Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

« Российский химико-технологический университет имени Д.И. Менделеева »

ОТЧЕТ ПО КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ №1

Вариант 7

Выполнил студент группы КС-46:	**Золотухин Андрей Александрович**
Ссылка на репозиторий:	https://github.com/ CorgiPuppy/ cybernetics-labs
Принял:	Женса Андрей Вячеславович
Дата сдачи:	24.12.25

Москва

2025

Оглавление

Описание задачи

Задание 1

Найти экстремум функции: $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 1$

Задание 2

Найти экстремум функции при наличии ограничений:

$$f(x) = xy + 3x^2$$

$$x + y = -1$$

Выполнение задачи

Задание 1

Найду производную функции:

$$\frac{df}{dx} = \left(x^3 - 2x^2 + x + 1\right)' = 3x^2 - 4x + 1$$

Теперь найду критические точки, приравняв производную к 0:

$$3x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 * 3 * 1}}{2 * 3} = 1; \frac{1}{3}$$

Определю характер экстремум с помощью <u>второй</u> производной:

$$\frac{d^2 f}{dx^2} = 6x - 4$$

- При $x_1 = 1$: $f''(1) = 6 * 1 - 4 = 2 > 0$. Т.к. $\frac{d^2 f}{dx^2}|_{x_1} > 0$, в точке $x = 1$ находится **минимум**.

  Значение функции: $f(1) = 1^3 - 2 * \left(1^2\right) + 1 + 1 = 1$.
- При $x_2 = \frac{1}{3}$: $f''\left(\frac{1}{3}\right) = 6 * \frac{1}{3} - 4 = -2 < 0$. Т.к. $\frac{d^2 f}{dx^2}|_{x_2} < 0$, в точке $x = \frac{1}{3}$ находится **максимум**.

  Значение функции: $f\left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 - 2 * \left(\left(\frac{1}{3}\right)^2\right) + \frac{1}{3} + 1 = \frac{31}{27}$.

Ответ: Точка максимум $\left(\frac{1}{3}; \frac{31}{27}\right)$, точка минимума $(1; 1)$.

Задание 2

Найду функции Лагранжа как:

$$L = xy + 3x^2 + \lambda\ (x + y + 1)$$

Составлю систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dL}{dx} = y + 6x + \lambda = 0, \\ \frac{dL}{dy} = x + \lambda = 0, \\ \frac{dL}{d\,\lambda} = x + y + 1 = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{4}, \\ y = -\frac{5}{4}. \end{cases}$$

Вычисляю f(x, y) в точке (frac(1, 4), -frac(5, 4)):

$$f\left(\frac{1}{4}, -\frac{5}{4}\right) = \frac{1}{4} * \left(-\frac{5}{4}\right) + 3 * \left(\frac{1}{4}\right)^2 = -\frac{1}{8}$$

Ответ: Минимум $-\frac{1}{8}$ в точке $\left(\frac{1}{4}; -\frac{5}{4}\right)$.