Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Российский химико-технологический университет имени Д.И. Менделеева»

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №1

Выполнил студент группы КС-36: Золотухин А.А.
Ссылка на репозиторий: https://github.com/MUCTR-IKT-CPP/ZolotukhinAA_36_ALG
Принял: Крашенников Роман Сергеевич
Дата сдачи: 17.02.2025

Москва
2025

Оглавление

Описание задачи

В лабораторной работе предлагается изучить способ анализа алгоритма, связанный со временем. Рассмотреть для выбранного алгоритма сортировки наилучшее, наихудшее и среднее время и соотнести его с известным для алгоритма показателм эффективности О-большое.

Допускается реализация задания на любом языке программирования, кроме лисподобных. Преподаватель может не знать конкретного языка реализации, поэтому вы должны быть способны объяснить алгоритм и нарисовать его без демонстрации непосредственно вашего кода.

Задание:

- Реализовать метод сортировки: **Сортировка вставками**;
- Реализовать проведения тестирования алгоритма сериями расчетов для измерения параметров За один расчёт выполняются следующие операции:
  - Генерируется массив случайных значений;
  - Запоминается время начала расчета алгоритма сортировки;
  - Выполняется алгоритм сортировки
    - Во время выполнения измерить количество повторных прохождений по массиву.
    - Во время выполнения измерить количество выполнения операций обмена значений.
  - Вычисляется время, затраченное на сортировку: текущее время - время начала;
  - Сохраняется время для одной попытки После этого расчёт повторяется до окончания серии.
    - Алгоритм вычисляется 8 сериями по 20 раз за серию;
    - Алгоритм в каждой серии вычисляется для массива размером M. (1000,2000, 4000, 8000, 16000, 32000, 64000, 128000);
    - Массив заполняется значениями чисел с плавающей точкой в интервале от -1 до 1;
    - Для серии запоминаются все времена, которые были замерены.
- По полученным данным времени построить графики зависимости времени от числа элементов в массиве:
  - Совмещенный график наихудшего времени выполнения сортировки и сложности алгоритма, указанной в нотации О большое;

Для построения графика вычисляется O большое для каждого размера массива. При этом при вычислении функции O(c * g(N)) подбирается такая константа c, чтобы при значении >1000 график O(N) был выше графика наихудшего случая, но второй график на его фоне не превращался в прямую линию.

  - Совмещенный график среднего, наихудшего и наилучшего времени исполнения;
  - График среднего количества обмена значений;
  - График повторных обходов массива.

- По результатам расчётов оформляется отчёт по предоставленной форме, в отчете:
  - Приводится описание алгоритма;
  - Приводится описание выполнения задачи (описание кода и специфических элементов реализации);
  - Приводятся выводы (Графики и их анализ).

Описание метода/модели

Сортировка вставками - это простой алгоритм сортировки, который работает путём итеративной вставки каждого элемента несортированного списка в его правильное положение в отсортированной части списка. Это похоже на сортировку игральных карт в ваших руках. Вы разделяете карты на две группы: отсортированные карты и несортированные карты. Затем вы выбираете карточку из несортированной группы и помещаете её в нужное место в отсортированной группе.

Ход алгоритма:

1. Начинаем со второго элемента массива, поскольку предполагается, что первый элемент в массиве должен быть отсортирован;
2. Сравниваем второй элемент с первым и проверяем, не меньше ли второй элемент, затем меняем их местами;
3. Переходим к третьему элементу, сравниваем его с первыми двумя элементами и устанавливаем в правильное положение;
4. Повторяем до тех пор, пока не будет отсортирован весь массив.

Анализ сложности сортировки вставками:

- **Лучший вариант: O(N)**, если список уже отсортирован;
- **Средний вариант: O(N^2)**, если список упорядочен случайным образом;

- **Наихудший вариант: O(N^2)**, если список находится в обратном порядке, где N - количество элементов в списке.

Algorithm 1 Реализация алгоритма сортировки вставками

$i \leftarrow 2$
while $i \leq n - 1$ **do**
  $j \leftarrow i - 1$
  while $j \geq 0 AND A[j] > A[j + 1]$ **do**
    $swap(A[j], A[j + 1])$
    $j \leftarrow j - 1$

Преимущества:

- Эффективно справляется с небольшими и почти отсортированными массивами;
- Экономит место;
- Простой и легкореализуемый.

Недостатки:

- Неэффективно справляется с большими массивами.

Выполнение задачи

Алгоритм сортировки вставками реализован на языке *C++*. Построение графиков проводить с помощью программы *GNUplot*.

"main" функция работает с циклом, в ходе которого производится расчёт минимального, максимального и среднего времени на сортировку массива размером *M*. Каждая серия просчитывается по 20 раз. В итоге получаются данные, выведенные в определенные файлы, с помощью которых впоследствии строятся графики.

```
1   int main() {
2     std::ofstream worst_and_complexity(Constants::folder + "worst_and_complexity.
    dat");
3     std::ofstream average_best_worst(Constants::folder + "average_best_worst.dat");
4     std::ofstream average_swaps(Constants::folder + "average_swaps.dat");
5     std::ofstream average_passes(Constants::folder + "average_passes.dat");
6     if (!worst_and_complexity.is_open() ||
7       !average_best_worst.is_open()   ||
8       !average_swaps.is_open()        ||
9       !average_passes.is_open()) {
10      std::cerr << "Error of opening the file!" << std::endl;
11      return 1;
12    }
13
14    for (int episode = 0; episode < Constants::M; episode++) {
15      int size = Constants::sizes[episode];
16      double* array = new double[size];
```

```
17
18        double the_worst_time = 0.0;
19        double the_best_time = std::numeric_limits<double>::max();
20        double total_time = 0.0;
21        int total_swaps = 0;
22        int total_passes = 0;
23
24        for (int attempt = 0; attempt < Constants::amount_of_attempts; attempt++) {
25          int amount_of_repeated_passes = 0;
26          int amount_of_swaps = 0;
27
28          generationArray(array, size);
29
30          std::chrono::high_resolution_clock::time_point start = std::chrono::
    high_resolution_clock::now();
31
32          insertionSort(array, size, amount_of_repeated_passes, amount_of_swaps);
33
34          std::chrono::high_resolution_clock::time_point end = std::chrono::
    high_resolution_clock::now();
35          std::chrono::duration<double, std::milli> milli_diff = end - start;
36
37          double time_taken = milli_diff.count();
38          if (time_taken > the_worst_time)
39            the_worst_time = time_taken;
40          if (time_taken < the_worst_time)
41            the_best_time = time_taken;
42
43          total_time += time_taken;
44          total_swaps += amount_of_swaps;
45          total_passes += amount_of_repeated_passes;
46        }
47
```

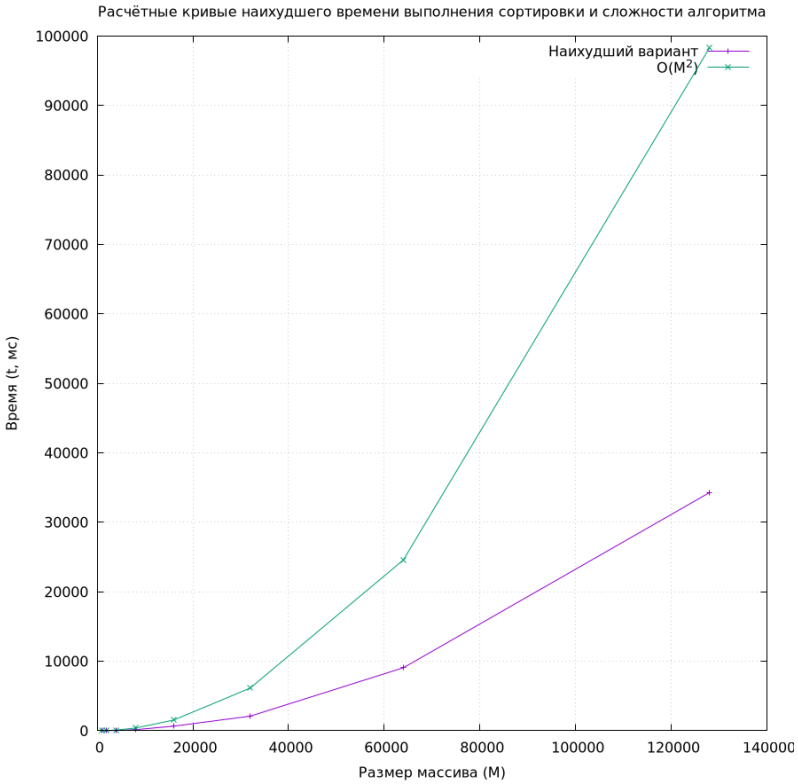
"generationArray" функция принимает два аргумента: array - массив, size - размер массива. Формирует массив размера size, который заполняется случайными числами с плавающей точкой от -1 до 1.

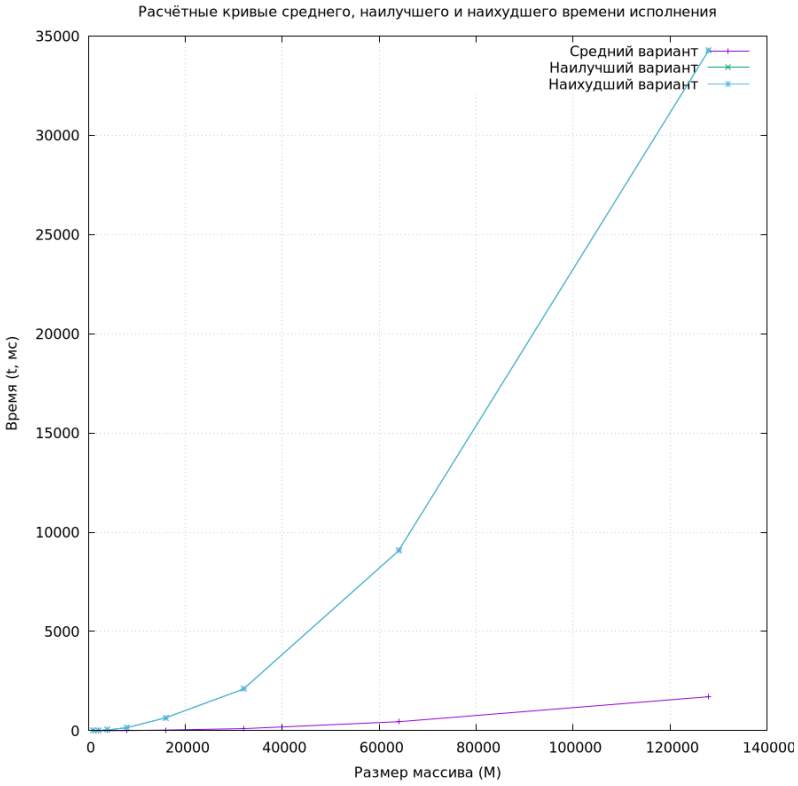
```
1     void generationArray(double array[], int size) {
2       std::random_device rd;
3       std::mt19937 engine(rd());
4       std::uniform_real_distribution<double> gen(-1.0, 1.0);
5
6       for (int i = 0; i < size; i++)
7         array[i] = gen(engine);
8     }
9
```

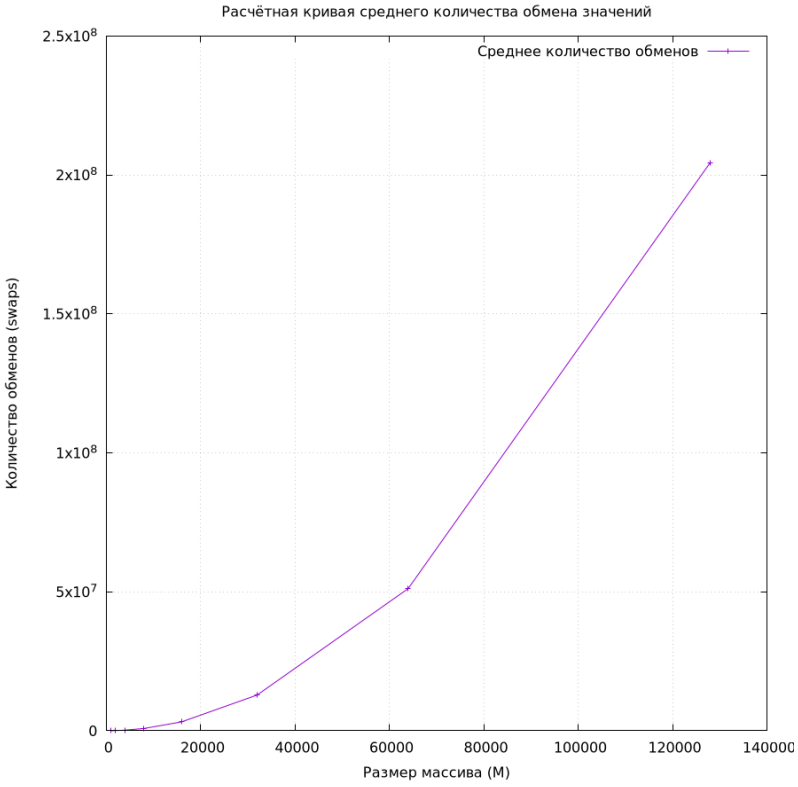
"insertionSort" функция принимает два аргумента: array - заполненный случайными числами массив, size - размер массива, repeated_passes - количество повторных обходов, swaps - количество сделанных обменов значений. Сортирует массив методом вставок и просчитывает количество повторных обходов и обменов значений.

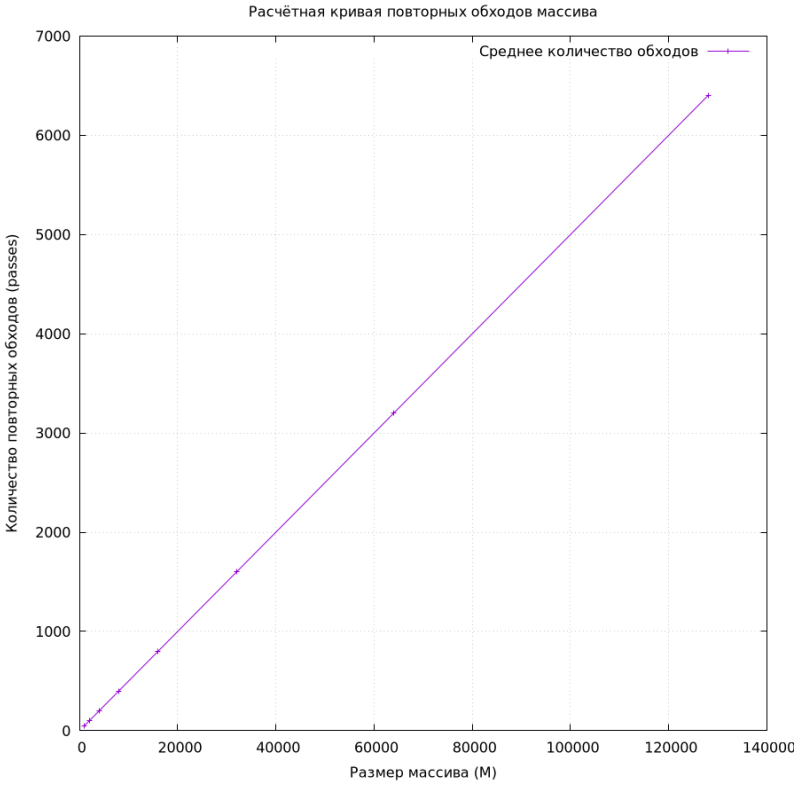
```
1     void insertionSort(double array[], int size, int& repeated_passes, int& swaps) {
2       for (int i = 1; i < size; i++) {
3         repeated_passes++;
4
5         int j = i - 1;
```

```
        while (j > -1 && array[j] > array[j + 1]) {
          double temp = array[j];
          array[j] = array[j + 1];
          array[j + 1] = temp;

          swaps++;

          j--;
        }
      }
    }

```


Расчётные кривые наихудшего времени выполнения сортировки и сложности алгоритма
Наихудший вариант
O(M^2)
Время (t, мс)
Размер массива (M)
0
10000
20000
30000
40000
50000
60000
70000
80000
90000
100000
0
20000
40000
60000
80000
100000
120000
140000


Расчётные кривые среднего, наилучшего и наихудшего времени исполнения
Средний вариант
Наилучший вариант
Наихудший вариант
Время (t, мс)
Размер массива (M)
0
5000
10000
15000
20000
25000
30000
35000
0
20000
40000
60000
80000
100000
120000
140000


Расчётная кривая среднего количества обмена значений
Среднее количество обменов
Количество обменов (swaps)
Размер массива (M)
2.5x10^8
2x10^8
1.5x10^8
1x10^8
5x10^7
0
0
20000
40000
60000
80000
100000
120000
140000


Расчётная кривая повторных обходов массива
Среднее количество обходов
Количество повторных обходов (passes)
Размер массива (M)
7000
6000
5000
4000
3000
2000
1000
0
0
20000
40000
60000
80000
100000
120000
140000

Выводы

Сортировка вставками - простой алгоритм, который имеет временную сложность, равную квадратичной ($O(N^2)$). Это означает, что время выполнения алгоритма растёт пропорционально квадрату количества элементов в массиве. Чем больше данных нужно обработать, тем заметнее становится этот эффект.

Данная сортировка наиболее эффективна, когда массив уже частично или полностью упорядочен. В таком варианте количество операций значительно сокращается, и алгоритм работает быстрее. Напротив, если массив отсортирован в обратном порядке, то это наихудший сценарий для данного алгоритма, т.к. количество сравнений и обменов элементов достигает максимума.