

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Российский химико-технологический университет имени Д.И.  
Менделеева»

## ЛЕКЦИЯ №2

Выполнил студент группы КС-36: Золотухин Андрей Александрович  
Ссылка на репозиторий: [https://github.com/  
CorgiPuppy/  
chem-tech-control-sys-labs](https://github.com/CorgiPuppy/chem-tech-control-sys-labs)

Москва  
2025

# Оглавление

Термодинамический анализ . . . . .	1
Диссипативная функция многофазной гетерогенной среды . . . . .	1

# Термодинамический анализ

## Диссипативная функция многофазной гетерогенной среды

Получу диссипативную функцию многофазной гетерогенной среды - *производство энтропии*, - которая играет важную роль в термодинамике необратимых процессов.

Пусть имеется объём  $V$ , где находятся две фазы с объёмами  $V_1$  и  $V_2$ . Пусть смесь в целом неравновесна. Но в каждой фазе в малом локальном объёме существует локальное термодинамическое равновесие; тогда для каждой из фаз (в малом локальном объёме) выполняется соотношение Гиббса:

$$\rho_i T_i \frac{d_i S_i}{dt} = \rho_i \frac{d_i u_i}{dt} - \frac{\alpha_i P_i}{\rho_i^0} \frac{d_i \rho_i}{dt} - \rho_i \mu_{ik} \frac{d C_{ik}}{dt},$$

где  $S_i$  - удельная энтропия  $i$ -фазы;  $\mu_{ik}$  - химический потенциал  $k$ -ого компонента в  $i$ -фазе.

Энтропия всей системы имеет вид

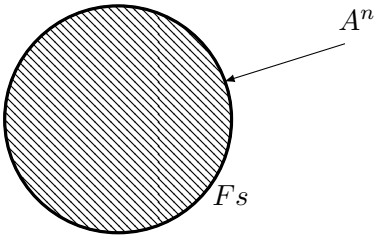
$$\rho S = \rho_1 S_1 + \int_0^R \rho_2^0 f r S_2 dr.$$

Изменение энтропии всей системы во времени имеет вид:

$$\rho \frac{dS}{dt} = \rho_i \frac{d_i S_i}{dt} + \int_0^R \rho_2^0 f r \frac{d_2 S_2}{dt} dr + \int_0^R \rho_2^0 f \eta (S_2 - S_1) dr.$$

Подставим в данную формулу соотношения Гиббса для каждой из фаз, а в соответствующие соотношения Гиббса подставим уравнения изменения внутренних энергий и концентраций компонентов и, приведя подобные члены, получим

$$\rho \frac{dS}{dt} = \left\{ -\nabla \left( \frac{\vec{q}_1}{T_1} \right) + \nabla \left( \frac{\mu_{1k} \vec{J}_{1k}}{T_1} \right) \right\} + \left\{ \frac{1}{T_1} \tau_1^{kl} e_1^{kl} + \frac{\vec{q}_1}{T_1} \text{grad} T_1 + \vec{J}_{1k} \text{grad} \frac{\mu_{1k}}{T_1} + \int_0^R q_{12} \left( \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) dr + \frac{1}{T_1} \int_0^R \rho_2^0 f r \vec{f}_{12} (\vec{\nu}_1 - \vec{\nu}_2) dr + \int_0^R \rho_2^0 f \eta \left[ \left( \frac{\mu_{1k}}{T_2} - \frac{\mu_{2k}}{T_2} \right) + i_1 \left( \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) \right] dr \right\}.$$



Проинтегрирую полученное соотношение по объёму  $V$ , занимаемому смесью, используя *формулу Гаусса-Остроградского*:

$$\int_V \text{div} A dV = \int_{F_s} A^n dF_s,$$

где  $A$  - вектор;  $A^n$  - проекция вектора на нормаль к поверхности  $S$ .

Таким образом, изменение энтропии можно представить в виде суммы двух слагаемых:

$$\rho \frac{dS}{dt} = \rho \frac{dS^{(l)}}{dt} + \rho \frac{dS^{(i)}}{dt}, \quad (1)$$