mais la mesure de la capacité d'entrée de l'appareil au RLC mètre a donné 60 pF). On ne fait pas d'erreur sur le courant circulant dans C avec le montage amont. On rajoute par contre la chute de tension dans l'ampèremètre à la mesure de V , mais on peut vérifier à l'aide d'un voltmètre que cette chute est négligeable par rapport à la tension à mesurer. Cela explique pourquoi le montage amont donne de bons résultats dans cette expérience.

Remarques :

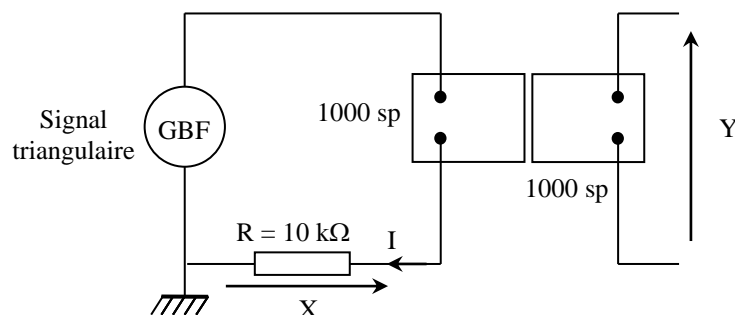
Ce cas de figure est peu fréquent. Le montage aval est celui qui marche le mieux en général et un modèle résistif pour l'impédance d'entrée d'un voltmètre est souvent suffisant.

Le multimètre proposé a une capacité parasite d'entrée assez importante qui facilite l'expérience. Si on n'a pas cette référence, il faut mesurer la capacité d'entrée de plusieurs appareils et prendre celui qui a la valeur la plus forte. On peut aussi mesurer V avec un oscilloscope muni d'un câble coaxial car ce type de câble présente une capacité linéique d'environ 100 pF/m.

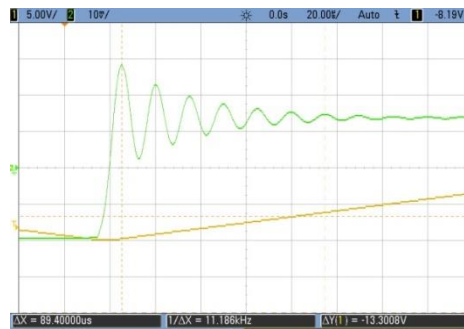
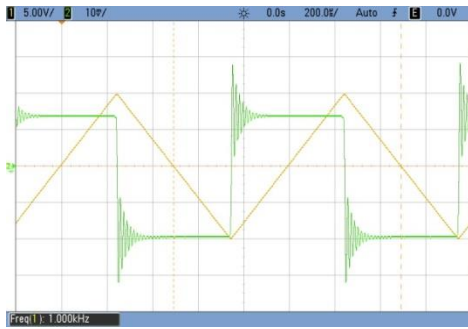
III.2 Dans une bobine d'induction

Une inductance sans noyau étant constituée par l'enroulement d'un fil conducteur recouvert d'isolant, il y a une capacité répartie dans l'ensemble de la bobine due à l'effet d'influence entre spires proches. On peut modéliser cet effet par une capacité globale en parallèle avec le circuit L, r de l'inductance (cf. [1], p. 16 – 17). On a donc un circuit RLC parallèle possédant une fréquence d'antirésonance (cf. [4], p. 400). L'ensemble se comporte comme une inductance en dessous de cette fréquence puis devient capacitif au-delà.

III.2.1 Mise en évidence en régime transitoire

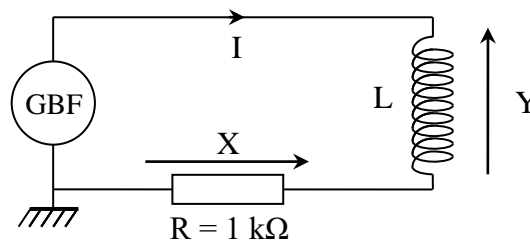


La manipulation est déjà présentée dans le montage sur l'induction. S'y reporter pour plus d'informations. On utilise ici des bobines Leybold de 1000 spires. Le circuit de gauche crée un champ magnétique triangulaire subi par la bobine de droite \rightarrow La f.é.m. induite apparaissant aux bornes de cette bobine doit être un signal carré. On le vérifie expérimentalement mais avec des oscillations au moment des transitions :

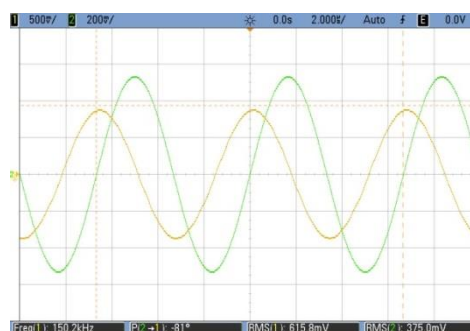
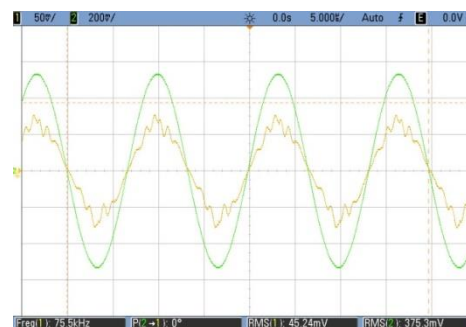


Ce phénomène, incompatible avec un simple modèle RL, est principalement dû à la capacité parasite de la bobine. On peut estimer sa valeur en mesurant la pseudo période des oscillations (cf. [4], p. 407). On trouve $T = 14,9 \mu\text{s}$ sur l'oscillogramme de droite (mesure sur 6 périodes), soit $C \approx 156 \text{ pF}$ si on assimile T à la période propre T_0 (il faut en toute rigueur tenir compte de l'amortissement mais la mesure du décroissement logarithmique montre que l'effet est négligeable dans l'expérience). On peut corriger le résultat compte tenu de la capacité d'entrée de l'oscilloscope ($\approx 13 \text{ pF}$ avec l'appareil utilisé). On obtient alors 143 pF .

III.2.2 Mise en évidence en régime harmonique



On reprend la bobine Leybold de 1000 spires de droite dans l'expérience précédente. On observe les tensions X et Y à l'oscilloscope **avec une sonde différentielle sur Y pour éviter de court-circuiter la résistance**. X est une image du courant ($X = RI$), Y représente U_L . La phase de Y par rapport à X correspond donc à l'argument de l'impédance de la bobine. On regarde l'évolution de cette phase et du courant en fonction de la fréquence (X correspond au signal jaune et Y correspond au signal vert sur les oscillogrammes suivants) :



U_L est en avance de 90° sur le courant en basse fréquence et l'intensité diminue quand on augmente f . Ces observations sont cohérentes avec un modèle inductif d'impédance. A partir d'un certain moment, la phase diminue et s'annule pour une fréquence f_0 d'environ 75 kHz. La bobine étudiée a alors un comportement résistif, et il est très prononcé car le courant est très faible. La phase devient positive et le courant se met à augmenter si on dépasse f_0 . La bobine est alors majoritairement capacitive. Ces observations sont compatibles avec un modèle de circuit RLC parallèle (antirésonance à $\omega_0^2 = 1/(LC)$). La fréquence de transition permet de déterminer l'ordre de grandeur de la capacité parasite. On a $L = 36$ mH pour la bobine de 1000 spires, soit $C \approx 120$ pF. Ce résultat est proche de celui obtenu en régime transitoire, la différence s'expliquant par l'utilisation de la sonde différentielle¹ (on trouve $C \approx 124$ pF si on reprend l'expérience du III.2.1).

Remarque :

La résistance R a été abaissée d'un facteur 10 par rapport à l'expérience en régime transitoire. On peut rester sur 10 k Ω si on observe X avec des fils classiques mais la mesure de la tension X avec un câble coaxial modifie légèrement la phase mesurée dans l'expérience proposée car l'impédance capacitive du câble à 32 kHz n'est pas négligeable par rapport à 10 k Ω .

III.3 Dans une photodiode

Les photodiodes courantes à base de silicium sont obtenues en déposant une couche de type P sur un substrat de type N. Le processus de diffusion à l'interface crée une zone dépourvue de charge libre (zone de déplétion) séparant les deux parties semi-conductrices. On a donc une structure équivalente à un condensateur (un milieu isolant séparant deux milieux conducteurs). On peut montrer que cette capacité, et donc le temps de réponse du circuit, dépend de la tension aux bornes de la photodiode lorsqu'elle est polarisée en inverse. Se reporter au montage photorécepteur pour la manipulation.

Remarque :

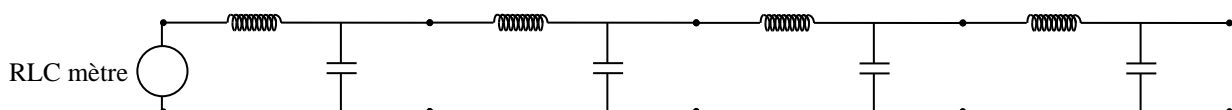
Le temps de réponse mesuré augmente si on utilise un câble coaxial pour observer la tension aux bornes de la résistance de charge car la capacité du câble s'ajoute à celle de la jonction de la photodiode et elles sont du même ordre de grandeur.

III.4 Dans un câble coaxial

Les câbles coaxiaux d'enseignement présentent une capacité linéique d'environ 100 pF/m. Elle est généralement négligeable mais il faut parfois en tenir compte (cf. remarques des expériences précédentes).

III.4.1 Mesure au RLC mètre

Cette mesure ne pose pas de problème particulier. Il suffit de brancher les deux bornes du câble sur un RLC mètre en montage 4 fils. On propose une étude un peu plus poussée sur un câble coaxial de grande longueur. Le modèle à constantes réparties (cf. montage sur les ondes) donne le schéma suivant pour la partie réactive de l'impédance du câble :



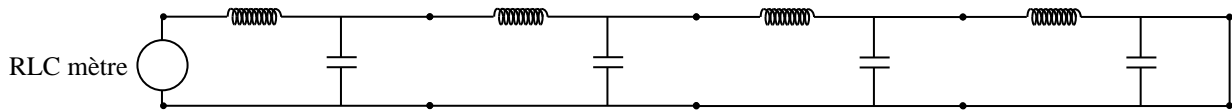
Le courant de mesure passe par les capacités lorsque le câble coaxial est ouvert en bout de ligne. Les RLC mètres d'enseignement fonctionnent à basse fréquence (1 kHz typiquement) et

¹ Le modèle utilisé (Ediltest GE8100) a une impédance d'entrée constituée d'une résistance de 8 M Ω en parallèle avec une capacité de 1,2 pF \approx négligeable par rapport à celle de la bobine.

l'inductance linéique d'un câble coaxial est de l'ordre de la centaine de nH \rightarrow l'impédance $L\omega$ de l'inductance linéique est très faible par rapport à celle de la capacité linéique $1/(C\omega)$. L'appareil de mesure voit donc principalement une capacité C_{tot} égale à la capacité linéique multipliée par la longueur du câble. La manipulation a été testée avec un câble de 30,8 mètres. On a obtenu $C_{\text{tot}} = 2,07$ nF, d'où une capacité linéique $C_\ell = 67$ pF.m⁻¹.

Remarque :

On peut mesurer l'inductance linéique en court-circuitant l'extrémité du câble avec un fil :

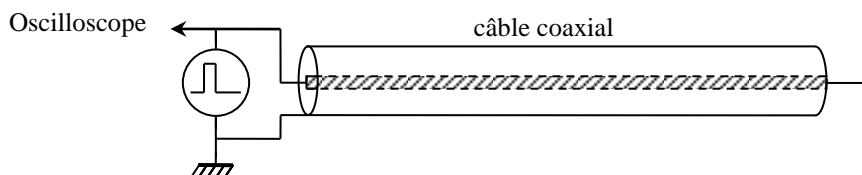


Le courant circule cette fois ci dans les inductances et dans le court-circuit ou l'impédance est faible plutôt que de passer par les capacités ou l'impédance est forte \rightarrow on mesure $\approx L_{\text{tot}}$ égale à l'inductance linéique multipliée par la longueur du câble. On a mesuré $L_{\text{tot}} = 12,7$ μ H sur le câble d'étude², soit $L_\ell = 412$ nH.m⁻¹. On peut alors vérifier les hypothèses faites sur les impédances. On a $L\omega = 2,6$ m Ω .m⁻¹ et $1/(C\omega) = 2,3$ M Ω m⁻¹ (mesures à 1 kHz), donc on a bien $Z_L \ll Z_C$ à la fréquence de mesure du RLC mètre.

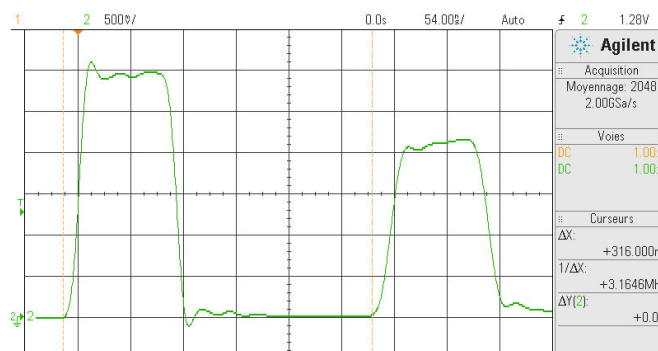
III.4.2 Mesure par une expérience de propagation

On montre dans l'annexe du montage sur les ondes que la vitesse de propagation dans un câble coaxial vaut $v = 1/\sqrt{L_\ell C_\ell}$ et que son impédance caractéristique vaut $Z_C = \sqrt{L_\ell/C_\ell} \rightarrow$ la mesure de ces deux paramètres permet d'obtenir la capacité linéique ($C_\ell = 1/(vZ_C)$).

Mesure de v :



On injecte un créneau de courte durée (≈ 100 ns) dans le câble et on observe le retour du signal réfléchi en bout de ligne :

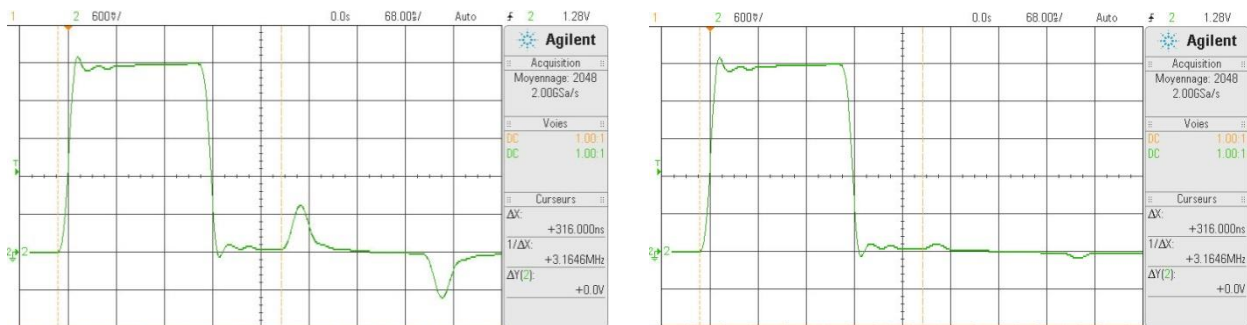


L'onde ayant parcourue 2 fois la longueur du câble avant de revenir à l'oscilloscope, on a $v = 2l/\Delta t = 2 \times 30,8/(316.10^{-9}) = 1,95.10^8$ m.s⁻¹ dans notre exemple.

² Le facteur de dissipation donné par le RLC mètre permet d'obtenir la résistance du câble. On avait $D = 66,6$ dans l'expérience, soit une résistance $R = DL\omega \approx 5$ Ω .

Mesure de Z_C :

On l'obtient en branchant une résistance variable en bout de ligne et on ajuste sa valeur pour annuler le signal de retour :



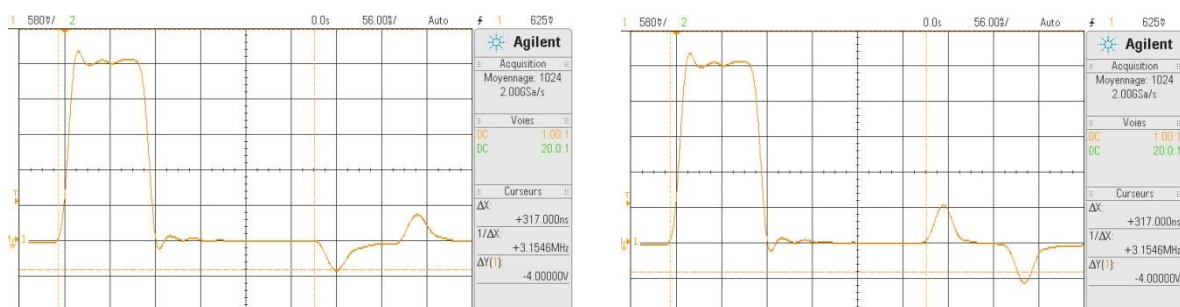
Le signal réfléchi disparaît avec une résistance de 75Ω dans notre exemple mais l'extinction n'est pas complète lorsqu'on utilise une boîte à décades car il reste deux petits pulses, (oscillogramme de gauche³). On peut les atténuer en remplaçant la boîte variable par une petite résistance de 75Ω fixée au câble coaxial via un adaptateur BNC/fiches bananes (oscillogramme de droite). On a donc :

$$C_\ell = \frac{1}{vZ_C} = \frac{1}{1,95 \cdot 10^8 \times 75} = 68,4 \text{ pF} \cdot \text{m}^{-1}$$

Cette valeur est cohérente avec celle obtenue au RLC mètre (67 pF).

Origine de l'onde de retour résiduelle :

Les pulses positif et négatif qu'on observe ressemblent à la dérivée d'un signal carré et ils coïncident respectivement aux fronts montants et descendant du signal de retour quand R est infini (circuit ouvert). Ce phénomène s'explique si on suppose qu'il y a un petit effet inductif sur la charge mise en bout de ligne car il faut alors un courant supplémentaire pour alimenter l'inductance quand le pulse arrive et se termine. Cela est impossible avec l'onde incidente seule puisque la résistance de 75Ω correspond à l'impédance caractéristique du câble coaxial donc il faut forcément une onde retour pour « gérer » cet effet supplémentaire (sa forme est justifiée en annexe). On peut vérifier la nature de la composante réactive à prendre en compte en ajoutant une petite capacité en parallèle ou une petite inductance en série sur la résistance de 75Ω fixée directement en bout de ligne :



L'oscillogramme de gauche a été obtenu en fixant une capacité de 220 pF en parallèle sur la résistance adaptée et celui de droite en ajoutant une inductance de $1 \mu\text{H}$ en série⁴. Les résultats confirment la nature inductive des pulses observées avec la boîte à décade.

³ On a augmenté la durée du pulse pour mieux voir le phénomène.

⁴ Ces valeurs peuvent s'estimer à partir des expressions de U_r développées en annexe compte tenu de la pente dU_i/dt des fronts de basculement de l'onde incidente et de la hauteur des pulses observés avec la boîte à décade.

IV APPLICATION : CAPTEUR DE POSITION

Les capteurs capacitifs sont utilisés dans le positionnement de précision (interférométrie, micro lithographie, positionnement de wafers, de masque, ...) ou dans les systèmes d'absorption active des vibrations. Une des armatures du condensateur sert de référence de position et l'autre est solidaire de l'objet à contrôler. On présente une manipulation de principe avec un condensateur d'Aepinius en mettant à profit l'expression du condensateur plan $C = \epsilon S/e$ pour mesurer une distance e . La dépendance en $1/e$ permet d'avoir un système particulièrement sensible pour les petites distances (on peut atteindre une résolution de l'ordre nm, voire moins, avec des dispositifs spécialisés). La capacité C peut être mesurée avec un RLC mètre mais on l'intègre ici dans l'oscillateur à relaxation présenté au § II.1. On présente ainsi simultanément deux applications du condensateur : son emploi comme détecteur de position et comme conditionneur de mesure via un oscillateur. La période de l'oscillateur proposé valant $T = 2RC \ln 3$, on a, pour un condensateur plan :

$$f = \frac{1}{2RC \ln 3} = \frac{1}{2R\epsilon_0 S \ln 3} e$$

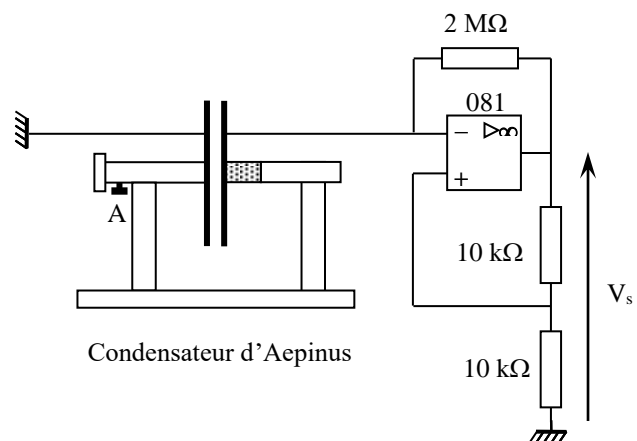
La fréquence de l'oscillateur est donc proportionnelle à la distance entre les deux plaques.

IV.1.1 Montage

On a vu au § II.1 que le Slew Rate de l'amplificateur opérationnel limite les performances du montage en haute fréquence. Comme les capacités à mesurer sont faibles (de l'ordre de quelques centaines de pF), on prend un amplificateur opérationnel rapide et on augmente la valeur de R pour limiter la fréquence des oscillations :

Attention au branchement du condensateur si ses deux plateaux ne sont pas isolés (anciens modèles Leybold par exemple) : relier le plateau non isolé à la masse du montage sinon la capacité parasite du support doit être prise en compte.

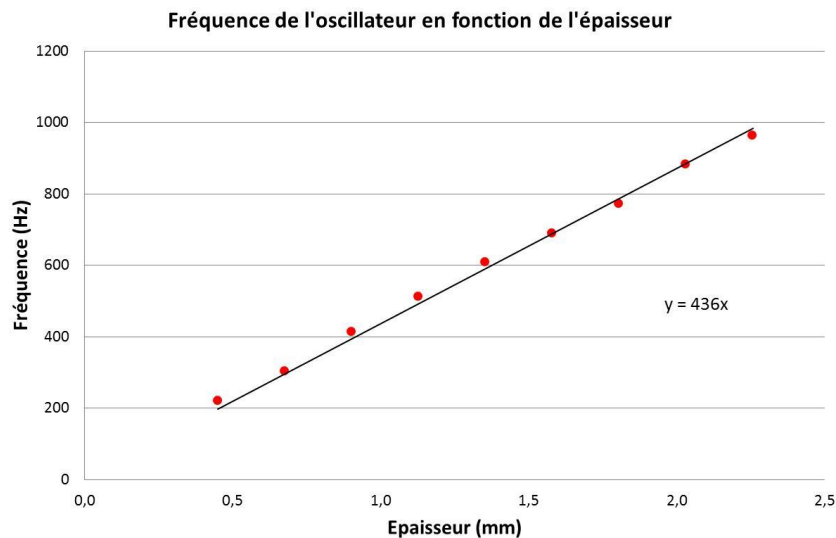
Si le condensateur dispose de vis de réglage prévues à cet effet, ajuster au mieux le parallélisme entre les deux plateaux pour avoir une épaisseur bien définie.



La principale difficulté consiste à mesurer l'épaisseur du condensateur autour du millimètre avec une précision suffisante. On peut utiliser le vernier de mesure du condensateur, se servir d'un pied à coulisse permettant la mesure d'écartement (pied à coulisse à bec extérieurs), ou procéder à une mesure par grossissement à l'aide d'une caméra couplée à un oculaire de microscope. Les trois méthodes ont été testées et les meilleurs résultats ont été obtenus avec la dernière. Ce sont donc ceux qui sont présentés ici. On a utilisé une webcam couplée à un oculaire $\times 10$ pour la mesure par grossissement (la distance de mise au point est alors très courte, de l'ordre du mm). L'image obtenue a été envoyée sur un téléviseur sur lequel ont été effectuées les mesures d'épaisseur. Le grandissement G de l'image a été mesuré en projetant l'image d'un pied à coulisse réglé sur quelques millimètres (G valait 22 dans l'expérience réalisée). La fréquence de l'oscillateur a été obtenue avec oscilloscope numérique en moyennant le signal V_s pour atténuer les instabilités :

| e_{mes} (mm) | f (Hz) | $C_{\text{fréq}}$ (pF) | C_{ep} (pF) |
|-----------------------|----------|------------------------|----------------------|
| 2,26 | 963 | 236 | 208 |
| 2,03 | 882 | 258 | 231 |
| 1,81 | 772 | 295 | 260 |
| 1,58 | 689 | 331 | 297 |
| 1,35 | 609 | 374 | 347 |
| 1,13 | 511 | 445 | 416 |
| 0,90 | 414 | 550 | 520 |
| 0,68 | 304 | 750 | 693 |
| 0,45 | 220 | 1036 | 1040 |

Analyse des résultats :

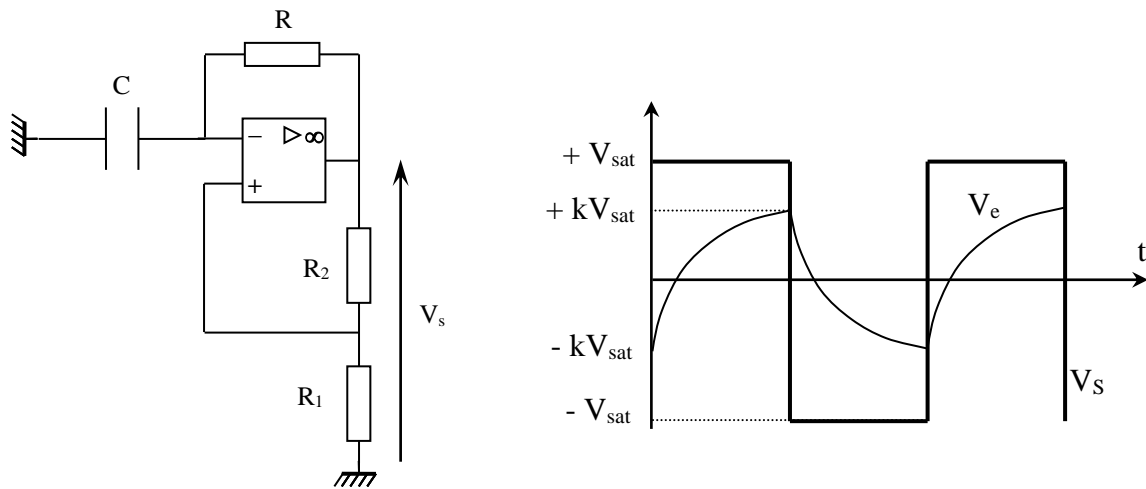


On obtient bien une droite mais la pente vaut 436 Hz/ mm alors qu'on attend $1/(2R\epsilon_0 S \ln 3) = 485 \text{ Hz/mm}$ ($R = 2 \text{ M}\Omega$, condensateur à armatures circulaires de 13 cm de rayon). Pour comprendre cette différence, on donne dans le tableau les valeurs $C_{\text{freq}} = 1/(2\pi Rf)$ obtenues compte tenu des fréquences mesurées et les valeurs $C_{\text{ep}} = \epsilon_0 S/e$ attendues compte tenu des épaisseurs calculées. On constate qu'il y a un décalage systématique d'une vingtaine de pF entre ces deux calculs si on excepte les plus faibles valeurs de e . Cet écart est dû aux capacités parasites du système, notamment celles du condensateur d'Aepinus. La correction indiquée au § I.2 est en effet de l'ordre de grandeur des écarts observés, les quelques pF supplémentaires pouvant être attribués au reste du montage (cordons de liaison, ...). Un point important à noter est la sensibilité de cette méthode. La précision sur la mesure de f autour de 400 Hz a été évaluée à 1 Hz avec la fonction statistique de l'oscilloscope (instabilités de l'oscillateur). Cela conduit à une incertitude $\Delta e = e \Delta f/f$ de l'ordre de quelques microns pour une épaisseur de l'ordre du mm ! Ce système est donc particulièrement bien adapté à la mesure de faibles distances et il fournit une grandeur facilement exploitable par un système électronique d'où son intérêt dans la conception de systèmes d'asservissement de position.

Bibliographie :

- [1] : Duffait : Expériences d'électronique à l'agrégation
- [2] : Fleury Mathieu : Electrostatique, Courants continus, Magnétisme
- [3] : Quaranta III : L'électronique
- [4] : Quaranta IV : L'électricité

ANNEXE : CALCUL DE LA PERIODE DE L'OSCILLATEUR



La borne + de l'AO a son potentiel imposé par le pont R_1/R_2 :

$$V_+ = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_S = k V_S \quad \text{avec} \quad k = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

La réaction étant positive, l'AO fonctionne en commutation $\rightarrow V_S = \pm V_{\text{sat}}$, d'où $V_+ = \pm k V_{\text{sat}}$

$V_S = \pm V_{\text{sat}} \rightarrow$ le condensateur se charge ou se décharge à travers R sous $\pm V_{\text{sat}}$ \rightarrow La sortie basculera dès que $V_- = V_C$ atteindra la valeur $V_+ = \pm k V_{\text{sat}}$

Calcul de T :

Cas d'une charge

$$V_- = V_C = A + B e^{-t/RC}$$

$$V_C = -kU \quad \text{à} \quad t = 0 \quad \rightarrow \quad A + B = -kU$$

$$V_C \rightarrow U \quad \text{lorsque} \quad t \rightarrow \infty \quad \rightarrow \quad A = +U \quad \rightarrow \quad B = -(1+k)U$$

$$V_C = U(1 - (1+k)e^{-t/RC})$$

Or $V_C = kU$ à $t = T/2$

$$\rightarrow k = 1 - (1+k)e^{-\frac{T}{2RC}} \quad \text{d'où} \quad e^{-\frac{T}{2RC}} = \frac{1-k}{1+k} \quad \text{et} \quad T = 2RC \ln\left(\frac{1+k}{1-k}\right)$$

Soit, finalement :

$$T = 2RC \ln\left(1 + 2\frac{R_1}{R_2}\right)$$

ANNEXE : CABLE COAXIAL

REFLEXION EN BOUT DE LIGNE

I DESCRIPTION DES ONDES ALLER/RETOUR

Les deux ondes sont décrites par les courants I_i, I_r et les tensions U_i, U_r . Ces grandeurs sont liées par l'impédance caractéristique du câble :

$$U_i = Z_C I_i$$

$$U_r = Z_C I_r$$

Les tensions s'ajoutent mais les courants se propagent en sens inverse donc on a :

$$U_t = U_i + U_r$$

$$I_t = I_i - I_r$$

II REFLEXION EN BOUT DE LIGNE

II.1 Calcul général

Soit Z l'impédance en bout de ligne. On connaît U_i et on cherche $U_r \rightarrow$ il faut résoudre $U_t = Z I_t$:

$$U_i + U_r = Z(I_i - I_r)$$

$$U_i + U_r = \frac{Z}{Z_C} (U_i - U_r)$$

$$U_r \left(1 + \frac{Z}{Z_C}\right) = U_i \left(\frac{Z}{Z_C} - 1\right)$$

D'où le résultat déjà obtenu dans l'annexe du montage sur les ondes :

$$U_r = U_i \frac{Z - Z_C}{Z + Z_C}$$

II.2 Cas ou l'extrémité est en circuit ouvert

L'impédance Z est alors infinie $\rightarrow Z \gg Z_C$, d'où $U_r = U_i$. Une onde identique à l'onde incidente repart dans le câble coaxial.

II.3 Cas de la charge adaptée

L'impédance caractéristique Z_C d'un câble coaxial est purement résistive (cf. annexe du montage sur les ondes) \rightarrow On a $U_r = 0$ si l'impédance Z en bout de ligne est une résistance R égale à Z_C . L'onde incidente est absorbée par la charge et il n'y a pas d'onde retour.

II.4 Conséquence d'un effet capacitif supplémentaire

Supposons qu'il y ait une petite capacité C en parallèle sur la résistance adaptée ($R = Z_C$). Le courant total en bout de ligne vaut alors :

$$I_t = \frac{U_t}{R} + C \frac{dU_t}{dt} = I_i - I_r$$

Si on remplace I_i, I_r et U_t par leur expression en fonction de U_i et U_r , on obtient :

$$\frac{U_i + U_r}{R} + C \frac{d(U_i + U_r)}{dt} = \frac{U_i - U_r}{Z_C}$$

D'où, avec $R = Z_C$:

$$2 \frac{U_r}{Z_C} = -C \frac{d(U_i + U_r)}{dt} = -C \left(\frac{dU_i}{dt} + \frac{dU_r}{dt} \right)$$

On envoie une tension en forme de créneau dans le câble coaxial \rightarrow la dérivée de U_i diverge lors de ses fronts montants et descendant et elle est nulle en dehors \rightarrow si on suppose que la dérivée de U_i est beaucoup plus grande que celle de U_r au voisinage de ces points, on a, à ces instants :

$$U_r \approx - \frac{Z_C C}{2} \frac{dU_i}{dt}$$

\rightarrow L'onde de retour présente un pic négatif au moment où l'onde incidente arrive, et un pic positif au moment où l'onde incidente se termine.

II.5 Conséquence d'un effet inductif

On considère cette fois-ci une petite inductance L en série avec la résistance adaptée $R = Z_C$. La tension en bout de ligne est maintenant donnée par :

$$U_t = L \frac{dI_t}{dt} + RI_t$$

$$U_i + U_r = L \frac{d(I_i - I_r)}{dt} + R(I_i - I_r)$$

$$U_i + U_r = \frac{L}{Z_C} \frac{d(U_i - U_r)}{dt} + \frac{R}{Z_C} (U_i - U_r)$$

D'où, avec $R = Z_C$:

$$2U_r = \frac{L}{Z_C} \frac{d(U_i - U_r)}{dt} = \frac{L}{Z_C} \left(\frac{dU_i}{dt} - \frac{dU_r}{dt} \right)$$

On peut faire la même approximation qu'avec l'effet capacitif aux moments où l'onde incidente arrive et se termine :

$$U_r \approx + \frac{L}{2Z_C} \frac{dU_i}{dt}$$

\rightarrow L'onde de retour présente un pic positif au moment où l'onde incidente arrive, et un pic négatif au moment où l'onde incidente se termine.

II.6 Comparaison avec l'expérience

L'oscillogramme du § III.4.2 obtenu avec la boîte variable réglée à 75Ω permet de voir que la dérivée temporelle de U_i est approximativement 5 fois plus importante que celle de U_r au moment des transitions \rightarrow l'approximation $dU_i/dt \gg dU_r/dt$ faite à ces instants est assez grossière mais permet de prédire simplement l'allure de U_r .