

Liste à raccourci - Skiplist.

Algorithmique 3 - Travaux pratiques

Les travaux pratiques seront réalisés à partir de l'archive `base_code_lab4.tar.gz` fournie sur moodle et contenant la hiérarchie suivante :

`base_code_lab4`

- > **Code** : répertoire contenant le code source fourni devant être complété.
- > **Test** : répertoire contenant les fichiers de test.

Il est demandé à l'étudiant de rédiger, dans un fichier au format **pdf**, un compte rendu de travaux pratiques contenant, pour chaque exercice :

- les réponses aux éventuelles questions posées pour l'exercice dans le sujet,
- une description synthétique des algorithmes mis en œuvre et une analyse de la complexité en temps et en espace de ces algorithmes,
- une synthèse de la démarche de programmation mise en œuvre, en précisant :
 - les références concernant les documentations et aides utilisées (livres, camarades, chat-GPT, site web ...),
 - les difficultés rencontrées et comment elles ont été résolues.

À l'issue de la séquence, l'étudiant devra déposer sur moodle une archive selon les spécifications suivantes :

- Format de l'archive identique au format initial (`.tar.gz`),
- Contenu de l'archive (il n'est pas demandé de remettre les jeux de test) :
 - le compte rendu de TP au format pdf,
 - un dossier **Code** contenant uniquement le code source et le Makefile, à l'exclusion de tout autre fichier.

Le respect strict des consignes ci-dessus est un élément de l'évaluation des travaux déposés.

L'objectif de cette séquence, qui court sur 3 séances, est de programmer et de comparer, en termes de complexité et de performance les opérations de dictionnaire (insérer, rechercher, supprimer) sur une structure de données linéaire de type liste doublement chaînée. À partir de l'archive source qui vous est fournie¹, le but de ce TP est d'implanter la structure linéaire probabiliste *SkipList* correspondant à la description fonctionnelle donnée dans la section 2.

1 Description de l'archive logicielle fournie

L'archive qui vous est fournie pour servir de base à votre travail est constituée des fichiers suivants :

1. Fichiers sources

- `rng.h` et `rng.c` : Définition du type `RNG` et des fonctions de manipulation permettant de générer une séquence de nombres aléatoires suivant une loi de probabilité imposée et permettant ainsi de construire la structure de données.

1. Elle est décrite en section 1 et contient les spécifications du type abstrait de données à implanter, quelques outils supplémentaires et des jeux de tests pour évaluer le comportement du code développé.

- `skiplist.h` : Spécification, selon le format vu en cours et décrit à l'aide du langage *doxygen* du type abstrait `SkipList` à implanter. Si le programme *doxygen* est installé sur votre machine, vous pouvez générer une version plus lisible de la spécification en tapant la commande `make doc` et en ouvrant dans votre navigateur le fichier `documentation/html/index.html`.
 - `skiplisttest.c` : Programme principal, se limitant initialement à l'analyse de la ligne de commande selon les spécifications suivantes :
usage : `./skiplisttest -id num`
where *id* is one of the four letters :
c : construct and print the *SkipList* with data read from file `test_files/construct_num.txt`.
s : construct the *SkipList* with data read from file `test_files/construct_num.txt` and search elements from file `test_files/search_num.txt`. Print statistics about the searches.
i : construct the *SkipList* with data read from file `test_files/construct_num.txt` and search, using an iterator, elements read from file `test_files/search_num.txt`. Print statistics about the searches.
r : construct the *SkipList* with data read from file `test_files/construct_num.txt`, remove values read from file `test_files/remove_num.txt` and print the list in reverse order.
where *num* is the file number for the input.
 - `Makefile` : makefile (pouvant éventuellement être modifié, mais servant de référence pour la correction) permettant de compiler votre production.
2. Fichiers de test
- `test_files` : répertoire contenant les jeux de données et les résultats de référence pour effectuer les tests.
3. Script de test
- `test_script.sh` : script bash de test de votre programme. Lorsque vous le lancez, ce script exécute les différentes étapes demandées et fournit un affichage indiquant les tests ayant réussi.
 - "nom du test (numéro) [OK]", si votre programme est correct,
 - "nom du test (numéro) [KO]", si votre programme est incorrect,
 - "nom du test (numéro) [OK]", suivi de l'affichage des lignes de sortie de votre programme contenant des erreurs si le nombre d'erreurs est faible est st dans une marge de tolérance pour l'évaluation de votre travail.

ATTENTION le résultat du test est affiché à partir d'une comparaison textuelle de la sortie de votre programme avec la commande `gnu diff`. Ce script a été testé et fonctionne sur Linux. Vous pouvez l'adapter pour votre système (macos ou windows) si besoin, mais il ne sera fourni aucune aide concernant ce script. Si vous voulez comprendre pourquoi un de vos tests échoue, reportez-vous aux sorties de références données dans le répertoire `test_files/references`.

Pour chaque étape du sujet, vous devrez écrire dans votre programme principal la portion correspondant à la ligne de commande associée à l'opération à réaliser.

2 Description du principe de fonctionnement des *SkipLists*

Dans la description fonctionnelle des listes à raccourcis que nous fournissons ici, les exemples sont donnés pour une liste simplement chaînée. Il vous est demandé d'implanter les listes à raccourci sur des **listes doublement chaînées**.

Les listes à raccourcis, nommées *SkipLists*, sont une alternative aux arbres de recherche équilibrés que nous verrons dans la suite du cours. Inventées par William Pugh en 1990², elles reposent sur une structure de données linéaire construite de manière probabiliste. Les opérations de dictionnaire définies sur les listes à raccourcis sont simples à programmer, élégantes et l'aspect probabiliste permet de démontrer une complexité moyenne en $O(\log(N))$ au lieu des $O(N)$ inhérents aux structures linéaires. Toutefois, l'aspect probabiliste de la structure de données ne permet pas d'assurer la complexité en pire cas, comme on pourra le faire sur les arbres équilibrés, mais donne, en pratique, une structure extrêmement efficace (la probabilité de construire une structure non efficace étant très faible). Nous ne ferons pas de démonstration ici, et il ne vous est pas demandé d'en effectuer une, les étudiants curieux pourront se rapporter à leur cours de complexité et à l'analyse fournie dans l'article de William Pugh, accessible sur Moodle.

2.1 Structure d'une *SkipList*

Les listes à raccourcis sont décrites par une succession de nœuds interconnectés. À la manière des nœuds sur les listes (doublement) chaînées, chaque nœud est relié à son successeur dans la structure de données (et à son prédécesseur si la liste est doublement chaînée). Par souci de clarté, nous considérons, dans notre explication, des listes simplement chaînées.

Chaque nœud possède une information associant une clé à une valeur. Sans perte de généralité, nous considérons que les nœuds possèdent une seule information représentant à la fois la clé et la valeur : un entier. Les nœuds sont ordonnés dans la liste par ordre croissant de leur clé. **La structure de données est donc une structure ordonnée.** Un nœud possède aussi un ou plusieurs liens (représentés par des pointeurs) vers des nœuds situés après lui dans la liste. Le nombre de liens est déterminé aléatoirement, ce qui donne l'aspect probabiliste à la structure de données et définit ce que nous appelons le *niveau* du nœud.

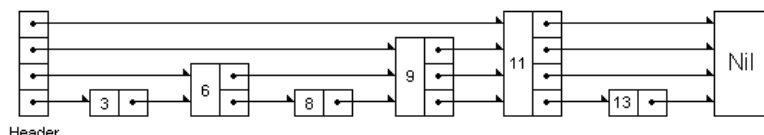


FIGURE 1 – Exemple de liste à raccourcis possédant 6 nœuds.

Un nœud de niveau $1 \leq k \leq nb_level$ possède k liens vers les nœuds situés après dans la liste. Ainsi, chaque nœud possède au moins un lien (le lien de niveau 1) désignant l'élément immédiatement suivant dans la liste. Les liens numéro $p > 1$ désignent des nœuds de niveau $l \geq p$ se trouvant une ou plusieurs places plus loin dans la liste. Ces liens sont donc des raccourcis vers les nœuds suivants, d'où le nom donné à ces listes.

Par exemple, dans la figure 1, avec $nb_level = 4$, le niveau du nœud de clé 3 est 1 et celui du nœud de clé 6 est 2. Dans le nœud de clé 6, le lien numéro 1 permet d'accéder au nœud de clé 8 (le suivant immédiat du nœud de clé 6 dans la liste) alors que le lien numéro 2 permet d'accéder au nœud de clé 9 (situé plus loin dans la liste et de niveau $3 \geq 2$).

Dans une liste à raccourcis, deux nœuds sont systématiquement présents. Le premier, nommé *header*, est un nœud de niveau nb_level possédant donc nb_level liens. Il marque le début de la liste. Le second, nommé *NIL*, marque la fin de la liste et est de niveau arbitraire. Dans le travail demandé, ces deux nœuds seront fusionnés en un seul que nous nommons *sentinelle* (cf cours d'algorithmique 3).

2. William Pugh, *Skip lists : a probabilistic alternative to balanced trees* in Communications of the ACM, June 1990, 33(6) 668-676

Une liste à raccourcis possède donc deux propriétés importantes : le niveau maximum d'un nœud (noté *nb_level*) et la loi de probabilité³ permettant de déterminer le niveau que l'on va attribuer à un nœud particulier. Cette loi de probabilité est implantée dans le générateur de nombres aléatoires dont l'interface vous est fournie dans le fichier `rng.h`.

La figure 1 montre un exemple de liste de niveau maximum 4 et possédant 6 nœuds.

2.2 Recherche d'un nœud dans une *SkipList*

La recherche d'un nœud, par sa clé, dans une liste à raccourcis débute par l'en-tête (ou la sentinelle), au niveau le plus haut de la liste et en suivant les pointeurs de ce niveau tant que les clés des nœuds accessibles sont inférieures à la clé recherchée. Si la clé d'un nœud accessible par un pointeur de niveau l est égale à la clé recherchée, l'algorithme s'arrête. Si la clé de ce nœud est supérieure à la clé recherchée, la progression continue sur le niveau $l - 1$, à partir du nœud courant, jusqu'à ce que l'on ait trouvé la clé recherchée ou que la clé d'un nœud atteint par un pointeur de niveau 1 soit strictement supérieure à la clé recherchée, indiquant que cette clé recherchée est absente de la collection.

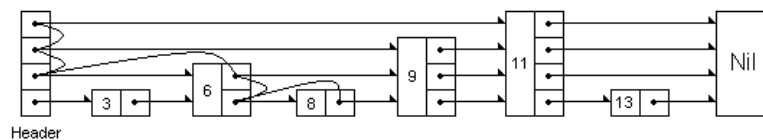


FIGURE 2 – Recherche du nœud 8.

La figure 2 montre le résultat de la recherche du nœud 8 dans la liste à raccourcis de la figure 1. Les liens courbes correspondent aux pointeurs qui ont été examinés pour trouver le nœud. Le nœud 3 n'a pas été visité.

2.3 Insertion d'un nœud dans une *SkipList*

L'insertion d'un nœud dans une liste à raccourcis se fait de façon très similaire à l'insertion d'un nœud dans une liste chaînée. Toutefois, dans une liste à raccourcis, comme dans toute structure de recherche strictement ordonnée, il ne peut y avoir de collision de clé. Une clé apparaîtra donc une seule fois dans la collection. L'algorithme d'insertion commence par rechercher, pour chaque niveau possible, le nœud devant lequel insérer la nouvelle clé (le premier nœud à avoir une clé supérieure à la clé du nœud à insérer et accessible à un niveau donné).

Si la clé à insérer n'est pas présente dans la liste, le niveau l du nouveau nœud est déterminé selon la loi de probabilité associée à la liste à raccourcis et les l pointeurs devant désigner ce nouveau nœud (et n'appartenant pas forcément à un même nœud de la liste) sont mis à jour. Il en est de même pour les l pointeurs du nouveau nœud. Si la liste est doublement chaînée, il y a un moyen simple, que vous devrez mettre en œuvre, pour connaître l'ensemble des pointeurs devant être mis à jour.

La figure 3 montre le résultat de l'insertion du nœud 10 de niveau 1 (déterminé aléatoirement) dans la liste à raccourcis de la figure 1.

3. À titre d'information, cette loi définit la probabilité $P(l)$ pour qu'un nœud soit de niveau l de la manière suivante.

$$\begin{aligned}
 1 \leq l < nb_level \rightarrow P(l) &= \frac{1}{2^l} \\
 P(nb_level) &= \frac{1}{2^{nb_level-1}}
 \end{aligned}$$

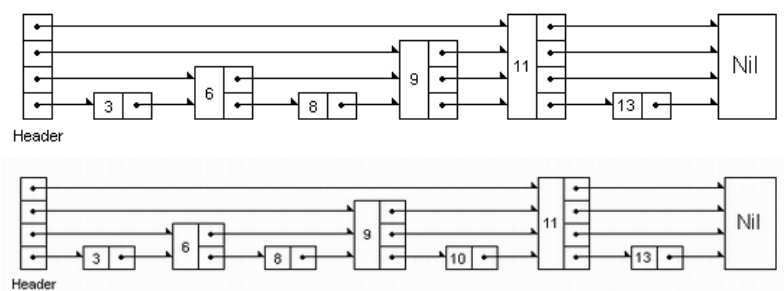


FIGURE 3 – Liste à raccourcis avant et après l'insertion du nœud 10.

2.4 Suppression d'un nœud dans une *SkipList*

La suppression d'un nœud dans une liste à raccourcis se fait de manière symétrique à l'insertion. On commence par chercher le nœud à supprimer et on met à jour les différents pointeurs (à tous les niveaux) influencés par la suppression du nœud.

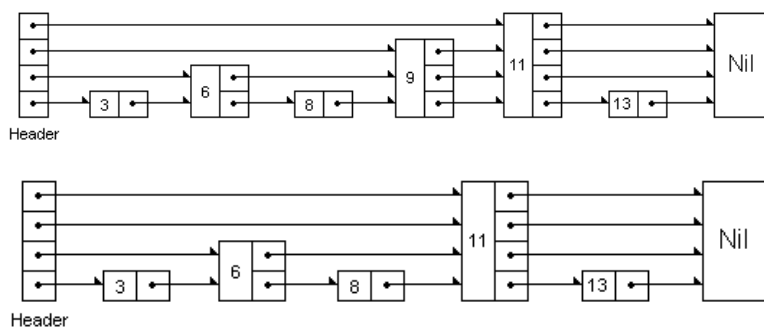


FIGURE 4 – Liste à raccourcis avant et après la suppression du nœud 9.

La figure 4 montre le résultat de la suppression du nœud 9 (de niveau 3) dans la liste à raccourcis de la figure 1.

3 Travail à réaliser

Les étapes ci-dessous sont à réaliser pour votre TP.

ATTENTION, nous vous demandons d'implanter les listes à raccourcis avec des **listes doublement chaînées**. Les raccourcis doivent donc être à double sens. Afin de limiter les cas particuliers et de simplifier le développement, l'utilisation d'une sentinelle est très fortement recommandée. La documentation de référence présente dans le code fourni doit être exploitée et suivie pour que vos développements respectent la spécification. Lors de la correction de vos TP, nous remplacerons éventuellement vos fichiers d'implantation par une implantation de référence pour s'assurer du bon respect de l'interface.

La spécification du TAD et des opérations à implanter est fournie dans le fichier `skiplist.h` de l'archive logicielle téléchargée sur Moodle (voir section 1). L'implantation des opérateurs du TAD devra se faire dans le fichier `skiplist.c` que vous complèterez à partir du squelette minimal fourni assurant la seule compilation de l'archive. L'implantation des opérations de test devra se faire dans le fichier `skiplisttest.c` contenant le programme principal.

3.1 Définition et construction d'une liste à raccourcis.

1. Définissez la structure de données `struct s_SkipList` correspondant à la représentation interne d'une liste doublement chaînée à raccourcis. Définissez l'ensemble des structures de données et opérateurs y afférant dont vous avez besoin pour représenter votre liste. Par exemple, un type `Link` représentant les liens bidirectionnels, un type `Node` représentant un nœud de la liste et contenant un tableau dynamique de liens bidirectionnels, ...
2. Programmez les fonctions
 - `SkipList skiplist_create(int nb_levels) !`
 - `void skiplist_delete(SkipList** d)`
 permettant respectivement d'allouer-initialiser une liste doublement chaînée à raccourcis et de détruire-libérer la mémoire utilisée par une telle liste. Dans votre constructeur, vous prendrez soin d'initialiser le générateur de nombres aléatoires associé à la liste en lui fournissant une graine de 0 et la borne sup de l'intervalle de valeurs à générer : `rng_initialize(0, nb_levels);`
 Vous prendrez soin d'assurer, par construction, que la sentinelle à une durée de vie égale à celle de la liste et vous veillerez à minimiser le nombre d'allocations mémoire et à limiter la dispersion en mémoire des données qui sont fréquemment utilisées de façon conjointe en vous reportant au principe mis en œuvre lors de la séquence 3.
3. Programmez les fonctions
 - `unsigned int skiplist_size(const SkipList* d)`
 - `int skiplist_at(const SkipList* d, unsigned int i)` et
 - `void skiplist_map(const SkipList* d, ScanOperator f, void *user_data).`
 Vous prendrez soin d'avoir une implantation en $\Theta(1)$ pour la fonction `unsigned int skiplist_size(const SkipList* d)` et en $\Theta(n)$ pour les autres.
4. Programmez la fonction `SkipList skiplist_insert(SkipList* d, int value)` qui ajoute une valeur à la liste doublement chaînée à raccourcis. Le niveau du nouveau nœud sera déterminé en appelant la fonction `rng_get_value()` avec le générateur associé à la liste.
ATTENTION Comme indiqué dans la spécification du module `rng`, cette fonction renvoie un entier dans l'intervalle $[0 .. \text{borne_sup} - 1]$. Le nombre de liens à créer sera donc la valeur retournée par cette fonction plus 1.
5. Dans le fichier `skiplisttest.c`, programmez la fonction
 - `void test_construction(int num)`
 qui utilise la fonction `SkipList buildlist(int num)` pour construire la liste à partir du fichier `test_files/construct_num.txt` (avec `num` la valeur du paramètre `num`) contenant les données de la liste à raccourcis à construire.
 Les fichiers `test_files/construct_num.txt` fournis ont un format simple composé d'une succession de n valeurs.
 - La première valeur est un entier non signé définissant le nombre de niveaux de la liste à construire.
 - La deuxième valeur est un entier non signé donnant le nombre de valeurs à insérer dans la liste.
 - les valeurs suivantes sont des entiers signés devant être ajoutés à la liste.
 Après avoir construit votre liste, vous afficherez, **dans cette fonction**, la liste dans l'ordre croissant selon le format correspondant à l'exemple ci-dessous dans lequel 13 est le nombre de valeurs de la liste. Les valeurs doivent être affichées séparées par un espace. **Attention**, il ne doit pas y avoir un seul autre affichage sur la sortie standard pendant l'exécution de votre programme. Vous devez, par exemple, obtenir le résultat suivant pour la commande indiquée :

```
$ ./skiplisttest -c 1
Skiplist (13)
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 11 12 18
```

6. Vérifiez la bonne implantation de cette partie en lançant la commande *make tests*. Si votre programme est bon, vous aurez le symbole **[OK]** en face des tests de construction.

3.2 Recherche d'une valeur dans une liste à raccourcis.

1. Programmez la fonction `bool skiplist_search(const SkipList* d, int value, unsigned int *nb_operations)` recherchant la valeur `value` dans la liste. Cette fonction doit aussi renvoyer, dans le paramètre `nb_operations`, le nombre de nœuds qui ont été visités pendant la recherche. Vous veillerez à visiter un nombre minimum de nœuds pour déterminer la valeur de retour de cette fonction.
2. Dans le fichier `skiplisttest.c`, programmez la fonction `void test_search(int num)` qui, comme dans la question 3.1.5, lit dans le fichier `test_files/construct_num.txt` les données de la liste à raccourcis à construire. Une fois la liste construite, la fonction `void test_search(int num)` effectuera n recherches dans la liste selon les données à lire dans le fichier `test_files/search_num.txt`.

Les fichiers `test_files/search_num.txt` fournis ont un format simple composé d'une succession de n valeurs.

— La première valeur de ces fichiers est un entier non signé indiquant le nombre de valeurs à chercher.

— les valeurs suivantes sont des entiers signés devant être recherchés dans la liste.

Cette fonction doit afficher, en respectant l'ordre des valeurs lues dans le fichier, le résultat de la recherche et des statistiques globales sur le nombre d'opérations effectuées. Ainsi, pour chaque valeur v recherchée dans la liste, une ligne correspondant au modèle suivant doit être affichée sur la sortie standard.

Si la valeur v est trouvée dans la liste :

$v \rightarrow \text{true}$

Si la valeur v n'est pas trouvée dans la liste :

$v \rightarrow \text{false}$

Une fois les résultats de recherche affichés, vous afficherez les statistiques sur le nombre de nœuds visités pendant les recherches avec le format suivant. Les statistiques incluent la taille de la liste, le nombre de valeurs cherchées, le nombre de valeurs trouvées, le nombre de valeurs non trouvées, le nombre minimum de nœuds visités pendant une recherche, le nombre maximum de nœuds visités pendant la recherche et le nombre moyen (un entier) de nœuds visités pendant la recherche. L'exécution de la commande `./skiplisttest -s 1` doit afficher :

```
Statistics :
    Size of the list : 13
Search 20 values :
    Found 13
    Not found 7
    Min number of operations : 1
    Max number of operations : 8
    Mean number of operations : 4
```

Attention, il ne doit pas y avoir un seul autre affichage sur la sortie standard pendant l'exécution de votre programme.

3. Vérifiez la bonne implantation de cette partie en lançant la commande *make tests*. Si votre programme est bon, vous aurez le symbole [OK] en face des tests de recherche. Si vous avez le symbole [OK] et que vos statistiques ne diffèrent que de ± 1 , vous pouvez considérer que votre programme est correct.

3.3 Itérateur et recherche linéaire d'une valeur dans une liste.

1. Implanter le TAD `SkipListIterator` (programmer toutes les fonctions qui sont vides) tel que spécifié dans le fichier `skiplist.h` de façon à pouvoir parcourir, du côté client, toutes les valeurs d'une liste à raccourcis par le code suivant :

```
void iterate_on_skiplist(SkipList* d) {
    SkipListIterator* e = skiplist_iterator_create(d, DIRECTION);
    for ( e = skiplist_iterator_begin(e);
          !skiplist_iterator_end(e);
          e = skiplist_iterator_next(e)
        ) {
        Do_something_with(skiplist_iterator_value(e));
    }
}
```

où `DIRECTION` prend une des deux directions `FORWARD_ITERATOR`, `BACKWARD_ITERATOR` de parcours.

2. Dans le fichier `skiplisttest.c`, programmez la fonction `void test_search_iterator(int num)` qui, comme dans la question 3.2.2, utilise le fichier `test_files/construct_num.txt` pour construire une liste à raccourcis et cherche dans la liste les valeurs contenues dans le fichier `test_files/search_num.txt`. La recherche s'effectuera ici du côté du client en utilisant un itérateur. Vous afficherez de la même manière que dans la question 3.2.2 les statistiques sur les recherches.
3. En vous fondant sur les statistiques issues des questions 3.2.2 et 3.3.2, expliquez dans votre rapport de devoir les raisons de la différence en temps de calcul constatée, particulièrement pour le test numéro 4.
4. Vérifiez la bonne implantation de cette partie en lançant la commande *make tests*. Si votre programme est bon, vous aurez le symbole [OK] en face des tests d'itérateur. Si vous avez le symbole [OK] et que vos statistiques ne diffèrent que de ± 1 , vous pouvez considérer que votre programme est correct.

3.4 Suppression d'une valeur dans une liste.

1. Programmez la fonction `bool skiplist_remove(SkipList* d, int value)` supprimant la valeur `value` de la liste.
2. Dans le fichier `skiplisttest.c`, programmez la fonction `void test_remove(int num)` qui, comme dans la question 3.1.5, lit dans le fichier `test_files/construct_num.txt` les données de la liste à raccourcis à construire. Une fois la liste construite, la fonction `void test_remove(int num)` effectuera n suppressions dans la liste selon les données à lire dans le fichier `test_files/remove_num.txt`. Les fichiers `test_files/remove_num.txt` fournis ont un format simple composé d'une succession de n valeurs.
 - La première valeur de ces fichiers est un entier non signé indiquant le nombre de valeurs à supprimer.
 - Les valeurs suivantes sont des entiers signés devant être supprimés de la liste.

Comme dans la question 3.1.5, cette fonction affichera la liste sur la sortie standard (avec le même format) mais dans l'ordre décroissant de ses valeurs.

3. Vérifiez la bonne implantation de cette partie en lançant la commande *make tests*. Si votre programme est bon, vous aurez le symbole **[OK]** en face des tests de suppression.