

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Российский химико-технологический университет имени Д.И.
Менделеева»

ЛЕКЦИЯ №2

Выполнил студент группы КС-36: Золотухин Андрей Александрович
Ссылка на репозиторий: [https://github.com/
CorgiPuppy/
chem-tech-control-sys-labs](https://github.com/CorgiPuppy/chem-tech-control-sys-labs)

Москва
2025

Оглавление

Термодинамический анализ	1
Диссипативная функция многофазной гетерогенной среды	1

Термодинамический анализ

Диссипативная функция многофазной гетерогенной среды

Получу диссипативную функцию многофазной гетерогенной среды - *производство энтропии*, - которая играет важную роль в термодинамике необратимых процессов.

Пусть имеется объём V , где находятся две фазы с объёмами V_1 и V_2 . Пусть смесь в целом неравновесна. Но в каждой фазе в малом локальном объёме существует локальное термодинамическое равновесие; тогда для каждой из фаз (в малом локальном объёме) выполняется соотношение Гиббса:

$$\rho_i T_i \frac{d_i S_i}{dt} = \rho_i \frac{d_i u_i}{dt} - \frac{\alpha_i P_i}{\rho_i^0} \frac{d_i \rho_i}{dt} - \rho_i \mu_{ik} \frac{dC_{ik}}{dt},$$

где S_i - удельная энтропия i -фазы; μ_{ik} - химический потенциал k -ого компонента в i -фазе.

Энтропия всей системы имеет вид

$$\rho S = \rho_1 S_1 + \int_0^R \rho_2^0 f r S_2 dr.$$

Изменение энтропии всей системы во времени имеет вид:

$$\rho \frac{dS}{dt} = \rho_i \frac{d_i S_i}{dt} + \int_0^R \rho_2^0 f r \frac{d_2 S_2}{dt} dr + \int_0^R \rho_2^0 f \eta (S_2 - S_1) dr.$$

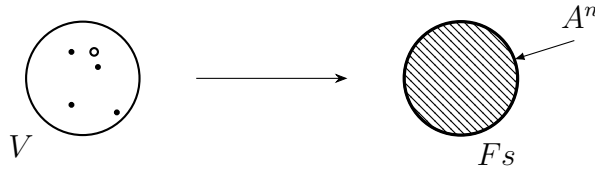
Подставим в данную формулу соотношения Гиббса для каждой из фаз, а в соответствующие соотношения Гиббса подставим уравнения изменения внутренних энергий и концентраций компонентов и, приведя подобные члены, получим

$$\rho \frac{dS}{dt} = \left\{ -\nabla \left(\frac{\vec{q}_1}{T_1} \right) + \nabla \left(\frac{\mu_{1k} \vec{J}_{1k}}{T_1} \right) \right\} + \left\{ \frac{1}{T_1} \tau_1^{kl} e_1^{kl} + \frac{\vec{q}_1}{T_1} \text{grad} T_1 + \vec{J}_{1k} \text{grad} \frac{\mu_{1k}}{T_1} + \int_0^R q_{12} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) dr + \right. \\ \left. \frac{1}{T_1} \int_0^R \rho_2^0 f r f_{12} (\vec{\nu}_1 - \vec{\nu}_2) dr + \int_0^R \rho_2^0 f \eta \left[\left(\frac{\mu_{1k}}{T_2} - \frac{\mu_{2k}}{T_2} \right) + i_1 \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) \right] dr \right\}.$$

Проинтегрирую полученное соотношение по объёму V , занимаемому смесью, используя *формулу Гаусса-Остроградского*:

$$\int_V \text{div} A dV = \int_{F_s} A^n dF_s,$$

где A - вектор; A^n - проекция вектора на нормаль к поверхности S .



Тогда получаю

$$\rho \frac{dS}{dt} = \int_V \rho \frac{dS}{dt} dV = \left\{ \int_{F_s} -q_1^n dF_s + \int_{F_s} \frac{\mu_{1k}}{T_1} J_{1k}^n dF_s \right\} + \int_V \left\{ \frac{1}{T_1} \tau_1^{kl} e_1^{kl} + \frac{\vec{q}_1}{T_1} \text{grad} T_1 + \vec{J}_{1k} \text{grad} \frac{\mu_{1k}}{T_1} + \right. \\ \left. \int_0^R q_{12} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) dr + \frac{1}{T_1} \int_0^R \rho_2^0 f r f_{12} (\vec{\nu}_1 - \vec{\nu}_2) dr + \int_0^R \rho_2^0 f \eta \left[\left(\frac{\mu_{1k}}{T_2} - \frac{\mu_{2k}}{T_2} \right) + i_1 \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) \right] dr \right\} dV.$$

Таким образом, изменение энтропии можно представить в виде суммы двух слагаемых:

$$\rho \frac{dS}{dt} = \rho \frac{dS^{(l)}}{dt} + \rho \frac{dS^{(i)}}{dt}, \quad (1)$$

где $\rho \frac{dS^{(l)}}{dt} = -q_1^n dFs + \int_{Fs} \frac{\mu_{1k}}{T_1} J_{1k}^n dFs$ отражает изменение энтропии смеси за счёт обмена энергией и массой с окружающей средой. *1-ое слагаемое* характеризует изменение энтропии за счёт обмена энергией (q_1^n - поток тепла через поверхность), *2-ое слагаемое* - за счёт обмена массой с окружающей средой (J_{1k}^n - поток массы через поверхность).