

**Министерство науки и высшего образования Российской
Федерации**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования**

**« Российский химико-технологический университет имени
Д.И. Менделеева »**

ОТЧЕТ ПО КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ №2

Вариант 7

Выполнил студент группы КС-46: Золотухин Андрей Александрович

Ссылка на репозиторий: [https://github.com/
CorgiPuppy/
cybernetics-labs](https://github.com/CorgiPuppy/cybernetics-labs)

Принял: Женса Андрей Вячеславович

Дата сдачи: 24.12.25

Москва

2025

Оглавление

Описание задачи	3
Выполнение задачи	4

Описание задачи

Найти экстремали функционала при ограничениях:

$$\int_0^1 \frac{\sqrt{1 + (y')^2}}{y} dx, y(0) = 1, y(1) = 1$$

Выполнение задачи

Составлю уравнение Эйлера-Лагранжа:

$$F(x, y, y') = \frac{\sqrt{1 + (y')^2}}{y}$$

$$F - y' \frac{\partial F}{\partial y'} = C$$

Найду частную производную по y' :

$$\frac{\partial F}{\partial y'} = \frac{1}{y} * \frac{1}{2\sqrt{1 + (y')^2}} * 2y' = \frac{y'}{y\sqrt{1 + (y')^2}}$$

Подставлю в формулу:

$$\frac{\sqrt{1 + (y')^2}}{y} - y' \left(\frac{y'}{y\sqrt{1 + (y')^2}} \right) = C$$

$$\frac{1 + (y')^2 - (y')^2}{y\sqrt{1 + (y')^2}} = C$$

$$\frac{1}{y\sqrt{1 + (y')^2}} = C$$

Обозначу константу как $\text{fрас}(1, C_1)$ и возведу обе части уравнения в квадрат:

$$y^2(1 + (y')^2) = C_1^2$$

$$(y')^2 = \frac{C_1^2 - y^2}{y^2}$$

$$y' = \pm \frac{\sqrt{C_1^2 - y^2}}{y^2}$$

Получилось дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными. Его решение - семейство окружностей:

$$(x - C_2)^2 + y^2 = C_1^2$$

Проверю граничные условия:

- При $x = 0, y = 1$: $(0 - C_2)^2 + 1^2 = C_1^2$
- При $x = 1, y = 1$: $(1 - C_2)^2 + 1^2 = C_1^2$

$$\begin{cases} C_2^2 + 1 = C_1^2, \\ (1 - C_2)^2 + 1 = C_1^2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_2 = \frac{1}{2}, \\ C_1 = \frac{5}{4}. \end{cases}$$

Ответ: Экстремалью является дуга окружности $(x - \frac{1}{2})^2 + y^2 = \frac{5}{4}$